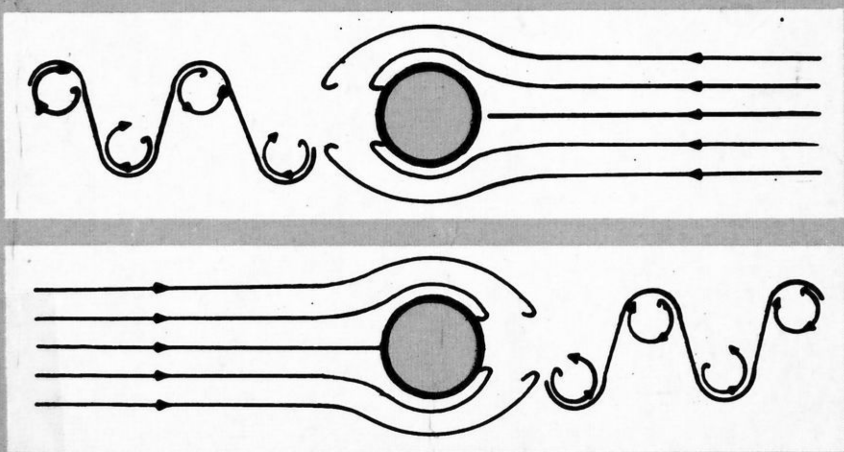
ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ

ΔΙΑ ΤΗΝ Α΄ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ

ΑΘΗΝΑΙ 1967

18149

Φ Υ Σ Ι Κ Η

Παπαγγελής Κωνσταντίνος

ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

19.

ΦΥΣΙΚΗ

ΔΙΑ ΤΗΝ Α' Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1967

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΑΘΑΝΑΣΙΑΔΟΥ Γ. — Ἐπίτομος Φυσική
ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ Κ. — Μαθήματα Φυσικῆς (Τόμος I)
ΜΑΖΗ Α. — Φυσική (Τόμος I, II)
ΠΑΛΑΙΟΛΟΓΟΥ–ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ — Φυσική (Τόμος I)
ΠΑΠΑΝΑΣΤΑΣΙΟΥ Χ. — Ὁ Γαλιλαῖος
ΧΟΝΔΡΟΥ Δ. — Φυσική (Τόμος I)

BOUTARIC A. — Précis de Physique
FREEMAN I.M. — Modern Introductory Physics
WESTPHAL — Physik
WHITE H.E. — Modern Physics
VAN NOSTRAND'S — Scientific Encyclopedia

ΠΙΝΑΞ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σελὶς

ΙΙ. Δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος

Κέντρον βάρους. 'Ισορροπία στερεοῦ σώματος

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Γενικαὶ ἔννοιαι

Εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις

Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις

Πτῶσις τῶν σωμάτων

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

Αἱ ἀρχαὶ τῆς δυναμικῆς

Σελίς

Σελίς

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Ψ μαζ.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

1. Θέμα τῆς Φυσικῆς. — Διὰ τῶν αἰσθήσεων διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ὑπάρχουν **ὑλικὰ σώματα**, τὰ ὁποῖα ἔχουν διαστάσεις. Ἐπίσης διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν συμβαίνουν διάφοροι μεταβολαί, τὰς ὁποίας καλοῦμεν **φαινόμενα** (π.χ. πτῶσις τῶν σωμάτων, ἐξάτμισις ὑγρῶν κ.ἄ.). Ἡ ἔρευνα τοῦ ὑλικοῦ κόσμου εἶναι θέμα τῶν **Φυσικῶν Ἐπιστημῶν**, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἓν σύνολον εἰδικῶν κλάδων. Ἕκαστος κλάδος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν ἀποτελεῖ σήμερον ἰδιαιτέραν ἐπιστήμην, ὅπως εἶναι ἡ Ἀστρονομία, ἡ Γεωλογία, ἡ Γεωγραφία, ἡ Ὀρυκτολογία, ἡ Ζωολογία κ.ἄ. Βασικὸς κλάδος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν εἶναι ἡ **Φυσική**, ἡ ὁποία ἐξετάζει ὡρισμένα γενικὰ φαινόμενα συμβαίνοντα εἰς τὸν ἀνόργανον κόσμον. Παραλλήλως πρὸς τὴν Φυσικὴν ἐργάζεται καὶ ἡ Χημεία, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰ φαινόμενα τὰ ὀφειλόμενα εἰς τὴν διαφορὰν τῶν χαρακτήρων τῶν ὑλικῶν σωμάτων. Σαφὴς διαχωρισμὸς μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας δὲν ὑπάρχει. Μία νέα ἐπιστήμη, ἡ Φυσικοχημεία, ἀποτελεῖ τὸν σύνδεσμον μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἀνεπτύχθησαν καταπληκτικῶς δύο νεώτατοι κλάδοι τῆς Ἐπιστήμης, ἡ Ἀτομικὴ καὶ ἡ Πυρηνικὴ Φυσική, οἱ ὁποῖοι κατέστησαν ἀκόμη περισσότερον ἀσαφῆ τὰ ὅρια μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας.

2. Μέθοδος τῆς Φυσικῆς. — Ἡ Φυσικὴ καὶ ἡ Χημεία διακρίνονται ἀπὸ τὰς ἄλλας Φυσικὰς Ἐπιστήμας κυρίως διὰ τὴν μέθοδον, τὴν ὁποίαν ἐφαρμόζουν κατὰ τὰς ἐρεύνας των. Τὴν ἰδίαν μέθοδον προσπαθοῦν σήμερον νὰ ἐφαρμόσουν καὶ ὅλαι αἱ ἄλλαι Φυσικαὶ Ἐπιστῆμαι, διότι ἀπεδείχθη ὅτι εἶναι ἡ περισσότερον ἀσφαλὴς μέθοδος ἐρεύνης τοῦ ὑλικοῦ κόσμου. Ἡ Φυσικὴ προσπαθεῖ νὰ ἀνεύρῃ τὴν αἰτίαν, ἡ ὁποία προκαλεῖ ἕκαστον **φυσικὸν φαινόμενον**. Πρὸς τοῦτο στηρίζεται κατ' ἀρχὴν εἰς τὴν **παρατήρησιν** καὶ τὸ **πείραμα**.

α) Παρατήρησις καὶ πείραμα. Κατὰ τὴν **παρατήρησιν** παρακολουθοῦμεν τὰ φαινόμενα, ὅπως ἀκριβῶς συμβαίνουν εἰς τὴν Φύσιν. Ἀπὸ τὴν τοιαύτην ὅμως ἁπλῆν παρακολούθησιν τῶν φαινομένων δὲν ἐξάγονται πάντοτε ἀσφαλῆ συμπεράσματα. Διὰ τοῦτο καταφεύγομεν εἰς τὸ πείραμα. Κατὰ τὸ **πείραμα** ἐπαναλαμβάνεται σκοπίμως τὸ φαινόμενον, εἴτε ὅπως συμβαίνει εἰς τὴν Φύσιν, εἴτε ὑπὸ διαφορετικὰς συνθήκας, τὰς ὁποίας ρυθμίζει ὁ ἐρευνητής. Διὰ τοῦ πειράματος κατορθώνουν ἐπὶ πλέον οἱ ἐρευνηταὶ νὰ παράγουν καὶ νὰ ἐρευνοῦν φαινόμενα, τὰ ὁποῖα δὲν ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν. Μὲ τὸ πείραμα ἐπιτυγχάνεται ἡ βαθυτέρα ἔρευνα ἑνὸς φαινομένου, διότι κατευθύνεται ἡ ἔρευνα πρὸς ὡρισμένον σκοπόν.

β) Φυσικοὶ νόμοι. Ἡ Φυσικὴ δὲν ἀρκεῖται εἰς ἁπλῆν περιγραφὴν τῶν φαινομένων, ἀλλὰ καὶ μετρεῖ μὲ ἀκρίβειαν τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὸ ἐξεταζόμενον φαινόμενον. Οὕτως εὑρίσκει τὴν συνάρτησιν, ἡ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τούτων, δηλαδὴ ἀποκαθιστᾷ μίαν λογικὴν σχέσιν μεταξὺ αὐτῶν. Ἡ λογικὴ σχέσις ἡ συνδέουσα τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἐμφανίζονται εἰς ὡρισμένον φαινόμενον, ἀποτελεῖ ἕνα **φυσικὸν νόμον**. Π.χ. ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀερίου εἶναι σταθερά, ὁ ὄγκος του μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν αὐτοῦ (νόμος Boyle - Mariotte). Ὁ φυσικὸς νόμος ἀποτελεῖ γενίκευσιν τῶν συμπερασμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα καταλήγουν ἔπειτα ἀπὸ ὡρισμένον ἀριθμὸν παρατηρήσεων καὶ πειραμάτων.

Κατὰ τὴν εὕρεσιν τῶν νόμων ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ μερικὸν πρὸς τὸ γενικόν, ἤτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται ἐπαγωγή.

γ) Ὑπόθεσις καὶ θεωρία. Διὰ τὴν βαθυτέραν γνῶσιν τοῦ ὑλικοῦ κόσμου, οἱ φυσικοὶ προσπαθοῦν νὰ εὕρουν ἕνα λογικὸν σύνδεσμον μεταξὺ τῶν διαφόρων φυσικῶν νόμων καὶ νὰ συνενώσουν αὐτοὺς εἰς ἑνιαῖον λογικὸν σύστημα. Πρὸς τοῦτο οἱ φυσικοὶ διατυπώνουν μίαν ὑπόθεσιν περὶ τῆς αἰτίας, ἡ ὁποία προκαλεῖ ὡρισμένην κατηγορίαν φαινομένων. Ἓν τοιοῦτον λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἑρμηνεύει πλῆθος φυσικῶν νόμων καλεῖται **ὑπόθεσις**. Διὰ νὰ γίνῃ ὅμως παραδεκτὴ μία ὑπόθεσις πρέπει νὰ ἑρμηνεύῃ ὅλα τὰ γνωστὰ φαινόμ ε ν α, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναφέρεται ἡ ὑπόθεσις καὶ ἐπὶ πλέον, πρέπει νὰ π ρ ο λ έ γ η νέα φ α ι ν ό μ ε ν α, τὰ ὁποῖα προκύπτουν ὡς λογικὴ συνέπεια τῆς ὑποθέσεως. Ἐὰν τὸ πείραμα ἐπαληθεύσῃ τὰς προβλέψεις τῆς ὑποθέσεως, τότε παραδεχόμεθα ὅτι ἡ ὑπόθεσις ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα καὶ ἡ ὑπόθεσις ἀποβαίνει **θεωρία.** Ἡ θεωρία εἶναι λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἑρμηνεύει ὡρισμένην ὁμάδα φαινομένων καὶ ὁδηγεῖ εἰς τὴν ἀνακάλυψιν νέων φαινομένων. Εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τῶν φαινομένων τούτων, ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ γ ε ν ι κ ὸ ν πρὸς τὸ μ ε ρ ι κ ό ν, ἤτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται π α ρ α γ ω γ ή.

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

3. Αἱ μετρήσεις εἰς τὴν Φυσικήν. — Κατὰ τὴν ἔρευναν τῶν φυσικῶν φαινομένων ἀποκαλύπτομεν διάφορα **φυσικὰ μεγέθη,** δηλαδὴ ποσά, τὰ ὁποῖα ἐπιδέχονται αὔξησιν ἢ ἐλάττωσιν. Ἡ ἔρευνα τῶν φυσικῶν φαινομένων τότε μόνον ἔχει ἀξίαν, ἐὰν εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ μετρήσωμεν τὰ διάφορα φυσικὰ μεγέθη.

Μέτρησις ἑνὸς φυσικοῦ μεγέθους καλεῖται ἡ σύγκρισις αὐτοῦ πρὸς ἄλλο ὁμοειδὲς μέγεθος, τὸ ὁποῖον λαμβάνεται ὡς μονάς. Ἐκ τῆς μετρήσεως εὑρίσκεται πάντοτε εἷς ἀριθμός, ὁ ὁποῖος φανερώνει πόσας φορὰς περιέχεται ἡ μονὰς εἰς τὸ μετρούμενον μέγεθος. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος καλεῖται μ έ τ ρ ο ν ἢ ἀ ρ ι θ μ η τ ι κ ὴ τ ι μ ὴ τοῦ θεωρουμένου μεγέθους. Κατὰ τὴν ἔρευναν πολλῶν φυσικῶν φαινομένων εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ μετρήσωμεν μήκη, ἐπιφανείας, ὄγκους, γωνίας καὶ χρόνους. Πρέπει λοιπὸν νὰ γνωρίζωμεν ποίας μονάδας χρησιμοποιεῖ ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ποσῶν τούτων.

4. Μονὰς μήκους. — Ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται διεθνῶς τὸ μῆκος τοῦ **προτύπου μέτρου,** τὸ ὁποῖον φυλάσσεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν (Σέβραι). Τὸ μῆκος τοῦ προτύπου μέτρου καλεῖται **μέτρον** (m). Τὸ 1/100 τοῦ μέτρου καλεῖται **ἑκατοστόμετρον** (cm). Τὸ 1/10 τοῦ ἑκατοστομέτρου καλεῖται **χιλιοστόμετρον** (mm). Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται τὸ ἑ κ α τ ο σ τ ό μ ε τ ρ ο ν. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολὺ μεγάλων ἢ πολὺ μικρῶν μηκῶν χρησιμοποιοῦνται ὡς μονάδες πολλαπλάσια ἢ κλάσματα τοῦ ἑκατοστομέτρου.

Μονάδες μήκους

χιλιόμετρον	1 km = 1000 m	$= 10^5$ cm
μέτρον	1 m	$= 10^2$ cm
δεκατόμετρον	1 dm = 1/10 m	= 10 cm
εκατοστόμετρον	1 cm = 1/100 m	= 1 cm
χιλιοστόμετρον	1 mm = 1/1000 m	$= 10^{-1}$ cm
μικρὸν	1 μ = 1/1000 mm	$= 10^{-4}$ cm

5. Μονάδες ἐπιφανείας καὶ ὄγκου. — Μία γενικὴ ἰδιότης τῶν σωμάτων εἶναι ὅτι πᾶν σῶμα καταλαμβάνει ὡρισμένον χῶρον, ἤτοι ἔχει ὄγκον. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας ἐπιφανείας ἢ ὄγκου τὰς μονάδας, αἱ ὁποῖαι προκύπτουν ἀπὸ τὴν καθιερωθεῖσαν μονάδα μήκους. Οὕτως ὡς μονὰς ἐπιφανείας λαμβάνεται τὸ τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm²) καὶ ὡς μονὰς ὄγκου λαμβάνεται τὸ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm³).

Σχέσεις μεταξὺ τῶν μονάδων μήκους, ἐπιφανείας, ὄγκου

Μήκους	'Επιφανείας	Ὄγκου
1 cm	$1\ cm^2$	$1\ cm^3$
1 dm = 10 cm	$1\ dm^2 = 10^2\ cm^2$	$1\ dm^3$ (1 λίτρον) $= 10^3\ cm^3$
$1\ m = 10^2$ cm	$1\ m^2 = 10^4\ cm^2$	$1\ m^3 = 10^3\ dm^3 = 10^6\ cm^3$

Εἰς τὴν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται διεθνῶς ὡς μονὰς μήκους τὸ ναυτικὸν μίλιον = 1852 m, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον μὲ τὸ μῆκος τόξου 1′ τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς.

Εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας ὡς μονὰς μήκους χρησιμοποιεῖται ἡ 1 ὑάρδα, ἡ ὁποία ὑποδιαιρεῖται εἰς 3 πόδας· ἕκαστος ποὺς ὑποδιαιρεῖται εἰς 12 ἴντσας. Μεγαλυτέρα μονὰς μήκους διὰ μετρήσεις ἐπὶ τῆς ξηρᾶς χρησιμοποιεῖται τὸ

1 μίλιον = 1609 m

1 ὑάρδα = 91,44 cm, 1 ποὺς = 30,48 cm, 1 ἴντσα = 2,54 cm.

6. Μέτρησις τῶν γωνιῶν. — Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ γωνία μετρεῖται διὰ τοῦ τόξου, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτήν, ὅταν ἡ γωνία θεωρηθῇ ὡς ἐπίκεντρος. Εἰς τὴν πρᾶξιν αἱ γωνίαι μετροῦνται εἰς μοίρας, πρῶτα λεπτὰ καὶ δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν αἱ γωνίαι μετροῦνται συνήθως εἰς **ἀκτίνια** (rad), δηλαδὴ μετροῦνται μὲ τὸν λόγον τοῦ μήκους τοῦ τόξου πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου :

$$\boxed{\frac{\text{μῆκος τόξου}}{\text{μῆκος ἀκτῖνος}} = \alpha \text{ ἀκτίνια}}$$

Διὰ νὰ τρέψωμεν τὰς μοίρας εἰς ἀκτίνια, ἀρκεῖ νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι ὁλόκληρος ἡ περιφέρεια, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τόξον 360^0, ἔχει μῆκος $2\pi R$ Ἄρα :

$$\text{γωνία } 360^0 \text{ ἰσοῦται μὲ : } 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad ἰσοῦται μὲ γωνίαν : } \frac{180^0}{\pi} = 57^0\,18'$$

$$1^0 \text{ ἰσοῦται μὲ γωνίαν : } \frac{\pi}{180^0} = 0{,}0175 \text{ rad.}$$

7. Μονὰς χρόνου. — Ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος μεσολαβεῖ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν διαβάσεων τοῦ Ἡλίου διὰ τοῦ μεσημβρινοῦ, καλεῖται ἀ λ η θ ὴ ς ἡ λ ι α κ ὴ ἡ μ έ ρ α. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ χρόνος οὗτος δὲν εἶναι σταθερός, διὰ τοῦτο ὡς μονάδα χρόνου λαμβάνομεν ἕνα σταθερὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος καλεῖται μ έ σ η ἡ λ ι α κ ὴ ἡ μ έ ρ α καὶ ὑποδιαιρεῖται εἰς 86400 δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ **δευτερόλεπτον** (1 sec).

Ἡ μέση ἡλιακὴ ἡμέρα ὑποδιαιρεῖται εἰς 24 ὥρας. Ἡ ὥ ρ α (h) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 λεπτὰ (ἢ πρῶτα λεπτά). Τὸ λ ε π τ ὸ ν (min) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 δευτερόλεπτα.

8. Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἐκφράσεως καὶ τῆς γραφῆς τῶν μονάδων. Εἰς τὸν προφορικὸν λόγον αἱ μονάδες ἐκφράζονται διὰ τοῦ καθορισθέντος εἰς τὴν ἑλληνικὴν γλῶσσαν ὀνόματός των. Οὕτω π.χ. λέγομεν 5 ἑκατοστόμετρα. Μόνον ὅσαι μονάδες ἔχουν ξένα ὀνόματα, προφέρονται ὅπως εἰς τὴν γλῶσσαν, ἐκ τῆς ὁποίας προέρχονται τὰ ὀνόματα ταῦτα. Ἡ αὐτὴ ἀρχὴ τηρεῖται καὶ εἰς τὸν γραπτὸν λόγον.

Μόνον, ὅταν πρὸ τῆς μονάδος ὑπάρχῃ ἀριθμός, γράφομεν χάριν συντομίας τὸ σύμβολον τῆς μονάδος (π.χ. 15 cm ἢ 46 sec). 'Ιδιαιτέρα προσοχὴ πρέπει νὰ καταβάλλεται διὰ τὴν ὀρθὴν ἔκφρασιν ἢ γραφὴν τῶν μονάδων καὶ τῶν συμβόλων των. 'Ο χρησιμοποιούμενος συμβολισμὸς εἶναι διεθνὴς καὶ ἀποτελεῖ σφάλμα ἡ χρησιμοποίησις ἄλλων συμβόλων. Οὕτω π.χ. μῆκος 7 μέτρων γράφεται 7 m καὶ ὄχι 7 μ, διότι τὸ ἑλληνικὸν γράμμα μ παριστᾷ διεθνῶς τὴν μονάδα μήκους μικρόν, ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὸ ἓν ἑκατομμυριοστὸν τοῦ μέτρου. Διὰ τὸν σχηματισμὸν πολλαπλασίων καὶ ὑποπολλαπλασίων τῶν μονάδων χρησιμοποιοῦνται ὡρισμένα πάντοτε προθέματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν ὡρισμένον συμβολισμόν. Τὰ προθέματα ταῦτα εἶναι τὰ ἑξῆς :

mega	(M) $= 10^6$	deci	(d) $= 1/10$
kilo	(k) $= 10^3$	centi	(c) $= 1/10^2$
hecto	(h) $= 10^2$	mili	(m) $= 1/10^3$
deca	(da) $= 10$	mikro	(μ) $= 1/10^6$

Οὕτω τὸ χιλιόμετρον συμβολίζεται μὲ km καὶ τὸ χιλιοστόμετρον μὲ mm.

Η ΥΛΗ

9. Καταστάσεις τῆς ὕλης.— 'Η ὕλη μᾶς παρουσιάζεται ὑπὸ τρεῖς διαφόρους μορφάς, τὰς ὁποίας ὀνομάζομεν καταστάσεις τῶν σωμάτων. Αὐταὶ εἶναι ἡ στερεά, ἡ ὑγρὰ καὶ ἡ ἀέριος κατάστασις. Τὰ **στερεὰ σώματα** ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον καὶ ὡρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ παρουσιάζουν γενικῶς ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν προσπάθειαν, ἡ ὁποία τείνει νὰ προκαλέσῃ τὴν θραῦσιν ἢ τὴν παραμόρφωσιν αὐτῶν. 'Υπὸ τὴν ἐπίδρασιν πιέσεως ὁ ὄγκος των δὲν ὑφίσταται αἰσθητὴν μεταβολήν, ἤτοι τὰ στερεὰ δὲν εἶναι εὐκόλως συμπιεστά. Τὰ **ὑγρὰ σώματα** ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον (ὅπως καὶ τὰ στερεά), ἀλλ' ὄχι καὶ ὡρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ δὲν παρουσιάζουν αἰσθητὴν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των ἢ τὴν ἀπόσπασιν μέρους αὐτῶν. Ὅπως τὰ στερεά, οὕτω καὶ τὰ ὑγρὰ δὲν εἶναι εὐκόλως συμπιεστά. Τὰ **ἀέρια σώματα** δὲν ἔχουν οὔτε ὡρισμένον ὄγκον οὔτε ἴδιον σχῆμα. Τὰ ἀέρια εἶναι εὐκίνητα, ὅπως καὶ τὰ ὑγρά, καὶ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται· διαφέρουν ὅμως ἀπὸ τὰ ὑγρά, διότι τείνουν νὰ καταλάβουν ὁλόκληρον τὸν χῶρον, ὁ ὁποῖος προσφέρεται εἰς αὐτά. Τὰ ἀέρια ἔχουν λοιπὸν τὴν ἰδιότητα νὰ δύνανται νὰ αὐξήσουν ἀπεριορίστως τὸν ὄγκον των. 'Αντιθέτως δὲ πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια εἶναι πολὺ συμπιεστά, δηλαδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πιέσεως ὁ ὄγκος των ὑφίσταται μεγάλην ἐλάττωσιν.

Ἡ διάκρισις τῶν σωμάτων εἰς στερεά, ὑγρὰ καὶ ἀέρια δὲν εἶναι ἀπόλυτος, διότι εἰς τὴν πραγματικότητα καμμία ἀπὸ τὰς θεωρουμένας ἰδιότητας δὲν χαρακτηρίζει ἀποκλειστικῶς ὡρισμένην μόνον κατάστασιν. Οὕτω π.χ. κανὲν στερεὸν σῶμα δὲν ἔχει ἀπολύτως ἀμετάβλητον σχῆμα, διότι, ἂν καταβάλωμεν σημαντικὴν προσπάθειαν, πάντοτε κατορθώνομεν νὰ προκαλέσωμεν μόνιμον παραμόρφωσιν τοῦ σώματος. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἓν μέταλλον, ἐὰν ὑποβληθῇ εἰς πολὺ ἰσχυρὰν πίεσιν, ρέει διὰ μέσου ὀπῆς ὡς νὰ ἦτο ὑγρόν. Ἐξ ἄλλου καὶ τὰ ὑγρὰ παρουσιάζουν πάντοτε κάποιαν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των. Ὁ βαθμὸς ὅμως τῆς τοιαύτης ἀντιστάσεως εἶναι διαφορετικὸς εἰς τὰ διάφορα ὑγρά. Οὕτω τὰ πυκνόρρευστα ὑγρὰ παραμορφώνονται δυσκολώτερον ἀπὸ τὸ ὕδωρ, πολὺ ὅμως εὐκολώτερον ἀπὸ τὸν σίδηρον.

10. Διαιρετότης τῆς ὕλης. — Τὰ σώματα δύνανται νὰ διαιρεθοῦν εἰς πολὺ μικρὰ μέρη, χωρὶς νὰ ἀποβάλουν καμμίαν ἀπὸ τὰς χαρακτηριστικάς των ἰδιότητας. Οὕτω κατασκευάζονται πλακίδια ἀπὸ ὕαλον, τὰ ὁποῖα ἔχουν πάχος 1 μ. Ἐπίσης κατασκευάζονται φύλλα χρυσοῦ, τὰ ὁποῖα ἔχουν πάχος 0,1 μ. Ὅταν σχηματίζωμεν φυσαλίδα σάπωνος, διακρίνομεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας της, ὀλίγον πρὶν ἐπέλθῃ ἡ διάρρηξις, σκοτεινὰς κηλῖδας· εἰς τὰ σημεῖα ἐκεῖνα τὸ πάχος τῆς φυσαλίδος εἶναι περίπου 0,01 μ. Τὸ στρῶμα τοῦ ἐλαίου, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος ἀπὸ μίαν ἀρχικὴν σταγόνα ἐλαίου, δύναται νὰ ἔχῃ πάχος ὀλίγα μόνον χιλιοστὰ τοῦ μικροῦ. Ἡ διαίρεσις ὅμως τῆς ὕλης δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ συνεχισθῇ ἐπ' ἄπειρον, διότι ἕκαστον ὑλικὸν σῶμα ἀποτελεῖται ἀπὸ διακεκριμένα σωματίδια, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **μόρια**. Διακρίνομεν τόσα εἴδη μορίων, ὅσα εἶναι τὰ χημικῶς καθαρὰ σώματα. Ὥστε :

Τὸ μόριον εἶναι ἡ μικροτέρα ποσότης ἑνὸς χημικῶς καθαροῦ σώματος, ἡ ὁποία δύναται νὰ ὑπάρχῃ εἰς ἐλευθέραν κατάστασιν.

Ἡ χημικὴ ὅμως ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι τὰ μόρια τῶν περισσοτέρων σωμάτων ἀποτελοῦνται ἀπὸ τὴν συνένωσιν μικροτέρων σωματιδίων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **ἄτομα**. Οὕτω, τὸ μόριον τοῦ ὕδατος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓν ἄτομον ὀξυγόνου καὶ ἀπὸ δύο ἄτομα ὑδρογόνου· ὑπάρχουν ὅμως καὶ μόρια ὀργανικῶν ἑνώσεων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται ἀπὸ πολλὰς δεκάδας ἀτόμων. Τὸ ἄτομον δύναται νὰ ὁρισθῇ ὡς ἑξῆς :

Τὸ ἄτομον εἶναι ἡ μικροτέρα ποσότης ἑνὸς ἁπλοῦ σώματος, ἡ ὁποία ὑπεισέρχεται εἰς τὸ μόριον τῶν χημικῶν ἑνώσεων τοῦ σώματος τούτου μὲ ἄλλα ἁπλᾶ σώματα.

Ἡ ὕλη, ἂν καὶ ἐμφανίζεται ὡς συνεχής, εἰς τὴν πραγματικότητα ἀποτελεῖται ἀπὸ μέγιστον ἀριθμὸν πολὺ μικρῶν καὶ διακεκριμένων σωματιδίων. Ὥστε ἡ ὕλη ἔχει ἀσυνεχῆ κατασκευήν. Ἡ ὑπόθεσις αὐτὴ διετυπώθη πρὸ 2500 ἐτῶν ἀπὸ τὸν Ἕλληνα φιλόσοφον Δημόκριτον. Ἡ ὑπόθεσις περὶ τῆς ἀσυνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης ἀνεδείχθη εἰς θεμελιώδη θεωρίαν διὰ τῶν πειραματικῶν καὶ θεωρητικῶν ἐρευνῶν τοῦ παρελθόντος αἰῶνος.

11. Μᾶζα καὶ βάρος τῶν σωμάτων. — Ἕκαστον σῶμα ἔχει ὡρισμένον ὄγκον. Ἐντὸς τοῦ ὄγκου τούτου περικλείεται ὡρισμένη ποσότης ὕλης, ἡ ὁποία καλεῖται **μᾶζα** τοῦ σώματος. Εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν εὐκόλως ἀναγνωρίζομεν ὅτι ἓν σῶμα ἔχει μεγάλην ἢ μικρὰν μᾶζαν ἀπὸ τὸ ἂν τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι βαρὺ ἢ ἐλαφρόν. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι ἕκαστον σῶμα ἔχει **βάρος**, διότι ἕλκεται ἀπὸ τὴν Γῆν.

Τὸ ποσὸν τῆς ὕλης ἑνὸς σώματος, δηλαδὴ ἡ μᾶζα του, διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον εἰς τὸ σῶμα δὲν προστίθεται ἢ δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ αὐτὸ καμμία μᾶζα. Εἰς οἱονδήποτε μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ ἂν μεταφερθῇ τὸ σῶμα τοῦτο, ἡ μᾶζα του θὰ εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή. Ἀντιθέτως, τὸ βάρος τοῦ σώματος τούτου εἶναι μέγεθος μεταβλητόν. Ἐπίσης ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος ἐλαττώνεται συνεχῶς, καθ' ὅσον τὸ σῶμα ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς· Ἐὰν δὲ ἦτο δυνατὸν νὰ μεταφέρωμεν τὸ σῶμα εἰς πάρα πολὺ μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν Γῆν, τότε τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθῇ νὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν πάντοτε μᾶζαν, δὲν θὰ ἔχῃ ὅμως διόλου βάρος. Ὥστε ἡ μᾶζα καὶ τὸ βάρος εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα δὲν πρέπει νὰ τὰ συγχέωμεν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Μᾶζα ἑνὸς σώματος εἶναι τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ σώματος. Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος διατηρεῖται πάντοτε ἀμετάβλητος.

II. Βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι ἡ δύναμις, μὲ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ ἕλκει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος. Τὸ βάρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν τόπον, εἰς τὸν ὁποῖον εὑρίσκεται τὸ σῶμα.

12. Μονάδες μάζης. — Ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα τοῦ **προτύπου χιλιογράμμου** (1 kgr), τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν. Ἡ μᾶζα τοῦ προτύπου χιλιογράμμου εἶναι αἰσθητῶς ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἑνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4° C. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς μάζης τὸ χιλιοστὸν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου· ἡ μονὰς αὕτη καλεῖται **γραμμάριον μάζης** (1 gr). Ὥστε :

Μονὰς μάζης εἶναι τὸ χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr). Ἡ μᾶζα αὐτὴ εἶναι ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἑνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4° C.

Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr).

13. Μονάδες βάρους. — Ὡς μονὰς βάρους λαμβάνεται τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ μονὰς βάρους καλεῖται **χιλιόγραμμον βάρους** (1 kgr*). Τὸ χιλιοστὸν τοῦ χιλιογράμμου βάρους καλεῖται **γραμμάριον βάρους** (1 gr*). Εἶναι προφανὲς ὅτι τὸ γραμμάριον βάρους ἐκφράζει τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἴση μὲ 1 γραμμάριον μάζης εἰς τὸ ἀνωτέρω γεωγραφικὸν πλάτος καὶ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ὥστε :

Μονὰς βάρους εἶναι τὸ χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*), ἤτοι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης.

Τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*) εἶναι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἑνὸς γραμμαρίου εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρων ὁρισμῶν τῶν μονάδων μάζης καὶ βάρους ἕπεται ὅτι ἓν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν 8 kgr, ἔχει βάρος 8 kgr* (διότι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι φορὰς 8 μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν μᾶζαν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου καὶ συνεπῶς τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι 8 φορὰς μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ προτύπου χιλιογράμμου). Ἀντιστρόφως, ἂν σῶμα ἔχῃ βάρος 14 gr*, τότε ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι 14 gr. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἐφ' ὅσον ἡ μὲν μᾶζα μετρεῖται εἰς gr (ἢ kgr), τὸ δὲ βάρος μετρεῖται εἰς gr* (ἢ kgr*).

Μονάδες μάζης καὶ βάρους

Μᾶζα	Βάρος
1 γραμμάριον μάζης 1 gr	1 γραμμάριον βάρους 1 gr*
1 χιλιόγραμμον μάζης 1 kgr = 10^3 gr	1 χιλιόγραμμον βάρους 1 kgr* = 10^3 gr*
1 τόννος μάζης 1 tn = 10^3 kgr	1 τόννος βάρους 1 tn* = 10^3 kgr*

14. Μέτρησις τῶν μαζῶν. — Εἰς τὸν αὐτὸν τόπον δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν **ἴσα βάρη**, ἔχουν καὶ **ἴσας μάζας**. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησις τῶν μαζῶν. Μὲ τὸν κοινὸν ζυγὸν συγκρίνομεν τὴν ἄγνωστον μᾶζαν m ἑνὸς σώματος Σ πρὸς τὴν γνωστὴν μᾶζαν ὡρισμένων σωμάτων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν σταθμά. Ὅταν εὕρωμεν διὰ τοῦ ζυγοῦ, ὅτι ἡ ἄγνωστος μᾶζα τοῦ σώματος Σ καὶ ἡ γνωστὴ μᾶζα τῶν σταθμῶν ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος, συμπεραίνομεν ὅτι αἱ δύο αὐταὶ μᾶζαι εἶναι ἴσαι.

15. Εἰδικὸν βάρος καὶ πυκνότης. — Ὅταν ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος εἶναι ὁμοιομόρφως διανενημένη εἰς τὸν χῶρον, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει τὸ σῶμα, τότε τὸ σῶμα λέγεται **ὁμογενές**. Εἰς ἓν τοιοῦτον σῶμα τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου, ἔχει σταθερὰν τιμὴν καὶ εὑρίσκεται, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸ βάρος τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του. Τὸ σταθερὸν τοῦτο πηλίκον εἶναι μέγεθος χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ σῶμα καὶ καλεῖται **εἰδικὸν βάρος** τοῦ σώματος. Συνήθως τὸ εἰδικὸν βάρος μετρεῖται εἰς γραμμάρια βάρους κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr*/cm^3).

I. Εἰδικὸν βάρος σώματος εἶναι τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος.

$$\boxed{\text{εἰδικὸν βάρος} = \frac{\text{βάρος}}{\text{ὄγκος}} \qquad \rho = \frac{B}{V}}$$

Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς. Ἄρα καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος εἶναι μέγεθος μεταβλητόν. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὅμως εἶναι ἀνάγκη νὰ χαρακτηρίζωμεν τὸ σῶμα μὲ ἓν ἀμετάβλητον μέγεθος. Τοιοῦτον μέγεθος εἶναι ἡ **πυκνότης** (ἡ ειδικὴ μᾶζα) τοῦ σώματος, ἡ ὁποία φανερώνει τὴν μᾶζαν, ἡ ὁποία περιέχεται εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος. Ἡ πυκνότης μετρεῖται εἰς γραμμάρια μάζης κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr/cm^3).

II. Πυκνότης ὁμογενοῦς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς μάζης τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του.

$$\boxed{\text{πυκνότης} = \frac{\text{μᾶζα}}{\text{ὄγκος}} = \frac{m}{V}}$$

Τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης ἑνὸς σώματος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, ὅταν τὸ μὲν εἰδικὸν βάρος ἐκφράζεται εἰς gr^*/cm ἡ δὲ πυκνότης εἰς gr/cm^3 (§ 13). Ἀλλὰ τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ ποσά, τὰ ὁποῖα διαφέρουν μεταξύ των ὅσον διαφέρει τὸ βάρος ἀπὸ τὴν μᾶζαν.

Παράδειγμα. Σῶμα ἔχει βάρος $B = 200\ gr^*$ καὶ ὄγκον $V = 40\ cm^3$. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος εἶναι : $\rho = 200/40 = 5\ gr^*/cm^3$. Τὸ σῶμα τοῦτο ἔχει μᾶζαν $m = 200\ gr$. Ἑπομένως ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι : $d = 200/40 = 5\ gr/cm^3$.

16. Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S.— Τὰ φυσικὰ μεγέθη εἶναι πολλά. Διὰ νὰ ἁπλοποιήσωμεν τὴν μέτρησιν αὐτῶν θεωροῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς **θεμελιώδη** φυσικὰ μεγέθη τὸ **μῆκος**, τὴν **μᾶζαν** καὶ τὸν **χρόνον**. Τὰ μεγέθη ταῦτα τὰ μετροῦμεν πάντοτε μὲ τὰς ἑξῆς μονάδας:

τὸ μῆκος εἰς ἑκατοστόμετρα (cm)
τὴν μᾶζαν εἰς γραμμάρια (gr)
τὸν χρόνον εἰς δευτερόλεπτα (sec)

Αἱ μονάδες αὐταὶ καλοῦνται **θεμελιώδεις μονάδες.** Αἱ μονάδες ὅλων τῶν ἄλλων φυσικῶν μεγεθῶν εὑρίσκονται ἔπειτα εὐκόλως δι' ἁπλῶν συλλογισμῶν καὶ καλοῦνται παράγωγοι μονάδες. Οὕτω δημιουργεῖται ἓν σύστημα μονάδων, τὸ ὁποῖον ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ γράμματα τῶν συμβόλων τῶν θεμελιωδῶν μονάδων καλεῖται **σύστημα μονάδων C.G.S.** Ὥστε:

Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ σύστημα μονάδων C.G.S., εἰς τὸ ὁποῖον θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ ἑκατοστόμετρον (1 cm), τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec).

Εἴδομεν (§ 13) ὅτι πρακτικαὶ μονάδες δυνάμεως εἶναι τὸ χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*). Εἰς ἄλλο κεφάλαιον θὰ γνωρίσωμεν ὅτι ὡς μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. λαμβάνεται ἡ **δύνη** (1 dyn), ἡ ὁποία καθορίζεται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις τῆς Μηχανικῆς. Θὰ εὕρωμεν δὲ ὅτι:

Μία δύνη ἰσοῦται μὲ τὸ $\frac{1}{981}$ τοῦ γραμμαρίου βάρους.

1 γραμμάριον βάρους = 981 δύναι	**1 gr* = 981 dyn**
1 χιλιόγραμμον βάρους = 981 000 δύναι	**1 kgr* = 981 000 dyn**

ΕΙΔΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

17. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικὰ μεγέθη.— Κατὰ τὴν σπουδὴν τῶν φυσικῶν φαινομένων παρουσιάζονται διάφορα **φυσικὰ μεγέθη**. Οὕτω τὸ μῆκος ἑνὸς σύρματος, ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος, ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι φυσικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα μετροῦνται μὲ καταλλήλους μονάδας. Τὰ ἀνωτέρω φυσικὰ μεγέθη καθορίζονται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμή των καὶ ἡ μονάς, μὲ τὴν ὁποίαν ἐμετρήθησαν. Εἶναι δηλαδὴ ἀρκετὸν νὰ εἴπωμεν ὅτι τὸ σύρμα ἔχει μῆκος 4 cm ἢ ὅτι τὸ σῶμα ἔχει μᾶζαν 37 gr.

Μονόμετρον καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμή του καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτοῦ.

Μονόμετρα φυσικὰ μεγέθη εἶναι ὁ χρόνος, ἡ μᾶζα, ἡ θερμοκρασία κ.ἄ.

Ὅταν ὅμως λέγωμεν ὅτι ἐπὶ τῆς τραπέζης ἐφαρμόζομεν δύναμιν ἴσην μὲ 5 kgr*, δὲν καθορίζομεν τελείως τὴν δύναμιν. Διὰ τὸν πλήρη καθορισμὸν τῆς δυνάμεως χρειάζονται, ἐκτὸς τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς καὶ τῆς μονάδος, καὶ δύο ἄλλα στοιχεῖα ἡ δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ς καὶ ἡ φ ο ρ ά, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐνεργεῖ ἡ δύναμις. Ἡ διεύθυνσις καθορίζει τὴν εὐθεῖαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται ἡ δύναμις, ἡ δὲ φορὰ καθορίζει κατὰ ποίαν φορὰν ἡ δύναμις τείνει νὰ σύρῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της.

Ἀ ν υ σ μ α τ ι κ ὸ ν καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμή του, καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτοῦ, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ αὐτοῦ.

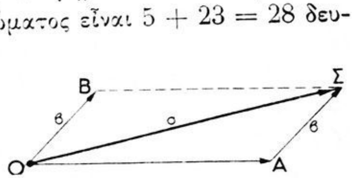
Ἀνυσματικὰ μεγέθη εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις κ.ἄ.

Ὥστε τὰ φυσικὰ μεγέθη διαιροῦνται εἰς μ ο ν ό μ ε τ ρ α καὶ ἀ ν υ σ μ α τ ι κ ά.

18. Γραφικὴ παράστασις ἀνυσματικοῦ μεγέθους. — Ἓν ἀνυσματικὸν μέγεθος, π.χ. ἡ δύναμις, παρίσταται γραφικῶς διὰ τμήματος εὐθείας, τὸ ὁποῖον λέγεται ἄ ν υ σ μ α (σχ. 1). Τὸ μῆκος τοῦ ἀνύσματος, ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, φανερώνει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους, ἡ δὲ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ τοῦ ἀνύσματος φανερώνουν τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φορὰν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ ἀνύσματος σημειώνεται αἰχμὴ βέλους, ἡ ὁποία φανερώνει τὴν φορὰν τοῦ ἀνύσματος.

Σχ. 1. Ἄνυσμα.

19. Πρόσθεσις ἀνυσματικῶν μεγεθῶν. — Ὅταν ἔχωμεν νὰ προσθέσωμεν δύο μονόμετρα μεγέθη, τότε τὸ ἄθροισμα αὐτῶν ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν των. Οὕτως, ἂν σῶμα κινηθῇ ἐπὶ 5 δευτερόλεπτα καὶ ἔπειτα κινηθῇ ἐπὶ 23 δευτερόλεπτα, τότε ὁ ὅλος χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι $5 + 23 = 28$ δευτερόλεπτα. Γενικῶς ἐπὶ τῶν μονομέτρων μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἀ λ γ ε β ρ ι κ ο ῦ λογισμοῦ. Ἀντιθέτωςἐπὶ τῶν ἀνυσματικῶν μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἀ ν υ σ μ α τ ι κ ο ῦ λογισμοῦ.



Σχ. 2. Πρόσθεσις δύο ἀνυσμάτων.

Ἂς ἴδωμεν πῶς προσθέτομεν δύο ἀνύσματα α καὶ β, τὰ ὁποῖα ἔχουν κοινὴν ἀρχὴν τὸ σημεῖον Ο (σχ. 2). Ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ ἑνὸς ἀνύσματος π.χ. τοῦ α φέρομεν ἄνυσμα ΑΣ παράλληλον καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἄνυσμα β. Τὸ ἄνυσμα ΟΣ καλεῖται **γεωμετρικὸν ἄθροισμα** ἢ **συνισταμένη** τῶν ἀνυσμάτων α καὶ β. Τὰ ἀνύσματα α καὶ β καλοῦνται τότε **συνιστῶσαι** τοῦ ἀνύσματος σ. Ἂν ἐκτελέσωμεν τὴν πρόσθεσιν τῶν δύο ἀνυσμάτων α καὶ β, φέροντες ἀπὸ τὸ ἄκρον τοῦ ἀνύσματος β ἄνυσμα παράλληλον καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἄνυσμα α, θὰ εὕρωμεν τὸ αὐτὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα ΟΣ· διότι τὸ σχηματιζόμενον τετράπλευρον ΟΑΣΒ εἶναι παραλληλόγραμμον. Ἄρα:

Τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα δύο ἀνυσμάτων, τὰ ὁποῖα ἔχουν κοινὴν ἀρχήν, εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλλογράμμου, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς πλευρὰς τὰ δοθέντα ἀνύσματα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς mm τὰ ἑξῆς μήκη: 7 cm, 14,2 cm καὶ 1,07 m.

2. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm τὰ ἑξῆς μήκη: 2,04 m, 3,4 km, 300 000 km.

3. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm² τὰ ἑξῆς ἐμβαδὰ ἐπιφανειῶν: 4 mm², 1,07 m².

4. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς cm³ οἱ ἑξῆς ὄγκοι: 87 mm³, 6 dm³, 3,2 m³.

5. Νὰ ἐκφρασθοῦν εἰς ἀκτίνια αἱ ἑξῆς γωνίαι: 1°, 18°, 60°, 120°, 135°, 30′.

6. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς gr ἡ μᾶζα σώματος ἔχοντος βάρος 2,17 kgr ἢ 0,06 kgr*.*

7. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς dyn τὸ βάρος σώματος 600 gr ἢ 1,5 kgr*.*

8. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι $\varrho = 13{,}6\ gr^*/cm^3$. Πόσον εἶναι εἰς kgr τὸ βάρος 1,4 dm.³ ὑδραργύρου;*

9. Σῶμα ἔχει μᾶζαν 6,2 kgr. Πόσον εἶναι εἰς gr καὶ dyn τὸ βάρος τοῦ σώματος;*

10. Πόσον εἶναι εἰς kgr καὶ εἰς gr* τὸ βάρος 1 m³ ὕδατος, ἂν ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι 1 gr/cm³.*

11. Σῶμα ἔχει βάρος 2,5 tn. Νὰ ἐκφρασθῇ τὸ βάρος του εἰς kgr*, gr* καὶ dyn. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἰς kgr καὶ gr;*

12. Σῶμα ἔχει βάρος 88 gr καὶ ὄγκον 10 cm³. Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος.*

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

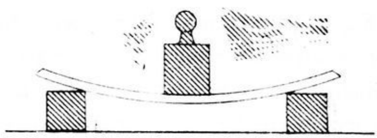
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ

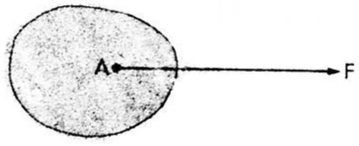
20. Θέμα τῆς Μηχανικῆς. — Τὰ σώματα τίθενται εἰς κίνησιν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ὡρισμένων αἰτίων. Καλεῖται **Μηχανικὴ** τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς κινήσεις τῶν σωμάτων καὶ τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν αὐτάς. Ἡ Μηχανικὴ ἐξετάζει ἐπίσης ὑπὸ ποίας συνθήκας δύνανται τὰ σώματα νὰ ἰσορροποῦν. Ὥστε ἡ Μηχανικὴ ἐξετάζει γενικῶς τὴν ἰσορροπίαν καὶ τὴν κίνησιν τῶν σωμάτων.

21. Ὁρισμὸς τῆς δυνάμεως — Ὅταν μετάλλινον ἔλασμα κάμπτεται ἢ σπειροειδὲς ἐλατήριον ἐκτείνεται, τότε τὰ σώματα αὐτὰ παραμορφώνονται· τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν καλεῖται **δύναμις.** Ὅταν ἠρεμοῦν σῶμα τίθεται εἰς κίνησιν ἢ κινούμενον σῶμα σταματᾷ ἢ καὶ



Σχ. 3. Τὸ βάρος τοῦ σώματος προκαλεῖ παραμόρφωσιν τοῦ ἐλάσματος.

ἀλλάσση διεύθυνσιν, τότε λέγομεν ὅτι μεταβάλλεται ἡ κινητικὴ κατάστασις τοῦ σώματος· τὸ αἴτιον τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως καλεῖται **δύναμις.** Ὥστε ἡ δύναμις ἐπιφέρει δύο ἀποτελέσματα : τὴν π α ρ α μ ό ρ φ ω σ ι ν ἑνὸς σώματος ἢ τὴν μ ε τ α-β ο λ ὴ ν τ ῆ ς κ ι ν η τ ι κ ῆ ς κ α τ α σ τ ά σ ε ω ς ἑνὸς σ ώ μ α-τ ο ς. Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν ἄλλων σωμάτων (σχ. 3) καὶ συνεπῶς τὸ βάρος εἶναι δύναμις. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας τὰς γνωστὰς μονάδας βάρους, δηλαδὴ τὸ χιλιόγραμμον βάρους, τὸ γραμμάριον βάρους καὶ τὴν μονάδα δυνάμεως C.G.S., τὴν δύνην. 'Η δύναμις εἶναι μέγεθος ἀνυσματικὸν καὶ παρίσταται γραφικῶς μὲ ἄνυσμα (σχ. 4.). 'Η ἀρχὴ τοῦ ἀνύσματος δεικνύει τὸ σ η μ ε ῖ ο ν ἐ φ α ρ μ ο γ ῆ ς τῆς δυνάμεως, δηλαδὴ τὸ σημεῖον τοῦ σώματος, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις. 'Η διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ τοῦ ἀνύσματος δεικνύουν τὴν δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ν καὶ τὴν φ ο ρ ὰ ν τῆς δυνάμεως, τὸ δὲ μῆκος τοῦ ἀνύσματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία καλεῖται ἔ ν τ α σ ι ς τῆς δυνάμεως. 'Εκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται τὰ ἑξῆς:



Σχ. 4. 'Η δύναμις F ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον A τοῦ σώματος.

I. Δυνάμεις καλοῦνται τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν παραμορφώσεις τῶν σωμάτων ἢ μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως αὐτῶν.

II. 'Η δύναμις προσδιορίζεται ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, τὴν διεύθυνσιν, τὴν φορὰν καὶ τὴν ἔντασιν.

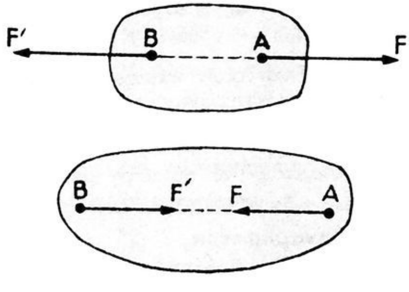
22. Ὑλικὰ σημεῖα καὶ ὑλικὰ σώματα.— Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποπίπτουν εἰς τὰς αἰσθήσεις μας, ἔχουν πάντοτε διαστάσεις. Εἰς πολλὰς ὅμως περιπτώσεις, διὰ νὰ ἁπλοποιήσωμεν τὴν ἔρευναν τῶν φαινομένων, ὑποθέτομεν ὅτι τὰ σώματα εἶναι τόσον πολὺ μικρὰ ἐν σχέσει μὲ τὰ ἄλλα μήκη, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὰς μετρήσεις μας, ὥστε δυνάμεθα νὰ μὴ λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις τῶν σωμάτων. Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποθέτομεν ὅτι δ ὲ ν ἔ χ ο υ ν δ ι α σ τ ά σ ε ι ς, καλοῦνται **ὑλικὰ σημεῖα**. Οὕτως εἰς πολλὰ ἀστρονομικὰ προβλήματα ὁ πλανήτης μας θεωρεῖται ὡς ὑλικὸν σημεῖον. Ἕκαστον σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔ χ ε ι ὡ ρ ι σ μ έ ν α ς διαστάσεις, θεωρεῖται ὡς ἄθροισμα πολλῶν ὑλικῶν σημείων. Τὰ τοιαῦτα σώματα καλοῦνται **ὑλικὰ σώματα** ἢ καὶ ἁπλῶς **σώματα.**

23. Ἰσορροπία δύο δυνάμεων.— Ἐὰν μία δύναμις F ἐνεργῇ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου Α, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ κινηθῇ ἐλευθέρως, τότε ἡ δύναμις F θὰ κινήσῃ τὸ σημεῖον Α κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Διὰ νὰ μὴ κινηθῇ τὸ ὑλικὸν σημεῖον, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου Α μία τουλάχιστον ἄλλη δύναμις F', ἡ ὁποία νὰ ἐξουδετερώσῃ τὸ ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἡ δύναμις F. Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἰσορροποῦν . Εἶναι φανερὸν (σχ. 5) ὅτι :

Σχ. 5. Ἰσορροπία δύο δυνάμεων.

Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις, ἐφηρμοσμέναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Εἶναι δυνατὸν αἱ δύο δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν, καὶ ἂν ἐφαρμόζωνται εἰς δύο διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς στερεοῦ σώματος (σχ. 6). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι ἐπίσης φανερὸν ὅτι:

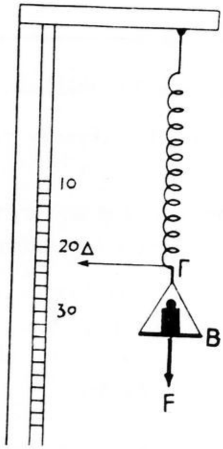


Σχ. 6. Ἰσορροπία δύο δυνάμεων.

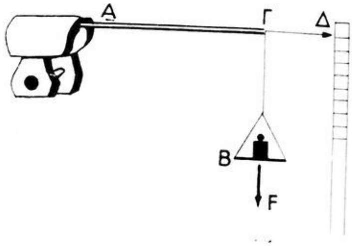
Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς δύο σημεῖα στερεοῦ σώματος, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι καὶ νὰ ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας.

Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω συνθήκην ἰσορροπίας δύο δυνάμεων προκύπτει καὶ ὁ ὁρισμὸς τῆς ἰσότητος δύο δυνάμεων. Οὕτω λέγομεν ὅτι δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι, ὅταν ἐνεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου ἰσορροποῦν ,ἤτοι δὲν ἐπιφέρουν καμμίαν μεταβολὴν εἰς τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

24. Στατικὴ μέτρησις τῶν δυνάμεων. — Διάφορα στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων ὑφίστανται **ἐλαστικὰς** παραμορφώσεις, δηλ. παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι ἐξαφανίζονται μόλις παύσουν νὰ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις. Τοιαῦται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις εἶναι ἡ ἐπιμήκυνσις ἢ ἐπιβράχυνσις ἑνὸς σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἀπὸ σύρμα χάλυβος (σχ. 7); ἡ κάμψις μιᾶς ῥάβδου χάλυβος ἢ ἡ **στρέψις** ἑνὸς σώματος (σχ. 8). Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι: Ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία τὴν προκαλεῖ.



Σχ. 7. Ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν.

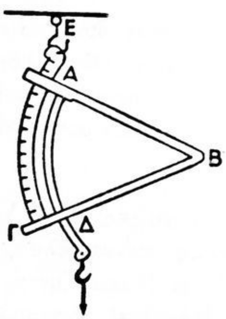


Σχ. 8. Ἡ κάμψις τῆς ράβδου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἄκρον Γ.

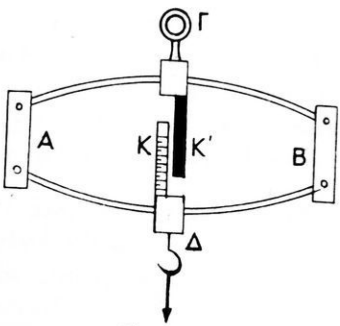
'Εκ τῶν ἐλαστικῶν παραμορφώσεων, τὰ ὁποίας προκαλοῦν διάφοροι δυνάμεις ἐπὶ ἑνὸς σώματος, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὰς δυνάμεις. Ἡ τοιαύτη μέτρησις τῶν δυνάμεων καλεῖται **στατικὴ μέτρησις τῶν δυνάμεων** καὶ γίνεται μὲ εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **δυναμόμετρα.**

25. Δυναμόμετρα. — Τὸ **δυναμόμετρον** ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποίου αἱ παροδικαὶ παραμορφώσεις χρη-

Σχ. 9.



Σχ. 10.



Σχ. 11.

Διάφοροι τύποι δυναμομέτρων

σιμεύουν διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων. Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι δυναμομέτρων. Τὸ σχῆμα 9 παριστᾷ σύνηθες δυναμόμετρον μὲ σπειροειδὲς ἐλατήριον (κανταράκι). Τὸ σχῆμα 10 παριστᾷ ἄλλην μορφὴν δυναμομέτρου. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ χαλύβδινον ἔλασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει καμφθῇ εἰς σχῆμα γωνίας. Εἰς τὴν βιομηχανίαν διὰ τὴν μέτρησιν δυνάμεων μεγάλης ἐντάσεως χρησιμοποιεῖται εἰδικὸν δυναμόμετρον (σχ. 11), εἰς τὸ ὁποῖον τὰ ἄκρα δύο χαλυβδίνων τόξων ἀρθρώνονται εἰς δύο μεταλλικὰς πλάκας Α καὶ Β. Ὅταν εἰς τὸ Δ ἐφαρμόσωμεν μίαν δύναμιν ἐπέρχεται σχετικὴ ἀπομάκρυνσις τῶν δύο τόξων καὶ ὁ δείκτης Κ' μετακινεῖται κατὰ μῆκος τῆς κλίμακος Κ.

ἰσοδυνάμων

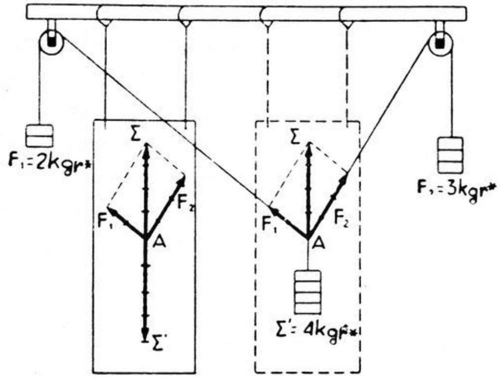
ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

I. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΠΙ ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

26. Ὁρισμός. — Καλεῖται **σύνθεσις** δυνάμεων ἡ ἀντικατάστασις δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων, διὰ μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἡ ὁποία φέρει τὰ ἴδια μηχανικὰ ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα φέρουν καὶ αἱ δοθεῖσαι δυνάμεις. Ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἀντικαθιστᾷ τὰς δύο ἢ περισσοτέρας δυνάμεις, καλεῖται **συνισταμένη**, αἱ δὲ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντικαθίστανται, καλοῦνται **συνιστῶσαι.**

27. Σύνθεσις δύο δυνάμεων. — Πειραματικῶς ἐξετάζομεν τὴν σύνθεσιν δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, διὰ τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 12. Ἐπὶ ἑνὸς σημείου Α ἐνεργοῦν αἱ δύο ἄνισοι δυνάμεις $F_1 = 2$ kgr* καὶ $F_2 = 3$ kgr*. Παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἀκίνητον τὸ σημεῖον Α, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ Α τὴν δύναμιν $\Sigma' = 4$ kgr*. Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι ἡ δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Ἐπομένως, ἡ δύναμις Σ' εἶναι ἴ σ η καὶ ἀ ν τ ί θ ε τ ο ς πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Ἐπὶ ἑνὸς κατακορύφου φύλλου χάρτου σημειώνομεν τὰς διευθύνσεις τῶν τριῶν νημάτων, κατὰ μῆκος τῶν ὁποίων ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1, F_2 καὶ Σ'. Ἐπὶ τῶν τριῶν εὐθειῶν λαμβάνομεν μήκη ἀριθμητικῶς ἴσα πρὸς τὰς ἐντάσεις τῶν τριῶν δυνάμεων F_1, F_2 καὶ Σ'. Παρατηροῦμεν τότε ὅτι ἡ διαγώνιος ΑΣ τοῦ παραλληλογράμου, τὸ ὁποῖον ὁρίζουν αἱ εὐθεῖαι AF_1 καὶ AF_2 εἶναι ἴση μὲ τὴν εὐθεῖαν ΑΣ'.

Τὸ αὐτὸ συμβαίνει οἱαιδήποτε καὶ ἂν εἶναι αἱ ἐντάσεις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2.



Σχ. 12. Σύνθεσις δύο δυνάμεων.

'Από τὸ πείραμα τοῦτο συνάγομεν τὸν ἀκόλουθον **νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων.**

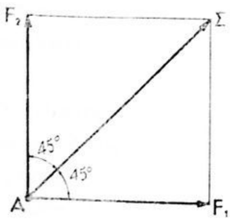
Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, παρίσταται κατὰ μέγεθος καὶ διεύθυνσιν μὲ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον σχηματίζουν αἱ δύο δυνάμεις, ἤτοι εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. 'Επὶ ἑνὸς σημείου Α ἐνεργοῦν δύο ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 =$ 10 kgr*, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι μεταξύ των (σχ. 13). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ σχηματιζομένου τετραγώνου. 'Επομένως ἔχομεν :

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_1^2} = \sqrt{2F_1^2} = F_1\sqrt{2}$$

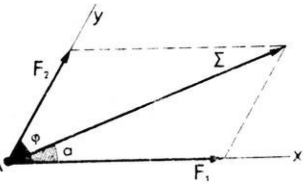
$$\Sigma = 10 \times 1{,}41 = 14{,}1 \text{ kgr*}.$$

Ἡ συνισταμένη Σ σχηματίζει εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν γωνίας 45^0 μὲ τὰς διευθύνσεις τῶν δύο συνιστωσῶν, διότι ἡ ΑΣ εἶναι διχοτόμος τῆς γωνίας F_1AF_2.

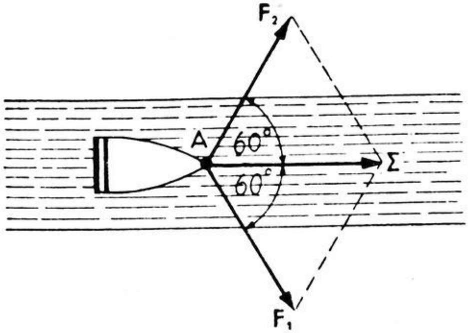


Σχ. 13. Σύνθεσις δύο ἴσων καθέτων δυνάμεων.

28. Ἔντασις καὶ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης. — Δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου σχηματίζουσαι γωνίαν φ (σχ. 14). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εὑρίσκεται γραφικῶς, ἂν κατασκευασθῇ τὸ παραλληλόγραμμον τῶν δύο δυνάμεων. 'Αλλὰ διὰ νὰ ὁρισθῇ τελείως ἡ συνισταμένη Σ, πρέπει νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμή της καὶ ἡ διεύθυνσίς της, πρέπει δηλαδὴ νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος τῆς διαγωνίου Σ καὶ μία ἐκ τῶν γωνιῶν, τὰς ὁποίας σχηματίζει ἡ Σ μὲ τὰς πλευρὰς τοῦ παραλληλογράμμου. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἐ ν τ ά σ ε ω ς καὶ τῆς δ ι ε υ θ ύ ν σ ε ω ς τῆς συνισταμένης Σ εἶναι καθαρῶς γεωμετρικὸν πρόβλημα. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ὁ ὑπολογισμὸς οὗτος εἶναι εὔκολος. Οὕτω π.χ. μία λέμβος σύρεται ἐντὸς ποταμοῦ διὰ δύο σχοινίων ἀπὸ δύο ἐργάτας εὑρισκομένους εἰς τὰς ὄχθας τοῦ ποταμοῦ. Ἕκαστος ἐργάτης καταβάλλει δύναμιν 40 kgr*, τὰ δὲ δύο σχοινία σχηματίζουν γωνίαν 120^0 (σχ. 15). Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων εἶναι ρόμβος, τὰ δὲ σχηματιζόμενα τρίγωνα εἶναι ἰσόπλευρα. Ἄρα ἡ συνισταμένη Σ ἔχει ἔντασιν 40 kgr*, ἡ δὲ διεύθυνσις αὐτῆς διχοτομεῖ τὴν γωνίαν, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Ἡ λέμβος κινεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς διχοτόμου τῆς γωνίας τῶν δύο σχοινίων καὶ σύρεται ἀπὸ δύναμιν 40 kgr*.

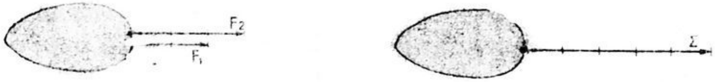


Σχ. 14. Εὕρεσις τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων.



Σχ. 15. Σύνθεσις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

29. Μερικὴ περίπτωσις.— Σύνθεσις δύο δυνάμεων τῆς αὐτῆς διευθύνσεως. Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐ ν ε ρ γ ο ῦ ν ἐ π ὶ τ ῆ ς α ὐ τ ῆ ς ε ὐ θ ε ί α ς καὶ ἔ χ ο υ ν τ ὴ ν α ὐ τ ὴ ν φ ο ρ ά ν, τότε ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν ἴσην μὲ τὸ ἄ θ ρ ο ι σ μ α τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστωσῶν καὶ διεύθυνσιν τὴν κοινὴν διεύθυνσιν αὐτῶν (σχ. 16). Οὕτως, ἐὰν εἶναι $F_1 = 200$ gr* καὶ $F_2 = 300$ gr*,



Σχ. 16. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φοράν.

ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν $\Sigma = F_1 + F_2 = 200 + 300 = 500$ gr*.

'Εὰν δύο δυνάμεις $F_1 = 300$ gr* καὶ $F_2 = 200$ gr* ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἔχουν ἀντίθετον φοράν,

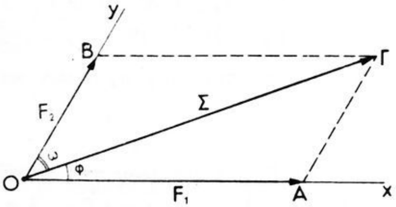
Σχ. 17. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντίθετον φοράν.

τότε ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν ἴσην μὲ τὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστωσῶν καὶ φορὰν τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας συνιστώσης (σχ. 17). Οὕτως εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ συνισταμένη ἔχει ἔντασιν $\Sigma = F_1 - F_2 = 300 - 200 = 100$ gr*.

'Εὰν θεωρήσωμεν ὡς θετικὴν τὴν μίαν φορὰν καὶ ὡς ἀρνητικὴν τὴν ἀντίθετον, τότε ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, εἶναι ἴση μὲ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

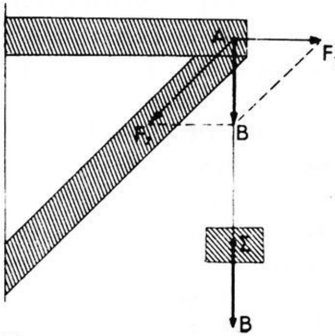
30. 'Ανάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας. — Μία δύναμις Σ, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου, δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ ἀπὸ δύο ἄλλας δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι ἔχουν ὡς συνισταμένην τὴν δοθεῖσαν δύναμιν Σ. Ἡ τοιαύτη ἀντικατάστασις, ἡ ὁποία δὲν μεταβάλλει τὴν μηχανικὴν κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου, καλεῖται **ἀνάλυσις** τῆς δυνάμεως Σ εἰς δύο συνιστώσας. Ἡ ἀνάλυσις μιᾶς δυνάμεως στηρίζεται εἰς τὸν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Διὰ νὰ ἀναλύσωμεν τὴν δύναμιν Σ (σχ. 18) εἰς δύο συνιστώσας, αἱ ὁποῖαι νὰ ἐνεργοῦν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν εὐθειῶν Οx καὶ Οy, κατασκευάζομεν τὸ παραλληλόγραμμον ΟΑΓΒ, τοῦ ὁποίου διαγώνιος εἶναι ἡ Σ. Ἄρα τὰ δύο ἀνύσματα ΟΑ καὶ ΟΒ παριστοῦν τὰς δύο συνιστώσας τῆς δυνάμεως Σ. Γεωμετρικῶς ἡ ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο



Σχ. 18. 'Ανάλυσις τῆς δυνάμεως Σ εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2.

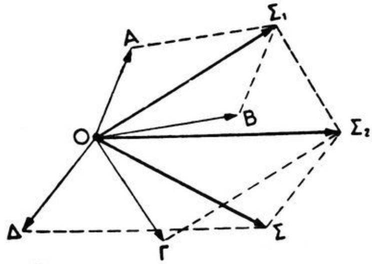
συνιστώσας ἀνάγεται πάντοτε εἰς τὸ ἑξῆς πρόβλημα: νὰ κατασκευασθῇ τρίγωνον ΟΑΓ, ὅταν δίδωνται ὡρισμένα στοιχεῖα του.

Παράδειγμα ἀναλύσεως μιᾶς δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας δεικνύει τὸ σχῆμα 19. Τὸ βάρος Β τοῦ σώματος ἐνεργεῖ διὰ τοῦ σχοινίου ἐπὶ τοῦ σημείου Α τῆς ὁριζοντίας δοκοῦ. Ἡ δύναμις αὐτὴ Β ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι ἐξουδετερώνονται ἀπὸ τὰς ἀντιδράσεις τῶν δύο δοκῶν.

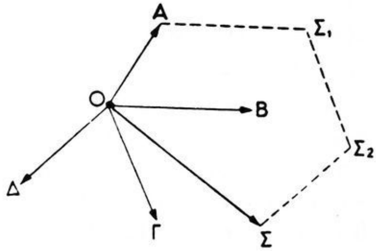


Σχ. 19. Τὸ βάρος Β ἀναλύεται εἰς τὰς συνιστώσας F_1 καὶ F_2.

31. Σύνθεσις ὁσωνδήποτε δυνάμεων.— Ἔστω ὅτι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐνεργοῦν ὁσαιδήποτε δυνάμεις π.χ. αἱ Α, Β, Γ, Δ, αἱ ὁποῖαι ἔχουν διαφόρους διευθύνσεις (σχ. 20). Ἐφαρμόζοντες τὸν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου, εὑρίσκομεν τὴν συνισταμένην αὐτῶν ὡς



Σχ. 20. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων.



Σχ. 21. Ἡ συνισταμένη Σ κλείει τὸ πολύγωνον τῶν δυνάμεων $ΟΑΣ_1Σ_2Σ$.

ἑξῆς: Συνθέτομεν κατ' ἀρχὰς δύο δυνάμεις π.χ. τὰς Α καὶ Β καὶ εὑρίσκομεν τὴν συνισταμένην των $Σ_1$. Οὕτω τὸ σύστημα τῶν τ ε σ σ ά ρ ω ν δυνάμεων ἀνάγεται εἰς σύστημα τ ρ ι ῶ ν δυνάμεων $Σ_1$, Γ, Δ. Τὸ νέον τοῦτο σύστημα ἀνάγεται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εἰς σύστημα δ ύ ο δυνάμεων, τὸ ὁποῖον τελικῶς ἀνάγεται εἰς μ ί α ν μόνην δύναμιν. Ἡ δύναμις αὐτὴ εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν τεσσάρων δυνάμεων. Ὥστε:

Ἡ συνισταμένη ὁσωνδήποτε δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

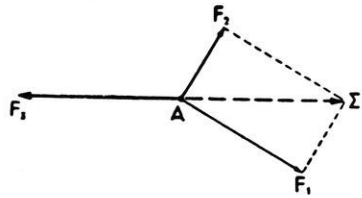
'Επειδὴ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα εἶναι ἀνεξάρτητον ἀπὸ τὴν σειράν, κατὰ τὴν ὁποίαν λαμβάνονται οἱ προσθετέοι, συνάγεται ὅτι ἡ συνισταμένη εἶναι ἐντελῶς ὡρισμένη (σχ. 21).

32. 'Ισορροπία ὑλικοῦ σημείου.— Λέγομεν ὅτι ἓν ὑλικὸν σημεῖον εἶναι ἐ λ ε ύ θ ε ρ ο ν, ὅταν τὸ σημεῖον τοῦτο δύναται νὰ μετακινηθῇ ἀπὸ τὴν ἀρχικήν του θέσιν πρὸς οἱανδήποτε διεύθυνσιν. Εἶναι φανερὸν ὅτι, ἂν ἐπὶ ἑνὸς ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου Α ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις, τὸ σημεῖον Α ἠρεμεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο ὅμως συμβαίνει, μόνον ὅταν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι (σχ. 22). Ὥστε:

Σχ. 22. 'Ισορροπία ὑλικοῦ σημείου.

'Ελεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δύο δυνάμεων, ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

'Εὰν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο συμβαίνει, ἐὰν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1, F_2, F_3 (σχ. 23) εὑρίσκωνται ἐ π ὶ τ ο ῦ α ὐ τ ο ῦ ἐ π ι π έ δ ο υ καὶ ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴ σ η κ α ὶ ἀ ν τ ί θ ε τ ο ς πρὸς τὴν F_3. Πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τοῦ συμπεράσματος τούτου ἔχομεν εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 12. Ὥστε:



Σχ. 23. 'Ισορροπία ὑλικοῦ σημείου.

'Ελεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τριῶν δυνάμεων, ἐὰν αἱ τρεῖς δυνάμεις εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἑκάστη ἐξ αὐτῶν εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων.

Τέλος, ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις, εἶναι προφανὲς ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

13. Νὰ εὑρεθῇ εἰς τὰς κάτωθι περιπτώσεις ἡ συνισταμένη δύο ἴσων δυνάμεων $F_1 = F_2 = 8\ kgr^*$, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς: α) Αἱ δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φοράν. β) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 60^0. γ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 90^0. δ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 120^0. ε) Αἱ δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον φοράν.

14. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη τεσσάρων δυνάμεων $F_1 = 1\ kgr^*$, $F_2 = 2\ kgr^*$, $F_3 = 3\ kgr^*$, $F_4 = 4\ kgr^*$, αἱ ὁποῖαι εἶναι ὁμοεπίπεδοι, ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ σχηματίζουν μεταξύ των ἀνὰ δύο γωνίαν 90^0.

15. Τρεῖς ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 = F_3 = 5\ kgr^*$ εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἔχουν κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς. Αἱ F_1 καὶ F_3 εὑρίσκονται ἑκατέρωθεν τῆς F_2 καὶ σχηματίζουν μὲ αὐτὴν γωνίας 60^0. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων.

16. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 13\ kgr^*$ εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 καθέτους μεταξύ των, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ F_1 νὰ εἶναι ἴση μὲ $5\ kgr^*$.

17. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 6\ kgr^*$ εἰς δύο ἴσας συνιστώσας, τῶν ὁποίων αἱ διευθύνσεις νὰ σχηματίζουν γωνίαν 30^0 μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς F.

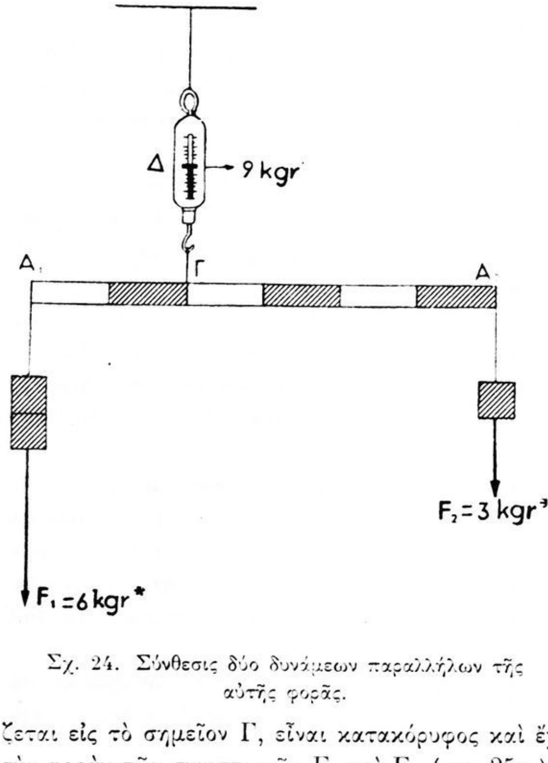
18. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον νήματος ΟΑ ἐξαρτᾶται σῶμα βάρους $4\ kgr^*$. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἔντασις τῆς ὁριζοντίας δυνάμεως, τὴν ὁποίαν θὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ σημεῖον Α, ὥστε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ συστήματος τὸ νῆμα νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 45^0 μὲ τὴν κατακόρυφον, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ Ο; Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος; Τὸ βάρος τοῦ νήματος εἶναι ἀσήμαντον.

19. Ἓν σῶμα βάρους $1000\ kgr^*$ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ὀροφὴν μὲ δύο σχοινία, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν μὲ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον γωνίαν 45^0. Νὰ εὑρεθῇ ἡ τάσις ἑκάστου σχοινίου.

20. Μία μεταλλικὴ ὀρθογώνιος πλὰξ ἔχει βάρος $6\ kgr^*$. Ἡ πλὰξ ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἓν ἄγκιστρον μὲ τὴν βοήθειαν νήματος, τοῦ ὁποίου τὰ δύο ἄκρα στερεώνονται εἰς τὰς δύο ἀνωτέρας κορυφὰς τῆς πλακός. Τὰ δύο τμήματα τοῦ νήματος σχηματίζουν μὲ τὴν ἀνωτέραν ὁριζόντιαν πλευρὰν τῆς πλακὸς γωνίαν 45^0. Πόση ἡ εἶναι τάσις ἑκάστου τμήματος τοῦ νήματος;

II. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΗΜΕΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

33. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.— Λαμβάνομεν ξύλινον κανόνα πολὺ ἐλαφρόν. Τὸ βάρος τοῦ κανόνος εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὰ δύο βάρη F_1 καὶ F_2, τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζομεν εἰς τὰ ἄκρα του A_1 καὶ A_2 (σχ. 24). Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 εἶναι π α ρ ά λ λ η λ ο ι καὶ τῆς α ὐ τ ῆ ς φ ο ρ ᾶ ς. Ὁ κανὼν ἐξαρτᾶται ἀπὸ δυναμόμετρον Δ. Μετακινοῦμεν τὸν δρομέα Γ, ἕως ὅτου ὁ κανὼν ἰσορροπήσῃ διατηρούμενος ὁριζόντιος. Ἐπὶ τοῦ κανόνος ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς κατακόρυφοι δυνάμεις F_1, F_2 καὶ Σ′ (σχ. 25). Ἐπειδὴ δὲ ὁ κανὼν ἰσορροπεῖ, ἕπεται ὅτι ἡ δύναμις Σ′ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Ὥστε ἡ συνισταμένη Σ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Γ, εἶναι κατακόρυφος καὶ ἔχει τὴν ἰδίαν φορὰν μὲ τὴν φορὰν τῶν συνιστωσῶν F_1 καὶ F_2 (σχ. 25α). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔντασις τῆς Σ′ εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Ἄρα εἶναι $\Sigma = F_1 + F_2$. Ἐὰν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις $ΓA_1$ καὶ $ΓA_2$ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης ἀπὸ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς A_1 καὶ A_2 τῶν δύο συνιστωσῶν, εὑρίσκομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις:

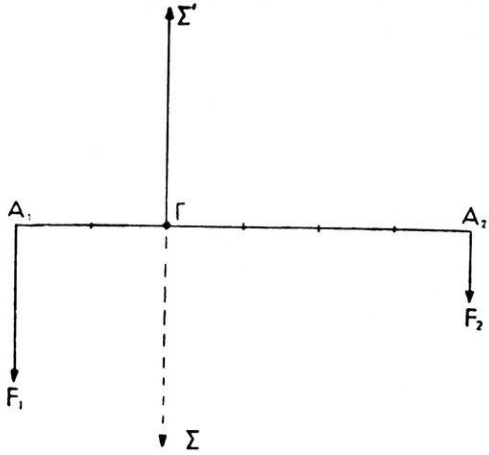


Σχ. 24. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.

$$\frac{ΓA_1}{ΓA_2} = \frac{F_2}{F_1}, \quad \text{ἤτοι} \quad F_1 \cdot ΓA_1 = F_2 \cdot ΓA_2$$

'Εκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος συνάγονται τὰ ἑξῆς συμπεράσματα:

'Η συνισταμένη δύο παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 τῆς αὐτῆς φορᾶς εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς συνιστώσας, καὶ ἔχει ἔντασιν ἴσην μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς της Γ διαιρεῖ τὴν εὐθείαν A_1A_2, ἡ ὁποία ἑνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς δυνάμεις.

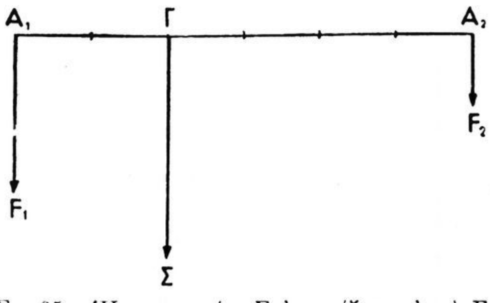


25. 'Η δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην Σ.

$$\text{συνισταμένη}: \ \Sigma = F_1 + F_2, \quad \frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

43. Ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα.— Πειραματικῶς εὕρομεν ὅτι διὰ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης τῶν δύο παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 25α) ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$F_1 \cdot \Gamma A_1 = F_2 \cdot \Gamma A_2$$

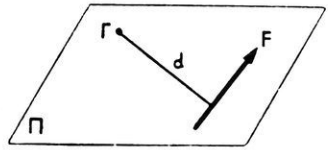


Σχ. 25α. 'Η συνισταμένη Σ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ Γ.

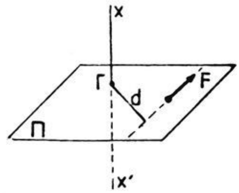
"Εκαστον τῶν γινομένων τούτων παριστᾷ ἓν νέον φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ διευκρινήσωμεν. "Εστω ὅτι μία δύναμις F εὑρίσκεται ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου Π (σχ. 26). "Ας θεωρήσωμεν ἓν σημεῖον Γ τοῦ ἐπιπέδου Π. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἰσχύει ὁ ἑξῆς ὁρισμός:

Καλεῖται ροπὴ τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς σημεῖον τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν αὐτῆς (d) ἀπὸ τὸ σημεῖον τοῦτο.

ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον: $\mathbf{M = F \cdot d}$



Σχ. 26. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον.



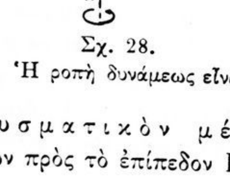
Σχ. 27. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα.

Ἄς θεωρήσωμεν ἄξονα xx' κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον Π (σχ. 27). Ὁ ἄξων τέμνει τὸ ἐπίπεδον εἰς τὸ σημεῖον Γ.

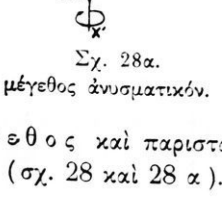
Καλεῖται ροπὴ τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως (F) ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν (d) τῆς δυνάμεως ἀπὸ τὸν ἄξονα.

ροπὴ δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα: $\mathbf{M = F \cdot d}$

Ἐὰν ἡ δύναμις F μετακινηθῇ ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ, ἡ ἀπόστασις d μένει ἀμετάβλητος καὶ συνεπῶς ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Γ ἢ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' δὲν μεταβάλλεται. Ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Γ ἢ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' εἶναι ἀνυσματικὸν μέγεθος καὶ παριστάνεται μὲ ἄνυσμα M κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον Π (σχ. 28 καὶ 28 α).



Σχ. 28.



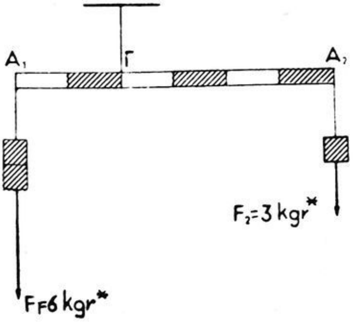
Σχ. 28α.

Ἡ ροπὴ δυνάμεως **εἶναι μέγεθος** ἀνυσματικόν.

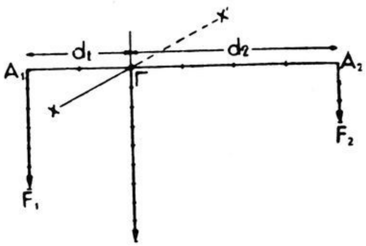
Ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται θ ε τ ι κ ή, ὅταν ἡ δύναμις F τείνῃ νὰ στρέψῃ τὸ ἐπίπεδον Π περὶ τὸ σημεῖον Γ ἢ περὶ τὸν ἄξονα xx' κατὰ φορὰν ἀντίθετον τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου (σχ. 28).

Ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται ἀ ρ ν η τ ι κ ή, ὅταν ἡ δύναμις τείνῃ νὰ προκαλέσῃ περιστροφὴν τοῦ ἐπιπέδου Π κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου (σχ. 28α).

35. Θεώρημα τῶν ροπῶν.— Ἂς ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν τῆς ἰσορροπίας τῆς ράβδου A_1A_2 (σχ. 29). Ἐὰν ἡ ράβδος δὲν ἰσορροπῇ, τότε ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς



Σχ. 29. Ἰσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα.



Σχ. 30. Ἰσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα.

δυνάμεως F_1 ἢ τῆς F_2, ἡ ράβδος θὰ στραφῇ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα xx' διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου Γ. Ὁ ἄξων οὗτος εἶναι κάθετος πρὸς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου κεῖνται αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ (σχ. 30), εὕρομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$F_1 \cdot A_1\Gamma = F_2 \cdot A_2\Gamma \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \qquad (1)$$

Ἄρα, ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ, αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων εἶναι ἴσαι.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δύναται νὰ γραφῇ ὡς ἑξῆς:

$$F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 = 0$$

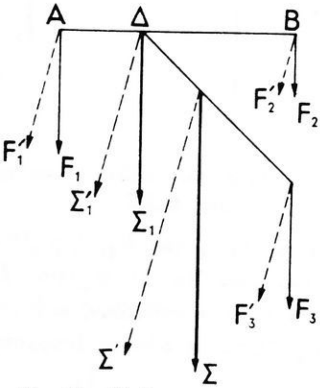
Ἡ εὑρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι τὸ ἀ λ γ ε β ρ ι κ ὸ ν ἄ θ ρ ο ι σ μ α τῶν ροπῶν τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' εἶναι ἴσον μὲ μ η δ έ ν. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης Σ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' εἶναι ἴση μὲ μ η δ έ ν. Ὥστε καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα :

$$\text{ροπὴ τῆς } \Sigma = \text{ροπὴ τῆς } F_1 + \text{ροπὴ τῆς } F_2$$

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον, τὸ ὁποῖον εὕρομεν πειραματικῶς εἶναι συνέπεια τοῦ γενικοῦ **θεωρήματος τῶν ροπῶν**, τὸ ὁποῖον εἰς τὴν μερικὴν περίπτωσιν τῶν παραλλήλων δυνάμεων διατυπώνεται ὡς ἑξῆς:

Ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης πολλῶν ὁμοεπιπέδων παραλλήλων δυνάμεων ὡς πρὸς ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον.

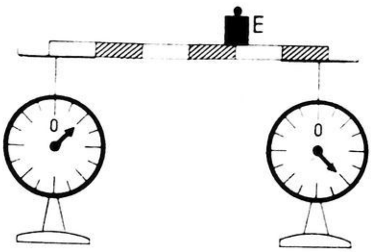
36. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς.— Ἔστω ὅτι εἰς διάφορα σημεῖα ἑνὸς σώματος ἐνεργοῦν πολλαὶ παράλληλοι δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς (σχ. 31). Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων τούτων, συνθέτομεν πρῶτον τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2· ἔπειτα συνθέτομεν τὴν συνισταμένην των Σ_1 μὲ τὴν δύναμιν F_3. Τὴν νέαν συνισταμένην Σ_2 συνθέτομεν μὲ τὴν δύναμιν F_4 κ.ο.κ. Οὕτως εὑρίσκομεν μίαν τελικὴν συνισταμένην Σ, ἡ ὁποία εἶναι π α ρ ά λ λ η λ ο ς καὶ τ ῆ ς α ὐ τ ῆ ς φ ο ρ ᾶ ς πρὸς τὰς συνιστώσας, ἔχει δὲ ἔ ν τ α σ ι ν ἴσην μὲ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων τῶν συνιστωσῶν.



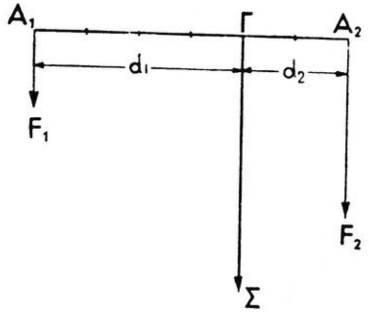
Σχ. 31. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων.

Ἐὰν ὅλαι αἱ δυνάμεις στραφοῦν περὶ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς των, χωρὶς ὅμως νὰ μεταβληθοῦν αἱ ἐντάσεις των καὶ χωρὶς νὰ παύσουν νὰ εἶναι παράλληλοι, τότε ἡ συνισταμένη των λαμβάνει νέαν διεύθυνσιν, ἀλλὰ ἡ ἔντασις καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της δὲν μεταβάλλονται. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης καλεῖται **κέντρον παραλλήλων δυνάμεων** καὶ εἶναι ὡρισμένον σημεῖον τοῦ σώματος, μὴ ἐξαρτώμενον ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν τῶν δυνάμεων.

37. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς. — Μία λεπτὴ ἐπιμήκης σανὶς στηρίζεται ἐπὶ τῶν δίσκων δύο δυναμομέτρων (σχ. 32). Ἐπὶ τῆς σανίδος θέτομεν σῶμα Ε βάρους 500 gr*. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐνδείξεων τῶν δύο δυναμομέτρων εἶναι πάντοτε ἴσον μὲ 500 gr* εἰς οἱανδήποτε θέσιν καὶ ἂν εὑρίσκεται τὸ σῶμα Ε. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ βάρος Σ τοῦ σώματος ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται εἰς τὰ ἄκρα A_1 καὶ A_2 τῆς σανίδος (σχ. 33). Ἑπομένως ἰσχύουν αἱ γνωσταὶ σχέσεις:



Σχ. 32. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς



Σχ. 33. Τὸ βάρος Σ τοῦ σώματος Ε ἀναλύεται εἰς τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2

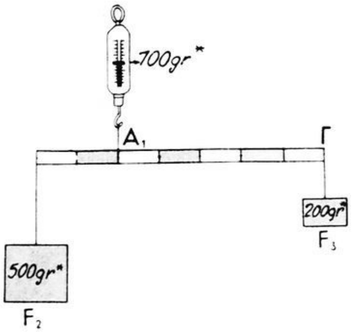
$$\Sigma = F_1 + F_2 \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Αἱ συνιστῶσαι F_1 καὶ F_2 προσδιορίζονται, ἂν εἶναι γνωσταὶ αἱ ἀποστάσεις d_1 καὶ d_2. Οὕτως ἂν εἶναι $A_1A_2 = 100$ cm καὶ $\Gamma A_2 = d_2 = 20$ cm, τότε ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις εὑρίσκομεν:

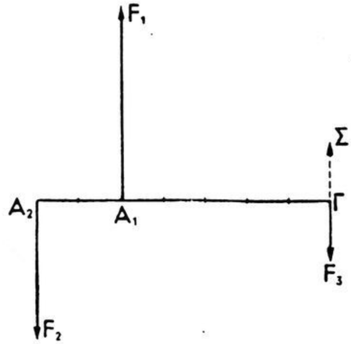
$$\frac{F_1}{F_1+F_2} = \frac{d_2}{d_1+d_2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_1}{\Sigma} = \frac{d_2}{A_1A_2}$$

$$\text{ἄρα} \quad F_1 = 500 \times \frac{20}{100} = 100 \text{ gr*} \quad \text{καὶ} \quad F_2 = 400 \text{ gr*}$$

38. Σύνθεσις δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς.— Λαμβάνομεν ἐλαφρὸν ξύλινον κανόνα καὶ ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα του ἐξαρτῶμεν δύο ἄνισα βάρη F_2 καὶ F_3 (σχ. 34). Ὁ κανὼν ἐξαρτᾶται ἀπὸ δυναμόμετρον Δ. Μετακινοῦμεν τὸν δρομέα, ἕως ὅτου ὁ κανὼν ἰσορροπήσῃ διατηρούμενος ὁριζόντιος. 'Επὶ τοῦ κανόνος ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1, F_2, F_3, αἱ ὁποῖαι ἰσορροποῦν (σχ. 35).



Σχ. 34. 'Ισορροπία τριῶν παραλλήλων δυνάμεων.



Σχ. 35. 'Η δύναμις F_3 ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

'Εὰν καταργήσωμεν τὴν δύναμιν F_3, ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται. Ἄρα ἡ δύναμις F_3 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ συνισταμένη Σ εἶναι:

$$\Sigma = F_3 = F_1 - F_2 = 700 - 500 = 200 \text{ gr*}$$

$$\text{καὶ} \quad \frac{F_3}{F_2} = \frac{A_1A_2}{\Gamma A_1} \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_3 + F_2}{F_2} = \frac{A_1A_2 + \Gamma A_1}{\Gamma A_1}$$

$$\text{Ἄρα} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\Gamma A_2}{\Gamma A_1}$$

'Εκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

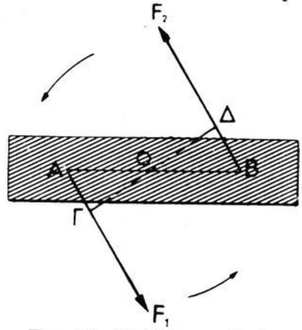
'Η συνισταμένη δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ἀντιθέτου φορᾶς εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς συνιστώσας, ἔχει τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας καὶ ἔντασιν ἴσην μὲ τὴν διαφορὰν τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της Γ κεῖται πέραν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως ἐπὶ τῆς εὐθείας A_1A_2, ἡ ὁποία ἑνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, αἱ δὲ ἀποστάσεις τοῦ σημείου Γ ἀπὸ τὰ σημεῖα A_1 καί A_2 εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις.

$$\boxed{\text{συνισταμένη: } \Sigma = F_1 - F_2 ; \quad \frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}}$$

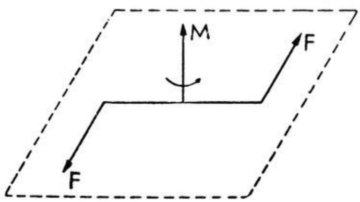
39. Ζεῦγος δυνάμεων.— Ἄς θεωρήσωμεν τὰς δύο παραλλήλους καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τοῦ σχήματος 35. Εἴδομεν (§ 38) ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$\frac{A_1A_2}{\Gamma A_1} = \frac{F_3}{F_2} \quad \text{ἤτοι} \quad \Gamma A_1 = A_1A_2 \cdot \frac{F_2}{F_1 - F_2}$$

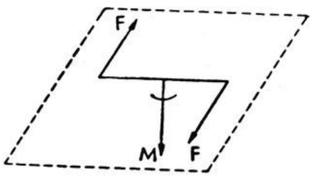
Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τείνουν νὰ γίνουν ἴσαι, ἡ διαφορὰ $F_1 - F_2$ βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη καὶ συνεπῶς ἡ ἀπόστασις ΓA_1 βαίνει συνεχῶς αὐξανομένη. Ὅταν δὲ γίνῃ $F_1 = F_2$, τότε εἶναι $\Sigma = 0$ καὶ $\Gamma A_1 = \infty$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ σύστημα τῶν δύο ἴσων παραλλήλων καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 36) δὲν ἔχει συνισταμένην καὶ ἑπομένως δὲν δύναται νὰ τὸ ἀντικαταστήσῃ ἢ νὰ τὸ ἰσορροπήσῃ μία δύναμις· τὸ σύστημα τοῦτο τῶν δυνάμεων καλεῖται **ζεῦγος**. Τὸ ζεῦγος προσδίδει εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ, κίνησιν περιστροφικὴν περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο δυνάμεων (ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους). Οὕτως, ὅταν στρέφωμεν κοχλίαν, κλειδίον κ.τ.λ. ἀναπτύσσομεν ἐπὶ τῶν σωμάτων τούτων ἓν ζεῦγος. Καλεῖται



Σχ. 36. Τὸ ζεῦγος τῶν δυνάμεων προκαλεῖ περιστροφὴν τοῦ σώματος.



Σχ. 37.



Σχ. 37α.

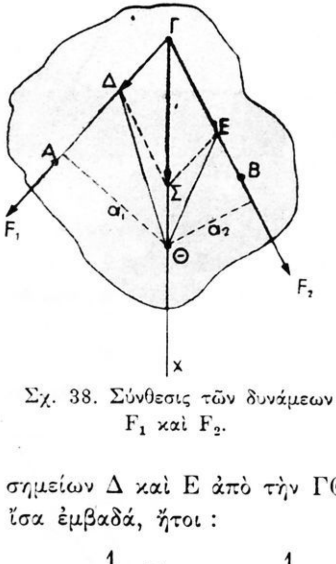
Τὸ ἄνυσμα Μ παριστᾷ τὴν ροπὴν τοῦ ζεύγους.

ροπὴ τοῦ ζεύγους τὸ γινόμενον τῆς ἐντάσεως τῆς μιᾶς **δυνάμεως** ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν τῶν δύο δυνάμεων.

ροπή ζεύγους : $M = F \cdot d$

Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο δυνάμεων καλεῖται β ρ α χ ί ω ν τοῦ ζεύγους. Ἡ ροπὴ Μ τοῦ ζεύγους χαρακτηρίζεται καὶ ἀπὸ τὴν φορὰν τῆς περιστροφῆς, τὴν ὁποίαν τείνει τὸ ζεῦγος νὰ προσδώσῃ εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ (σχ. 37, 37α).

40. Σύνθεσις δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως.— Εἰς δύο διάφορα σημεῖα Α καὶ Β (σχ. 38) στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι παράλληλοι καὶ κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου. Προεκτείνομεν τὰς διευθύνσεις τῶν δύο δυνάμεων μέχρι τοῦ σημείου τῆς τομῆς των Γ. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ Γ, τότε ἡ συνισταμένη των Σ παρίσταται μὲ τὴν διαγώνιον τοῦ σχηματιζομένου παραλληλογράμμου. Ἡ συνισταμένη ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς εὐθείας Γx, τῆς ὁποίας ὅλα τὰ σημεῖα ἔχουν μίαν ἀξιοσημείωτον ἰδιότητα. Ἀπὸ τυχὸν σημεῖον Θ τῆς εὐθείας αὐτῆς ἂς φέρωμεν τὰς α_1 καὶ α_2 καθέτους πρὸς τὰς δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Τὰ δύο τρίγωνα ΓΔΘ καὶ ΓΕΘ ἔχουν τὴν ΓΘ κοινὴν καὶ αἱ ἀποστάσεις τῶν σημείων Δ καὶ Ε ἀπὸ τὴν ΓΘ εἶναι ἴσαι. Ἄρα τὰ δύο τρίγωνα ἔχουν ἴσα ἐμβαδά, ἤτοι :



Σχ. 38. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

$$\frac{1}{2} F_1 \cdot \alpha_1 = \frac{1}{2} F_2 \cdot \alpha_2 \quad ἢ \quad F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2$$

Τὰ γινόμενα $F_1 \cdot \alpha_1$ καὶ $F_2 \cdot \alpha_2$ ἐκφράζουν ἀντιστοίχως τὰς ροπὰς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Θ (§ 34).

Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως, καὶ αἱ

ὁποῖαι ἐνεργοῦν εἰς δύο διάφορα σημεῖα ἑνὸς σώματος, εἶναι ἴση μὲ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων καὶ ἔχει ὡς σημεῖον ἐφαρμογῆς ἓν σημεῖον τοῦ σώματος, ὡς πρὸς τὸν ὁποῖον αἱ ῥοπαὶ τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴσαι· ἤτοι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης καθορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\boxed{\mathbf{F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \;\; \alpha_2}}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

21. Ἀπὸ τὰ ἄκρα ῥάβδου μήκους 60 cm ἐξαρτῶνται βάρη 1 kgr καὶ 4 kgr*. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων.*

22. Ὁμογενὴς ῥάβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 50 gr. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τῆς ῥάβδου ἐξαρτᾶται βάρος 10 gr* καὶ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον της ἐξαρτᾶται βάρος 20 gr*. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ σημείου τῆς ῥάβδου, εἰς τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ στηριχθῇ αὕτη, διὰ νὰ διατηρηθῇ ὁριζοντία.*

23. Ἓν ὄχημα βάρους 20 τόννων εὑρίσκεται ἐπὶ μιᾶς γεφύρας, ἡ ὁποία ἔχει βάρος 150 τόννους καὶ μῆκος 45 m. Τὸ μέσον τοῦ ὀχήματος ἀπέχει ἀπὸ τὸ ἓν ἄκρον τῆς γεφύρας 15 m. Νὰ εὑρεθῇ ποῖα φορτία φέρουν οἱ δύο στῦλοι, οἱ ὁποῖοι στηρίζουν τὴν γέφυραν εἰς τὰ δύο ἄκρα της.

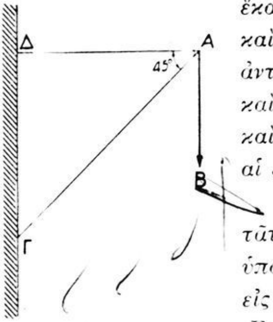
24. Τρεῖς δυνάμεις, ἴσαι, παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς ἐφαρμόζονται εἰς τὰς κορυφὰς τυχόντος τριγώνου. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη των.

25. Τρεῖς παράλληλοι δυνάμεις ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεῖα A, B, Γ *μιᾶς ῥάβδου. Εἶναι* $AB = 40$ *cm καὶ* $B\Gamma = 80$ *cm. Εἰς τὸ* A *ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις* $F_1 = 2$ *kgr* καὶ εἰς τὸ* Γ *ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις* $F_3 = 1$ *kgr* τῆς αὐτῆς φορᾶς μὲ τὴν* F_1*. Εἰς δὲ τὸ* B *ἐφαρμόζεται ἡ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμις* $F_2 = 3$ *kgr*. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν δυνάμεων.*

26. Μία δύναμις 6 kgr ἐνεργεῖ ἐπὶ ῥάβδου μήκους 80 cm καὶ ἐφαρμόζεται εἰς σημεῖον ἀπέχον 30 cm ἀπὸ τὸ ἓν ἄκρον τῆς ῥάβδου. Νὰ ἀναλυθῇ ἡ δύναμις αὕτη εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἐφαρμοζομένας εἰς τὰ ἄκρα της ῥάβδου.*

27. Ὁμογενὴς ῥάβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 500 gr. Ἡ ῥάβδος ἐξαρτᾶται καταλλήλως ἀπὸ τὰ ἄγκιστρα δύο κατακορύφων δυνα-*

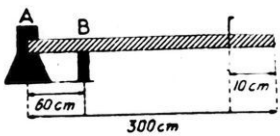
μομέτρων, ὥστε νὰ διατηρῆται ὁριζοντία. Τὰ σημεῖα Α καὶ Β τῆς ράβδου, ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἐξαρτᾶται αὔτη, ἀπέχουν ἀντιστοίχως 10 cm ἀπὸ ἕκαστον ἄκρον τῆς ράβδου. 'Απὸ δύο σημεῖα Γ καὶ Δ τῆς ράβδου, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἀπὸ τὰ ἀντίστοιχα ἄκρα τῆς ράβδου ἀποστάσεις 20 cm καὶ 25 cm, ἐξαρτῶνται βάρη 1 kgr* ἀπὸ τὸ Γ καὶ 2 kgr* ἀπὸ τὸ Δ. Νὰ εὑρεθῇ ποῖαι θὰ εἶναι αἱ ἐνδείξεις τῶν δύο δυναμομέτρων.



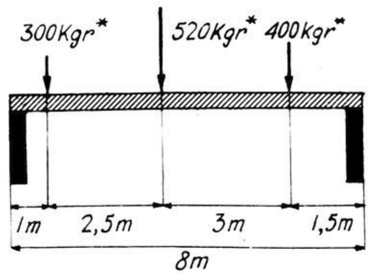
Σχ. 39.

28. 'Απὸ τὸ ἄκρον Α μιᾶς δοκοῦ ΔΑ ἐξαρτᾶται βάρος 12 kgr*. Νὰ σημειωθοῦν καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις αἱ ἀναπτυσσόμεναι εἰς τὰ ἄκρα Δ καὶ Γ τῶν δύο δοκῶν ΔΑ καὶ ΓΑ (σχ. 39).

29. Εἰς ἓν κολυμβητήριον ἡ ἐξέδρα ἔχει μῆκος 3 m καὶ βάρος 50 kgr*. Εἰς τὸ σημεῖον Γ τῆς ἐξέδρας (σχ. 40) ἵσταται ἄνθρωπος ἔχων βάρος 70 kgr*. Νὰ σημειωθοῦν εἰς τὸ σχῆμα καὶ νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν εἰς τὰ σημεῖα στηρίξεως Α καὶ Β τῆς ἐξέδρας.



Σχ. 40.

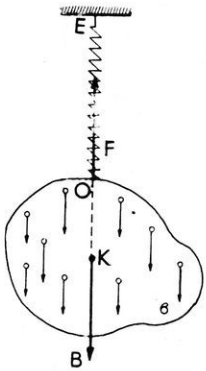


Σχ. 41.

30. Μία γέφυρα βάρους 2 tn* στηρίζεται εἰς δύο στύλους Α καὶ Β (σχ. 41). 'Επὶ τῆς γέφυρας ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, ὅπως φαίνονται εἰς τὸ σχῆμα. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ ἀντιδράσεις τῶν δύο στύλων.

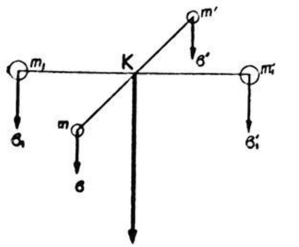
ΚΕΝΤΡΟΝ ΒΑΡΟΥΣ
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

41. Κέντρον βάρους σώματος.— Ἂς φαντασθῶμεν ὅτι ἓν σῶμα διαχωρίζεται εἰς μεγάλο πλῆθος μικροτάτων τμημάτων. Ἕκαστον στοιχειῶδες τμῆμα ἔχει βάρος β, τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις κατακόρυφος (σχ. 42). Ὅλαι αὐταὶ αἱ παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν στοιχειωδῶν τμημάτων τοῦ σώματος, ἔχουν μίαν γενικὴν συνισταμένην Β, ἡ ὁποία εἶναι κ α τ α κ ό ρ υ φ ο ς καὶ καλεῖται **βάρος** τοῦ σώματος (§ 11). Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης Β εἶναι ἀπολύτως ὡρισμένον (§ 36) καὶ καλεῖται **κέντρον βάρους** τοῦ σώματος. Τὸ κέντρον βάρους παραμένει σταθερόν, ὁπωσδήποτε καὶ ἂν στραφῇ τὸ σῶμα. Ἐπίσης παραμένει σταθερόν, ὅταν τὸ σῶμα μεταφέρεται εἰς ἄλλον τόπον, διότι τότε αἱ ἐντάσεις ὅλων τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν μεταβάλλονται κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον: Ὥστε:



Σχ. 42. Εἰς τὸ κέντρον βάρους ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη Β τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν β.

Κέντρον βάρους ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν μαζῶν τοῦ σώματος.



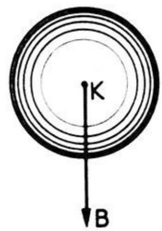
Σχ. 43. Τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον συμμετρίας Κ.

42. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους.— Εἰς ἓν ὁμογενὲς σῶμα ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχῃ γεωμετρικὸν σχῆμα, ἡ εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους ἀνάγεται εἰς πρόβλημα τῆς γεωμετρίας. Διότι ἔστω ὅτι ἓν ὁμογενὲς σῶμα ἔχει κ έ ν τ ρ ο ν σ υ μ μ ε τ ρ ί α ς Κ (σχ. 43). Δυνάμεθα τότε νὰ χωρίσωμεν τὸ σῶμα εἰς μικρὰ τμήματα m καὶ m', m_1 καὶ m'_1, ..., τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸ σημεῖον Κ καὶ ἔχουν ἴσους ὄγκους. Ἑπομένως τὰ τμήματα ταῦτα ἔχουν ἴσα βάρη

$\beta = \beta'$, $\beta_1 = \beta'_1$ κ.τ.λ. Ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν τούτων ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Κ. Ὥστε:

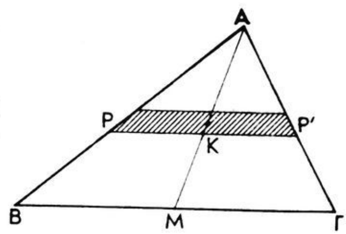
Εἰς τὰ ὁμογενῆ σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν κέντρον συμμετρίας, τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον συμμετρίας.

Οὕτω τὸ κέντρον βάρους ὁμογενοῦς σφαίρας εἶναι τὸ κέντρον αὐτῆς· τὸ κέντρον βάρους κυλίνδρου εἶναι τὸ μέσον τῆς εὐθείας, ἡ ὁποία ἑνώνει τὰ κέντρα τῶν δύο κυκλικῶν βάσεων αὐτοῦ· τὸ κέντρον βάρους παραλληλεπιπέδου εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων του· τὸ κέντρον βάρους κύκλου ἢ κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἢ τοῦ πολυγώνου. Εἰς τὴν περίπτωσιν κυκλικοῦ δακτυλίου (σχ. 44) τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἤτοι ἐκτὸς τῆς ὕλης τοῦ δακτυλίου.



Σχ. 44. Κέντρον βάρους δακτυλίου.

43. Παράδειγμα προσδιορισμοῦ τοῦ κέντρου βάρους. — Ἂς θεωρήσωμεν μίαν λεπτὴν *τριγωνικὴν πλάκα* ΑΒΓ (σχ. 45). Χωρίζομεν τὸ τρίγωνον εἰς μικρὰ στοιχειώδη τμήματα, τὰ ὁποῖα περιορίζονται ἀπὸ δύο εὐθείας παραλλήλους πρὸς τὴν πλευρὰν ΒΓ. Τὸ κέντρον βάρους ἑκάστου στοιχειώδους τμήματος εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον του, ἤτοι ἐπὶ τῆς διαμέσου ΑΜ. Ἑπομένως καὶ τὸ κέντρον βάρους ὁλοκλήρου τῆς τριγωνικῆς πλακὸς εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου ΑΜ. Ὁμοίως σκεπτόμενοι εὑρίσκομεν ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακὸς εὑρίσκεται ἐπὶ ἑκάστης τῶν ἄλλων διαμέσων τοῦ τριγώνου ΑΒΓ.

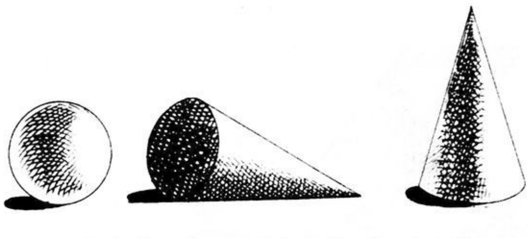


Σχ. 45. Τὸ κέντρον βάρους Κ εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου ΑΜ.

Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι *τὸ κέντρον βάρους τριγωνικῆς πλακὸς εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων του.*

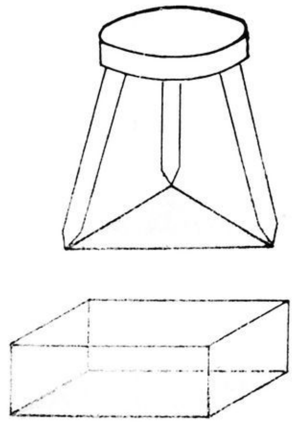
44. Ἰσορροπία στερεοῦ σώματος ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. — Ἓν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον ἢ μὲ περισσότερα σημεῖα (σχ. 46).

Ἐὰν τὰ σημεῖα στηρίξεως δὲν εὑρίσκωνται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας, τότε τὰ σημεῖα αὐτὰ καθορίζουν μίαν κλειστὴν πολυγωνικὴν γραμμὴν (σχ. 47). Ὀνομάζομεν β ά σ ι ν σ τ η ρ ί ξ ε ω ς τὸ πολύγωνον, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς κορυφὰς ὡρισμένα σημεῖα στηρίξεως ἐκλεγόμενα οὕτως, ὥστε κανὲν ἀπὸ τὰ σημεῖα στηρίξεως νὰ μὴ εὑρίσκεται ἐκτὸς τοῦ πολυγώνου τούτου.

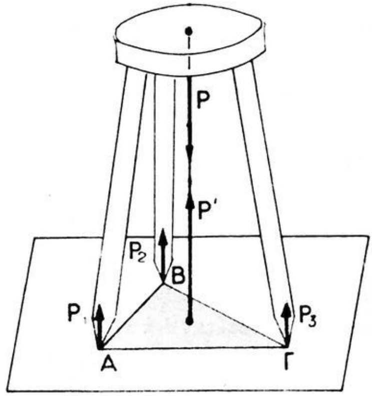


Σχ. 46. Στήριξις σώματος ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου

Ἂς θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ βάσις στηρίξεως εἶναι τρίγωνον ΑΒΓ (σχ. 48). Τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον εἶναι ἀ π ο λ ύ τ ω ς λ ε ῖ ο ν. Τὸ ἐπίπεδον τοῦτο ἐξασκεῖ εἰς τὰ τρία σημεῖα τοῦ σώματος Α,Β,Γ ἀντιδράσεις P_1, P_2, P_3, αἱ ὁποῖαι εἶναι κ α τ α-

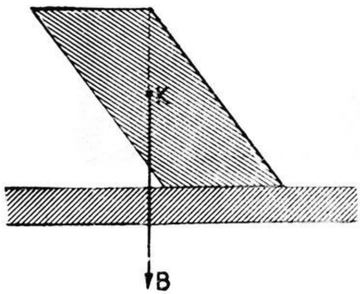


Σχ. 47. Ἡ βάσις στηρίξεως εἶναι: α) τρίγωνον καὶ β) τετράπλευρον.



Σχ. 48. Τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροποῦν.

κ ό ρ υ φ ο ι. Αἱ ἀντιδράσεις αὐταὶ ἔχουν συνισταμένην P′, ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος, ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της εὑρίσκεται προφανῶς ἐντὸς τῆς βάσεως στηρίξεως. Διὰ νὰ ἰσορροπῆ τὸ στερεὸν σῶμα, πρέπει τὸ βάρος P τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις P′ τοῦ ἐπιπέδου νὰ εἶναι ἴ σ α ι καὶ ἀ ν τ ί θ ε τ ο ι. Ὥστε:

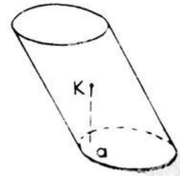


Σχ. 49. Τὸ σῶμα ἀνατρέπεται.

Ἓν στερεὸν σῶμα στηριζόμενον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ἰσορροπεῖ, ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος διέρχεται διὰ τῆς βάσεως στηρίξεως.

Ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους διέρχεται ἐκτὸς τῆς βάσεως στηρίξεως, τότε τὸ σῶμα ἀνατρέπεται (σχ. 49).

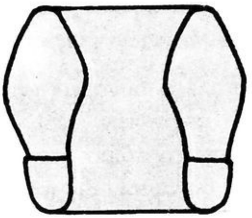
45. Εἴδη ἰσορροπίας. — Ἐὰν τὸ στερεὸν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ κατακόρυφος, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους, διέρχεται καὶ διὰ τοῦ σημείου στηρίξεως. Εἰς τὴν ἐλαχίστην ὅμως μετακίνησιν τοῦ σώματος τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος κατέρχεται· ἡ ἰσορροπία εἶναι **ἀσταθής.** Τὸ ἴδιον συμβαίνει καὶ ὅταν τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ δύο σημείων. Ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ τριῶν ἢ περισσοτέρων σημείων, τὰ ὁποῖα δὲν εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τότε τὸ σῶμα, ἐὰν ἀπομακρυνθῇ ὀλίγον ἀπὸ τὴν θέσιν του, ἐπανέρχεται εἰς αὐτήν· ἡ ἰσορροπία εἶναι τότε **εὐσταθής.** Τόσον δὲ περισσότερον ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ βάσις στηρίξεως καὶ ὅσον χαμηλότερα εἶναι τὸ κέντρον βάρους. Ὁ βαθμὸς τῆς εὐσταθείας τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τῆς γωνίας, κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ στραφῇ τὸ σῶμα, διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος. Ἡ γωνία αὐτὴ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα (δηλαδὴ ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος εἶναι τόσον δυσκολωτέρα), ὅσον χαμηλότερα εὑρίσκεται τὸ κέντρον βάρους, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ βάσις στηρίξεως καὶ ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ἡ ἀνατροπὴ τοῦ σώματος εἶναι εὐκολωτέρα κατὰ μίαν διεύθυνσιν (σχ. 50). Τέλος τὸ σῶμα, ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον



Σχ. 50. Ἰσορροπία κυλίνδρου.

ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν θέσιν, δύναται νὰ ἠρεμῇ εἰς τὴν νέαν θέσιν, ὅπως π.χ. συμβαίνει μὲ μίαν σφαῖραν· ἡ ἰσορροπία εἶναι τότε **ἀδιάφορος.**

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Ὁ ἄνθρωπος, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τοὺς δύο πόδας του, εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ἂν ἡ κατακόρυφος, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους του, συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον τῆς βάσεως στηρίξεως (σχ. 51). Ἡ συνθήκη αὐτὴ πρέπει νὰ ἰσχύῃ πάντοτε, ὁποιαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ θέσις, τὴν ὁποίαν λαμβάνει τὸ σῶμα



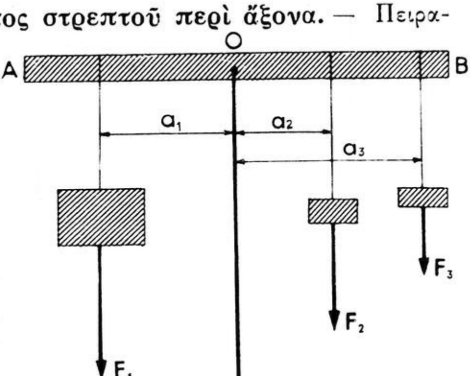
Σχ. 51. Βάσις στηρίξεως τοῦ ἀνθρωπίνου σώματος.

Σχ. 52. Ἰσορροπία σφαίρας.

μας. Ἐπίσης ἡ εὐστάθεια τῶν ὀχημάτων, τῶν πλοίων κ.τ.λ. εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον χαμηλότερα εὑρίσκεται τὸ κέντρον βάρους· διὰ τοῦτο κατὰ τὴν φόρτωσίν των τὰ βαρύτερα σώματα τοποθετοῦνται βαθύτερον, ὥστε νὰ ἀποτελοῦν ἕρμα. Μία σφαῖρα, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιφανείας, εὑρίσκεται πάντοτε εἰς ἀδιάφορον ἰσορροπίαν (σχ. 52), ὅταν ὅμως στηρίζεται ἐπὶ κοίλης ἢ κυρτῆς ἐπιφανείας, ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθὴς ἢ ἀσταθής.

46. Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.

— Πειραματιζόμεθα μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 53. Ἡ ράβδος ΑΒ δύναται νὰ στρέφεται ἐλευθέρως περὶ ὁριζόντιον ἄξονα Ο, ὁ ὁποῖος διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους τῆς ράβδου. Οὕτως ἡ ροπὴ τοῦ βάρους τῆς ράβδου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Κατὰ μῆκος τῆς ράβδου μετακινοῦνται δρομεῖς, ἀπὸ τοὺς ὁποίους ἐξαρτῶμεν βάρη F_1, F_2, F_3. Μετακινοῦντες τοὺς δρομεῖς ἐπιτυγχάνομεν, ὥστε ἡ ράβδος ΑΒ νὰ διατηρῆται ὁριζοντία. Αἱ τρεῖς δυνάμεις κ ε ῖ ν τ α ι ἐ π ὶ τ ο ῦ α ὐ τ ο ῦ ἐ π ι π έ δ ο υ, ὁ δὲ ἄξων περιστροφῆς τοῦ σώ-



Σχ. 53. Ἰσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.

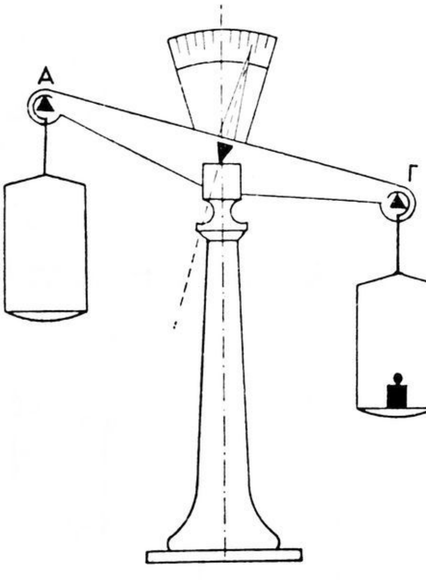
ματος εἶναι κ ά θ ε τ ο ς πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων. 'Από τὸν ἄξονα Ο ἐξαρτῶμεν νῆμα στάθμης. Τότε μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς ὁριζοντίου κανόνος εὑρίσκομεν τὰς ἀποστάσεις α_1, α_2, α_3 τῶν τριῶν δυνάμεων ἀπὸ τὸν ἄξονα. Παρατηροῦμεν ὅτι εἶναι :

$$\text{ροπὴ τῆς } F_1 = \text{ροπὴ τῆς } F_2 + \text{ροπὴ } F_3$$

$$F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha_1 - (F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3) = 0$$

'Από τὸ ἀνωτέρω πείραμα συνάγεται τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Ὅταν ἐπὶ στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις κείμεναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ τὸ σῶμα εἶναι στρεπτὸν περὶ ἄξονα καθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἐὰν τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.



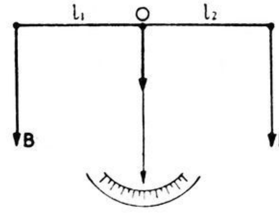
Σχ. 54. Ζυγός.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι συνέπεια τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν (§ 35). Διότι ἡ συνισταμένη Σ τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3 ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Ο καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ροπὴ τῆς Σ εἶναι ἴση μὲ μηδέν, πρέπει καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

47. Ζυγός.— Ὁ ζυγὸς χρησιμοποιεῖται ὡς γνωστὸν διὰ τὴν σύγκρισιν τῶν βαρῶν τῶν σωμάτων. Τὸ κύριον μέρος τοῦ ζυγοῦ εἶναι ἡ φ ά λ α γ ξ, ἡ ὁποία εἶναι ἐλαφρὰ ἐπιμήκης μεταλλικὴ ράβδος (σχ. 54). Ἡ φάλαγξ φέρει εἰς τὸ μέσον της πρισματικὴν ἀκμὴν ἀπὸ χάλυβα, ἡ ὁποία στηρίζεται ἐπὶ σταθερᾶς ὁριζοντίας πλακὸς ἀπὸ χάλυβα. Οὕτως ἡ φάλαγξ δύναται νὰ περιστρέφεται μὲ μεγάλην εὐκολίαν περὶ ὁριζόντιον ἄξονα. Εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς φάλαγγος ὑπάρχουν ὅμοιαι πρισματικαὶ ἀκμαί, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐξαρτῶνται δύο ἰσοβαρεῖς δίσκοι. Ἐπὶ τῆς φάλαγγος εἶναι στερεωμένος δείκτης, ὁ ὁποῖος κινεῖται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου καὶ δεικνύει τὴν γωνίαν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ φάλαγξ ἐκτρέπεται ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της. Ὅταν ἡ φάλαγξ ἰσορροπῇ, ὁ δείκτης εὑρίσκεται εἰς τὸ μηδὲν τῆς κλίμακος τοῦ τόξου. Οὕτως ὁ ζυγὸς ἀποτελεῖ σῶμα στρεπτὸν περὶ ὁριζόντιον ἄξονα.

α) Ἀκρίβεια τοῦ ζυγοῦ. Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ἐὰν ἡ φάλαγξ διατηρῆται ὁριζοντία, ὅταν οἱ δίσκοι εἶναι κενοὶ ἢ ὅταν θέτωμεν ἐπὶ τῶν δύο δίσκων ἴσα βάρη. Εἰς τὴν δευτέραν περίπτωσιν αἱ ροπαὶ τῶν δύο ἴσων βαρῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσαι (σχ. 55). Ἑπομένως καὶ οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Ὥστε:

Διὰ νὰ εἶναι ἀκριβὴς ὁ ζυγός, πρέπει οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος νὰ ἔχουν τὸ αὐτὸ μῆκος.



Σχ. 55. Ἐπὶ τῶν δύο δίσκων εὑρίσκονται ἴσα βάρη.

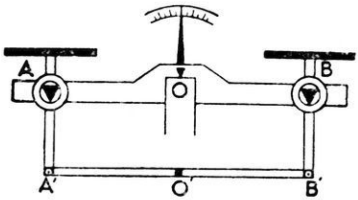
β) Εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ. Ὅταν ἐπὶ τῶν δύο δίσκων τοῦ ζυγοῦ εὑρίσκωνται ἴσα βάρη Β καὶ ἐπὶ τοῦ ἑνὸς δίσκου θέσωμεν τὸ πρόσθετον ἐλάχιστον βάρος β, τότε ἡ φάλαγξ κλίνει κατὰ γωνίαν φ. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ γωνία φ, τόσον περισσότερον γίνεται σαφὲς ὅτι τὸ φορτίον τοῦ ἑνὸς δίσκου εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ φορτίον τοῦ ἄλλου δίσκου καὶ ἑπομένως τόσον περισσότερον εὐαίσθητος εἶναι ὁ ζυγός.

48. Ἀκριβὴς ζύγισις.— Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ὅταν οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐπιτύχωμεν ἀκριβῆ ζύγισιν καὶ μὲ ζυγόν, τοῦ ὁποίου οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος εἶναι ἄνισοι.

α) Μέθοδος τῆς ἀντικαταστάσεως. Θέτομεν εἰς τὸν δίσκον $Δ_1$ τὸ σῶμα, τὸ ὁποῖον θέλομεν νὰ ζυγίσωμεν· εἰς τὸν ἄλλον δίσκον $Δ_2$ θέτομεν ἄμμον ἕως, ὅτου ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία. Ἔπειτα ἀφαιροῦμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὸν δίσκον $Δ_1$ καὶ θέτομεν σταθμὰ ἕως, ὅτου ἀποκατασταθῇ ἡ ἰσορροπία. Τότε τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι ἴσον μὲ τὸ βάρος τῶν σταθμῶν.

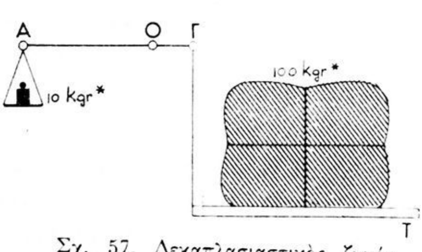
β) Μέθοδος τῆς διπλῆς ζυγίσεως. Ἔστω ὅτι l_1 καὶ l_2 εἶναι τὰ μήκη τῶν βραχιόνων τῆς φάλαγγος τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τοὺς δίσκους Δ_1 καὶ Δ_2. Θέτομεν τὸ πρὸς ζύγισιν σῶμα βάρους x ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν θέτοντες σταθμὰ B_2 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2. Τότε εἶναι : $x \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$ (1). Θέτομεν τώρα τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγόν, θέτοντες σταθμὰ B_1 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1. Τότε εἶναι : $x \cdot l_2 = B_1 \cdot l_1$ (2). Ἂν πολλαπλασιάσωμεν κατὰ μέλη τὰς σχέσεις (1) καὶ (2), εὑρίσκομεν : $x = \sqrt{B_1 \cdot B_2}$

49. Πρακτικοὶ τύποι ζυγῶν.— Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦμεν διαφόρους τύπους ζυγῶν. Πολὺ συνήθης εἶναι ὁ ζυγὸς τοῦ Roberval (σχ. 56), εἰς τὸν ὁποῖον ἡ φάλαγξ ΑΒ ἀποτελεῖ τὴν μίαν πλευρὰν ἀρθρωτοῦ παραλληλογράμμου ΑΑ'Β'Β· αἱ γωνίαι τοῦ παραλληλογράμμου μεταβάλλονται, ἀλλὰ αἱ πλευραί του ΑΑ' καὶ ΒΒ' μένουν πάντοτε παράλληλοι πρὸς τὴν ΟΟ' καὶ ἑπομένως κατακόρυφοι.

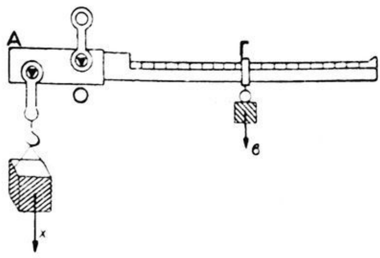


Σχ. 56. Ζυγὸς Roberval.

Ἡ πλάστιγξ ἢ δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς (σχ. 57) ἀποτελεῖται ἀπὸ σύστημα μοχλῶν, οἱ ὁποῖοι ἐξασφαλίζουν τὴν



Σχ. 57. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.



Σχ. 58. Στατήρ.

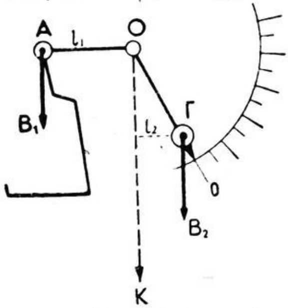
παράλληλον μετακίνησιν τῆς τραπέζης Τ. Οἱ μοχλοὶ ὑπολογίζονται καταλλήλως, ὥστε τὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου σταθμὰ νὰ ἰσορροποῦν δεκαπλάσιον φορτίον εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς τραπέζης τῆς πλάστιγγος.

Εἰς τὸν στατῆρα ἢ ρωμαϊκὸν ζυγὸν (σχ. 58), τὸ σταθερὸν βάρος β ἰσορροπεῖ τὸ βάρος x τοῦ σώματος· τότε εἶναι :

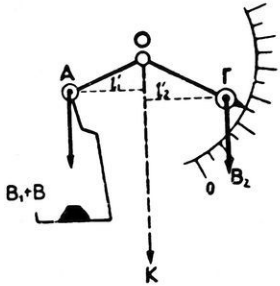
$$x \cdot AO = \beta \cdot O\Gamma, \quad \text{ἄρα} \quad x = \beta \cdot \frac{O\Gamma}{OA}$$

Τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀπόστασιν ΟΓ.

Εὐρύτατα χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι αὐτομάτων ζυγῶν. Εἰς τὸ σχῆμα 59 φαίνεται μία ἁπλουστάτη μορφὴ τοι-



Σχ. 59. Ὅταν ὁ δίσκος εἶναι κενὸς ἰσχύει ἡ σχέσις: $B_1 . l_1 = B_2 . l_2$.



Σχλ. 59α. Τὸ βάρος Β δίδεται ἀμέσως ἐπὶ τῆς κλίμακος.

ούτου ζυγοῦ. Ὅταν ὁ δίσκος εἶναι κενός, ἰσχύει ἡ σχέσις: $B_1 \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$ Ἐὰν ἐπὶ τοῦ δίσκου τεθῇ σῶμα βάρους Β, ὁ βραχίων ΟΓ στρέφεται, ὥστε νὰ ἰσχύῃ πάλιν ἡ σχέσις: $(B_1 + B) \cdot l'_1 = B_2 \cdot l'_2$. Τὸ βάρος Β ἀναγινώσκεται ἀμέσως ἐπὶ τοῦ βαθμολογημένου τόξου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

31. Τετράγωνον πλαίσιον ἔχει πλευρὰν 10 cm καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ ὁμογενὲς σύρμα, τὸ ὁποῖον ζυγίζει 0,2 gr κατὰ ἑκατοστόμετρον μήκους. Ἐὰν ἀφαιρεθῇ ἡ μία πλευρὰ τοῦ πλαισίου, νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους.*

32. Δύο μεταλλικαὶ ῥάβδοι τῆς αὐτῆς τομῆς καὶ ἀπὸ τὴν αὐτὴν ὕλην εἶναι ἡνωμέναι κατὰ τὸ ἓν ἄκρον των σταθερῶς, ὥστε νὰ εἶναι κάθετοι μεταξύ των. Τὰ μήκη τῶν δύο ῥάβδων εἶναι ΑΓ = 8 m καὶ ΑΔ=6 m, τὰ δὲ βάρη αὐτῶν εἶναι ἀντιστοίχως 16 kgr καὶ 12 kgr*. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τοῦ συστήματος.*

33. Εἰς μίαν τετράγωνον πλάκα πλευρᾶς α=10 cm φέρομεν τὰς δύο διαγωνίους της καὶ ἀφαιροῦμεν ἓν ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα τρίγωνα. Νὰ εὑρεθῇ πόσον ἀπέχει ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἀπομείναντος τμήματος τῆς πλακός.

34. Μεταλλική τετράγωνος πλὰξ ἔχει πλευρὰν $a=6$ cm. Μία ἄλλη πλὰξ ἐκ τοῦ αὐτοῦ μετάλλου καὶ τοῦ αὐτοῦ πάχους ἔχει σχῆμα ἰσοπλεύρου τριγώνου πλευρᾶς α. Αἱ δύο πλάκες συνενώνονται καὶ ἀποτελοῦν μίαν ἐπιφάνειαν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τῆς νέας πλακός.

35. Οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος ζυγοῦ ἔχουν ἀντιστοίχως μήκη 159,2 mm καὶ 160,4 mm. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὸν μακρότερον βραχίονα θέτομεν βάρος 120,5 gr. Πόσον βάρος πρέπει νὰ θέσωμεν ἐπὶ τοῦ ἄλλου δίσκου, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ ;*

36. Ὁ δείκτης ἑνὸς ζυγοῦ δεικνύει τὴν διαίρεσιν μηδὲν τῆς κλίμακος, ὅταν οἱ δύο δίσκοι εἶναι κενοί. Ὁ δείκτης δεικνύει ἐπίσης τὴν διαίρεσιν μηδέν, ὅταν θέσωμεν 100 gr ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ δίσκου καὶ 101 gr* ἐπὶ τοῦ δεξιοῦ δίσκου. Τὸ μῆκος τοῦ ἀριστεροῦ βραχίονος τῆς φάλαγγος εἶναι ἀκριβῶς 15 cm· πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ δεξιοῦ βραχίονος ;*

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

50. Σχετικὴ ἠρεμία καὶ κίνησις.— Ὅταν αἱ ἀποστάσεις ἑνὸς σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος δὲν μεταβάλλωνται, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο ἠ ρ ε μ ε ῖ ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. Ἂν ὅμως αἱ ἀποστάσεις τοῦ σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος μεταβάλλωνται, τότε λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα κ ι ν ε ῖ τ α ι ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. Ὥστε ἡ **ἠρεμία** ἢ ἡ **κίνησις** ἑνὸς σώματος εἶναι σ χ ε τ ι κ ὴ καὶ ἀναφέρεται εἰς τὸ περιβάλλον τοῦ θεωρουμένου σώματος. Οὕτως, ἐὰν λίθος εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ δαπέδου ἑνὸς κινουμένου σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος, ὁ λίθος ἠρεμεῖ ἐν σχέσει πρὸς τὸ ὄχημα, κινεῖται ὅμως ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐὰν τὸ ὄχημα εἶναι ἀκίνητον, τότε τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος ἠρεμοῦν ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐπειδὴ ὅμως ὅλα τὰ σώματα, τὰ εὑρισκόμενα ἐπὶ τῆς Γῆς, μετέχουν τῆς κινήσεως αὐτῆς περὶ τὸν Ἥλιον, διὰ τοῦτο τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος κινοῦνται ἐν σχέσει πρὸς τὸν Ἥλιον. Ὅλα τὰ οὐράνια σώματα εὑρίσκονται εἰς κίνησιν. Ἑπομένως δὲν δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν εἰς τὸν κόσμον περιβάλλον ἀπολύτως ἀκίνητον, δηλαδὴ σύστημα ἀναφορᾶς τελείως ἀκίνητον. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἑξῆς :

I. Ἡ ἠρεμία καὶ ἡ κίνησις ἑνὸς σώματος εἶναι σχετικὴ καὶ ἀναφέρεται εἰς ὡρισμένον σύστημα, τὸ ὁποῖον αὐθαιρέτως θεωροῦμεν ἀκίνητον.

II. Διὰ νὰ σπουδάσωμεν τὰς συνήθεις κινήσεις λαμβάνομεν γενικῶς ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν Γῆν.

51. Τροχιά. — Τὸ σύνολον τῶν θέσεων, διὰ τῶν ὁποίων διέρχεται διαδοχικῶς ἓν κινούμενον σῶμα, καλεῖται **τροχιά.** Πᾶν κινούμενον σῶμα ὀνομάζεται γενικῶς **κινητόν.** Ὅταν τὸ κινητὸν εἶναι ὑλικὸν σημεῖον, ἡ τροχιά του εἶναι μία γραμμή. Ἡ γραμμὴ αὐτὴ δύναται νὰ εἶναι εὐθεῖα ἢ καμπύλη καὶ τότε ἡ κίνησις χαρακτηρίζεται ἀντιστοίχως ὡς **εὐθύγραμμος** ἢ **καμπυλόγραμμος.**

Τὸ μῆκος τῆς τροχιᾶς τοῦ κινητοῦ θὰ καλοῦμεν εἰς τὰ κατωτέρω **διάστημα.** Διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως ἑνὸς κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν τροχιὰν τοῦ κινητοῦ, ὁπότε ὁρίζομεν ὡς ἀρχὴν τῶν διαστημάτων ἓν σημεῖον τῆς τροχιᾶς. Διὰ τὴν μέτρησιν δὲ τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς ἀρχὴν τῶν χρόνων μίαν ὡρισμένην χρονικὴν στιγμήν.

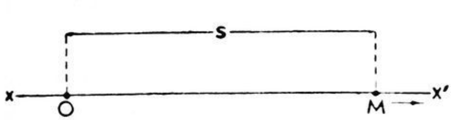
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΚΙΝΗΣΙΣ

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

52. Ὁρισμός. — Ἐξ ὅλων τῶν κινήσεων ἁπλουστέρα εἶναι ἡ κίνησις, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν διανύει ἐπὶ εὐθείας ἴσα διαστήματα εἰς ἴσους χρόνους.

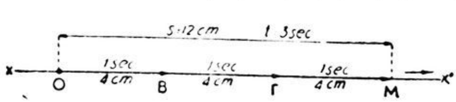
Εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις (ἢ ἰσοταχὴς κίνησις) καλεῖται ἡ κίνησις, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα.

53. Ταχύτης τοῦ κινητοῦ. — Ἄς θεωρήσωμεν ὑλικὸν σημεῖον, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τοῦ σημείου Ο καὶ κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ τῆς εὐθείας xx' (σχ. 60). Τὸ κινητὸν μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του φθάνει εἰς τὴν θέσιν Μ, δηλαδὴ εἰς ἀπόστασιν ΟΜ = s ἀπὸ τὴν ἀρχὴν Ο τῶν διαστημάτων. Ἐντὸς χρόνου t τὸ κινητὸν διέτρεξε τὸ διάστημα s. Ἐπειδὴ δὲ ἐξ ὁρισμοῦ τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα, ἕπεται ὅτι τὸ πηλίκον s/t ἔχει σταθερὰν τιμήν. Αὐτὴ ἡ σταθερὰ τῆς κινήσεως καλεῖται **ταχύτης** (υ) τοῦ κινητοῦ.



Σχ. 60. Τὸ κινητὸν διανύει διάστημα ΟΜ = s.

Οὕτως, ἂν εἶναι s = 12 cm καὶ t = 3 sec, ἡ ταχύτης υ φανερώνει ὅτι εἰς 1 sec τὸ κινητὸν διήνυσε 4 cm κινούμενον καθ' ὡρισμένην φορὰν (σχ. 61). Τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν εἰς 1 sec, ἤτοι ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ, ἐκφράζεται δι' ἑνὸς ἀνύσματος.



Σχ. 61. Τὸ ἄνυσμα ΟΒ παριστᾷ τὴν ταχύτητα.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὁ ἑξῆς ὁρισμὸς τῆς ταχύτητος :

Ταχύτης κινητοῦ εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματος, κειμένου ἐπὶ τῆς τροχιᾶς, ἔχοντος ἀρχὴν τὸ κινητόν, φορὰν τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ καὶ ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην μὲ τὸ διάστημα, τό ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

$$\text{ταχύτης} = \frac{\text{διάστημα}}{\text{χρόνος}} \qquad \upsilon = \frac{s}{t}$$

54. Μονὰς ταχύτητος.— Ὡς μονάδα ταχύτητος λαμβάνομεν τὴν ταχύτητα κινητοῦ, τὸ ὁποῖον κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς διανύει τὴν μονάδα τοῦ διαστήματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς ταχύτητος εἶναι ἡ ταχύτης κινητοῦ, τὸ ὁποῖον κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς διανύει διάστημα 1 cm ἐντὸς 1 sec.

$$1 \text{ μονὰς ταχύτητος} = \frac{1\ \text{cm}}{1\ \text{sec}} = 1\ \text{cm/sec}$$

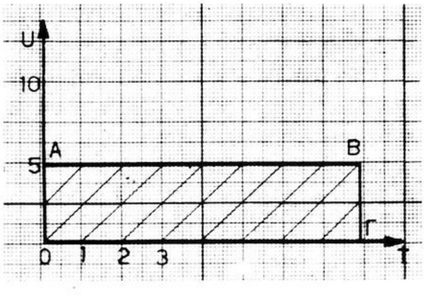
Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται ὡς μονάδες ταχύτητος τὸ 1 m/sec καὶ τὸ 1 km/h.

55. Νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως.—Δίδεται ὅτι ἓν κινητὸν κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μὲ σταθερὰν ταχύτητα υ. Ἐὰν τὸ κινητὸν κινηθῇ ἐπὶ χρόνον t, θὰ διατρέξῃ διάστημα $s = \upsilon \cdot t$. Ἡ ἐξίσωσις αὐτὴ μᾶς ἐπιτρέπει νὰ γνωρίζωμεν εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν τὴν θέσιν τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του. Εἶναι φανερὸν ὅτι, ἂν ὁ χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ γίνῃ 2t, 3t........ καὶ τὸ διανυόμενον διάστημα γίνεται 2s, 3s...... Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἑξῆς **νόμοι τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεως:**

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν : α) ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά β) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

$$\text{ταχύτης}: \upsilon = \text{σταθ.}, \quad \text{διάστημα}: s = \upsilon \cdot t$$

Λαμβάνομεν δύο ὀρθογωνίους ἄξονας ὡς ἄξονας τῶν χρόνων (Ot) καὶ τῶν ταχυτήτων (Ου). Κατὰ τὰς διαφόρους χρονικὰς στιγμὰς 0, 1, 2, 3, ... ἡ ταχύτης διατηρεῖται σταθερὰ (υ = 5 cm/sec). Οὕτω λαμβάνομεν τὴν εὐθεῖαν ΑΒ (σχ. 62), παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν χρόνων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν εἰς χρόνον t, ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου ΟΑΒΓ.



Σχ. 62. Τὸ διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν ΟΑΒΓ.

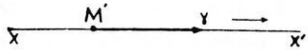
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

56. 'Ορισμός. — Ὅταν κινητὸν κινῆται εὐθυγράμμως, ἀλλὰ εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἄνισα διαστήματα, τότε λέγομεν ὅτι τὸ κινητὸν ἔχει εὐθύγραμμον μεταβαλλομένην κίνησιν. Εἰς μίαν τοιαύτην κίνησιν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ δύναται νὰ μεταβάλλεται κατὰ ποικίλους τρόπους συναρτήσει τοῦ χρόνου. Τὸ ἁπλούστερον εἶδος μεταβαλλομένης κινήσεως εἶναι ἡ **ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις**, ἡ ὁποία ὁρίζεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου εἶναι σταθερά.

Ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ βαίνῃ συνεχῶς αὐξανομένη, ἡ κίνησις καλεῖται ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη. 'Αντιθέτως ,ἂν ἡ ταχύτης βαίνῃ συνεχῶς ἐλαττουμένη, ἡ κίνησις καλεῖται ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη.

57. 'Επιτάχυνσις.— Ἂς θεωρήσωμεν κινητόν, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα $υ_0$ καὶ κινεῖται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας μὲ κίνησιν ὁμαλῶς μεταβαλλομένην. Μετὰ χρόνον t τὸ κινητὸν ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα υ. 'Εντὸς τοῦ χρόνου t παρατηρεῖται μεταβολὴ ταχύτητος $υ - υ_0$. 'Η σταθερὰ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καλεῖται **ἐπιτάχυνσις** (γ). Αὕτη εἶναι ἀνυσματικὸν μέγεθος καὶ ὁρίζεται ὡς ἑξῆς (σχ. 63):

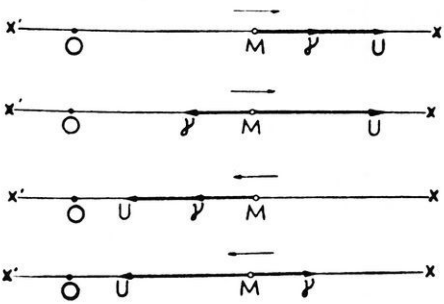


Σχ. 63. Τὸ ἄνυσμα γ παριστᾷ τὴν ἐπιτάχυνσιν.

Ἐπιτάχυνσις κινητοῦ εἰς τὴν ὁμαλῶς μεταβαλλομένην εὐθύγραμμον κίνησιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματος κειμένου ἐπὶ τῆς τροχιᾶς, ἔχοντος ἀρχὴν τὸ κινητόν, φορὰν θετικὴν ἢ ἀρνητικὴν καὶ ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην μὲ τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

$$\textbf{ἐπιτάχυνσις} = \frac{\textbf{μεταβολὴ ταχύτητος}}{\textbf{χρόνος}} \qquad \gamma = \frac{\upsilon - \upsilon_0}{t}$$

Ἡ κίνησις εἶναι **ἐπιταχυνομένη** ἢ **ἐπιβραδυνομένη**, καθ' ὅσον τὰ ἀνύσματα υ καὶ γ εἶναι τῆς αὐτῆς ἢ ἀντιθέτου φορᾶς (σχ. 64).



Σχ. 64. Ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη, ὅταν τὰ ἀνύσματα υ καὶ γ εἶναι ὁμόρροπα.

58. Μονὰς ἐπιταχύνσεως.

—Ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως λαμβάνεται ἡ ἐπιτάχυνσις κινητοῦ, τοῦ ὁποίου ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ τὴν μονάδα τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Εἰς τὸ σύστημα C. G. S. μονὰς ἐπιταχύνσεως εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις κινητοῦ, τοῦ ὁποίου ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ 1 cm/sec ἐντὸς 1 sec.

$$\textbf{1 μονὰς ἐπιταχύνσεως} = \frac{\textbf{1 cm/sec}}{\textbf{1 sec}} = \textbf{1 cm/sec}^2$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τὸ 1 m/sec².

59. Ὑπολογισμὸς τῆς ταχύτητος.— Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως εὑρίσκεται εὐκόλως ὁ νόμος, κατὰ τὸν ὁποῖον μεταβάλλεται ἡ ταχύτης εἰς τὸ εἶδος τοῦτο τῆς κινήσεως. Ἔστω μία **ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη** κίνησις, εἰς τὴν ὁποίαν εἶναι υ_0 ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ($t = 0$) καὶ γ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως. Ἀφοῦ εἰς ἑκάστην μονάδα χρόνου ἡ ταχύτης αὐξάνεται κατὰ τὸ σταθερὸν ποσὸν γ, συνάγεται ὅτι εἰς τὸ τέλος τῆς 1,2,3, ... t χρονικῆς μονάδος ἡ ταχύτης θὰ εἶναι ἀντιστοίχως $\upsilon_0 + \gamma$, $\upsilon_0 + 2\gamma$, $\upsilon_0 + 3\gamma$, ... $\upsilon_0 + \gamma \cdot t$. Ὥστε ἡ ταχύτης υ τοῦ κινητοῦ εἰς τὸ τέλος τῆς t χρονικῆς μονάδος εἶναι :

$$\upsilon = \upsilon_0 + \gamma \cdot t \quad (1)$$

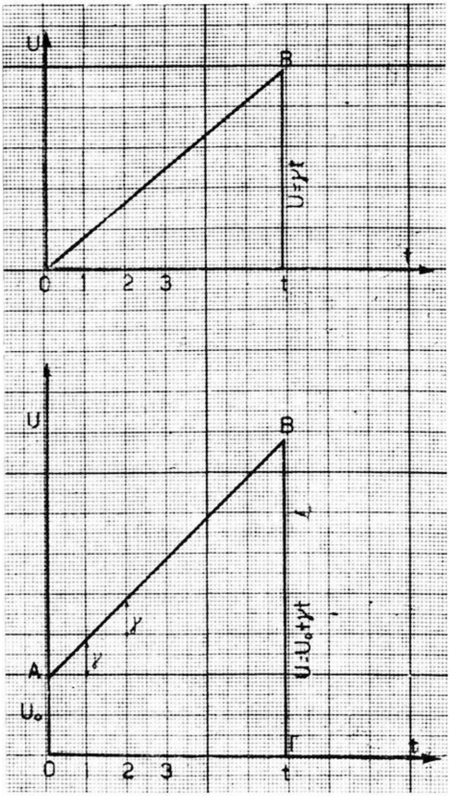
Ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος συναρτήσει τοῦ χρόνου παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας ΑΒ (σχ. 65). Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($\upsilon_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

$$\upsilon = \gamma \cdot t.$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς **ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης** κινήσεως εὑρίσκομεν ὁμοίως ὅτι ἡ ταχύτης υ τοῦ κινητοῦ κατὰ τὸν χρόνον t εἶναι :

$$\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t \quad (2)$$

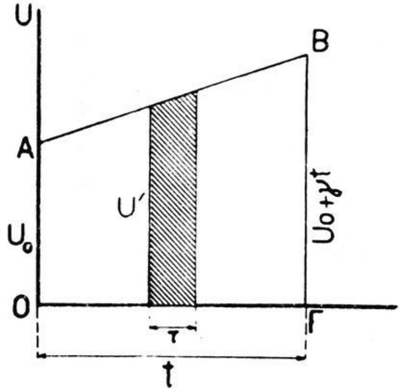
Αἱ ἐξισώσεις (1) καὶ (2) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ εἰς οἱανδήποτε χρονικὴν στιγμήν.



Σχ. 65. Ἡ ταχύτης μεταβάλλεται γραμμικῶς.

Οὕτως ἂν εἶναι $\upsilon_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t = 1{,}5$ sec, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι $\upsilon = 65$ cm/sec.

60. Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος. — Εἰς τὴν ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η ν κίνησιν ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας ΑΒ (σχ. 66). Ἄς φαντασθῶμεν ὅτι ἡ εὐθεῖα ΑΒ ἀποτελεῖται ἀπὸ πολὺ μικρὰ εὐθύγραμμα τμήματα. Τότε δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὸν ἐλάχιστον χρόνον τ ἡ ταχύτης υ' διατηρεῖται σταθερά, δηλαδὴ ὅτι κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ἡ κίνησις δύναται νὰ θεωρηθῇ ἰσοταχής. Μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου τ ἡ ταχύτης αὐξάνει ται, ἤτοι μεταβάλλει τιμήν. Τὸ διάστημα λοιπόν, τὸ ὁποῖον διανύεται κατὰ τὸν χρόνον τ, εἶναι υ' . τ καὶ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν ἑνὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου (εἰς τὸ σχῆμα σημειώνεται γραμμοσκιασμένον). Τὸ ἄθροισμα τῶν ἐμβαδῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν ὀρθογωνίων δίδει κατὰ προσέγγισιν τὴν τιμὴν τοῦ διανυθέντος διαστήματος. Ἡ τιμὴ αὐτὴ πλησιάζει τόσον περισσότερον πρὸς τὴν πραγματικήν, ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ χρόνος τ. Ὅταν ὁ χρόνος τ τείνῃ πρὸς τὸ μηδέν, τότε τὸ πραγματικῶς διανυθὲν διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τραπεζίου ΟΑΒΓ. Ἑπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν ἐντὸς τῶν t χρονικῶν μονάδων μὲ ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η ν κ ί ν η σ ι ν, εἶναι :



Σχ. 66. Τὸ ἐμβαδὸν ΟΑΒΓ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ διανυθὲν διάστημα.

$$s = \frac{OA + \Gamma B}{2} \times O\Gamma = \frac{\upsilon_0 + \upsilon}{2} \cdot t = \frac{2\upsilon_0 + \gamma \cdot t}{2} \cdot t$$

$$\text{ἢ} \quad s = \upsilon_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($\upsilon_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (3) γράφεται :

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι β ρ α δ υ ν ο μ έ ν η ς κ ι ν ή σ ε ω ς ($\gamma < 0$) εὑρίσκομεν ὁμοίως ὅτι τὸ διανυθὲν διάστημα εἶναι :

$$s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \qquad (4)$$

Αἱ ἐξισώσεις (3) καὶ (4) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητόν.

Οὕτως ἂν εἶναι $\upsilon_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου $t = 2$ sec, τὸ κινητὸν θὰ ἔχῃ διατρέξει διάστημα $s = 100 + 20 = 120$ cm.

61. Νόμοι τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως. — Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰς ἑξῆς γενικὰς **ἐξισώσεις τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.**

ἐξισώσεις ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως	: $\gamma =$ **σταθ.**, $\upsilon = \upsilon_0 \pm \gamma \cdot t$, $s = \upsilon_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα ($\upsilon_0 = 0$), τότε αἱ ἀνώτέρω ἐξισώσεις τῆς κινήσεως γράφονται :

$$\boxed{\gamma = \text{σταθ}, \quad \upsilon = \gamma \cdot t, \quad s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2}$$

Αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις δεικνύουν ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα ἰσχύουν οἱ ἀκόλουθοι νόμοι :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν : α) ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά· β) ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ· γ) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

62. Διάρκεια τῆς κινήσεως καὶ ὁλικὸν διάστημα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν.— Ἔστω ὅτι κινητὸν ἔχει ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι β ρ α δ υ ν ο μ έ ν η ν κ ί ν η σ ι ν καὶ ὅτι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης του εἶναι υ_0 καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι γ. Τότε αἱ ἐξισώσεις τῆς κινήσεώς του εἶναι :

$$\upsilon = \upsilon_0 - \gamma \cdot t \qquad s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$$

Τὸ κινητὸν θὰ σταματήση μετὰ χρόνον t, ὁπότε ἡ ταχύτης του θὰ μηδενισθῇ. Τότε εἶναι :

$$0 = \upsilon_0 - \gamma \cdot t \qquad \text{ἄρα} \qquad t = \frac{\upsilon_0}{\gamma}$$

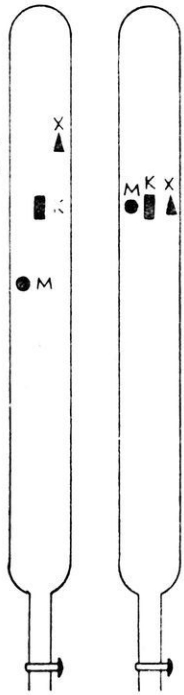
Ἡ ἀνωτέρω σχέσις μᾶς δίδει τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως. Ἐὰν θέσωμεν τὴν εὑρεθεῖσαν τιμὴν τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ διαστήματος, θὰ εὕρωμεν ὅτι τὸ ὁλικὸν διάστημα εἶναι :

$$s = \upsilon_0 \cdot \left(\frac{\upsilon_0}{\gamma}\right) - \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \left(\frac{\upsilon_0}{\gamma}\right)^2 = \frac{\upsilon_0^2}{2\gamma}$$

Ἄρα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν εἶναι :

διάρκεια τῆς κινήσεως : $t = \frac{\upsilon_0}{\gamma}$

ὁλικὸν διάστημα : $s = \frac{\upsilon_0^2}{2\gamma}$



Σχ. 67. Σωλὴν τοῦ Νεύτωνος.

ΠΤΩΣΙΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

63. Ἔρευνα τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. — Πρῶτος ὁ Γαλιλαῖος ἀπέδειξεν ὅτι :

Ἡ πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι μία ἁπλουστάτη εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις.

Τοῦτο θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω πειραματικῶς. Τὸ νῆμα τῆς στάθμης φανερώνει ὅτι τὰ σώματα πίπτουν κατακορύφως.

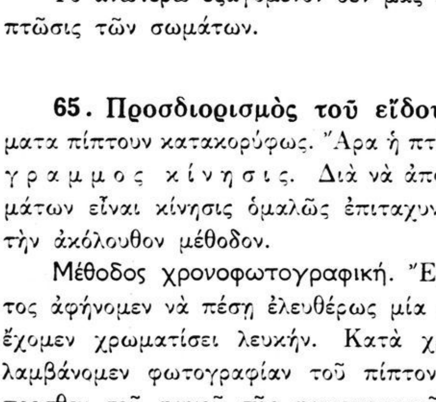
64. Πτῶσις τῶν σωμάτων εἰς τὸ κενόν. Λαμβάνομεν σωλῆνα ὑάλινον (σχ. 67) μήκους 2 m περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, εἰς δὲ τὸ ἄλλο φέρει στρόφιγγα. Ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑπάρχουν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου (M), τεμάχιον κιμωλίας (K) καὶ τεμάχιον χάρτου (X). Ὅταν ὁ σωλὴν περιέχῃ ἀέρα, ἀναστρέφομεν ἀποτόμως τὸν σωλῆνα. Παρατηροῦμεν ὅτι πρῶτος πίπτει ὁ μόλυβδος. 'Αφαιροῦμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τὸν σωλῆνα καὶ ἐπαναλαμβάνομεν τὸ πείραμα. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ τρία σώματα φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος. 'Απὸ τὸ πείραμα τοῦτο συνάγομεν ὅτι :

Εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως.

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον δὲν μᾶς ἐξηγεῖ τί εἴδους κίνησις εἶναι ἡ πτῶσις τῶν σωμάτων.

65. Προσδιορισμὸς τοῦ εἴδους τῆς κινήσεως.— Τὰ σώματα πίπτουν κατακορύφως. Ἄρα ἡ πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι εὐθύγραμμος κίνησις. Διὰ νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ἡ πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη χρησιμοποιοῦμεν σήμερον τὴν ἀκόλουθον μέθοδον.

Μέθοδος χρονοφωτογραφική. Ἔμπροσθεν ἑνὸς μαύρου πετάσματος ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως μία σφαῖρα ἀπὸ χάλυβα, τὴν ὁποίαν ἔχομεν χρωματίσει λευκήν. Κατὰ χρονικὰ διαστήματα πολὺ μικρὰ λαμβάνομεν φωτογραφίαν τοῦ πίπτοντος σώματος. Πρὸς τοῦτο ἔνπροσθεν τοῦ φακοῦ τῆς φωτογραφικῆς μηχανῆς στρέφεται ἰσοταχῶς ἀδιαφανὴς δίσκος, ὁ ὁποῖος φέρει ὀπὰς κανονικῶς διατεταγμένας (σχ. 68). Οὕτως, ἐὰν ὁ δίσκος ἐκτελῇ 5 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον καὶ ἐὰν ὁ δίσκος φέρῃ 4 ὀπάς, τότε αἱ διαδοχικαὶ φωτογραφίαι λαμβάνονται κατὰ χρονικὰ διαστήματα ἴσα μὲ 1/20 τοῦ δευτερολέπτου. Ἡ σφαῖρα φωτίζεται ἰσχυρῶς μὲ τὴν βοήθειαν ἠλεκτρικοῦ τόξου. Μετὰ τὴν ἐμφάνισιν, παρατηροῦμεν ἐπὶ τῆς πλακὸς μίαν σειρὰν εἰδώλων A_1, B_1, Γ_1, E_1. Τὰ εἴδωλα αὐτὰ εἶναι τὰ εἴδωλα τῆς σφαίρας, τὰ ὁποῖα λαμβάνονται, ὅταν μία ὀπὴ τοῦ δίσκου διέρχεται ἔμπροσθεν τοῦ



Σχ. 68. Μέθοδος χρονοφωτογραφική.

φακοῦ τῆς μηχανῆς. Κατὰ τὰς ἀντιστοίχους χρονικὰς στιγμὰς ἡ σφαῖρα εὑρίσκεται εἰς τὰς θέσεις Α, Β, Γ, Ε, ... Ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα ὅμοια τρίγωνα εὑρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1\Gamma_1}{B\Gamma} = \frac{\Gamma_1E_1}{\Gamma E} = \frac{ON}{OM} = \varkappa$$

Ὁ λόγος $\varkappa$ εἶναι σταθερός. Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν εὑρίσκομεν :

$$A_1B_1 = \varkappa \cdot AB, \qquad B_1\Gamma_1 = \varkappa \cdot B\Gamma, \qquad \Gamma_1E_1 = \varkappa \cdot \Gamma E$$

Αἱ ἀποστάσεις A_1B_1, $B_1\Gamma_1$, Γ_1E_1, ... εἶναι τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα διήνυσε τὸ εἴδωλον τῆς σφαίρας ἐντὸς ἴσων χρονικῶν διαστημάτων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ διαστήματα τὰ διανυθέντα ὑπὸ τοῦ εἰδώλου εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ διαστήματα τὰ ὁποῖα διήνυσεν ἡ σφαῖρα.

Ἔστω ὅτι εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ἡ σφαῖρα εὑρίσκετο εἰς τὴν θέσιν Α, χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα. Ἐὰν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις τῶν εἰδώλων, εὑρίσκομεν ὅτι τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα διήνυσε τὸ εἴδωλον τῆς σφαίρας, εἶναι :

$$A_1\Gamma_1 = 4 \cdot A_1B_1 \qquad A_1E_1 = 9 \cdot A_1B_1$$

ἤτοι τὰ διαστήματα τὰ διανυόμενα ὑπὸ τοῦ εἰδώλου τῆς σφαίρας εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων, ἐντὸς τῶν ὁποίων διηνύθησαν. Τὸν αὐτὸν ὅμως νόμον ἀκολουθοῦν καὶ τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα διανύονται ἀπὸ τὴν πίπτουσαν σφαῖραν. Ἄρα :

Ἡ πτῶσις τῆς σφαίρας εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο εἶναι εὔκολον νὰ εὕρωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῆς σφαίρας.

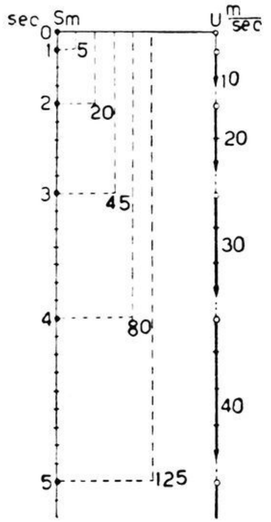
66. Ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.— Εἴδομεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σώματα. Αὕτη παριστάνεται μὲ τὸ γράμμα g. Ἀκριβῆ πειράματα ἀπέδειξαν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων ἔχει περίπου τὴν τιμήν : $g = 981$ cm/sec². Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλους τοὺς τόπους τῆς Γῆς. Οὕτως εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978$ cm/sec², ἐνῷ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983$ cm/sec². Εὑρέθη λοιπὸν ὅτι :

Εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι σταθερά.

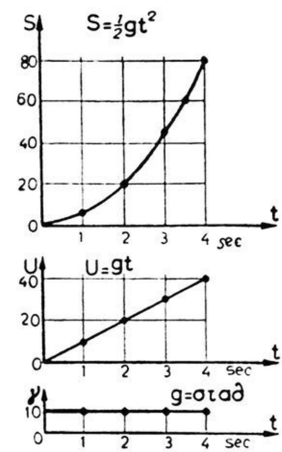
Ἡ τιμὴ τοῦ g εὑρίσκεται ἀκριβῶς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ἐκκρεμοῦς.

67. Νόμοι τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων.— Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων:**

1. Ἡ ἐλευθέρα πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι κατακόρυφος κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.



Σχ. 69 Διάστημα καὶ ταχύτης κατὰ τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν.



Σχ. 70. Γραφικὴ παράστασις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρας πτώσεως τῶν σωμάτων.

II. Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι εἰς τὸν αὐτὸν τόπον σταθερὰ δι' ὅλα τὰ σώματα.

	ἐπιτάχυνσις :	$\mathbf{g = \text{σταθ.}}$
νόμοι ἐλευθέρας πτώσεως :	**ταχύτης :**	$\upsilon = g \cdot t$
	διάστημα :	$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Εἰς τὸ σχῆμα 69 δεικνύονται αἱ τιμαὶ τῶν διαστημάτων καὶ τῶν ταχυτήτων, ἐλήφθη δὲ ὅτι κατὰ προσέγγισιν εἶναι $g = 10$ m/sec². Εἰς τὸ σχῆμα 70 δεικνύονται γραφικῶς αἱ μεταβολαὶ τῶν μεγεθῶν s, υ καὶ g συναρτήσει τοῦ χρόνου (διὰ $t = 0$ ἕως $t = 4$ sec).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

37. Ἀπὸ τὰς δύο πόλεις Α καὶ Β ἀναχωροῦν συγχρόνως δύο ἁμαξοστοιχίαι, αἱ ὁποῖαι κινοῦνται ἡ μὲν πρώτη ἐκ τῆς Α πρὸς τὴν Β, ἡ δὲ δευτέρα ἀντιθέτως. Ἡ πρώτη ἔχει σταθερὰν ταχύτητα 92 km/h, ἡ δὲ δευτέρα ἔχει ταχύτητα 78 km/h. Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο πόλεων εἶναι 203 km. Νὰ εὑρεθῇ εἰς πόσην ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν πόλιν Α θὰ συναντηθοῦν αἱ δύο ἁμαξοστοιχίαι καὶ κατὰ ποίαν χρονικὴν στιγμήν.

38. Μία ταχεῖα ἁμαξοστοιχία ἀναχωρεῖ ἀπὸ τὴν πόλιν Α κατὰ τὴν 7 h 05 min καὶ ἀφοῦ διατρέξῃ διάστημα 129,5 km φθάνει εἰς τὴν πόλιν Β κατὰ τὴν 8 h 43 min. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῆς ἁμαξοστοιχίας;

39. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινούμενον μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 cm/sec² διανύει διάστημα 50 m. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη καὶ πόση εἶναι ἡ τελικὴ ταχύτης του;

40. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινούμενον ἐπὶ 20 sec μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν διανύει διάστημα 0,8 km. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις;.

41. Μία ἀτμομηχανὴ σιδηροδρόμου ἀναχωρεῖ ἀπὸ ἕνα σταθμὸν καὶ κινουμένη μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν ἀποκτᾷ ἐντὸς 12 min ταχύτητα 108 km/h. Νὰ εὑρεθῇ πόσον διάστημα διέτρεξεν: 1) ἐντὸς τοῦ πρώτου λεπτοῦ, 2) ἐντὸς τοῦ δευτέρου λεπτοῦ καὶ 3) ἐντὸς τοῦ δωδεκάτου λεπτοῦ.

42. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 2 m. Τὸ βλῆμα, κινούμενον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆνος μὲ ταχύτητα 400 m/sec. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη τὸ βλῆμα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ πόση ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ;

43. Ἀπὸ τὰ ἄκρα Α καὶ Β μιᾶς εὐθείας ἀναχωροῦν δύο κινητά, τὰ ὁποῖα κινούμενα μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν πλησιάζουν τὸ ἓν πρὸς τὸ ἄλλο μὲ ἀντιστοίχους ἐπιταχύνσεις 1 m/sec² καὶ 2 m/sec². Τὸ ἐκ τοῦ Α προερχόμενον ἐκκινεῖ 2 sec μετὰ τὴν ἀναχώρησιν τοῦ ἐκ *τοῦ Β προερχομένου. Τὰ δύο κινητὰ συναντῶνται εἰς ἓν σημεῖον Γ, τὸ ὁποῖον ἀπέχει 25 m ἀπὸ τὸ ἄκρον Β. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῆς εὐθείας ΑΒ ;*

44. Κινητὸν ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 200 cm/sec². Πόση εἶναι ἡ ταχύτης του, ὅταν τὸ κινητὸν διατρέξῃ διάστημα 8 m ;

45. Ἓν σῶμα ἔχει κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 3 m/sec². Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ, διὰ νὰ διπλασιασθῇ ἡ ταχύτης του ;

46. Σῶμα ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιβράδυνσιν 1,2 m/sec². Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ : α) διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ ταχύτης του εἰς τὸ ἥμισυ· β) διὰ νὰ σταματήσῃ ;

47. Ἓν πίπτον ἐλευθέρως σῶμα ἔχει εἰς ἓν σημεῖον Α τῆς τροχιᾶς του ταχύτητα 40 cm/sec καὶ εἰς ἓν χαμηλότερον σημεῖον Β, ἔχει ταχύτητα 150 cm/sec. Πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις ΑΒ τῶν δύο σημείων; g = 10 m/sec².

48. Ἀπὸ τὸ χεῖλος φρέατος βάθους 180 m ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως σῶμα Α καὶ μετὰ 1 sec ἀφήνομεν νὰ πέσῃ δεύτερον σῶμα Β. Εἰς πόσον ὕψος ἄνωθεν τοῦ πυθμένος τοῦ φρέατος εὑρίσκεται τὸ σῶμα Β, ὅταν τὸ Α φθάσῃ εἰς τὸν πυθμένα ; g = 10 m/sec².

49. Δύο σώματα εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ τὸ Α εὑρίσκεται 300 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ Β. Ἀφήνεται τὸ Α νὰ πέσῃ ἐλευθέρως καὶ μετὰ 6 sec ἀπὸ τῆς ἀναχωρήσεώς του ἀρχίζει νὰ πίπτῃ ἐλευθέρως καὶ τὸ Β. Μετὰ πόσα δευτερόλεπτα ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεως τοῦ Β θὰ συναντηθοῦν τὰ δύο σώματα καὶ εἰς πόσην ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκκινήσεως τοῦ Α; Μετὰ πόσον χρόνον ἀπὸ τῆς συναντήσεώς των ἡ ἀπόστασις τῶν δύο σωμάτων θὰ εἶναι πάλιν 300 m ; g = 10 m/sec²

50. Ἀπὸ τὴν κορυφὴν τοῦ πύργου τοῦ Eiffel (ὕψος 300 m) ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 35 m/sec. Μὲ πόσην ταχύτητα καὶ μετὰ πόσον χρόνον φθάνει ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος ; g = 9,8 m/sec².

51. Μὲ πόσην ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ἓν σῶμα, εὑρισκόμενον εἰς ὕψος 10 m, ὥστε τὸ σῶμα νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 1 sec; Μὲ πόσην ταχύτητα φθάνει τὸ σῶμα εἰς τὸ ἔδαφος ;

Β' ἐξαμηνου

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

ΑΙ ΑΡΧΑΙ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

68. Κίνησις καὶ δύναμις.— Εἰς τὰ προηγούμενα κεφάλαια ἐξητάσαμεν τὴν κίνησιν χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν αἰτίαν, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως τῶν σωμάτων καλεῖται κινητική. Διὰ τὴν πλήρη ἔρευναν τοῦ φαινομένου τῆς κινήσεως πρέπει νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος καὶ παράγει τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως καλεῖται δυναμική.

69. Ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας.— Ἐκ τῆς πείρας καταφαίνεται ὅτι πρέπει νὰ δώσωμεν διὰ τὴν δύναμιν τὸν ἑξῆς ὁρισμόν :

Δύναμις καλεῖται τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ προκαλέσῃ κίνησιν ἑνὸς σώματος ἢ τροποποίησιν τῆς κινήσεως ἑνὸς σώματος.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω ὁρισμοῦ τῆς δυνάμεως προκύπτει ὅτι, ἂν ἐπὶ ἑνὸς ὑλικοῦ σημείου δὲν ἐνεργῇ καμμία δύναμις, τότε :

α) ἐὰν τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἠρεμῇ, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ παραμένῃ εἰς ἠρεμίαν·

β) ἐὰν τὸ ὑλικὸν σημεῖον κινῆται, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆται κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν καὶ μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα, ἤτοι θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν **ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας** καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Ἕκαστον σῶμα διατηρεῖ τὴν κατάστασιν τῆς ἠρεμίας ἢ τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεώς του, ἐφ' ὅσον δὲν ἐνεργήσῃ ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικὴ δύναμις, διὰ νὰ μεταβάλῃ τὴν κατάστασιν αὐτήν.

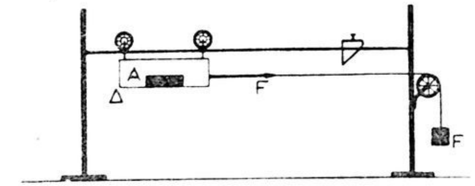
Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας διετυπώθη διὰ πρώτην φορὰν ἀπὸ τὸν Νεύτωνα καὶ δὲν προκύπτει ἀπὸ ἄλλους νόμους· ἐπομένως ἀποτελεῖ «βασικὸν ἢ θεμελιώδη» νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἤτοι ἀποτελεῖ μίαν «ἀ ρ χ ὴ ν» τῆς Μηχανικῆς. Διὰ τὴν ἀλήθειαν τῆς ἀρχῆς αὐτῆς βεβαιούμεθα κυρίως ἀπὸ τὸ γεγονός, ὅτι ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως φαίνονται ὡς ἀποτέλεσμα τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδρανείας.

70. Ἀδράνεια τῆς ὕλης.—Εἴδομεν ὅτι διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ σώματος μία ἐξωτερικὴ δύναμις, διότι τὸ σῶμα δὲν δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ μεταβάλῃ τὴν κινητικήν του κατάστασιν. Τὸ γεγονὸς τοῦτο μᾶς ἀναγκάζει νὰ παραδεχθῶμεν ὅτι τὰ σώματα ἀ ν θ ί σ τ α ν τ α ι εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεώς των, μὲ ἄλλους λόγους ὅτι τὰ σώματα τείνουν νὰ δ ι α τ η ρ ή σ ο υ ν τὴν κεκτημένην κινητικήν των κατάστασιν. Αὐτὴ ἡ χαρακτηριστικὴ ἰδιότης τῆς ὕλης καλεῖται **ἀδράνεια.** Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν παρουσιάζουν τὰ σώματα εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς των καταστάσεως, ἤτοι ἡ ἀδράνεια αὐτῶν, ἐκδηλώνεται τόσον ἐντονώτερον, ὅσον ταχύτερον προσπαθοῦμεν νὰ ἐπιφέρωμεν αὐτὴν τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος. Οὕτω π.χ. κατὰ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν ἑνὸς ὀχήματος (τροχιοδρομικοῦ, λεωφορείου κ.τ.λ.) οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ὀπίσω· ἀντιθέτως κατὰ τὴν ἀπότομον στάσιν τοῦ ταχέως κινουμένου ὀχήματος οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ἐμπρός. Ὅταν ἡ μεταβολὴ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος ἐπιφέρεται βαθμιαίως, τότε τὸ σῶμα παρουσιάζει ἀνεπαίσθητον ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως.

71. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος.— Πᾶν σῶμα, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του κ α τ α κ ο ρ ύ φ ω ς μὲ κ ί ν η σ ι ν ὁ μ α λ ῶ ς ἐ π ι τ α χ υ ν ο μ έ ν η ν (§ 67). Ἡ ἐλευθέρα πτῶσις τοῦ σώματος εἶναι τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ σώματος ἡ σ υ ν ε χ ὴ ς δ ρ ᾶ σ ι ς τ ῆ ς σ τ α θ ε ρ ᾶ ς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν ἐκαλέσαμεν β ά ρ ο ς τοῦ σώματος (§ 41). Γενικεύοντες τὰ ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸν ἀκόλουθον νόμον :

Ὅταν ἐπὶ ἑνὸς σώματος, εὑρισκομένου ἀρχικῶς εἰς ἠρεμίαν, ἐνεργήσῃ συνεχῶς μία δύναμις σταθερὰ κατ' ἔντασιν καὶ διεύθυνσιν, τὸ σῶμα ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως.

72. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.— Ἐπὶ ἑνὸς ἀρχικῶς ἠρεμοῦντος σώματος ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F, ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Διὰ νὰ εὕρωμεν ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξὺ τῆς κινούσης δυνάμεως F καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως γ, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα, πειραματιζόμεθα μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Τὸ μικρὸν εὐκίνητον ὄχημα Δ σύρεται ὑπὸ τῆς σταθερᾶς δυνάμεως F, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ νήματος. Τὸ ὄχημα ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Εὑρίσκομεν τὸ διάστημα s, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ ὄχημα ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου t.



Σχ. 71. Τὸ ὄχημα Δ ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.

Οὕτως ἀπὸ τὴν σχέσιν $\gamma = \frac{2s}{t^2}$ προσδιορίζομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν γ. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργήσῃ δύναμις διπλασία 2F, τριπλασία 3F, εὑρίσκομεν ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γίνεται διπλασία 2γ, τριπλασία 3γ. Τὸ πείραμα λοιπὸν ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν.

73. Σχέσις μεταξὺ τῆς μάζης τοῦ σώματος καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.— Πειραματιζόμεθα πάλιν μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Ὅταν ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος (ὄχημα καὶ σῶμα A) εἶναι m, ἡ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἐπιτάχυνσιν γ. Ἐὰν ἡ μᾶζα τοῦ συστήματος γίνῃ διπλασία 2m, τριπλασία 3m, τότε εὑρίσκομεν ὅτι ἡ αὐτὴ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἀντιστοίχους ἐπιταχύνσεις $\frac{\gamma}{2}$, $\frac{\gamma}{3}$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει λοιπὸν ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος.

Ἡ μᾶζα m ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν γ. Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ καὶ ἡ μᾶζα 2m ἐπιτάχυνσιν γ, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ διπλασία δύναμις 2F. Ὁμοίως διὰ νὰ ἀποκτήσῃ ἡ μᾶζα 3m ἐπιτάχυνσιν γ, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις 3F. Ἐκ τούτων συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα ὡρισμένην ἐπιτάχυνσιν (γ), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος.

74. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς. Ὁρισμὸς τῆς μάζης.— Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν (§ 72, § 73) συνάγεται ἡ ἀκόλουθος **θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς :**

$$\boxed{\textbf{θεμελιώδης ἐξίσωσις δυναμικῆς: } \mathbf{F = m \cdot \gamma}}$$

Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις συνδέει τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν κίνησιν (δηλ. τὴν δύναμιν), μὲ τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα (δηλ. τὴν ἐπιτάχυνσιν) καὶ δεικνύει ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα.

Ἀπὸ τὴν εὑρεθεῖσαν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς προκύπτει καὶ ὁ ἀκόλουθος δυναμικὸς ὁρισμὸς τῆς μάζης :

Μᾶζα ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἡ δύναμις αὐτὴ προσδίδει εἰς τὸ σῶμα.

$$\boxed{\textbf{μᾶζα} = \frac{\textbf{δύναμις}}{\textbf{ἐπιτάχυνσις}} \qquad \mathbf{m = \frac{F}{\gamma}}}$$

75. Ἀρχὴ τῆς ἀφθαρσίας τῆς μάζης.— Πρῶτος ὁ Lavoisier ἀπέδειξε πειραματικῶς ὅτι ἡ μᾶζα τῶν σωμάτων διατηρεῖται ἀμετάβλητος. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν θεμειώδη **ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς μάζης** καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς ὅλα τὰ φυσικὰ ἢ χημικὰ φαινόμενα ἡ μᾶζα τοῦ συνόλου τῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα ὑφίστανται τὴν μεταβολήν, διατηρεῖται σταθερά.

76. Μονὰς τῆς δυνάμεως.— Ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται εἰς τὸ σύστημα C.G.S. τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr). Ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς $F = m \cdot \gamma$ ὁρίζομεν τὴν μονάδα δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς ἑξῆς :

$$F = m \cdot \gamma = 1 \text{ gr} \times 1 \text{ cm/sec}^2 = 1 \text{ δύνη } (1 \text{ dyn})$$

Μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι ἡ δύνη (1 dyn), ἤτοι ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐνεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 gr, προσδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν ἴσην μὲ 1 cm/sec^2.

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ κατὰ τὴν λύσιν προβλημάτων εἶναι προτιμότερον νὰ μετρῶνται ὅλα τὰ φυσικὰ μεγέθη F, m καὶ γ εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S., ἤτοι εἰς dyn, gr καὶ cm/sec^2.

77. Σχέσις μεταξὺ γραμμαρίου βάρους (gr*) καὶ δύνης.— Ἡ μᾶζα 1 γραμμαρίου (1 gr) ἔχει ἐξ ὁρισμοῦ βάρος ἴσον μὲ 1 γραμμάριον βάρους (1 gr*). Ἐὰν ἡ μᾶζα αὐτὴ ἀφεθῇ ἐλευθέρα, θὰ πέσῃ μὲ ἐπιτάχυνσιν $g = 981$ cm/sec^2. Συμφώνως πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν ὅτι :

$$1 \text{ gr}^* = 1 \text{ gr} \times 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ dyn} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ dyn} = 1/981 \text{ gr}^*$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις δυνάμεθα νὰ λαμβάνωμεν κατὰ προσέγγισιν: 1 gr* = 1000 dyn.

78. Ἐφαρμογὴ τῆς θεμελιώδους ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$ εἰς τὴν πτῶσιν τῶν σωμάτων.— Ἓν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν m, ὅταν ἀφεθῇ ἐλεύθερον, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του B μὲ ἐπιτάχυνσιν g. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτήν, ἐφαρμόζοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν :

$$\boxed{\textbf{βάρος σώματος:} \quad B = m \cdot g}$$

Ὅπως εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, οὕτω καὶ εἰς τὴν ἐξίσωσιν

$B = m \cdot g$ εἶναι προτιμότερον νὰ μετρῶνται τὰ μεγέθη εἰς μονάδας C.G.S.

79. Συνέπειαι τῆς σχέσεως : $B = m \cdot g$.— Θεωροῦμεν δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν μάζας m_1 καὶ m_2. Εἰς τὸν τόπον μας ἡ ἐπιτάχυνσις g τῆς πτώσεως εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ τὰ δύο σώματα. 'Εὰν μὲ δυναμόμετρον εὕρωμεν ὅτι τὰ δύο σώματα ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος B τότε εἶναι :

$$B = m_1 \cdot g = m_2 \cdot g \quad \text{ἄρα} \quad m_1 = m_2$$

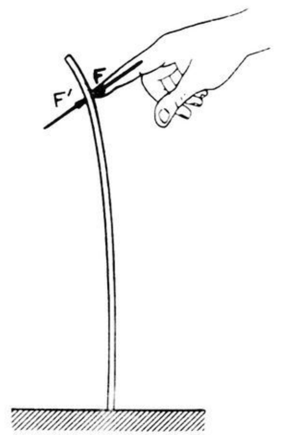
'Εὰν δύο σώματα ἔχουν εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἴσα βάρη, θὰ ἔχουν καὶ ἴσας μάζας.

'Επὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ἡ στατικὴ μέτρησις τῆς μάζης (§ 14). Τὴν ἰσότητα τοῦ βάρους τῶν δύο σωμάτων τὴν εὑρίσκομεν μὲ τὸν ζυγὸν ἢ τὸ δυναμόμετρον. 'Εὰν μεταφερθῶμεν εἰς ἄλλον τόπον, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως μεταβάλλεται καὶ γίνεται g'. 'Αλλὰ τὰ δύο σώματα, ἐπειδὴ ἔχουν ἴσας μάζας, θὰ ἔχουν πάλιν τὸ αὐτὸ βάρος B'

$$\text{ἤτοι} \quad B' = m_1 \cdot g' = m_2 \cdot g'$$

'Εὰν εἰς ἕνα τόπον τὰ βάρη δύο σωμάτων εἶναι ἴσα μεταξύ των, τότε καὶ εἰς οἱονδήποτε ἄλλον τόπον τὰ βάρη τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσα μεταξύ των.

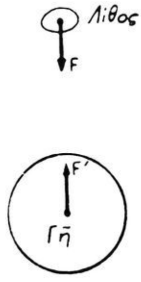
80. 'Αρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.— 'Ο Νεύτων, ἐκτὸς τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδρανείας (§ 69), διετύπωσε καὶ τὴν ἀκόλουθον **ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως :**



Σχ. 72. Τὸ ἔλασμα ἀντιδρᾷ μὲ δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον.

"Οταν ἓν σῶμα A ἐξασκῇ ἐπὶ ἄλλου σώματος B μίαν δύναμιν, τότε καὶ τὸ σῶμα B ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος A δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον.

'Η μία ἐκ τῶν δυνάμεων τούτων καλεῖται **δρᾶσις**, ἡ δὲ ἄλλη καλεῖται **ἀντίδρασις.** Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν κατὰ ζεύγη. Οὕτως, ὅταν μὲ τὸν δάκτυλόν μας ἐξασκοῦμεν ἐπὶ ἐλάσματος μίαν δύναμιν F (σχ. 72), τότε καὶ τὸ ἔλασμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δακτύλου μας μίαν δύναμιν F′ ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F. Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα εὑρίσκονται εἰς ἐ π α φ ή ν. Εἶναι ὅμως δυνατὸν τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα νὰ εὑρίσκωνται εἰς ἀ π ό σ τ α σ ι ν τὸ ἓν ἀπὸ τὸ ἄλλο. Οὕτως ἡ Γῆ ἐξασκεῖ ἐπὶ ἑνὸς λίθου μίαν ἕλξιν F, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν βάρος (σχ. 73)· ἀλλὰ συγχρόνως καὶ ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς Γῆς μίαν δύναμιν F′ ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F. Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ μικρὰ σχετικῶς δύναμις F′ εἶναι ἀνίκανος νὰ κινήσῃ τὴν Γῆν πρὸς τὸν λίθον καὶ διὰ τοῦτο δὲν γίνεται ἀντιληπτή.



Σχ. 73. Ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς Γῆς ἕλξιν F′, ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

52. Σῶμα μάζης 19,62 kgr κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν 1,5 m/sec^2. Πόση εἶναι ἡ κινοῦσα δύναμις;

53. Σῶμα μάζης 2 kgr κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως 1,5 kgr. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως ;*

54. Σῶμα μάζης 10 gr ἀρχικῶς ἠρεμεῖ. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ ἐπὶ 4 sec δύναμις 2 gr. Πόσον διάστημα διανύει τὸ σῶμα ἐντὸς 6 sec;*

55. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 3 m. Τὸ ἐκσφενδονιζόμενον βλῆμα ἔχει μᾶζαν 1 kgr καὶ ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆνος μὲ ταχύτητα 850 m/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ βλήματος ἕνεκα τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως, ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ἡ δύναμις αὕτη διατηρεῖται σταθερά.

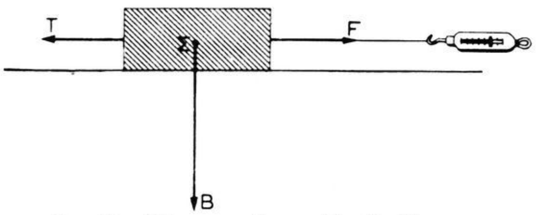
56. Βλῆμα ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ ἐκσφενδονίζεται ἀπὸ τὴν κάννην ὅπλου, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 50 cm. Ἐὰν ἡ δύναμις τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως ἐντὸς τῆς κάννης εἶναι κατὰ μέσον ὅρον ἴση μὲ 25 tn, νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, ὅταν τοῦτο ἐξέρχεται ἀπὸ τὴν κάννην. Αἱ τριβαὶ ἐντὸς τῆς κάννης παραλείπονται.*

57. Ἐπὶ ἑνὸς σώματος ἐνεργεῖ δύναμις 4500 dyn, ἡ ὁποία κι...

σῶμα κατὰ τὴν διεύθυνσιν της. Κατὰ μίαν ὡρισμένην χρονικὴν στιγμὴν ἡ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι 60 cm/sec, μετὰ 8 sec βραδύτερον ἡ ταχύτης εἶναι 105 cm/sec. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος;

ΤΡΙΒΗ

81. Τριβὴ ὀλισθήσεως.— Ἐπὶ ὁριζοντίας τραπέζης σύρομεν ἓν σῶμα οὕτως, ὥστε τὸ σῶμα νὰ ὀ λ ι σ θ α ί ν η ἰ σ ο τ α χ ῶ ς. Παρατηροῦμεν τότε ὅτι, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσοταχὴς κίνησις τοῦ σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργῇ σ υ ν ε χ ῶ ς ἐπὶ τοῦ σώματος μία σταθερὰ δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μὲ δυναμόμετρον (σχ. 74). Ἡ δύναμις αὐτὴ F, ἂν καὶ ἐνεργῇ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ σώματος, ἐν τούτοις δὲν προσδίδει εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν. Ἄρα ἡ δύναμις F ἰσορροπεῖ καθ' ἑκάστην στιγμὴν μίαν ἄλλην ὁριζοντίαν καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμιν T, ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν μετακίνησιν τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὴν τράπεζαν. Ἡ ἀντιδρῶσα αὐτὴ δύναμις καλεῖται **τριβὴ ὀλισθήσεως**. Ἡ ἔντασις τῆς δυνάμεως αὐτῆς εἶναι ἴση μὲ τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως F, τὴν ὁποίαν μετροῦμεν μὲ τὸ δυναμόμετρον. Ὥστε :



Σχ. 74. Μέτρησις τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.

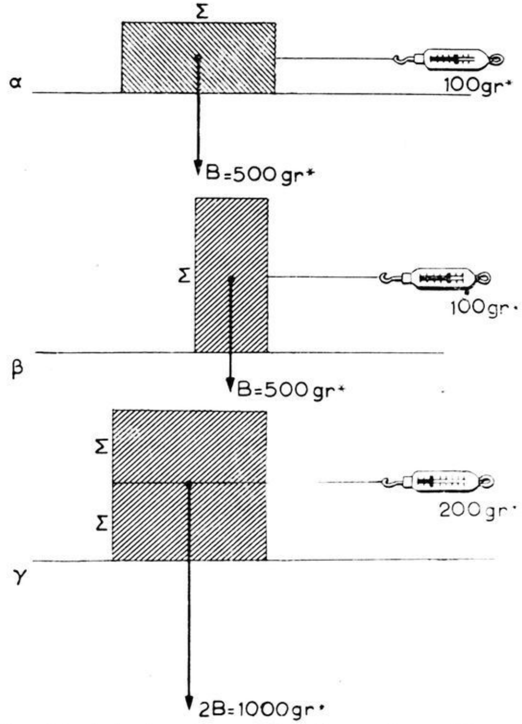
I. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία ἔχει πάντοτε φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως.

II. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἴση μὲ τὴν δύναμιν ἐκείνην, ἡ ὁποία διατηρεῖ τὴν κίνησιν, χωρὶς νὰ προσδίδῃ ἐπιτάχυνσιν.

82. Νόμος τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.— α) Ὅταν τὸ σῶμα κινῆται ἰσοταχῶς ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας τραπέζης (σχ. 75 α), παρατηροῦμεν ὅτι τὸ δυναμόμετρον δεικνύει τὴν αὐτὴν πάντοτε ἔνδειξιν, εἴτε βραδέως εἴτε ταχέως κινεῖται τὸ σῶμα. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα.

β) Ὅταν τὸ αὐτὸ σῶμα στηριχθῇ ἐπὶ τῆς τραπέζης μὲ μικροτέραν ἕδραν του, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει πάλιν τὴν αὐτὴν ἔνδειξιν (σχ. 75 β). Ὥστε ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς τῶν δύο σωμάτων.

γ) Ἐὰν διπλασιασθῇ τὸ βάρος τοῦ σώματος, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει ὅτι τώρα ἀντίτίθεται εἰς τὴν κίνησιν διπλασία δύναμις (σχ. 75 γ). Ἄρα ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα πιέζει καθέτως τὸ ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ὀλισθαίνει (κάθετος δύναμις). Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :



Σχ. 75. Διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν νόμων τῆς τριβῆς.

Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως (Τ) εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα καὶ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς, εἶναι δὲ ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν (F_K), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως πρὸς τὸ ἐπίπεδον ὀλισθήσεως.

$$\boxed{\textbf{τριβὴ ὀλισθήσεως}: \ T = \eta \cdot F_K}$$

ὅπου η εἶναι ὁ **συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως**, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δύο ἐπιφανειῶν. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως ἐλαττοῦται, ἂν μεταξὺ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν παρεμβληθῇ στρῶμα λιπαντικοῦ ὑγροῦ.

Συντελεσταὶ τριβῆς ὀλισθήσεως $\eta = \dfrac{T}{F_K}$	
Σίδηρος ἐπὶ πάγου	0,014
Ξύλον ἐπὶ ξύλου	0,400
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου χωρὶς λίπανσιν	0,150
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου μὲ λίπανσιν	0,060

Παράδειγμα. Τεμάχιον σιδήρου, ἔχον σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου καὶ βάρος 100 gr*, εὑρίσκεται ἐπὶ ὁριζοντίας τραπέζης. 'Επὶ τοῦ σώματος ἐφαρμόζεται ὁριζοντία δύναμις $F = 80$ gr*. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως εἰς τὰς ἑξῆς δύο περιπτώσεις : α) ἂν θεωρήσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχει τριβὴ καὶ β) ὅταν δοθῇ ὅτι ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0,20$.

α) Κίνησις χωρὶς τριβήν. 'Επὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ μόνον ἡ ὁριζοντία δύναμις $F = 80$ gr*. 'Η δύναμις αὐτὴ εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι ἴση μὲ $F = 8 \cdot 10^4$ dyn (διότι κατὰ προσέγγισιν εἶναι 1 gr* = 1000 dyn). 'Η μᾶζα τοῦ σώματος εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι $m = 100$ gr (ἐπειδὴ τὸ βάρος του εἶναι $B = 100$ gr*). Λύοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ ὡς πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν γ εὑρίσκομεν αὐτὴν εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. :

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{8 \cdot 10^4 \, \text{dyn}}{100 \, \text{gr}} = 800 \, \text{cm/sec}^2$$

β) Κίνησις μὲ τριβήν. 'Επὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν τώρα δύο ὁριζόντιοι δυνάμεις, ἡ δύναμις $F = 8 \cdot 10^4$ dyn καὶ ἡ ἀντιθέτου φορᾶς τριβὴ T. Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς τριβῆς T ἐκ τῆς σχέσεως $T = \eta \cdot F_K$ πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν δύναμιν F_K · αὕτη προφανῶς εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἤτοι εἶναι $F_K = 100$ gr* = 10^5 dyn. Ὥστε ἡ τριβὴ T εἶναι :

$$T = \eta \cdot F_K = 0,2 \cdot 10^5 \, \text{dyn} = 2 \cdot 10^4 \, \text{dyn}$$

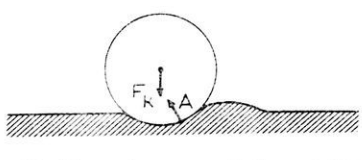
'Η συνισταμένη F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T εἶναι :

$$F' = F - T = 8 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^4 \, \text{dyn}$$

'Η συνισταμένη δύναμις F' προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν :

$$\gamma' = \frac{F'}{m} = \frac{6 \cdot 10^4 \, \text{dyn}}{100 \, \text{gr}} = 600 \, \text{cm/sec}^2$$

83. Τριβὴ κυλίσεως.— Ὅταν σῶμα κυλίεται ἐπὶ ἄλλου σώματος, ἀναπτύσσεται πάλιν τριβή, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **τριβὴν κυλίσεως**. 'Η τριβὴ αὕτη εἶναι ἐντελῶς διάφορος ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Κατὰ τὴν κύλισιν ἔρχονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστήριγμα διαρκῶς νέα σημεῖα τοῦ κυλιομένου σώματος, ἐνῷ κατὰ τὴν ὀλίσθησιν εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστήριγμα ἡ ἰδία πάντοτε ἐπιφάνεια τοῦ σώματος. Ὅταν κύλινδρος κυλίεται ἐπὶ ἑνὸς σώματος, τοῦτο, ὁσονδήποτε σκληρὸν καὶ ἂν εἶναι, ὑφίσταται πάντοτε μίαν παραμόρφωσιν (σχ. 76). Ἕνεκα αὐτῆς τῆς παραμορφώσεως ἀναπτύσσεται ἡ ἀντίδρασις Α τοῦ ὑποστηρίγματος, ἡ ὁποία τείνει νὰ ἐπιβραδύνῃ τὴν κίνησιν τοῦ κυλίνδρου. Ἀποδεικνύεται **ὅτι :**



Σχ. 76. Παραμόρφωσις τοῦ ὑποστηρίγματος κατὰ τὴν κύλισιν.

Ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν (F_K) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν ἐπιφανειῶν.

Ἐπειδὴ ἡ προσπάθεια, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν κύλισιν ἑνὸς σώματος, εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν προσπάθειαν, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν ὀλίσθησιν τοῦ αὐτοῦ σώματος, διὰ τοῦτο προσπαθοῦμεν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς νὰ ἔχωμεν κύλισιν ἀντὶ ὀλισθήσεως (τροχοί, ἔνσφαιροι τριβεῖς κ.τ.λ.).

Ἡ τριβὴ κυλίσεως ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως τῶν ὀχημάτων. Καλεῖται **συντελεστὴς ἕλξεως** ἑνὸς ὀχήματος ὁ λόγος τῆς δυνάμεως ἕλξεως, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ ὀχήματος, πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν τὸ ὄχημα πιέζει τὴν ὁδόν :

$$\text{συντελεστὴς ἕλξεως} = \frac{\text{δύναμις ἕλξεως}}{\text{κάθετος δύναμις}} \qquad \varphi = \frac{F_\varepsilon}{F_K}$$

$$\text{ἄρα} \quad F_\varepsilon = \varphi \cdot F_K$$

Διὰ τὴν κύλισιν τροχῶν μὲ σιδηρᾶν στεφάνην ἐπὶ κοινῆς ὁδοῦ ὁ συντελεστὴς ἕλξεως εἶναι περίπου 0,03. Ἐνῷ διὰ τὰ σιδηροδρομικὰ ὀχήματα ὁ συντελεστὴς ἕλξεως εἶναι 0,004. Ἑπομένως διὰ τὴν ἕλξιν σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος βάρους 1000 kgr* ἀπαιτεῖται δύναμις :

$$F_\varepsilon = 4 \text{ kgr*}$$

Ἐκ τούτου καταφαίνεται τὸ μέγα πλεονέκτημα τῶν σιδηροδρομικῶν γραμμῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

58. Δύναμις 10 kgr σύρει ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου σῶμα βάρους 100 kgr*. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,04. Τὶ κίνησιν ἔχει τὸ σῶμα;*

59. Μὲ πόσην ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ διατρέξῃ ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου διάστημα 100 m, ἕως ὅτου νὰ σταματήσῃ; Συντελεστὴς τριβῆς 0,01.

60. Σῶμα μάζης 20 gr κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 800 dyn καὶ διανύει ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου διάστημα 200 cm ἐντὸς 4 sec, ὅταν ἐκκινήσῃ ἐκ τῆς ἠρεμίας. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ δύναμις τῆς τριβῆς καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς.

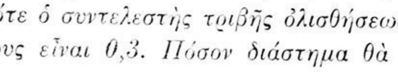
61. Ἔλκηθρον βάρους 600 kgr σύρεται μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,06 πόση εἶναι ἡ κινοῦσα δύναμις;*

62. Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα 108 km/h. Διὰ τῶν τροχοπεδῶν του ἀναγκάζει τοὺς τροχούς του νὰ μὴ στρέφωνται. Τότε ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως τῶν τροχῶν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εἶναι 0,3. Πόσον διάστημα θὰ διατρέξῃ τὸ αὐτοκίνητον, μέχρις ὅτου σταματήσῃ;

63. Κιβώτιον βάρους 800 kgr πρόκειται νὰ μετακινηθῇ ὀλισθαῖνον ἐπὶ ὁριζοντίου ἐδάφους κατὰ 10 m. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,4. Πόση εἶναι ἡ μικροτέρα δυνατὴ τιμὴ τῆς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ; Ἂν ἐφαρμόσωμεν δύναμιν 360 kgr*, πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν μετακίνησιν ταύτην ;*

ΕΡΓΟΝ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

84. Ἔργον σταθερᾶς δυνάμεως.— Ἂς θεωρήσωμεν ὑλικὸν σημεῖον Α, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F (σχ. 77). Λέγομεν ὅτι **μία δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν μετακινῇ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της.**



Σχ. 77. Ἡ δύναμις F παράγει ἔργον.

Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ἔργου ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος ὁρισμός :

Τὸ ἔργον μιᾶς σταθερᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της, μετρεῖται μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως (F) ἐπὶ τὴν μετατόπισιν (s) τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς της.

ἔργον = δύναμις × μετατόπισις $W = F \cdot s$

Τὸ ἔργον εἶναι μέγεθος μονόμετρον.

85. Μονάδες ἔργου. — Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $W = F \cdot s$ ὁρίζομεν τὴν μονάδα ἔργου. Ὡς μονὰς ἔργου λαμβάνεται τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει δύναμις ἴση μὲ τὴν μονάδα τῆς δυνάμεως, ὅταν μετακινῇ κατὰ τὴν διεύθυνσίν της τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν μονάδα τοῦ μήκους.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς ἔργου εἶναι τὸ ἔργιον (1 erg), ἤτοι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει δύναμις μιᾶς δύνης, ὅταν αὔτη μετακινῇ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ ἓν ἑκατοστόμετρον.

1 μονὰς ἔργου C.G.S. : 1 erg = 1 dyn · 1 cm

Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦμεν μίαν μεγαλυτέραν μονάδα ἔργου, ἡ ὁποία καλεῖται **Joule** (τζούλ) :

πρακτικὴ μονὰς ἔργου : 1 Joule = 10^7 erg

Ἄλλη ἐπίσης πρακτικὴ μονὰς ἔργου εἶναι τὸ χιλιογραμμόμετρον (1 kgr*m) :

1 kgr*m = 1 kgr* · 1 m
1 kgr*m = 981 000 dyn · 100 cm = 9,81 · 10^7 erg = 9,81 Joule
1 Joule = 0,102 kgr*m ἤ 1 Joule $\simeq$ 0,1 kgr*m

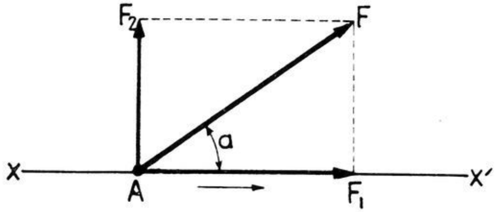
Παραδείγματα. 1) Μία δύναμις $F = 100$ dyn μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν της κατὰ $s = 2$ m. Τὸ παραγόμενον ἔργον εἶναι

$$W = F \cdot s = 100 \text{ dyn} \cdot 200 \text{ cm} = 20\,000 \text{ erg}$$

2) Ἐργάτης ἀνυψώνει κατακορύφως κιβώτιον βάρους 20 kgr* κατὰ 1,5 m. Τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἐργάτου ἔργον εἶναι :

$$W = F \cdot s = 20 \text{ kgr*} \cdot 1{,}5 \text{ m} = 30 \text{ kgr*m}$$

84. Γενικὴ περίπτωσις παραγωγῆς ἔργου.—Ἂς ἐξετάσωμεν τὴν γενικὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιὰ τοῦ ὑλικοῦ σημείου, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις, δὲν συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F (σχ. 78). Ἀναλύομεν τότε τὴν δύναμιν F εἰς δύο συνιστώσας: μίαν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς τροχιᾶς καὶ μίαν κάθετον πρὸς αὐτήν. Ἡ συνιστῶσα F_2 δὲν παράγει ἔργον, διότι δὲν μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Ἑπομένως ἔργον παράγει μόνον ἡ συνιστῶσα F_1, ἡ ὁποία εἶναι ἡ προβολὴ τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τῆς τροχιᾶς xx′ τοῦ ὑλικοῦ σημείου. Τότε ἔχομεν:

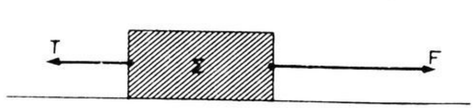


Σχ. 78. Ἔργον παράγει ἡ συνιστῶσα F_1.

$$W = F_1 \cdot s$$

Ἐὰν ἡ δύναμις F εἶναι κάθετος πρὸς τὴν τροχιάν, τότε ἡ προβολὴ τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τῆς τροχιᾶς εἶναι ἴση μὲ μηδὲν καὶ συνεπῶς ἡ δύναμις F δὲν παράγει ἔργον.

87. Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ τῆς τριβῆς.—Ὅταν μία δύναμις F κινῇ ἓν σῶμα (σχ. 79), τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ καὶ ἡ τριβὴ T. Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F καὶ T εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, τότε τὸ σῶμα ἔχει κίνησιν ἰσοταχῆ. Ἂν ὅμως ἡ δύναμις F εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν τριβὴν T, τότε τὸ σῶμα ἔχει κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, διότι κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνισταμένης F′ τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T.



Σχ. 79. Ἐπὶ τοῦ σώματος Σ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F καὶ T.

Παράδειγμα. Ἓν ἔλκηθρον μὲ σιδηρᾶ τόξα ἔχει βάρος (κάθετος δύναμις) 500 kgr* καὶ σύρεται ἐπὶ ὁριζοντίας ἐπιφανείας πάγου ($\eta = 0{,}014$). Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι:

$$T = \eta \cdot F_K = 0{,}014 \cdot 500 = 7 \text{ kgr*}$$

Τὸ ἔλκηθρον θὰ κινῆται ὁμαλῶς, ἂν ἐνεργῇ ἐπὶ αὐτοῦ δύναμις ἴση μὲ 7 kgr*

Ἐὰν τὸ ἔλκηθρον διανύσῃ διάστημα 3 000 m, τὸ ἔ ρ γ ο ν τ ῆ ς τ ρ ι β ῆ ς θὰ εἶναι:

$$W = T \cdot s = 7 \text{ kgr}^* \cdot 3\,000 \text{ m} = 21\,000 \text{ kgr}^*\text{m}$$

88. Ὁρισμὸς τῆς ἰσχύος.— Διὰ νὰ ἐκτιμήσωμεν τὴν ἱκανότητα μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου, πρέπει νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν καὶ τὸν χρόνον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἡ πηγὴ αὕτη παράγει ὡρισμένην ποσότητα ἔργου. Ἡ ἐκτίμησις τῆς ἱκανότητος μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου εἶναι εὔκολος, ἂν εἶναι γνωστὸν τὸ κ α τ ὰ μ ο ν ά δ α χ ρ ό ν ο υ παραγόμενον ἔργον. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸν ὁρισμὸν ἑνὸς νέου ποσοῦ, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει ἑκάστην πηγὴν παραγωγῆς ἔργου :

Ἰσχὺς καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ παραγομένου ἔργου διὰ τοῦ χρόνου , ἐντὸς τοῦ ὁποίου παράγεται τὸ ἔργον τοῦτο.

$$\boxed{\textbf{ἰσχὺς} = \frac{\textbf{ἔργον}}{\textbf{χρόνος}} \qquad \mathbf{P} = \frac{\mathbf{W}}{\mathbf{t}}}$$

Ἡ ἰσχὺς εἶναι μέγεθος μ ο ν ό μ ε τ ρ ο ν.

89. Μονάδες ἰσχύος.— Γενικῶς διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἰσχύος ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ δ ε υ τ ε ρ ό λ ε π τ ο ν.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται ἡ ἰσχὺς μηχανῆς, ἡ ὁποία εἰς 1 sec παράγει ἔργον ἴσον μὲ 1 erg.

$$\boxed{1 \text{ μονὰς ἰσχύος C.G.S. : } 1 \text{ erg/sec}}$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται σήμερον αἱ μεγαλύτεραι μονάδες ἰσχύος **Watt** (1 W) καὶ **kilowatt** (1 kW).

Μηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 1 Watt, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ 1 Joule.

$$\boxed{\text{πρακτικὴ μονὰς ἰσχύος : } 1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sec}}$$

Μηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 1 kilowatt, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ 1000 Joule.

1 kilowatt = 1000 Joule/sec ἢ **1 kilowatt** = 1000 Watt

Εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ὡς μονὰς ἔργου λαμβάνεται τὸ χιλιογραμμόμετρον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται τὸ **χιλιογραμμόμετρον κατὰ δευτερόλεπτον** (1 kgr*m/sec), ἤτοι ἡ ἰσχὺς μηχανῆς, ἡ ὁποία εἰς 1 sec παράγει ἔργον ἴσον μὲ 1 kgr*m. Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι ὁ **ἀτμοΐππος** ἢ καὶ ἁπλῶς **ἵππος** (CV ἢ PS).

Μηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 1 ἵππου, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ 75 kgr*m.

Μονάδες ἰσχύος		P = W/t
1 μονὰς ἰσχύος C.G.S.	= 1 erg/sec	
1 Watt (1 W)	= 1 Joule/sec	= 10^7 erg/sec
1 kilowatt (1 kW)	= 1000 Watt	= 10^{10} erg/sec
1 kgr*m/sec	= $9{,}81 \cdot 10^7$ erg/sec	
1 ἵππος (1 CV)	= 75 kgr*m/sec = 736 Watt = 0,736 kW	
1 kilowatt	= 1,36 CV	

Ὁ **ἀγγλικὸς ἵππος** (HP) εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω ὁρισθέντα ἵππον, διότι εἶναι 1 HP = 76 kgr*m/sec = 746 W.

Σημείωσις. Τὰ σύμβολα τῶν μονάδων ἰσχύος προέρχονται ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ γράμματα τῶν λέξεων τῶν ἀντιστοίχων ξένων ὅρων :
CV : Cheval-Vapeur, PS : Pferdestärke, HP : Horse power.

90. Μεγάλαι πρακτικαὶ μονάδες ἔργου.— Μία μηχανὴ ἰσχύος 1 Watt παράγει κατὰ δευτερόλεπτον ἔργον 1 Joule. Ἑπομένως ἡ μηχανὴ αὐτὴ παράγει εἰς 1 ὥραν ἔργον 3 600 Joule. Τὸ ποσὸν τοῦτο τοῦ ἔργου λαμβάνεται εἰς τὴν πρᾶξιν ὡς μονὰς ἔργου, ἡ ὁποία καλεῖται **βατώριον** (1 Wh, Watt-heure). Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι τὸ **κιλοβατώριον** (1 kWh), ἤτοι τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 kilowatt λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν. Ἄλλη πρακτικὴ μονὰς ἔργου εἶναι ὁ **ὡριαῖος ἵππος** (1 CVh), ἤτοι τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 ἵππου λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν.

1 βατώριον	(Wh)	= 3 600 Joule
1 κιλοβατώριον	(kWh)	= 3 600 000 Joule
1 ὡριαῖος ἵππος	(CVh)	= $75 \cdot 3\,600$ = 270 000 kgr*m

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Μία μηχανή ἰσχύος 600 W λειτουργεῖ ἐπὶ 4 h. Ἂς ὑπολογίσωμεν εἰς κιλοβατώρια τὸ παραχθὲν ἔργον. Ἡ μηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 0,600 kW. Ἄρα εἰς 4 h παράγει ἔργον :

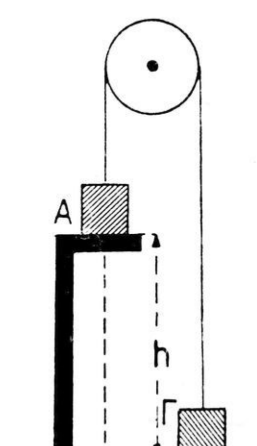
$$W = 0{,}600 \text{ kW} \cdot 4 \text{ h} = 2{,}4 \text{ kWh}$$

Ἡ ἰδία μηχανὴ ἐντὸς 20 min παράγει ἔργον :

$$W = 0{,}600 \text{ kW} \cdot \frac{1}{3} \text{ h} = 0{,}2 \text{ kWh}$$

91. Ἐνέργεια καὶ μορφαὶ αὐτῆς.— Ὅταν ἓν σῶμα ἔχῃ τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα περικλείει **ἐνέργειαν.** Λαμβάνομεν ἔλασμα ἀπὸ χάλυβα καὶ στερεώνομεν μονίμως τὸ ἓν ἄκρον του, ὥστε τὸ ἔλασμα νὰ εἶναι ὁριζόντιον. Κάμπτομεν τὸ ἔλασμα πρὸς τὰ κάτω καὶ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον του θέτομεν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου. Ἐὰν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ ἔλασμα, βλέπομεν ὅτι τὸ τεμάχιον τοῦ μολύβδου ἐκσφενδονίζεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀνέρχεται μέχρις ὡρισμένου ὕψους. Ὥστε τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον, ἤτοι περικλείει ἐνέργειαν. Αὕτη προέρχεται ἀπὸ τὴν ἐ λ α σ τ ι κ ὴ ν π α ρ α μ ό ρ φ ω σ ι ν τοῦ ἐλατηρίου. Τὴν ἐνέργειαν αὐτὴν χρησιμοποιοῦμεν διὰ τὴν λειτουργίαν ὡρολογίων, γραμμοφώνων κ.τ.λ.

Ὅταν ἓν σῶμα Α εὑρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, τότε τὸ σῶμα τοῦτο δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον· διότι, ἂν τὸ ἀφήσωμεν νὰ πέσῃ, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ ἓν ἄλλο σῶμα Γ (σχ. 80). Ὅταν ὅμως τὸ σῶμα Α εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δὲν δύναται νὰ παραγάγῃ ἔργον. Ὥστε ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ σῶμα Α, ὅταν τοῦτο εὑρίσκεται εἰς ὕψος h, ὀφείλεται εἰς τὴν θ έ σ ι ν τοῦ σώματος ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείουν τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἢ τὸ σῶμα τὸ εὑρισκόμενον ὑψηλότερον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς, καλεῖται **δυναμικὴ ἐνέργεια.** Ὥστε :



Σχ. 80. Εἰς τὴν θέσιν Α τὸ σῶμα ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν.

Δυναμική ἐνέργεια καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς θέσεως ἢ τῆς καταστάσεως, εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται τὸ σῶμα.

Ἓν κινούμενον σῶμα ἔχει ἐπίσης τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον. Οὕτω τὸ ὕδωρ χειμάρρου δύναται νὰ κινήσῃ μύλον, ὁ ἄνεμος δύναται νὰ κινήσῃ ἀνεμόμυλον, τὸ βλῆμα πυροβόλου δύναται νὰ κρημνίσῃ τοῖχον κ.ἄ.

Πᾶν λοιπὸν κινούμενον σῶμα περικλείει ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ σώματος καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κινητικὴ ἐνέργεια**. Ὥστε :

Κινητικὴ ἐνέργεια καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείει ἓν κινούμενον σῶμα, ἕνεκα τῆς ταχύτητός του.

Αἱ δύο αὐταὶ μορφαὶ τῆς ἐνεργείας, ἡ δυναμικὴ καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια καλοῦνται **μηχανικὴ ἐνέργεια**. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς βλέπομεν ὅτι ὁ ὑδρατμὸς ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ παράγῃ ἔργον. Αὐτὴ ἡ ἱκανότης τοῦ ὑδρατμοῦ ὀφείλεται εἰς τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν οὗτος περικλείει. Διὰ τοῦτο λέγομεν ὅτι ὁ ὑδρατμὸς περικλείει **θερμικὴν ἐνέργειαν**. Αἱ ἐκρηκτικαὶ ὕλαι, ὁ λιθάνθραξ κ.ἄ. περικλείουν μίαν ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **χημικὴν ἐνέργειαν**. Ὁ φορτισμένος πυκνωτὴς περικλείει **ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν**. Τὸ φῶς καὶ ἄλλαι ἀόρατοι ἀκτινοβολίαι περικλείουν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Πᾶν σῶμα, τὸ ὁποῖον εἶναι ἱκανὸν νὰ παραγάγῃ ἔργον, λέγομεν ὅτι περικλείει ἐνέργειαν. Διακρίνομεν διαφόρους μορφὰς ἐνεργείας (μηχανικήν, θερμικήν, ἠλεκτρικήν, χημικήν, ἀκτινοβολουμένην).

II. Ἡ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος μετρεῖται μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον δύναται τὸ σῶμα νὰ ἐκτελέσῃ.

92. Μέτρησις τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας.— Ἂς θεωρήσωμεν ἓν σῶμα A, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος $B = m \cdot g$ καὶ εὑρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τοῦ δαπέδου τῆς αἰθούσης (σχ. 80). Διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα A εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἐδαπανήθη ἔργον $W = B \cdot h$. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν τὸ σῶμα Α ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τότε τὸ σῶμα Α, πίπτον μέχρι τοῦ δαπέδου, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ εἰς ὕψος h ἓν σῶμα Γ, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος ἴσον μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος Α. Τὸ σῶμα Α κατὰ τὴν πτῶσιν του μέχρι τοῦ δαπέδου παρήγαγεν ἔργον $W = B \cdot h$, δηλαδὴ ἴσον μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανήθη κατὰ τὴν μεταφοράν του εἰς ὕψος h. Ὥστε :

Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος εἶναι ἴση μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανήθη διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται.

δυναμικὴ ἐνέργεια : $\boxed{W_{\Delta\upsilon\nu} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{h} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{h}}$

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 20 gr* εὑρίσκεται εἰς ὕψος 10 m ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους. Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι :

$$W_{\Delta\upsilon\nu} = 0{,}020 \text{ kgr}^* \cdot 10 \text{ m} = 0{,}2 \text{ kgr}^*\text{m}$$

93. Μέτρησις τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.— Κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἴδομεν ὅτι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον δαπανᾶται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, ἀποταμιεύεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφὴν δυναμικῆς ἐνεργείας (ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχουν τριβαί). Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα δύναται νὰ διατυπωθῇ γενικώτερον ὡς ἑξῆς :

Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ ἐνέργειαν ἓν σῶμα, πρέπει νὰ δαπανηθῇ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ὁλόκληρον ἐντὸς τοῦ σώματος.

Ὅταν ἓν σῶμα μάζης m κινῆται μὲ ταχύτητα υ, τότε τὸ σῶμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα αὐτὴν τὴν ἐνέργειαν ἐδαπανήθη ἔργον. Τοῦτο ὑπολογίζεται εὐκόλως, ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν τριβαί. Τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως F, ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ. Μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του τὸ σῶμα ἔχει διανύσει διάστημα $s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$ καὶ ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = \gamma \cdot t$. Κατὰ τὸν χρόνον t ἡ δύναμις F παρήγαγεν ἔργον :

$$W = F \cdot s = m \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 = \frac{1}{2} m \, (\gamma \cdot t)^2$$

$$\text{ἢ} \quad W = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$$

Τὸ ἔργον τοῦτο ἀποταμιεύεται ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφὴν κινητικῆς ἐνεργείας. Ὥστε:

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος αὐτοῦ.

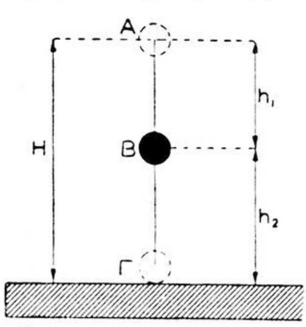
$$\boxed{\text{κινητικὴ ἐνέργεια :} \quad W_{Κιν} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2}$$

Παράδειγμα. Βλῆμα βάρους 20 gr* ἐκφεύγει ἀπὸ τὸ στόμιον τῆς κάνης τοῦ ὅπλου μὲ ταχύτητα 600 m/sec. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος εἶναι:

$$W_{Κιν} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \, gr \cdot (6 \cdot 10^4 \, cm/sec)^2 = 36 \cdot 10^9 \, erg \quad \text{ἢ}$$

$$W_{Κιν} = 3\,600 \, Joule \quad \text{ἢ κατὰ προσέγγισιν} \quad W_{Κιν} = 360 \, kgr^*m$$

94. Μετατροπαὶ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.— Μία ἐλαστικὴ σφαῖρα ἀπὸ χάλυβα ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἀπὸ ὕψος Η ἐπὶ μιᾶς ἐπίσης ἐλαστικῆς πλακὸς ἀπὸ χάλυβα. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ καὶ ἀνέρχεται περίπου εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος (σχ. 81). Ἂς ἐξετάσωμεν τὸ φαινόμενον τοῦτο. Εἰς τὴν θέσιν Α ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον δυναμικὴν ἐνέργειαν: $W_Δ = m \cdot g \cdot H$. Εἰς τὴν θέσιν Γ ἡ σφαῖρα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $\upsilon = \sqrt{2g \cdot H}$. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον κινητικὴν ἐνέργειαν:



Σχ. 81. Μετατροπαὶ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 = m \cdot g \cdot H$$

Ὥστε κατὰ τὴν πτῶσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τὸ ὕψος Η μέχρι τοῦ ἐδάφους ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τῆς σφαίρας μετετράπη ὁλόκληρος εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν. Εἰς τὴν ἐνδιάμεσον θέσιν Β ἡ σφαῖρα ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν: $W_\Delta = m \cdot g \cdot h_2$, ἔχει ὅμως καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_1^2 = m \cdot g \cdot h_1$$

Ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ σφαῖρα, εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, ἤτοι εἶναι :

$W_{ολ} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot (h_2 + h_1)$, ἢ $W_{ολ} = m \cdot g \cdot H$ δηλαδὴ εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀρχικὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ σφαῖρα εἰς τὴν θέσιν Α. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν. Τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει, ὅταν ἡ σφαῖρα ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα δίδονται αἱ τιμαὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ($W_{Δυν}$) καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ($W_{Κιν}$) ἑνὸς σώματος μάζης 10 gr, τὸ ὁποῖον πίπτει ἀπὸ ὕψος 80 m (ἐλήφθη $g = 10^3$ cm/sec²).

t	s	h	$W_{Δυν}$	υ cm/sec	$W_{Κιν}$	$W_{Δυν}+W_{Κιν}$
0 sec	0 cm	8000 cm	$8 \cdot 10^7$ erg	0	0 erg	$8 \cdot 10^7$ erg
1 »	500 »	7500 »	$7,5 \cdot 10^7$ »	1000	$0,5 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »
2 »	2000 »	6000 »	$6 \cdot 10^7$ »	2000	$2 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »
3 »	4500 »	3500 »	$3,5 \cdot 10^7$ »	3000	$4,5 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »
4 »	8000 »	0 »	0 »	4000	$8 \cdot 10^7$ »	$8 \cdot 10^7$ »

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα συνάγεται ὅτι :

Εἰς ἑκάστην στιγμὴν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας του διατηρεῖται σταθερὸν καὶ ἴσον πάντοτε μὲ τὴν ἀρχικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος (δυναμικὴν ἢ κινητικήν).

95. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.— Κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν διαφόρων μηχανικῶν φαινομένων παρατηρεῖται γενικῶς ὅτι, ἂν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος **διατηρεῖται σταθερόν**. Ἐὰν δηλαδὴ ἐμφανίζεται κινητικὴ ἐνέργεια, τοῦτο γίνεται εἰς βάρος τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς, εἰς τὰ ὁποῖα συμβαίνουν μετατροπαὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ γενικὸν τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας**, ἡ ὁποία διατυπώνεται ὡς ἑξῆς:

Ὅταν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια διατηρεῖται σταθερά.

Ἡ ἀνυπαρξία τριβῶν εἶναι ἰδανικὴ περίπτωσις. Σχεδὸν πάντοτε μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας δαπανᾶται διὰ τὴν κατανίκησιν τῶν τριβῶν. Καὶ ἡ ἐνέργεια ὅμως αὐτὴ δὲν χάνεται, ἀλλὰ μετατρέπεται κυρίως εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία εἶναι ἐπίσης μία μορφὴ ἐνεργείας. Εἰς ἄλλας πάλιν περιπτώσεις εἰς τὴν θέσιν τῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία φαινομενικῶς χάνεται, ἐμφανίζονται ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας π.χ. ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια, φωτεινὴ ἐνέργεια, χημικὴ ἐνέργεια κ.τ.λ. Εἰς ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Φύσεως ἐμφανίζεται ἡ ἰδία πάντοτε νομιμότης, ἡ ὁποία ἀπεδείχθη καὶ εἰς τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ ἀκολούθου γενικωτέρου συμπεράσματος, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας**:

Ἡ ποσότης ἐνεργείας, ἡ ὁποία ὑπάρχει εἰς τὴν Φύσιν, εἶναι σταθερά. Αἱ παρατηρούμεναι εἰς τὴν Φύσιν ποικίλαι μεταβολαὶ ὀφείλονται εἰς μεταβολὰς τῆς ἐνεργείας τῶν σωμάτων, κατὰ τὰς ὁποίας λαμβάνουν χώραν ποικίλαι μετατροπαὶ τῆς ἐνεργείας, χωρὶς ὅμως νὰ μεταβάλλεται ἡ ὅλη ποσότης τῆς ἐνεργείας.

Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Φυσική, ὅπως ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Χημεία. Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας μᾶς ἐπιβάλλει νὰ δεχθῶμεν ὅτι ἡ ἐνέργεια εἶναι μία φυσικὴ ὀντότης, ἡ ὁποία εἶναι ἄφθαρτος, ὅπως ἀκριβῶς καὶ ἡ ὕλη. Ὥστε δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι τὰ συστατικὰ τοῦ Σύμπαντος εἶναι ἡ ὕλη καὶ ἡ ἐνέργεια. Ἡ ποσότης ἑκάστου τῶν συστατικῶν τούτων τοῦ Σύμπαντος διατηρεῖται σταθερά.

Ἐφαρμογή. Ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἔχομεν εἰς τὰς ὑδατοπτώσεις. Οὕτως 1 m^3 ὕδατος πίπτον ἀπὸ ὕψος 10 m ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν ἴσην μὲ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἔχει εἰς ὕψος 10 m, δηλαδὴ ἴσην μὲ 10^4 kgr*m.

Αὐτὴν τὴν ἐνέργειαν μετατρέπομεν εἰς ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν (ὑδροηλεκτρικαὶ ἐγκαταστάσεις).

96. Μεταβολὴ τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος.— Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ἡ μᾶζα m ἑνὸς σώματος εἶναι μέγεθος σταθερὸν καὶ ἀμετάβλητον (§ 75). Πρῶτος ὁ Einstein ἀπέδειξεν θεωρητικῶς εἰς τὴν περίφημον θεωρίαν τῆς σχετικότητος ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ταχύτητα, μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ σῶμα. Οὕτως ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος ἀποδεικνύει ὅτι ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος **νόμος μεταβολῆς τῆς μάζης μετὰ τῆς ταχύτητος** :

Ἐὰν m_0 εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο ἠρεμῇ, τότε ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο κινῆται μὲ ταχύτητα υ, εἶναι :

$$\boxed{\text{μᾶζα κινουμένου σώματος: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\upsilon}{c}\right)^2}}}$$

ὅπου c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς (c = 300 000 km/sec). Ἐπειδὴ αἱ ταχύτητες, τὰς ὁποίας πραγματοποιοῦμεν, εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός, διὰ τοῦτο δὲν δυνάμεθα νὰ διαπιστώσωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς μάζης, τὴν ὁποίαν προβλέπει ἡ ἀνωτέρω σχέσις. Εἰς ἄλλο ὅμως κεφάλαιον θὰ γνωρίσωμεν ὑλικὰ σωματίδια κινούμενα μὲ ταχύτητας, αἱ ὁποῖαι πλησιάζουν πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός. Αἱ μετρήσεις ἐπὶ τῶν σωματιδίων τούτων ἀπέδειξαν ὅτι πράγματι ἡ μᾶζα των μεταβάλλεται μετὰ τῆς ταχύτητος, ὅπως προβλέπει ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος. Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον σπουδαιότατον συμπέρασμα:

Ἐὰν ἡ ταχύτης (υ) τοῦ σώματος γίνῃ ἴση μὲ τὴν ταχύτητα (c) τοῦ φωτός, τότε ἡ μᾶζα τοῦ σώματος γίνεται ἄπειρος· δηλαδὴ ἡ ἀδράνεια τοῦ σώματος γίνεται ἄπειρος, διότι δὲν ἐπέρχεται αὔξησις τῆς ποσότητος τῆς ὕλης τοῦ σώματος. Ἄρα :

Εἶναι ἀδύνατον νὰ κινηθῇ σῶμα μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός·

97. Ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας.— Ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος ἀποδεικνύει ὅτι, ἂν ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος ἐξαφανισθῇ, δηλαδὴ ἂν παύσῃ νὰ ὑπάρχῃ ὡς ὕλη (φαινόμενον σύνηθες εἰς τὴν

Πυρηνικὴν Φυσικὴν), τότε θὰ προκύψῃ ὡρισμένη ποσότης ἐνεργείας. Τὸ θεμελιῶδες τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀκόλουθον **ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας :**

Ἡ μᾶζα m ἑνὸς σώματος ἰσοδυναμεῖ μὲ ἐνέργειαν ἴσην μὲ τὸ γινόμενον τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός.

ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας : $\mathbf{W = m \cdot c^2}$

Οὕτως ἡ ἠρεμοῦσα μᾶζα 1 gr οἱουδήποτε σώματος ἰσοδυναμεῖ μὲ ἐνέργειαν :

$$W = 1 \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 \text{ erg} = 9 \cdot 10^{20} \text{ erg} = 9 \cdot 10^{13} \text{ Joule}$$

ἤτοι περίπου $9 \cdot 10^{12}$ kgr*m

Ἐὰν λοιπὸν κατορθώσωμεν νὰ ἐξαφανίσωμεν μᾶζαν 1 gr, θὰ λάβωμεν ἐνέργειαν ἴσην μὲ 9 τρισεκατομμύρια χιλιογραμμόμετρα. Τὰ ἀνωτέρω εὑρίσκουν σήμερον τεχνικὴν ἐφαρμογὴν εἰς τὴν ἐκμετάλλευσιν τῆς πυρηνικῆς ἐνεργείας (ἀτομικὴ βόμβα, βόμβα ὑδρογόνου, παραγωγὴ ἐνεργείας εἰς τοὺς ἀτομικοὺς ἀντιδραστῆρας).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

64. Ἐργάτης μεταφέρει σάκκον ζαχάρεως βάρους 80 kgr εἰς ἀποθήκην εὑρισκομένην 12 m ἄνωθεν τῆς ὁδοῦ. Πόσον ἔργον καταβάλλει διὰ τὴν μεταφορὰν αὐτήν ; Βάρος ἐργάτου 70 kgr*.*

65. Ἐφαρμόζοντες σταθερὰν δύναμιν 5 kgr μετακινοῦμεν ἐπὶ τοῦ δαπέδου βαρὺ σῶμα κατὰ 4 m. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως εἰς kgr*m, Joule, erg.*

66. Σῶμα ἔχον μᾶζαν 4 kgr διατρέχει διάστημα 15 m μὲ ἐπιτάχυνσιν 5 cm/sec². Πόσον εἶναι τὸ ἔργον τῆς κινούσης δυνάμεως;

67. Αὐτοκίνητον κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 72 km/h. Ὅταν διακοπῇ ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς του, σταματᾷ ἐντὸς 20 sec. Ἂν τὸ βάρος τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι 1,5 tn, νὰ εὑρεθῇ τὸ ἔργον τῆς τριβῆς.*

68. Βλῆμα βάρους 10 gr ἐκσφενδονίζεται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 800 m/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητική του ἐνέργεια εἰς erg, Joule καὶ kgr*m.*

69. Ὀρειβάτης ἔχει βάρος 70 kgr* καὶ ἐντὸς 4 ὡρῶν ἀνέρχεται εἰς ὕψος 2040 m. Πόσον ἔργον παράγει κατὰ δευτερόλεπτον;

70. Σῶμα βάρους 1 kgr* βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὸ ἔδαφος ἀπὸ ὕψος 347 m μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 7 m/sec. Ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, εἰσχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ κατὰ 65 cm. Πόση εἶναι κατὰ μέσον ὅρον ἡ ἀντίστασις τοῦ ἐδάφους;

71. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 0,80 m καὶ ἐκσφενδονίζει βλῆμα βάρους 4 kgr* μὲ ταχύτητα 420 m/sec. Πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ὠθεῖ τὸ βλῆμα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος (ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ δύναμις αὐτὴ εἶναι σταθερὰ) καὶ ἐπὶ πόσον χρόνον κινεῖται τὸ βλῆμα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος;

72. Σιδηροδρομικὸν ὄχημα βάρους 27 tn* κινεῖται ἐπὶ εὐθυγράμμου καὶ ὁριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 7 m/sec. Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ ὀχήματος, ὥστε ἐντὸς 4 min ἡ ταχύτης του νὰ γίνῃ διπλασία ;

73. Μηχανὴ ἰσχύος 5 CV ἐργάζεται ἐπὶ 100 min. Πόσον ἔργον παράγει εἰς kgr*m, Joule καὶ erg ;

74. Ὁ κινητὴρ ἀεροπλάνου ἀναπτύσσει ἰσχὺν 1000 CV, ἡ δὲ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος κατὰ τὴν ὁριζοντίαν πτῆσιν ἀνέρχεται εἰς 500 kgr*. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου; Εἰς πόσον χρόνον τὸ ἀεροπλάνον θὰ διατρέξῃ ὁριζοντίως ἀπόστασιν 30 km ;

75. Ὀρειβάτης ἔχει βάρος 80 kgr* καὶ ἐντὸς 1,5 h ἀνέρχεται κατὰ 800 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς ἐκκινήσεως. Πόση εἶναι κατὰ μέσον ὅρον ἡ ἰσχὺς τοῦ ὀρειβάτου εἰς CV καὶ kW ;

76. Ρεῦμα ὕδατος πίπτει ἀπὸ ὕψος 80 m καὶ ἀναγκάζει ἕνα στρόβιλον νὰ στρέφεται. Ἡ ἰσχὺς τῆς παραγομένης ὑπὸ τοῦ στροβίλου ἐνεργείας εἶναι 10 000 CV, ἡ δὲ ἀπόδοσις τοῦ στροβίλου εἶναι 0,75. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσην ποσότητα ὕδατος καταναλίσκει ὁ στρόβιλος κατὰ λεπτόν.

77. Αὐτοκίνητον βάρους 1000 kgr* κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 72 km/h. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,02, ἡ δὲ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ὑπολογίζεται εἰς 10 kgr*. Πόσην ἰσχὺν ἀναπτύσσει ὁ κινητήρ;

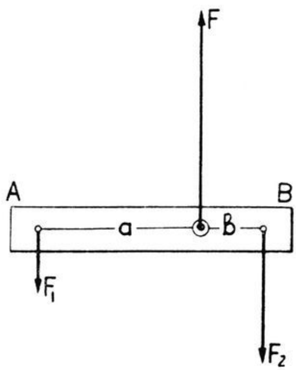
78. Μετεωρίτης ἔχει ἐν ἠρεμίᾳ μᾶζαν 1 kgr*. Πόση θὰ ἦτο ἡ μᾶζα του, ἂν οὗτος ἐκινεῖτο μὲ ταχύτητα ἴσην μὲ τὰ 9/10 τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός ;

79. Κατὰ τὴν διάσπασιν 235 γραμμαρίων οὐρανίου ἐλευθερώνεται ἐνέργεια 19,26 · 10^{12} · Joule. Νὰ εὑρεθῇ πόση μᾶζα οὐρανίου ἐξαφανίζεται κατὰ τὴν διάσπασιν ταύτην.

80. Ἡ ἐτησία παραγωγὴ ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας εἰς τὴν χώραν μας ἀνέρχεται εἰς 650 000 000 kWh. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας ἀπὸ πόσην μᾶζαν θὰ ἦτο δυνατὸν νὰ ἔχωμεν τὴν ἀνωτέρω ἐνέργειαν, ἐὰν μᾶζα 1 gr ἰσοδυναμῇ μὲ ἐνέργειαν 9 · 10^{13} Joule;

ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

98. Ὁρισμός.— Καλοῦμεν **μηχανὴν** ἓν σύστημα σωμάτων, διὰ τῶν ὁποίων μία ὡρισμένη μορφὴ ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς. Οὕτως ἡ ἀτμομηχανὴ μετατρέπει τὴν θερμικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἐπίσης ὁ ἀνεμιστὴρ μετατρέπει τὴν ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἡ **ἁπλῆ μηχανὴ** ἀποτελεῖται συνήθως ἀπὸ ἓν μόνον σῶμα. Εἰς τὰς ἁπλὰς μηχανὰς δαπανᾶται μηχανικὴ ἐνέργεια καὶ λαμβάνεται ἐπίσης μηχανικὴ ἐνέργεια. Ἐπὶ ἑκάστης ἁπλῆς μηχανῆς ἐνεργοῦν κυρίως δύο δυνάμεις : ἡ κινητήριος δύναμις (F_1), δηλαδὴ ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν, καὶ ἡ ἀντίστασις (F_2), δηλαδὴ ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ ὑπερνικήσωμεν. Θὰ ἐξετάσωμεν κατωτέρω τὰς κυριωτέρας ἁπλὰς μηχανάς, διὰ νὰ εὕρωμεν ὑπὸ ποίας συνθήκας ἑκάστη ἁπλῆ μηχανὴ ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κινητηρίου δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως (συνθήκη ἰσορροπίας).



Σχ. 82. Μοχλὸς μὲ δύο βραχίονας.

99. Μοχλός.— Καλεῖται **μοχλὸς** ἓν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἀκλόνητον ἄξονα ἢ σημεῖον (ὑπομόχλιον)· αἱ ἀποστάσεις τῆς ἀντιστάσεως καὶ τῆς κινητηρίου δυνάμεως ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιον λέγονται μοχλοβραχίονες. Ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1, F_2 καὶ ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει τὸ ὑπομόχλιον (σχ. 82). Αἱ τρεῖς αὐταὶ δυνάμεις εὑρίσκονται ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου καθέτου πρὸς τὸν ἄξονα. Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ (§ 48), ὅταν αἱ ῥοπαὶ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν ἴσαι :

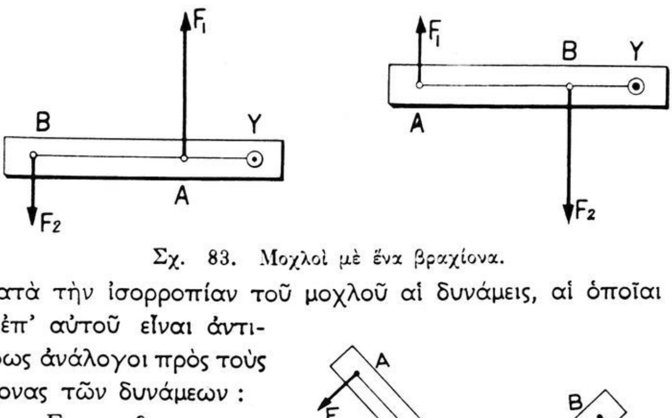
$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

Ἡ ῥοπὴ τῆς F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδὲν (διότι ἡ διεύθυνσις τῆς F διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν δύναμιν F, τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει ὁ ἄξων. Ὥστε:

Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν ῥοπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

$$\boxed{F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad ἤ \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta}$$

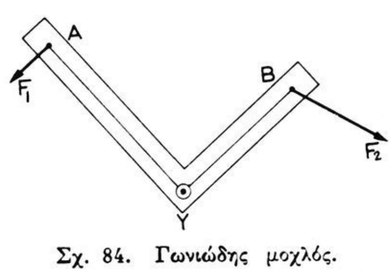
Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν συνάγεται ὅτι :



Σχ. 83. Μοχλοὶ μὲ ἕνα βραχίονα.

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπ' αὐτοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\beta}{\alpha}$$

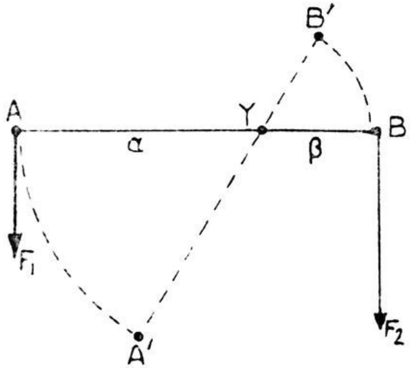


Σχ. 84. Γωνιώδης μοχλός.

Διακρίνομεν δύο εἴδη μοχλῶν ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ ὑπομοχλίου ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο δυνάμεις. Εἰς τοὺς μοχλοὺς μὲ δύο βραχίονας (σχ. 82) τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται μεταξὺ τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς ἀντιστάσεως F_2. Εἰς τοὺς μοχλοὺς μὲ ἕ ν α β ρ α χ ί ο ν α (σχ. 83) τὸ ὑπομόχλιον εὑρίσκεται εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ.

Οἱ μοχλοὶ χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν (ψαλίδι, τανάλια, κουπί, χειράμαξα κ.ἄ.). Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν τεχνικήν. Τὸ σχῆμα 84 δεικνύει ἕνα γωνιώδη μοχλόν.

100. Ἐφαρμογὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὰς ἁπλᾶς μηχανάς.— Ἄς θεωρήσωμεν ἕνα μοχλόν, ὁ ὁποῖος λειτουργεῖ χ ω ρ ὶ ς τ ρ ι β ά ς. Ἔστω ὅτι κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν τὸ μὲν σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 εὑρίσκεται εἰς τὸ A, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως F_2 εὑρίσκεται εἰς τὸ B (σχ. 85) Ἐντὸς χρόνου t τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἑκάστης τῶν δύο δυνάμεων ὑφίσταται ἀντιστοίχως μετατόπισιν :



Σχ. 85. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὸν μοχλόν.

$$\widehat{AA'} = s_1 \quad \text{καὶ} \quad \widehat{BB'} = s_2$$

Οὕτω τὸ ἔργον ἑκάστης δυνάμεως εἶναι:

$$\text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_1 : \quad W_1 = F_1 \cdot s_1$$
$$\text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_2 : \quad W_2 = F_2 \cdot s_2$$

Ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχουν τριβαί, συνάγεται ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 δαπανᾶται διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τοῦ ἔργου τῆς ἀντιστάσεως F_2, ἤτοι εἶναι $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλας τὰς ἁπλᾶς μηχανάς :

Ὅταν ἁπλῆ μηχανὴ λειτουργῇ χωρὶς τριβάς, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως F_2.

$$\boxed{\begin{array}{c}\textbf{ἔργον κινητηρίου δυνάμεως} = \textbf{ἔργον ἀντιστάσεως}\\ F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2\end{array}} \quad (1)$$

'Από τὴν ἐξίσωσιν (1) εὑρίσκομεν :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1} \quad (2)$$

Οἱ δρόμοι, τοὺς ὁποίους διατρέχουν τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς ἀντιστάσεως F_2, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις αὐτάς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἐκφράζεται συνήθως καὶ ὡς ἑξῆς :

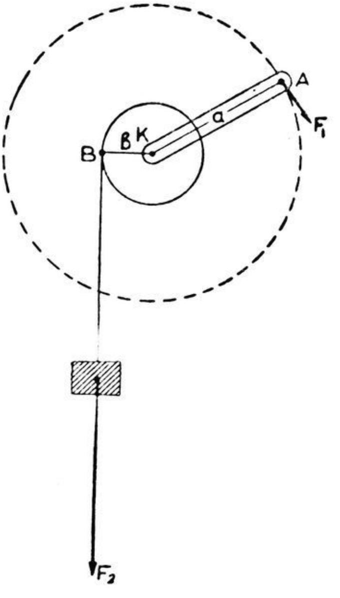
Εἰς ἁπλῆν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον.

'Εὰν καλέσωμεν υ_1 καὶ υ_2 τὰς ταχύτητας, μὲ τὰς ὁποίας μετατοπίζονται ἀντιστοίχως τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2, τότε ἡ ἐξίσωσις (2) γράφεται :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\upsilon_2 \cdot t}{\upsilon_1 \cdot t} \quad \text{ἤ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}$$

Ἡ εὑρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι :

Εἰς τὴν ἁπλῆν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς ταχύτητα.



Σχ. 86. Βαροῦλκον.

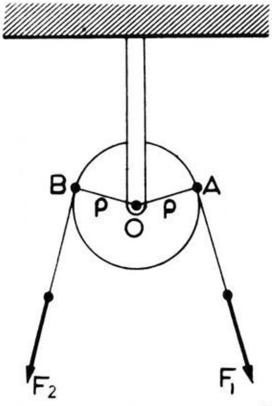
101. Βαροῦλκον.— Τὸ **βαροῦλκον** ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν κύλινδρον, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ τὸν ὁριζόντιον ἄξονά του μὲ τὴν βοήθειαν στροφάλου φέροντος λαβὴν (μανιβέλλα). 'Επὶ τοῦ κυλίνδρου Κ (σχ. 86) τυλίσσεται σχοινίον, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ἡ ἀντίστασις F_2. Εἰς τὸ ἄκρον τῆς λαβῆς ΚΑ ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1. Τὸ βαροῦλκον ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι ἴσον μὲ μηδέν :

$$F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad \text{ἤ} \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

ὅπου α εἶναι τὸ μῆκος τῆς ῥάβδου ΚΑ καὶ β εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ κυλίνδρου Κ. 'Εὰν ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου Κ εἶναι κατακόρυφος, τότε ἡ ἁπλῆ αὐτὴ μηχανὴ καλεῖται **ἐργάτης.** Καὶ δι' αὐτὴν ἰσχύει ἡ ἰδία συνθήκη ἰσορροπίας.

102. Τροχαλίαι.— Ἡ **τροχαλία** εἶναι δίσκος μετάλλινος ἢ ξύλινος, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἄξονα καθέτον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ δίσκου. Ὁ ἄξων στηρίζεται εἰς τροχαλιοθήκην.

α) 'Ακίνητος τροχαλία. 'Εὰν ἡ τροχαλιοθήκη στερεωθῇ ἀκλονήτως, τότε ἡ τροχαλία λέγεται **ἀκίνητος** (σχ. 87). Συνήθως ἡ περιφέρεια τῆς τροχαλίας φέρει αὔλακα, διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται σχοινίον ἢ ἅλυσις. Ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 ἐνεργοῦν εἰς δύο σημεῖα τοῦ σχοινίου. Τίποτε δὲν μεταβάλλεται, ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεῖα Α καὶ Β τῆς περιφερείας τοῦ δίσκου. Ἡ τροχαλία ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι μηδέν :



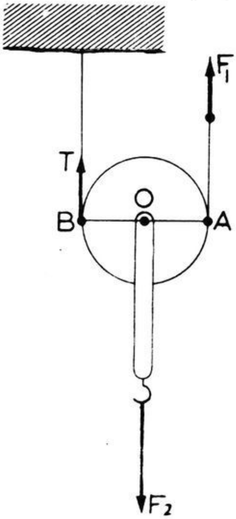
Σχ. 87. 'Ακίνητος τροχαλία.

$$F_1 \cdot \rho - F_2 \cdot \rho = 0 \quad \text{ἄρα} \quad F_1 = F_2$$

Εἰς τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀντίστασιν.

Ἡ τροχαλία αὐτὴ προκαλεῖ μόνον μεταβολὴν τῆς διευθύνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν καταβάλλεται ἡ κινητήριος προσπάθεια. Οὕτω διὰ τὴν ἀνύψωσιν ἑνὸς βαρέος σώματος χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν, διότι εἶναι εὐκολώτερον νὰ σύρωμεν τὸ σχοινίον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω παρὰ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω.

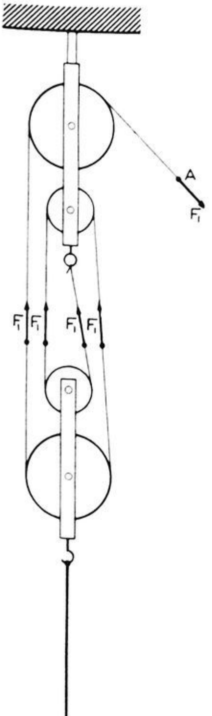
β) Κινητὴ τροχαλία. Εἰς τὴν **κινητὴν τροχαλίαν** (σχ. 88) ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται εἰς τὴν τροχαλιοθήκην. Τὸ ἓν ἄκρον τοῦ σχοινίου στερεώνεται είς ἀκλόνητον σημεῖον, εἰς τὸ ἄλλο δὲ ἄκρον τοῦ σχοινίου ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1. Ἂς θεωρήσωμεν τὰ δύο σχοινία παράλληλα. Ἐπὶ τῆς τροχαλίας ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις: ἡ κινητήριος δύναμις F_1, ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου T. Αἱ δυνάμεις F_1 καὶ T θεωροῦνται ἐφαρμοζόμεναι εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας. Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῆς τροχαλίας ἡ δύναμις F_2 ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ T. Ἄρα πρέπει νὰ εἶναι: $F_1 = T$ καὶ $F_2 = 2F_1$. Ἡ ἀντίστασις F_2 μοιράζεται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν δύο σχοινίων καὶ συνεπῶς:



Σχ. 88. Κινητὴ τροχαλία.

Ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τῆς ἀντιστάσεως.

$$\boxed{F_1 = \frac{F_2}{2}}$$

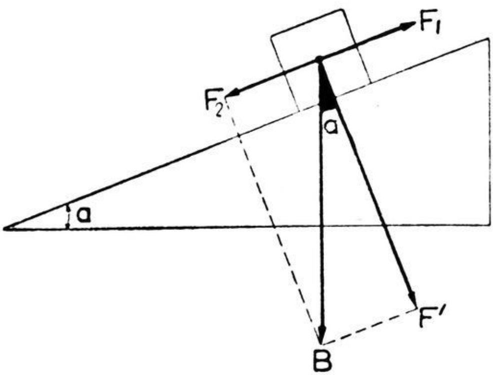


Σχ. 89. Πολύσπαστον.

103. Πολύσπαστον.— Τὸ **πολύσπαστον** ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὰς τροχαλίας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινὸν ἄξονα. Ἡ μία τροχαλιοθήκη εἶναι ἀκίνητος, ἡ δὲ ἄλλη εἶναι κινητή. Διὰ τῆς αὔλακος τῶν τροχαλιῶν διέρχεται σχοινίον, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν ἄκρον στερεώνεται εἰς ἓν σημεῖον τῆς ἀκινήτου τροχαλιοθήκης, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι ἐλεύθερον, διὰ νὰ ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτοῦ ἡ κινητήριος δύναμις F_1. Ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης (σχ. 89). Ἔστω ὅτι ἑκάστη τροχαλιοθήκη φέρει ν τροχαλίας. Μεταξὺ τῶν δύο τροχαλιοθηκῶν τείνονται 2ν τμήματα τοῦ σχοινίου. Ἐπομένως ἡ ἀντίστασις F_2 κατανέμεται εἰς 2ν ἴσα μέρη καὶ ἕκαστον τμῆμα τοῦ σχοινίου ἰσορροπεῖ μέρος τῆς ἀντιστάσεως ἴσον μὲ $\frac{F_2}{2\nu}$. Ὥστε ἔχομεν :

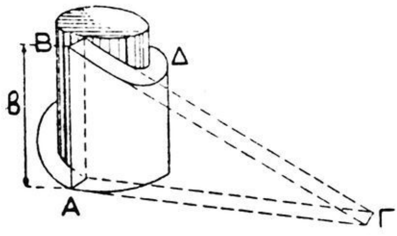
$$\boxed{F_1 = \frac{F_2}{2\nu}}$$

104. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.— Τὸ **κεκλιμένον ἐπίπεδον** εἶναι μία ἐπίπεδος ἐπιφάνεια, ἡ ὁποία παρουσιάζει κλίσιν ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον (σχ. 90). Διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ ἓν βαρὺ σῶμα ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ σώματος μία δύναμις F_1, ἡ ὁποία ἐμποδίζει τὸ σῶμα νὰ κατέλθῃ. Εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ F_1 πρέπει νὰ **εἶναι** ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνιστῶσαν F_2 τοῦ βάρους τοῦ σώματος, τὴν παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Ἡ ἄλλη συνιστῶσα τοῦ βάρους, ἡ κάθετος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἐκ τοῦ σχήματος συνάγεται ὅτι ὅσον μ ι κ ρ ο τ έ ρ α εἶναι ἡ κλίσις τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, τόσον μ ι κ ρ ο τ έ ρ α εἶναι καὶ ἡ δύναμις F_1.

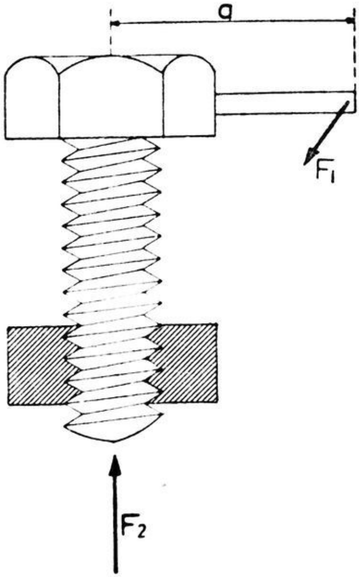


Σχ. 90. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

105. Ὁ κοχλίας.— Ὁ **κοχλίας** εἶναι μία ἁπλῆ μηχανή, ἡ ὁποία ἔχει μεγάλην πρακτικὴν ἐφαρμογήν. Ἡ λειτουργία του στηρίζεται εἰς τὰς γεωμετρικὰς ἰδιότητας τῆς ἕ λ ι κ ο ς. Αὐτὴ προκύπτει ὡς ἑξῆς: Ἐπὶ ἑνὸς ὀρθοῦ κυλίνδρου (σχ. 91) τυλίσσεται ὀρθογώνιον τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ μὲν μία κάθετος πλευρὰ εἶναι ἴση μὲ τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου. Οὕτως ἡ ὑποτείνουσα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου μεταβάλλεται εἰς καμπύλην γραμμήν, ἡ ὁποία καλεῖται **ἕλιξ.** Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο σημείων Α καὶ Β, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς γενετείρας τοῦ κυλίνδρου, εἶναι σ τ α θ ε ρ ὰ καὶ καλεῖται **βῆμα** β τῆς ἕλικος. Τὸ δὲ τόξον ΑΔΒ ἀποτελεῖ μίαν σ π ε ῖ ρ α ν τῆς ἕλικος. Εἰς τὸν κοχλίαν αἱ σπεῖραι ἀποτελοῦν συνεχῆ π ρ ο ε ξ ο χ ὴ ν (σχ. 92). Συμπληρωματικὸν σῶμα τοῦ κοχλίου εἶναι τὸ π ε ρ ι κ ό χ λ ι ο ν, τὸ ὁποῖον εἶναι κοῖλον σῶμα φέρον συνεχῆ ἑλικοειδῆ ἐ σ ο χ ή ν. Τὸ περικόχλιον χρησιμεύει ὡς ὁδηγὸς τοῦ κοχλίου κατὰ τὴν περιστροφικὴν κίνησίν του. Καλεῖται β ῆ μ α τοῦ κοχλίου τὸ βῆμα τῆς ἕλικος αὐτοῦ.



Σχ. 91. Σχηματισμὸς ἕλικος.



Σχ. 92. Ὁ κοχλίας ὡς ἁπλῆ μηχανή.

Ἐκ τοῦ τρόπου τῆς κατασκευῆς τοῦ κοχλίου προκύπτει ἡ ἑξῆς ἰδιότης του:

Ὅταν ὁ κοχλίας ἐκτελῇ μίαν πλήρη περιστροφήν, οὗτος ὑφίσταται συγχρόνως μετατόπισιν κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονός του ἴσην μὲ ἓν βῆμα.

Ἐὰν ὁ κοχλίας ἐκτελέσῃ μίαν περιστροφήν, ἡ δύναμις F_1 παράγει ἔργον $2\pi \cdot \alpha \cdot F_1$. Συγχρόνως ἡ ἀνθισταμένη δύναμις F_2, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τοῦ κοχλίου, ὀπισθοχωρεῖ κατὰ ἓν βῆμα β καὶ ἐπομένως ἡ F_2 παράγει ἔργον $F_2 \cdot \beta$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι :

$$2\pi \cdot \alpha \cdot F_1 = F_2 \cdot \beta \quad \text{ἄρα} \quad \boxed{F_1 = F_2 \cdot \frac{\beta}{2\pi \cdot \alpha}}$$

Ὁ κοχλίας χρησιμοποιεῖται εἰς διαφόρους μηχανὰς καὶ εἰς ὄργανα μετρήσεων.

106. Ἀπόδοσις μηχανῆς.—Εἰς ὅλας γενικῶς τὰς μηχανὰς δ α π α ν ᾶ τ α ι μία μορφὴ ἐνεργείας, διὰ νὰ λάβωμεν μίαν ἄλλην ὠ φ έ λ ι μ ο ν μορφὴν ἐνεργείας. Ἕνεκα τῶν διαφόρων ἀντιστάσεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται κατὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, ἡ ὠφέλιμος ἐνέργεια εἶναι πάντοτε μ ι κ ρ ο τ έ ρ α ἀπὸ τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

Καλεῖται ἀπόδοσις μιᾶς μηχανῆς ὁ λόγος τῆς ὠφελίμου ἐνεργείας πρὸς τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

$$\boxed{\text{ἀπόδοσις μηχανῆς} = \frac{\text{ὠφέλιμος ἐνέργεια}}{\text{δαπανωμένη ἐνέργεια}} \qquad A = \frac{W_\omega}{W_\delta}}$$

Ὅπως θὰ ἴδωμεν, ἡ ἀπόδοσις ἑνὸς ἠλεκτροκινητῆρος εἶναι 0,90 ἐνῷ ἡ ἀπόδοσις μιᾶς ἀτμομηχανῆς εἶναι 0,25. Ἤτοι εἰς μὲν τὸν ἠλεκτροκινητῆρα χάνονται μόνον τὰ 10% τῆς δαπανωμένης ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας, ἐνῷ εἰς τὴν ἀτμομηχανὴν χάνονται τὰ 75% τῆς δαπανωμένης θερμικῆς ἐνεργείας. Ὅλαι αἱ προσπάθειαι τῆς τεχνικῆς τείνουν εἰς τὴν αὔξησιν τῆς ἀποδόσεως τῶν διαφόρων μηχανῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

81. Μοχλὸς μὲ δύο βραχίονας ἔχει μῆκος 2,4 m. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐφαρμόζεται βάρος 30 kgr καὶ εἰς ἀπόστασιν 0,8 m ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Πόσον βάρος πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ ἰσορροπία ;*

82. Μοχλὸς μὲ ἕνα βραχίονα ἔχει μῆκος 3 m καὶ περιστρέφεται περὶ τὸ ἓν ἄκρον του. Εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον του προσδένεται βάρος 10 kgr. Πόσην δύναμιν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς ἀπόστασιν 1 m ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου, ἵνα ὁ μοχλὸς διατηρῆται ὁριζόντιος;*

83. Τὸ ἄκρον σιδηρᾶς ράβδου μήκους 2,4 m τίθεται κάτωθεν βαρέος σώματος καὶ εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἀπὸ τοῦ ἄκρου τούτου τοποθετεῖται ὑπομόχλιον. Ἐφαρμόζοντες εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς ράβδου δύναμιν 25 kgr ἀνυψώνομεν ὀλίγον τὸ κιβώτιον. Πόσην δύναμιν ἰσορροποῦμεν ;*

84. Οἱ δύο βραχίονες μοχλοῦ ΑΟΓ σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 135°. Ὁ μοχλὸς περιστρέφεται περὶ ὁριζόντιον ἄξονα Ο κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο βραχιόνων τοῦ μοχλοῦ. Ὁ βραχίων ΟΓ εἶναι ὁριζόντιος, εἶναι δὲ $OA = 2 \cdot O\Gamma$. Ἀπὸ τὰ σημεῖα A καὶ Γ ἐξαρτῶμεν ἀντιστοίχως τὰ βάρη B_1 καὶ B_2. Νὰ εὑρεθῇ ποῖος πρέπει νὰ εἶναι ὁ λόγος τῶν βαρῶν, ὥστε ὁ μοχλὸς νὰ ἰσορροπῇ.

85. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ σχοινίου ἀκινήτου τροχαλίας ἐξαρτᾶται βάρος 30 *kgr**. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη εἰς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας, ὅταν αἱ διευθύνσεις τῶν δύο σχοινίων σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 0^0, 90^0 καὶ 120^0.

86. Ἐπὶ μιᾶς κινητῆς τροχαλίας ἐφαρμόζεται βάρος 80 *kgr**. Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐνεργῇ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, ὅταν τὰ δύο σχοινία σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 0^0, 90^0 καὶ 120^0; Τὸ βάρος τῆς τροχαλίας παραλείπεται.

87. Εἰς πολύσπαστον ἑκάστη τροχαλιοθήκη φέρει 3 τροχαλίας. Τὸ βάρος τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης εἶναι 3 *kgr**. Νὰ εὑρεθῇ πόσην δύναμιν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, διὰ νὰ ἰσορροπήσωμεν τὸ πολύσπαστον, ὅταν ἐξ αὐτοῦ ἐξαρτήσωμεν βάρος 45 *kgr**.

88. Ὁ στρόφαλος ἑνὸς βαρούλκου διαγράφει κύκλον ἀκτῖνος 54 *cm*, ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 12 *cm*. Ἀπὸ τὸ σχοινίον τοῦ βαρούλκου ἐξαρτᾶται βάρος 30 *kgr**. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ βαρούλκου.

89. Ἡ λαβὴ ἑνὸς βαρούλκου διαγράφει περιφέρειαν ἀκτῖνος 60 *cm*, ὁ δὲ κύλινδρος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου τυλίσσεται τὸ σχοινίον, ἔχει ἀκτῖνα 15 *cm*. Τὸ βαροῦλκον χρησιμεύει διὰ τὴν ἄντλησιν ὕδατος ἀπὸ βάθος 10 *m*, τὸ δὲ χρησιμοποιούμενον δοχεῖον ἔχει ὄγκον 10 λίτρα. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσον ἔργον δαπανᾶται διὰ τὴν ἄντλησιν 100 λίτρων ὕδατος. Πόση εἶναι εἰς *Watt* ἡ μέση ἰσχύς, ἡ ὁποία καταβάλλεται, ἂν εἰς μίαν ὥραν ἀντλῆται 1 m^3 ὕδατος.

90. Ἐργάτης, διὰ νὰ ἀνυψώσῃ βαρέλιον 240 *kgr** εἰς ὕψος 1,10 *m* ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, χρησιμοποιεῖ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ κεκλιμμένου ἐπιπέδου, ὥστε, ὅταν ὁ ἐργάτης καταβάλλῃ δύναμιν 40 *kgr**, τὸ βαρέλιον νὰ ἰσορροπῇ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου;

91. Μία ἀνυψωτικὴ μηχανὴ διὰ κοχλίου (γρύλλος) στρέφεται μὲ μοχλὸν μήκους 50 *cm*, τὸ δὲ βῆμα τοῦ κοχλίου εἶναι 5 *cm*. Πόση δύναμις πρέπει νὰ καταβληθῇ διὰ τὴν ἀνύψωσιν βάρους 200 *kgr**;

92. Εἰς μίαν ὑδροηλεκτρικὴν ἐγκατάστασιν διαβιβάζονται ἐτησίως *διὰ τοῦ στροβίλου 120 ἑκατομμύρια κυβικὰ μέτρα ὕδατος, πίπτοντος ἀπὸ ὕψος 500 m. Ἡ ὅλη ἀπόδοσις τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 60%. Πόσα κιλοβατώρια λαμβάνονται ἐτησίως; Ἐὰν τὰ γενικὰ ἔξοδα (ἀπόσβεσις, συντήρησις, τόκοι) ἀνέρχονται ἐτησίως εἰς 19,62 ἑκατομμύρια δραχμάς, πόσον κοστίζει ἕκαστον κιλοβατώριον;*

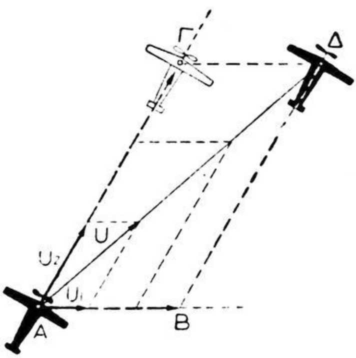
ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

107. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.—Ἐὰν ἐπὶ ἑνὸς σώματος ἐνεργοῦν σ υ γ χ ρ ό ν ω ς δύο ἢ περισσότερα αἴτια κινήσεως, τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ μίαν κίνησιν, ἡ ὁποία εἶναι συνισταμένη κίνησις καὶ ἀπορρέει ἀπὸ ἰδιαιτέρας κινήσεις, τὰς ὁποίας ἔπρεπε νὰ ἐκτελέσῃ τὸ σῶμα. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ μία κίνησις δ ὲ ν ἐ π η ρ ε ά ζ ε ι τὴν ἄλλην. Ἐὰν π.χ. εὑρισκώμεθα ἐντὸς σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος καὶ ἀφήσωμεν σῶμα νὰ πέσῃ ἐλευθέρως πλησίον νήματος τῆς στάθμης, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα πίπτει κατακορύφως εἴτε τὸ ὄχημα ἠρεμεῖ, εἴτε κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ κίνησις τοῦ ὀχήματος δὲν ἐπηρεάζει τὴν πτῶσιν τοῦ σώματος. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι συνέπεια μιᾶς θεμελιώδους ἀρχῆς τῆς Μηχανικῆς, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων :**

Ἡ δρᾶσις μιᾶς δυνάμεως ἐπὶ ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος.

108. Σύνθεσις δύο εὐθυγράμμων κινήσεων.— Ἔστω ὅτι ἓν ἀεροπλάνον κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα $υ_2$ (σχ. 93), συγχρόνως ὅμως ὁ ἄνεμος τὸ παρασύρει μὲ σταθερὰν ταχύτητα $υ_1$ κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΑΒ. Οὕτω τὸ ἀεροπλάνον ἀναγκάζεται νὰ ἐκτελέσῃ σ υ γ χ ρ ό ν ω ς δύο εὐθυγράμμους κινήσεις. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων τὸ ἀεροπλάνον ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου (π.χ. ἐντὸς 3 sec) θὰ ἔλθῃ εἰς ἐκείνην τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ ἔφθανεν, ἐὰν ἐξετέλει τὰς δύο αὐτὰς κινήσεις διαδοχικῶς. Οὕτω μετὰ χρόνον t τὸ ἀεροπλάνον φθάνει εἰς τὸ σημεῖον Δ, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ὁρίζουν οἱ δύο δρόμοι ΑΓ καὶ ΑΒ.

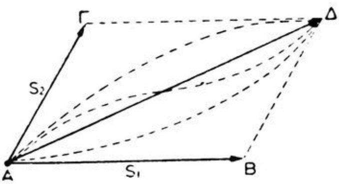
Τὰ ἀνωτέρω ἰσχύουν καὶ ὅταν αἱ δύο συνιστῶσαι κινήσεις δὲν εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαί κινήσεις. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον γενικὸν συμπέρασμα :



Σχ. 93. Σύνθεσις δύο εὐθυγράμμων κινήσεων.

Ἐὰν σῶμα ἐκτελῇ συγχρόνως δύο κινήσεις, τότε ἡ θέσις του εἰς ἑκάστην στιγμὴν εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ὁρίζουν αἱ δύο συνιστῶσαι κινήσεις.

Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα τοῦ ἀεροπλάνου αἱ δύο συνιστῶσαι κινήσεις εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαὶ καὶ ἐπομένως τὰ ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου t διανυόμενα διαστήματα $AB = \upsilon_1 \cdot t$ καὶ $A\Gamma = \upsilon_2 \cdot t$ ἔχουν πάντοτε λόγον σταθερόν, ὁ ὁποῖος ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τῶν ταχυτήτων. Μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ τροχιὰ τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι ἡ διαγώνιος ΑΔ τοῦ παραλληλογράμμου ΑΒΔΓ. Ἐὰν αἱ δύο συνιστῶσαι κινήσεις δὲν εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαί, ἡ τροχιὰ τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι καμπύλη γραμμή, τῆς ὁποίας ἡ μορφὴ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τῶν δύο συνιστωσῶν κινήσεων (σχ. 94). Διὰ τὴν ταχύτητα καὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς συνισταμένης κινήσεως ἰσχύει γενικῶς ὁ ἀκόλουθος νόμος:



Σχ. 94. Σύνθεσις δύο κινήσεων.

Ἡ ταχύτης ἢ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι καθ' ἑκάστην στιγμὴν ἴση μὲ τὴν συνισταμένην τῶν ταχυτήτων ἢ τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων.

109. Κίνησις τῶν βλημάτων.—Ἐφαρμογὴν τῆς συνθέσεως τῶν κινήσεων ἔχομεν εἰς τὴν κίνησιν τῶν βλημάτων.

α) Κατακόρυφος βολή. Ὅταν ἓν σῶμα ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα υ_0, τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἑξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς πρὸς τὰ ἄνω· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Ἡ συνισταμένη κίνησις εἶναι τότε μία κίνησις εὐθύγραμμος ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη, ἡ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις :

$$\upsilon = \upsilon_0 - g \cdot t \quad \text{καὶ} \quad s = \upsilon_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Τὸ σῶμα ἀνέρχεται, ἕως ὅτου μηδενισθῇ ἡ ταχύτης του. Εὐκόλως εὑρίσκομεν (§ 62) ὅτι εἶναι :

$$\text{διάρκεια ἀνόδου : } t = \frac{\upsilon_0}{g} \qquad \text{μέγιστον ὕψος : } H = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος εἶναι ἐλευθέρα πτῶσις. Κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀφίξεώς του εἰς τὸ ἔδαφος τὸ σῶμα ἔχει ταχύτητα:

$$\upsilon' = \sqrt{2g \cdot H} \quad \text{ἤτοι} \quad \upsilon' = \sqrt{2g \cdot \frac{\upsilon_0^2}{2g}} = \upsilon_0$$

Ἡ διάρκεια t′ τῆς καθόδου τοῦ σώματος εἶναι :

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad \text{ἤτοι} \quad t' = \sqrt{\frac{2\upsilon_0^2}{2g^2}} = \frac{\upsilon_0}{g} = t$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος διαρκεῖ, ὅσον καὶ ἡ ἄνοδος αὐτοῦ καὶ τὸ σῶμα ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἔδαφος μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἤρχισε τὴν ἄνοδόν του.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι σύμφωνον πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας (§ 95).

β) Ὁριζοντία βολή. Ἀπὸ ἓν σημεῖον Α, εὑρισκόμενον εἰς ὕψος h ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, ἐκσφενδονίζεται ὁριζοντίως μὲ ταχύτητα υ_0 ἓν σῶμα μάζης m (σχ. 95). Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἑξῆς : α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, κινεῖται ὁριζοντίως καὶ ὁμαλῶς· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Ἡ συνισταμένη κίνησις εἶναι μία κ α μ π υ λ ό γ ρ α μ μ ο ς κίνησις. Οὕτω τὸ σῶμα διαγράφει τόξον ἡ μ ι π α ρ α β ο λ ῆ ς καὶ μετὰ χρόνον t συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον Δ (σχ. 95), τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ ὁριζομένου ἀπὸ τοὺς δρόμους:

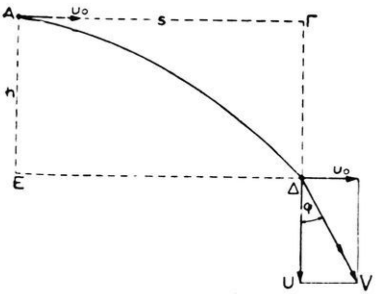
$$\text{ΑΓ} = s = \upsilon_0 \cdot t \quad \text{καὶ} \quad \text{ΑΕ} = h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

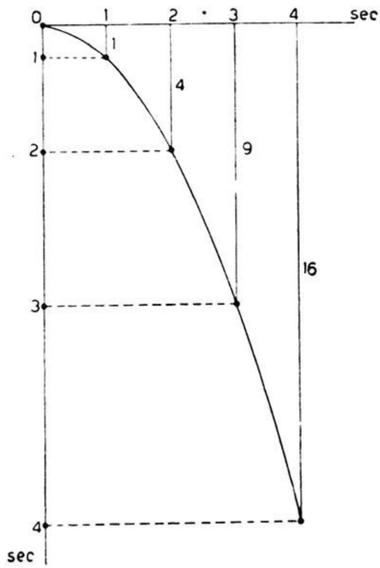
Τὸ σῶμα κινεῖται, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ πτῶσις του. Ἡ διάρκεια λοιπὸν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα, κινούμενον ὁριζοντίως, εἶναι :

$$s = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad (1)$$





Σχ. 95. Ὁριζοντία βολή. Τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δίδει τὴν ἀπόστασιν τοῦ σημείου Δ ἀπὸ τὴν κατακόρυφον ΑΕ, δηλαδὴ τὸ β ε λ η ν ε κ ὲ ς τοῦ βλήματος. Ἡ ταχύτης V τοῦ σώματος εἰς τὸ σημεῖον Δ εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ταχυτήτων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων, ὑπολογίζεται δὲ εὐκόλως ὡς ἑξῆς : Εἰς τὸ σημεῖον Α τὸ σῶμα ἔχει ὁλικὴν ἐνέργειαν :

$$\frac{1}{2} m \cdot \upsilon_0^2 + m \cdot g \cdot h$$

Όταν τὸ σῶμα φθάσῃ εἰς τὸ Δ, ὅλη ἡ ἀρχικὴ ἐνέργειά του ἔχει μετατραπῇ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν $\frac{1}{2}m \cdot V^2$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἔχομεν :

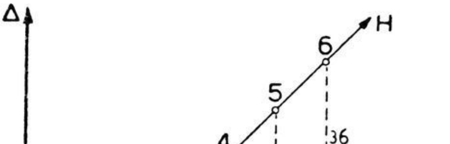
$$\frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_0^2 + m \cdot g \cdot h \quad \text{ἄρα } V = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2g \cdot h}$$

Όταν ἀεροπλάνον ἀπορρίπτῃ τὰς βόμβας του, τότε λαμβάνει χώραν ὁριζοντία βολὴ τῆς βόμβας· διότι τὴν στιγμήν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφήνεται ἐλευθέρα ἡ βόμβα, αὕτη ἔχει ἀρχικὴν ὁριζοντίαν ταχύτητα ἴσην μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἀεροπλάνου. Οὕτως ἡ βόμβα διαγράφει περίπου μίαν ἡμιπαραβολήν. Δι' ἓν ἀεροπλάνον, τὸ ὁποῖον κινεῖται ὁριζοντίως μὲ ταχύτητα 60 m/sec εἰς τὸ ὕψος 4500 m, τὸ ὁριζόντιον βεληνεκὲς εἶναι:

$$s = 60 \cdot \sqrt{\frac{9\,000}{10}} = 60 \cdot 30 = 1\,800 \text{ m}$$

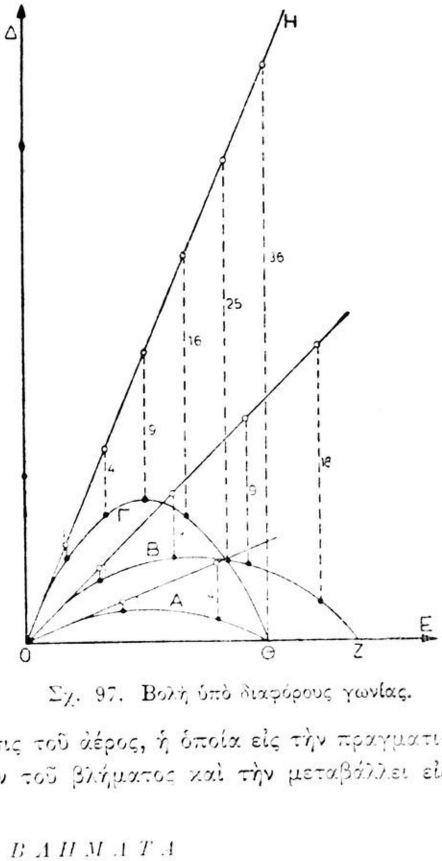
Ἑπομένως αἱ βόμβαι ρίπτονται πρὶν τὸ ἀεροπλάνον φθάσῃ ὑπεράνω τοῦ στόχου.

γ) Πλαγία βολή. Ἀπὸ τὸ σημεῖον Ο τοῦ ἐδάφους ἐκσφενδονίζεται πλαγίως πρὸς τὰ ἄνω σῶμα κατὰ διεύθυνσιν ΟΗ, ἡ ὁποία σχηματίζει γωνίαν α μὲ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ΟΕ τοῦ ἐδάφους (σχ. 96). Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι υ_0. Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις, τὰς ἑξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος υ_0, κινεῖται ε ὐ θ υ γ ρ ά μ μ ω ς καὶ ὁ μ α λ ῶ ς ἐπὶ τῆς ΟΗ. β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, π ί π τ ε ι μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Οὕτω τὸ σῶμα διαγράφει τὸ τόξον π α ρ α β ο λ ῆ ς ΟΓΑ καὶ ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἔδαφος. Τὴν



Σχ. 96. Τὸ βλῆμα διαγράφει παραβολικὴν τροχιάν.

παραβολικὴν αὐτὴν τροχιὰν παρατηροῦμεν, ὅταν ρεῦμα ὕδατος ἐκσφενδονίζεται πλαγίως. Τὸ βεληνεκὲς ΟΑ καὶ τὸ μέγιστον ὕψος ΜΓ, εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης υ_0. Τὰ δύο αὐτὰ μεγέθη ἐξαρτῶνται καὶ ἀπὸ τὴν γωνίαν κλίσεως α (σχ. 97). Τὸ μέγιστον βεληνεκὲς ΟΖ ἀντιστοιχεῖ εἰς γωνίαν κλίσεως 45^0, ὁπότε εἶναι : $ΟΖ = \frac{\upsilon_0^2}{g}$. Τὸ μέγιστον ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, αὐξάνεται μετὰ τῆς γωνίας κλίσεως α. Εἰς δύο συμπληρωματικὰς γωνίας κλίσεως (π.χ. 30^0 καὶ 60^0) ἀντιστοιχεῖ τὸ αὐτὸ βεληνεκὲς ΟΘ, διάφορον ὅμως μέγιστον ὕψος. Τοῦτο ἔχει σημασίαν εἰς τὴν βλητικήν, διότι οὕτως ἐπιτυγχάνεται ὁ στόχος Θ καὶ ἂν εὑρίσκεται ὄπισθεν ὑψώματος.



Σχ. 97. Βολὴ ὑπὸ διαφόρους γωνίας.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἔρευναν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία εἰς τὴν πραγματικότητα τροποποιεῖ τὴν τροχιὰν τοῦ βλήματος καὶ τὴν μεταβάλλει εἰς ἀσύμμετρον καμπύλην.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

93. Ποταμόπλοιον κινεῖται κατὰ τὸν ἄξονα τοῦ ποταμοῦ. Ὅταν τὸ πλοῖον ἀναπλέῃ τὸν ποταμόν, ἡ ταχύτης τοῦ πλοίου ὡς πρὸς τὴν ὄχθην εἶναι 2 m/sec, ἐνῷ ὅταν κατέρχεται ἡ ταχύτης του εἶναι 6 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἰδία ταχύτης τοῦ πλοίου καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος τοῦ ποταμοῦ.

94. Ἀεροπλάνον κινούμενον ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς διανύει εὐθυ-

γράμμως ἀπόστασιν 6 km καὶ ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀφετηρίαν του. Ἡ σχετικὴ ταχύτης του ὡς πρὸς τὸν ἀέρα εἶναι 50 m/sec. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται δι' αὐτὴν τὴν μετάβασιν καὶ ἐπιστροφὴν τοῦ ἀεροπλάνου: α) ὅταν ἐπικρατῇ νηνεμία· β) ὅταν πνέῃ σταθερὸς δυτικὸς ἄνεμος ταχύτητος 20 m/sec.

95. Νὰ εὑρεθῇ μὲ πόσην ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω βλῆμα, διὰ νὰ φθάσῃ εἰς ὕψος 3 920 m καὶ πόσος χρόνος θὰ παρέλθῃ ἀπὸ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκσφενδονίσεως τοῦ βλήματος μέχρι τῆς στιγμῆς, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ βλῆμα θὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸ ἔδαφος. $g = 980\ cm/sec^2$.

96. Ἀπὸ τὴν ὀροφὴν οἰκοδομῆς ὕψους 45 m ἐκσφενδονίζεται ὁριζοντίως λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec. Εἰς πόσην ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκσφενδονίσεώς του ὁ λίθος θὰ συναντήσῃ τὸ ἔδαφος καὶ πόση εἶναι τότε ἡ ταχύτης του; $g = 10\ m/sec^2$.

97. Μία ἀκτὶς ὕδατος ἐκσφενδονίζεται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 30 m/sec καὶ ὑπὸ γωνίαν 45^0 ὡς πρὸς τὸν ὁρίζοντα. Πόσον εἶναι τὸ βεληνεκὲς αὐτῆς;

98. Ἀεροπλάνον κινεῖται ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα 40 m/sec εἰς ὕψος 6 000 m. Ἂν ἀπὸ τὸ ἀεροπλάνον ἀφεθῇ ἐλεύθερον ἓν σῶμα, νὰ εὑρεθῇ εἰς ποῖον σημεῖον τοῦ ἐδάφους θὰ πέσῃ τὸ σῶμα καὶ πόσην ταχύτητα ἔχει τὸ σῶμα, ὅταν φθάνῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΙΣ*

110. Ὤθησις δυνάμεως καὶ ὁρμή.— Ἐπὶ σώματος μάζης m, τὸ ὁποῖον ἀρχικῶς εὑρίσκεται εἰς ἠρεμίαν, ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F· αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ καὶ ἰσχύει ἡ γνωστὴ σχέσις: $F = m \cdot \gamma$. Ἔστω ὅτι ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπὶ χρόνον t, εἰς τὸ τέλος τοῦ ὁποίου τὸ σῶμα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα: $\upsilon = \gamma \cdot t$. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ t καὶ τὰ δύο μέλη τῆς ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$, λαμβάνομεν:

$$F \cdot t = m \cdot \gamma \cdot t \quad \text{ἢ} \quad F \cdot t = m \cdot \upsilon$$

* Ἡ διδασκαλία τοῦ κεφαλαίου τούτου δὲν εἶναι ὑποχρεωτικὴ διὰ τὰς τάξεις κλασσικῆς κατευθύνσεως.

Τὸ γινόμενον m · υ χαρακτηρίζει τὸ ἀποτέλεσμα τῆς κινήσεως τῆς μάζης m καὶ καλεῖται **ὁρμὴ** ἢ **ποσότης κινήσεως** :

$$\boxed{\text{ὁρμή} : J = m \cdot \upsilon}$$

Τὸ γινόμενον F · t καλεῖται **ὤθησις τῆς δυναμεως.**

Ὅταν τὸ σῶμα ἠρεμῇ, ἡ ὁρμή του εἶναι ἴση μὲ μηδέν, (διότι εἶναι υ = 0). Ἐντὸς χρόνου t ἡ ὁρμὴ μετεβλήθη καὶ ἔγινεν ἴση μὲ m · υ, ἤτοι μετεβλήθη κατὰ m · υ. Ἡ εὑρεθεῖσα λοιπὸν ἐξίσωσις:

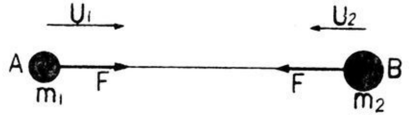
$F \cdot t = m \cdot \upsilon$ φανερώνει ὅτι :

Ὅταν δύναμις ἐνεργῇ ἐπὶ σώματος, ἡ μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ ἡ δύναμις αὕτη, ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν χρόνον.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν F · t = m · υ εὑρίσκομεν τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ μάζης m, διὰ νὰ προκληθῇ ὡρισμένη μεταβολὴ τῆς ὁρμῆς τοῦ σώματος ἐντὸς ὡρισμένου χρόνου t. Οὕτως, ἂν εἰς ἠρεμοῦσαν μᾶζαν m = 10 gr θελήσωμεν νὰ προσδώσωμεν ταχύτητα υ = 600 m/sec ἐντὸς χρόνου t = 1/10 000 sec, τότε πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμιν :

$$F = \frac{m \cdot \upsilon}{t} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 10^4}{10^{-4}} = 6 \cdot 10^9 \text{ dyn} = 6\,116 \text{ kgr}^*$$

111. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.— Ἂς θεωρήσωμεν δύο σώματα A καὶ B , τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀντιστοίχως μάζας m_1 καὶ m_2 (σχ. 98) καὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων δὲν ἐνεργεῖ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμις. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ A ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ B μίαν σταθερὰν ἕλξιν F. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ τὸ B ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ A μίαν ἴσην καὶ ἀντίθετον ἕλξιν. F. Τὰ δύο σώματα ἀρχικῶς ἠρεμοῦν καὶ συνεπῶς ἡ ὁρμὴ ἑκάστου σώματος εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τὰ δύο σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀμοιβαίας ἕλξεως αὐτῶν ἀρχίζουν νὰ κινοῦνται. Μετὰ χρόνον t τὰ



Σχ. 98. Αἱ ἕλξεις προκαλοῦν κίνησιν τῶν σφαιρῶν.

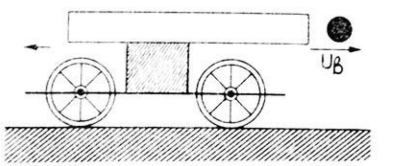
σώματα Α καὶ Β ἔχουν ἀποκτήσει ἀντιστοίχως ταχύτητας υ_1 καὶ υ_2. Τότε ἡ μὲν ὁρμὴ τοῦ Α εἶναι $F \cdot t = m_1 \cdot \upsilon_1$, ἡ δὲ ὁρμὴ τοῦ Β εἶναι $F \cdot t = -m_2 \cdot \upsilon_2$ (τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίθετον φορὰν τῆς ταχύτητος υ_2).

Ἄρα $m_1 \cdot \upsilon_1 = -m_2 \cdot \upsilon_2$ ἤτοι $m_1 \cdot \upsilon_1 + m_2 \cdot \upsilon_2 = 0$

Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t τὸ ἄθροισμα τῶν ὁρμῶν τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴ σ ο ν μ ὲ μ η δ έ ν, ὅσον ἀκριβῶς ἦτο εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου t. Ἡ εὑρεθεῖσα ἐξίσωσις εκφράζει τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς :**

Ἡ ὁρμὴ ἑνὸς μεμονωμένου συστήματος μαζῶν διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον δὲν ἐπιδροῦν ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις.

112. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς.— Εἰς ὅλα τὰ πυροβόλα ὅπλα παρατηρεῖται ὅτι κατὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος τὸ σῶμα τοῦ ὅπλου κινεῖται ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ βλήματος. Ἡ τοιαύτη ὀπισθοχώρησις τοῦ ὅπλου καλεῖται **ἀνάκρουσις** τοῦ ὅπλου καὶ εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς. Ἔστω m_β ἡ μᾶζα τοῦ βλήματος καὶ m_0 ἡ μᾶζα τοῦ ὅπλου. Τὰ ἐκ τῆς ἀναφλέξεως τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης προελθόντα ἀέρια ἀσκοῦν ἴσην δύναμιν καὶ ἐπὶ τοῦ βλήματος καὶ ἐπὶ τοῦ κλείστρου τοῦ ὅπλου. Ὅταν τὸ βλῆμα ἐκσφενδονίζεται ἀπὸ τὸ ὅπλον μὲ ταχύτητα υ , τὸ βλῆμα ἔχει ὁρμὴν $m_\beta \cdot \upsilon_\beta$. Ἐπομένως τὸ ὅπλον ἀποκτᾷ ἴσην καὶ ἀντίθετον ὁρμὴν $-m_0 \cdot \upsilon_0$, ὥστε νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις : $-m_0 \cdot \upsilon_0 = m_\beta \cdot \upsilon$

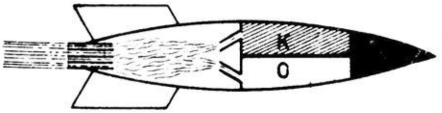


Σχ. 99. Τὸ ὄχημα προχωρεῖ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων.

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ ὅπλου εἶναι :
$$\upsilon_0 = -\frac{m_\beta \cdot \upsilon_\beta}{m_0}$$

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς ἔχομεν εἰς τὸν **πύραυλον.** Ἡ λειτουργία του στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἑξῆς ἀρχῆς: Ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ὑποθέτομεν ὅτι δύναται νὰ κυλίεται ἐλαφρὸν πυροβόλον, τὸ ὁποῖον ἐκσφενδονίζει συνεχῶς βλήματα (σχ. 99), μάζης m_β μὲ ταχύτητα υ_β. Τὸ πυροβόλον θὰ κινῆται τότε κατ' ἀντίθετον φοράν. Κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἐξόδου τοῦ βλήματος ἀπὸ τὸν σωλῆνα, τὸ πυροβόλον θὰ ἔχῃ ταχύτητα υ_π, τὴν ὁποίαν προσδιορίζει ἡ σχέσις :

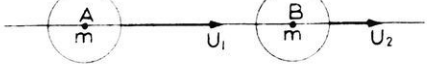
$$\upsilon_\pi = -\frac{m_\beta \cdot \upsilon_\beta}{m_\pi}$$



Σχ. 100. Πύραυλος (Κ καύσιμον, Ο ὀξυγόνον).

Ἐὰν λοιπὸν ἐκσφενδονίζωνται συνεχῶς βλήματα, ὁ σωλὴν ἐκσφενδονίσεως θὰ προχωρῇ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων. Εἰς τὴν πρᾶξιν ἐπιτυγχάνομεν συνεχῆ ἐκσφενδόνισιν μάζης, χρησιμοποιοῦντες τὰ ἀέρια τὰ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως καταλλήλων καυσίμων οὐσιῶν (σχ. 100).

113. Κροῦσις.—Κατὰ τὴν κροῦσιν δύο τελείως ἐλαστικῶν σωμάτων (π.χ. δύο σφαιρῶν ἀπὸ ἐλεφαντοστοῦν ἢ ἀπὸ χάλυβα) προκαλοῦνται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι διαρκοῦν ἐπὶ ἐλάχιστον χρόνον. Τὰ σώματα ἀναλαμβάνουν ταχέως τὸ ἀρχικὸν σχῆμα των. Κατὰ τὸν ἐλάχιστον τοῦτον χρόνον ἀναπτύσσονται ἐπὶ ἑκάστου σώματος ἴσαι καὶ ἀντίθετοι δυνάμεις, τείνουσαι νὰ ἀπομακρύνουν τὸ ἓν σῶμα ἀπὸ τὸ ἄλλο. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι δύο ἴσαι τελείως ἐλαστικαὶ σφαῖραι κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν οὕτως, ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὑρίσκωνται πάντοτε ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας (σχ. 101). Ἑκάστη σφαῖρα ἔχει μᾶζαν m. Πρὸ τῆς κρούσεως αἱ σφαῖραι Α καὶ Β ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας υ_1 καὶ υ_2. Ἔστω ὅτι μετὰ τὴν κροῦσιν αἱ σφαῖραι Α καὶ Β ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας V_1 καὶ V_2. Τὸ σύστημα τῶν δύο σφαιρῶν θεωρεῖται μεμονωμένον, διότι δὲν ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμις (π.χ. τριβή). Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, πρέπει ἡ ὁρμὴ τοῦ συστήματος νὰ διατηρῆται σταθερά. Ἑπομένως πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις :



Σχ. 101. Κεντρικὴ κροῦσις τελείως ἐλαστικῶν σφαιρῶν.

$$m \cdot \upsilon_1 + m \cdot \upsilon_2 = m \cdot V_1 + m \cdot V_2 \quad \text{ἢ} \quad \upsilon_1 - V_1 = V_2 - \upsilon_2 \qquad (1)$$

'Εξ ἄλλου, ἐπειδὴ αἱ σφαῖραι εἶναι τελείως ἐλαστικαί, δὲν συμβαίνει μετατροπὴ κινητικῆς ἐνεργείας εἰς ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας. Ἄρα συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, πρέπει ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ συστήματος νὰ διατηρῆται σταθερά, δηλαδὴ πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις :

$$\frac{1}{2}m\cdot\upsilon_1^2+\frac{1}{2}m\cdot\upsilon_2^2=\frac{1}{2}m\cdot V_1^2+\frac{1}{2}m\cdot V_2^2$$

$$\text{ἢ}\quad \upsilon_1^2-V_1^2=V_2^2-\upsilon_2^2$$

$$\text{καὶ}\quad (\upsilon_1-V_1)\cdot(\upsilon_1+V_1)=(V_2-\upsilon_2)\cdot(V_2+\upsilon_2)\qquad (2)$$

Διαιροῦντες κατὰ μέλη τὰς ἐξισώσεις (2) καὶ (1) εὑρίσκομεν :

$$\upsilon_1+V_1=V_2+\upsilon_2\qquad (3)$$

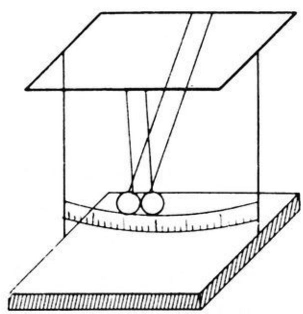
'Απὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (3) εὑρίσκομεν τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἔχει ἑκάστη σφαῖρα μετὰ τὴν κροῦσιν:

ταχύτης τῆς A : $V_1=\upsilon_2$

ταχύτης τῆς B : $V_2=\upsilon_1$

Κατὰ τὴν κεντρικὴν κροῦσιν δύο ἴσων ἐλαστικῶν σφαιρῶν συμβαίνει ἀνταλλαγὴ τῶν ταχυτήτων των.

'Εὰν λοιπὸν ἡ σφαῖρα B ἦτο ἀρχικῶς ἀκίνητος (δηλαδὴ εἶναι $\upsilon_2=0$), τότε μετὰ τὴν κροῦσιν ἡ μὲν σφαῖρα A μένει ἀκίνητος, ἡ δὲ σφαῖρα B κινεῖται μὲ τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ A.


Σχ. 102. Κροῦσις δύο σφαιρῶν.

Τὰ ἀνωτέρω ἐπαληθεύονται πειραματικῶς μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 102, εἰς τὴν ὁποίαν ὑπάρχουν δύο ἴσαι σφαῖραι ἀπὸ ἐλεφαντοστοῦν.

'Εὰν αἱ δύο ἐλαστικαὶ σφαῖραι A καὶ B εἶναι ἄνισοι τότε, ἐργαζόμενοι ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἴσων, σφαιρῶν εὑρίσκομεν τὴν ταχύτητα ἑκάστης σφαίρας μετὰ τὴν κροῦσιν.

'Εὰν ἡ σφαῖρα A προσπέσῃ καθ έ τ ω ς ἐπὶ ἐλαστικοῦ τοιχώματος, τότε ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας Α μετὰ τὴν κροῦσιν εἶναι $V_1 = -\upsilon_1$ · δηλαδὴ ἡ σφαῖρα ἀ ν α π η δ ᾷ κ α θ έ τ ω ς μ ὲ τ ὴ ν ἰ δ ί α ν τ α χ ύ τ η τ α.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

99. Αὐτοκίνητον ἔχει μᾶζαν ἑνὸς τόννου καὶ κινεῖται ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα $\upsilon_1 = 8\ m/sec$. Ἐντὸς 2 sec μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του εἰς $\upsilon_2 = 18\ m/sec$ Πόση εἶναι ἡ ἐνεργήσασα δύναμις ;

100. Ὅπλον ἔχει βάρος 2 kgr καὶ ἐκσφενδονίζει βλήματα βάρους 10 gr* μὲ ταχύτητα 800 m/sec Πόση εἶναι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως αὐτοῦ ;*

101. Μία σφαῖρα βάρους 0,5 kgr βάλλεται ἀπὸ ὕψος 5 m κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec Ἡ σφαῖρα προσκρούει ἐπὶ ὁριζοντίας πλακὸς καὶ ἀνακλᾶται. Κατὰ τὴν κροῦσιν τῆς σφαίρας τὰ 20% τῆς κινητικῆς ἐνεργείας της μεταβάλλονται εἰς θερμότητα. Εἰς ποῖον ὕψος ἀνέρχεται ἡ σφαῖρα μετὰ τὴν ἀνάκλασίν της ; $g = 10\ m/sec^2$.*

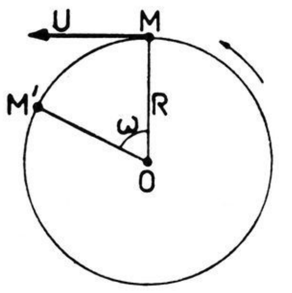
102. Ἐπὶ ὁριζοντίας εὐθείας κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν δύο σφαῖραι Α καὶ Β, αἱ ὁποῖαι ἔχουν ἀντιστοίχως μάζας $m_1 = 100\ gr$ καὶ $m_2 = 25\ gr$. Αἱ ταχύτητες αὐτῶν εἶναι ἀντιστοίχως $\upsilon_1 = 20\ cm/sec$ καὶ $\upsilon_2 = 50\ cm/sec$. Αἱ δύο σφαῖραι συγκρούονται μεταξύ των καὶ ἡ Β ἐνσωματώνεται ἐντὸς τῆς Α. Νὰ εὑρεθῇ μὲ πόσην ταχύτητα θὰ κινηθῇ τὸ νέον σῶμα Γ, τὸ ὁποῖον προκύπτει ἀπὸ τὴν σύγκρουσιν τῶν δύο σφαιρῶν.

103. Δύο ἀπολύτως ἐλαστικαὶ σφαῖραι Α καὶ Β κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν οὕτως, ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὑρίσκωνται πάντοτε ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Προηγεῖται ἡ Α, ἡ ὁποία ἔχει μᾶζαν $m_1 = 3\ gr$ καὶ ἀκολουθεῖ αὐτὴν ἡ Β, ἡ ὁποία ἔχει μᾶζαν $m_2 = 4\ gr$. Μετὰ τὴν κροῦσιν ἡ Α ἔχει ταχύτητα $V_1 = 20\ m/sec$ καὶ ἡ Β ἔχει ταχύτητα $V_2 = 10\ m/sec$ Πόση ἦτο ἡ ταχύτης ἑκάστης σφαίρας πρὸ τῆς κρούσεως ;

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

114. Ὁρισμοί.—Ἓν ὑλικὸν σημεῖον Μ διαγράφει περιφέρειαν κύκλου ἀκτῖνος R καὶ κέντρου O μὲ κίνησιν ὁμαλὴν (σχ. 103). Ὁ χρόνος T μιᾶς περιφορᾶς τοῦ κινητοῦ ἔχει σταθερὰν τιμὴν καὶ καλεῖται **περίοδος**. Ὁ ἀριθμὸς ν τῶν περιφορῶν, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ κινητὸν κατὰ μονάδα χρόνου, καλεῖται **συχνότης**. Οὕτως ἡ περίοδος T καὶ ἡ συχνότης ν συνδέονται μεταξύ των μὲ τὴν σχέσιν : $\nu = 1/T$.

Ἐὰν εἶναι $T = 1$ sec, τότε ἡ συχνότης εἶναι $\nu = 1$. Ἡ μονὰς τῆς συχνότητος καλεῖται **Hertz (1 Hz)** ἢ καὶ **κύκλος κατὰ δευτερόλεπτον (1 c/sec)**. Ὥστε :



Σχ. 103. Κυκλικὴ κίνησις.

Μονάς συχνότητος εἶναι τὸ 1 Hertz ἢ 1 κύκλος/sec, ἤτοι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως ἡ ὁποία ἔχει περίοδον 1 δευτερόλεπτον.

Πολλαπλάσια τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι :

1 kilohertz (1kHz) ἢ 1 χιλιόκυκλος/sec
1 kHz = 10^3 Hz ἢ 1 kc/sec = 10^3 c/sec
1 megahertz (1MHz) ἢ 1 μεγάκυκλος/sec
1 MHz = 10^6 Hz ἢ 1 Mc/sec = 10^6 c/sec.

115. Ταχύτης εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν.— Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου T τὸ κινητὸν διανύει ὁμαλῶς διάστημα $2\pi \cdot R$, ἕπεται ὅτι ἡ **ταχύτης** (ἢ καὶ ἄλλως ἡ **γραμμικὴ ταχύτης**) τοῦ κινητοῦ εἶναι :

$$\boxed{\textbf{ταχύτης}: \upsilon = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \textbf{σταθ.}} \qquad (1)$$

Ἡ ἀνωτέρω σχέσις προσδιορίζει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτητος. Ἡ τιμὴ αὐτὴ διατηρεῖται σταθερά. Τὸ ἄνυσμα υ τῆς ταχύτητος εἶναι πάντοτε ἐφαπτόμενον τῆς περιφερείας καὶ ἑπομένως ἡ διεύθυνσίς του συνεχῶς μεταβάλλεται.

Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ Μ ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς του δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ μὲ τὴν γωνίαν ω, τὴν ὁποίαν διαγράφει ἡ ἐπιβατικὴ ἀκτὶς ΟΜ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἡ γωνία ω καλεῖται **γωνιακὴ ταχύτης** τοῦ κινητοῦ. Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου Τ ἡ ἐπιβατικὴ ἀκτὶς διαγράφει γωνίαν 2π ἀκτινίων, ἕπεται ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἶναι :

$$\boxed{\text{γωνιακὴ ταχύτης: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \text{σταθ.}} \qquad (2)$$

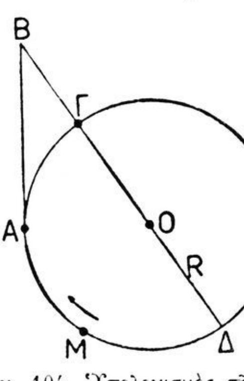
Ἡ γωνιακὴ ταχύτης μετρεῖται εἰς ἀκτίνια κατὰ δευτερόλεπτον (rad/sec). Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης υ καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω συνδέονται μεταξύ των μὲ τὴν ἀκόλουθον σχέσιν :

$$\boxed{\text{σχέσις μεταξὺ ταχύτητος καὶ γωνιακῆς ταχύτητος: } \upsilon = \omega \cdot R} \qquad (3)$$

Ἐὰν ἀντὶ τῆς περιόδου Τ λάβωμεν τὴν συχνότητα ν, τότε αἱ προηγούμεναι σχέσεις (1) καὶ (2) γράφονται :

$$\upsilon = 2\pi \cdot \nu \cdot R \quad \text{καὶ} \quad \omega = 2\pi \cdot \nu$$

116. Κεντρομόλος δύναμις.—Εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος υ συνεχῶς μεταβάλλεται. Ἄρα ἐπὶ τοῦ κινητοῦ ἐνεργεῖ συνεχῶς δύναμις. Ἔστω ὅτι ὑλικὸν σημεῖον Μ, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν m, κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀκτῖνος R μὲ ταχύτητα υ (σχ. 104). Κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Α. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου δὲν ἐνήργει καμμία δύναμις, τοῦτο ἔπρεπε νὰ κινηθῇ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Οὕτως ἐντὸς τοῦ ἐλαχίστου χρόνου t τὸ κινητὸν θὰ ἤρχετο εἰς τὴν θέσιν Β. Ἀλλ' ἐντὸς τοῦ χρόνου t τὸ κινητὸν μεταβαίνει ἀπὸ τὴν θέσιν Α εἰς τὴν θέσιν Γ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἄρα ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐνεργεῖ μία δύναμις F, ἡ ὁποία ἐντὸς τοῦ χρόνου **t** μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ Β εἰς τὸ Γ.



Σχ. 104. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

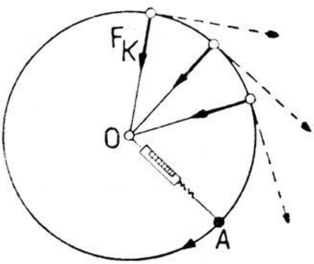
Ἡ δύναμις F διευθύνεται σταθερῶς πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κεντρομόλος δύναμις**. Ἡ δύναμις αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ, ἡ ὁποία καλεῖται **κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις·** ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι : $\gamma = \upsilon^2/R$. Συνεπῶς ἡ δύναμις $F = m \cdot \gamma$ εἶναι σταθερά. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Ὅταν σῶμα μάζης m κινῆται κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς, τότε συνεχῶς ἐνεργεῖ ἐπ' αὐτοῦ σταθερὰ κεντρομόλος δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει εἰς τὸ σῶμα κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν.

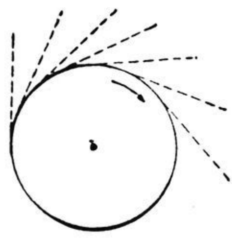
κεντρομόλος δύναμις : $F = m \cdot \gamma = \dfrac{m \cdot \upsilon^2}{R}$

κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις: $\gamma = \dfrac{\upsilon^2}{R}$

Εἰς τὸ ἄκρον νήματος προσδένομεν μικρὰν σφαῖραν μολύβδου καὶ κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μας τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος θέτομεν τὴν σφαῖραν εἰς κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν. Τότε ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα κατὰ προσέγγισιν νὰ μετρήσωμεν, ἐὰν εἰς τὸ νῆμα παρεμβάλλωμεν δυναμόμετρον (σχ. 105).



Σχ. 105. Μέτρησις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.



Σχ. 106. Οἱ σπινθῆρες ἀκολουθοῦν τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης.

Ἐὰν κόψωμεν τὸ νῆμα, τότε καταργεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις καὶ τὸ σῶμα, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας, θὰ κινηθῇ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, δηλαδὴ θὰ κινηθῇ μὲ ταχύτητα υ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Ὥστε :

Ὅταν ἐπὶ σώματος κινουμένου κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς παύσῃ νὰ ἐνεργῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὸ σῶμα κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης τῆς τροχιᾶς.

Τοῦτο βλέπομεν ὅτι συμβαίνει εἰς τοὺς σπινθῆρας, οἱ ὁποῖοι ἐκτινάσσονται ἀπὸ τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ. 106).

Ἄλλη ἔκφρασις τῆς γ καὶ τῆς F. Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι εἶναι $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu$, τότε ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις γ δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἑξῆς :

$$\boxed{\gamma = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 \cdot R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 \nu^2 R}$$

Ἑπομένως ἡ κεντρομόλος δύναμις F δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἑξῆς :

$$\boxed{F = \frac{m \upsilon^2}{R} = m \omega^2 R = \frac{4\pi^2 m R}{T^2} = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot m \cdot R}$$

Παράδειγμα. Σῶμα μάζης 50 gr ἔχει προσδεθῆ εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους 1 m. Κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μας τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος ἀναγκαζόμεν τὸ σῶμα νὰ ἐκτελῇ ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν μὲ συχνότητα 5 στροφῶν κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι :

ἡ ταχύτης : $\upsilon = 2\pi \cdot \nu \cdot R = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 100 = 3\,140$ cm/sec

ἡ γωνιακὴ ταχύτης : $\omega = 2\pi \cdot \nu = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 = 31{,}4$ rad/sec

ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις :

$\gamma = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R = 4 \cdot 9{,}86 \cdot 25 \cdot 100 = 98\,600$ cm/sec²

ἡ κεντρομόλος δύναμις : $F = m \cdot \gamma = 50 \cdot 98\,600 = 493\,000$ dyn.

117. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως.— Ἂν τὸ κινητὸν ἐκινεῖτο ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης (σχ. 104), τότε ἐντὸς τοῦ χρόνου t θὰ διήνυεν διάστημα $AB = \upsilon \cdot t$. Ἐντὸς τοῦ χρόνου t ἡ κεντρομόλος δύναμις μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ Β εἰς τὸ Γ, ὥστε μετακινεῖ τὸ κινητὸν κατὰ διάστημα $B\Gamma = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$.

Ἐκ τῆς Γεωμετρίας εἶναι γνωστὸν ὅτι :

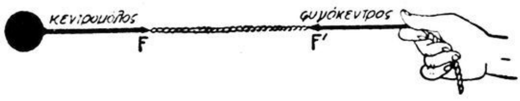
$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot (B\Delta)$ ἢ $(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot [\,(B\Gamma) + 2R\,]$

Ἐπειδὴ τὸ ΒΓ εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὸ 2R, δυνάμεθα νὰ λάβωμεν :

$$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot 2R \qquad \text{ἢ} \qquad (\upsilon \cdot t)^2 = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \cdot 2R$$

$$\text{ἄρα :} \quad \gamma = \frac{\upsilon^2}{R}$$

118. Φυγόκεντρος δύναμις.—Μία σφαῖρα μολύβδου προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος περιστρέφεται διὰ τῆς χειρός μας μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω (σχ. 107). 'Επὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ συνεχῶς ἡ κεντρομόλος δύναμις $F = m \cdot \gamma = m \cdot \omega^2 \cdot R$. Τὴν κεντρομόλον δύναμιν F ἐξασκεῖ ἡ χεὶρ ἐπὶ τῆς σφαίρας διὰ μέσου τοῦ μὴ ἐκτατοῦ νήματος. Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ἡ σφαῖρα ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς χειρὸς διὰ μέσου τοῦ νήματος μίαν δύναμιν F′ ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F. 'Η δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τῆς χειρός μας ἔχει φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **φυγόκεντρος δύναμις.** Οὕτως ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ πραγματικῶς μόνον ἡ κεντρομόλος δύναμις. 'Εκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :



Σχ. 107. 'Η φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον.

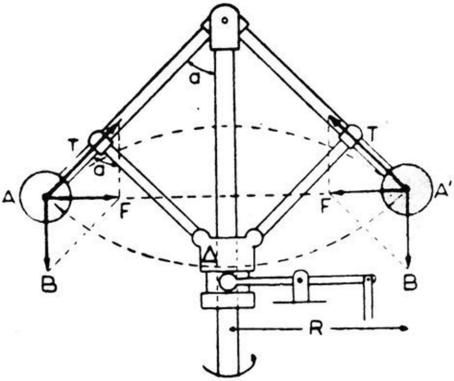
"Οταν σῶμα κινῆται κυκλικῶς ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, τότε ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις καὶ ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν.

$$\boxed{\textbf{φυγόκεντρος δύναμις}: \ F = \frac{m \cdot \upsilon^2}{R}}$$

'Η φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται εἰς πᾶσαν γενικῶς καμπυλόγραμμον κίνησιν, διότι ἡ κίνησις αὕτη παράγεται μόνον ὅταν ἐνεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις διευθυνομένη πρὸς ἓν σταθερὸν σημεῖον (κέντρον). "Ητοι πᾶσα καμπυλόγραμμος κίνησις παράγεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς κεντρομόλου δυνάμεως.

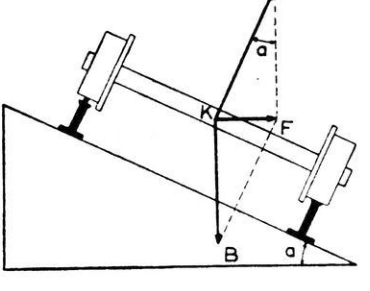
119. Πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.— Θὰ ἀναφέρωμεν μερικὰς ἐνδιαφερούσας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

α) Ρυθμιστὴς τοῦ Watt. 'Επὶ κατακορύφου στελέχους, στρεφομένου περὶ τὸν ἄξονά του, ἀρθρώνονται δύο βραχίονες, ἕκαστος τῶν ὁποίων φέρει εἰς τὸ ἄκρον του μεταλλικὴν σφαῖραν (σχ. 108). Αἱ δύο σφαῖραι εἶναι ἴσαι. Ἐπὶ ἑκάστης σφαίρας ἐνεργοῦν τὸ βάρος Β τῆς σφαίρας καὶ ἡ δύναμις Τ, ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἀντίστασιν τοῦ βραχίονος. Ὅταν ὁ βραχίων περιστρέφεται, ἡ σφαῖρα διαγράφει κυκλικὴν τροχιὰν ἀκτῖνος R. Συνεπῶς ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ ἡ κεντρομόλος δύναμις $F = m \cdot \omega^2 \cdot R$, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς ἑκάστην στιγμὴν ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων Β καὶ Τ. Ὅταν λοιπὸν αὐξάνεται ἡ ταχύτης περιστροφῆς τοῦ κατακορύφου στελέχους, αἱ σφαῖραι ἀνυψώνονται καὶ οὕτως ὁ δρομεὺς Δ ἀνέρχεται. Ἡ διάταξις αὐτὴ δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς αὐτόματος ρυθμιστὴς εἰς πολλὰς περιπτώσεις (π.χ. εἰς τὰς ἀτμομηχανάς, διὰ τὴν εἰσαγωγὴν μιᾶς ἀντιστάσεως εἰς τὸ κύκλωμα γεννητρίας ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, διὰ τὴν αὐτόματον ἔναρξιν τῆς λειτουργίας μιᾶς τροχοπέδης κ.τ.λ.).



Σχ. 108. Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.

β) Στροφὴ τῆς ὁδοῦ. Ὅταν ὄχημα (αὐτοκίνητον, τροχιοδρομικὸν ὄχημα κ.ἄ.) διατρέχῃ μίαν στροφὴν τῆς ὁδοῦ, τότε πρέπει νὰ ἀναπτυχθῇ κεντρομόλος δύναμις. Πρὸς τοῦτο δίδουν εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ὁδοῦ μικρὰν κλίσιν (σχ. 109). Ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἐνεργοῦν τότε τὸ βάρος Β τοῦ ὀχήματος καὶ ἡ ἀντίδρασις Τ τῆς ὁδοῦ· ἡ Τ θεωρεῖται κάθετος πρὸς τὴν ὁδόν. Ἡ κλίσις τῆς ὁδοῦ εἶναι τόση, ὥστε ἡ συνισταμένη F τῶν δυνάμεων Β καὶ Τ νὰ εἶναι ὁριζοντία. Αὐτὴ ἡ συνισταμένη δύναμις F εἶναι ἡ κεντρομόλος δύνα-

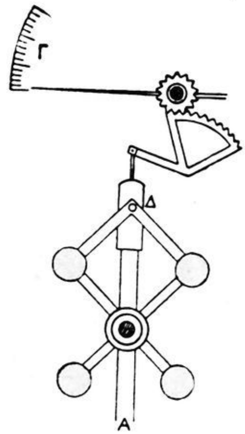


Σχ. 109. Ἕνεκα τῆς κλίσεως τῆς ὁδοῦ ἀναπτύσσεται ἡ κεντρομόλος δύναμις F.

μις. Ἡ κλίσις τῆς ὁδοῦ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ἡ ταχύτης υ εἶναι μεγαλυτέρα καὶ ὅσον ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος R εἶναι μικροτέρα.

Ὅταν δρομεὺς διατρέχῃ καμπύλην τροχιάν, τότε δίδει εἰς τὸ σῶμα

Σχ. 110. Ὁ δρομεὺς κλίνει τὸ σῶμα του διὰ νὰ ἀναπτυχθῇ κεντρομόλος δύναμις.



Σχ. 111. Ταχύμετρον.

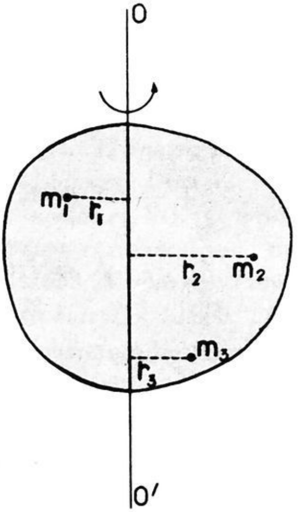
του μικρὰν κλίσιν διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἀπαραιτήτου κεντρομόλου δυνάμεως (σχ. 110).

γ) Ταχύμετρα. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ ἄξονος Α (σχ. 111) ἀπομακρύνονται αἱ 4 μᾶζαι ἀπὸ τὸν ἄξονα, ἕλκεται πρὸς τὰ κάτω ὁ δρομεὺς Δ καὶ οὕτως ὁ δείκτης Γ μετακινεῖται πρὸς τὰ ἄνω.

Σχ. 112. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

δ) Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία. Εἰ τὴν φυγοκεντρικὴν ὑδραντλίαν τὸ ὕδωρ τίθεται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν μὲ σύστημα πτερυγίων, τὰ ὁποῖα εἶναι στερεωμένα ἐπὶ τοῦ στρεφομένου ἄξονος (σχ. 112). Τὸ ὕδωρ ἐκσφενδονίζεται ἐντὸς τοῦ κατὰ τὴν ἐφαπτομένην ὑπάρχοντος σωλῆνος, ἐνῷ εἰς τὸ μέσον τῆς ἀντλίας ἀναρροφᾶται νέον ὑγρόν.

120. Περιστροφικὴ κίνησις στερεοῦ σώματος.— Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ἓν στερεὸν σῶμα ἀναλύεται εἰς στοιχειώδεις μάζας m_1, m_2, m_3... m_ν, τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ὡς ὑλικὰ σημεῖα. Τὸ σῶμα στρέφεται περὶ μόνιμον ἄξονα ΟΟ' (σχ. 113). Τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ σώματος, κινούμενα μὲ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω, διαγράφουν κυκλικὰς τροχιάς, τῶν ὁποίων τὰ ἐπίπεδα εἶναι κάθετα πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα ἐκτελεῖ **περιστροφικὴν κίνησιν.**

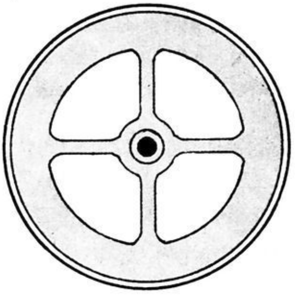


Σχ. 113. Περιστροφικὴ κίνησις στερεοῦ.

"Εκαστον ὑλικὸν σημεῖον ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι ἴ σ η μ ὲ τ ὸ ἄ θ ρ ο ι σ μ α τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ ὑλικὰ σημεῖα τοῦ σώματος. Ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ταχύτερον περιστρέφεται τὸ σῶμα καὶ ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

Ὁ σ φ ό ν δ υ λ ο ς, μὲ τὸν ὁποῖον εἶναι ἐφοδιασμέναι διάφοροι μηχαναί, εἶναι τροχὸς ἔχων εἰς τὴν περιφέρειάν του διατεταγμένην κανονικῶς μεγάλην μᾶζαν (σχ. 114)· οὕτως ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ στρεφομένου σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα εἶναι μεγάλη.


Σχ. 114. Σφόνδυλος.

* Ὑπολογισμὸς τῆς κινητικῆς ἐνεργείας στρεφομένου σώματος. Ἓν ὑλικὸν σημεῖον μάζης m_1, εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν r_1 ἀπὸ τὸν ἄξονα ἔχει ταχύτητα $\upsilon_1 = \omega \cdot r_1$ καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot \upsilon_1^2 \quad \text{ἤτοι} \quad \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2$$

Ἡ ὁλικὴ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ στρεφομένου σώματος εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ ὑλικὰ σημεῖα τοῦ σώματος. Ἄρα :

$$W_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \omega^2 \cdot r_2^2 + \ldots + \frac{1}{2} m_\nu \cdot \omega^2 \cdot r_\nu^2 \ \text{ἤ}$$

$$W_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + \ldots + m_\nu \cdot r_\nu^2) \cdot \omega^2$$

Τὸ ἐντὸς τῆς παρενθέσεως ἄθροισμα παρίσταται συντομώτερον ὡς ἑξῆς $\Sigma(m \cdot r^2)$. Τὸ μέγεθος τοῦτο εἶναι χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ θεωρούμενον σῶμα καὶ καλεῖται **ροπὴ ἀδρανείας** (Θ) τοῦ σώματος. Ὥστε:

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπὴν ἀδρανείας τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος.

κινητικὴ ἐνέργεια στρεφομένου σώματος: $W_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$

Ἡ ροπὴ ἀδρανείας ὑπολογίζεται εὐκόλως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σφονδύλου. Ἐὰν R εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ σφονδύλου καὶ M ἡ συγκεντρωμένη εἰς τὴν περιφέρειαν μᾶζα του, τότε ἡ ροπὴ ἀδρανείας του εἶναι :

$$\Theta = (m_1 \cdot R^2 + m_2 \cdot R^2 + \ldots\ldots m_\nu \cdot R^2)$$

ἤτοι $\Theta = (m_1 + m_2 + \ldots m_\nu) \cdot R^2 = M \cdot R^2$

Ἑπομένως ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \omega^2$$

Ὁ σφόνδυλος στερεώνεται ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς μηχανῆς καὶ ἐξασφαλίζει τὴν κανονικὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, διότι ἀποταμιεύεται ἐπ' αὐτοῦ μεγάλη κινητικὴ ἐνέργεια. Οὕτως, ἂν εἶναι M = 2 000 kgr, R = 1 m καὶ ὁ σφόνδυλος ἐκτελῇ 10 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 9{,}86 \cdot 10^2 \text{ erg}$$

$$\text{ἢ } W = 4 \cdot 9{,}86 \cdot 10^{12} \text{ erg} = 400\,000 \text{ kgr*m}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

104. *Ὁ τροχὸς μιᾶς μηχανῆς ἔχει ἀκτῖνα 50 cm καὶ ἐκτελεῖ 1 800 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὑρεθοῦν: α) ἡ συχνότης καὶ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως, β) ἡ γωνιακὴ ταχύτης, γ) ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τοῦ τροχοῦ.*

105. *Αὐτοκίνητον, τοῦ ὁποίου οἱ τροχοὶ ἔχουν διάμετρον 60 cm, θέλει νὰ διατρέξῃ ὁμαλῶς μίαν ὁριζοντίαν ὁδὸν μήκους 7,536 km ἐντὸς 20 min. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῶν τροχῶν, ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τῶν τροχῶν.*

106. *Τροχὸς ἔχει ἀκτῖνα 1,2 m καὶ ἐκτελεῖ 1 200 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ ὑπολογισθοῦν ἡ γωνιακὴ ταχύτης του καὶ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις ἡ ἀναπτυσσομένη εἰς τὰ σημεῖα τῆς περιφερείας του.*

107. *Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται σημεῖον τοῦ ἰσημερινοῦ τῆς Γῆς λόγῳ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως αὐτῆς, ἂν ἡ ἀκτὶς τῆς Γῆς θεωρηθῇ σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 6 370 km, ἡ δὲ διάρκεια μιᾶς περιστροφῆς τῆς Γῆς ληφθῇ ἴση μὲ 24 ὥρας.*

108. *Σφόνδυλος ἔχει ἀκτῖνα 2 m καὶ ἐκτελεῖ 150 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης ἑνὸς σημείου τῆς περιφερείας του καθὼς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ νὰ συγκριθῇ αὕτη μὲ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος: $g = 980$ cm/sec^2.*

109. *Σῶμα μάζης 150 gr κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀκτῖνος 50 cm μὲ ταχύτητα 2 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις. Πόση γίνεται αὕτη, ἂν ὁ χρόνος μιᾶς περιφορᾶς γίνῃ 1,5 sec;*

110. *Σφαῖρα μάζης 1 kgr εἶναι προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει ὁριζοντίως κύκλον ἀκτῖνος 1 m. Ἐὰν ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι 10 kgr*, πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῆς σφαίρας;*

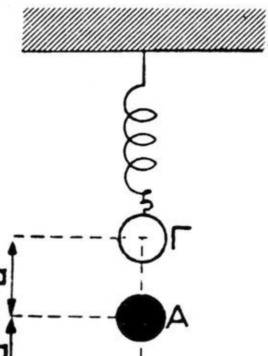
111. *Νὰ εὑρεθῇ μὲ πόσην ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ ὁριζοντίως βλῆμα, ὥστε τοῦτο νὰ μὴ πέσῃ ποτὲ εἰς τὴν Γῆν, ἀλλὰ νὰ περιφέρεται πέριξ αὐτῆς ἰσοταχῶς, ἂν παραλείψωμεν τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Ἡ ἀκτὶς περιφορᾶς τοῦ βλήματος θὰ ληφθῇ ἴση μὲ τὴν ἀκτῖνα τῆς Γῆς: $R = 6\,370$ km. $g = 10$ m/sec^2.*

112. Σῶμα μάζης 200 gr εἶναι προσδεδεμένον εἰς τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει κατακορύφως κύκλον ἀκτῖνος 40 cm μὲ ταχύτητα 2 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συχνότης περιστροφῆς καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἀσκεῖται ἐπὶ τῆς χειρός μας, ὅταν τὸ σῶμα διέρχεται ἀπὸ τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του.

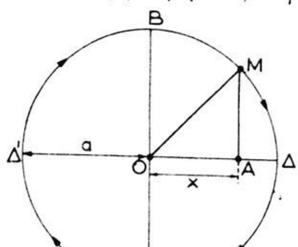
113. Φορτηγὸν αὐτοκίνητον ἔχει τὸ κέντρον βάρους του εἰς ὕψος 1 m ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τῆς ὁριζοντίας ὁδοῦ. Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο τροχῶν του εἶναι 1,20 m. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν δύνανται ἀσφαλῶς νὰ κινηθῇ εἰς μίαν στροφὴν τῆς ὁδοῦ, ἂν ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος αὐτῆς εἶναι 40 m.

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ — ΕΚΚΡΕΜΕΣ

121. Ἁρμονικὴ ταλάντωσις.—Μία σφαῖρα μολύβδου ἐξαρτᾶται εἰς τὸ ἄκρον ἐλατηρίου. Ἀπομακρύνομεν τὴν σφαῖραν ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της Α καὶ τὴν ἀφήνομεν ἔπειτα ἐλευθέραν (σχ. 115). Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ μίαν περιοδικὴν κίνησιν εὐθύγραμμον, ἡ ὁποία καλεῖται **ἁρμονικὴ ταλάντωσις.** Ἡ μεγίστη ἀπομάκρυνσις τῆς σφαίρας ἑκατέρωθεν τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας της Α καλεῖται πλάτος τῆς ταλαντώσεως (ΑΒ = ΑΓ = = α). Ἡ ἁρμονικὴ ταλάντωσις εἶναι μία εὐθύγραμμος κίνησις εἰδικῆς μορφῆς, ἡ ὁποία προκύπτει ἀπὸ τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν ὡς ἑξῆς : Ὅταν ὑλικὸν σημεῖον Μ διατρέχῃ ὁμαλῶς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου (σχ. 116), ἡ προβολὴ Α τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τῆς διαμέτρου



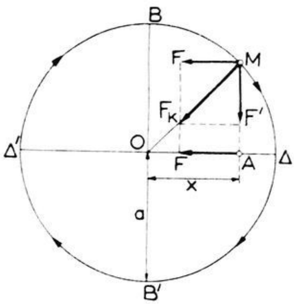
Σχ. 115. Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.



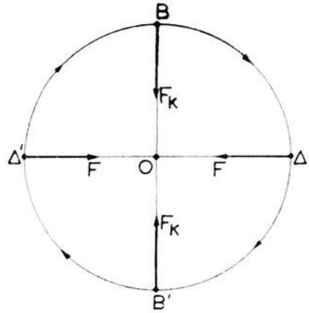
Σχ. 116. Τὸ ὑλικὸν σημεῖον Α ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.

ΔΔ' ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, ἡ ὁποία ἔχει πλάτος α καὶ περίοδον Τ, ἴσην μὲ τὴν περίοδον τῆς κινήσεως τοῦ Μ. Ἡ ἀπόστασις x τοῦ κινητοῦ Α ἀπὸ τὸ Ο καλεῖται ἀ π ο μ ά κ ρ υ ν σ ι ς.

α) Κινοῦσα δύναμις. Ἐπὶ τοῦ κινητοῦ Μ ἐνεργεῖ ἡ σταθερὰ **κεντρομόλος** δύναμις F_K. Ἀναλύομεν τὴν κεντρομόλον δύναμιν εἰς τὰς συνιστώσας F καὶ F' (σχ. 117). Ἡ κίνησις τῆς προβολῆς τοῦ Μ



Σχ. 117. Ἡ δύναμις F παράγει τὴν κίνησιν τοῦ Α.



Σχ. 117α. Μεταβολὴ τῆς κινούσης δυνάμεως F μετὰ τῆς ἀπομακρύνσεως x.

ἐπὶ τῆς διαμέτρου ΔΔ', ἤτοι ἡ ἁρμονικὴ ταλάντωσις τοῦ κινητοῦ Α, γίνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνιστώσης F τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων $MF'F_K$ καὶ ΜΑΟ εὑρίσκομεν :

$$\frac{F}{x} = \frac{F_K}{\alpha} \quad \text{ἄρα} \quad F = \frac{F_K}{\alpha} \cdot x$$

Ἡ παράστασις $\frac{F_K}{\alpha} = k$ εἶναι σταθερὰ καὶ ἡ εὑρεθεῖσα σχέσις γράφεται ὡς ἑξῆς :

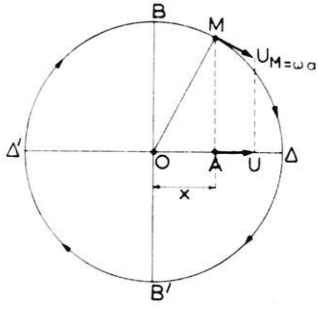
κινοῦσα δύναμις εἰς τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν : $F = k \cdot x$

Ἡ δύναμις, ἡ ὁποία παράγει τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἑκάστοτε ἀπομάκρυνσιν αὐτοῦ καὶ διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ μέσον τῆς παλμικῆς διαδρομῆς του.

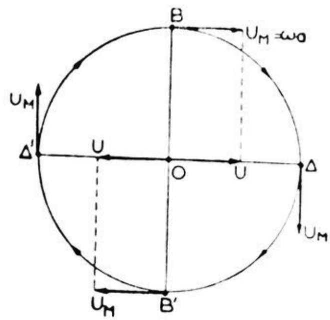
Ἀπὸ τὸ σχῆμα 117α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :

Ὅταν τὸ κινητὸν Α διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν Ο, τότε ἡ κινοῦσα δύναμις F εἶναι ἴ σ η μ ὲ μ η δ έ ν, διότι εἶναι $x = 0$. Ὅταν τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ', ἡ κινοῦσα δύναμις F ἔχει τὴν μ ε γ ί σ τ η ν τ ι μ ή ν της $F = F_K$, διότι εἶναι $x = \alpha$.

β) Ταχύτης. Τὸ κινητὸν Μ ἔχει σταθερὰν γραμμικὴν ταχύτητα $\upsilon_M = \omega \cdot \alpha$ (§ 115). Ἡ προβολὴ τοῦ Μ ἐπὶ τῆς διαμέτρου Δ Δ', ἤτοι τὸ κινητὸν Α, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, ἔχει εἰς ἑκάστην στιγμὴν τ α χ ύ τ η τ α υ ἴσην μὲ τὴν προβολὴν τῆς γραμμικῆς ταχύτητος υ_M ἐπὶ τῆς διαμέτρου (σχ. 118). Ἀπὸ τὸ σχῆμα 118α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :



Σχ. 118. Ταχύτης εἰς τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.



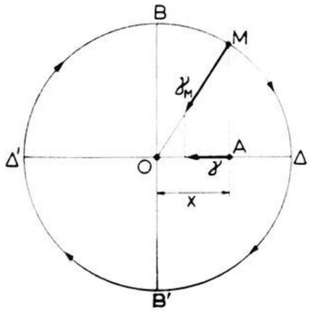
Σχ. 118α. Μεταβολὴ τῆς ταχύτητος μετὰ τῆς ἀπομακρύνσεως x.

Ὅταν τὸ κινητὸν Α διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν Ο, τότε ἡ ταχύτης υ ἔχει τὴν μ ε γ ί σ τ η ν τ ι μ ή ν της, ἤτοι εἶναι $\upsilon = \omega \cdot \alpha$. Ὅταν τὸ κινητὸν Α εὑρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ', τότε ἡ ταχύτης υ εἶναι ἴ σ η μ ὲ μ η δ έ ν, διότι ἡ προβολὴ τῆς υ_M εἶναι ἓν σημεῖον.

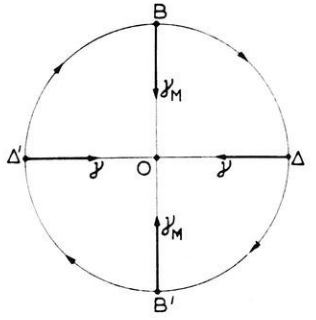
γ) Ἐπιτάχυνσις. Τὸ κινητὸν Μ ἔχει σταθερὰν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν $\gamma = \dfrac{\upsilon_M^2}{\alpha}$ (§ 116). Ἡ προβολὴ τοῦ Μ ἐπὶ τῆς διαμέτρου ΔΔ', ἤτοι τὸ κινητὸν Α, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν, ἔχει εἰς ἑκάστην στιγμὴν ἐ π ι τ ά χ υ ν σ ι ν γ ἴσην μὲ τὴν προβολὴν τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως γ_M ἐπὶ τῆς διαμέτρου (σχ. 119). Ἀπὸ τὸ σχῆμα 119α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :

Ὅταν τὸ κινητὸν Α διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν Ο, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι ἴ σ η μ ὲ μ η δ έ ν, διότι ἡ προβολὴ τῆς γ_M εἶναι ἓν σημεῖον.

Ὅταν τὸ κινητὸν A εὑρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ', τότε



Σχ. 119. Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.



Σχ. 119α. Μεταβολὴ τῆς ἐπιταχύνσεως γ μετὰ τῆς ἀπομακρύνσεως **x**.

ἡ ἐπιτάχυνσις γ ἔχει τὴν μ ε γ ί σ τ η ν τ ι μ ή ν της, ἤτοι εἶνα $\gamma = \frac{\upsilon_M^2}{\alpha}$. Ἐπειδὴ εἶναι $\upsilon_M = \omega \cdot \alpha$, ἔπεται ὅτι εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ' ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ A εἶναι :

$$\gamma = \frac{\omega^2 \cdot \alpha^2}{\alpha} \quad \text{ἤτοι} \quad \gamma = \omega^2 \cdot \alpha$$

Ἀπὸ τὴν εὑρεθεῖσαν σχέσιν συνάγεται ὅτι, ἂν ἡ ἀπομάκρυνσις τοῦ κινητοῦ A εἶναι x, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ εἶναι $\gamma = \omega^2 \cdot x$.

δ) Περίοδος. Ἔστω m ἡ μᾶζα τοῦ ὑλικοῦ σημείου A καὶ x ἡ ἀπομάκρυνσις αὐτοῦ. Τότε ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου A, εἶναι :

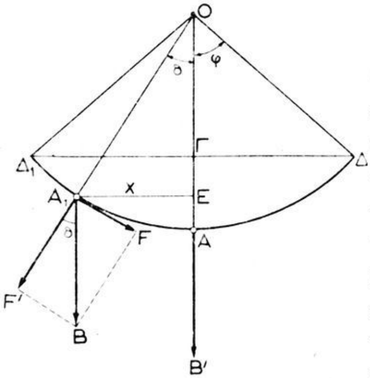
$$F = m \cdot \gamma \quad \text{ἢ} \quad F = m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Ἐὰν εἰς τὴν εὑρεθεῖσαν σχέσιν θέσωμεν $\omega = \frac{2\pi}{T}$ εὑρίσκομεν :

$$F = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot x \quad \text{ἄρα}$$

$$\boxed{\textbf{περίοδος ἁρμονικῆς ταλαντώσεως}: \ T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{F}}}$$

122. Ἁπλοῦν ἐκκρεμές. — Τὸ **ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς** εἶναι ἰδανικὴ διάταξις, ἡ ὁποία ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρὰν σφαῖραν μάζης m ἐξηρτημένην εἰς τὸ ἄκρον ἀβαροῦς καὶ μὴ ἐκτατοῦ νήματος, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται χωρὶς τριβὴν περὶ ὁριζόντιον ἄξονα O (σχ. 120). Τὸ μῆκος $OA = l$ τοῦ νήματος καλεῖται μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἀπομακρύνομεν τὸ ἐκκρεμὲς ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας του κατὰ γωνίαν φ καὶ ἔπειτα τὸ ἀφήνομεν ἐλεύθερον. Τὸ ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ σειρὰν αἰωρήσεων. Ἡ γωνία φ καλεῖται πλάτος τῆς αἰωρήσεως. Εἰς τυχοῦσαν θέσιν τοῦ ἐκκρεμοῦς ἀναλύομεν τὸ βάρος $B = m \cdot g$ τῆς σφαίρας εἰς τὰς δύο συνιστώσας F καὶ F′. Ἐκ τούτων ἡ F′ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν τάσιν τοῦ νήματος, ἡ δὲ συνιστῶσα F εἶναι ἡ κινοῦσα δύναμις. Αὐτὴ ἐνεργεῖ κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς τοῦ κινητοῦ. Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων OEA_1 καὶ BFA_1 ἔχομεν :



Σχ. 120. Τὸ ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ ἁρμονικὴν ταλάντωσιν.

$$\frac{B}{l} = \frac{F}{x} \quad \text{ἄρα} \quad F = \frac{B}{l} \cdot x \qquad (1)$$

Ἐὰν ἡ γωνία θ εἶναι πολὺ μικρά, τότε δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις x εἶναι ἴση μὲ τὸ τόξον AA_1. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι ἡ κινοῦσα δύναμις F εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπομάκρυνσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας A. Ὥστε :

Ὅταν τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι πολὺ μικρὸν ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἁρμονικὴ ταλάντωσις.

Ἑπομένως ἡ περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{F}}$$

'Εάν εἰς τὸν τύπον τοῦτον θέσωμεν τὴν τιμὴν τῆς κινούσης δυνάμεως F ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1), εὑρίσκομεν :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot x \cdot l}{B \cdot x}} \quad \text{ἢ} \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{m \cdot g}}$$

"Ωστε ἡ περίοδος τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι :

$$\boxed{\text{περίοδος ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς: } T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}} \qquad (2)$$

123. Νόμοι τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς. — 'Εκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τοὺς κατωτέρω νόμους, τοὺς ὁποίους ἀποδεικνύομεν καὶ πειραματικῶς :

I. Αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους εἶναι ἰσόχρονοι.

Τοῦτο συνάγεται ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὁποῖον δὲν εἰσέρχεται τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως. Πράγματι, ἂν μετρήσωμεν τὸν χρονον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ 10 αἰωρήσεις, ὅταν τὸ πλάτος εἶναι π.χ. 4^0 καὶ ἐπαναλάβωμεν τὴν μέτρησιν, ὅταν τὸ πλάτος γίνῃ 2^0, τότε εὑρίσκομεν ὅτι ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἡ αὐτή.

II. 'Η περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν μᾶζαν καὶ τὴν φύσιν τοῦ σώματος ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται τὸ ἐκκρεμές.

Τοῦτο συνάγεται ἐπίσης ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὁποῖον δὲν εἰσέρχεται ἡ μᾶζα ἢ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὁ νόμος οὗτος, ἂν χρησιμοποιήσωμεν πολλὰ ἐκκρεμῆ τοῦ αὐτοῦ μήκους, τὰ ὁποῖα εἰς τὰ ἄκρα τῶν νημάτων των φέρουν μικρὰς σφαίρας ἀπὸ διάφορα σώματα (μόλυβδον, χάλυβα, ξύλον) 'Η περίοδος εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ.

III. 'Η περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Τοῦτο συνάγεται ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὡς ἑξῆς :

Λαμβάνομεν ἐκκρεμῆ, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀντιστοίχως μήκη : 25 cm, 36 cm, 49 cm, 64 cm, 81 cm, 100 cm. Αἱ περίοδοι τῶν ἐκκρεμῶν τούτων εἶναι μεταξύ των ὡς οἱ ἀριθμοὶ 5, 6, 7, 8, 9, 10.

IV. Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος εἰς τὸν τόπον, ὅπου ὑπάρχει τὸ ἐκκρεμές.

Τοῦτο φανερώνει ὁ τύπος (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς. Ἡ ἄμεσος πειραματικὴ ἐπαλήθευσις τοῦ νόμου τούτου δὲν εἶναι εὔκολος. Ἐν τούτοις, ὅπως θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ὁ νόμος οὗτος ἐπιβεβαιώνεται ἐξ ἄλλων φαινομένων.

124. Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς.— Ἐπειδὴ αἱ μικροῦ πλάτους αἰωρήσεις εἶναι ἰσόχρονοι, τὸ ἐκκρεμὲς χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν **μέτρησιν τοῦ χρόνου**. Οὕτως, ἂν εἰς ἕνα τόπον εἶναι $g = 981$ cm/sec², δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον θὰ ἐκτελῇ μίαν ἁπλῆν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου, ἤτοι θὰ ἔχῃ $T = 2$ sec. Τὸ ζητούμενον μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι :

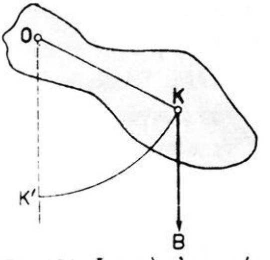
$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{981 \cdot 4}{4 \cdot 9{,}87} = 99{,}4 \text{ cm}$$

Τὸ ἐκκρεμὲς χρησιμοποιεῖται ἐπίσης διὰ τὴν **ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς τιμῆς τοῦ g**. Ἂν εἶναι γνωστὴ ἡ περίοδος καὶ τὸ μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς, τότε ἀπὸ τὸν τύπον τοῦ ἐκκρεμοῦς εὑρίσκομεν :

$$g = \frac{4\pi^2 \ l}{T^2}$$

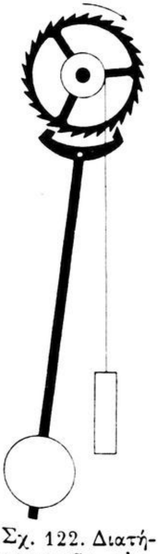
Οὕτως εὑρέθη ὅτι εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978$ cm/sec². Εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45^0 εἶναι : $g = 981$ cm/sec² καὶ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983$ cm/sec².

125. Φυσικὸν ἐκκρεμές. —Καλεῖται **φυσικὸν ἐκκρεμὲς** πᾶν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος (σχ. 121). Ἀπομακρύνομεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας καὶ ἔπειτα τὸ ἀφήνομεν ἐλεύθερον. Τότε τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του B ἐκτελεῖ αἰωρήσεις. Ἐὰν τὸ πλάτος αἰωρήσεως εἶναι πολὺ μικρόν, ἡ κίνησις τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἁρμονικὴ ταλάντωσις.

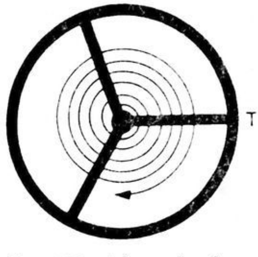


Σχ. 121. Φυσικὸν ἐκκρεμές.

Ὅλα τὰ χρησιμοποιούμενα ἐκκρεμῆ εἶναι φυσικὰ ἐκκρεμῆ. Ἕνεκα τῶν ἀντιστάσεων αἱ αἰωρήσεις γίνονται φθίνουσαι, δηλαδὴ τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως βαίνει συνεχῶς ἐλαττούμενον καὶ ταχέως τὸ ἐκκρεμὲς ἠρεμεῖ. Διὰ τοῦτο εἰς τὰ ὡρολόγια ὑπάρχει εἰδικὸν σύστημα (πίπτον σῶμα ἢ ἐλατήριον), τὸ ὁποῖον προσδίδει εἰς τὸ ἐκκρεμὲς τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἀπερρόφησαν αἱ τριβαὶ (σχ. 122).


Σχ. 122. Διατήρησις τῶν αἰωρήσεων ἐκκρεμοῦς ὡρολογίου.

Εἰς τὰ συνήθη ὡρολόγια χρησιμοποιεῖται σπειροειδὲς ἐκκρεμές. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ σπειροειδὲς ἐλατήριον ἐκ χάλυβος (σχ. 123), τοῦ ὁποίου τὸ μὲν ἓν ἄκρον εἶναι στερεωμένον μονίμως, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι στερεωμένον ἐπὶ στρεπτοῦ ἄξονος. Οὗτος φέρει τροχὸν Τ, ὁ ὁποῖος καλεῖται αἰωρητής. Ἂν ἀπομακρύνωμεν τὸν αἰωρητὴν ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του, τότε οὗτος ἐκτελεῖ ἁρμονικὰς ταλαντώσεις. Ἡ διατήρησις τῶν ταλαντώσεων τοῦ αἰωρητοῦ ἐξασφαλίζεται ἀπὸ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἀποταμιεύεται εἰς ἰσχυρὸν ἐλατήριον λόγῳ τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποίαν τοῦ προκαλοῦμεν (κούρδισμα τοῦ ὡρολογίου).



Σχ. 123. Αἰωρητὴς ὡρολογίου.

Σημείωσις. Ἕκαστον φυσικὸν ἐκκρεμὲς ἔχει περίοδον Τ, ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὴν περίοδον ἑνὸς ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς ἔχοντος ὡρισμένον μῆκος l.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

114. *Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς μήκους 6 m αἰωρεῖται εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 981\ cm/sec^2$. Νὰ εὑρεθῇ πόσας αἰωρήσεις ἐκτελεῖ κατὰ λεπτόν.*

115. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ 60 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν. **Κατὰ** *πόσα ἑκατοστόμετρα πρέπει νὰ ἐλαττωθῇ τὸ μῆκος του, ἂν θέλωμεν νὰ ἐκτελῇ 90 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν;*

116. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἔχει μῆκος 125 cm, ἡ δὲ μᾶζα τῆς ἐξηρτημένης μικρᾶς σφαίρας εἶναι 500 gr. Τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι 45°. Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος, ὅταν ἡ σφαῖρα διέρχεται διὰ τῆς κατακορύφου καὶ ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτερον σημεῖον τῆς διαδρομῆς της;

117. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἔχει μῆκος 98 cm καὶ περίοδον 2 sec. Πόση εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ g εἰς τὸν τόπον τοῦτον;

118. Εἰς τόπον, ὅπου εἶναι $g = 980\ cm/sec^2$, θέλομεν νὰ ἐγκαταστήσωμεν ἁπλοῦν ἐκκρεμές, τὸ ὁποῖον νὰ ἔχῃ περίοδον 1 min. Πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος του;

119. Τὸ ἐκκρεμὲς ὡρολογίου θεωρεῖται ὡς ἁπλοῦν ἐκκρεμές, τὸ ὁποῖον ἔχει περίοδον 2 sec, ὅταν εὑρίσκεται εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 980\ cm/sec^2$. Πόσον θὰ καθυστερῇ τὸ ὡρολόγιον ἐντὸς 24 ὡρῶν, ἐὰν τὸ ὡρολόγιον μεταφερθῇ εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 974\ cm/sec^2$;

120. Ἁπλοῦν ἐκκρεμὲς ἔχει μῆκος l cm καὶ περίοδον 2 sec εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 980\ cm/sec^2$. Πόση εἶναι ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς τούτου εἰς τὸν ἰσημερινὸν ($g = 978\ cm/sec^2$) καὶ εἰς τὸν πόλον ($g = 983\ cm/sec^2$);

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ — ΒΑΡΥΤΗΣ

126. Νόμος τοῦ Νεύτωνος.— Ὁ Νεύτων, διὰ νὰ ἐξηγήσῃ τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον καὶ τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος, ἐδέχθη ὅτι μεταξὺ δύο ὑλικῶν σωμάτων ἐξασκοῦνται ἑλκτικαὶ δυνάμεις. Αἱ ἕλξεις αὐταὶ διέπονται ἀπὸ τὸν ἀκόλουθον **νόμον τοῦ Νεύτωνος** ἢ **νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως**:

Δύο σώματα ἕλκονται μεταξύ των μὲ δύναμιν, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν των (m_1 καὶ m_2) καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως (r) αὐτῶν.

$$\boxed{\text{νόμος τοῦ Νεύτωνος: } F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}$$

ὅπου k εἶναι σταθερὰ ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν σωμάτων. Ἡ σταθερὰ k καλεῖται **σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως** καὶ εἶναι :

$$k = 6{,}68 \cdot 10^{-8} \text{ C.G.S.}$$

127. Τὸ βάρος τῶν σωμάτων. — Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ Γῆ εἶναι ὁμογενὴς σφαῖρα. Ἓν σῶμα Α εὑρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑφίσταται ἐκ μέρους τῆς Γῆς ἕλξιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **βάρος** τοῦ σώματος. Ὡς εἶναι γνωστόν, ἓν σῶμα μάζης m ἔχει βάρος $B = m \cdot g$. Ἐὰν M εἶναι ἡ μᾶζα τῆς Γῆς καὶ R ἡ ἀκτὶς αὐτῆς, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος εἶναι :

$$m \cdot g = k \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \quad \text{ἤτοι} \quad \boxed{g = k \cdot \frac{M}{R^2}}$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς Γῆς.

Ἐφ' ὅσον λοιπὸν ἀνερχόμεθα κατακορύφως, ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη καὶ συνεπῶς τὸ βάρος ἑνὸς σώματος ἐλαττώνεται.

Ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς αὐξανομένη, καθ' ὅσον προχωροῦμεν ἐκ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους. Αὐτὴ ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ g μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους ὀφείλεται εἰς τὰ ἑξῆς δύο αἴτια :

α) Εἰς τὸ ἐλλειψοειδὲς σχῆμα τῆς Γῆς, ἕνεκα τοῦ ὁποίου ἡ ἰσημερινὴ ἀκτὶς τῆς Γῆς εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν πολικὴν ἀκτῖνα.

β) Εἰς τὴν φυγόκεντρον δύναμιν, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ παντὸς σώματος ἕνεκα τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς Γῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς περιστροφῆς τῆς Γῆς περὶ τὸν ἄξονά της δεχόμεθα ὅτι ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος. Διότι καὶ ἡμεῖς οἱ ἴδιοι μετέχομεν τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς Γῆς. Ὅπως δὲ ἀποδεικνύει ἡ Μηχανική, ὅταν ὁ παρατηρητὴς μετέχῃ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως, τότε ὁ παρατηρητὴς οὗτος, διὰ νὰ ἑρμηνεύσῃ τὰ φαινόμενα, πρέπει νὰ δεχθῇ ὅτι ἐπὶ ἑκάστου σώματος, εὑρισκομένου ἐντὸς τοῦ στρεφομένου συστήματος, ἀναπτύσσεται φυγόκεντρος δύναμις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Τὸ βάρος ἑνός σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους.

127α. Πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς.— Καλεῖται **πεδίον βαρύτητος** τῆς Γῆς ὁ χῶρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου, φερόμενον ἓν σῶμα, ὑφίσταται ἕλξιν ἐκ μέρους τῆς Γῆς. Ἐντὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς κινεῖται ἡ Σελήνη, ἡ ὁποία διαγράφει περὶ τὴν Γῆν σχεδὸν κυκλικὴν τροχιάν. Ὡς κεντρομόλος δύναμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς Σελήνης ἡ ἕλξις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῆς Σελήνης.

Διὰ νὰ ἐξέλθῃ ἓν σῶμα ἐκτὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς, πρέπει νὰ προσδώσωμεν εἰς τὸ σῶμα τοῦτο ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσην μὲ 11 180 m/sec. Ὅταν ἓν σῶμα ἀποκτήσῃ αὐτὴν τὴν ταχύτητα, ἀπελευθερώνεται ἀπὸ τὴν ἕλξιν τῆς Γῆς καὶ δύναται νὰ κινηθῇ πλέον ἐλευθέρως ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος. Ἐπὶ τοῦ παρόντος εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδώσωμεν εἰς ἓν σῶμα ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσην μὲ 11,18 km/sec. Μὲ ἕνα ὅμως πύραυλον δυνάμεθα νὰ προσδώσωμεν εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ ὀλίγον μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν g τῆς βαρύτητος. Οὕτως ἡ κατακόρυφος ταχύτης τοῦ σώματος βαίνει συνεχῶς αὐξανομένη, μέχρις ὅτου τὸ σῶμα ἀποκτήσῃ τὴν ἀνωτέρω ταχύτητα ἀπελευθερώσεως. Τότε καταργεῖται ἡ προωστικὴ δύναμις τοῦ πυραύλου καὶ τὸ σῶμα κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

121. Δύο σφαῖραι μολύβδου, ἀκτῖνος r εὑρίσκονται εἰς ἐπαφὴν, Νὰ εὑρεθῇ ἡ μεταξὺ αὐτῶν ἀσκουμένη ἕλξις.

Ἐφαρμογή : $r = 1\ m$, $d = 11\ gr/cm^3$ (ἡ ἕλξις νὰ εὑρεθῇ εἰς gr).*

122. Δύο μᾶζαι m_1 καὶ m_2 εὑρίσκονται εἰς τὰ ἄκρα εὐθείας $A_1A_2 = a$, ἐπὶ τῆς ὁποίας δύναται νὰ κινῆται ἐλευθέρως μᾶζα m. Εἰς ποίαν θέσιν ἐπὶ τῆς εὐθείας αὐτῆς θὰ ἰσορροπῇ ἡ μᾶζα m;

123. Ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων τῆς Γῆς καὶ τῆς Σελήνης εἶναι 60 R, ὅπου R εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς Γῆς. Ὁ λόγος τῶν μαζῶν τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι 81 : 1. Εἰς πόσην ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς Γῆς πρέπει νὰ εὑρεθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ ἰσορροπῇ ;

124. Ἡ μᾶζα τῆς Σελήνης εἶναι τὰ 0,0123 τῆς μάζης τῆς Γῆς, ἡ δὲ μέση ἀκτὶς τῆς Σελήνης εἶναι 1 738 km. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Σελήνης; Μᾶζα τῆς Γῆς : $6 \cdot 10^{27}$ gr.

125. Σῶμα ἀφήνεται εἰς τὴν Γῆν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως ἀπὸ ὕψος 100 m. Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ νὰ πέσῃ εἰς τὴν Σελήνην τὸ σῶμα, ὥστε ἡ τελικὴ ταχύτης του νὰ εἶναι ἴση μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἔφθασεν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς;

126. Πλοῖον ἔχει μᾶζαν $m = 40\ 000$ tn. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπ' αὐτοῦ, ὅταν εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. Ἡ Γῆ εἶναι σφαιρικὴ καὶ ἔχει ἀκτῖνα 6 370 km. $g = 10^3$ cm/sec².

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

128. Συστήματα μονάδων.— Κατὰ τὴν μελέτην τῶν διαφόρων φαινομένων ἐγνωρίσαμεν διάφορα φυσικὰ μεγέθη, ἕκαστον τῶν ὁποίων μετρεῖται μὲ ἰδιαιτέραν μονάδα. Διὰ νὰ διευκολυνώμεθα εἰς τὴν ἐκλογὴν τῶν μονάδων ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς : Ἐκλέγομεν αὐθαιρέτως τρία μεγέθη, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **θεμελιώδη**. Αἱ μονάδες, μὲ τὰς ὁποίας μετροῦνται τὰ θεμελιώδη μεγέθη, καλοῦνται **θεμελιώδεις μονάδες**. Τότε αἱ μονάδες τῶν ἄλλων μεγεθῶν εὑρίσκονται εὐκόλως. Αἱ οὕτως εὑρισκόμεναι μονάδες καλοῦνται **παράγωγοι μονάδες**. Αἱ τρεῖς θεμελιώδεις μονάδες καὶ αἱ προκύπτουσαι παράγωγοι μονάδες ἀποτελοῦν ἓν **σύστημα μονάδων**. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ **σύστημα μονάδων C.G.S.** (§ 16), εἰς τὸ ὁποῖον ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ **μῆκος**, ἡ **μᾶζα** καὶ ὁ **χρόνος**. Αἱ θεμελιώδεις μονάδες τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι τὸ ἑκατοστόμετρον (1 cm), τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec). Εἰς τὸν πίνακα 3 ἀναγράφονται αἱ συνηθέστεραι μονάδες τοῦ συστήματος C.G.S., τὰς ὁποίας ἐγνωρίσαμεν κατὰ τὴν μελέτην διαφόρων φαινομένων.

129. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων.— Εἰς τὰς τεχνικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιεῖται τὸ **τεχνικὸν σύστημα μονάδων** ἢ **σύ-**

στημα μονάδων M.K*.S., εἰς τὸ ὁποῖον ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ **μῆκος**, ἡ **δύναμις** καὶ ὁ **χρόνος**

Θεμελιώδεις μονάδες τοῦ τεχνικοῦ συστήματος μονάδων εἶναι τὸ μέτρον (1 m), τὸ χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec).

'Απὸ τὰς τρεῖς αὐτὰς θεμελιώδεις μονάδας προκύπτουν διάφοροι παράγωγοι μονάδες. Οὕτως ὡς μονὰς ταχύτητος λαμβάνεται τὸ 1 m/sec. 'Εκ τούτου προκύπτει ὅτι ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως λαμβάνεται τὸ 1 m/sec^2.

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων ἡ μονὰς μάζης εἶναι παράγωγος μονὰς καὶ ὁρίζεται ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν: $F = m \cdot \gamma$. 'Εὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν $m = \frac{F}{\gamma}$ θέσωμεν $F = 1$ kgr* καὶ $\gamma = 1$ m/sec^2, εὑρίσκομεν $m = 1$, ἤτοι τὴν μονάδα μάζης εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα:

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα ἐκείνη, ἡ ὁποία ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr* **ἀποκτᾷ** ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec^2

$$\boxed{\textbf{1 μονὰς μάζης Τ.Σ.} = \frac{\textbf{1 kgr*}}{\textbf{1 m/sec}^2} = \textbf{1}\,\frac{\textbf{kgr*}}{\textbf{m/sec}^2}}$$

'Από τὴν ἐξίσωσιν $B = m \cdot g$ εὑρίσκομεν ὅτι εἶναι:

$$1\text{ kgr*} = 1000\text{ gr} \cdot 981\text{ cm/sec}^2 = 981\,000\text{ dyn}$$

'Επομένως ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω ὁρισμὸν τῆς μονάδος μάζης τοῦ Τ.Σ. εὑρίσκομεν:

$$\textbf{1 μονὰς μάζης Τ.Σ.} = \frac{\textbf{981 000 dyn}}{\textbf{100cm/sec}^2} = \textbf{9 810 gr}$$

$$\textbf{1 μονὰς μάζης Τ.Σ.} = \textbf{9,810 kgr}$$

Εἰς τὸν πίνακα 3 δίδονται αἱ συνηθέστεραι μονάδες τοῦ τεχνικοῦ συστήματος καὶ ἡ ἀντιστοιχία τούτων πρὸς τὰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S.

129α. Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων.— Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. καλύπτει τὰς ἀνάγκας τῆς Φυσικῆς, παρουσιάζει ὅμως τὸ μειονέκτημα ὅτι αἱ μονάδες του εἶναι πολὺ μικραὶ διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογάς. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων εἶναι χρήσιμον εἰς πολλὰς ἐφαρμογάς, ἰδίως τῆς Μηχανικῆς, δὲν ἐπεκτείνεται ὅμως καὶ εἰς τὰ ἠλεκτρικὰ μεγέθη. Διὰ νὰ ἑνοποιηθῇ ἡ μέτρησις τῶν διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν, ἀπεφασίσθη διεθνῶς (1956) ἡ χρησιμοποίησις νέου συστήματος μονάδων, τὸ ὁποῖον καλεῖται **πρακτικὸν σύστημα μονάδων.**

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ **μῆκος,** ἡ **μᾶζα,** ὁ **χρόνος** καὶ ἡ **ἔντασις** τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος.

Θεμελιώδεις μονάδες τοῦ πρακτικοῦ συστήματος μονάδων εἶναι τὸ μέτρον (1 m), τὸ χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr.), τὸ δευτερόλεπτον (1 sec) καὶ τὸ ἀμπὲρ (1 A).

Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων σημειώνεται συντόμως M.K.S.A. (ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ γράμματα τῶν μονάδων mètre, kilogramme, seconde, Ampère). Ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω θεμελιώδεις μονάδας προκύπτουν διάφοροι παράγωγοι μονάδες. Οὕτως εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα ὡς μονὰς ταχύτητος λαμβάνεται τὸ 1 m/sec. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως λαμβάνεται τὸ 1 m/sec^2.

Μονὰς δυνάμεως. Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ἡ μονὰς δυνάμεως εἶναι παράγωγος μονὰς (ὅπως εἰς τὸ σύστημα C.G.S.) καὶ ὁρίζεται ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν :

$$F = m \cdot \gamma$$

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν θέσωμεν $m = 1$ kgr καὶ $\gamma = 1$ m/sec^2, εὑρίσκομεν $F = 1$, ἤτοι τὴν μονάδα δυνάμεως εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα:

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς δυνάμεως λαμβάνεται ἡ δύναμις, ἡ ὁποία, ἐνεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 kgr, προσδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec². Ἡ μονὰς αὕτη τῆς δυνάμεως καλεῖται Newton (1 N).

$$\mathbf{1\ Newton\ (1\ N) = 1\ kgr \cdot 1\ \frac{m}{sec^2}} \quad ἢ \quad \mathbf{1\ N = 1\ \frac{kgr \cdot m}{sec^2}}$$

Ἀπὸ τὸν ὁρισμὸν τῆς μονάδος Newton προκύπτει ὅτι εἶναι : 1 Newton = 1000 gr. 100 cm/sec² ἤτοι 1 Newton = 10^5 dyn.

Εἶναι γνωστόν, ὅτι 1 kgr* = 9,81·10^5 dyn. Ἄρα μεταξὺ τῆς μονάδος δυνάμεως Newton (1 N) καὶ τῆς γνωστῆς μονάδος χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*) ὑπάρχει ἡ ἀκόλουθος σχέσις :

$$\mathbf{1\ kgr^* = 9{,}81\ N} \quad καὶ \quad \mathbf{1\ N = 0{,}102\ kgr^*}$$

Μονὰς ἔργου. Ἡ μονὰς ἔργου ὁρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν : W = F . s. Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν θέσωμεν F = 1 N καὶ s = 1 m, εὑρίσκομεν W = 1, ἤτοι τὴν μονάδα ἔργου εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα :

1 μονὰς ἔργου M.K.S.A. = 1 N . 1 m

Ἐὰν εἰς τὴν ἀνωτέρω σχέσιν θέσωμεν 1 N = 10^5 dyn καὶ 1 m = 10^2 cm, εὑρίσκομεν :

1 μονὰς ἔργου M.K.S.A. = 10^5 dyn · 10^2 cm = 10^7 erg

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς ἔργου προκύπτει τὸ 1 Joule.

1 μονὰς ἔργου M.K.S.A. = 1 Joule

Συνεπῶς εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται τὸ 1 Watt (= 1 Joule/sec).

Οὕτω τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων παρουσιάζει τὸ μέγα πλεονέκτημα, ὅτι ὡς μονάδες ἔργου καὶ ἰσχύος προκύπτουν τὸ Joule καὶ τὸ Watt, αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ ἐπικρατοῦσαι σήμερον μονάδες εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογάς. Εἰς τὸν πίνακα 3 ἀναφέρονται αἱ συνηθέστεραι μηχανικαὶ μονάδες τοῦ πρακτικοῦ συστήματος μονάδων.

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 60 kgr* κινεῖται μὲ ταχύτητα 144 km/h.

Νὰ εὑρεθῇ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἰς τὰ τρία συστήματα μονάδων.

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος δίδεται γενικῶς ἀπὸ τὴν γνωστὴν ἐξίσωσιν:

$$W = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$$

Σ ύ σ τ η μ α C. G. S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῇ εἰς erg.

Ἔχομεν: $m = 6 \cdot 10^4$ gr καὶ $\upsilon = \dfrac{144\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ sec}} = 40$ m/sec ἢ $\upsilon = 4 \cdot 10^3$cm/sec.

Ἄρα: $W = \dfrac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^4 \cdot 16 \cdot 10^6 = 48 \cdot 10^{10}$ erg

Τ ε χ ν ι κ ὸ ν σ ύ σ τ η μ α (M.K*.S.). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῇ εἰς kgr*m.

Ἔχομεν: $m = \dfrac{60}{9{,}81} \; \dfrac{\text{kgr*}}{\text{m/sec}^2}$ καὶ $\upsilon = 40$ m/sec

Ἄρα: $W = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{60}{9{,}81} \cdot 40^2 = \dfrac{48\,000}{9{,}81} = 4892{,}96$ kgr*m

Π ρ α κ τ ι κ ὸ ν σ ύ σ τ η μ α (M.K.S.A.). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῇ εἰς Joule.

Ἔχομεν: $m = 60$ kgr καὶ $\upsilon = 40$ m/sec

Ἄρα: $W = \dfrac{1}{2} \cdot 60 \cdot 40^2 = 48 \cdot 10^3$ Joule

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

127. Σῶμα ἔχει μᾶζαν 9,81 tn. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα του εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;

128. Σῶμα βάρους 100 kgr μεταφέρεται εἰς ὕψος 20 m. Πόση εἶναι ἡ δυναμική του ἐνέργεια εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;*

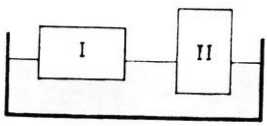
129. Αὐτοκίνητον βάρους 2 tn κινεῖται μὲ ταχύτητα 72 km/h. Πόση εἶναι ἡ κινητική του ἐνέργεια εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ σύστημα C.G.S.;*

130. Σῶμα μάζης 19,62 kgr κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 m/sec². Πόση εἶναι ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις εἰς τὸ τεχικὸν σύστημα;

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

130. Ὁρισμὸς τῆς πιέσεως.—Ὅταν στερεὸν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ ἄλλου σώματος, τότε ἡ παραμόρφωσις τοῦ ὑποστηρίγματος δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας. Ἔστω π.χ. ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἀπὸ σίδηρον. Τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα τοῦτο μὲ προσοχὴν ἐπὶ στρώματος ἄμμου, τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ὁριζοντία (σχ. 124). Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα εἰσχωρεῖ περισσότερον ἐντὸς τῆς ἄμμου, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια στηρίξεως τοῦ σώματος γίνεται μικροτέρα. Ἡ παραμόρφωσις δηλαδὴ αὐξάνει, ὅταν αὐξάνῃ καὶ τὸ πηλίκον τοῦ βάρους Β τοῦ σώματος διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας σ.



Σχ. 124. Εἰς τὴν θέσιν ΙΙ τὸ σῶμα ἀσκεῖ μεγαλυτέραν πίεσιν.

Πίεσις καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ ἡ δύναμις.

$$\boxed{\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιφάνεια}} \quad p = \frac{F}{\sigma}}$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἐνδιαφερόμεθα νὰ ἐλαττώσωμεν ἢ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφερομένην πίεσιν. Οὕτω π.χ. διὰ νὰ βαδίσωμεν ἐπὶ στρώματος χιόνος χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ πέδιλα, τὰ ὁποῖα ἔχουν μεγάλην ἐπιφάνειαν· ἐπίσης ἐφοδιάζομεν τοὺς τροχοὺς τῶν τρακτὲρ μὲ προεξοχὰς διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, ὥστε νὰ βυθίζωνται ὀλιγώτερον ἐντὸς τοῦ μαλακοῦ ἐδάφους. Ἀντιθέτως, διὰ νὰ διευκολύνωμεν τὴν εἰσχώρησιν ἑνὸς στερεοῦ ἐντὸς ἄλλου, φροντίζομεν νὰ περιορίσωμεν σημαντικῶς τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, π.χ. εἰς τὰς βελόνας καὶ τὰ τέμνοντα ὄργανα (ψαλίδι, μαχαῖρι κ.ἄ.).

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς μονὰς πιέσεως λαμβάνεται ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις μιᾶς δύνης ἐπὶ ἑνὸς τετραγωνικοῦ ἑκατοστομέτρου ($1\ dyn/cm^2$).

Ὡς πρακτικὴ μονὰς πιέσεως λαμβάνεται ἡ **τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα** (1 at), ἤτοι ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ δύναμις 1 kgr* ἐπὶ 1 cm². Ἄλλη μικροτέρα πρακτικὴ μονὰς πιέσεως εἶναι ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις 1 gr* ἐπὶ 1 cm² (1 gr*/cm²).

Μονάδες πιέσεως

1 μονὰς πιέσεως C.G.S.	= 1 dyn/cm²
1 τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα (1 at)	= 1 kgr*/cm²
1 gr*/cm² = 981 dyn/cm²	

131. Τὰ ρευστὰ σώματα.— Καλοῦνται **ρευστά**, τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ ρέουν, δηλαδὴ ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ μεταβάλλουν τὸ σχῆμα των ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς πολὺ μικρᾶς δυνάμεως. Τὰ μόρια τῶν ρευστῶν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν εὐκόλως ἐπὶ τῶν γειτονικῶν μορίων. Διὰ τοῦτο τὰ ρευστὰ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὑρίσκονται. Διακρίνομεν δύο κατηγορίας ρευστῶν :

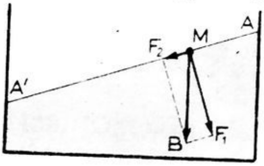
α) Τὰ **ἀσυμπίεστα ρευστά**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάγονται τὰ **ὑγρά**. Ἐπομένως τὰ ὑγρὰ ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον καὶ παρουσιάζουν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

β) Τὰ **συμπιεστὰ ρευστά**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάγονται τὰ ἀέρια.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

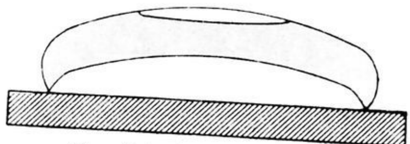
132. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν.— Ἄς θεωρήσωμεν ἓν ὑγρόν, τὸ ὁποῖον ὑφίσταται μόνον τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Τὰ μόρια τὰ ἀποτελοῦντα τὸ ὑγρὸν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ μετατοπίζωνται εὐκόλως. Ὥστε ἡ κατάστασις ἰσορροπίας τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς ἰσορροπίας ἑκάστου μορίου. Ἐὰν λοιπὸν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἑνὸς ἠρεμοῦντος ὑγροῦ δὲν εἶναι ὁριζοντία, τότε τὸ βάρος Β ἑνὸς ἐπιφανειακοῦ μορίου Μ (σχ. 125) δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Ἡ F_1 εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τῶν ὑποκειμένων μορίων (διότι τὸ ὑγρὸν εἶναι ἀσυμπίεστον). Ἡ F_2 κεῖται ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας καὶ δὲν ἐξουδετερώνεται· ἄρα θὰ κινήσῃ τὸ μόριον κατὰ τὴν διεύθυνσίν της καὶ ἐπομένως δὲν ὑφίσταται κατάστασις ἰσορροπίας. Ἡ ἐπιφανειακὴ συνιστῶσα F_2 εἶναι ἴση μὲ μηδέν, μόνον ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ὁ ρ ι ζ ο ν τ ί α. Ὥστε :



Σχ. 125. Τὸ μόριον Μ θὰ ἐκινεῖτο ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς F_2.

Ὅταν ὑγρὸν ἰσορροπῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ὁριζοντία.

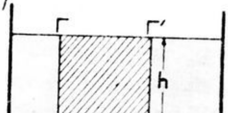
Ἐφαρμογὴν τῆς ἀνωτέρω ἰδιότητος τῶν ὑγρῶν ἀποτελεῖ ἡ ἀ ε ρ ο σ τ ά θ μ η (σχ, 126), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῆς ὁριζοντιότητος διαφόρων ἐπιφανειῶν.



Σχ. 126. Ἀεροστάθμη.

133. Πίεσις ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ.

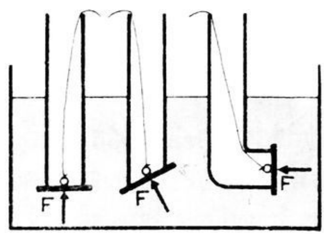
— Ἂς θεωρήσωμεν ὑγρόν, τὸ ὁποῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Φανταζόμεθα μίαν ὁμάδα μορίων τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν μικρὰν **ὁριζοντίαν** ἐπιφάνειαν ΑΑ' ἔχουσαν ἐμβαδὸν σ (σχ. 127). Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς ἐνεργεῖ δύναμις F, ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῆς ὑπερκειμένης στήλης τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει ὕψος h. Ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ καθέτως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ΑΑ' καὶ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τῆς ὑγρᾶς στήλης ΑΑ'ΓΓ', ἡ ὁποία ἔχει ὄγκον $V = h \cdot \sigma$. Ἐὰν ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ, τότε τὸ βά-



Σχ. 127. Μέτρησις τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως.

ρος τῆς στήλης τοῦ ὑγροῦ εἶναι $F = V \cdot \rho$, ἤτοι εἶναι $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$. Συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς πιέσεως (§ 130) εἰς πᾶν σημεῖον τῆς ἐπιφανείας ΑΑ' ἐπιφέρεται πίεσις : $p = \frac{F}{\sigma}$ ἤτοι $p = h \cdot \rho$

Ἡ πίεσις αὐτὴ καλεῖται **ὑδροστατικὴ πίεσις** καὶ ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων μορίων τοῦ ὑγροῦ. Τὴν ὕπαρξιν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς ὡς ἑξῆς: Ἡ μία βάσις ὑαλίνου κυλίνδρου κλείεται ὑδατοστεγῶς μὲ μικρὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος συγκρατεῖται μὲ τὴν βοήθειαν λεπτοῦ νήματος (σχ. 128). Βυθίζομεν τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ κυλίνδρου ἐντὸς ὕδατος. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ δίσκος μένει προσκεκολλημένος ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου, ὁ π ω σ δ ή π ο τ ε καὶ ἂν κλίνωμεν τὸν κύλινδρον. Ὁ δίσκος συγκρατεῖται εἰς τὴν θέσιν του ἀπὸ τὴν ἐπ' αὐτοῦ ἐνεργοῦσαν δύναμιν F, ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν. Ὁ δίσκος ἀποσπᾶται, ὅταν ὁ κύλινδρος πληρωθῇ μὲ ὕδωρ μέχρι τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὸ ἐξωτερικὸν δοχεῖον. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἑξῆς συμπεράσματα :



Σχ. 128. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως.

I. Πᾶσα ἐπιφάνεια, εὑρισκομένη ἐντὸς ἠρεμοῦντος ὑγροῦ, ὑφίσταται ὑδροστατικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας.

II. Ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις (p) εἰς ἓν σημεῖον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ μετρεῖται μὲ τὸ βάρος τῆς ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν (h) τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

$$\boxed{\text{ὑδροστατικὴ πίεσις} \; : \; p = h \cdot \rho}$$

Ἂς θεωρήσωμεν ἐντὸς τοῦ ἠρεμοῦντος ὑγροῦ ἓν ὁ ρ ι ζ ό ν τ ι ο ν ἐ π ί π ε δ ο ν εὑρισκόμενον εἰς βάθος h κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ἐπιπέδου τούτου ἡ π ί ε σ ι ς ε ἶ ν α ι σ τ α θ ε ρ ά (διότι εἶναι $p = h \cdot \rho = $ σταθ.).

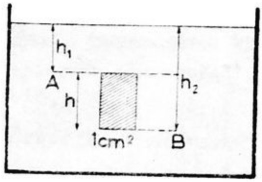
134. Μέτρησις τῆς πιέσεως διὰ τοῦ ὕψους στήλης ὑδραγύρου.— Ἄς θεωρήσωμεν μίαν στήλην ὑδραγύρου, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος h. Ἐὰν ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραγύρου, τότε πᾶν σημεῖον τῆς βάσεως αὐτῆς τῆς στήλης δέχεται πίεσιν :

$$p = h \cdot \rho$$

Οὕτως, ἂν εἶναι $\rho = 13{,}6\ gr^*/cm^3$ καὶ $h = 10$ cm, ἡ βάσις τῆς στήλης τοῦ ὑδραγύρου δέχεται πίεσιν : $p = 10 \cdot 13{,}6 = 136\ gr^*/cm^2$, ἤτοι πίεσιν ἴσην μὲ τὸ βάρος στήλης ὑδραγύρου ὕψους 10 cm. Χάριν συντομίας λέγομεν ὅτι ἡ θεωρουμένη πίεσις εἶναι 10 cm ὑδραγύρου καὶ τὴν σημειώνομεν : $p = 10$ cm Hg.

Ἀντὶ τοῦ ὑδραγύρου δύναται νὰ ληφθῇ οἱονδήποτε ὑγρόν.

135. Θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς.— Ἄς λάβωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ δύο σημεῖα Α καὶ Β (σχ. 129), τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται ἀντιστοίχως εἰς βάθος h_1 καὶ h_2. Ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον Α εἶναι : $p_1 = h_1 \cdot \rho$ (ὅπου ρ παριστᾷ τὸ εἰδικὸν βάρος). Ἡ ἰδία πίεσις ἀντιστοιχεῖ καὶ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ σημείου Α. Ὁμοίως εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Β, ἡ πίεσις εἶναι $p_2 = h_2 \cdot \rho$. Ἐπομένως ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν τῶν πιέσεων, αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ δύο ὁριζόντια ἐπίπεδα :



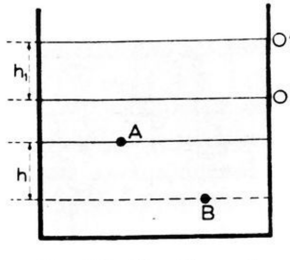
Σχ. 129. Διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῶν σημείων Α καὶ Β.

$$p_2 - p_1 = h_2 \cdot \rho - h_1 \cdot \rho = (h_2 - h_1) \cdot \rho$$

Ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ δύο σημείων ἠρεμοῦντος ὑγροῦ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν (h) τῶν δύο σημείων :

$$\boxed{\textbf{διαφορὰ πιέσεως} : p_2 - p_1 = h \cdot \rho}$$

136. Μετάδοσις τῶν πιέσεων.— Ἐὰν λάβωμεν ἐντὸς τοῦ ἰσορροποῦντος ὑγροῦ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 301), εἰς τὰ ὁποῖα αἱ πιέσεις εἶναι p_A καὶ p_B, τότε μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν σημείων ὑπάρχει διαφορὰ πιέσεως :



Σχ. 130. Μετάδοσις τῆς πιέσεως.

$$p_B - p_A = h \cdot \rho$$

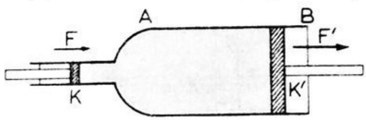
Ἐὰν προσθέσωμεν εἰς τὸ δοχεῖον νέαν ποσότητα ὑγροῦ, ὥστε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ νὰ ἀνέλθῃ ἕως τὸ O', τότε ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ $p_1 = h_1 \cdot \rho$. Ἐπομένως ἡ πίεσις εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B γίνεται ἀντιστοίχως :

$$(p_1 + p_A) \quad \text{καὶ} \quad (p_1 + p_B)$$

Ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῶν σημείων A καὶ B εἶναι πάλιν ἴση μὲ $h \cdot \rho$. Τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο φανερώνει, ὅτι, ἂν κατὰ οἱονδήποτε τρόπον αὐξηθῇ ἡ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A κατὰ p_1, τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἀκόλουθον γενικὸν συμπέρασμα, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς **ἀρχὴ τοῦ Πασκάλ :**

Ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ ἠρεμοῦντος ὑγροῦ, μεταδίδεται ἡ αὐτὴ πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal. — Ἂς λάβωμεν δοχεῖον πλῆρες ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον κλείεται μὲ δύο ἔμβολα K καὶ K' (σχ. 131). Ἡ ἐπιφάνεια σ' τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι ν φορὰς μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν σ τοῦ ἐμβόλου K, ἤτοι εἶναι $\sigma' = \nu \cdot \sigma$. Ἐφαρμόζομεν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K μίαν δύναμιν F. Τότε ἐπὶ ἑνὸς τμήματος τῆς ἐπιφανείας

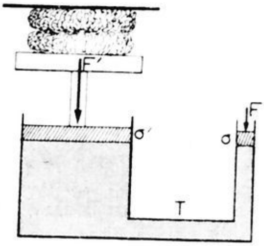


Σχ. 131. Ἐφαρμογὴ τῆς μεταδόσεως τῆς πιέσεως.

τοῦ ἐμβόλου K', τὸ ὁποῖον ἔχει ἐμβαδὸν σ ἴσον μὲ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου K, θὰ ἐνεργῇ ἡ ἰδία δύναμις F. Ἄρα ἐπί τοῦ ἐμβόλου K' θὰ ἐνεργῇ δύναμις $F' = \nu \cdot F$. Γενικῶς, ἂν F καὶ F' εἶναι αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τῶν δύο ἐμβόλων καὶ σ, σ' εἶναι τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Pascal, θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

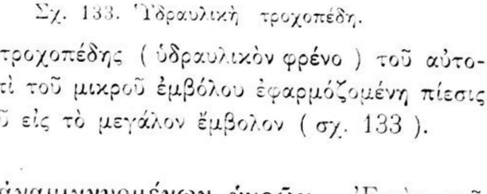
$$p = \frac{F}{\sigma} = \frac{F'}{\sigma'} \quad \text{ἢ} \quad F' = F \cdot \frac{\sigma'}{\sigma}$$

Ἡ δύναμις F', ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι πολὺ μ ε γ α λ υ τ έ ρ α ἀπὸ τὴν δύναμιν F. Ἑπομένως ἡ συσκευὴ αὐτὴ πολλαπλασιάζει σημαντικῶς τὰς δυνάμεις τὰς ἐφαρμοζομένας ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται τὸ **ὑδραυλικὸν πιεστήριον** (σχ. 132). Ἐὰν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργῇ δύναμις F, τότε τὸ μεγαλύτερον ἔμβολον τείνει νὰ ἀνυψωθῇ· διὰ νὰ διατηρηθῇ εἰς ἰσορροπίαν, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μίαν δύναμιν F', ἡ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν : $\frac{F'}{F} = \frac{\sigma'}{\sigma}$. Ἐὰν λοιπὸν ἡ σ' εἶναι 10, 100, 1000... φορὰς μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν σ, τότε καὶ ἡ F' θὰ εἶναι 10, 100, 1000... φορὰς μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν F. Τὸ μεγάλον ἔμβολον, ὠθούμενον πρὸς τὰ ἄνω, ἀνυψώνει τὴν τράπεζαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται τὸ πρὸς συμπίεσιν σῶμα. Τὸ ὑδραυλικὸν πιεστήριον χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἐξαγωγὴν τῶν ἐλαίων ἀπὸ διαφόρους καρποὺς ἢ σπέρματα, διὰ τὴν συσκευασίαν τῶν ἀχύρων, τοῦ βάμβακος, διὰ τὴν ἀνύψωσιν βαρέων ἀντικειμένων κ.ἄ.



Σχ. 132. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.

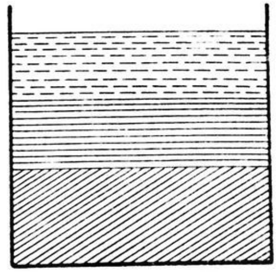
Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῆς ὑδραυλικῆς τροχοπέδης (ὑδραυλικὸν φρένο) τοῦ αὐτοκινήτου, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐφαρμοζομένη πίεσις μεταβιβάζεται διὰ τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ μεγάλον ἔμβολον (σχ. 133).



Σχ. 133. Ὑδραυλικὴ τροχοπέδη.

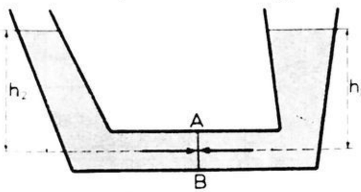
137. Ἰσορροπία μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.— Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ δοχείου θέτομεν διάφορα ὑγρά, τὰ ὁποῖα δὲν ἀναμιγνύονται π.χ.

ὑδράργυρον, ὕδωρ καὶ πετρέλαιον. Ὅταν τὰ ὑγρὰ ταῦτα ἰσορροπήσουν, παρατηροῦμεν ὅτι διατάσσονται κατὰ τὴν σειρὰν τῆς πυκνότητός των καὶ ὅτι αἱ ἐπιφάνειαι διαχωρισμοῦ εἶναι ὁ ρ ι ζ ό ν τ ι ο ι (σχ. 134). Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ ἑκάστης ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ ἡ πίεσις εἶναι σταθερά (§ 133).



Σχ. 134. Ἰσορροπία τριῶν μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.

138. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.— Δύο συγκοινωνοῦντα δοχεῖα περιέχουν τὸ ἴδιον ὑγρόν, τοῦ ὁποίου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι ρ (σχ. 135). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ὑγροῦ αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτοῦ ἐντὸς τῶν δύο δοχείων εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἑρμηνεύεται εὐκόλως. Ἂς θεωρήσωμεν μίαν τομὴν AB τοῦ σωλῆνός, ὁ ὁποῖος συνδέει τὰ δύο δοχεῖα. Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ὑγροῦ πρέπει πᾶν σημεῖον τῆς τομῆς νὰ ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑγροῦ ἑκάστου δοχείου τὴν αὐτὴν πίεσιν. Ἄρα ἔχομεν: $h_1 \cdot \rho = h_2 \cdot \rho$ ἢ $h_1 = h_2$

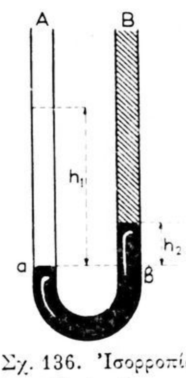


Σχ. 135. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι :

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν ὑγροῦ ἐντὸς συγκοινωνούντων δοχείων ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς ὅλων τῶν δοχείων ἀνέρχεται μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου.

Ἐὰν ἐντὸς τῶν δύο συγκοινωνούντων δοχείων ὑπάρχουν δύο διάφορα ὑγρὰ μὴ ἀναμιγνυόμενα, τότε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῶν ὑγρῶν αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτῶν δὲν εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ ἰδίου ὁριζοντίου ἐπιπέδου (σχ. 136). Ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου αβ, τὸ ὁποῖον εἶναι προέκτασις τῆς ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ τῶν δύο ὑγρῶν, ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτή, δηλαδὴ τὰ



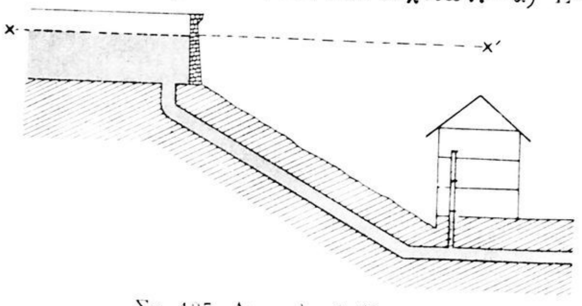
Σχ. 136. Ἰσορροπία δύο ὑγρῶν.

σημεῖα τοῦ ἐπιπέδου αβ δέχονται τὴν ἰδίαν πίεσιν ἐκ μέρους ἑκάστου ὑγροῦ. Ἄρα ἔχομεν : $p_1 = p_2$, ἤτοι $h_1 \cdot \rho_1 = h_2 \cdot \rho_2$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι :

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν δύο μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν ἐντὸς συγκοινωνούντων δοχείων τὰ ὕψη τῶν ὑγρῶν ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰ εἰδικὰ βάρη αὐτῶν.

$$\boxed{\textbf{συνθήκη ἰσορροπίας δύο ὑγρῶν: } \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

***139. Ἐφαρμογαὶ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.**—α) Ἐφαρμογὴν τοῦ νόμου τῶν συγκοινωνούντων δοχείων ἔχομεν εἰς τὴν διανομὴν τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῶν πόλεων. Τὸ ὕδωρ συγκεντρώνεται εἰς μίαν δεξαμενὴν (σχ. 137).



Σχ. 137. Διανομὴ τοῦ ὕδατος.

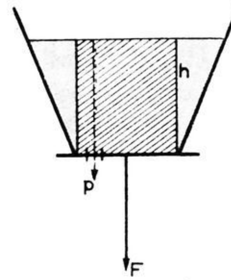
Σχ. 138. Πίδαξ.

Ἀπὸ τὴν δεξαμενὴν ἀναχωροῦν ἀγωγοί, μὲ τοὺς ὁποίους συνδέεται τὸ δίκτυον ἑκάστης οἰκοδομῆς. Εἶναι φανερὸν ὅτι, διὰ νὰ φθάσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὡρισμένον σημεῖον τῆς οἰκοδομῆς, πρέπει τὸ σημεῖον τοῦτο νὰ εὑρίσκεται κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὴν δεξαμενήν.

β) Ἐὰν τὸ δοχεῖον Α (σχ. 138) συγκοινωνῇ μὲ τὸν σωλῆνα Β, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀνοικτὸς εἰς τὸν ἀέρα, τότε τὸ ὑγρὸν σχηματίζει π ί δ α κ α. Τὸ ὕδωρ τοῦ πίδακος δὲν δύναται νὰ φθάσῃ τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ δοχείου Α, ἕνεκα τῆς τριβῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.

γ) Όταν ἓν ὑδροφόρον στρῶμα περικλείεται μεταξὺ δύο ὑδατοστεγῶν στρωμάτων, τότε, ἂν διανοιχθῇ φρέαρ, τὸ ὕδωρ ἀναπηδᾷ σχηματίζον πίδακα· τὸ φρέαρ τοῦτο καλεῖται ἀ ρ τ ε σ ι α ν ό ν.

140. Δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου. — Ἂς θεωρήσωμεν δοχεῖον (σχ. 139), τοῦ ὁποίου ὁ πυθμὴν εἶναι ὁριζόντιος. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει ὑγρὸν εὑρισκόμενον εἰς ἰσορροπίαν. Τὸ ὑγρὸν ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ εἶναι h. Τότε εἰς πᾶν σημεῖον τοῦ πυθμένος ἡ πίεσις εἶναι $p = h \cdot \rho$. Ἑπομένως ἐφ' ὁλοκλήρου τοῦ πυθμένος, τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν εἶναι σ, ἐνεργεῖ κατακόρυφος δύναμις F διευθυνομένη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ὁποία ἔχει ἔντασιν :



Σχ. 139. Δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

$$F = p \cdot \sigma \quad \text{ἤτοι} \quad F = h \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἡ εὑρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι :

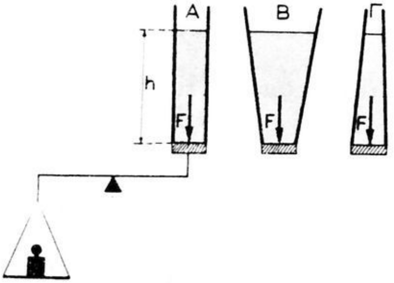
Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος μιᾶς κατακορύφου στήλης ὑγροῦ, ἐχούσης βάσιν τὸν πυθμένα καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ.

δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος : $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$

Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ.

Τοῦτο ἀποδεικνύεται πειραματικῶς μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 140. Ἐπὶ καταλλήλου βάσεως δύνανται νὰ κοχλιοῦνται ὑάλινα δοχεῖα ἄνευ πυθμένος καὶ διαφορετικοῦ σχήματος. Ὡς πυθμὴν τοῦ δοχείου χρησιμεύει μεταλλικὸς δίσκος, ὁ ὁποῖος εἶναι στερεωμένος εἰς τὸ ἓν ἄκρον φάλαγγος ζυγοῦ. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς φάλαγγος τοῦ ζυγοῦ, θέτομεν σταθμὰ καὶ οὕτως ὁ κινητὸς πυθμὴν κλείει ὑδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον. 'Εὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου Α θέσωμεν ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάσῃ εἰς ὕψος h ἐντὸς τοῦ δοχείου Α. 'Εὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ τὰ ἄλλα δοχεῖα Β καὶ Γ, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ δύναμις, ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τοῦ κινητοῦ πυθμένος, εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ ποσὸν τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ δοχείου.



Σχ. 140. 'Η δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένος εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ σχήματος τοῦ δοχείου.

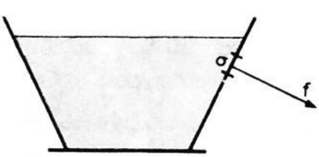
Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. 'Ο πυθμὴν μιᾶς δεξαμενῆς ἔχει ἐπιφάνειαν $\sigma = 2\ m^2$ καὶ ἀπέχει $h = 4$ m ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος. 'Η πίεσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ πυθμένος εἶναι :

$$p = h \cdot \rho = 400\ \text{cm} \cdot 1\ \text{gr}^*/\text{cm}^3 = 400\ \text{gr}^*/\text{cm}^2$$

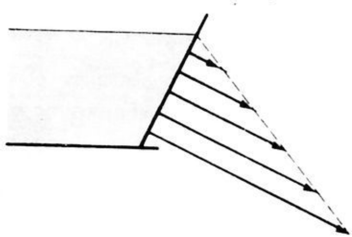
ἡ δὲ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος, εἶναι:

$$F = p \cdot \sigma = 400\ \text{gr}^*/\text{cm}^2 \cdot 20\,000\ \text{cm}^2 = 8 \cdot 10^6\ \text{gr}^* = 8\ \text{tn}^*$$

141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.—"Ας θεωρήσωμεν δοχεῖον, τοῦ ὁποίου τὸ πλευρικὸν τοίχωμα εἶναι ἐπίπεδον (σχ. 141). 'Επὶ μικρᾶς στοιχειώδους ἐπιφανείας σ τοῦ τοιχώματος ἐνεργεῖ ἡ κάθετος δύναμις $f = p \cdot \sigma$. 'Εφ' ὁλοκλήρου λοιπὸν τοῦ τοιχώματος ἐνεργοῦν δυνάμεις κάθετοι πρὸς τὸ τοίχωμα, τῶν ὁποίων αἱ ἐντάσεις βαίνουν αὐξανόμεναι καθ' ὅσον κατερχόμεθα ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ (σχ. 142).



Σχ. 141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.



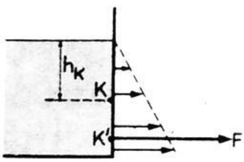
Σχ. 142. Αἱ δυνάμεις βαίνουν αὐξανόμεναι.

Αἱ δυνάμεις αὐταὶ ἔχουν μίαν συνισταμένην F, ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρὸς αὐτάς, ἴση μὲ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμά των καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον K′ τοῦ συστήματος τῶν παραλλήλων δυνάμεων (κέντρον πιέσεως). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εὑρίσκεται ὅτι :

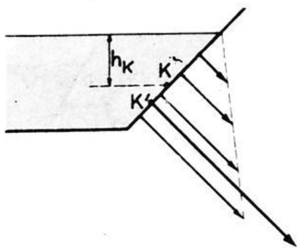
Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ πλαγίου ἐπιπέδου τοιχώματος, εἶναι κάθετος πρὸς τὸ τοίχωμα καὶ ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τὴν πιεζομένην ἐπιφάνειαν (Σ) τοῦ τοιχώματος καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν (h_K) τοῦ κέντρου βάρους τῆς ἐπιφανείας ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ· ἐφαρμόζεται δὲ εἰς ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον καλεῖται κέντρον πιέσεως.

δύναμις ἐπὶ πλαγίου τοιχώματος : $F = \Sigma \cdot h_K \cdot \rho$

Ἐὰν τὸ τοίχωμα εἶναι κατακόρυφον (σχ. 143), ἡ συνισταμένη F εἶναι ὁριζοντία. Ὅταν τὸ δοχεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω πλατύτερον (σχ. 144), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω· ἐνῷ ὅταν τὸ δοχεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω στενώτερον (σχ. 145), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω.

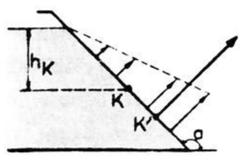


Σχ. 143. Ἡ συνισταμένη F εἶναι ὁριζοντία.



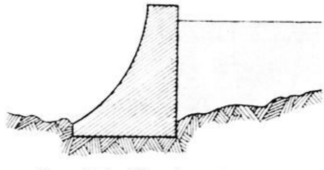
Σχ. 144. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω.

Εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, ὅπως εἶναι τὰ φράγματα, οἱ λιμενοβραχίονες, αἱ δεξαμεναὶ πλοίων κ.ἄ., λαμβάνονται πάντοτε ὑπ' ὄψιν αἱ πιέσεις τοῦ ὑγροῦ, διότι, ὅταν τὸ ὕψος τοῦ ὑγροῦ εἶναι σημαντικόν, αἱ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι. Οὕτως εἰς μίαν δεξαμενὴν βάθους 10 μέτρων, κατακόρυφος τοῖχος



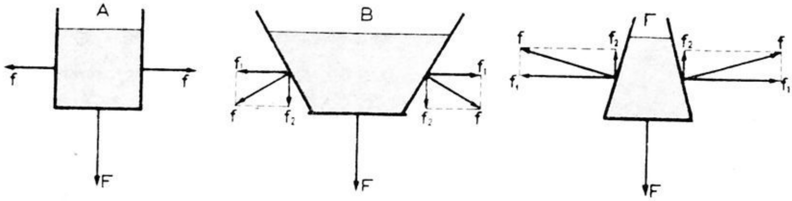
Σχ. 145. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω.

πλάτους 10 μέτρων (ἄρα ἐπιφανείας 100 m²) θὰ ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 500 τόννων. Τὸ σχῆμα 146 δεικνύει τὴν κατακόρυφον τομὴν ἑνὸς φράγματος· τὸ πάχος τοῦ φράγματος βαίνει αὐξανόμενον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτως ἀποφεύγεται ἡ διάρρηξις καὶ ἡ ὀλίσθησις τοῦ φράγματος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν μεγάλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται ἐπ' αὐτοῦ.



Σχ. 146. Τομὴ φράγματος.

142. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων.— Ἂς θεωρήσωμεν τρία δοχεῖα (σχ. 147), τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν βάσιν, διαφορετικὸν ὅμως σχῆμα. Ἐντὸς αὐτῶν ὑπάρχει ὕδωρ, τὸ ὁποῖον φθάνει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ εἰς τὰ τρία δοχεῖα. Ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου πυθμένος, εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ



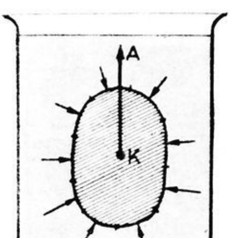
Σχ. 147. Ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐφ' ὅλων τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ.

τὰ τρία δοχεῖα. Ἐὰν ζυγίσωμεν τὸ ὑγρόν, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς ἑκάστου δοχείου, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ δοχείου Α εἶναι ἴσον μὲ τὴν δύναμιν F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ πυθμένος· τὸ βάρος ὅμως τοῦ ὑγροῦ τοῦ δοχείου Β εἶναι μεγαλύτερον, ἐνῷ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τοῦ δοχείου Γ εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὴν δύναμιν F.

Εἰς τὸν δίσκον τοῦ ζυγοῦ, ἐπὶ τοῦ ὁποίου θέτομεν τὸ δοχεῖον, ἐνεργοῦν : α) τὸ βάρος τοῦ δοχείου· β) ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου. Εἰς τὸ δοχεῖον Α αἱ πλευρικαὶ δυνάμεις f εἶναι ὁριζόντιαι καὶ ἀναιροῦν ἡ μία τὴν ἄλλην· ἐπομένως ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ ἐνεργεῖ μόνον ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ δοχείου Β έκάστη άπό τάς πλευρικάς δυνάμεις άναλύεται είς μίαν οριζοντίαν καί μίαν κατακόρυφον συνιστώσαν· αί όριζόντιαι συνιστώσαι f_1 άναιρούν ή μία την άλλην. αί κατακόρυφοι όμως συνιστώσαι f_2 έχουν συνισταμένην, ή όποία διευθύνεται έκ τών άνω πρός τά κάτω καί έπομένως προστίθεται είς την δύναμιν F, ή όποία ένεργεί έπί τού πυθμένος. 'Αντιθέτως, είς τό δοχείον Γ αί κατακόρυφοι συνιστώσαι f_2 έχουν συνισταμένην, ή όποία διευθύνεται έκ τών κάτω πρός τά άνω καί έπομένως άφαιρείται άπό την δύναμιν F, ή όποία ένεργεί έπί τού πυθμένος. Γενικώς εύρίσκεται ότι :

Αί πιέσεις, τάς όποίας έπιφέρει τό ύγρόν είς όλα τά σημεία τών τοιχωμάτων τού δοχείου, δημιουργούν δυνάμεις ένεργούσας έπί τών τοιχωμάτων· αί δυνάμεις αύταί έχουν μίαν συνισταμένην, ή όποία είναι κατακόρυφος, διευθύνεται έκ τών άνω πρός τά κάτω, είναι ίση μέ τό βάρος τού ύγρού καί έφαρμόζεται είς τό κέντρον βάρους τού ύγρού.

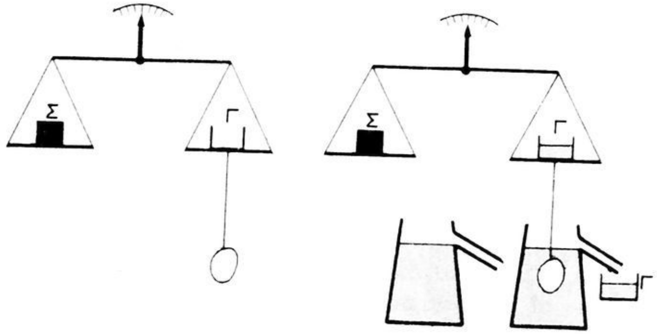
143. 'Αρχή τού 'Αρχιμήδους.— "Οταν στερεόν σώμα είναι τελείως βυθισμένον έντός ύγρού, τότε είς όλα τά σημεία της έπιφανείας τού σώματος καί καθέτως πρός αύτήν ένεργούν δυνάμεις, αί όποίαι όφείλονται είς την ύδροστατικήν πίεσιν. Αί έπί της έπιφανείας τού σώματος ένεργούσαι πιέσεις δημιουργούν δυνάμεις· όλαι αύταί αί δυνάμεις έχουν μίαν συνισταμένην, ή όποία διευθύνεται κατακορύφως πρός τά άνω καί διά τούτο καλείται **άνωσις** (σχ. 148). "Ενεκα της άνώσεως τό στερεόν σώμα φαίνεται έλαφρότερον, όταν είναι τελείως βυθισμένον έντός ύγρού. Πρώτος ό "Ελλην 'Αρχιμήδης άνεκάλυψε πειραματικώς ότι τό ύγρόν έξασκεί άνωσιν έπί παντός σώματος βυθιζομένου έντός τού ύγρού καί διετύπωσε τόν άκόλουθον νόμον, ό όποίος είναι γνωστός ώς **άρχή τού 'Αρχιμήδους:**



Σχ. 148. Τό σώμα ύφίσταται άνωσιν Α.

Πάν σώμα, βυθιζόμενον έντός ίσορροπούντος ύγρού, ύφίσταται άνωσιν ίσην μέ τό βάρος τού έκτοπιζομένου ύγρού.

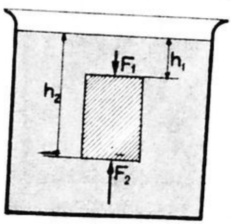
α) Πειραματική άπόδειξις. 'Η άρχή τού 'Αρχιμήδους άποδεικνύεται πειραματικῶς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ (σχ. 149). Ὅταν τὸ σῶμα βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ



Σχ. 149. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ 'Αρχιμήδους.

καταστρέφεται· ἡ ἰσορροπία ἀποκαθίσταται, ὅταν θέσωμεν τὸ ἐκτοπισθὲν ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου τοῦ εὑρισκομένου ἐπὶ τοῦ δίσκου, ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἐξαρτᾶται τὸ σῶμα ἢ ἂν θέσωμεν σταθμὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου τούτου. Τὰ σταθμὰ φανερώνουν τότε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, ἤτοι τὴν **ἄνωσιν.**

'Εὰν V εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ, τότε ἡ ἄνωσις εἶναι :



Σχ. 150. 'Υπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως.

$$\boxed{\text{ἄνωσις}: \mathbf{A} = \mathbf{V} \cdot \rho}$$

β) 'Υπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως. 'Η ἄνωσις ὑπολογίζεται εὐκόλως, ὅταν τὸ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ βυθισμένον σῶμα ἔχῃ σχῆμα πρίσματος (σχ. 150). Ἕνεκα τῶν πιέσεων ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ πρίσματος αἱ ἑξῆς δυνάμεις : α) αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν κατακορύφων ἑδρῶν του καὶ αἱ ὁποῖαι ἀλληλοαναιροῦνται· β) αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν δύο βάσεων καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι :

$$F_1 = p_1 \cdot \sigma = h_1 \cdot \rho \cdot \sigma \qquad F_2 = p_2 \cdot \sigma = h_2 \cdot \rho \cdot \sigma$$

Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, δηλαδὴ ἡ ἄνωσις εἶναι :

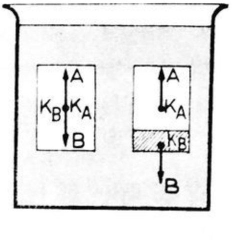
$$A = F_2 - F_1 = (h_2 - h_1) \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἀλλὰ $(h_2 - h_1) \cdot \sigma$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ πρίσματος καὶ ἐπομένως ἡ ἄνωσις εἶναι : $A = V \cdot \rho$, ὅπου ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ.

Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀνώσεως καλεῖται **κέντρον ἀνώσεως** καὶ συμπίπτει πάντοτε μὲ τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

144. Ἰσορροπία σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ.—Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις : α) τὸ σῶμα εἶναι ἐξ ὁλοκλήρου βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ· β) τὸ σῶμα εἶναι ἐν μέρει βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

α) Σῶμα ἐξ ὁλοκλήρου βυθισμένον. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις : 1) τὸ βάρος Β τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος· 2) ἡ ἄνωσις Α, ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A. Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ δύο κέντρα K_B καὶ K_A συμπίπτουν (σχ. 151)· ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα δὲν εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ κέντρα K_B καὶ K_A δὲν συμπίπτουν.



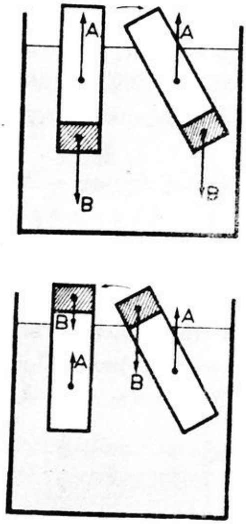
Σχ. 151. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους καὶ τοῦ κέντρου ἀνώσεως.

Διὰ νὰ ἰσορροπῇ τὸ στερεὸν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ πρέπει : 1) τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ 2) τὸ βάρος Β τοῦ σώματος νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὴν ἄνωσιν Α, ἤτοι $B = A$.

Ἐὰν εἶναι $B > A$, τότε τὸ στερεὸν πίπτει εἰς τὸν πυθμένα. Ἐὰν δὲ εἶναι $B < A$, τότε τὸ στερεὸν ἀνέρχεται εἰς τὴν ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ὅπου καὶ ἐπιπλέει.

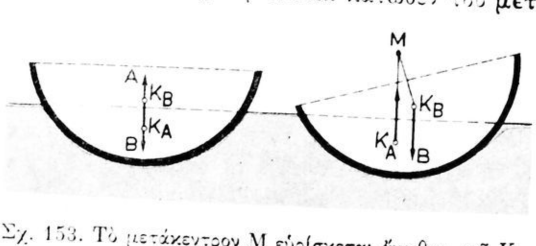
β) Σῶμα ἐπιπλέον. Ὅταν τὸ στερεὸν σῶμα ἐπιπλέῃ, μέρος μόνον τοῦ σώματος εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ἂν τὸ βάρος Β τοῦ σώματος καὶ ἡ ἄνωσις Α εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Τότε τὸ κέντρον βάρους K_B καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου.

Ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι ε ὐ σ τ α θ ή ς, ὅταν τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται χαμηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως (σχ. 152)· τότε, ἂν τὸ σῶμα κλίνῃ πλαγίως, τὸ βάρος Β καὶ ἡ ἄνωσις Α σχηματίζουν ζεῦγος, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν. Ἐὰν ὅμως τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως, τότε ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι ἀ σ τ α θ ή ς, διότι κατὰ τὴν κλίσιν τοῦ σώματος αἱ δυνάμεις Β καὶ Α σχηματίζουν ζεῦγος, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ ἀνατρέψῃ τὸ σῶμα.



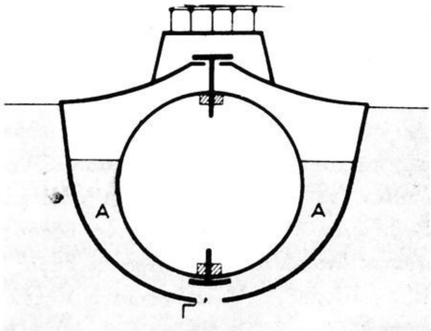
Σχ. 152. Ἰσορροπία ἐπιπλέοντος σώματος.

* Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἓν ἐπιπλέον σῶμα ἔχει εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, δηλαδὴ ἐπιπλέει ἀσφαλῶς, ὅταν τὸ κέντρον βάρους του εὑρίσκεται χαμηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως. Εἰς ὡρισμένας ὅμως περιπτώσεις ἓν σῶμα δύναται νὰ ἐπιπλέῃ ἀσφαλῶς καὶ ὅταν τὸ κέντρον βάρους του εὑρίσκεται ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως. Τοῦτο συμβαίνει εἰς τὰ πλοῖα ἐπιφανείας. Ἂς θεωρήσωμεν κατακόρυφον τομὴν τοῦ σκάφους, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τῶν δύο κέντρων K_B καὶ K_A (σχ. 153). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία τοῦ πλοίου εἶναι εὐσταθής, ἐφ' ὅσον τὸ κέντρον βάρους K_B εὑρίσκεται κάτωθεν τοῦ **μετακέντρου** Μ· τοῦτο εἶναι τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἄνωσις τέμνει τὸν ἄξονα συμμετρίας τοῦ πλοίου τὸν διερχόμενον διὰ τοῦ K_B. Ἡ εὐστάθεια εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται τὸ μετάκεντρον. Διὰ νὰ αὐξήσουν τὴν εὐστάθειαν τοῦ πλοίου δίδουν εἰς αὐτὸ τοιοῦτον σχῆμα, ὥστε, ὅταν τὸ πλοῖον κλίνῃ πλαγίως, τὸ κέντρον ἀνώσεως νὰ μετατοπίζεται πολὺ ἐν σχέσει πρὸς τὸ κέντρον βάρους.



Σχ. 153. Τὸ μετάκεντρον Μ εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ K_B.

γ) Ὑποβρύχια. Τὰ **ὑποβρύχια** εἶναι σκάφη, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ πλέουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, δύνανται ὅμως νὰ πλέουν καὶ ὅταν εἶναι τελείως βυθισμένα ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Διὰ νὰ καταδυθοῦν, πρέπει νὰ αὐξηθῇ τὸ βάρος τοῦ σκάφους· τοῦτο ἐπιτυγχάνομεν ἀφήνοντες νὰ εἰσέλθῃ ὕδωρ ἐντὸς εἰδικῶν χώρων, οἱ ὁποῖοι προηγουμένως ἦσαν πλήρεις πεπιεσμένου ἀέρος (σχ. 154). Διὰ νὰ ἐπαναφέρωμεν τὸ σκάφος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ἐκδιώκομεν τὸ ὕδωρ ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω διαμερίσματα μὲ τὴν βοήθειαν ἀντλιῶν ἢ πεπιεσμένου ἀέρος. Τὸ ὑποβρύχιον δὲν δύναται νὰ συγκρατηθῇ εἰς ἓν ὡρισμένον βάθος, παρὰ μόνον ἐὰν κινῆται καὶ μὲ τὴν βοήθειαν πάντοτε τῶν ὁριζοντίων πηδαλίων. Εἰς τὰ ὑποβρύχια πρέπει τὸ κέντρον βάρους νὰ εὑρίσκεται κάτω ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως.



Σχ. 154. Τομὴ ὑποβρυχίου. (Α ὑδαταποθήκη, Γ κρουνοὶ πληρώσεως).

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ

145. Πυκνότης τοῦ ὕδατος. Εἶναι γνωστὸν ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς θερμοκρασίαν 4° C ἔχει τὴν μεγαλυτέραν πυκνότητα. Ἐκ τῶν μετρήσεων εὑρέθη ὅτι :

Εἰς θερμοκρασίαν 4° C ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση μὲ 1 gr/cm³.

Μία μᾶζα ὕδατος δὲν ἔχει τὸν αὐτὸν ὄγκον εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας. Ἑπομένως ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος ἔχει διαφορετικὴν τιμὴν εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας. Εἰς τὸν παραπλεύρως πίνακα δεικνύεται ἡ μεταβολὴ τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἰς gr^*/cm^3

Θερμοκρασία °C	Εἰδικὸν βάρος
0	0,9998
3	0,9999
4	1.0000
5	0,9999
10	0.9997
50	0,9880
100	0,9583

146. Μέτρησις τῆς πυκνότητος.— Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν πυκνότητα ἑνὸς στεροῦ σώματος, πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν μᾶζαν m καὶ τὸν ὄγκον V τοῦ σώματος. Τότε ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι $d = \frac{m}{V}$. Τὴν μᾶζαν m τοῦ σώματος προσδιορίζομεν ἀμέσως, ἐὰν ζυγίσωμεν τὸ σῶμα, διότι τὸ βάρος B τοῦ σώματος (εἰς gr*) καὶ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος (εἰς gr) ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν. Ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος σπανίως δύναται νὰ εὑρεθῇ ἀμέσως. Διὰ τοῦτο ἡ μέτρησις τῆς πυκνότητος γίνεται ἐμμέσως. Ἂς θεωρήσωμεν τεμάχιον σιδήρου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος B = 78 gr*. Ἡ μᾶζα τοῦ σιδήρου εἶναι m = 78 gr. Βυθίζομεν τὸν σίδηρον ἐντὸς ὕδατος καὶ εὑρίσκομεν ὅτι οὗτος ὑφίσταται ἄνωσιν 10 gr*. Ἄρα τὸ βάρος B′ τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος εἶναι B′ = 10 gr*. Ἂν καλέσωμεν V τὸν ὄγκον τοῦ σώματος, τότε καὶ τὸ ἐκτοπιζόμενον ὕδωρ ἔχει ὄγκον V. Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν ὅτι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι ρ′ = 1 gr*/cm³, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι V = 10 cm³. Ἄρα ἡ πυκνότης τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$d = \frac{m}{V} = \frac{78 \text{ gr}}{10 \text{ cm}^3} = 7{,}8 \text{ gr/cm}^3$$

καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} = \frac{78 \text{ gr}^*}{10 \text{ cm}^3} = 7{,}8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3.$$

147. Μέτρησις τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.— Ἐὰν εἶναι γνωστὸν τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος, τότε εἶναι γνωστὴ καὶ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος (διότι ἡ πυκνότης καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμόν, § 15). Ἔστω B τὸ βάρος ἑνὸς στερεοῦ σώματος καὶ B′ ἡ ἄνωσις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν τοῦτο βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος ἔχοντος εἰδικὸν βάρος ρ′. Τότε ὁ ὄγκος V τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι : $V = \frac{B'}{\rho'}$

Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ τοῦ σώματος θὰ εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} \quad \text{ἢ} \quad \rho = B : \frac{B'}{\rho'} \quad \text{καὶ} \quad \rho = \rho' \cdot \frac{B}{B'} \qquad (1)$$

Ὁ λόγος τοῦ βάρους (Β) τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος (Β′) ἴσου ὄγκου ὕδατος καλεῖται **σχετικὸν εἰδικὸν βάρος** τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ. Ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος ἐπὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὰς συνήθεις θερμοκρασίας τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἴσον μὲ 1 gr^*/cm^3, τότε ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) καταλήγομεν εἰς τὸ ἑξῆς συμπέρασμα :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

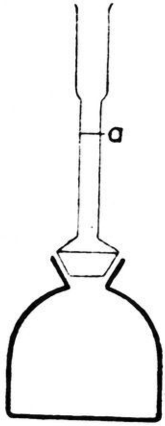
Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει γενικῶς δι' οἱονδήποτε ὑγρόν, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ′ καὶ τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ στερεοῦ σώματος ἄνωσιν Β′.

148. Μέθοδοι μετρήσεως τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.— Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ′ τοῦ ὕδατος εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας δίδεται ἀπὸ πίνακας (βλ. πίν. σελ. 161). Τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ σώματος εὑρίσκεται συνήθως μὲ μίαν ἀπὸ τὰς κατωτέρω μεθόδους:

α) Μέθοδος τῆς ἀνώσεως. 1) Σ τ ε ρ ε ὰ σ ώ μ α τ α. Εὑρίσκομεν τὸ βάρος Β τοῦ στερεοῦ σώματος καὶ ἔπειτα εὑρίσκομεν τὴν ἄνωσιν Β′, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν βυθίζεται τελείως ἐντὸς ὕδατος. Οὕτως εὑρίσκομεν τὸν λόγον $\frac{B}{B'}$.

2) Ὑ γ ρ ὰ σ ώ μ α τ α. Λαμβάνομεν ἓν στερεὸν σῶμα καὶ εὑρίσκομεν τὴν ἄνωσιν Β, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τοῦτο, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Ἔπειτα εὑρίσκομεν τὴν ἄνωσιν Β′, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ἴδιον στερεὸν σῶμα, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος. Οὕτως εὑρίσκομεν τὸν λόγον τοῦ βάρους Β ἑνὸς ὡρισμένου ὄγκου τοῦ θεωρουμένου ὑγροῦ πρὸς τὸ βάρος Β′ ἴσου ὄγκου ὕδατος, ἤτοι εὑρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ σώματος.

β) Μέθοδος τῆς ληκύθου. 1) Σ τ ε ρ ε ὰ σ ώ μ α τ α. Ἡ λήκυθος εἶναι ὑάλινον δοχεῖον (σχ. 155) μὲ πλατὺ στόμιον. Τοῦτο κλείεται μὲ ὑάλινον πῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου εἶναι ἐφηρμοσμένος τριχοειδὴς σωλήν. Πληροῦμεν τὴν λήκυθον μὲ ὕδωρ μέχρι τῆς γραμμῆς α, ἡ ὁποία εἶναι χαραγμένη ἐπὶ τοῦ σωλῆνος καὶ ζυγίζομεν τὴν λήκυθον. Ἔστω β τὸ βάρος τῆς ληκύθου καὶ Β τὸ βάρος τοῦ ἐξεταζομένου σώματος. Εἰσάγομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τῆς ληκύθου καὶ ἀφαιροῦμεν τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἀνῆλθεν ἄνωθεν τῆς γραμμῆς α τοῦ σωλῆνος. Ζυγίζομεν τὴν λήκυθον ἐκ νέου καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἔχει βάρος $\beta' < B + \beta$. Ἡ διαφορὰ $(B + \beta) - \beta' = B'$ ἐκφράζει τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπισθέντος ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον μὲ τὸν ὄγκον τοῦ σώματος. Οὕτως εὑρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ στερεοῦ σώματος.

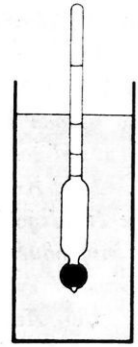


Σχ. 155. Λήκυθος.

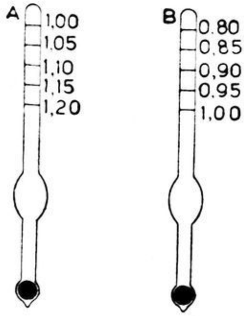
2) Ὑ γ ρ ὰ σ ώ μ α τ α. Πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α μὲ τὸ ὑπὸ ἐξέτασιν ὑγρὸν καὶ τὴν ζυγίζομεν. Ἐπειδὴ γνωρίζομεν τὸ βάρος τῆς ληκύθου κενῆς, εὑρίσκομεν τὸ βάρος Β τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ. Ἔπειτα πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α **μὲ** ὕδωρ καὶ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εὑρίσκομεν τὸ βάρος Β′ τοῦ ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον μὲ τὸν ὄγκον τοῦ ὑγροῦ. Οὕτως εὑρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ ὑγροῦ.

149. Ἀραιόμετρα.— Ἡ πυκνότης τῶν ὑγρῶν εὑρίσκεται εὐκόλως μὲ τὴν βοήθειαν εἰδικῶν ὀργάνων, τὰ **ὁποῖα καλοῦνται ἀραιόμετρα.** Τὰ πλέον εὔχρηστα εἶναι τὰ ἀ ρ α ι ό μ ε τ ρ α **σ τ α θ ε ρ ο ῦ β ά ρ ο υ ς.** Ταῦτα εἶναι ὑάλινοι πλωτῆρες, οἱ ὁποῖοι καταλήγουν εἰς κυλινδρικὸν σωλῆνα (σχ. 156). Εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ πλωτῆρος ὑπάρχει σφαῖρα, ἐντὸς τῆς ὁποίας τοποθετεῖται ἕρμα (ὑδράργυρος ἢ σφαιρίδια μολύβδου). Ὅταν τὸ ὄργανον τοῦτο ἐπιπλέῃ ἐπὶ ἑνὸς ὑγροῦ τότε τὸ ὄργανον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ τόσον, ὥστε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὸ σ τ α θ ε ρ ὸ ν βάρος τοῦ ὀργάνου. Ἑπομένως, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρόν, τόσον ὀλιγώτερον βυθίζεται τὸ ὄργανον.

Τὰ π υ κ ν ό μ ε τ ρ α βαθμολογοῦνται καταλλήλως, ὥστε ἡ διαίρεσις, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, νὰ δίδῃ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὸ σχῆμα 157 δεικνύονται δύο πυκνόμετρα. Ἐκ τούτων τὸ μὲν Α χρησιμοποιεῖται διὰ τὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά, τὸ δὲ Β διὰ τὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά.



Σχ. 156. Ἀραιόμετρον.



Σχ. 157. Πυκνόμετρον (Α) καὶ ἀραιόμετρον (Β).

Εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦνται τὰ π υ κ ν ό μ ε τ ρ α ἢ ἀ ρ α ι ό μ ε τ ρ α B a u m é, τὰ ὁποῖα ἔχουν αὐθαίρετον βαθμολογίαν. Ἡ πυκνότης, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς διαφόρους διαιρέσεις τῆς κλίμακος Baumé, εὑρίσκεται ἀμέσως ἀπὸ εἰδικοὺς πίνακας.

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται ἀραιόμετρα δι' εἰδικὰς μετρήσεις, τὰ ὁποῖα ἔχουν βαθμολογηθῆ καταλλήλως, ὥστε νὰ δεικνύουν ἀμέσως τὴν περιεκτικότητα τοῦ ὑγροῦ ὡς πρὸς ἓν συστατικόν του (οἰνοπνευματόμετρα, γαλακτόμετρα κ.ἄ.).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

131. Πόσον εἶναι τὸ ὕψος στήλης ὑδραργύρου ἢ ὕδατος ἢ οἰνοπνεύματος, ἡ ὁποία ἐπιφέρει πίεσιν 5 000 dyn/cm²; Εἰδικὰ βάρη : ὑδραργύρου : 13,6 gr/cm³· ὕδατος: 1 gr*/cm³· οἰνοπνεύματος: 0,8 gr*/cm³.*

132. Ἓν δοχεῖον ἔχει σχῆμα U καὶ περιέχει ὕδωρ ἕως τὸ μέσον του. Οἱ δύο βραχίονες αὐτοῦ ἔχουν τὴν ἰδίαν διάμετρον. Χύνομεν εἰς τὸν ἕνα βραχίονά του παραφινέλαιον εἰδικοῦ βάρους 0,8 gr/cm³· τοῦτο σχηματίζει στήλην ὕψους 5 cm. Πόσον θὰ ὑψωθῇ εἰς τὸν ἄλλον βραχίονα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος;*

133. Ἐντὸς σωλῆνος σχήματος U χύνομεν ὀλίγον ὑδράργυρον. Ἔπειτα χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἑνὸς σκέλους θειικὸν ὀξύ, εἰδικοῦ βάρους 1,84 gr/cm³, τὸ ὁποῖον σχηματίζει στήλην ὕψους 20 cm, ἐντὸς δὲ τοῦ* ἄλλου σκέλους χύνομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι τοῦ θειικοῦ ὀξέος καὶ τοῦ ὕδατος νὰ εὑρεθοῦν εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδατος.

134. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἑνὸς ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου εἶναι 3 cm^2, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ μεγάλου ἐμβόλου εἶναι 1,8 dm^2. Ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ δύναμις 4 kgr^*. Πόση δύναμις ἀναπτύσσεται ἐπὶ τοῦ μεγάλου ἐμβόλου ;

135. Κυλινδρικὸν δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ βάσις εἶναι 100 cm^2, περιέχει ἓν λίτρον ὑδραργύρου καὶ ἓν λίτρον ὕδατος. Νὰ εὑρεθῇ ἡ πίεσις ἡ ἐπιφερομένη ἐπὶ ἑκάστου σημείου τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου καὶ ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

136. Δεξαμενὴ ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τὸ ὁποῖον ἔχει μῆκος 10 m, πλάτος 4 m, ὕψος 2m. Ἡ δεξαμενὴ εἶναι πλήρης ὕδατος. Νὰ εὑρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐνεργεῖ : α) ἐπὶ τοῦ πυθμένος τῆς δεξαμενῆς καὶ β) ἐπὶ ἑκάστης τῶν κατακορύφων πλευρῶν δεξαμενῆς.

137. Μετάλλινον κυλινδρικὸν δοχεῖον ἔχει ὕψος 1,20 m καὶ διάμετρον βάσεως 1 m. Τὸ δοχεῖον εἶναι πλῆρες ἐλαιολάδου, εἰδικοῦ βάρους 0,9 gr^*/cm^3. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς κυκλικῆς βάσεως τοῦ δοχείου, εἰς τὰς ἑξῆς δύο περιπτώσεις στηρίξεως τοῦ δοχείου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους : α) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι κατακόρυφος · β) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι ὁριζόντιος.

138. Ἡ θύρα ἑνὸς ὑδροφράκτου ἔχει πλάτος 6 m. Ἑκατέρωθεν αὐτοῦ ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι 3 m καὶ 2,8 m. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις αἱ ἐνεργοῦσαι ἐπὶ ἑκάστης ἐπιφανείας τῆς θύρας.

139. Ἓν φορτωμένον πλοῖον ἔχει βάρος 10 000 tn^*. Ἐὰν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι 1,028 gr^*/cm^3, νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος τοῦ βυθισμένου ἐντὸς τῆς θαλάσσης μέρους τοῦ πλοίου. Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος οὗτος, ἐὰν τὸ πλοῖον εἰσέλθῃ ἐντὸς ποταμοῦ, τοῦ ὁποίου τὸ ὕδωρ ἔχει εἰδικὸν βάρος 1 gr^*/cm^3 ;

140. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 40,47 gr^* καὶ ἐντὸς ὕδατος 34,77 gr^*. Πόσον ζυγίζει, ὅταν βυθισθῇ ἐντὸς οἰνοπνεύματος, τοῦ ὁποίου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι 0,79 gr^*/cm^3 ;

141. Μία σφαῖρα ἐξ ὀρειχάλκου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 160 gr^*. Ὅταν αὕτη βυθισθῇ ἐντὸς ὕδατος ζυγίζει 100 gr^*. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι 8 gr^*/cm^3. Νὰ δειχθῇ ὅτι ἡ σφαῖρα εἶναι κοίλη καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος.

142. Μία συμπαγὴς καὶ ὁμογενὴς σφαῖρα ἐκ σιδήρου εἰδικοῦ βάρους 7,8 gr/cm³, βυθίζεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ὕδωρ καὶ ὑδράργυρον εἰδικοῦ βάρους 13,6 gr*/cm³. Ἡ σφαῖρα ἰσορροπεῖ βυθιζομένη ἐν μέρει ἐντὸς τοῦ ὑδραργύρου. Νὰ εὑρεθῇ πόσον μέρος τοῦ ὅλου ὄγκου τῆς σφαίρας εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑδραργύρου.*

143. Ἓν κυβικὸν τεμάχιον ξύλου, ἔχον πλευρὰν 10 cm, βυθίζεται πρῶτον ἐντὸς ὕδατος καὶ ἔπειτα ἐντὸς ἐλαίου. Νὰ εὑρεθῇ πόσον μέρος τῆς πλευρᾶς τοῦ κύβου εὑρίσκεται ἔξω ἀπὸ τὸ ὑγρόν, εἰς καθεμίαν ἀπὸ τὰς δύο ἀνωτέρω περιπτώσεις. Τὰ εἰδικὰ βάρη τοῦ ξύλου καὶ τοῦ ἐλαίου εἶναι ἀντιστοίχως 0,6 gr/cm³ καὶ 0,8 gr*/cm³.*

144. Ἀπὸ τὸν δίσκον $Δ_1$ ἑνὸς ζυγοῦ ἐξαρτᾶται σῶμα Α καὶ ἀπὸ τὸν δίσκον $Δ_2$ ἐξαρτᾶται σῶμα Β ἔχον βάρος 10 gr καὶ εἰδικὸν βάρος 8 gr*/cm³· τότε ὁ ζυγὸς ἰσορροπεῖ. Βυθίζομεν τὸ μὲν σῶμα Α ἐντὸς ὕδατος, τὸ δὲ σῶμα Β ἐντὸς ὑγροῦ εἰδικοῦ βάρους 0,88 gr*/cm³· ὁ ζυγὸς καὶ πάλιν ἰσορροπεῖ. Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος Α.*

145. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 40,05 gr καὶ εἰς τὸ ὕδωρ 35,55 gr*. Τὸ ἀνωτέρω μέταλλον συνενώνεται μὲ τεμάχιον παραφίνης· τὸ σύστημα ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 47,88 gr* καὶ εἰς τὸ ὕδωρ 34,38 gr*. Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος τῆς παραφίνης.*

146. Λήκυθος ἔχει βάρος 130 gr, ὅταν εἶναι πλήρης ὕδατος καὶ 120 gr*, ὅταν εἶναι πλήρης ἐλαίου, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰδικὸν βάρος 0,9 gr*/cm³. Πόσον εἶναι τὸ βάρος τῆς ληκύθου, ὅταν αὕτη εἶναι κενή; Θέτομεν ἐντὸς τῆς ληκύθου τεμάχιον σιδήρου καὶ πληροῦμεν τὴν λήκυθον μὲ ὕδωρ. Ἡ λήκυθος ζυγίζει τότε 398 gr*. Πόσος εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ σιδήρου, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σιδήρου εἶναι 7,7 gr*/cm³.*

147. Ὁμογενὲς τεμάχιον ἀλουμινίου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 270 gr. Βυθιζόμενον ἐντὸς ὕδατος 18° C ζυγίζει 170,14 gr*. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἰς 18° C εἶναι 0,9986 gr*/cm³. Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀλουμινίου.*

148. Κυβικὸν τεμάχιον πάγου ἔχει ἀκμὴν 3 cm καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας διαλύματος ἅλατος θερμοκρασίας 0°C. Διὰ νὰ βυθισθῇ ἐξ ὁλοκλήρου ὁ πάγος ἐντὸς τοῦ διαλύματος, θέτομεν ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας του βάρος 7,56 gr. Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ διαλύματος. Πόσον μέρος τῆς ἀκμῆς τοῦ κύβου θὰ εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τοῦ διαλύματος, ἂν ἀφαιρέσωμεν τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον ἐτέθη ἐπὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τοῦ πάγου; Εἰδικὸν βάρος πάγου : 0,92 gr*/cm³.*

149. Μία κοίλη σφαῖρα ἐκ μετάλλου, εἰδικοῦ βάρους ρ, θέλομεν νὰ βυθίζεται κατὰ τὸ ἥμισυ ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ βάρος τῆς σφαίρας εἶναι Β, πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ πάχος τῶν τοιχωμάτων της. Ἐφαρμογή : $\varrho = 9\ gr^*/cm^3$, $B = 30\ kgr^*$

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

150. Χαρακτηριστικὰ τῶν ἀερίων.— Τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὰ ρ ε υ σ τ ὰ σ ώ μ α τ α (§ 131). Καὶ τὰ δύο αὐτὰ εἴδη τῶν ρευστῶν δὲν ἔχουν ὡρισμένον σχῆμα, ἕνεκα τῆς ἐξαιρετικῆς εὐκινησίας τῶν μορίων των. Ἀντιθέτως ὅμως πρὸς τὰ ὑγρά, τὰ ὁποῖα εἶναι (σχεδὸν) ἀσυμπίεστα, τὰ ἀέρια εἶναι πολὺ συμπιεστά. Ἕνεκα αὐτῆς τῆς ἰδιότητός των τὰ ἀέρια δὲν ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ καταλαμβάνουν ὅλον τὸν χῶρον, ὁ ὁποῖος προσφέρεται εἰς αὐτά. Ἄρα τὰ ἀέρια χαρακτηρίζονται ἀπὸ μεγάλην **τάσιν πρὸς διαστολήν**. Ἐὰν συμπιέσωμεν ἐλαφρῶς τὸ ἐντὸς δοχείου περιεχόμενον ἀέριον, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις καταργηθῇ ἡ ἐπιφερομένη ἐπ' αὐτοῦ πίεσις, τὸ ἀέριον ἀναλαμβάνει τὸν ἀρχικὸν ὄγκον του. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι τὰ ἀέρια ἔχουν τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου. Ὥστε:

Ι. Τὰ ἀέρια δὲν παρουσιάζουν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν ὡς καὶ εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου των, παρουσιάζουν ὅμως μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τὴν ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου των.

ΙΙ. Τὰ ἀέρια χατακτηρίζονται ἀπὸ μεγίστην τάσιν πρὸς διαστολὴν καὶ τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου.

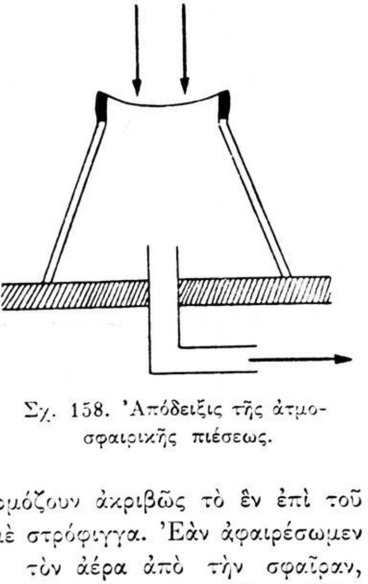
Ἡ τάσις τῶν ἀερίων πρὸς διαστολὴν φανερώνει ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τῶν ἀερίων δὲν ἀναπτύσσονται δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι νὰ ἐξασφαλίζουν τὴν συνοχὴν τῆς μάζης τοῦ ἀερίου. Ὅταν λοιπὸν ἓν ἀέριον εὑρίσκεται ἐντὸς δοχείου, τὸ ἀέριον δὲν παρουσιάζει ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

151. Βάρος τῶν ἀερίων.— Διὰ τῆς ἀεραντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ ἓν δοχεῖον καὶ τὸ ζυγίζομεν. Ἔπειτα πληροῦμεν τὸ δοχεῖον μὲ ἓν ἀέριον καὶ τὸ ζυγίζομεν ἐκ νέου. Οὕτως εὑρίσκομεν ὅτι ὅ λ α τ ὰ ἀέρια ἔχουν βάρος. Ἐν συγκρίσει ὅμως πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια ἔχουν πολὺ μικρότερον εἰδικὸν βάρος. Εὑρέθη ὅτι:

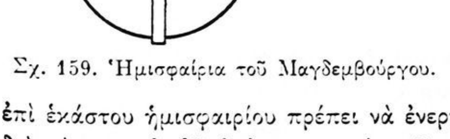
Ἓν λίτρον ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας (θερμοκρασία 0^0 C καὶ πίεσις 760 mm Hg) ἔχει βάρος 1,293 gr*.

152. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.— Ἡ ἀτμόσφαιρα εἶναι στρῶμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον περιβάλλει τὸν πλανήτην μας καὶ συγκρατεῖται ἕνεκα τῆς βαρύτητος. Ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας ἀναπτύσσεται πίεσις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις**. Ἡ πίεσις αὐτὴ ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων στρωμάτων τοῦ ἀέρος. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐξασκεῖται ἐπὶ παντὸς σώματος, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας.

Ἡ ὕπαρξις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἀποδεικνύεται εὐκόλως. α) Ἐπὶ τοῦ δίσκου ἀεραντλίας στερεώνομεν ὑάλινον δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ μία βάσις κλείεται μὲ μεμβράνην (σχ. 158). Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τὸ δοχεῖον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μεμβράνη κατ' ἀρχὰς κοιλαίνεται καὶ τέλος διαρρηγνύεται. β) Δύο μεταλλικὰ ἡμισφαίρια (σχ. 159) δύνανται νὰ ἐφαρμόζουν ἀκριβῶς τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου. Τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν φέρει σωλῆνα μὲ στρόφιγγα. Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τὴν σφαῖραν, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν τὰ δύο ἡμισφαίρια, παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ νὰ ἀποχωρίσωμεν τὰ ἡμισφαίρια, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπ' αὐτῶν πολὺ μεγάλας δυνάμεις. Ὅταν τὰ ἡμισφαίρια ἔχουν διάμετρον 10 cm, τότε ἐπὶ ἑκάστου ἡμισφαιρίου πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις 80 **kgr*** περίπου, διὰ νὰ κατορθωθῇ ὁ ἀποχωρισμὸς τῶν ἡμισφαιρίων.

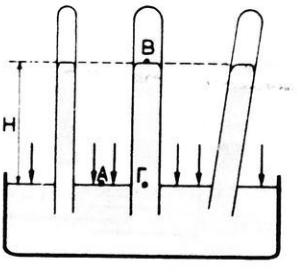


Σχ. 158. Ἀπόδειξις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.



Σχ. 159. Ἡμισφαίρια τοῦ Μαγδεμβούργου.

153. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.—'Η δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐπιφέρει ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ 1 cm^2 τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δηλ. ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, εἶναι προφανῶς ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm καὶ ὕψος ἴσον μὲ τὸ ὕψος ὁλοκλήρου τῆς ἀτμοσφαίρας. 'Ο ὑπολογισμὸς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἶναι ἀδύνατος, διότι εἶναι ἄγνωστον τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας καὶ διότι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη, καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.'Η μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἐπιτυγχάνεται πειραματικῶς μὲ τὸ γνωστὸν πείραμα τοῦ Torricelli. Λαμβάνομεν ὑάλινον σωλῆνα μήκους ἑνὸς μέτρου περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον του. Πληροῦμεν τελείως τὸν σωλῆνα μὲ ὑδράργυρον· κλείομεν τὸν σωλῆνα μὲ τὸν δάκτυλον καὶ τὸν ἀναστρέφομεν ἐντὸς λεκάνης μὲ ὑδράργυρον (σχ. 160). 'Ο ὑδράργυρος κατέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ σχηματίζει στήλην ὕψους H = 76 cm περίπου, ὅταν πειραματιζώμεθα πλησίον τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. 'Η κατακόρυφος ἀπόστασις H τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἐντὸς τῆς λεκάνης εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν τομήν, τὸ σχῆμα καὶ τὴν κλίσιν τοῦ σωλῆνος. Τὸ πείραμα τοῦτο μᾶς ἐπιτρέπει νὰ μετρήσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Εἰς τὸ σημεῖον A τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης ἐνεργεῖ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις p_A . Εἰς τὸ σημεῖον Γ, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ ὑδραργύρου, ἀλλὰ ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τοῦ A, ἡ p_Γ εἶναι ἴση μὲ τὴν p_A . Εἰς δὲ τὸ σημεῖον B τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἡ πίεσις εἶναι μηδέν, διότι ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑπάρχει κενὸν (βαρομετρικὸν κενόν). Ὥστε ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A ἰσορροπεῖ στήλην ὑδραργύρου ὕψους 76 cm ἤτοι εἶναι :



Σχ. 160. Τὸ ὕψος H μετρεῖ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

$$p_A = H \cdot \rho = 76\ cm \cdot 13{,}6\ gr^*/cm^3 = 1\ 033\ gr^*/cm^2.$$

'Η πίεσις αὐτὴ καλεῖται **κανονικὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις** ἢ καὶ πίεσις μιᾶς **φυσικῆς ἀτμοσφαίρας** (1 Atm).

'Η κανονικὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι ἴση μὲ τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου ὕψους 76 cm εἰς θερμοκρασίαν 0° C.

1 Atm	$= 1{,}033 \text{ kgr}^* / \text{cm}^2 = 76 \text{ cm Hg}$
1 at	$= 1{,}000 \text{ kgr}^* / \text{cm}^2 = 73{,}5 \text{ cm Hg}$
1 cm Hg	$= 13{,}6 \text{ gr}^* / \text{cm}^2$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἰσορροπεῖ στήλην ὕδατος ὕψους 1 033 cm, ἢ 10,33 m.

Συνήθως τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μετρεῖται εἰς χιλιοστόμετρα. Οὕτως ἡ κανονικὴ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις λέγομεν ὅτι εἶναι 760 mm Hg. Ἡ πίεσις 1 mm Hg καλεῖται Torr (ἀπὸ τὸ ὄνομα τοῦ Torricelli) καὶ εἶναι:

$$1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ Torr} = 1{,}36 \text{ gr}^* / \text{cm}^2$$

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μετρεῖται μὲ τὴν μονάδα πιέσεως Bar καὶ τὰ ὑποπολλαπλάσια αὐτῆς millibar καὶ microbar. Εἶναι δέ:

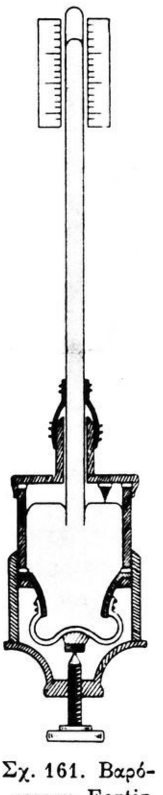
1 Bar (B) $= 10^6$ dyn/cm²

1 millibar (mB) $= 10^{-3}$ B $= 10^3$ dyn/cm² $= 0{,}75$ mmHg

1 microbar (μB) $= 10^{-6}$ B $= 1$ dyn/cm²

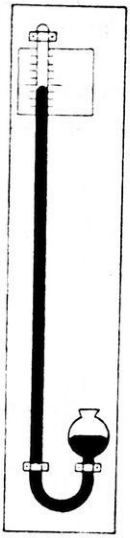
154. Βαρόμετρα.— Τὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως καλοῦνται **βαρόμετρα**. Διακρίνομεν δύο εἴδη βαρομέτρων: α) Τὰ **ὑδραργυρικὰ βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὸ πείραμα τοῦ Torricelli. Εἰς τὰ ὄργανα αὐτά, τὰ ὁποῖα εἶναι ἀκριβῆ, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἰσορροπεῖται ἀπὸ τὴν στήλην ὑδραργύρου. β) Τὰ **μεταλλικὰ βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς παραμορφώσεις, τὰς ὁποίας ὑφίσταται μεταλλικὸν κιβώτιον, κενὸν ἀέρος, ὅταν μεταβάλλεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.

α) Βαρόμετρον τοῦ Fortin. Τὸ βαρόμετρον τοῦ Fortin δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὅμως πολὺ εὔχρηστον. Εἰς τὸ βαρόμετρον τοῦτο (σχ. 161) ὁ πυθμὴν τῆς λεκάνης του δύναται νὰ μετακινῆται κατακορύφως μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου. Ἡ διάταξις αὐτὴ ἐπιτρέπει νὰ φέ-



Σχ. 161. Βαρόμετρον Fortin.

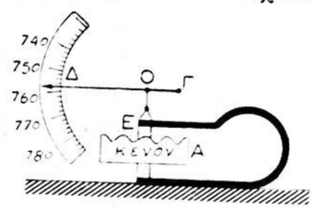
ρωμεν τὴν στάθμην τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ἄκρον σταθερᾶς ἀκίδος ἀπὸ ὕαλον ἢ ἐλεφαντοστοῦν. Τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μηδὲν τῆς κατακορύφου κλίμακος, ἡ ὁποία ὑπάρχει κατὰ μῆκος τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος. Τὸ βαρόμετρον τοῦτο μεταφέρεται εὐκόλως. Μὲ τὸν κοχλίαν ἀνυψώνομεν τὸν πυθμένα τῆς λεκάνης, ἕως ὅτου ὁλόκληρος ἡ λεκάνη καὶ ὁ σωλὴν πληρωθοῦν μὲ ὑδράργυρον. Ὁ ἀήρ, ὁ ὁποῖος ὑπάρχει εἰς τὴν λεκάνην, ἐκφεύγει διὰ τοῦ δέρματος, μὲ τὸ ὁποῖον ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν εἶναι στερεωμένος εἰς τὴν λεκάνην.



Σχ. 162. Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.

β) Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον. Τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ κεκαμμένον ὑάλινον σωλῆνα (σχ. 162). Τὸ μικρότερον σκέλος του εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ἀποτελεῖ τὴν λεκάνην τοῦ βαρομέτρου. Τὸ μακρότερον σκέλος εἶναι εἰς τὸ ἄκρον του κλειστόν. Κατὰ μῆκος τοῦ ὀργάνου ὑπάρχει κλῖμαξ.

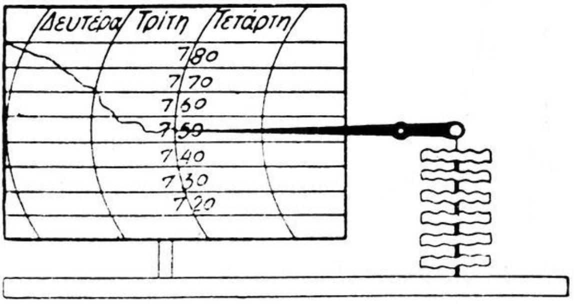
γ) Μεταλλικὸν βαρόμετρον. Τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς ἰδιότητας τῶν μετάλλων. Αἱ μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως προκαλοῦν ἐλαστικὰς παραμορφώσεις τῆς ἀνωτέρας βάσεως τοῦ μεταλλικοῦ δοχείου Α (σχ. 163), ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀήρ. Διὰ νὰ μὴ διαρραγῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς πιέσεως ἡ εὔκαμπτος ἐπιφάνεια τοῦ δοχείου, ὑπάρχει ἐσωτερικῶς ἢ ἐξωτερικῶς κατάλληλον ἐλατήριον. Ὅταν αὐξάνεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἡ ἀνωτέρα βάσις τοῦ δοχείου κάμπτεται ὀλίγον καὶ τὸ ἐλατήριον συμπιέζεται. Αἱ παραμορφώσεις αὐταὶ μεταδίδονται διὰ συστήματος μοχλῶν εἰς δείκτην, ὁ ὁποῖος μετακινεῖται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ ὄργανον βαθμολογεῖται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.



Σχ. 163. Μεταλλικὸν βαρόμετρον.

δ) Βαρογράφος. Τὸ μεταλλικὸν βαρόμετρον, τροποποιούμενον καταλλήλως μετατρέπεται εἰς **αὐτογραφικὸν βαρόμετρον** ἢ **βαρογρά-**

φον. Τὸ ὄργανον τοῦτο καταγράφει τὴν εἰς ἑκάστην στιγμὴν ὑπάρχουσαν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (σχ. 164). Ἡ καταγραφὴ γίνεται ἐπὶ ταινίας χάρτου, τυλιγμένης πέριξ κατακορύφου κυλίνδρου. Οὗτος περιστρέφεται ἰσοταχῶς διὰ μηχανισμοῦ ὡρολογίου καὶ ἐκτελεῖ ὁλόκληρον περιστροφὴν ἐντὸς μιᾶς ἑβδομάδος ἢ ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας.

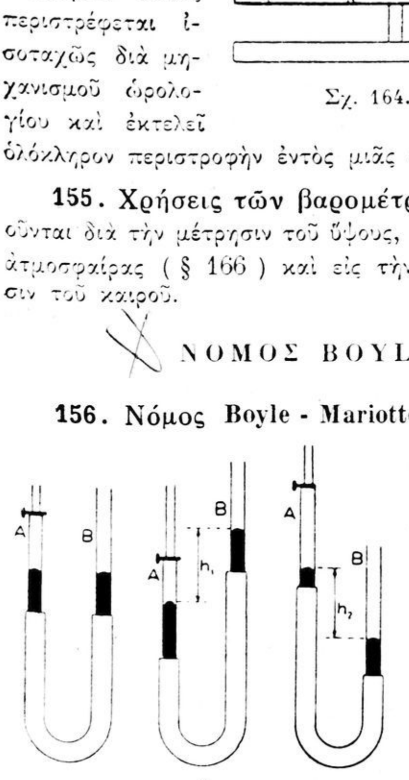


Σχ. 164. Αὐτογραφικὸν βαρόμετρον.

155. Χρήσεις τῶν βαρομέτρων.— Τὰ βαρόμετρα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους, εἰς τὸ ὁποῖον ἀνερχόμεθα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (§ 166) καὶ εἰς τὴν Μετεωρολογίαν διὰ τὴν πρόγνωσιν τοῦ καιροῦ.

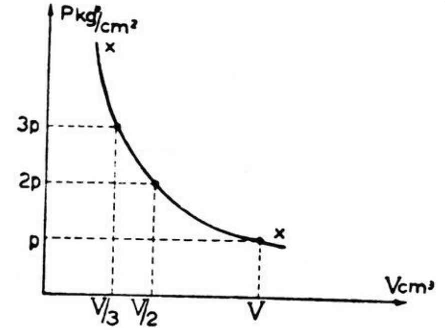
ΝΟΜΟΣ BOYLE-MARIOTTE

156. Νόμος Boyle - Mariotte.— Ἂς ἐξετάσωμεν πῶς μεταβάλλεται ἡ πίεσις ἀερίου, ὅταν μεταβάλλεται ὁ ὄγκος του. Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν δύο σωλῆνας Α καὶ Β (σχ. 165 α), οἱ ὁποῖοι συνδέονται μὲ ἀνθεκτικὸν ἐλαστικὸν σωλῆνα. Ὁ σωλὴν Α φέρει στρόφιγγα, ἡ ὁποία κλείει ἀεροστεγῶς. Ἐπὶ τοῦ σωλῆνος Α ὑπάρχουν διαιρέσεις εἰς κυβικὰ ἑκατοστόμετρα. Ὅταν ἡ στρόφιγξ εἶναι ἀνοικτή, χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἑνὸς σωλῆνος ὑδράργυρον. Οὗτος φθάνει καὶ εἰς τοὺς δύο σωλῆνας εἰς τὸ ἴδιον ὕψος. Ὁ σωλὴν Β δύναται νὰ ἀναβιβάζεται καὶ νὰ καταβιβά-



Σχ. 165. Ἀπόδειξις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

ζεται ἔμπροσθεν κανόνος, ὁ ὁποῖος φέρει διαιρέσεις εἰς ἑκατοστόμετρα.



Σχ. 166. Μεταβολὴ τῆς πιέσεως συναρτήσει τοῦ ὄγκου.

'Εὰν κλείσωμεν τὴν στρόφιγγα, ἀποκλείεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος A μᾶζα ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει ὄγκον V καὶ πίεσιν p ἴσην μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. 'Εὰν ὁ ἀνοικτὸς σωλὴν B ἀνυψωθῇ (σχ. 165 β), τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀποκλεισθέντος ἀέρος γίνεται V_1, καὶ ἡ πίεσις του γίνεται $p_1 = p + h_1$. 'Αντιθέτως, ἐὰν ὁ ἀνοικτὸς σωλὴν B καταβιβασθῇ (σχ. 165 γ), τότε ὁ μὲν ὄγκος του γίνεται V_2, ἡ δὲ πίεσίς του γίνεται $p_2 = p - h_2$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι πάντοτε εἶναι :

$$V \cdot p = V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2 = \text{σταθ.}$$

'Απὸ τὰ πειραματικὰ ἐξαγόμενα συνάγεται ὁ ἀκόλουθος **νόμος Boyle - Mariotte :**

Ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον μιᾶς ὡρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι σταθερόν.

νόμος Boyle — Mariotte : $p \cdot V = \text{σταθ}$.

'Απὸ τὴν σχέσιν $V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2$ εὑρίσκομεν ὅτι

Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν οἱ ὄγκοι, τοὺς ὁποίους καταλαμβάνει ὡρισμένη μᾶζα ἀερίου, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς πιέσεις του.

$$\boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}}$$

'Η καμπύλη τοῦ σχήματος 166 παριστᾷ γραφικῶς τὴν μεταβολὴν τῆς πιέσεως ὡρισμένης μάζης ἀερίου.

***157. Ἰσχὺς τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.**— Ἀκριβεῖς μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι ὁ νόμος Boyle - Mariotte δὲν ἐφαρμόζεται ἀπολύτως εἰς τὰ **φυσικὰ ἀέρια**. Τὰ ἰδεώδη ἀέρια, εἰς τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζεται ἀκριβῶς ὁ νόμος Boyle - Mariotte, καλοῦνται **τέλεια** ἢ **ἰδανικὰ ἀέρια**. Ὁ νόμος Boyle - Mariotte, ἐφαρμόζεται μὲ ἀρκετὴν προσέγγισιν, μόνον εἰς ἐκεῖνα τὰ φυσικὰ ἀέρια, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τὰς συνθήκας ὑγροποιήσεώς των καὶ μόνον διὰ μικρὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως.

***158. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος ἀερίου.**— Ἄς θεωρήσωμεν μᾶζαν ἀερίου m, ἡ ὁποία ὑπὸ πίεσιν p καταλαμβάνει ὄγκον V. Ἡ πυκνότης d τοῦ ἀερίου εἶναι τότε : $d = \frac{m}{V}$. Ἐὰν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου γίνῃ V', ἡ πίεσίς του μεταβάλλεται καὶ γίνεται p'. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου γίνεται τότε : $d' = \frac{m}{V'}$. Ἄρα ἔχομεν : $m = d \cdot V = d' \cdot V'$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι εἶναι : $\frac{d}{d'} = \frac{V'}{V}$

Ἀλλὰ συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte εἶναι : $\frac{p}{p'} = \frac{V'}{V}$

Ἄρα εἶναι: $\frac{d}{d'} = \frac{p}{p'}$ Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συνάγεται :

Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου διατηρῆται σταθερά, ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ ἀερίου.

159. Σχετικὴ πυκνότης ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.— Ἄς θεωρήσωμεν ἕνα ὄγκον V ἀερίου, π.χ. ὀξυγόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει πυκνότητα d, θερμοκρασίαν 0^0 C καὶ πίεσιν p_0. Τὸ ἀέριον τοῦτο ἔχει τότε μᾶζαν $m = V \cdot d$. Λαμβάνομεν ἴσον ὄγκον ἀέρος, ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ ἀέριον (δηλαδὴ 0^0 C καὶ p_0) καὶ πυκνότητα D. Ὁ ἀὴρ οὗτος ἔχει μᾶζαν : $M = V \cdot D$. Διαιροῦμεν κατὰ μέλη τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις, ὁπότε λαμβάνομεν : $\frac{m}{M} = \frac{d}{D} = \delta$. Ὁ εὑρεθεὶς λόγος **δ** φανερώνει πόσας φορὰς τὸ ληφθὲν ἀέριον εἶναι βαρύτερον ἢ ἐλαφρότερον ἀπὸ ἴσον ὄγκον ἀέρος, εὑρισκομένου ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ ἀέριον. Ὁ λόγος αὐτὸς δ καλεῖται **σχετικὴ πυκνότης** τοῦ ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα. Ὥστε :

I. Σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ἀέρος, ἔχοντος τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ ἀέριον.

II. Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς ἀερίου ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ἀέρος, ὅταν τὸ ἀέριον καὶ ὁ ἀὴρ εὑρίσκωνται ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως.

σχετικὴ πυκνότης ἀερίου : $\delta = \dfrac{d}{D}$

Παρατήρησις. Δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν σχετικὴν πυκνότητα ἑνὸς ἀερίου ὡς ἑξῆς : Γνωρίζομεν ἐκ τῆς Χημείας ὅτι ἓν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου, εὑρισκομένου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως (δηλαδὴ 0^0 C καὶ 760 mm Hg), καταλαμβάνει ὄγκον 22,4 λίτρα. Ἂν μ εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου, τότε ἔχομεν ὅτι : 22,4 λίτρα τοῦ ἀερίου ἔχουν βάρος μ gr*. Ἂν τώρα λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας ἔχει βάρος 1,293 gr*, τότε ἔχομεν ὅτι : 22, 4 λίτρα ἀέρος ἔχουν βάρος 1,293 · 22,4 = 28,96 gr*. Ἄρα ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἶναι :

$$\delta = \frac{\mu}{1{,}293 \cdot 22{,}4} = \frac{\mu}{28{,}96}$$

Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἑνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τοῦ μοριακοῦ βάρους τοῦ ἀερίου διὰ 28,96.

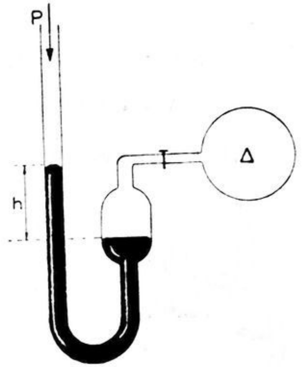
160. Μανόμετρα.— Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πιέσεως τῶν ἀερίων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **μανόμετρα.** Ὑπάρχουν δύο τύποι μανομέτρων : α) τὰ **μανόμετρα μὲ ὑγρὸν** καὶ β) τὰ **μεταλλικὰ μανόμετρα.**

α) Ἀνοικτὸν μανόμετρον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ δοχεῖον σχήματος U (σχ. 167), τὸ ὁποῖον περιέχει συνήθως ὑδράργυρον. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἐπικρατῇ πίεσις ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ὁ ὑδράργυρος εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ἐντὸς τῶν δύο σωλήνων τοῦ δοχείου.

Ἂν ἡ πίεσις p τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ δὲν εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν, τότε αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τῶν δύο σωλήνων παρουσιάζουν διαφορὰν στάθμης ἴσην μὲ h. Συνεπῶς ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ εἶναι :

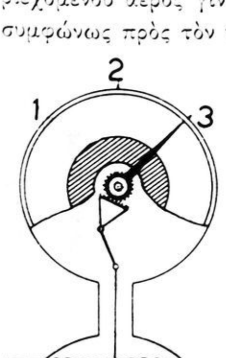
πίεσις ἀερίου = ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ± πίεσις στήλης ὑδραργύρου h ἑκατοστομέτρων

$$p_{\text{ἀερ}} = p_{\text{ἀτμ}} \pm h$$

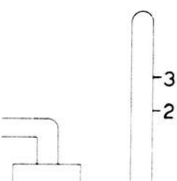


Σχ. 167. Μέτρησις τῆς πιέσεως ἀερίου.

β) Κλειστὸν μανόμετρον. Τὸ μανόμετρον τοῦτο χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν εὔκολον μέτρησιν ἀρκετὰ μεγάλων πιέσεων. Εἰς τὸ κλειστὸν μανόμετρον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστὸς καὶ περιέχει ποσότητα ἀέρος (σχ. 168). Ὅταν ὁ ὄγκος τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεται τὸ 1/2, 1/3, 1/4... τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte ἡ πίεσις τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεται ἴση μὲ 2, 3, 4... ἀτμοσφαίρας. Ἐφ' ὅσον λοιπὸν αὐξάνεται ἡ πίεσις, αἱ διαιρέσεις τοῦ σωλῆνος εὑρίσκονται πλησιέστερον ἡ μία πρὸς τὴν ἄλλην. Καὶ εἰς τὰ κλειστὰ μανόμετρα χρησιμοποιεῖται συνήθως ὁ ὑδράργυρος.



Σχ. 169. Μεταλλικὸν μανόμετρον.

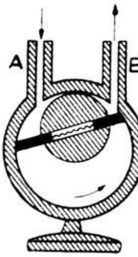


Σχ. 168. Κλειστὸν μανόμετρον.

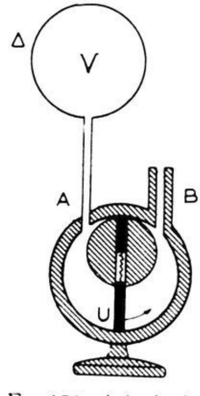
γ) Μεταλλικὰ μανόμετρα. Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα ἀποτελοῦνται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον μὲ ἐλαστικὰ τοιχώματα. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου ἐνεργεῖ ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ μετρήσωμεν. Τὸ δοχεῖον ὑφίσταται παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι τόσον μεγαλύτεραι, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ πίεσις. Αἱ παραμορφώσεις αὐταὶ πολλαπλασιάζονται διὰ συστήματος μοχλῶν, οἱ ὁποῖοι ἀναγκάζουν ἕνα δείκτην νὰ στρέφεται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ σχῆμα 169 δεικνύει ἕνα πολὺ χρησιμοποιούμενον τύπον μεταλλικοῦ μανομέτρου (μὲ μαμβράνην). Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν βιομηχανίαν, δὲν εἶναι ὅμως πολὺ ἀκριβῆ.

ΑΝΤΛΙΑΙ ΑΕΡΙΩΝ ΚΑΙ ΥΓΡΩΝ

161. 'Αεραντλίαι.— Αἱ **ἀεραντλίαι** χρησιμοποιοῦνται εἴτε διὰ τὴν ἀραίωσιν τοῦ ἀερίου, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς δοχείου ἔχοντος σταθερὸν ὄγκον, εἴτε διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἀερίου τοῦ περιεχομένου ἐντὸς ὡρισμένου χώρου. Σήμερον χρησιμοποιεῖται εὐρύτατα ἡ **περιστροφικὴ ἀεραντλία.** Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ σιδηροῦν κύλινδρον (σχ. 170), ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιστρέφεται μεταλλικὸν τύμπανον. Μεταξὺ τῶν σωλήνων Α καὶ Β τὸ στρεφόμενον τύμπανον ἐφαρμόζει ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ κυλίνδρου. Πέραν ὅμως τοῦ σημείου τούτου τὸ διάστημα μεταξὺ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ τυμπάνου γίνεται συνεχῶς πλατύτερον μέχρι τοῦ κατωτέρου σημείου. Εἰς μίαν ἐντομὴν τοῦ τυμπάνου ὀλισθαίνουν δύο πλάκες ἀπὸ χάλυβα, αἱ ὁποῖαι χάρις εἰς ἓν ἐλατήριον εὑρίσκονται πάντοτε εἰς ἐπαφὴν μὲ τὰ τοιχώματα τοῦ σώματος τῆς ἀντλίας. Καθ' ἑκάστην ἡμίσειαν στροφὴν τοῦ τυμπάνου ἀπομονώνεται μία μᾶζα ἀέρος, ὁ ὁποῖος συμπιεζόμενος συνεχῶς ἐκδιώκεται διὰ τοῦ ἀνοίγματος Β (σχ. 171).



Σχ. 170. Περιστροφικὴ ἀεραντλία.



Σχ. 171. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας τῆς περιστροφικῆς ἀεραντλίας.

***162. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων.**—Μὲ τὰς ἀεραντλίας εἶναι πρακτικῶς ἀδύνατον νὰ δημιουργήσωμεν ἀ π ό λ υ τ ο ν κ ε ν ό ν. Ὅταν λέγωμεν ὅτι εἰς ἕνα χῶρον ἐδημιουργήσαμεν κ ε ν ό ν, ἐννοοῦμεν ὅτι εἰς τὸν χῶρον τοῦτον ἐπικρατεῖ πίεσις πολὺ μικροτέρα ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Τὸ καλύτερον κενόν, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν, ἀντιστοιχεῖ εἰς πιέσεις, αἱ ὁποῖαι μετροῦνται εἰς ἑκατομμυριοστὰ τοῦ χιλιοστομέτρου ὑδραργύρου. Ἡ πίεσις αὐτὴ εἶναι περίπου τὸ ἓν δισεκατομμυριοστὸν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, πρέπει ὅμως νὰ θεωρῆται σημαντική, διότι ὑπὸ τὴν πίεσιν αὐτὴν καὶ εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C εἰς 1 cm^3 τοῦ ἀερίου περιέχονται 35 δισεκατομμύρια μόρια ἀερίου (ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν περιέχονται $27 \cdot 10^{18}$ μόρια). Διὰ νὰ ἀφαιρεθοῦν ἀπὸ ἕνα χῶρον, εἰς τὸν ὁποῖον ἐδημιουργήθη κενόν, καὶ τὰ τελευταῖα ἴχνη τοῦ ἀερίου, χρησιμοποιοῦνται συνήθως κατάλληλα εἴδη ἄνθρακος, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν μεγάλην ἀπορροφητικὴν ἱκανότητα. Ἡ ἱκανότης αὐτὴ τοῦ ἄνθρακος γίνεται πολὺ μεγαλυτέρα, ἂν ὁ ἄνθραξ ψυχθῇ δι' ὑγροῦ ἀέρος, ὑγροῦ ὑδρογόνου, ἢ ἡλίου.

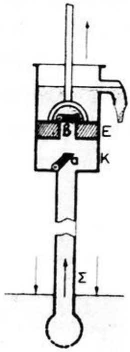
Ἡ πραγματοποίησις πολὺ χαμηλῶν πιέσεων, δηλαδὴ ἡ πραγματοποίησις πολὺ μεγάλης ἀραιώσεως τῶν ἀερίων, εἶχεν ἐξαιρετικὴν σημασίαν διὰ τὴν νεωτέραν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν καὶ διὰ πολλὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς (σωλῆνες παραγωγῆς ἀκτίνων Röntegen, ἠλεκτρονικοὶ σωλῆνες, φωτοηλεκτρικὸν κύτταρον κ.ἄ.).

Ἐπίσης ἡ πραγματοποίησις πολὺ ὑψηλῶν πιέσεων εἶχε μεγάλην σημασίαν, τόσον διὰ τὴν ἀνάπτυξιν διαφόρων πρακτικῶν ἐφαρμογῶν, ὅσον καὶ διὰ τὴν σπουδὴν τῶν ἰδιοτήτων, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη, ὅταν αὕτη εὑρεθῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πιέσεως χιλιάδων ἀτμοσφαιρῶν. Οὕτω κατὰ τὴν συνθετικὴν παρασκευὴν πολλῶν χημικῶν ἑνώσεων (ἀμμωνίας, μεθανόλης κ.ἄ.) χρησιμοποιοῦνται πολὺ μεγάλαι πιέσεις. Γενικῶς ἀπεδείχθη ὅτι ἡ συμπίεσις διευκολύνει τὴν χημικὴν συγγένειαν καὶ αὐξάνει καταπληκτικῶς τὴν ταχύτητα τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἡ χρησιμοποίησις πολὺ μεγάλων πιέσεων καθιστᾷ τελείως περιττοὺς τοὺς καταλύτας. Πολὺ ἐνδιαφέρουσαι εἶναι καὶ αἱ ἰδιότητες, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πολὺ μεγάλων πιέσεων. Οὕτω τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον θεωροῦμεν ὡς ὑγρὸν σχεδὸν ἀσυμπίεστον, ὅταν εὑρεθῇ ὑπὸ πίεσιν 25 000 ἀτμοσφαιρῶν, συμπεριφέρεται ὅπως ἓν τεμάχιον καουτσούκ. Εἰς τὰς πολὺ μεγάλας πιέσεις ὑφίσταται σημαντικὰς μεταβολὰς καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἀγωγιμότης τῶν σωμάτων.

***163. Ὑδραντλίαι.**— Αἱ **ὑδραντλίαι** χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν ἄντλησιν ὑγρῶν. Τὰ συνηθέστερα εἴδη ὑδραντλιῶν εἶναι τὰ ἑξῆς:

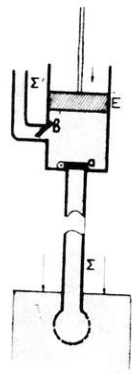
α) Ἀναρροφητικὴ ἀντλία. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κύλινδρον Κ, ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ἔμβολον (σχ. 172). Εἰς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλὴν Σ, ὁ ὁποῖος βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ φρέατος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος κλείεται μὲ βαλβῖδα α.

Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ὑπάρχει ἐπίσης βαλβὶς β. Αἱ βαλβῖδες α καὶ β ἀνοίγουν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ὅταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἔμβολον, ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ σωλῆνος Σ ἀὴρ γίνεται ἀραιότερος καὶ ἐπομένως ἡ πίεσις αὐτοῦ ἐλαττώνεται. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Ὅταν ἔπειτα καταβιβάσωμεν τὸ ἔμβολον, ἡ βαλβὶς α ἐμποδίζει τὸν ἀέρα τοῦ κυλίνδρου νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸν σωλῆνα. Ὁ ἀὴρ οὗτος συμπιεζόμενος ἀνοίγει τὴν βαλβῖδα β καὶ ἐξέρχεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Κατὰ τὴν δευτέραν ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ ἀὴρ ἀραιώνεται ἀκόμη περισσότερον καὶ τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ὑψηλότερον εἰς τὸν σωλῆνα Σ. Ἔπειτα ἀπὸ μερικὰς κινήσεις τοῦ ἐμβόλου τὸ ὕδωρ φθάνει μέχρι τοῦ ἀνωτάτου σημείου τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου. Ὅταν τότε καταβιβάσωμεν τὸ ἔμβολον, τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου καὶ κατὰ τὴν νέαν ἀνύψωσιν τούτου τὸ ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ τὸν πλευρικὸν σωλῆνα. Θεωρητικῶς ἡ ἀναρροφητικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὕψος 10,33 m (§ 153). Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως τὸ ὕψος τοῦτο εἶναι 7 - 8 m.



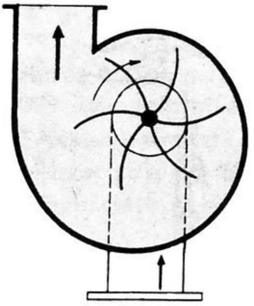
Σχ. 172. Ἀναρροφητικὴ ὑδραντλία.

β) Καταθλιπτικὴ ἀντλία. Εἰς τὴν καταθλιπτικὴν ἀντλίαν τὸ ἔμβολον εἶναι πλῆρες (σχ. 173). Ὁ πυθμὴν τοῦ κυλίνδρου φέρει βαλβῖδα α, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Παρὰ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλὴν Σ′, ὁ ὁποῖος κλείεται μὲ βαλβῖδα β· αὕτη ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔσω πρὸς τὰ ἔξω. Ὅταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἔμβολον, ἡ βαλβὶς β κλείει καὶ τὸ ὕδωρ εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον. Ὅταν καταβιβάσωμεν τὸ ἔμβολον, κλείει ἡ βαλβὶς α καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς β· τὸ ὕδωρ ἐξωθεῖται τότε εἰς τὸν σωλῆνα Σ′. Ἡ καταθλιπτικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς πολὺ μεγάλον ὕψος.



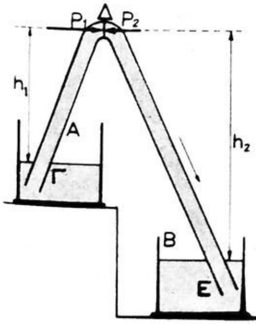
Σχ. 173. Καταθλιπτικὴ ὑδραντλία.

γ) Ἡ φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία. Αὕτη (σχ. 174) ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν κυλινδρικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου στρέφεται ταχέως δι' ἑνὸς κινητῆρος ἄξων φέρων πτερύγια. Διὰ νὰ ἀρχίσῃ ἡ ἀντλία νὰ λειτουργῇ, πρέπει ὁ κύλινδρος νὰ πληρωθῇ μὲ ὕδωρ. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τῶν πτερυγίων τὸ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ὕδωρ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἕνεκα τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως ὠθεῖται πρὸς τὴν περιφέρειαν καὶ ἀναγκάζεται νὰ ἐκρεύσῃ διὰ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ κυλίνδρου ἡ πίεσις ἐλαττώνεται καὶ διὰ τοῦτο εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον νέα ποσότης ὕδατος διὰ τοῦ σωλῆνος ἀναρροφήσεως. Ἡ φυγοκεντρικὴ ἀντλία ἔχει μεγάλην ἀπόδοσιν καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται πολὺ εἰς τὰς διαφόρους ἐφαρμογάς.



Σχ. 174. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

***164. Σίφων.** — Ὁ **σίφων** εἶναι σωλὴν κεκαμμένος (σχ. 175). Ἂς θεωρήσωμεν ὅτι ὁ σίφων εἶναι πλήρης μὲ τὸ ἴδιον ὑγρόν, τὸ ὁποῖον περιέχουν τὰ δύο δοχεῖα Α καὶ Β. Ἔστω p_0 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ Δ μία ὑγρὰ τομὴ τοῦ σωλῆνος. Ἐπὶ τῆς τομῆς αὐτῆς ἐνεργεῖ ἡ πίεσις $p_1 = p_0 - h_1 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β καὶ ἡ πίεσις $p_2 = p_0 - h_2 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α. Ἡ συνισταμένη p τῶν δύο τούτων πιέσεων εἶναι :

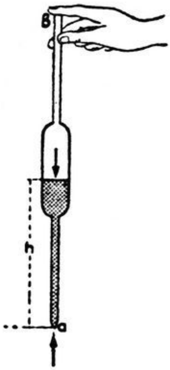


Σχ. 175. Σίφων.

$$p = p_1 - p_2 \quad \text{ἤτοι} \quad p = (h_2 - h_1) \cdot \rho$$

Ἡ συνισταμένη λοιπὸν πίεσις p ὠθεῖ τὸ ὑγρὸν ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β. Παρατηροῦμεν δὲ ὅτι ἡ p εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν στάθμης τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο δοχεῖα. Ὅταν γίνῃ $h_1 = h_2$, ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ διακόπτεται. Ὁ σίφων λειτουργεῖ καὶ εἰς τὸ **κενόν.** Ἡ ἑρμηνεία τῆς λειτουργείας ταύτης δίδεται μὲ τὰς δυνάμεις συνοχῆς τοῦ ὑγροῦ (§ 171)

***165. Σιφώνιον.** — Τὸ **σιφώνιον** εἶναι εὐθύγραμμος σωλήν, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς στενὸν στόμιον (σχ. 176)· χρησιμεύει διὰ τὴν ἄντλησιν μικρᾶς ποσότητος ὑγροῦ. Βυθίζομεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ διὰ τοῦ στενοῦ ἄκρου του α, ἐνῷ τὸ ἀνώτερον ἄκρον β διατηρεῖται ἀνοικτόν. Ἐὰν ἀναρροφήσωμεν διὰ τοῦ ἄκρου β ἢ βυθίσωμεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὄργανον πληροῦται μὲ ὑγρόν. Κλείομεν τότε μὲ τὸν δάκτυλον τὸ ἀνώτερον ἄκρον β καὶ ἀνασύρομεν τὸ ὄργανον. Κατ' ἀρχὰς ἐκρέει μικρὰ ποσότης ὑγροῦ, ἔπειτα ὅμως ἡ ἐκροὴ ὑγροῦ παύει. Τότε ἰσχύει ἡ σχέσις: $p_0 = p_1 + h \cdot \rho$, ὅπου p_0 εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀποκλεισθέντος ἀέρος. 'Εὰν ἀποσύρωμεν τὸν δάκτυλον, τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει νὰ ἐκρέῃ. Διὰ νὰ σταματήσωμεν τὴν ἐκροήν, ἀρκεῖ νὰ κλείσωμεν ἐκ νέου τὸ ἀνώτερον ἄνοιγμα τοῦ σωλῆνος. 'Επὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τοῦ σταγονομέτρου.



Σχ. 176. Σιφώνιον.

Η ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ ΤΗΣ ΓΗΣ

166. 'Ελάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.— Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι :

"Οταν ἀνερχώμεθα κατὰ 10,5 m ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας, ἡ πίεσις ἐλαττώνεται περίπου κατὰ 1 mm Hg.

'Ο νόμος οὗτος ἰσχύει μόνον διὰ πολὺ μικρὰς μεταβολὰς τοῦ ὕψους, διότι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι σταθερόν.

*Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον εὑρίσκομεν καὶ δι' ὑπολογισμοῦ, ἂν δεχθῶμεν ὅτι τὸ κατώτερον στρῶμα ἀέρος ἔχει σταθερὸν εἰδικὸν βάρος $\rho = 0{,}001293\ gr^*/cm^3$. Γνωρίζομεν ὅτι $1\ mm\ Hg = 1{,}36\ gr^*/cm^2$. Διὰ νὰ ἐλαττωθῇ λοιπὸν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις κατὰ $p = 1{,}36\ gr^*/cm^2$, πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὕψος h, τὸ ὁποῖον ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p = h \cdot \rho$ εὑρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$h = \frac{p}{\rho} = \frac{1{,}36}{0{,}001293} = 1050\ cm = 10{,}5\ m$$

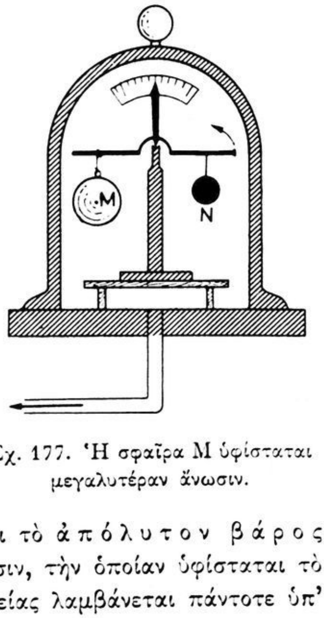
Ύψος	Ἀντίστοιχος πίεσις σταθερὰ θερμοκρασία 0°C
0 m	762 mm
1000 »	671 »
2000 »	593 »
3000 »	523 »
4000 »	462 »
5000 »	407 »
6000 »	359 »
7000 »	317 »
8000 »	280 »

167. Μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς πιέσεως.— 'Η μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἶναι δυνατή, διότι γνωρίζομεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἰς τὰ διάφορα ὕψη ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (βλ. παραπλεύρως πίνακα). Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς π.χ. τὴν ἀεροπορίαν χρησιμοποιοῦνται μεταλλικὰ βαρόμετρα, τὰ ὁποῖα δεικνύουν ἀμέσως τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν p_v καὶ τὸ ἀντίστοιχον ὕψος ν εἰς μέτρα.

168. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὰ ἀέρια. Ὅπως πᾶν στερεὸν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ὑφίσταται πιέσεις (§ 143), οὕτω καὶ πᾶν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ἀερίου π ι έ σ ε ι ς, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σώματος. Αἱ ἕνεκα τῶν πιέσεων ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἡ ὁποία, ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν (§ 143), καλεῖται ἄ ν ω σ ι ς. Ὥστε **ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους** ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἀέρια.

Ἡ ἄνωσις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ παντὸς σώματος βυθισμένου ἐντὸς ἰσορροποῦντος ἀερίου, εἶναι δύναμις κατακόρυφος, ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου, καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου.

Τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν μὲ τὸ ἑξῆς πείραμα: Εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς φάλαγγος ζυγοῦ (σχ. 177) ἐξαρτῶμεν μίαν κοίλην σφαῖραν Μ καὶ μίαν μεταλλικὴν συμπαγῆ σφαῖραν Ν, ἡ ὁποία εἰς τὸν ἀέρα ἰσορροπεῖ τὴν σφαῖραν Μ. Ἐὰν καλύψωμεν τὸν ζυγὸν μὲ κώδωνα καὶ ἀφαιρέσωμεν ἐξ αὐτοῦ τὸν ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ἡ μεγάλη σφαῖρα φαίνεται βαρυτέρα. Εἰς τὸν ἀέρα ἡ μεγάλη σφαῖρα ἰσορροπεῖ τὴν μικρὰν σφαῖραν, διότι ἐκτοπίζει μεγαλύτερον ὄγκον ἀέρος καὶ ἑπομένως ὑφίσταται μεγαλυτέραν ἄνωσιν.



Σχ. 177. Ἡ σφαῖρα Μ ὑφίσταται μεγαλυτέραν ἄνωσιν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν ζυγίσωμεν ἓν σῶμα εἰς τὸν ἀέρα, εὑρίσκομεν τὸ φ α ι ν ό μ ε ν ο ν β ά ρ ο ς τοῦ σώματος. Τὸ βάρος τοῦτο εἶναι τὸ ἀ π ό λ υ τ ο ν β ά ρ ο ς τοῦ σώματος ἠλαττωμένον κατὰ τὴν ἄνωσιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα. Εἰς τὰς μετρήσεις μεγίστης ἀκριβείας λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος.

***169. 'Αερόστατα.**— Τὸ **ἀερόστατον** εἶναι ἡ πρώτη πτητικὴ συσκευή, τὴν ὁποίαν ἐπενόησεν ὁ ἄνθρωπος, διὰ νὰ ἀνέλθῃ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Αἱ πρόοδοι τῆς ἀεροπορίας περιώρισαν κατὰ πολὺ τὴν πρακτικὴν σημασίαν τῶν ἀεροστάτων. Τὸ ἀερόστατον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαφρὸν περίβλημα (ἐλαστικὸν ἢ ὕφασμα, τὸ ὁποῖον φέρει ἐπίχρισμα ἐκ βερνικίου). Ὁ σάκκος οὗτος πληροῦται μὲ ἓν ἀέριον εἰδικῶς ἐλαφρότερον τοῦ ἀέρος (π.χ. θερμὸς ἀήρ, φωταέριον, ὑδρογόνον, ἥλιον). Ἂς θεωρήσωμεν κλειστὴν σφαῖραν ἀπὸ καουτσούκ, ἡ ὁποία πληροῦται ὑδρογόνου. 'Εὰν τὴν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν, αὕτη ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, διότι ἡ ἄνωσις εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ βάρος τῆς σφαίρας. 'Εφ' ὅσον ἡ σφαῖρα ἀνέρχεται, ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις ἐλαττώνεται· διὰ τοῦτο τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον διαστέλλεται καὶ δύναται νὰ διαρρήξῃ τὴν σφαῖραν. Τοιαῦτα εἶναι τὰ ἀερόστατα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται πρὸς ἐξερεύνησιν τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τῆς ἀτμοσφαίρας. Τὰ ἀερόστατα αὐτὰ φέρουν ἐντὸς καλάθου αὐτογραφικὰ ὄργανα. Ἡ σφαῖρα διαρρηγνύεται εἰς ὕψος περίπου 20 — 25 χιλιομέτρων καὶ τότε ὁ κάλαθος πίπτει βραδέως μὲ τὴν βοήθειαν ἀλεξιπτώτου.

'Εὰν ἀντὶ ἐλαστικοῦ μεταχειρισθῶμεν περίβλημα μὴ ἐκτεινόμενον, τότε τὸ ἀερόστατον διαρρηγνύεται εἰς μικρὸν ὕψος. Τὸ ἐλάττωμα τοῦτο ἀποφεύγεται, ἐὰν τὸ ἀερόστατον ἐφοδιασθῇ εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον του μὲ ἀπαγωγὸν σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἐξωτερικὸν ἀέρα.

'Ανυψωτικὴ δύναμις. 'Εὰν V εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἀεροστάτου, ρ καὶ ρ' εἶναι τὰ εἰδικὰ βάρη τοῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀερίου, τότε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ βάρος τοῦ ἀερίου εἶναι $V \cdot \rho'$. 'Εὰν B εἶναι τὸ ὅλον βάρος τῶν διαφόρων ἐξαρτημάτων τοῦ ἀεροστάτου (περίβλημα, κάλαθος κ.τ.λ.), τότε ἡ μὲν ἄνωσις εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ ὅλον βάρος τῆς συσκευῆς εἶναι $V \cdot \rho' + B$. 'Επομένως ἡ ἀ ν υ ψ ω τ ι κ ὴ δ ύ ν α μ ι ς F κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀπογειώσεως εἶναι:

$$F = V \cdot \rho - (V \cdot \rho' + B) \quad \text{ἢ} \quad F = V \cdot (\rho - \rho') - B$$

170. 'Αερόπλοια. Τὰ συνήθη ἀερόστατα παρασύρονται ἀπὸ τὰ ρεύματα τοῦ ἀέρος. Διὰ νὰ κατευθύνουν τὸ ἀερόστατον πρὸς ὡρισμένην διεύθυνσιν, ἐφοδιάζουν τοῦτο μὲ κινητηρίους ἕλικας καὶ μὲ πτερύγια, διὰ τῶν ὁποίων ἐξασφαλίζονται αἱ ὁριζόντιοι καὶ κατακόρυφοι ἀλλαγαὶ κατευθύνσεως. Τὰ ἀερόπλοια ἔχουν ἀτρακτοειδὲς σχῆμα, διὰ νὰ ἐλαττώνεται ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἂν καὶ ἡ ἰσορροπία των εἰς τὸν ἀέρα εἶναι εὐσταθής, ἐν τούτοις τὰ ἀερόπλοια ὑπεσκελίσθησαν ἀπὸ τὰ ἀεροπλάνα, τὰ ὁποῖα εἶναι μὲν συσκευαὶ βαρύτεραι ἀπὸ ἴσον ὄγκον ἀέρος, εἶναι ὅμως πολὺ ταχύτερα, πολὺ μικρότερα κατ' ὄγκον καὶ ἀπαιτοῦν πολὺ μικροτέραν δαπάνην κατασκευῆς καὶ ἐγκαταστάσεων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

150. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἶναι 1,293 gr^*/dm^3. Νὰ εὑρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς gr/cm^3 καὶ πόσας φορὰς ὁ ἀὴρ εἶναι ἐλαφρότερος ἀπὸ ἴσον ὄγκον ὕδατος.

151. Ἐκτελοῦμεν τὸ πείραμα τοῦ Torricelli χρησιμοποιοῦντες γλυκερίνην ἀντὶ ὑδραργύρου. Εἰς ποῖον ὕψος θὰ ἀνέλθῃ τὸ ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἐὰν τὸ εἰδ. βάρος τῆς γλυκερίνης εἶναι 1,25 gr^*/cm^3, ἡ δὲ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος εἶναι 76 cm Hg;

152. Μία φυσαλὶς ἀέρος ἀνέρχεται ἐντὸς ὑδραργύρου. Ὅταν ἡ φυσαλὶς εὑρίσκεται εἰς βάθος 40 cm, αὕτη ἔχει ὄγκον 0,5 cm^3. Πόσον ὄγκον θὰ ἔχῃ, ὅταν φθάσῃ εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου; Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις : 75 cm Hg.

153. Στενὸς ἰσοδιαμετρικὸς ὑάλινος σωλὴν εἶναι κλειστὸς εἰς τὸ ἓν ἄκρον του καὶ ἀνοικτὸς εἰς τὸ ἄλλο. Ὁ σωλὴν περιέχει σταγόνα ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 5 cm. Ὅταν ὁ σωλὴν κρατῆται κατακορύφως, μὲ τὸ κλειστὸν ἄκρον του πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος εἶναι κλεισμένος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι 25,6 cm. Ὅταν ὁ σωλὴν ἀναστραφῇ, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος γίνεται 22,4 cm. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην.

154. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος εἰς 0^0C καὶ ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg εἶναι 1,293 gr^*/dm^3. Νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος 2 m^3 ἀέρος εὑρισκομένου εἰς 0^0C καὶ ὑπὸ πίεσιν 73 cm Hg.

155. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 2 cm^2. Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 76 cm, ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χῶρος τοῦ σωλῆνος ἔχει ὕψος 8 cm. Νὰ εὑρεθῇ πόσος ὄγκος ἐξωτερικοῦ ἀέρος, πρέπει νὰ εἰσαχθῇ εἰς τὸν θάλαμον, διὰ νὰ γίνῃ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου 40 cm.

156. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 2 cm^2. Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 75 cm, ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χῶρος τοῦ σωλῆνος ἔχει ὕψος 9 cm. Νὰ εὑρεθῇ πόσον θὰ γίνῃ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου, ἐὰν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἰσαχθοῦν 4 cm^3 τοῦ ἐξωτερικοῦ ἀέρος.

157. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 4 cm^2 καὶ περιέχει ἐντὸς τοῦ θαλάμου του μικρὰν ποσότητα ἀέρος. Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι 748 mm, τὸ δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ χώρου τοῦ σωλῆνος εἶναι 122 mm. 'Ανυψώνομεν ὀλίγον τὸν σωλῆνα καὶ τότε γίνεται τὸ μὲν ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου 750 mm, τὸ δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ χώρου 141 mm. Ἡ θερμοκρασία εἶναι $0^0 C$. Πόση εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος; Πόσον εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἀέρος, τὸν ὁποῖον περιέχει ὁ σωλήν; Εἰδικὸν βάρος ἀέρος ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας: 1,293 gr^*/dm^3.

158. Εἰς τὸ τοίχωμα ἑνὸς δοχείου, περιέχοντος ὕδωρ, εἶναι προσκεκολλημένη μικρὰ φυσαλὶς ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει ὄγκον 0,02 cm^3. Ἡ φυσαλὶς εὑρίσκεται 10 cm κάτωθεν τῆς ἐλευθερας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι 74 $cm\ Hg$. Πόσος θὰ γίνῃ ὁ ὄγκος τῆς φυσαλίδος, ἐὰν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις αὐξηθῇ εἰς 77 $cm\ Hg$;

159. Πόσον ζυγίζει 1 λίτρον ἀέρος $0^0 C$ ὑπὸ πίεσιν 50 ἀτμοσφαιρῶν;

160. Εἶναι γνωστὸν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος εἰς $0^0 C$ καὶ ὑπὸ πίεσιν 76 $cm\ Hg$ ἔχει βάρος 1,293 gr^*. Πόσον ὄγκον καταλαμβάνουν 25 gr^* ἀέρος $0^0 C$ καὶ ὑπὸ πίεσιν 85 $cm\ Hg$;

161. Κλειστὸν μανόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο σωλῆνας τῆς αὐτῆς διαμέτρου καὶ λειτουργεῖ μὲ ὑδράργυρον. Ὅταν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι 76 $cm\ Hg$, αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς δύο σωλῆνας εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου· τότε ὁ ἀποκεκλεισμένος ἀὴρ σχηματίζει στήλην ὕψους 50 cm. Πόση εἶναι ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν θὰ δεικνύῃ τὸ ὄργανον, ὅταν ὁ ὑδράργυρος θὰ ἀνέλθῃ κατὰ 10 cm ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ σωλῆνος καὶ θὰ κατέλθῃ ἐπίσης κατὰ 10 cm ἐντὸς τοῦ ἄλλου σωλῆνος;

162. Εἰς ἓν κλειστὸν ὑδραργυρικὸν μανόμετρον ὁ ἀποκεκλεισμένος ἀὴρ σχηματίζει στήλην ὕψους h ἑκατοστομέτρων, ὅταν ἡ πίεσίς του εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν H. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀνύψωσις x τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ὅταν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης τοῦ μανομέτρου ἐπιφέρεται πίεσις ἴση μὲ ν ἀτμοσφαίρας.

Ὑποτίθεται ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης διατηρεῖται σταθερά. Ἐφαρμογή: $h = 50$ cm, $H = 76$ cm Hg, $\nu = 6$.

163. Κλειστὸν μανόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ σωλῆνα σχήματος U. Ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ βραχίονος ὑπάρχει στήλη ἀέρος ὕψους $\alpha = 8$ cm καὶ στήλη ὑδραργύρου ὕψους $\beta = 17$ cm, ἐντὸς δὲ τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος ὑπάρχει στήλη ὑδραργύρου ὕψους $\gamma = 43$ cm. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος x τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ βραχίονος, ὅταν τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος γίνῃ $\delta = 60$ cm. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις: $H = 76$ cm Hg.

*164. Ὁ σωλὴν ἀναρροφήσεως μιᾶς ὑδραντλίας ἔχει ὕψος 5 m καὶ τομὴν 4 cm². Ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου εἶναι 10 cm. Νὰ εὑρεθῇ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ ἐμβόλου ὥστε, μετὰ τὴν πρώτην ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου, τὸ ὕδωρ νὰ γεμίζῃ ὁλόκληρον τὸν ἀναρροφητικὸν σωλῆνα.

*165. Ἐντὸς λεκάνης ὑδραργύρου βυθίζομεν κατακορύφως κυλινδρικὸν σωλῆνα ὕψους 20 cm ἀνοικτὸν καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα του. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται μέχρι τοῦ μέσου τοῦ σωλῆνος. Κλείομεν τότε τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος μὲ τὸν δάκτυλον καὶ ἐξάγομεν τὸν σωλῆνα. Νὰ δειχθῇ ὅτι ἀναγκαστικῶς θὰ ἐκρεύσῃ ὑδράργυρος. Πόσον θὰ εἶναι τελικῶς τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ πόση θὰ εἶναι τότε ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος ἐντὸς αὐτοῦ; Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις: 75 cm Hg.

166. Ἓν στερεὸν σῶμα εἰδικοῦ βάρους 2,3 gr/cm³ ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα ἀκριβῶς 58,64 gr*. Ἡ πυκνότης τῶν χρησιμοποιηθέντων σταθμῶν εἶναι 8,4 gr/cm³. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἀπόλυτον βάρος τοῦ σώματος. Εἰδικὸν βάρος ἀέρος: 1,29 gr*/dm³.

167. Μικρὰ σφαῖρα ἀπὸ καουτσοὺκ ἔχει ὄγκον 7,5 dm³. Τὸ περίβλημα ἔχει βάρος 5,2 gr. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις, ὅταν ἡ σφαῖρα εἶναι πλήρης μὲ ὑδρογόνον. Ὁ ἀὴρ καὶ τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν. Εἰδικὸν βάρος ἀέρος: 1,293 gr*/dm³ καὶ τοῦ ὑδρογόνου 0,09 gr*/dm³.

168. Σφαιρικὸν ἀερόστατον ἔχει διάμετρον 2 m, τὸ δὲ βάρος τοῦ περικαλύμματος καὶ τῶν ἐξαρτημάτων του εἶναι 100 gr. Ἡ σφαῖρα τοῦ ἀεροστάτου περιέχει ὑδρογόνον ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Νὰ εὑρεθῇ πόσον βάρος δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ἀερόστατον, ἂν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδρογόνου εἶναι 0,09 gr*/dm³, τοῦ δὲ ἀέρος εἶναι 1,29 gr*/dm³.

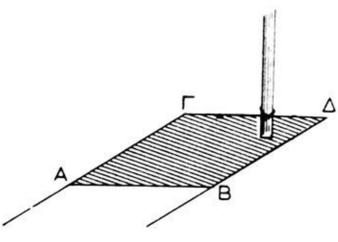
ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

171. Μοριακαὶ δυνάμεις.— Κατὰ τὸν μηχανικὸν διαχωρισμὸν ἑνὸς στερεοῦ σώματος (π.χ. κατὰ τὴν θραῦσιν μιᾶς ξυλίνης ράβδου) παρατηρεῖται πάντοτε ἀντίστασις. 'Εκ τούτου συνάγεται ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ σώματος ὑπάρχουν ἑλκτικαὶ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **δυνάμεις συνοχῆς** ἢ ἁπλῶς **συνοχή**. Εἰς τὰ στερεὰ σώματα ἡ συνοχὴ εἶναι μεγίστη, ἐνῷ εἰς τὰ ἀέρια εἶναι σχεδὸν ἀνύπαρκτος. Ὅμοιαι ἑλκτικαὶ δυνάμεις ἀναπτύσσονται καὶ μεταξὺ τῶν μορίων διαφορετικῶν σωμάτων, ὅταν ταῦτα φέρωνται εἰς στενὴν ἐπαφὴν μεταξύ των. Αἱ δυνάμεις αὐταὶ καλοῦνται **δυνάμεις συναφείας** ἢ ἁπλῶς **συνάφεια**. Ἕνεκα τῆς συναφείας δυνάμεθα νὰ γράψωμεν ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος μὲ κιμωλίαν, ἐπὶ τοῦ χάρτου μὲ μελάνην κ.τ.λ. Αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας καλοῦνται γενικῶς **μοριακαὶ δυνάμεις.** Αἱ δυνάμεις αὐταὶ ἐμφανίζονται μόνον, ὅταν τὰ μόρια εὑρεθοῦν εἰς πολὺ μικρὰν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων (μικροτέραν ἀπὸ $5 \cdot 10^{-6}$ cm). 'Εὰν θραύσωμεν κιμωλίαν εἰς δύο τεμάχια καὶ ἔπειτα πιέσωμεν πρὸς ἀλλήλας τὰς δύο ἐπιφανείας θραύσεως, τὰ δύο τεμάχια δὲν δύνανται πλέον νὰ συνενωθοῦν καὶ νὰ ἀποτελέσουν ἓν σῶμα, διότι τὰ μόρια δὲν δύνανται νὰ πλησιάσουν τόσον πολὺ μεταξύ των, ὥστε νὰ δράσουν αἱ δυνάμεις συνοχῆς καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν τῆς ἐπιφανείας θραύσεως.

172. 'Ελαστικότης.— Τὰ φυσικὰ στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐφαρμοζομένων δυνάμεων ὑφίστανται πάντοτε παραμορφώσεις. Κατὰ τὰς τοιαύτας παραμορφώσεις ἀναφαίνονται αἱ μοριακαὶ δυνάμεις. Μετὰ τὴν κατάργησιν τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, αἱ μοριακαὶ δυνάμεις τείνουν νὰ ἐπαναφέρουν τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν μορφήν του. Αἱ τοιαῦται παραμορφώσεις καλοῦνται ἐ λ α σ τ ι κ α ί, ἡ δὲ ἰδιότης τῶν στερεῶν σωμάτων νὰ ὑφίστανται ἐλαστικὰς παραμορφώσεις καλεῖται **ἐλαστικότης.** Ὅλα τὰ στερεὰ σώματα δὲν παρουσιάζουν τὸν αὐτὸν βαθμὸν ἐλαστικότητος. Ὁ χάλυψ, τὸ ἐλεφαντοστοῦν, τὸ καουτσοὺκ εἶναι πολὺ ἐλαστικὰ σώματα.

Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων τὰ στερεὰ σώματα ὑφίστανται ἑ λ κ υ σ μ ό ν, κ ά μ ψ ι ν ἢ σ τ ρ έ ψ ι ν. Πειραματικῶς εὑρίσκεται ὅτι αἱ ἐλαστικαὶ αὐταὶ παραμορφώσεις παρατηροῦνται, ἐφ' ὅσον ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις δὲν ὑπερβαίνει μίαν ὡρισμένην τιμήν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ὅριον ἐλαστικότητος**. Ἐὰν ἡ δύναμις γίνῃ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ ὅριον ἐλαστικότητος, τότε ἡ προκαλουμένη παραμόρφωσις εἶναι μόνιμος. Ἐὰν δὲ ἡ δύναμις γίνῃ ἀκόμη μεγαλυτέρα, τότε ἐπέρχεται θραῦσις. Διὰ σύρμα ἢ ράβδον τομῆς 1 cm^2 τὸ ὅριον ἐλαστικότητος εἶναι διὰ τὸν χάλυβα 5 000 kgr*, διὰ τὸν χαλκὸν 1200 kgr*, καὶ διὰ τὸν μόλυβδον 30 kgr*.

173. Ἐπιφανειακὴ τάσις.— Ἐντὸς διαλύματος σάπωνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχομεν προσθέσει ὀλίγην γλυκερίνην, βυθίζομεν πλαίσιον ἀπὸ σύρμα (σχ. 178), τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ ΑΒ δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ χωρὶς τριβήν. Ὅταν ἀνασύρωμεν τὸ πλαίσιον, παρατηροῦμεν ὅτι ἔχει σχηματισθῆ ἓν ὀρθογώνιον ὑγρὸν ὑμένιον. Διατηροῦμεν τὸ πλαίσιον ὁριζόντιον καὶ τότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πλευρὰ ΑΒ μετακινεῖται πλησιάζουσα πρὸς τὴν πλευρὰν ΓΔ. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει ὅτι τὸ ὑγρὸν ὑμένιον τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐπιφάνειάν του, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος πρὸς τὴν εὐθεῖαν ΑΒ καὶ ἐφαπτομένη τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι αἱ μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις συνοχῆς προσδίδουν εἰς τὸ ὑγρὸν ὑμένιον ἰδιότητας τεταμένης ἐλαστικῆς μεμβράνης, ἡ ὁποία τείνει νὰ συσταλῇ. Καθ' ὅμοιον τρόπον συμπεριφέρεται καὶ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ. Ὥστε εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ὑπάρχει μία κατάστασις τάσεως, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἐπιφανειακὴν τάσιν**.



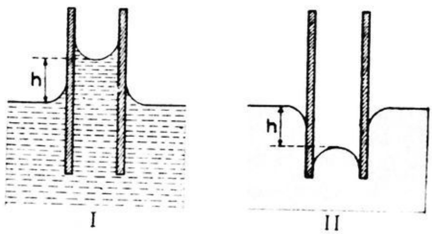
Σχ. 178. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑμενίου ἐλαττώνεται.

Ἕνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ ὑγρὸν τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐξωτερικὴν ἐπιφάνειάν του.

Ἕνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως αἱ πολὺ μικραὶ σταγόνες ὑγροῦ ἀποκτοῦν σφαιρικὸν σχῆμα (διότι ἐξ ὅλων τῶν σχημάτων ἡ σφαῖρα ἔχει, διὰ τὸν αὐτὸν ὄγκον, τὴν μικροτέραν ἐπιφάνειαν).

Εὐκόλως μετροῦμεν τὴν δύναμιν F, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς πλευρᾶς AB $= l$ τοῦ πλαισίου. Οὕτω κατὰ μονάδα μήκους τῆς πλευρᾶς AB ἐνεργεῖ δύναμις $\alpha = \frac{F}{l}$. Τὸ α καλεῖται **συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως** τοῦ ὑγροῦ καὶ εἶναι χαρακτηριστικὸς δι' ἕκαστον ὑγρόν. Οὕτως εἶναι διὰ τὸν ὑδράργυρον $\alpha = 500$ dyn/cm, διὰ τὸ ὕδωρ $\alpha = 73$ dyn/cm καὶ διὰ τὸ ἐλαιόλαδον $\alpha = 38$ dyn/cm.

174. Τριχοειδῆ φαινόμενα.— Ἐντὸς ὕδατος βυθίζομεν ὑάλινον σωλῆνα πολὺ μικρᾶς διαμέτρου (σχ. 179). Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς τοῦ σωλῆνος τὸ ὕδωρ ἰσορροπεῖ σχηματίζον μικρὰν στήλην ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια εἶναι κοίλη. Ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν σωλῆνας διαφόρων διαμέτρων εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἀνύψωσις h τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ σωλῆνος. Ἀντιθέτως ἐὰν βυθίσωμεν λεπτὸν ὑάλινον σωλῆνα ἐντὸς ὑδραργύρου, παρατηροῦμεν ταπείνωσιν τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ δὲ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου εἶναι κυρτή. Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα καλοῦνται **τριχοειδῆ φαινόμενα**. Τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος, λέγομεν ὅτι διαβρέχει τὴν ὕαλον, ἐνῷ ἀντιθέτως λέγομεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον. Τὰ τριχοειδῆ φαινόμενα ἑρμηνεύονται, ἐὰν ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν αἱ ἀναπτυσσόμεναι ἐπιφανειακαὶ τάσεις.



Σχ. 179. Ἀνύψωσις καὶ ταπείνωσις ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδῶν σωλήνων.

*** 175. Διαλύματα.**— Ἐντὸς ὡρισμένης μάζης ὕδατος ρίπτομεν τεμάχιον ζαχάρεως. Τότε τὰ μόρια τῆς ζαχάρεως διαχέονται ὁμοιομόρφως ἐντὸς ὁλοκλήρου τῆς μάζης τοῦ ὕδατος. Τὸ προκῦπτον ὁμογενὲς **μεῖγμα** καλεῖται διάλυμα.

Ἡ μᾶζα τῆς ζαχάρεως, ἡ ὁποία δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος ἔχει ἓν ὡρισμένον ὅριον, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Τὸ ὅριον τοῦτο αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ σπουδαιότερον εἰς τὴν Φύσιν ὑπάρχον διαλυτικὸν μέσον εἶναι τὸ ὕ δ ω ρ, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ διαλύῃ τὰ περισσότερα σώματα. Ἓν διάλυμα δύναται νὰ χωρισθῇ εἰς τὰ συστατικά του διὰ διαφόρων μεθόδων (π.χ. δι' ἐξατμίσεως ἢ διὰ πήξεως τοῦ διαλυτικοῦ μέσου). Τὸ διαλυόμενον σῶμα δύναται νὰ εἶναι στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν ἀντιδρᾷ χημικῶς μὲ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐφαρμογὴν τῆς διαλύσεως ἀερίων ἔχομεν εἰς τὰ διάφορα ἀεριοῦχα ποτά.

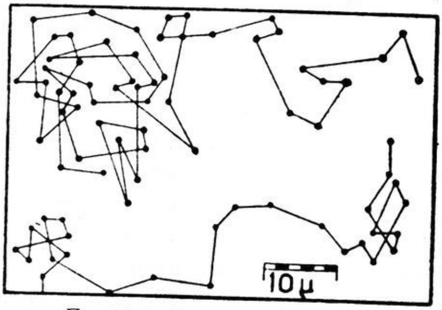
α) Κεκορεσμένον καὶ ἀκόρεστον διάλυμα. Εἴδομεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ στερεοῦ, ἡ ὁποία δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος, ἔχει ἓν ὡρισμένον ὅριον. Τὸ ὅριον τοῦτο καλεῖται **συντελεστὴς διαλυτότητος** τοῦ στερεοῦ καὶ αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Ἓν διάλυμα λέγεται κ ε κ ο ρ ε σ μ έ ν ο ν, ὅταν εἰς τὸ διάλυμα περιέχεται τὸ ἀνώτατον ὅριον τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ περιέχῃ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐὰν αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, τοῦτο μεταβάλλεται εἰς **ἀκόρεστον** διάλυμα, διότι αὐξάνεται ὁ συντελεστὴς διαλυτότητος. Ἀντιθέτως ἐὰν ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, ὁ συντελεστὴς διαλυτότητος ἐλαττοῦται καὶ μέρος τοῦ διαλελυμένου στερεοῦ ἀποβάλλεται ἐκ τοῦ διαλύματος, τὸ ὁποῖον ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ κεκορεσμένον.

Τὰ κράματα θεωροῦνται ὡς σ τ ε ρ ε ὰ δ ι α λ ύ μ α τ α.

β) Γαλάκτωμα. Μία ἐνδιαφέρουσα κατηγορία διαλυμάτων εἶναι τὰ **γαλακτώματα.** Οὕτω χαρακτηρίζομεν ὡρισμένα ὑγρά, τὰ ὁποῖα περιέχουν ἐν αἰωρήσει μικροὺς κόκκους ἄλλου σώματος. Τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι ἀδιάλυτον εἰς τὸ διαλυτικὸν μέσον. Τὸ ὕδωρ καὶ τὸ ἔλαιον εἶναι δύο μὴ μιγνυόμενα ὑγρά. Διὰ παρατεταμένης ὅμως ἀνατράξεως ἐπιτυγχάνεται ἡ παρασκευὴ γαλακτώματος, δηλαδὴ ἐπιτυγχάνεται ὁ λεπτότατος διαμερισμὸς τοῦ ἐλαίου καὶ ἡ ὁμοιόμορφος διανομὴ τῶν σταγονιδίων τοῦ ἐλαίου ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν δὲν ληφθοῦν ὡρισμέναι προφυλάξεις, τὸ γαλάκτωμα ταχέως καταστρέφεται, διότι τὰ αἰωρούμενα σταγονίδια συνενοῦνται καὶ τέλος τὰ δύο ὑγρὰ σχηματίζουν δύο σαφῶς διακεκριμένα στρώματα. Ἡ ταχεῖα καταστροφὴ τοῦ γαλακτώματος παρεμποδίζεται, ἂν εἰς τὸ γαλάκτωμα προστεθῇ ἓν τρίτον σῶμα, τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι διαλυτὸν ἐντὸς τοῦ ἑνὸς ἢ τοῦ ἄλλου ὑγροῦ. Τὸ προστιθέμενον τρίτον σῶμα σ τ α θ ε ρ ο π ο ι ε ῖ τὸ γαλάκτωμα. Τὸ γάλα εἶναι ἓν γαλάκτωμα μικροτάτων σταγονιδίων λιπαρῶν οὐσιῶν αἰωρουμένων ἐντὸς ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει ἐν διαλύσει λακτόζην, ἀνόργανα ἅλατα, καζεΐνην καὶ ἀλβουμίνας. Τὰ γαλακτώματα παίζουν σπουδαιότατον ρόλον εἰς τὴν φαρμακευτικήν. Οὕτω τὰ χρησιμοποιοῦν εὐρύτατα διὰ νὰ καταστήσουν ἐλάχιστα δυσάρεστον τὴν λῆψιν λιπαρῶν οὐσιῶν (μουρουνελαίου, κικινελαίου κ.ἄ.). 'Επίσης τὰ γαλακτώματα παίζουν σπουδαιότατον ρόλον εἰς τὴν οἰκιακὴν οἰκονομίαν καὶ τὴν ὑγιεινήν. Ὁ καθαρισμὸς τῶν ὑφασμάτων καὶ τοῦ δέρματος ἀπὸ τὰς λιπαρὰς οὐσίας ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός, ὅτι οἱ σάπωνες βοηθοῦν ἐξαιρετικῶς εἰς τὸν σχηματισμὸν σταθερῶν γαλακτωμάτων λιπαρῶν σωμάτων ἐντὸς ὕδατος.

176. Κινητικὴ θεωρία.— Δι' ἑνὸς ἰσχυροῦ μικροσκοπίου παρατηροῦμεν σταγόνα ὕδατος, ἐντὸς τῆς ὁποίας προσετέθη ἐλαχίστη ποσότης σινικῆς μελάνης· αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρότατα τεμάχια αἰθάλης. Βλέπομεν τότε ὅτι τὰ σωματίδια αὐτὰ εὑρίσκονται εἰς *ἀδιάκοπον κίνησιν*. Ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως συνεχῶς μεταβάλλεται, ὥστε ἕκαστον σωματίδιον διαγράφει ἀκανόνιστον τεθλασμένην γραμμὴν (σχ. 180). Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρετηρήθη διὰ πρώτην φορὰν ἀπὸ τὸν Ἄγγλον βοτανικὸν Brown (1827) καὶ καλεῖται **κίνησις τοῦ Brown.** Τὰ μικρὰ στερεὰ σωματίδια εὑρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν, διότι δέχονται ἐκ μέρους τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ κρούσεις, αἱ ὁποῖαι προσδίδουν εἰς τὰ σωματίδια τόσον μεγαλυτέραν ταχύτητα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ μᾶζα τῶν σωματιδίων. Ὥστε ἡ κίνησις τοῦ Brown ἀποδεικνύει ὅτι :



Σχ. 180. **Κίνησις τοῦ Brown.**

Τὰ μόρια ἑνὸς ὑγροῦ εὑρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν.

Ὅταν μία ἀκτὶς φωτὸς εἰσέρχεται ἐντὸς σκοτεινοῦ σωματίου, παρατηροῦμεν ὅτι τὰ ἐντὸς τοῦ ἀέρος αἰωρούμενα λεπτότατα σωματίδια, εὑρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι :

Τὰ μόρια τῶν ἀερίων εὑρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν, ὅπως καὶ τὰ μόρια τῶν ὑγρῶν.

Ἐπὶ τῶν ἀντιλήψεων τούτων ἀνεπτύχθη ἡ **κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων**, ἡ ὁποία ἑρμηνεύει μηχανικῶς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων. Τὰ μόρια τῶν ἀερίων συμπεριφέρονται ὡς ἐλαστικαὶ σφαῖραι. Ὅταν λοιπὸν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου προσπίπτουν ἐπὶ τοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ἀέριον, τότε τὰ μόρια ἀνακλῶνται. Τὸ τοίχωμα δέχεται συνεπῶς μίαν ἄπωσιν πρὸς τὰ ἔξω. Αὗται αἱ ἀναρίθμητοι κρούσεις τῶν μορίων ἐπὶ τοῦ τοιχώματος ἐκδηλοῦνται ὡς πίεσις τοῦ ἀερίου.

Μέση ταχύτης τῶν μορίων τῶν ἀερίων εἰς 0°C

Ἀέριον	Ταχύτης
Ὑδρογόνον	1840 m/sec
Ἄζωτον	493 »
Ὀξυγόνον	461 »
Διοξείδιον ἄνθρακος	393 »

***177. Συμπεράσματα τῆς κινητικῆς θεωρίας.**— Ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων καταλήγει εἰς τὰ ἑξῆς συμπεράσματα:

I. Ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν πυκνότητα (d) τοῦ ἀερίου καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τῶν μορίων τοῦ ἀερίου.

$$\boxed{\textbf{πίεσις ἀερίου:}\ p = \frac{1}{3} d \cdot \upsilon^2}$$

II. Ἓν κυβικὸν ἑκατοστόμετρον παντὸς ἀερίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως περιέχει σταθερὸν ἀριθμὸν μορίων:

$$\boxed{\textbf{ἀριθμὸς τοῦ Loschmidt:}\ N_L = 26{,}87 \cdot 10^{18}\ \text{μόρια/cm}^3}$$

III. Εἰς ἓν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου περιέχεται σταθερὸς ἀριθμὸς μορίων:

$$\boxed{\textbf{ἀριθμὸς τοῦ Avogadro:}\ N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ \text{μόρια/mol}}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

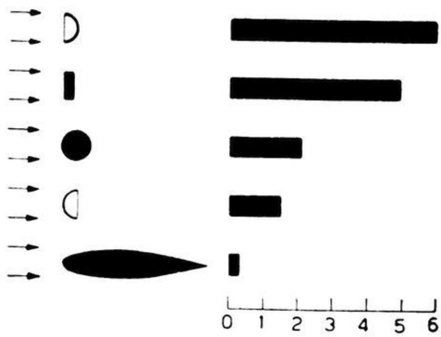
169. Εἰς πόσον ὄγκον ὑδρογόνου εὑρισκομένου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας περιέχεται τόσον πλῆθος μορίων, ὅσος εἶναι ὁ πληθυσμὸς τῆς Γῆς; Πληθυσμὸς τῆς Γῆς 2,5 · 10^9 ἄνθρωποι.

170. Πόσα μόρια περιέχονται εἰς 1 m^3 ὀξυγόνου, εὑρισκομένου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας;

171. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων τοῦ ἀέρος ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας, ἂν ἡ πυκνότης του εἶναι 1,293 gr/dm^3;

ΑΝΤΙΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ

178. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.— Ὅταν ἓν σῶμα κινῆται ἐντὸς ἠρεμοῦντος ἀέρος ἢ ἀντιστρόφως ὁ ἀὴρ κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς τὸ ἠρεμοῦν σῶμα, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἀναπτύσσεται μία δύναμις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀντίστασις τοῦ ἀέρος**. Τὴν δύναμιν αὐτὴν αἰσθάνεται ὁ ταχέως κινούμενος ποδηλάτης καὶ ὁ ἀκίνητος παρατηρητὴς ὁ δεχόμενος τὸ ρεῦμα ἰσχυροῦ ἀνέμου. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι διὰ τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος:



Σχ. 181. Τὰ 5 σώματα ἔχουν διαφορετικὰ σχήματα, ἀλλὰ παρουσιάζουν τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν.

Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος (R) εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν (σ) τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος (υ) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος.

ἀντίστασις τοῦ ἀέρος: $\mathbf{R = K \cdot \sigma \cdot \upsilon^2}$

Ὁ σ υ ν τ ε λ ε σ τ ὴ ς ἀ ν τ ι σ τ ά σ ε ω ς K ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις ἰσχύει ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης υ εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου. Διὰ τὰς πολὺ μεγάλας ταχύτητας (βλήματα) ὁ ἀνωτέρω τύπος δὲν ἰσχύει. Ἡ σπουδαία ἐπίδρασις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 181. Ἀπὸ τὴν σύγκρισιν τῶν τιμῶν τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος καταφαίνεται ὅτι ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν ἡ διαμόρφωσις τοῦ σώματος εἰς τὸ ὄπισθεν τμῆμα του. Πολὺ μικρὰ ἀντίστασις ἀναπτύσσεται, ὅταν τὸ σῶμα ἔχῃ ἰχθυοειδὲς σχῆμα (κοινῶς ἀεροδυναμικόν).

Παράδειγμα. Δι' ἕνα ποδηλατιστὴν εἶναι $K = 0,03$ ὅταν τὸ σ μετρῆται εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec. Ἐὰν ἡ μετωπικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ποδηλατιστοῦ εἶναι $\sigma = 0,5\ m^2$ καὶ ἡ ταχύτης του εἶναι $\upsilon = 4$ m/sec, τότε ἡ ἀναπτυσσομένη ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι :

$$R = 0,03 \cdot 0,5 \cdot 16 = 0,24\ kgr^* = 240\ gr^*$$

179. Πτῶσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος.— Ὅταν ἓν σῶμα πίπτῃ κατακορύφως ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν αἱ ἑξῆς δυνάμεις : 1) τὸ βάρος τοῦ σώματος B, τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερά · 2) ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος R, ἡ ὁποία εἶναι δύναμις κατακόρυφος διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἡ ὁποία βαίνει συνεχῶς αὐξανομένη, ἐφ' ὅσον αὐξάνεται καὶ ἡ ταχύτης τοῦ σώματος. Τὸ σῶμα κινεῖται λοιπὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $B - R$ καὶ ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν γ, ἡ ὁποία, ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $B - R = m \cdot \gamma$, δὲν εἶναι σταθερά, διότι τὸ R δὲν εἶναι σταθερόν. Ἡ ἐπιτάχυνσις βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη καὶ τέλος μηδενίζεται ὅταν γίνῃ $R = B$. Ἡ πτῶσις τότε γίνεται ὁμαλὴ καὶ ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν ἀπέκτησε τὸ σῶμα, καλεῖται **ὁρικὴ ταχύτης.** Ἡ ὁρικὴ ταχύτης ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν $R = B$, ἡ ὁποία γράφεται :

$$K \cdot \sigma \cdot \upsilon^2 = B$$

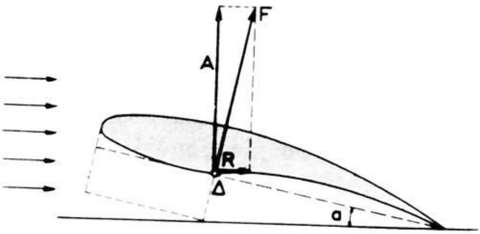
Ἐφαρμογὴν τῆς πτώσεως σώματος μὲ τὴν ὁρικὴν ταχύτητα ἔχομεν εἰς τὰ ἀλεξίπτωτα. Ἐπίσης αἱ σταγόνες τῆς βροχῆς καὶ τῆς ὁμίχλης πίπτουν συνήθως μὲ τὴν ὁρικὴν ταχύτητα. Ὥστε :

Ἕνεκα τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἡ πτῶσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι κίνησις ὁμαλῶς μεταβαλλομένη.

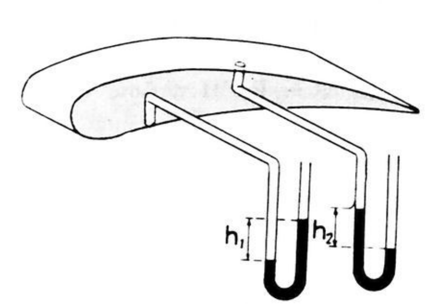
Παράδειγμα. Διὰ τὸ ἀλεξίπτωτον εἶναι $K = 0,163$ ὅταν τὸ σ μετρῆται εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec. Ἐὰν τὸ ὁλικὸν βάρος τῆς συσκευῆς (ἄνθρωπος καὶ ἀλεξίπτωτον) εἶναι B = 200 kgr* καὶ ἡ μετωπικὴ ἐπιφάνεια εἶναι $\sigma = 78\ m^2$ τότε ἡ ὁρικὴ ταχύτης εἶναι:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{200}{0{,}163 \cdot 78}} = 4\ \text{m/sec}$$

180. Ἀεροπλάνον. — Τὸ ἀερόστατον στηρίζεται εἰς τὸν ἀέρα ἕνεκα τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία καλεῖται **στατικὴ ἄνωσις.** Τὸ ἀερόστατον δύναται νὰ διατηρηθῇ ἀκίνητον ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ἀντιθέτως τὸ ἀεροπλάνον στηρίζεται εἰς τὸν ἀέρα μόνον ἐφ' ὅσον κινεῖται, ὁπότε, ἕνεκα τῆς σχετικῆς κινήσεώς του ὡς πρὸς τὸν ἀέρα, ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῶν δύο πτερύγων του κατακόρυφος δύναμις διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω, καὶ ἡ ὁποία καλεῖται **δυναμικὴ ἄνωσις.** Πρὸς τοῦτο ἡ πτέρυξ τοῦ ἀεροπλάνου ἔχει διαμορφωθῇ καταλλήλως (σχ. 182). Ὅταν ἡ πτέρυξ τοῦ ἀεροπλάνου κινῆται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῆς πτέρυγος μία δύναμις F, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀεροδύναμις.** Ἡ ἀεροδύναμις δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο καθέτους συνιστώσας, τὴν **δυναμικὴν ἄνωσιν** A, κάθετον πρὸς τὴν τροχιὰν καὶ τὴν **δυναμικὴν ἀντίστασιν** R παράλληλον πρὸς τὴν τροχιάν. Ἡ ἔντασις τῶν δύο τούτων δυνάμεων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν προσβολῆς α. Αἱ μετρήσεις ἀποδεικνύουν ὅτι ἡ δυναμικὴ ἄνωσις λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμήν, ὅταν εἶναι $\alpha = 15^0$. Ἡ ἀνάπτυξις τῆς ἀεροδυνάμεως F εἶναι ἀποτέλεσμα τῆς κατανομῆς τῶν πιέσεων εἰς τὴν ἄνω καὶ τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος. Ἡ μέτρησις τῶν πιέσεων τούτων ἐπιτυγχάνεται μὲ εἰδικὰ μανόμετρα (σχ. 183).



Σχ. 182. Ἐπὶ τῆς πτέρυγος ἀναπτύσσεται ἡ ἀεροδύναμις F.



Σχ. 183. Μέτρησις τῆς διαφορᾶς πιέσεως.

Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν πιέσεων, αἱ ὁποῖαι ἐπικρατοῦν εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τῆς πτέρυγος, εὑρέθη ὅτι εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος ἐπικρατεῖ ὑποπίεσις, ἐνῷ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν ἐπικρατεῖ ἀντιθέτως ὑπερπίεσις. Ἐκ τῆς τοιαύτης κατανομῆς τῶν πιέσεων προκύπτει ὡς συνισταμένη ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι σχεδὸν κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος.

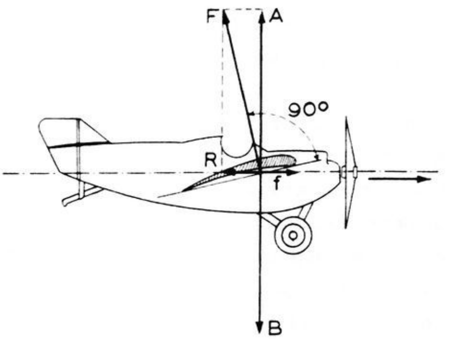
Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν λοιπὸν ἔρευναν συνήχθησαν τὰ ἑπόμενα συμπεράσματα :

I. Ἐπὶ μιᾶς κινουμένης πτέρυγος ἀεροπλάνου ἀναπτύσσεται ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι περίπου κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀεροδυνάμεως εὑρίσκεται πλησίον τοῦ ἐμπροσθίου ἄκρου τῆς πτέρυγος.

II. Ἡ ἀεροδύναμις προκύπτει ὡς συνισταμένη τῆς ὑπερπιέσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος, καὶ τῆς ὑποπιέσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος.

III. Ἡ ἔντασις τῆς ἀεροδυνάμεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν προσβολῆς.

Ἐπὶ τοῦ πετῶντος ἀεροπλάνου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις: α) τὸ βάρος B τοῦ ἀεροπλάνου, β) ἡ ἕλξις f, τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει ἡ ἕλιξ καὶ γ) ἡ ἀεροδύναμις F, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῆς πτέρυγος τοῦ ἀεροπλάνου.



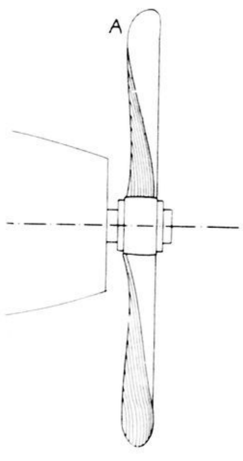
Σχ. 184. Ὁριζοντία πτῆσις ἀεροπλάνου.

Κατὰ τὴν ὁμαλὴν ὁριζοντίαν πτῆσιν τοῦ ἀεροπλάνου ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων B, f καὶ F εἶναι ἴση μὲ μηδὲν (σχ. 184). Τότε ἰσχύουν αἱ ἀκόλουθοι σχέσεις:

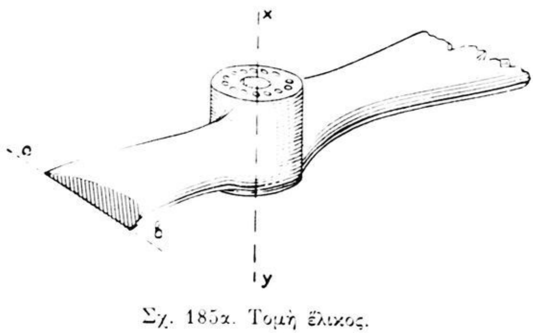
ἐξίσωσις στηρίξεως : $A = B$

ἐξίσωσις ἕλξεως : $f = R$

181. Σύστημα προωθήσεως τοῦ ἀεροπλάνου.—Διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου χρησιμοποιοῦνται ἕ λ ι κ ε ς. Ἡ ἕλιξ ἀποτελεῖται ἀπὸ 2, 3 ἢ 4 πτερύγια (σχ. 185). Κατὰ τὴν περιστροφὴν τῆς ἕλικος δημιουργεῖται δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει ἐπιτάχυνσιν εἰς μεγάλην μᾶζαν ἀέρος μὲ φορὰν πρὸς τὰ ὀπίσω. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως ἡ ἐξωθουμένη πρὸς τὰ ὀπίσω μᾶζα τοῦ ἀέρος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς ἕλικος μίαν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον, ἡ ὁποία ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἐμπρός. Ἀντὶ τῆς ἕλικος χρησιμοποιοῦνται σήμερον διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου οἱ κ ι ν η τ ῆ ρ ε ς ἀ ε ρ ι ο π ρ ο ω θ ή σ ε ω ς. Εἰς τοὺς κινητῆρας τούτους ὁ ἀὴρ εἰσέρχεται ἀπὸ ἓν στόμιον εὑρισκόμενον εἰς τὸ ἔμπροσθεν μέρος τοῦ ἀεροπλάνου. Δι' ἑνὸς ἀεροσυμπιεστοῦ ὁ ἀὴρ συμπιέζεται ἐντὸς τοῦ κινητῆρος καὶ ἀποκτᾷ πιεσιν 4 ἕως 5 ἀτμοσφαιρῶν. Ὁ συμπιεσθεὶς ἀὴρ χρησιμοποιεῖται ἔπειτα διὰ τὴν καῦσιν μιᾶς ὑγρᾶς καυσίμου οὐσίας (βενζίνης ἢ πετρελαίου). Οὕτω προκύπτουν μεγάλαι μᾶζαι πολὺ θερμῶν ἀερίων, τὰ ὁποῖα ἐκφεύγουν πρὸς τὰ ὄπισθεν μὲ μεγάλην ταχύτητα.



Σχ. 185. Ἕλιξ ἀεροπλάνου.



Σχ. 185α. Τομὴ ἕλικος.

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς, τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται κατὰ φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς ἐξόδου τῶν ἀερίων, ὅπως συμβαίνει καὶ εἰς τοὺς πυραύλους. Διὰ τὴν κυβέρνησιν τοῦ ἀεροπλάνου ὑπάρχει σύστημα π η δ α λ ί ω ν, ἤτοι ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν στρεπτῶν περὶ κατακορύφους ἢ ὁριζοντίους ἄξονας. Τὰ πηδάλια ταῦτα εὑρίσκονται εἰς τὸ οὐραῖον μέρος τοῦ ἀεροπλάνου καὶ εἰς τὰ ὄπισθεν ἄκρα τῶν πτερύγων.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

172. Διὰ τὸ ἀλεξίπτωτον ἡ τιμὴ τοῦ K εἶναι 0,123, ὅταν ἡ R μετρῆται εἰς kgr, ἡ σ εἰς m^2 καὶ ἡ v εἰς m/sec. Νὰ εὑρεθῇ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια σ τοῦ ἀλεξιπτώτου, ὥστε τοῦτο νὰ ἀποκτᾷ ὁρικὴν ταχύτητα ἴσην μὲ 3,5 m/sec, ὅταν τὸ ὅλον βάρος, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἀλεξίπτωτον εἶναι 95 kgr*.*

173. Μία σφαιρικὴ σταγὼν βροχῆς ἔχει ἀκτῖνα 0,2 cm. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ ὁρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν πίπτει ἡ σταγών, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἐπὶ μιᾶς σφαίρας, ἡ ὁποία ἔχει ἀκτῖνα $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ μέτρου καὶ πίπτει μὲ ταχύτητα 1 m/sec, ἀναπτύσσεται ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἴση μὲ 0,03 kgr.*

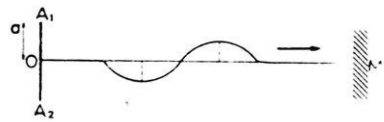
174. Μία μικρὰ κοίλη σφαῖρα ἀπὸ ἀργίλλιον, εἶναι στερεωμένη εἰς τὸ ἄκρον λεπτῆς ῥάβδου ΟΑ, τῆς ὁποίας τὸ βάρος δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν. Ἡ ῥάβδος δύναται νὰ στρέφεται περὶ ὁριζόντιον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ ἄκρου της Ο. Ἡ συσκευὴ αὐτὴ τοποθετεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ πνέοντος ἀνέμου. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ῥάβδος ΟΑ σχηματίζει γωνίαν 45^0 μὲ τὴν κατακόρυφον, ἐνῷ τὸ ἀνεμόμετρον δεικνύει ὅτι κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ὁ ἄνεμος ἔχει ταχύτητα $v = 10$ m/sec. Νὰ εὑρεθῇ πόση θὰ ἦτο ἡ ὁρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ ἔπιπτεν ἡ σφαῖρα ἐντὸς ἠρεμοῦντος ἀέρος.

175. Τὸ φορτίον, τὸ ὁποῖον ὑποβαστάζει μία πτέρυξ ἀεροπλάνου, ἀνέρχεται εἰς 50 kgr/m^2. Νὰ εὑρεθῇ ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῆς κατωτέρας καὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος εἰς gr*/cm^2.*

176. Ἀεροπλάνον ἔχει βάρος 6 400 kgr, ἡ δὲ ἀναπτυσσομένη ἀεροδύναμις δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν: $F = 0{,}03\ \Sigma \cdot v^2$, ὅπου Σ εἶναι ἡ φέρουσα ἐπιφάνεια εἰς m^2, v εἶναι ἡ ταχύτης εἰς m/sec καὶ F εἶναι ἡ* *ἀεροδύναμις εἰς kgr*. Ἐὰν ἡ φέρουσα ἐπιφάνεια τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι 60 m^2 καὶ ἡ γωνία προσβολῆς πολὺ μικρά, νὰ εὑρεθῇ πόση πρέπει νὰ γίνῃ ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου διὰ νὰ κατορθώσῃ τοῦτο νὰ ἀπογειωθῇ.*

ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

182. Ἐγκάρσια κύματα.—Τὸ ἓν ἄκρον μακρᾶς χορδῆς ἀπὸ καουτσοὺκ στερεώνομεν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον Μ (σχ. 186), ἐνῷ τὸ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μὲ τὴν χεῖρα μας, τείνοντες συγχρόνως τὴν χορδὴν ἐλαφρῶς. Ἐὰν ἀναγκάσωμεν τὸ ἄκρον Ο νὰ ἐκτελέσῃ μίαν ταλάντωσιν πλάτους α, παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς διαδίδεται μία κυματοειδὴς παραμόρφωσις, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **κύματα.**

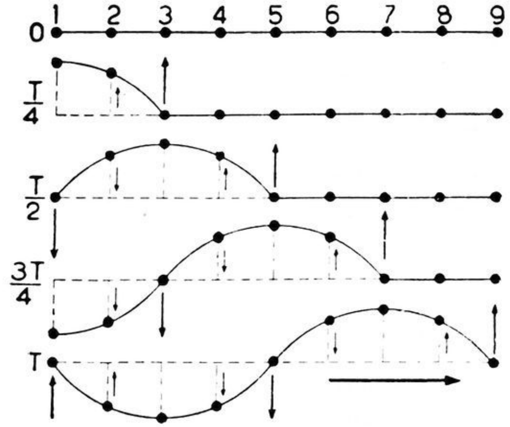


Σχ. 186. Ἐγκάρσια κύματα.

Ἡ κίνησις τοῦ Ο προκαλεῖ διατάραξιν εἰς τὰ γειτονικὰ πρὸς αὐτὸ σημεῖα, διότι τὰ σημεῖα αὐτὰ συνδέονται μὲ τὸ Ο δι' ἐλαστικῶν δυνάμεων (μοριακῶν δυνάμεων). Οὕτως ὅλα τὰ μόρια τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς ἀναγκάζονται νὰ ἐκτελέσουν διαδοχικῶς τὴν ἰδίαν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐξετέλεσε τὸ σημεῖον Ο. Ἡ τοιαύτη μετάδοσις τῆς κινήσεως ἀπὸ τοῦ ἑνὸς σημείου εἰς τὸ ἄλλο καλεῖται **κύμανσις.** Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα τῆς τεντωμένης χορδῆς τὰ μόρια τοῦ **ἐλαστικοῦ μέσου** (δηλαδὴ τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ σώματος) πάλλονται καθέτως πρὸς τὴν **διεύθυνσιν** διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα καλοῦνται **ἐγκάρσια κύματα.**

Εἰς τὰ ἐγκάρσια κύματα σχηματίζονται κοιλώματα καὶ ὑψώματα.

183. Μῆκος κύματος.— Ἄς θεωρήσωμεν μίαν σειρὰν μορίων τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς. (σχ. 187). Ἡ κίνησις μεταδίδεται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς μορίου εἰς τὸ ἀμέσως ἑπόμενον μὲ μικρὰν καθυστέρησιν, ἕνεκα τῆς ἀδρανείας τοῦ μορίου. Ἐὰν λοιπὸν ὑποθέσωμεν ὅτι ἕκαστον μόριον ἀρχίζει νὰ κινῆται μετὰ παρέλευσιν χρόνου Τ/8 ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς ἐκκινήσεως τοῦ γειτονικοῦ μορίου, τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν Τ τίθεται εἰς κίνησιν τὸ μόριον 9, ἐνῷ τὸ μόριον 1 ἔχει συμπληρώσει μίαν ὁλόκληρον ταλάντωσιν. Κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν τὸ μόριον 3 ἔχει ἐκτελέσει τὰ τρία τέταρτα τῆς ταλαντώσεως· τὸ μόριον 5 ἔχει ἐκτελέσει τὸ ἥμισυ τῆς ταλαντώσεως· τὸ δὲ μόριον 7 ἔχει ἐκτελέσει τὸ τέταρτον τῆς ταλαντώσεως. Τὰ βέλη φανερώνουν τὴν φορὰν καὶ κατὰ προσέγγισιν τὸ μέγεθος τῆς ταχύτητος τῶν μορίων.



Σχ. 187. Διάδοσις ἐγκαρσίας κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς τοῦ χρόνου Τ ἡ κύμανσις διαδίδεται εἰς ὡρισμένην ἀπόστασιν μὲ σταθερὰν ταχύτητα υ.

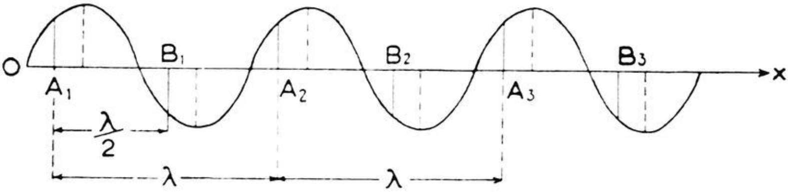
Μῆκος κύματος λ τῆς κυμάνσεως καλεῖται ἡ ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν διαδίδεται ἡ κύμανσις ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

μῆκος κύματος: $\lambda = \upsilon \cdot T$

Ἐπειδὴ ἡ συχνότης ν εἶναι $\nu = \frac{1}{T}$ ἡ προηγουμένη σχέσις δίδει τὴν ἀκόλουθον **θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῶν κυμάνσεων**:

ταχύτης διαδόσεως κυμάνσεως: $\upsilon = \nu \cdot \lambda$

Ἐὰν τὸ σημεῖον Ο ἐκτελῇ συνεχῶς ἁρμονικὰς ταλαντώσεις, τότε ἐντὸς τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου διαδίδεται συνεχῶς μία κύμανσις. Κατὰ μίαν ὡρισμένην χρονικὴν στιγμὴν τὸ κῦμα ἔχει τὴν μορφήν, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 188. Τὰ σημεῖα A_1, A_2, A_3, ἔχουν κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν τὴν αὐτὴν ἀπομάκρυνσιν. Μετὰ παρέλευσιν χρόνου τινὸς τὰ σημεῖα A_1, A_2, A_3 θὰ ἔχουν ἄλλην ἀπομάκρυνσιν, ἡ ὁποία ὅμως θὰ εἶναι ἡ αὐτὴ διὰ τὰ τρία σημεῖα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι



Σχ. 188. Ἡ ἀπόστασις A_1A_2 ἢ A_2A_3 εἶναι ἴση μὲ λ, ἡ δὲ ἀπόστασις A_1B_1 ἢ B_1A_2 εἶναι ἴση μὲ λ/2.

τὰ θεωρούμενα σημεῖα ἔχουν τὴν **αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως.** Αἱ ἀποστάσεις A_1A_2 καὶ A_2A_3 εἶναι ἴσαι μὲ τὸ μῆκος κύματος λ. Ὥστε:

Μῆκος κύματος λ καλεῖται ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο πλησιεστέρων σημείων, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως.

Ἀντιθέτως, τὸ σημεῖον B_1, τὸ ὁποῖον ἀπέχει $\frac{\lambda}{2}$ ἀπὸ τὸ A_1 καθυστερεῖ πάντοτε ὡς πρὸς τὸ A_1 κατὰ $\frac{T}{2}$. Ἄρα εἰς πᾶσαν στιγμὴν αἱ **ἀπομακρύνσεις** τῶν σημείων B_1 καὶ A_1, εἶναι ἴσαι, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς. Λέγομεν ὅτι τὰ σημεῖα αὐτὰ ἔχουν **ἀντίθετον φάσιν κυμάνσεως.**

Γενικώτερον, ὅταν δύο σημεῖα τῆς εὐθείας Ox τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἀπέχουν μεταξὺ των κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$ τότε τὰ σημεῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως· ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ ἀπόστασις d μεταξὺ τῶν δύο σημείων εἶναι ἴση μὲ περιττὸν ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, τότε τὰ σημεῖα ἔχουν ἀντίθετον φάσιν. Ἤτοι :

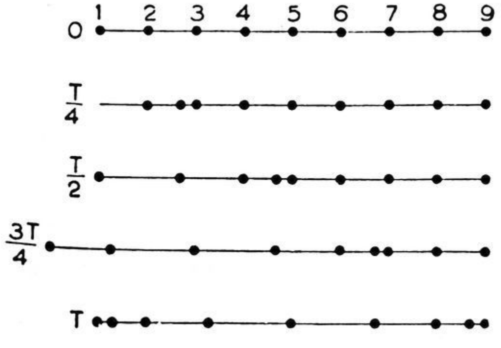
τὰ σημεῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν: $d = 2\kappa \cdot \frac{\lambda}{2}$

τὰ σημεῖα ἔχουν ἀντίθετον φάσιν: $d = (2\kappa + 1)\ \frac{\lambda}{2}$

ὅπου κ εἶναι οἱοσδήποτε ἀκέραιος ἀριθμός.

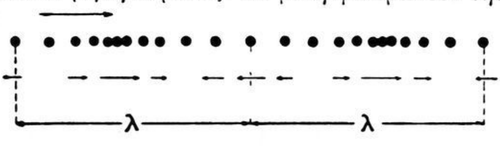
184. Διαμήκη κύματα.— Τὸ ἓν ἄκρον μακροῦ ἐλατηρίου τὸ στερεώνομεν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον Μ, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μὲ τὴν χεῖρα μας (σχ. 189). Πλησίον τοῦ ἄκρου Ο ἀναγκάζομεν μερικὰς σπείρας νὰ πλησιάσουν ἡ μία πρὸς τὴν ἄλλην καὶ ἔπειτα τὰς ἀφήνομεν ἀποτόμως ἐλευθέρας. Ἑκάστη σπεῖρα ἐκτελεῖ μερικὰς ταχείας ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας της καὶ ἔπειτα ἠρεμεῖ. Ἀλλὰ ἡ διατάραξις, τὴν ὁποίαν προεκαλέσαμεν εἰς τὰς ὀλίγας αὐτὰς σπείρας, βλέπομεν ὅτι διαδίδεται κατὰ μῆκος τοῦ ἐλατηρίου μέχρι τοῦ σταθεροῦ σημείου Μ. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο ἑκάστη σπεῖρα πάλλεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα λέγονται **διαμήκη κύματα**. Ἂς θεωρήσωμεν πάλιν μίαν σειρὰν μορίων τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου (σχ. 190), τὰ ὁποῖα συνδέονται μεταξύ των, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 187. Τὸ μόριον 1 ἐκτελεῖ μίαν ἁρμονικὴν ταλάντωσιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας εὑρίσκονται τὰ μόρια. Τότε ὅλα τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου θὰ ἐκτελέσουν διαδοχικῶς τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν οποίαν ἐξετέλεσε τὸ μόριον 1

Σχ. 189. Διαμήκη κύματα.



Σχ. 190. Διάδοσις διαμήκους κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

Εἰς τὴν διαμήκη κύμανσιν παρατηροῦμεν ὅτι τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἐναλλὰξ πλησιάζουν καὶ ἀπομακρύνονται ἀλλήλων. Οὕτω δημιουργοῦνται πυκνώματα καὶ ἀραιώματα τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὰ ὁποῖα διαδίδονται κατὰ μῆκος τῆς θεωρουμένης εὐθείας τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου. Εἰς τὴν κύμανσιν αὐτὴν λαμβάνομεν ὡς μῆκος κύματος λ τὴν ἀπόστασιν δύο διαδοχικῶν πυκνωμάτων (ἢ ἀραιωμάτων). Εἰς τὸ σχῆμα 191 παριστῶνται δύο μήκη κύματος. Τὰ βέλη φανερώνουν τὴν φορὰν καὶ κατὰ προσέγγισιν τὸ μέγεθος τῆς ταχύτητος τῶν μορίων. Ὥστε:

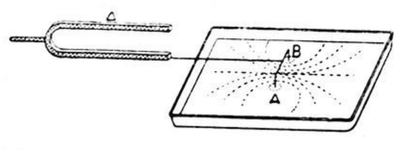


Σχ. 191. Σχηματισμὸς πυκνωμάτων καὶ ἀραιωμάτων.

Εἰς τὰ διαμήκη κύματα σχηματίζονται ἀλληλοδιαδόχως πυκνώματα καὶ ἀραιώματα τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου καὶ συνεπῶς συμβαίνουν διαδοχικαὶ μεταβολαὶ τῆς πυκνότητος τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου.

185. Συμβολὴ κυμάνσεων.— Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ μέσου δυνατὸν νὰ διαδίδωνται συγχρόνως δύο κυμάνσεις. Ὅταν αἱ κυμάνσεις αὐταὶ φθάνουν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ μέσου, τότε τὸ σημεῖον τοῦτο ἐκτελεῖ μίαν συνισταμένην κίνησιν. Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο κυμάνσεις σ υ μ β ά λ λ ο υ ν. Τὸ ἀκόλουθον πείραμα δεικνύει τὸ **φαινόμενον τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων** τῆς αὐτῆς περιόδου (Τ).

Εἰς τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν (σχ. 192) εἶναι στερεωμένον στέλεχος, τὸ ὁποῖον εἰς τὰ ἄκρα του εἶναι κεκαμμένον κατὰ ὀρθὴν γωνίαν οὕτως, ὥστε τὰ σημεῖα Α καὶ Β νὰ πάλλωνται κατακορύφως. Ὅταν τὸ διαπασῶν ἠρεμῇ, τὰ σημεῖα Α καὶ Β εὑρίσκονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν ἠρεμοῦντος ὕδατος ἢ ὑδραργύρου.

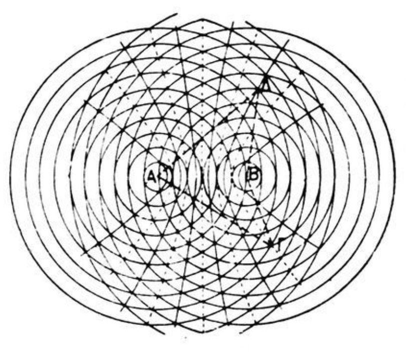


Σχ. 192. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων.

Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ διασκορπίζομεν μικρὰ τεμάχια φελλοῦ καὶ θέτομεν τὸ διαπασῶν εἰς συνεχῆ παλμικὴν κίνησιν (μὲ τὴν βοήθειαν ἠλεκτρομαγνήτου). Παρατηροῦμεν ὅτι μερικὰ τεμάχια φελλοῦ μένουν διαρκῶς **ἀ κ ί ν η τ α**, ἄλλα δὲ πάλλονται κατακορύφως μὲ μ έ γ ι σ τ ο ν π λ ά τ ο ς. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Τὰ σημεῖα Α καὶ Β εἶναι δύο πηγαὶ κυμάνσεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον Τ καὶ τὸ αὐτὸ πλάτος α. Αἱ κυμάνσεις ἀναχωροῦν συγχρόνως ἀπὸ τὰ σημεῖα Α καὶ Β, διαδίδονται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ καὶ ὅταν φθάσουν εἰς ἓν μόριον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ τὸ ἀναγκάζουν τὰ ἐκτελέσῃ συγχρόνως δύο κατακορύφους ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας του. Έστω ἓν σημεῖον Γ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (σχ. 193) τοιοῦτον, ὥστε ἡ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεων του ἀπὸ τὸ Α καὶ τὸ Β νὰ εἶναι ἴση μὲ ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἤτοι εἶναι :

$$\Gamma A - \Gamma B = 2\varkappa \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \text{ἢ}$$

$$\Gamma A - \Gamma B = \varkappa \cdot \lambda \qquad (1)$$



Σχ. 193. Ἐξήγησις τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων.

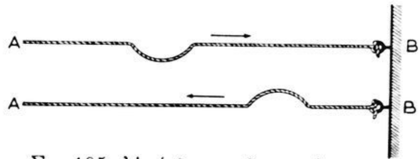
Εἰς τὸ σημεῖον Γ αἱ δύο κυμάνσεις φθάνουν μὲ τὴν αὐτὴν φάσιν καὶ ἑπομένως τὸ Γ πάλλεται μὲ πλάτος 2α, δηλαδὴ μὲ τὸ μέγιστον πλάτος. Ὁ ἀνωτέρω ἀπαραίτητος ὅρος διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τῆς κυμάνσεως κατὰ τὴν συμβολὴν δύο κυμάτων ἐκπληροῦται καὶ εἰς ἄλλα σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα πάλλονται μὲ μέγιστον πλάτος, εὑρίσκονται ἐπὶ ἑνὸς συστήματος ὑπερβολῶν (στικταὶ γραμμαί). Ἂς θεωρήσωμεν τώρα ἓν σημεῖον Δ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (σχ. 193) τοιοῦτον, ὥστε ἡ διαφορὰ τῶν ἀποστάσεών του ἀπὸ τὸ Α καὶ τὸ Β νὰ εἶναι ἴση μὲ περιττὸν ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἤτοι εἶναι :

Σχ. 194. Κροσσοὶ συμβολῆς.

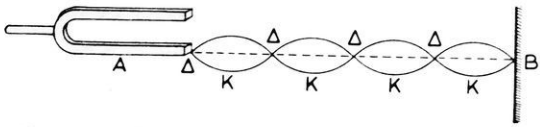
$$\Delta A - \Delta B = (2\varkappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \qquad (2)$$

Εἰς τὸ σημεῖον Δ αἱ δύο κυμάνσεις φθάνουν πάντοτε μὲ ἀντίθετον φάσιν καὶ ἑπομένως τὸ Δ πάλλεται μὲ πλάτος ἴσον μὲ μηδέν, δηλαδὴ τὸ Δ μένει διαρκῶς ἀκίνητον. Ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα δὲν πάλλονται εὑρίσκονται ἐπίσης ἐπὶ ἑνὸς συστήματος ὑπερβολῶν (αἱ πλήρεις γραμμαί). Τὰ δύο συστήματα τῶν ὑπερβολῶν ἀποτελοῦν τοὺς λεγομένους **κροσσοὺς συμβολῆς** (σχ. 194).

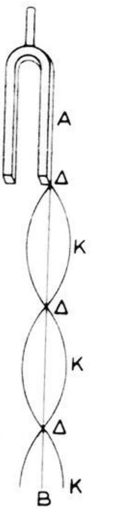
136. Στάσιμα κύματα.— Τὸ ἄκρον Β μακρᾶς χορδῆς ἀπὸ καουτσοὺκ εἶναι στερεωμένον εἰς τοῖχον (σχ. 195). Τείνομεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν καὶ ἀναγκάζομεν τὸ ἄκρον της Α νὰ ἐκτελέσῃ ταχέως ἡμίσειαν ταλάντωσιν. Ἡ ἐγκαρσία διατάραξις, ἡ προκληθεῖσα εἰς τὸ Α, διαδίδεται ἐκ τοῦ Α ἕως τὸ Β, ἐκεῖ *ἀνακλᾶται* καὶ ἐπιστρέφει πάλιν ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α. Ἐὰν τώρα ἀναγκάσωμεν τὸ ἄκρον Α νὰ ἐκτελῇ συνεχῶς παλμικὴν κίνησιν (σχ. 196 α), τότε εἰς ἕκαστον σημεῖον τῆς χορδῆς φθάνουν εἰς πᾶσαν στιγμὴν δύο κυμάνσεις, ἡ *προσπίπτουσα* καὶ ἡ *ἀνακλωμένη* κύμανσις. Παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς ἐμφανίζονται ἄτρακτοι. Ὡρισμένα σημεῖα τῆς χορδῆς μένουν πάντοτε ἀκίνητα, καὶ καλοῦνται *δεσμοὶ* (Δ), ἄλλα δὲ σημεῖα τῆς χορδῆς κινοῦνται πάντοτε μὲ μέγιστον πλάτος καὶ καλοῦνται *κοιλίαι* (Κ). Ἡ τοιαύτη ἰδιάζουσα κύμανσις τῆς χορδῆς χαρακτηρίζεται μὲ τὸν ὅρον **στάσιμα κύματα** καὶ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς τῶν δύο ἀντιθέτως διαδιδομένων ἐπὶ τῆς χορδῆς κυμάνσεων. Τὰ στάσιμα κύματα ἔχουν τὰς ἑξῆς ἰδιότητας:



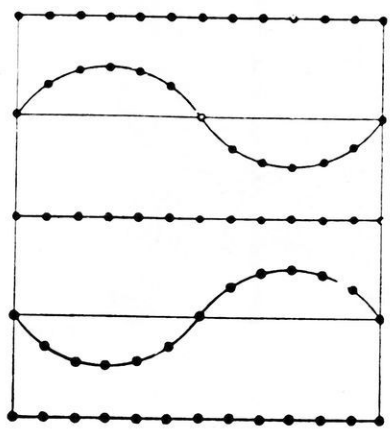
Σχ. 195. Ἀνάκλασις τῆς κυμάνσεως.



Σχ. 196α. Ἐγκάρσια στάσιμα κύματα. Ἀνάκλασις ἐπὶ ἀνενδότου τοιχώματος.



Σχ. 196 β. Ἀνάκλασις εἰς ἐλεύθερον ἄκρον.


Σχ. 197. Ἐγκάρσιον στάσιμον κῦμα.

α) Ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ μέσου διέρχονται συγχρόνως ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας των καὶ φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ μέγιστον πλάτος των (σχ. 197).

β) Τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῶν διαφόρων σημείων εἶναι διάφορον· τοῦτο εἶναι μέγιστον εἰς τὰς κοιλίας καὶ μηδὲν εἰς τοὺς δεσμούς.

γ) Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν (ἢ κοιλιῶν) εἶναι ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους κύματος.

δ) Ἑκατέρωθεν ἑνὸς δεσμοῦ τὰ σημεῖα κινοῦνται πάντοτε κατ' ἀντίθετον φοράν.

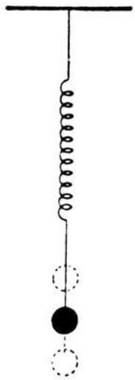
187. Διάδοσις κυμάνσεως εἰς τὸν χῶρον.— Εἰς τὰ ἀνωτέρω ἐξητάσαμεν τὴν διάδοσιν κυμάνσεως εἰς ὑλικὰ σημεῖα διατεταγμένα κατὰ μῆκος μιᾶς εὐθείας ἢ ἐπὶ μιᾶς ἐπιφανείας.

Ἂς θεωρήσωμεν τώρα ὑλικὸν σημεῖον Ο, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἀμειώτους ταλαντώσεις καὶ περιβάλλεται ἀπὸ ἐλαστικὸν μέσον ἀπεριόριστον. Τὸ κέντρον κυμάνσεως Ο ἐκπέμπει τότε παλμικὴν ἐνέργειαν πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις πέριξ τοῦ Ο. Οὕτω σχηματίζονται **σφαιρικὰ κύματα**. Ὅλα τὰ σημεῖα τὰ εὑρισκόμενα εἰς τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ Ο θὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως. Τὰ σημεῖα αὐτὰ ἀποτελοῦν ἐπιφάνειαν σφαίρας, ἡ ὁποία ἔχει κέντρον τὸ σημεῖον Ο. Ἡ σφαιρικὴ αὕτη ἐπιφάνεια καλεῖται **ἐπιφάνεια κύματος**. Αἱ διευθύνσεις τῆς διαδόσεως τῆς κυμάνσεως (δηλαδὴ αἱ ἀκτῖνες τῆς ἀνωτέρω σφαιρικῆς ἐπιφανείας) καλοῦνται **ἀκτῖνες κυμάνσεως**. Ὥστε:

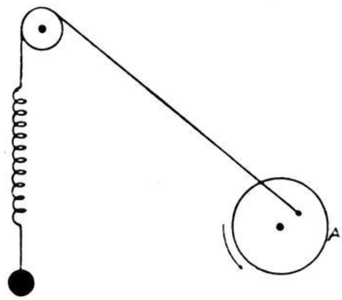
Ἐντὸς τοῦ χώρου ἡ κύμανσις διαδίδεται κατὰ σφαιρικὰ κύματα.

188. Συντονισμός.— Εἰς τὸ ἄκρον κατακορύφου σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἐξαρτῶμεν μεταλλικὴν σφαῖραν καὶ σύρομεν αὐτὴν πρὸς τὰ κάτω (σχ. 198). Ὅταν ἀφήσωμεν τὴν σφαῖραν ἐλευθέραν, αὕτη ἐκτελεῖ ἁρμονικὰς ταλαντώσεις, διότι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἑκάστοτε ἀπομάκρυνσιν αὐτῆς. Ἡ συχνότης ν_0 τῆς ταλαντώσεως εἶναι ὡρισμένη καὶ καλεῖται **ἰδιοσυχνότης** τοῦ παλλομένου συστήματος. Ἡ ἀνωτέρω ταλάντωσις τῆς σφαίρας εἶναι **ἐλευθέρα ταλάντωσις,** διότι ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (σφαῖρα, ἐλατήριον) δὲν ἐπιδρᾷ ἐξωτερικὴ δύναμις.

Προσδένομεν τώρα τὸ ἐλατήριον εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ νήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο εἶναι στερεωμένον εἰς τροχὸν Α (σχ. 199). Ἂν θέσωμεν τὸν τροχὸν εἰς κίνησιν, τότε ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος



Σχ. 198. Τὸ σύστημα πάλλεται μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητά του.



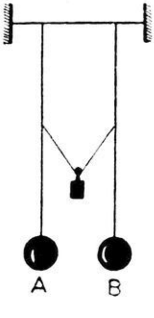
Σχ. 199. Τὸ σύστημα ἐκτελεῖ ἐξηναγκασμένας ταλαντώσεις καὶ συντονίζεται, ὅταν ἡ συχνότης τοῦ τροχοῦ γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ συστήματος.

ἐνεργεῖ περιοδικῶς ἐξωτερικὴ δύναμις. Ἡ περιοδικὴ ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως ἔχει συχνότητα ν, τὴν ὁποίαν ρυθμίζομεν μεταβάλλοντες τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ τροχοῦ. Ὅταν λοιπὸν στρέφωμεν τὸν τροχόν, παρατηροῦμεν ὅτι καὶ ἡ σφαῖρα ἀναγκάζεται νὰ ἐκτελέσῃ ταλάντωσιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν.** Τότε ἡ συχνότης τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἑκάστοτε συχνότητα ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ. Ἂν ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ διαφέρῃ πολὺ ἀπὸ τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι μικρόν. Ἂν ὅμως ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ λαμβάνῃ τιμάς, αἱ ὁποῖαι συνεχῶς πλησιάζουν πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε παρατηροῦμεν ὅτι τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενον. Ὅταν δὲ ἡ συχνότης ν τοῦ τροχοῦ γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας γίνεται μέγιστον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι μεταξὺ τοῦ στρεφομένου τροχοῦ (διεγέρτης) καὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (συντονιστής) ὑπάρχει **συντονισμός.** Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἑξῆς συμπέρασμα:

Δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὑρίσκονται εἰς συντονισμόν, ὅταν ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα.

Ἐφαρμογὴν τοῦ φαινομένου τοῦ συντονισμοῦ ἔχομεν εἰς τὴν αἰώραν (κούνια)· διὰ νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὴν μεγάλο πλάτος αἰωρήσεως, δίδομεν εἰς τὴν αἰώραν περιοδικῶς ὠθήσεις μὲ συχνότητα ἴσην πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς αἰώρας. Ἄλλην ἐφαρμογὴν ἔχομεν εἰς τὰς γεφύρας, ἐπὶ τῶν ὁποίων οἱ πολυάνθρωποι σχηματισμοί (στρατός, σχολεῖα κ.ἄ.) οὐδέποτε βαδίζουν ρυθμικῶς· διότι ἡ γέφυρα ἔχει ὡρισμένην ἰδιοσυχνότητα, καὶ ἂν ἡ συχνότης τοῦ βηματισμοῦ συμπέσῃ νὰ γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς γεφύρας, τότε τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῆς γεφύρας αὐξάνεται πολὺ καὶ εἶναι δυνατὸν νὰ προκληθῇ καταστροφὴ τῆς γεφύρας.

*189. **Σύζευξις.**—Ἓν σύστημα Α δύναται νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις καὶ τοῦτο εἶναι συνδεδεμένον μὲ ἄλλο σύστημα Β οὕτως, ὥστε κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ Α νὰ ἀσκοῦνται ἐπὶ τοῦ Β δυνάμεις· τότε λέγομεν ὅτι τὰ δύο συστήματα Α καὶ Β εἶναι **συνεζευγμένα.** Ἓν παράδειγμα συνεζευγμένων συστημάτων εἶναι τὸ ἑξῆς: Δύο ἐκκρεμῆ Α καὶ Β στερεώνονται εἰς ἓν νῆμα, τὸ ὁποῖον τείνεται ὁριζοντίως, (σχ. 200). Τὰ δύο ἐκκρεμῆ ἔχουν τὸ αὐτὸ μῆκος, ἑπομένως ἔχουν καὶ τὴν αὐτὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0. Ἐὰν θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ Α, παρατηροῦμεν, ὅτι καὶ τὸ Β ἀρχίζει νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις. Ἔρχεται δὲ στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ μὲν Β κινεῖται μὲ μέγιστον πλάτος, τὸ δὲ Α ἠρεμεῖ. Τότε τὸ Α μετέδωσε διὰ μέσου τοῦ νήματος ὁλόκληρον τὴν ἐνέργειάν του εἰς τὸ Β. Μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν τὸ φαινόμενον ἀντιστρέφεται· τὸ Β παρασύρει εἰς κίνησιν τὸ Α κ.ο.κ. Ἄρα ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἐναλλὰξ ἀπὸ τὸ ἓν σῶμα εἰς τὸ ἄλλο.



Σχ. 200 Τὰ ἐκκρεμμῆ Α καὶ Β ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον.

Ὅταν δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὑρίσκωνται εἰς συντονισμὸν καὶ εἶναι συνεζευγμένα, τότε λαμβάνει χώραν μεταφορὰ τῆς ἐνεργείας τοῦ ἑνὸς συστήματος εἰς τὸ ἄλλο.

'Εὰν αἱ ἰδιοσυχνότητες τῶν δύο ἐκκρεμῶν διαφέρουν πολὺ μεταξύ των, τότε τὸ Β ἐκτελεῖ μερικὰς μόνον ταλαντώσεις, ἔπειτα ἠρεμεῖ, διὰ νὰ ἐπαναληφθῆ πάλιν τὸ ἴδιον φαινόμενον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

177. 'Η ταχύτης διαδόσεως μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 300 m/sec, ἡ δὲ συχνότης αὐτῆς εἶναι 75 Hz. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος;

178. 'Η συχνότης μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 2 500 Hz, τὸ δὲ μῆκος κύματος αὐτῆς εἶναι 2 cm. Πόση εἶναι ἡ ταχύτης διαδόσεως τῆς κυμάνσεως;

179. Τὸ μῆκος κύματος μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 400 m, ἡ δὲ ταχύτης διαδόσεως αὐτῆς εἶναι 300 000 km/sec. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κυμάνσεως εἰς μεγακύκλους κατὰ δευτερόλεπτον;

180. 'Απὸ τὸ ἄκρον Α μιᾶς εὐθείας ΑΒ μήκους 10 m ἀναχωρεῖ κύμανσις ἔχουσα μῆκος κύματος 40 cm. Μὲ πόσα μήκη κύματος ἰσοῦται ἡ εὐθεῖα ΑΒ;

181. 'Εκκρεμὲς ἔχει μῆκος $l = 60$ cm. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ συχνότης, ἡ ὁποία θὰ διεγείρη τὸ ἐκκρεμές, ὥστε νὰ ἔχωμεν συντονισμόν; ($g = 980$ cm/sec^2).

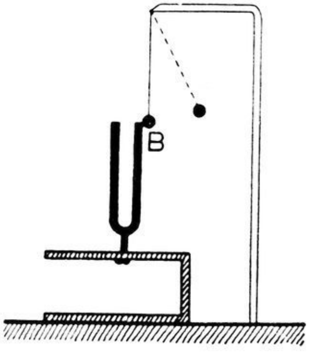
ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

190. Παραγωγὴ τοῦ ἤχου.— Ὁ **ἦχος** εἶναι τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον διεγείρει τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς. Τὸ αἴτιον τοῦτο εἶναι μία κύμανσις καταλλήλου συχνότητος, ἡ ὁποία διεδόθη διὰ μέσου ἑνὸς ἐλαστικοῦ σώματος. Ἡ διαδοθεῖσα κύμανσις ὀφείλεται εἰς τὴν περιοδικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος. Τὸ ἑπόμενον πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι:

Ὁ ἦχος ὀφείλεται εἰς τὴν παλμικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος.



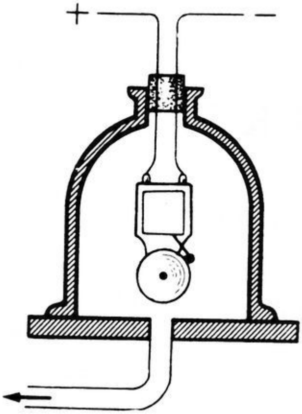
Σχ. 201. Τὸ παλλόμενον σῶμα παράγει ἦχον.

Μία μικρὰ χαλυβδίνη σφαῖρα B εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν (σχ. 201). ἡ σφαῖρα ἐξαρτᾶται μὲ νῆμα ἀπὸ σταθερὸν σημεῖον. Ὅταν τὸ διαπασῶν παράγῃ ἦχον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ ζωηρῶς, ὁσάκις ἔρχεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ διαπασῶν.

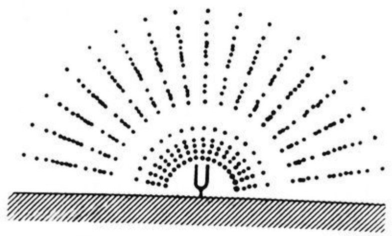
191. Διάδοσις τοῦ ἤχου.— Ἐντὸς τοῦ κώδωνος μιᾶς ἀεραντλίας τοποθετοῦμεν ἠλεκτρικὸν κώδωνα, τὸν ὁποῖον θέτομεν εἰς λειτουργίαν μὲ διακόπτην εὑρισκόμενον ἐκτὸς τοῦ κώδωνος (σχ. 202). Ὅταν ὁ κώδων περιέχῃ ἀέρα, ἀκούομεν τὸν ἦχον. Ὅταν ὅμως ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα τοῦ κώδωνος, δὲν ἀκούομεν ἦχον, ἂν καὶ βλέπωμεν τὴν σφῦραν νὰ κτυπᾷ ἐπὶ τοῦ κώδωνος. Ὥστε:

Ὁ ἦχος διαδίδεται μόνον διὰ μέσου τῶν ὑλικῶν σωμάτων.

192. Ἠχητικὰ κύματα.— Ὅταν μία ἠχητικὴ πηγὴ π.χ. ἓν διαπασῶν πάλλεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε τὸ διαπασῶν καθ' ἑκάστην ταλάντωσίν του ἐξασκεῖ ἐπὶ τῶν γειτονικῶν μορίων τοῦ ἀέρος μίαν ὤθησιν. Ἡ εἰς τὰ πρῶτα μόρια τοῦ ἀέρος μεταδοθεῖσα



Σχ. 202. Διάδοσις τοῦ ἤχου.

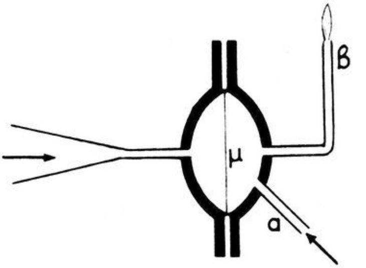


203. Ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματίζονται πυκνώματα καὶ ἀραιώματα.

ἐνέργεια διαδίδεται πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις μὲ ὡρισμένην ταχύτητα. Οὕτως ἡ ἠχητικὴ πηγὴ δημιουργεῖ ἐντὸς τοῦ ἀέρος πυκνώματα καὶ ἀραιώματα, δηλαδὴ δημιουργεῖ διαμήκη κύματα (σχ. 203). Ἐὰν ἡ ἠχητικὴ πηγὴ ἐκτελῇ ν ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ συχνότης τῆς διαδιδομένης κυμάνσεως εἶναι ἐπίσης ν.

Ἐντὸς τῶν ἀερίων καὶ τῶν ὑγρῶν ὁ ἦχος διαδίδεται μὲ διαμήκη κύματα. Ἐντὸς τῶν στερεῶν ὁ ἦχος διαδίδεται μὲ διαμήκη ἢ καὶ ἐγκάρσια κύματα.

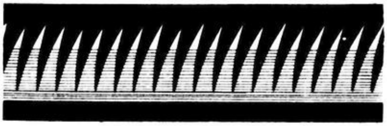
193. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν ἠχητικῶν κυμάτων.— Τὰ ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματιζόμενα ἠχητικὰ κύματα δυνάμεθα νὰ τὰ ἀποδείξωμεν καὶ πειραματικῶς μὲ τὴν μανομετρικὴν κάψαν (σχ. 204). Αὕτη εἶναι μικρὰ κάψα χωριζομένη εἰς δύο μέρη διὰ μιᾶς ἐλαστικῆς μεμβράνης. Εἰς τὸν ἕνα χῶρον προσάγεται φωταέριον, τὸ ὁποῖον ἐξέρχεται ἀπὸ τὸν λεπτὸν σωλῆνα β. Ἐὰν ἀναφλέξωμεν τὸ ἐξερχόμενον φωταέριον, σχηματίζεται κατακόρυφος φλόξ. Ἂν τότε παρατηρήσωμεν ἐπὶ διαφράγματος τὸ εἴδωλον τῆς φλογός, τὸ ὁποῖον δίδει στρεφόμενον κάτοπτρον, βλέπομεν μίαν όριζοντίαν φωτεινὴν ταινίαν (σχ. 205). Ἐὰν ὅμως φθάνῃ εἰς τὴν κάψαν ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος π.χ. ἀπὸ ἓν διαπασῶν, τότε ἡ φωτεινὴ ταινία παρουσιάζει διαδοχικὰς ἀνυ-



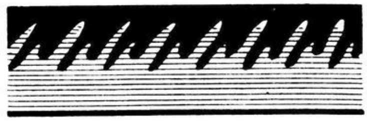
Σχ. 204. Μανομετρικὴ κάψα.

Σχ. 205. Εἴδωλον τῆς φλογός.

ψώσεις καὶ ταπεινώσεις (σχ. 206). αὐταὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ πυκνώματα καὶ τὰ ἀραιώματα τῶν ἠχητικῶν κυμάτων, τὰ ὁποῖα φθάνουν εἰς τὴν μεμβράνην. Ἐὰν εἰς τὴν κά-



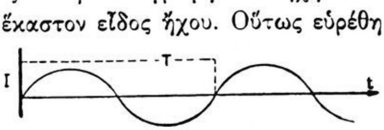
Σχ. 206. Εἴδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς ἁπλοῦν ἦχον.



Σχ. 207. Εἴδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς φθόγγον.

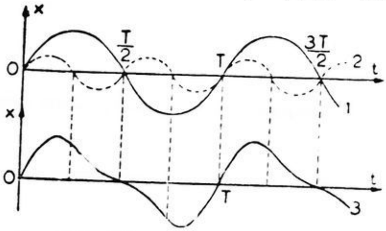
ψαν φθάνῃ ὁ ἦχος ἑνὸς μουσικοῦ ὀργάνου (π.χ. μιᾶς χορδῆς πιάνου), τότε ἡ μορφὴ τοῦ εἰδώλου τῆς φλογὸς εἶναι πολύπλοκος, παρουσιάζει ὅμως περιοδικότητα (σχ. 207).

194. Εἴδη ἤχων.— Οἱ ἦχοι, τοὺς ὁποίους ἀκούομεν, δὲν προκαλοῦν πάντοτε εἰς ἡμᾶς τὴν αὐτὴν ἐντύπωσιν. Διακρίνομεν τόνους, φθόγγους, θορύβους καὶ κρότους. Εἰς τὰ ἐργαστήρια ἐπιτυγχάνεται διὰ καταλλήλων διατάξεων ἡ καταγραφὴ τῶν ἠχητικῶν κυμάτων, τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς ἕκαστον εἶδος ἤχου. Οὕτως εὑρέθη ὅτι ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος ὑπὸ ἑνὸς διαπασῶν ἀντιστοιχεῖ εἰς κανονικὰ ἠχητικὰ κύματα (σχ. 208). Ὁ ἦχος οὗτος ὀφείλεται εἰς ἁρμονικὰς



Σχ. 208. Καταγραφὴ ἁπλοῦ ἤχου.

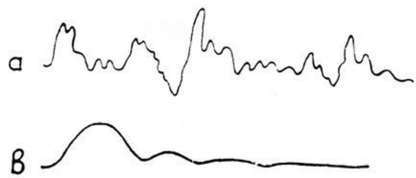
ταλαντώσεις τῆς ἠχητικῆς πηγῆς καὶ καλεῖται **τόνος** ἢ **ἁπλὸς ἦχος**. Τοιούτους ἤχους παράγουν μόνον ὡρισμένα ἐργαστηριακὰ ὄργανα. Οἱ ἦχοι, οἱ παραγόμενοι ἀπὸ τὰ συνήθη μουσικὰ ὄργανα, ἀντιστοιχοῦν εἰς περιοδικὴν κίνησιν, ἡ ὁποία ὅμως δὲν εἶναι ἁρμονικὴ ταλάντωσις. Οἱ ἦχοι οὗτοι καλοῦνται φθόγγοι. Αἱ καμπύλαι 1 καὶ 2 τοῦ σχήματος 209 ἀντιστοιχοῦν εἰς δύο ἁπλοῦς ἤχους, οἱ ὁποῖοι ἔχουν συχνότητα ν καὶ 2ν. Ἡ καμπύλη 3 ἀντιστοιχεῖ εἰς φθόγγον, ὁ ὁποῖος ἔχει περίοδον Τ. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ καμπύλη 3 προκύπτει εὐκόλως ἐκ τῶν 1 καὶ 2, ἐὰν εἰς ἑκάστην στιγμὴν προσθέσωμεν ἀλγεβρικῶς τὰς ἀπομακρύνσεις των. Ὥστε :



Σχ. 209. Ἡ περιοδικὴ κίνησις 3 εἶναι συνισταμένη τῶν ἁρμονικῶν 1 καὶ 2.

Ὁ φθόγγος εἶναι σύνθετος ἦχος καὶ δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς πολλοὺς ἁπλοὺς ἤχους (τόνους), τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἶναι ἀκέραια πολλαπλάσια μιᾶς θεμελιώδους συχνότητος.

Ὁ **θόρυβος** ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀκανόνιστα ἠχητικὰ κύματα, τὰ ὁποῖα δὲν παρουσιάζουν καμμίαν περιοδικότητα (σχ. 210). Τέλος ὁ **κρότος** ἀντιστοιχεῖ εἰς μίαν αἰφνιδίαν καὶ ἰσχυρὰν δόνησιν τοῦ ἀέρος, ὅπως π.χ. συμβαίνει κατὰ τὴν ἐκπυρσοκρότησιν ὅπλου.



Σχ. 210. Καταγραφὴ θορύβου (α) καὶ κρότου (β).

195.Ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου. — Ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ μέσου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου διαδίδεται ὁ ἦχος.

α) Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα.— Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα μετρεῖται μὲ ἀκριβεῖς μεθόδους ἐργαστηριακῶς. Ἐκ τῶν μετρήσεων εὑρέθη ὅτι:

Ἡ ταχύτης (υ) τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ αὐξάνεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος.

Εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι περίπου 340 m/sec.

εἰς 0^0 C : $\upsilon_0 = 331$ m/sec εἰς 15^0 C : $\upsilon = 340$ m/sec

*Ἐπίδρασις τῆς θερμοκρασίας. Εἰς αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος κατὰ 1^0 C ἀντιστοιχεῖ αὔξησις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου 0,60 m/sec περίπου. Ἀκριβέστερον εὑρέθη ὅτι ἡ ταχύτης υ τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ εἰς θερμοκρασίαν θ^0 C δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\textbf{ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς } \theta^0 \text{ C} : \upsilon = 331 \cdot \sqrt{1 + \frac{\theta}{273}}$$

β) Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ στερεά. Αἱ μετρήσεις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρὰ ἀπέδειξαν γενικῶς ὅτι :

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρὰ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἀέρια.

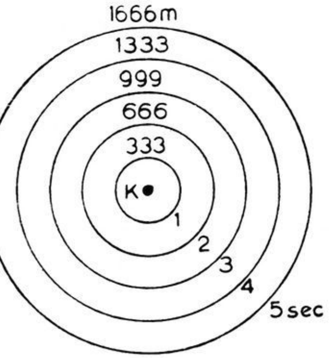
Οὕτως εὑρέθη ὅτι εἰς τὸ ὕδωρ θερμοκρασίας 8^0 C ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 1 435 m/sec. Ἐπίσης εὑρέθη ὅτι :

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ στερεὰ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά.

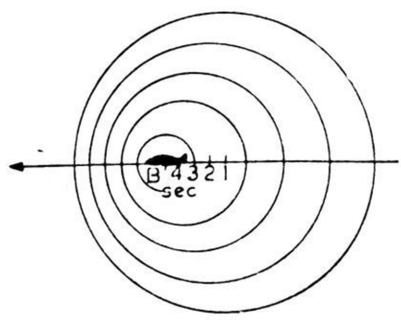
Οὕτω εἰς τὸν χάλυβα ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 5 000 m/sec.

Ταχύτης τοῦ ἤχου				
Ἀὴρ	εἰς 0^0C :	331 m/sec	Ὕδωρ	1 430 m/sec
Ἀὴρ	εἰς 15^0C :	340 m/sec	Ξύλον ἐλάτης	4 200 m/sec
Ὑδρογόνον	εἰς 15^0C :	1 290 m/sec	Μόλυβδος	1 250 m/sec
Διοξείδιον ἄνθρακος	εἰς 15^0C :	270 m/sec	Χάλυψ	5 000 m/sec

196. Ὑπερηχητικαὶ ταχύτητες.— Τὸ ἀεροπλάνον, ὅταν πετᾷ εἶναι μία τεραστία πηγὴ διαταράξεως τοῦ ἀέρος. Ἑπομένως τὸ ἀεροπλάνον κατὰ τὴν πτῆσιν του παράγει πέριξ αὐτοῦ ἠχητικὰ κύματα (σχ. 211), τὰ ὁποῖα διαδίδονται μὲ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου (V = 1 200 km/h). Ἐὰν ἡ ταχύτης υ τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον δὲν ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὰ παραγόμενα ἠχητικὰ κύματα, διότι ταῦτα προηγοῦνται πάντοτε

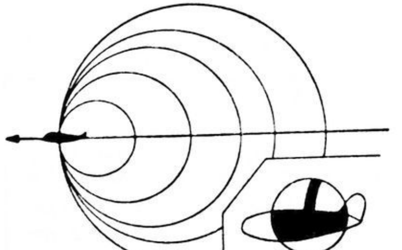


Σχ. 211. Διάδοσις τῶν ἠχητικῶν κυμάτων.



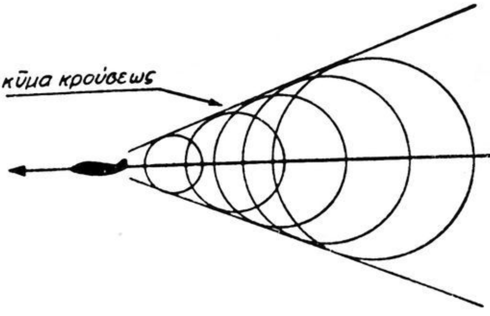
Σχ. 212. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικροτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου.

τοῦ ἀεροπλάνου (σχ. 212). ᾿Αντιθέτως, ἐὰν ἡ ταχύτης υ τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴ σ η μὲ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὰ ἠχητικὰ κύματα συγκεντρώνονται εἰς τὸ ἐμπρόσθιον ἄκρον τοῦ ἀεροπλάνου, ὅπου παρουσιάζεται μία π ύ κ ν ω σ ι ς τῶν κυμάτων (σχ. 213). Ἡ πύκνωσις αὕτη ἀποτελεῖ τὸ καλούμενον **κῦμα κρούσεως.** Τέλος, ἐὰν ἡ ταχύτης υ τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μ ε γ α λ υ τ έ ρ α ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον ἀφήνει ὄπισθέν του τὰ ἠχητικὰ κύματα· ταῦτα, ἀντὶ νὰ αὐξάνουν σχηματίζοντα συγκεντρικὰς σφαίρας, ἀποτελοῦν ἕνα κῶνον, τοῦ ὁποίου κορυφὴ εἶναι τὸ ἀεροπλάνον. Ὁ κῶνος οὗτος ἐκτείνεται ὄπισθεν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου εἶναι τὸ κῦμα κρούσεως (σχ. 214) καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν συνένωσιν τοῦ συμπιεσμένου τμήματος ὅλων τῶν ἠχητικῶν κυμάτων.



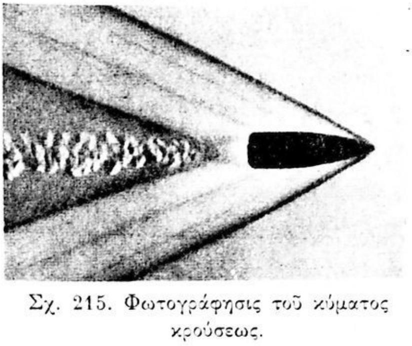
Σχ. 213. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴση μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου.

Τὸ κῦμα **κρούσεως** εἶναι ἓν στρῶμα ἀέρος πολὺ μικροῦ **πάχους,** εἰς τὸ ὁποῖον παρατηροῦνται σημαντικαὶ μεταβολαὶ θερμοκρασίας καὶ πιέσεως. Οὕτως ὁ ἀὴρ δὲν ρέει πλέον κανονικῶς κατὰ μῆκος τῶν πτερύγων καὶ τοῦ ἀεροσκάφους. Τὸ κῦμα κρούσεως δύναται νὰ φωτογραφηθῇ, διότι τὸ στρῶμα τοῦτο τοῦ ἀέρος, ἔχει πυκνότητα πολὺ διάφορον ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑπολοίπου ἀέρος (σχ. 215).



Σχ. 214. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου.

Σήμερον ἐπιτυγχάνομεν ταχύτητας τῶν ἀεροπλάνων περίπου ἴσας πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου. Ἀλλὰ διὰ τὰς ταχύτητας αὐτὰς ὁ ἀὴρ ἐμφανίζεται διὰ τὸ ἀεροπλάνον ὡς ἀδιαπέραστον ἐμπόδιον.


Σχ. 215. Φωτογράφησις τοῦ κύματος κρούσεως.
(Ταχύτης βλήματος 800 m/sec).

Πειραματικῶς εὑρέθη ὅτι, ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου γίνῃ ἴση μὲ 850 km/h, τότε ἐμφανίζονται δυσκολίαι εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἂν ὅμως ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου ὑπερβῇ τὴν τιμὴν 1 450 km/h, τότε αἱ συνθῆκαι τῆς πτήσεως γίνονται πάλιν κανονικαί. Σήμερον κατορθώθη νὰ κατασκευασθοῦν ἀεροπλάνα δυνάμενα νὰ ὑπερβοῦν τὸ ἀνωτέρω ὅριον τῆς ταχύτητος, πέραν τοῦ ὁποίου ἡ πτῆσις εἶναι κανονική.

197. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου.— Ὅταν τὰ ἠχητικὰ κύματα προσπέσουν ἐπὶ καταλλήλων ἐμποδίων, τότε τὰ κύματα ὑφίστανται **ἀνάκλασιν**. Ὁ ἦχος ἀνακλᾶται καὶ ὅταν προσπέσῃ ἐπὶ ἀκανονίστων ἐμποδίων, τὰ ὁποῖα ὅμως, ἔχουν μεγάλας διαστάσεις (π.χ. τοῖχος, συστὰς δένδρων, λόφος κ.ἄ.). Οἱ θόρυβοι κυλίσεως, οἱ ὁποῖοι συνοδεύουν τὴν βροντήν, ὀφείλονται εἰς τὴν ἀνάκλασιν τοῦ ἤχου ἐπὶ τῶν νεφῶν. Ἐὰν παρατηρητής, εὑρισκόμενος εἰς ἀρκετὴν ἀπόστασιν ἀπὸ κατακόρυφον τοῖχον, πυροβολήσῃ, τότε ὁ παρατηρητὴς θὰ ἀκούσῃ ἐπαναλαμβανόμενον τὸν κρότον τοῦ πυροβολισμοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ἠχὼ καὶ γίνεται ἀντιληπτόν, ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ 17 m. Ὅταν τὸ οὖς δέχεται ἕνα πολὺ σύντομον ἠχητικὸν ἐρεθισμόν, ἡ προκληθεῖσα ἐντύπωσις παραμένει ἐπὶ 1/10 τοῦ δευτερολέπτου. Ἑπομένως δύο ἦχοι προκαλοῦν δύο διεκεκριμένους ἐρεθισμούς, ὅταν μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἤχων μεσολαβῇ χρονικὸν διάστημα ἴσον μὲ 1/10 sec. Κατὰ τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα ὁ ἦχος διατρέχει ἀπόστασιν 34 m. Ἄρα, διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ ἡ ἠχώ, πρέπει ὁ δρόμος τῆς μεταβάσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸ ἐμπόδιον καὶ τῆς ἐπιστροφῆς του εἰς τὸν παρατηρητὴν νὰ εἶναι περίπου 34 m. Ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μικροτέρα ἀπὸ 17 m, τότε ὁ ἀνακλασθεὶς ἦχος φθάνει εἰς τὸν παρατηρητὴν πρὶν τελειώσῃ ἡ ἐντύπωσις τοῦ πρώτου ἤχου· οὕτως ὁ ἀνακλασθεὶς ἦχος προκαλεῖ παράτασιν τῆς ἐντυπώσεως τοῦ πρώτου ἤχου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ἀντήχησις. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ὁ ἦχος ἀνακλᾶται διαδοχικῶς ἐπὶ περισσοτέρων ἐμποδίων. Τότε ὁ παρατηρητὴς ἀκούει ἐπαναλαμβανόμενον τὸν αὐτὸν ἦχον πολλὰς φοράς. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται πολλαπλῆ ἠχώ.

Ἐφαρμογαί. Τὸ φαινόμενον τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν κατὰ τὴν διαμόρφωσιν μεγάλων αἰθουσῶν (θεάτρου, κοινοβουλίου κ.ἄ.). Διὰ νὰ ἔχῃ ἡ αἴθουσα καλὴν ἀκουστικήν, πρέπει ἡ ἠχὼ καὶ ἡ ἀντήχησις νὰ εἶναι ἀρκετὰ βραχεῖαι, διὰ νὰ ἐνισχύουν τὸν ἀπ' εὐθείας ἀκουόμενον ἦχον, χωρὶς νὰ συμπίπτουν μὲ τὸν ἑπόμενον ἦχον.

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου ἔχομεν εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ βάθους τῆς θαλάσσης (βυθόμετρον). Εἰς τὰ ὕφαλα τοῦ πλοίου εὑρίσκεται κατάλληλος δέκτης, ἐνῷ εἰς ἄλλο σημεῖον τῶν ὑφάλων τοῦ πλοίου εὑρίσκεται διεγέρτης ἠχητικῶν κυμάτων. Ὁ ἦχος διαδίδεται ἐντὸς τῆς θαλάσσης, ἀνακλᾶται ἐπὶ τοῦ πυθμένος καὶ ἐπιστρέφει εἰς τὸν δέκτην. Ἐὰν μεταξὺ τῆς ἐκπομπῆς τοῦ ἠχητικοῦ σήματος καὶ τῆς ἀφίξεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν δέκτην μεσολαβῇ χρόνος t, τότε τὸ βάθος s τῆς θαλάσσης εἶναι $s = 1\,430 \cdot \frac{t}{2}$ μέτρα.

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΗΧΩΝ

198. Χαρακτηριστικὰ τῶν μουσικῶν ἤχων.— Οἱ ἦχοι, τοὺς ὁποίους παράγουν τὰ διάφορα μουσικὰ ὄργανα καὶ τὰ φωνητικὰ ὄργανα τοῦ ἀνθρώπου, ἀντιστοιχοῦν εἰς περιοδικὰς κινήσεις καὶ καλοῦνται **μουσικοὶ ἦχοι**. Οὗτοι εἶναι ὡς γνωστὸν (§ 194) οἱ τόνοι καὶ οἱ φθόγγοι. Εἰς τοὺς μουσικοὺς ἤχους τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς μας ἀναγνωρίζει τὰ ἑξῆς τρία χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα : ἔντασιν, ὕψος, χροιάν. **Ἔντασις** εἶναι τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἕνα ἦχον ὡς ἰσχυρὸν ἢ ἀσθενῆ. **Ὕψος** εἶναι τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἕνα ἦχον ὡς ὑψηλὸν ἢ βαρύν. **Χροιὰ** ἢ **ποιὸν** εἶναι τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ διακρίνωμεν μεταξὺ των δύο ἤχους τῆς αὐτῆς ἐντάσεως καὶ τοῦ αὐτοῦ ὕψους παραγομένους ἀπὸ δύο διαφόρετικὰς πηγάς.

199. Ἔντασις τοῦ ἤχου.— α) Κτυπῶμεν μίαν χορδήν, ὥστε αὕτη νὰ πάλλεται μὲ μεγάλο πλάτος· ἔπειτα κτυπῶμεν τὴν αὐτὴν χορδήν, ὥστε αὕτη νὰ πάλλεται μὲ μικρότερον πλάτος. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἀκούομεν ἦχον. Παρατηροῦμεν ὅμως ὅτι ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι μεγαλυτέρα, ὅταν τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῆς χορδῆς εἶναι μεγαλυτερον. Εὑρέθη ὅτι :

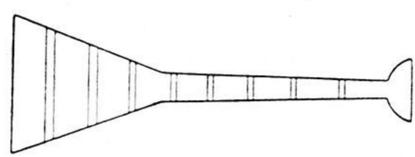
Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.

β) Ἐὰν μία ἠχητικὴ πηγὴ (π.χ. κώδων ἐκκλησίας) παράγῃ ἦχον σταθερᾶς ἐντάσεως, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον περισσότερον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἠχητικὴν πηγήν, τόσον ἀσθενέστερος γίνεται ὁ ἦχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν. Εὑρέθη ὅτι :

Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὴν πηγήν.

Διὰ νὰ περιορίσωμεν τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ μετὰ τῆς ἀποστάσεως χρησιμοποιοῦμεν τὸν τηλεβόαν καὶ τὸν φωναγωγόν. Διὰ τούτων ἐμποδίζομεν νὰ διασκορπισθῇ ἡ ἠχητικὴ ἐνέργεια ἐπὶ διαρκῶς αὐξανομένων σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν καὶ τὴν ἀναγκάζομεν νὰ μένῃ κατανεμημένη ἐπὶ μικρῶν ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν (σχ. 216).

Τὰ στερεὰ σώματα (π.χ. τὸ ξύλον, τὸ ἔδαφος) μεταδίδουν τὸν πλησίον αὐτῶν παραγόμενον ἦχον μὲ μεγαλυτέραν ἔντασιν παρὰ ὁ ἀήρ. Ὥστε ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὸ ὁποῖον παρεμβάλλεται μεταξὺ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς καὶ τοῦ παρατηρητοῦ.



Σχ. 216. Εἰς τὸν τηλεβόαν μετριάζεται ἡ ἐλάττωσις τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ τῆς ἀποστάσεως.

γ) Ἓν διαπασῶν, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν μὲ τὴν χεῖρα μας, παράγει ἀσθενῆ ἦχον. Ἐὰν ὅμως τὸ στηρίξωμεν ἐπὶ τῆς τραπέζης, ἀκούομεν πολὺ ἰσχυρότερον ἦχον, διότι τότε πάλλεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς τραπέζης. Ὥστε :

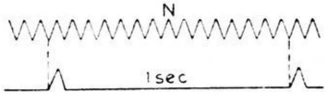
Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου αὐξάνεται, ὅταν αὐξάνεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.

200. Ὕψος τοῦ ἤχου. — Ὅταν μία ἠχητικὴ πηγή, π.χ. μία χορδή, παράγῃ ἦχον, τότε ἡ ἠχητικὴ πηγὴ ἐκτελεῖ ὡρισμένον ἀριθμὸν παλμικῶν κινήσεων κατὰ δευτερόλεπτον, δηλαδὴ ἡ παλμικὴ κίνησις τῆς χορδῆς ἔχει ὡρισμένην συχνότητα ν. Ἀποδεικνύεται πειραματικῶς ὅτι :

Τὸ ὕψος τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν συχνότητα τῶν ταλαντώσεων τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.

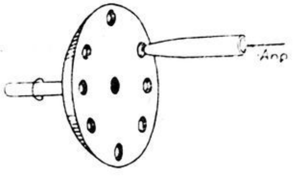
Ἡ συχνότης λοιπὸν ν τῶν ταλαντώσεων τῆς ἠχητικῆς πηγῆς χαρακτηρίζει τὸ ὕψος τοῦ ἤχου καὶ διὰ τοῦτο λέγομεν συνήθως ὅτι ἡ **συχνότης** τοῦ ἤχου εἶναι ν. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς συχνότητος τῶν ταλαντώσεων μιᾶς ἠχητικῆς πηγῆς ἐφαρμόζονται συνήθως δύο μέθοδοι, ἡ γραφικὴ μέθοδος καὶ ἡ μέθοδος ὁμοφωνίας.

α) Μέθοδος γραφική. Ἡ μέθοδος αὐτὴ εἶναι ἡ ἀκριβεστέρα. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἑνὸς ὁμαλῶς στρεφομένου κυλίνδρου καταγράφονται συγχρόνως ὁ ἀριθμὸς τῶν αἰωρήσεων ἑνὸς ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ μίαν ἁπλῆν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου καὶ ἀφ' ἑτέρου αἱ ταλαντώσεις μιᾶς ἠχητικῆς πηγῆς, π.χ. ἑνὸς διαπασῶν. Οὕτως εὑρίσκομεν τὸν ἀριθμὸν ν τῶν ταλαντώσεων, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ διαπασῶν κατὰ δευτερόλεπτον (σχ. 217), ἤτοι εὑρίσκομεν τὴν συχνότητα τῆς ἠχητικῆς κυμάνσεως. Ὅσον μ ε γ α λ υ τ έ ρ α εἶναι ἡ συχνότης, τόσον ὑ ψ η λ ό τ ε ρ ο ς εἶναι ὁ ἦχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν.



Σχ. 217. Μέτρησις τοῦ ὕψους.

β) Μέθοδος ὁμοφωνίας. Ὅταν δύο ἦχοι ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα, ἔχουν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἂν καὶ οἱ δύο οὗτοι ἦχοι εἶναι δυνατὸν νὰ προέρχωνται ἀπὸ δύο διαφορετικὰς πηγὰς (π.χ. ἀπὸ ἓν διαπασῶν καὶ ἀπὸ μίαν χορδὴν). Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο ἠχητικαὶ πηγαὶ εὑρίσκονται εἰς ὁ μ ο φ ω ν ί α ν. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν συχνότητα ἑνὸς ἤχου χρησιμοποιοῦμεν τὴν σ ε ι ρ ῆ ν α. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κυκλικὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος φέρει ὀπὰς εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ δίσκου· ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο ὀπῶν εἶναι σταθερὰ (σχ. 218). Ὁ δίσκος στρέφεται ἰσοταχῶς μὲ τὴν βοήθειαν κινητῆρος. Δι' ἑνὸς σωλῆνος, καταλήγοντος ἔμπροσθεν τῶν ὀπῶν, προσφυσᾶται ἀήρ. Ἔστω ὅτι ὁ δίσκος φέρει κ ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ μ στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Ὅταν στρέφεται ὁ δίσκος, οὗτος προκαλεῖ περιοδικὴν διατάραξιν εἰς τὸν ἀέρα τὸν ἐκφεύγοντα ἀπὸ τὸν σωλῆνα. Οὕτω παράγεται ἦχος, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης ν εἶναι :



Σχ. 218. Σειρήν.

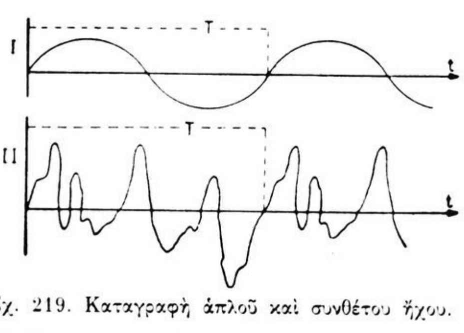
$$\nu = \kappa \cdot \mu$$

291. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἤχων.—Τὸ οὖς ἀντιλαμβάνεται μόνον τοὺς ἤχους, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες περιλαμβάνονται μεταξὺ 16 καὶ 20 000 Hz. Τὰ ὅρια ὅμως αὐτὰ τῶν ἀκουστῶν ἤχων μεταβάλλονται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἀτόμου εἰς τὸ ἄλλο. Οἱ ἦχοι οἱ ἔχοντες συχνότητα μικροτέραν ἀπὸ 16 Hz καλοῦνται **ὑπόηχοι**, ἐνῷ οἱ ἔχοντες συχνότητα μεγαλυτέραν ἀπὸ 20 000 Hz καλοῦνται **ὑπέρηχοι**. Οὗτοι ἐπιδροῦν ἐπὶ τῆς μεμβράνης τῆς μανομετρικῆς κάψης. Αἱ συχνότητες τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὰς ἐφαρμογὰς ὑπερήχων περιλαμβάνονται μεταξὺ 20 000 καὶ 40 000 Hz. Παράγονται ὅμως καὶ ὑπέρηχοι μὲ πολὺ μεγάλας συχνότητας. Οἱ ὑπέρηχοι διαδίδονται μὲ κύματα, ὅπως καὶ οἱ ἀκουστοὶ ἦχοι, παρουσιάζουν ὅμως τὸ πλεονέκτημα νὰ ἐξασθενίζουν πολὺ ὀλιγώτερον ἀπὸ τοὺς ἀκουστοὺς ἤχους, ὅταν διαδίδωνται ἐντὸς ὡρισμένων μέσων καὶ κυρίως ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν βυθομέτρησιν τῆς θαλάσσης.

Οἱ ὑπέρηχοι, ὅταν ἔχουν μεγάλην συχνότητα καὶ ἀρκετὴν ἔντασιν, προκαλοῦν σημαντικὰς μηχανικάς, θερμικὰς καὶ βιολογικὰς δράσεις. Οὕτως, ὅταν ὑπέρηχοι προσπίπτουν ἐπὶ δύο μὴ μιγνυομένων ὑγρῶν, τὰ ὁποῖα ὑπέρκεινται τὸ ἓν τοῦ ἄλλου (ἔλαιον καὶ ὕδωρ ἢ ὕδωρ καὶ ὑδράργυρος), τότε προκαλοῦν τὴν ἀνάμιξιν τῶν δύο ὑγρῶν καὶ τὸν σχηματισμὸν γαλακτώματος. 'Από βιολογικῆς ἀπόψεως παρετηρήθη ὅτι οἱ ὑπέρηχοι προκαλοῦν διαμελισμὸν τῶν κυττάρων μονοκυττάρων ὀργανισμῶν, ὡς καὶ τῶν ἐρυθρῶν αἱμοσφαιρίων. Τελευταίως γίνεται χρῆσις τῶν ὑπερήχων διὰ θεραπευτικοὺς σκοποὺς καὶ εἰς τὴν τεχνικήν.

202. Ἁρμονικοὶ ἦχοι.— Ἂς θεωρήσωμεν ἁπλὸν ἦχον ἔχοντα συχνότητα $\nu = 200$ Hz. Οἱ ἁπλοὶ ἦχοι οἱ ἔχοντες συχνότητας 400 600, 800 Hz καλοῦνται **ἁρμονικοὶ** τοῦ ἤχου συχνότητος $\nu = 200$ Hz. Ὁ ἦχος συχνότητος ν καλεῖται **θεμελιώδης** ἢ **πρῶτος ἁρμονικός.** Οἱ ἁρμονικοὶ ἦχοι ἔχουν συχνότητας 2ν, 3ν, 4ν... καὶ καλοῦνται ἀντιστοίχως δεύτερος ἁρμονικός, τρίτος ἁρμονικός, τέταρτος ἁρμονικὸς κ.ο.κ.

203. Χροιὰ τοῦ ἤχου.— Ἓν διαπασῶν παράγει ἦχον συχνότητος ν. Ἐὰν καταγράψωμεν τὸν ἁπλὸν τοῦτον ἦχον, θὰ λάβωμεν μίαν καμπύλην, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς ἁρμονικήν, ταλάντωσιν (σχ. 219 I). Ἐὰν τώρα καταγράψωμεν ἕνα ἦχον τοῦ αὐτοῦ ὕψους, τὸν ὁποῖον ὅμως παράγει ἓν μουσικὸν ὄργανον (π.χ. ἡ χορδὴ βιολιοῦ), θὰ λάβωμεν μίαν καμπύλην, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς περιοδικὴν κίνησιν ἀλλὰ μὴ ἁρμονικὴν (σχ. 219 II). Ὁ δεύτερος λοιπὸν



Σχ. 219. Καταγραφὴ ἁπλοῦ καὶ συνθέτου ἤχου.

ἦχος εἶναι σύνθετος ἦχος (§ 194) καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν πρόσθεσιν ὡρισμένου ἀριθμοῦ ἁπλῶν ἤχων, οἱ ὁποῖοι εἶναι ἁρμονικοὶ ἑνὸς θεμελιώδους. Ἀπὸ τὴν σπουδὴν τῶν μουσικῶν ἤχων εὑρέθη ὅτι :

Ἡ χροιὰ ἑνὸς ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν καὶ τὴν σχετικὴν ἔντασιν τῶν ἁρμονικῶν, οἱ ὁποῖοι προστίθενται εἰς τὸν θεμελιώδη.

204. Μουσικὴ κλῖμαξ.— Εἰς τοὺς φθόγγους, τοὺς ὁποίους παράγουν τὰ μουσικὰ ὄργανα, ἐπικρατεῖ συνήθως εἷς ἁρμονικὸς καὶ διὰ τοῦτο ὡς συχνότητα τοῦ φθόγγου θεωροῦμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἐπικρατοῦντος ἁρμονικοῦ. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ σύγχρονος ἢ διαδοχικὴ ἀκρόασις δύο φθόγγων προκαλεῖ εὐχάριστον συναίσθημα, ἐὰν ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τῶν δύο φθόγγων ἔχῃ ὡρισμένας τιμάς. Καλεῖται **διάστημα** δύο φθόγγων ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τῶν δύο φθόγγων. Εἰς τὴν μουσικὴν χρησιμοποιεῖται μία σειρὰ φθόγγων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες βαίνουν αὐξανόμεναι, ἀλλὰ ἀσυνεχῶς. Ἡ σειρὰ αὐτὴ τῶν φθόγγων καλεῖται **μουσικὴ κλῖμαξ.**

Ὅταν ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων δύο φθόγγων τῆς κλίμακος εἶναι ἴσος μὲ 2, τότε λέγομεν ὅτι τὸ διάστημα τῶν δύο τούτων φθόγγων εἶναι μία ὀ γ δ ό η. Εἰς τὴν μουσικὴν χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ **συγκεκραμένη κλῖμαξ,** εἰς τὴν ὁποίαν τὸ διάστημα μιᾶς ὀγδόης διαιρεῖται εἰς 12 ἴσα διαστήματα καλούμενα ἡ μ ι τ ό ν ι α. Ἂν δ εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓν ἡμιτόνιον ,τότε τὸ διάστημα δ πολλαπλασιαζόμενον 12 φορὰς ἐπὶ τὸν ἑαυτόν του, δίδει τό διάστημα μιᾶς ὀγδόης· ἄρα εἶναι:

$$\delta^{12} = 2 \quad \textit{καὶ} \quad \delta = \sqrt[12]{2} = 1{,}059...$$

Δύο ἡμιτόνια ἀποτελοῦν ἕνα τ ό ν ο ν · ἑπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἕνα τόνον, εἶναι :

$$\delta^2 = (\,1{,}059\,)^2 = 1{,}121.$$

Εἰς τὴν **συγκεκραμένην κλίμακα** μεταξὺ τοῦ τ ο ν ι κ ο ῦ καὶ τοῦ κατὰ μίαν ὀγδόην ὑψηλοτέρου φθόγγου παρεμβάλλονται 5 τόνοι καὶ 2 ἡμιτόνια, ὅπως φαίνεται εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα :

φθόγγος :	do_1		re_1		mi_1		fa_1		sol_1		la_1		si_1		do_2
		1,121		1,121		1,059		1,121		1,121		1,121		1,059	
διάστημα :		τόνος		τόνος		ἡμιτόνιον		τόνος		τόνος		τόνος		ἡμιτόνιον	

'Ο φθόγγος do_2 ἔχει συχνότητα διπλασίαν τῆς συχνότητος τοῦ do_1 καὶ δύναται νὰ ληφθῇ ὡς τονικὸς διὰ τὸν σχηματισμὸν νέας κλίμακος κ.ο.κ. Διὰ νὰ καθορίσουν τὴν συχνότητα ἑκάστου φθόγγου τῆς κλίμακος, ὥρισαν αὐθαιρέτως τὴν συχνότητα τοῦ φθόγγου la_3 ἴσην μὲ 440 Hz. Οὕτως ἡ συχνότης τοῦ φθόγγου si_3 εἶναι ἴση μέ :

$440 \cdot 1{,}121 = 493$ Hz, τοῦ δὲ do_4 εἶναι ἴση μὲ $493 \cdot 1{,}059 = 522$ Hz.

'Επειδὴ οἱ φθόγγοι do_3 καὶ do_4 διαφέρουν κατὰ μίαν ὀγδόην, ἕπεται ὅτι ἡ συχνότης τοῦ do_3 εἶναι ἴση μὲ $\frac{522}{2} = 261$ Hz.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

182. 'Η ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας $0^0 C$ εἶναι 331 m/sec. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τοῦ ἀέρος ἀντιστοιχεῖ ταχύτης τοῦ ἤχου 350 m/sec;

183. 'Η ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἀέρος εἰς θερμοκρασίαν $15^0 C$ εἶναι 340 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, ὅταν ἡ θερμοκρασία του εἶναι $10^0 C$.

184. Παρατηρητὴς εὑρίσκεται ἐντὸς κοιλάδος περιβαλλομένης ἀπὸ δύο παράλληλα ὄρη μὲ κατακορύφους κλιτῦς. 'Ο παρατηρητὴς πυροβολεῖ καὶ ἀκούει μίαν πρώτην ἠχὼ 0,5 sec μετὰ τὸν πυροβολισμὸν καὶ μίαν δευτέραν ἠχὼ 1 sec μετὰ τὸν πυροβολισμόν. 1) Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν δύο ὀρέων. 2) Νὰ εὑρεθῇ μήπως εἶναι δυνατὸν νὰ ἀκούσῃ ὁ παρατηρητὴς καὶ τρίτην ἠχώ. Ταχύτης τοῦ ἤχου: 340 m/sec.

185. Ἓν πλοῖον εὑρίσκεται ἐν καιρῷ ὁμίχλης ἔμπροσθεν βραχώδους ἀκτῆς. 'Εκ τοῦ πλοίου ἐκπέμπεται πρὸς τὴν ἀκτὴν ἠχητικὸν σῆμα, ὁπότε εἰς τὸ πλοῖον ἀκούονται ἐξ ἀνακλάσεως δύο ἦχοι ἀπέχοντες μεταξύ των χρονικῶς κατὰ 13 sec. 'Εὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec, καὶ εἰς τὴν θάλασσαν εἶναι 1 440 m/sec, νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀπόστασις τοῦ πλοίου ἀπὸ τὴν ἀκτήν.

186. Ἦχος συχνότητος $\nu = 400$ Hz διαδίδεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος καὶ ἐντὸς χαλυβδίνης ῥάβδου. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος ἐντὸς τῶν δύο τούτων ἐλαστικῶν μέσων, ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἶναι εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec καὶ εἰς τὸν χάλυβα 5 000 m/sec;

187. 'Ο δίσκος σειρῆνος φέρει 10 ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ 26 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου;

188. Οἱ δίσκοι δύο σειρήνων Α καὶ Β φέρουν ἀντιστοίχως 50 καὶ 80 ὀπάς. Ὁ δίσκος τῆς σειρῆνος Α ἐκτελεῖ 8 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόσας στροφὰς πρέπει νὰ ἐκτελῇ ὁ δίσκος τῆς σειρῆνος Β, ὥστε ὁ ὑπ' αὐτῆς παραγόμενος ἦχος νὰ εἶναι ὁ δεύτερος ἁρμονικὸς τοῦ ὑπὸ τῆς σειρῆνος Α παραγομένου ἤχου;

189. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ συχνότητες τῶν φθόγγων τῆς κλίμακος ἀπὸ τοῦ do_3 ἕως τὸ do_4.

190. Ὁ δίσκος σειρῆνος φέρει δύο ὁμοκέντρους σειρὰς ὀπῶν. Ἡ ἐξωτερικὴ σειρὰ φέρει 40 ὀπάς. Πόσας ὀπὰς πρέπει νὰ ἔχῃ ἡ ἐσωτερικὴ σειρά, ἵνα τὸ διάστημα τῶν συγχρόνως παραγομένων δύο ἤχων εἶναι 3/2;

191. Νὰ μετρηθῇ εἰς μήκη κύματος τὸ μῆκος μιᾶς εὐθείας $AB = 10\ m$, δι' ἕνα ἦχον συχνότητος $\nu = 440\ Hz$, ὁ ὁποῖος διαδίδεται εἰς τὸν ἀέρα. Ταχύτης ἤχου εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec.

ΠΗΓΑΙ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

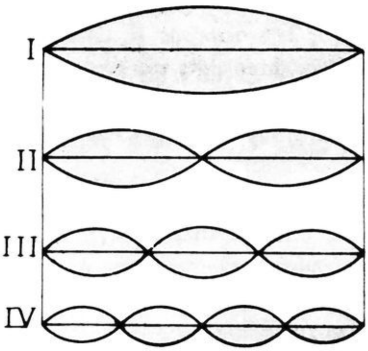
205. Χορδαί.— Εἰς τὴν Μουσικὴν καλεῖται χ ο ρ δ ὴ ἓν ἐπίμηκες κυλινδρικὸν καὶ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποίου τὰ δύο ἄκρα, εἶναι σταθερῶς στερεωμένα καὶ τὸ ὁποῖον τείνεται ἰσχυρῶς μεταξὺ τῶν δύο τούτων σημείων. Αἱ χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μουσικὴν χορδαὶ εἶναι μεταλλικαὶ ἢ ζωικῆς προελεύσεως.

Ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν εἰς ἓν σημεῖον της, τότε ἐπὶ τῆς χορδῆς διαδίδονται κυμάνσεις, αἱ ὁποῖαι ἀνακλῶνται εἰς τὰ δύο σταθερὰ ἄκρα τῆς χορδῆς (σχ. 220). Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν προσπιπτουσῶν καὶ ἀνακλωμένων κυμάνσεων παράγονται σ τ ά σ ι μ α κ ύ μ α τ α (σχ. 221). Τὰ σταθερὰ ἄκρα τῆς χορδῆς εἶναι πάντοτε δεσμοί. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν εἶναι πάντοτε ἴση μὲ $\frac{\lambda}{2}$.

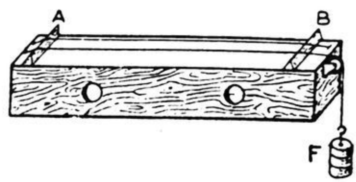
Σχ. 220. Σχηματισμὸς στασίμων κυμάτων ἐπὶ τῆς χορδῆς.

Ὅταν λοιπὸν ἐπὶ τῆς χορδῆς σχηματίζεται 1 στάσιμον κῦμα (σχ. 221 I), τότε ἡ χορδὴ παράγει τὸν βαρύτερον δυνατὸν ἦχον, τὸν ὁποῖον καλοῦμεν **θεμελιώδη** ἢ **πρῶτον ἁρμονικόν.** Εἶναι γνωστὸν

(§ 203) ὅτι τὰ συνήθη μουσικὰ ὄργανα παράγουν πάντοτε συνθέτους ἤχους. Ὡς συχνότητα ν τοῦ ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἓν μουσικὸν ὄργανον, θεωροῦμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἐπικρατεστέρου ἐκ τῶν παραγομένων ἁρμονικῶν (§ 204). Ἡ συχνότης ν τοῦ θεμελιώδους ἤχου ἐξαρτᾶται : α) ἀπὸ τὸ μῆκος l τῆς χορδῆς, β) ἀπὸ τὴν ἀκτῖνα r τῆς χορδῆς, γ) ἀπὸ τὴν πυκνότητα d τῆς χορδῆς καὶ δ) ἀπὸ τὴν δύναμιν F, μὲ τὴν ὁποίαν τείνεται ἡ χορδή. Τὴν ἐξάρτησιν τοῦ ν ἀπὸ τὰ μεγέθη l, r, d καὶ F εὑρίσκομεν μὲ τὸ π ο λ ύ χ ο ρ δ ο ν (σχ. 222). Τοῦτο εἶναι ξύλινον κιβώτιον, ἐπὶ τοῦ ὁποίου τείνονται δύο ἢ περισσότεραι χορδαί, στηριζόμεναι εἰς δύο σταθεροὺς ἱππεῖς A καὶ B, οἱ ὁποῖοι προσδιορίζουν τὸ μῆκος l τῶν παλλομένων χορδῶν. Ἡ μία χορδή, ἡ ὁποία χρησιμεύει πρὸς σύγκρισιν, τείνεται μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου, ἐνῷ ἡ ὑπὸ ἐξέτασιν χορδὴ τείνεται ἀπὸ δύναμιν F. Μὲ τὸ πολύχορδον εὑρίσκονται πειραματικῶς οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τῶν χορδῶν :**



Σχ. 221. Ἡ χορδὴ δίδει ὅλους τοὺς ἁρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους.



Σχ. 222. Πολύχορδον.

Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἡ χορδή, εἶναι : α) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς· β) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τῆς χορδῆς· γ) ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς τεινούσης δυνάμεως· δ) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς πυκνότητος τῆς χορδῆς.

συχνότης θεμελιώδους ἤχου : $\nu = \frac{1}{2l \cdot r} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot d}}$

ὅπου $\pi = 3{,}14$.

Ὅταν ἡ χορδὴ πάλλεται οὕτως, ὥστε νὰ σχηματίζωνται 1, 2, 3...

στάσιμα κύματα (σχ. 221), τότε ή χορδή παράγει άντιστοίχως τόν 1ον, 2ον, 3ον... άρμονικόν. 'Εάν ή χορδή πάλλεται έλευθέρως, τότε ό παραγόμενος μουσικός ήχος είναι σύνθετος ήχος καί άποτελεΐται άπό τόν θεμελιώδη καί άπό μερικούς έκ τών πρώτων άρμονικών του. "Ωστε:

Μία χορδή δύναται νά δώση ίδιαιτέρως ή συγχρόνως τήν σειράν τών άρμονικών τοΰ θεμελιώδους (2ν, 3ν, 4ν...)

* Πειραματική εΰρεσις τών νόμων τών χορδών. α) Αί δύο δμοιαι χορδαί φέρονται είς όμοφωνίαν. "Επειτα θέτομεν ένα κινητόν ίππέα είς τό μέσον, τό τρίτον, τό τέταρτον... τής έξεταζομένης χορδής ούτως, ώστε τό παλλόμενον μήκος τής χορδής νά γίνη 2, 3, 4... φοράς μικρότερον άπό τό άρχικόν μήκος l τής χορδής. Τότε οί παραγόμενοι ήχοι είναι ό δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... άρμονικός τοΰ θεμελιώδους.

β) Αί δύο δμοιαι χορδαί φέρονται είς όμοφωνίαν. 'Επί τής έξεταζομένης χορδής έφαρμόζεται δύναμις F. Είς τήν δύναμιν αύτήν δίδομεν διαδοχικώς τάς τιμάς 4F, 9F, 16F... Τότε οί παραγόμενοι ήχοι είναι άντιστοίχως ό δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... άρμονικός τοΰ θεμελιώδους.

γ) Φέρομεν τάς δύο χορδάς πάλιν είς όμοφωνίαν, έφαρμόζοντες έπί τής έξεταζομένης χορδής μίαν τάσιν F. "Επειτα συμπλέκομεν τέσσαρας όμοίας πρός τήν έξεταζομένην χορδάς καί τήν ούτω σχηματισθεΐσαν νέαν χορδήν τήν τείνομεν πάλιν μέ δύναμιν F. 'Η πυκνότης τής χορδής είναι 4 φοράς μεγαλυτέρα. Τότε ή συχνότης τοΰ παραγομένου ήχου είναι ίση μέ τό 1/2 τής συχνότητος τοΰ θεμελιώδους.

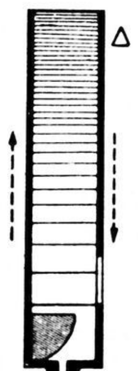
206. Συντονισμός.—Λαμβάνομεν δύο δμοια διαπασών Α καί Β, τά όποΐα παράγουν τόν αύτόν άπλόν ήχον (π.χ. τό la_3). Τά δύο διαπασών έχουν συνεπώς τήν αύτήν συχνότητα. 'Εάν κτυπήσωμεν **έλαφρώς** τό διαπασών Α, τοΰτο παράγει ήχον. Τότε καί τό πλησίον τοΰ Α εύρισκόμενον διαπασών Β διεγείρεται καί έκτελεΐ ταλαντώσεις μεγάλου πλάτους, διότι έχει τήν αύτήν συχνότητα μέ τό Α καί συνεπώς τό διαπασών Β είναι σ υ ν τ ο ν ι σ μ έ ν ο ν μέ τό διαπασών Α. 'Εάν έπιθέσωμεν τόν δάκτυλόν μας έπί τοΰ διαπασών Α, τοΰτο παύει νά πάλλεται, άκούομεν όμως τόν ήχον, τόν όποΐον παράγει τό διαπασών Β.

Τό αύτό παρατηροΰμεν καί όταν τό διαπασών Α παράγη ήχον πλησίον ἑνὸς πιάνου. Τότε ἐξ ὅλων τῶν χορδῶν ἡ χορδὴ la_3 τοῦ πιάνου πάλλεται καὶ παράγει ἦχον.

Σχ. 223 Διέγερσις ἠχητικοῦ σωλῆνος.

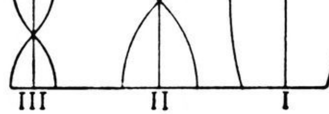
Εἰς τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ στηρίζεται ἡ χρῆσις τῶν ἀντηχείων. Ταῦτα εἶναι συνήθως κιβώτια ξύλινα, μετάλλινα, ἢ σφαιρικαὶ κοιλότητες, αἱ ὁποῖαι συντονίζονται, ὅταν ἡ συχνότης των εἶναι ἴση μὲ τὴν συχνότητα τοῦ διεγείροντος ἤχου. Ἡ συχνότης τῶν ἀντηχείων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς διαστάσεις των.

207. Ἠχητικοὶ σωλῆνες.— Ὁ ἠχητικὸς σωλὴν εἶναι σωλὴν (κυλινδρικὸς ἢ πρισματικὸς) περιέχων ἀέριον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ τεθῇ εἰς παλμικὴν κίνησιν. Ἡ διέγερσις τοῦ ἀερίου γίνεται συνήθως μὲ μίαν εἰδικὴν διάταξιν, ἡ ὁποία καλεῖται στόμιον (σχ. 223). Τὸ προσφυσώμενον ρεῦμα τοῦ ἀέρος θραύεται ἐπὶ λεπτοῦ χείλους καὶ οὕτως ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σχηματίζεται σύστημα στροβίλων, τὸ ὁποῖον δημιουργεῖ κύμανσιν τοῦ ἀέρος τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἀπέναντι τοῦ στομίου ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι κλειστὸν ἢ ἀνοικτόν. Οὕτως οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες διακρίνονται εἰς κλειστοὺς καὶ ἀνοικτοὺς σωλῆνας.



Σχ. 224. Κλειστὸς σωλήν.

α) Κλειστοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες. Ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος διαδίδονται ἀντιθέτως δύο κυμάνσεις (ἡ ἀρχικὴ καὶ ἡ ἐξ ἀνακλάσεως). Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν κυμάνσεων τούτων σχηματίζονται στάσιμα κύματα. Εἰς τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ σωλῆνος σχηματίζεται δεσμός, ἐνῷ πλησίον τοῦ στομίου σχηματίζεται κοιλία (σχ. 224). Ὁ ἀριθμὸς τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων αὐξάνεται,



Σχ. 225. Στάσιμα κύματα εἰς κλειστὸν σωλῆνα.

ὅταν αὐξάνεται καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος προσφυσᾶται εἰς τὸν σωλῆνα. Εἰς τὸ σχῆμα 225 δεικνύονται αἱ τρεῖς πρῶται δυναταὶ μορφαὶ τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ μῆκος l τοῦ σωλῆνος εἰς ἑκάστην περίπτωσιν εἶναι :

I. $l = \frac{\lambda}{4}$ ἄρα $\lambda = 4l$

II. $l = 3 \cdot \frac{\lambda}{4}$ ἄρα $\lambda = \frac{4l}{3}$

III. $l = 5 \cdot \frac{\lambda}{4}$ ἄρα $\lambda = \frac{4l}{5}$

Ἐὰν V εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, τότε ἀπὸ τὴν γνωστὴν σχέσιν $V = \nu \cdot \lambda$ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι $\nu = \frac{V}{\lambda}$.
Ἐὰν εἰς τὴν σχέσιν αὐτὴν θέσωμεν τὰς ἀνωτέρω τιμὰς τοῦ μήκους κύματος λ, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου, ὁ ὁποῖος παράγεται εἰς ἑκάστην περίπτωσιν εἶναι :

I. $\nu = \frac{V}{4l}$

II. $\nu' = 3 \cdot \frac{V}{4l}$ ἤτοι $\nu' = 3\nu$

III. $\nu'' = 5 \cdot \frac{V}{4l}$ ἤτοι $\nu'' = 5\nu$

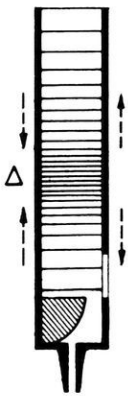
Οἱ τρεῖς οὗτοι ἦχοι εἶναι ὁ θεμελιώδης, ὁ τρίτος ἁρμονικὸς καὶ ὁ πέμπτος ἁρμονικός. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τῶν κλειστῶν ἠχητικῶν σωλήνων :**

I. Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος.

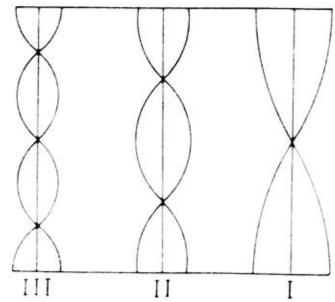
II. Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν δύναται νὰ δώσῃ μόνον τοὺς περιττῆς τάξεως ἁρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους ἤχου (ν, 3ν, 5ν...).

συχνότης θεμελιώδους ἤχου : $\boxed{\nu = \frac{V}{4l}}$

β) Ἀνοικτοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες. Τὰ ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος σχηματιζόμενα σ τ ά σ ι μ α κ ύ μ α τ α παρουσιάζουν πάντοτε εἰς τὰ δύο ἄκρα τοῦ σωλῆνος κοιλίας (σχ. 226). Αἱ τρεῖς πρῶται δυναταὶ μορφαὶ τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων δεικνύονται εἰς τὸ σχῆμα 227. Εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτὰς εἶναι:



Σχ. 226. Ἀνοικτὸς σωλήν.



Σχ. 227. Στάσιμα κύματα εἰς ἀνοικτὸν σωλῆνα.

I. $l = 2 \cdot \dfrac{\lambda}{4}$ ἄρα $\lambda = \dfrac{4l}{2}$

II. $l = 4 \cdot \dfrac{\lambda}{4}$ ἄρα $\lambda = \dfrac{4l}{4}$

III. $l = 6 \cdot \dfrac{\lambda}{4}$ ἄρα $\lambda = \dfrac{4l}{6}$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν $\nu = \dfrac{V}{\lambda}$ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου, ὁ ὁποῖος παράγεται εἰς ἑκάστην περίπτωσιν, εἶναι :

I. $\nu = \dfrac{V}{2l}$

II. $\nu' = 2 \cdot \dfrac{V}{2l}$ ἤτοι $\nu' = 2\nu$

III. $\nu'' = 3 \cdot \dfrac{V}{2l}$ ἤτοι $\nu'' = 3\nu$

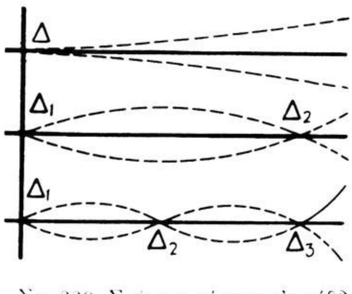
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τῶν ἀνοικτῶν ἠχητικῶν σωλήνων :**

I. Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλήν, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος.

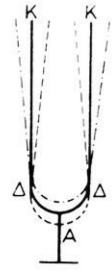
II. Ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλὴν δύναται νὰ παράγῃ ὁλόκληρον τὴν σειρὰν τῶν ἁρμονικῶν τοῦ θεμελιώδους (ν, 2ν, 3ν...).

συχνότης θεμελιώδους ἤχου : $\nu = \dfrac{V}{2l}$

207α. Ράβδοι.— Μία χορδὴ ἀποκτᾷ ἐλαστικότητα σχήματος, ὅταν τείνεται. Μία ὅμως ῥ ά β δ ο ς ἔχει τὴν ἰδιότητα αὐτὴν πάντοτε. Ἑπομένως ἡ ῥάβδος δύναται νὰ παραγάγῃ ἦχον, ὅταν στερεωθῇ καταλλήλως καὶ ἀναγκασθῇ νὰ ἐκτελέσῃ ταλαντώσεις. Εἰς τὸ σχῆμα 228 φαίνεται ἡ διάταξις τῶν δεσμῶν εἰς μίαν παλλομένην ῥάβδον, ἡ ὁποία εἶναι στερεωμένη κατὰ τὸ ἓν ἄκρον της καὶ παράγει τοὺς τρεῖς πρώτους περιττῆς τάξεως ἁρμονικοὺς ἤχους. Τὸ διαπασῶν εἶναι μεταλλικὴ ῥάβδος κεκαμμένη εἰς σχῆμα U. Οἱ δεσμοὶ Δ καὶ Δ τῆς θεμελιώδους κυμάνσεως εὑρίσκονται εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ διαπασῶν καὶ ὀλίγον ἄνωθεν τοῦ σημείου στηρίξεως Α (σχ. 229). Αἱ ταλαντώσεις τοῦ διαπασῶν εἶναι ἐγκάρσιαι.

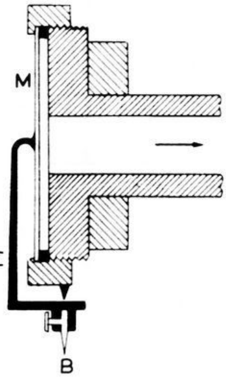


Σχ. 228. Στάσιμα κύματα εἰς ῥάβδον.



Σχ. 229. Παλλόμενον διαπασῶν.

208. Φωνογραφία.— Μία τῶν ὡραιοτέρων κατακτήσεων τῶν νεωτέρων χρόνων εἶναι ἡ **φωνογραφία**, ἤτοι ἡ ἀποτύπωσις καὶ ἡ ἀναπαραγωγὴ τῶν ἀποτυπωθέντων ἤχων. Ἡ ἀποτύπωσις τῶν ἤχων (φ ω ν ο λ η ψ ί α ἢ ἠ χ ο λ η ψ ί α) γίνεται σήμερον μὲ τὴν βοήθειαν μικροφώνου, διὰ τοῦ ὁποίου αἱ ἠχητικαὶ κυμάνσεις μετατρέπονται εἰς ἀντιστοίχους μεταβολὰς τῆς ἐντάσεως ἠλεκτρικοῦ ρεύματος. Τοῦτο διέρχεται δι' ἑνὸς ἠλεκτρομαγνήτου, ὁ ὁποῖος θέτει εἰς ἀντίστοιχον παλμικὴν κίνησιν μίαν ἀκίδα κινουμένην ἑλικοειδῶς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας δίσκου ἀπὸ κηρόν. Οὕτως ἐπὶ τοῦ δίσκου καταγράφεται ἑλικοειδὴς γραμμή, τῆς ὁποίας αἱ ἀνωμαλίαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς παλμικὰς κινήσεις τῆς βελόνης, δηλαδὴ ἀντιστοιχοῦν εἰς τοὺς πρὸ τοῦ μικροφώνου παραχθέντας ἤχους. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τούτου λαμβάνεται ἔπειτα ἠλεκτρολυτικῶς μεταλλικὸν ἀρνητικὸν ἀνάτυπον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς μήτρα (καλοῦπι) διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν δίσκων, οἱ ὁποῖοι φέρονται εἰς τὸ ἐμπόριον.



Σχ. 230. Σχηματικὴ διάταξις τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (Μ πλακίδιον μαρμαρυγίου, Β βελόνη).

Ἡ ἀναπαραγωγὴ των ἀποτυπωθέντων ἐπὶ τοῦ δίσκου ἤχων γίνεται διὰ τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (σχ. 230). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν πλακίδιον μαρμαρυγίου, τὸ ὁποῖον στερεώνεται καταλλήλως, ὥστε νὰ δύναται νὰ πάλλεται ἐλευθέρως. Εἰς τὸ μέσον τοῦ πλακιδίου εἶναι στερεωμένον λεπτὸν μεταλλικὸν στέλεχος, εἰς τὸ ἄκρον δὲ τοῦ στελέχους τούτου ὑπάρχει σκληρὰ βελόνη. Κατὰ τὴν κίνησιν τῆς βελόνης ἐντὸς τῆς ἑλικοειδοῦς γραμμῆς τοῦ δίσκου προκαλοῦνται παλμικαὶ κινήσεις τοῦ πλακιδίου τοῦ τυμπάνου, αἱ ὁποῖαι ἀναπαράγουν εἰς τὸν ἀέρα τὰς ἀρχικὰς ἠχητικὰς κυμάνσεις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

192. Χορδὴ μήκους 1 m καὶ διαμέτρου 1 mm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 50 kgr. Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 8 gr/cm³. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον δίδει ἡ χορδή;*

193. Χορδὴ ἔχει διάμετρον 0,8 mm καὶ μῆκος 0,6 m. Ἐὰν ἡ χορδὴ τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgr, ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου; Πυκνότης χορδῆς 6 gr/cm³.*

194. Χορδὴ μήκους 80 cm δίδει τὸν τέταρτον ἁρμονικόν. Πόσοι δεσμοὶ σχηματίζονται ἐπὶ τῆς χορδῆς καὶ πόση εἶναι ἡ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν ἀπόστασις;

195. Χορδὴ ἔχει μῆκος 36 cm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgr καὶ δίδει ὡς θεμελιώδη ἦχον τὸ la_3. Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 2,88 gr/cm³. Πόση εἶναι ἡ διάμετρος τῆς χορδῆς;*

196. Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν ἔχει μῆκος 68 cm καὶ περιέχει *ἀέρα. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου;*

197. Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἦχον συχνότητος 260 Hz. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα τοῦ σωλῆνος εἶναι 340 m/sec. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος;

**198. Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἦχον συχνότητος 400 Hz, ὅταν ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀὴρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 0° C. Πόση γίνεται ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, ὅταν ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀὴρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 37° C;*

199. Ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλὴν ἔχει μῆκος 62 cm. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ παραγομένου θεμελιώδους ἤχου;

200. Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν ἔχει μῆκος 60 cm. Παραπλεύρως αὐτοῦ ὑπάρχει ἀνοικτὸς σωλήν. Οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τὸν θεμελιώδη των. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κλειστὸς σωλὴν παράγει ὑψηλότερον ἦχον, τὸ δὲ διάστημα τῶν παραγομένων δύο ἤχων εἶναι 3/2. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἀνοικτοῦ σωλῆνος;

201. Μακρὸς ὑάλινος σωλὴν διατηρεῖται κατακόρυφος οὕτως, ὥστε τὸ ἓν ἄκρον του νὰ εἶναι βυθισμένον ἐντὸς ὕδατος. Ἔμπροσθεν τοῦ ἄλλου ἄκρου τοῦ σωλῆνος πάλλεται διαπασῶν, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι 512 Hz. Παρατηροῦμεν ὅτι ὑπάρχει σαφὴς συντονισμός, ὅταν τὸ ἐκτὸς τοῦ ὕδατος τμῆμα τοῦ σωλῆνος ἔχῃ μῆκος 51 cm καὶ ἔπειτα 85 cm, ἐνῷ δὲν παρατηρεῖται συντονισμὸς διὰ καμμίαν ἄλλην ἐνδιάμεσον τιμὴν τοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα.

**202. Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν παράγει θεμελιώδη ἦχον συχνότητος ν, ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 5° C. Πόσον πρέπει νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία, ὥστε ὁ σωλὴν νὰ παράγῃ θεμελιώδη ἦχον ὑψηλότερον κατὰ ἓν ἡμιτόνιον; (Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος δὲν μεταβάλλεται).*

**203. Δύο ὅμοιοι ἀνοικτοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες ἔχουν μῆκος 85 cm. Ὁ εἷς ἐξ αὐτῶν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 15° C. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας 15° C εἶναι 340 m/sec. Ὁ ἄλλος σωλὴν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 18° C. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἕκαστος σωλήν; Ἐὰν καὶ οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τοὺς ἀντιστοίχους θεμελιώδεις ἤχους των, νὰ εὑρεθῇ ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τῶν δύο ἤχων.*

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

209. Θερμότης.—Τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὸ αἴσθημα τοῦ θερμοῦ ἢ τοῦ ψυχροῦ καλεῖται **θερμότης**. Εἶναι γνωστὸν ὅτι εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ἡ θερμότης, ἡ ὁποία προκύπτει ἀπὸ τὴν καῦσιν τοῦ λιθάνθρακος ἢ τοῦ πετρελαίου, παράγει ἔργον. Ὥστε :

Ἡ θερμότης εἶναι μία μορφὴ ἐνεργείας.

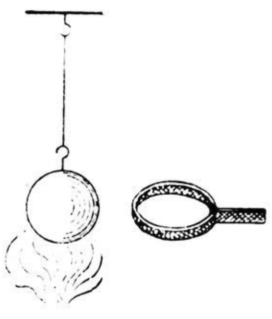
210. Θερμοκρασία.— Ὅταν λέγωμεν ὅτι ἓν σῶμα εἶναι θερμὸν ἢ ψυχρόν, χαρακτηρίζομεν τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος. Ὁ χαρακτηρισμὸς τῆς θερμικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἁφῆς ἔχει σχετικὴν ἀξίαν, διότι ἐξαρτᾶται κυρίως ἀπὸ τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ δέρματός μας.

Ἡ θερμικὴ κατάστασις ἑνὸς σώματος δύναται νὰ μεταβληθῇ συνεχῶς ἀπὸ τοῦ ψυχροῦ εἰς τὸ θερμὸν καὶ ἀντιστρόφως. Τοῦτο καταφαίνεται, ὅταν θερμαίνεται ψυχρὸν ὕδωρ ἢ ὅταν θερμὸν ὕδωρ ἀφήνεται νὰ ψυχθῇ. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἑκάστοτε θερμικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος εἰσήχθη ἡ ἔννοια τῆς **θερμοκρασίας**.

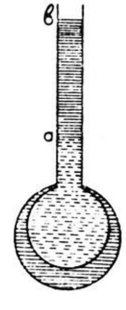
Θερμοκρασία τοῦ σώματος καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος, δηλαδὴ τὸν βαθμὸν τῆς θερμάνσεως τοῦ σώματος.

211. Διαστολὴ τῶν σωμάτων.— Καλοῦμεν **διαστολὴν** τὰς μεταβολάς, τὰς ὁποίας ὑφίστανται αἱ διαστάσεις τῶν σωμάτων, ὅταν μεταβάλλεται ἡ θερμοκρασία των. Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ὅλα τὰ σώματα θερμαινόμενα διαστέλλονται (ἐξαίρεσιν ἀποτελοῦν ἐλάχιστα σώματα, ὅπως τὸ καουτσούκ, ἡ πορσελάνη, ὁ ἰωδιοῦχος ἄργυρος κ.ἄ.).

Ἡ διαστολὴ τῶν στερεῶν ἀποδεικνύεται διὰ τῆς γνωστῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 231. Κατὰ τὴν θέρμανσιν τῆς σφαίρας ὁ ὄγκος αὐτῆς αὐξάνεται. Εἰδικώτερον ἡ τοιαύτη αὔξησις τοῦ ὄγκου καλεῖται κυβικὴ διαστολή.

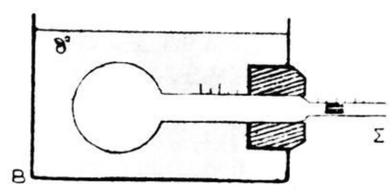


Σχ. 231. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς διαστολῆς τῶν στερεῶν.



Σχ. 232. Ἐπίδρασις τῆς διαστολῆς τοῦ δοχείου.

Ἡ διαστολὴ τῶν ὑγρῶν παρατηρεῖται εὐκόλως, ἐὰν θερμάνωμεν ὑγρὸν ἐντὸς δοχείου καταλήγοντος εἰς στενὸν καὶ μακρὸν λαιμὸν (σχ. 232). Ἡ παρατηρουμένη αὔξησις τοῦ ὄγκου εἶναι ἡ φαινομένη διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ, διότι συγχρόνως μὲ τὸ ὑγρὸν διεστάλη καὶ τὸ δοχεῖον. Ἐπομένως ἡ πραγματικὴ διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν παρατηροῦμεν κατὰ τὸ ἀνωτέρω πείραμα.



Σχ. 233. Ἀπόδειξις τῆς διαστολῆς τοῦ ἀερίου.

Ἡ διαστολὴ τῶν ἀερίων παρατηρεῖται ἀκόμη εὐκολώτερον, ἐὰν θερμάνωμεν ἐλαφρῶς τὸν ἀέρα, ὁ ὁποῖος περιέχεται ἐντὸς δοχείου καταλήγοντος εἰς στενὸν σωλῆνα (σχ. 233). Ὁ ἀὴρ τῆς φιάλης ἀποκλείεται ἀπὸ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα μὲ μίαν σταγόνα ὑδραργύρου, ἡ ὁποία κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀέρος μετατοπίζεται ταχέως πρὸς τὰ ἔξω.

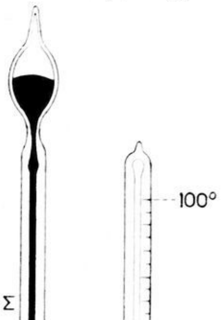
Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πειραμάτων ἀποδεικνύεται ὅτι:

Τὰ ἀέρια ὑφίστανται τὴν μεγαλυτέραν διαστολὴν ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων, τὰ δὲ στερεὰ ὑφίστανται τὴν μικροτέραν διαστολήν.

212. Μέτρησις θερμοκρασιῶν.— Διὰ τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας τῶν σωμάτων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **θερμόμετρα**. Ἡ λειτουργία τῶν θερμομέτρων στηρίζεται ἐπὶ τοῦ γεγονότος ὅτι κατὰ τὴν θέρμανσιν ἑνὸς σώματος μεταβάλλονται αἱ διαστάσεις καὶ διάφοροι ἰδιότητες αὐτοῦ (ὀπτικαί, ἠλεκτρικαὶ κ.ἄ.). Μία λοιπὸν ἰδιότης τῶν σωμάτων, ἡ ὁποία μεταβάλλεται συνεχῶς μετὰ τῆς θερμοκρασίας, δύναται νὰ ἀποτελέσῃ τὴν βάσιν τῆς λειτουργίας ἑνὸς θερμομέτρου. Οὕτω χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι θερμομέτρων. Ὁ συνήθης τύπος θερμομέτρου στηρίζεται εἰς τὴν διαστολὴν τῶν σωμάτων (θερμόμετρα διαστολῆς).

Ὅταν θερμὸν σῶμα Α ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν μὲ ἄλλο ψυχρὸν σῶμα Β, τότε εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς πείρας ὅτι μετὰ παρέλευσιν ὡρισμένου χρόνου τὰ δύο σώματα ἀποκτοῦν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι συνέπεια τῆς ἑξῆς γενικῆς ἀρχῆς:

Ἡ θερμότης αὐτομάτως μεταβαίνει πάντοτε ἀπὸ τὸ θερμότερον εἰς τὸ ψυχρότερον σῶμα.



Σχ. 234. Κατασκευὴ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων. Τὸ θερμόμετρον Β φέρεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα Α. Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, τὰ δύο σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν μᾶς δεικνύει τὸ θερμόμετρον. Τὰ θερμόμετρα ἔχουν γενικῶς τὴν ἰδιότητα νὰ ἀπορροφοῦν ἐλάχιστον ποσὸν θερμότητος ἀπὸ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα καὶ οὕτως ἡ ἐπαφή των μὲ τὸ σῶμα τοῦτο δὲν μεταβάλλει αἰσθητῶς τὴν θερμοκρασίαν του.

213. Ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.— Τὸ **ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον** ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον δοχεῖον (σφαιρικὸν ἢ κυλινδρικόν), τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα σταθερᾶς διαμέτρου (σχ. 234). Τὸ δοχεῖον καὶ μέρος τοῦ σωλῆνος εἶναι πλήρη ὑδραργύρου. Τὸ ὑπόλοιπον τμῆμα τοῦ σωλῆνος εἶναι κενὸν ἀέρος. Ἡ ἐκδίωξις τοῦ ἀέρος ἐκ τοῦ σωλῆνος ἐπιτυγχάνεται ὡς ἑξῆς: Τὸ θερμόμετρον φέρεται εἰς ὑψηλὴν θερμοκρασίαν, ὥστε νὰ πληρωθῇ μὲ ὑδράργυρον ὁλόκληρος ὁ σωλήν· τότε κλείεται τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος διὰ συντήξεως τῆς ὑάλου.

214. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου.— Διὰ νὰ καθορίσωμεν μίαν κλίμακα θερμοκρασιῶν, ἐκλέγομεν δύο σταθερὰς θερμοκρασίας, ἑκάστην τῶν ὁποίων αὐθαιρέτως χαρακτηρίζομεν μὲ ἕνα ἀριθμόν. Οὕτως εἰς τὴν **ἑκατονταβάθμιον κλίμακα** θερμοκρασιῶν, ἡ ὁποία καλεῖται συνήθως **κλῖμαξ Κελσίου** (^{0} C), ἡ σταθερὰ θερμοκρασία τοῦ τηκομένου πάγου χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 0^0 ἡ δὲ σταθερὰ θερμοκρασία τῶν ὑδρατμῶν, ὅταν τὸ ὕδωρ βράζῃ ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν (76 cm Hg), χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 100^0. Κατόπιν τοῦ ἀνωτέρω ὁρισμοῦ ἡ βαθμολογία τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου γίνεται ὡς ἑξῆς : Βυθίζομεν τὸ θερμόμετρον ἐντὸς τῶν ἀτμῶν ὕδατος, τὸ ὁποῖον βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 100 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει τότε ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Ἔπειτα βυθίζομεν τὸ θερμόμετρον ἐντὸς λεπτῶν τριμμάτων πάγου καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 0 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Τὸ μεταξὺ τῶν διαιρέσεων 0 καὶ 100 τμῆμα τοῦ σωλῆνος διαιρεῖται εἰς 100 ἴσα μέρη. Ἡ βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου ἐπεκτείνεται κάτωθεν τῆς διαιρέσεως 0 καὶ ἄνωθεν τῆς διαιρέσεως 100. Αἱ διαιρέσεις τῆς κλίμακος καλοῦνται **βαθμοὶ** (σύμβολον grad). Αἱ κάτω τοῦ μηδενὸς διαιρέσεις θεωροῦνται ὡς ἀρνητικαί.

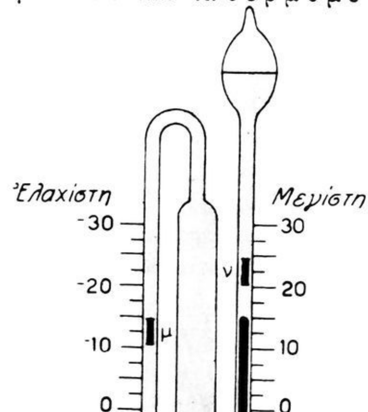
Κλῖμαξ Fahrenheit. Εἰς τὴν Ἀγγλίαν καὶ τὰς Ἡνωμένας Πολιτείας χρησιμοποιεῖται ἡ **κλῖμαξ Fahrenheit.** Εἰς τὴν κλίμακα αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηκομένου πάγου εἶναι 32^0, ἡ δὲ θερμοκρασία τῶν ἀτμῶν τοῦ βράζοντος ὕδατος εἶναι 212^0. Οὕτως 100 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Κελσίου ἀντιστοιχοῦν εἰς 180 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Fahrenheit. Ἐπομένως C βαθμοὶ Κελσίου καὶ F βαθμοὶ Fahrenheit συνδέονται μεταξύ των διὰ τῆς σχέσεως :

$$\frac{C}{F-32} = \frac{100}{212-32} \quad \text{ἢ} \quad \boxed{\frac{C}{F-32} = \frac{5}{9}}$$

***215. Θερμόμετρα μὲ ὑγρόν.**—Ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς -39^0 C καὶ βράζει εἰς 357^0 C. Ἐπομένως τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ μόνον μεταξὺ τῶν ἀνωτέρω ὁρίων θερμοκρασίας. Ἀλλὰ πρακτικῶς δὲν χρησιμοποιεῖται ἄνω τῶν 300° C. Διὰ τὴν μέτρησιν ὑψηλοτέρων θερμοκρασιῶν (ἕως 500° C) χρησιμοποιοῦνται ὑδραργυρικὰ θερμόμετρα, τὰ ὁποῖα κατασκευάζονται ἀπὸ δύστηκτον ὕαλον καὶ περιέχουν ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ἄζωτον ὑπὸ πίεσιν. Διὰ θερμοκρασίας κατωτέρας τῶν —39° C χρησιμοποιοῦνται θερμόμετρα, τὰ ὁποῖα περιέχουν οἰνόπνευμα (ἕως — 50° C), τολουόλιον (ἕως — 100° C) ἢ πετρελαϊκὸν αἰθέρα (ἕως —90° C). Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολὺ χαμηλῶν ἢ πολὺ ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν καταφεύγομεν εἰς ἄλλας μεθόδους.

216. Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου. — Τὰ θ ε ρ μ ό μ ε τ ρ α μ ε γ ί σ τ ο υ καὶ τὰ θ ε ρ μ ό μ ε τ ρ α ἐ λ α χ ί σ τ ο υ μᾶς δίδουν τὴν μεγαλυτέραν ἢ τὴν μικροτέραν θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία παρατηρεῖται ἐντὸς ὡρισμένου χρονικοῦ διαστήματος. Τὸ σύνηθες ἰ α τ ρ ι κ ὸ ν θ ε ρ μ ό μ ε τ ρ ο ν εἶναι θερμόμετρον μεγίστου. Ὁ τριχοειδὴς σωλὴν φέρει εἰς τὴν βάσιν του μίαν στένωσιν (σχ. 235). Ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑδραργύρου, οὗτος διέρχεται διὰ τῆς στενώσεως καὶ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Κατὰ τὴν ψῦξιν ὅμως τοῦ θερμομέτρου, ἡ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εὑρεθεῖσα στήλη τοῦ ὑδραργύρου ἀποκόπτεται κατὰ τὴν στένωσιν καὶ ἀπομένει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου δεικνύει τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Ὁ ὑδράργυρος τοῦ σωλῆ-

Σχ. 235. Ἰατρικὸν θερμόμετρον.



Σχ. 236. Θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου.

νος ἐπανεφέρεται ἐντὸς τοῦ δοχείου διὰ διαδοχικῶν τιναγμῶν.

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν χρησιμοποιεῖται συνήθως θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου περιέχον οἰνόπνευμα, τὸ ὁποῖον μετατοπίζει στήλην ὑδραργύρου (σχ. 236). Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην ν. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐλαττώνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην μ. Οὕτως ὁ μὲν δείκτης ν δεικνύει τὴν σημειωθεῖσαν μ ε γ ί σ τ η ν θερμοκρασίαν, ὁ δὲ δείκτης μ τὴν ἐ λ α χ ί σ τ η ν. Οἱ δεῖκται ἐπαναφέρονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὰς δύο ἐπιφανείας τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μὲ τὴν βοήθειαν μικροῦ μαγνήτου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

204. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου αἱ ἑξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit: -15^0, 50^0, 200^0.

205. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit αἱ ἑξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου: -22^0, 36^0, 87^0.

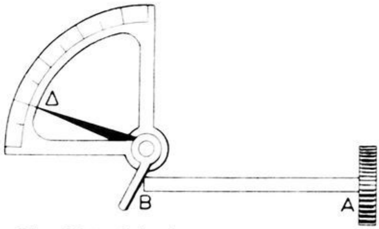
206. Θερμόμετρον φέρει ἑκατέρωθεν τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος κλίμακα Κελσίου καὶ κλίμακα Fahrenheit. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ ἐνδείξεις τῶν δύο κλιμάκων θὰ εἶναι αἱ αὐταί;

207. Κατὰ μίαν ἡμέραν ἡ μὲν θερμοκρασία τῶν Ἀθηνῶν εἶναι 20^0C, τοῦ δὲ Λονδίνου εἶναι 77^0F. Πόσην διαφορὰν θερμοκρασίας εὑρίσκει μεταξὺ τῶν δύο πόλεων κάτοικος τῶν Ἀθηνῶν καὶ πόσην εὑρίσκει ὁ κάτοικος τοῦ Λονδίνου;

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

217. Διαστολὴ τῶν στερεῶν.— Ὅταν στερεὸν σῶμα θερμαίνεται, τότε αἱ τρεῖς διαστάσεις τοῦ σώματος αὐξάνονται ἀναλόγως. Ἡ τοιαύτη διαστολὴ τοῦ σώματος καλεῖται **κυβικὴ διαστολή**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι ἐπιμήκης ράβδος, τότε μᾶς ἐνδιαφέρει κυρίως ἡ διαστολή, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μία τῶν διαστάσεων τοῦ σώματος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ διαστολὴ καλεῖται **γραμμικὴ διαστολή**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι λεπτὴ πλάξ, τότε κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ σώματος παρατηρεῖται διαστολὴ τῶν δύο διαστάσεων αὐτοῦ· ἡ διαστολὴ αὕτη καλεῖται **ἐπιφανειακὴ διαστολή**.

218. Γραμμική διαστολή.— Ἡ γραμμικὴ διαστολὴ δεικνύεται εὐκόλως διὰ τῆς διατάξεως, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 237. Τὸ ἓν ἄκρον τῆς ράβδου εἶναι στερεωμένον σταθερῶς. Ἔστω ὅτι εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C ἡ ράβδος ἔχει μῆκος l_0. Βυθίζομεν τὴν ράβδον ἐντὸς ὕδατος σταθερᾶς θερμοκρασίας θ^0. Ἡ ράβδος διαστέλλεται καὶ τὸ μῆκος της γίνεται l. Ἡ ἐ π ι μ ή κ υ ν σ ι ς τῆς ράβδου εἶναι $l - l_0$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι:



Σχ. 237. Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς.

Ἡ ἐπιμήκυνσις ($l - l_0$), τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ ράβδος, ὅταν ἡ θερμοκρασία της αὐξάνεται κατὰ θ^0, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ ἀρχικὸν μῆκος (l_0) τῆς ράβδου καὶ πρὸς τὴν αὔξησιν (θ) τῆς θερμοκρασίας.

$$\boxed{\textbf{ἐπιμήκυνσις ράβδου: } l - l_0 = \lambda \cdot l_0 \cdot \theta} \qquad (1)$$

ὅπου λ εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἀπὸ τὴν φύσιν τῆς ράβδου καὶ ὁ ὁποῖος καλεῖται **συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς**. Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς λ εὑρίσκομεν:

$$\lambda = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{\theta} \qquad (2)$$

Ἂν τὸ ἀρχικὸν μῆκος l_0 εἶναι ἴσον μὲ 1 μονάδα μήκους, π.χ. εἶναι $l_0 = 1$ m, καὶ ἡ αὔξησις τῆς θερμοκρασίας εἶναι ἴση μὲ 1^0 C, ἤτοι εἶναι $\theta = 1$ grad, τότε ἡ ἐξίσωσις (2) γράφεται:

$$\lambda = \frac{l - 1}{1} \cdot \frac{1}{1 \text{ grad}}$$

Ἄρα ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς ἐκφράζει τὴν αὔξησιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς μήκους τῆς ράβδου, ὅταν ἡ θερμοκρασία της αὐξάνεται κατὰ 1^0 C.

Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς l, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ μῆκος τῆς ράβδου εἰς θερμοκρασίαν θ^0 εἶναι:

$$\boxed{\textbf{μῆκος ράβδου εἰς } \theta^0 \text{ C}: \; l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \theta)}$$

Ἡ παράστασις $(1 + \lambda \cdot \theta)$ καλεῖται **διώνυμον τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.**

Παράδειγμα. Διὰ τὸν σίδηρον εἶναι $\lambda = 0{,}000012 \cdot \text{grad}^{-1}$. Μία ράβδος σιδήρου, ἡ ὁποία εἰς 0^0 C ἔχει μῆκος $l_0 = 10$ m, ἐὰν θερμανθῇ εἰς 100^0 C ἐπιμηκύνεται κατά:

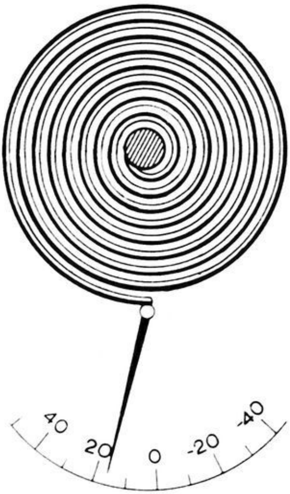
$$l - l_0 = 10 \cdot 0{,}000012 \cdot 100 = 0{,}012 \text{ m} = 12 \text{ mm}$$

Συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς			
Ἀργίλλιον	$2{,}33 \cdot 10^{-5}$ grad^{-1}	Σίδηρος	$1{,}22 \cdot 10^{-5}$ grad^{-1}
Ἄργυρος	$1{,}93 \cdot 10^{-5}$ »	Λευκόχρυσος	$0{,}90 \cdot 10^{-5}$ »
Χαλκὸς	$1{,}70 \cdot 10^{-5}$ »	Invar	$0{,}16 \cdot 10^{-5}$ »

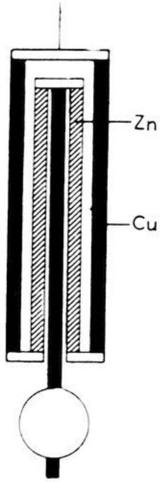
218α. Ἐφαρμογαὶ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.— Ἂν παρεμποδίσωμεν μίαν ράβδον νὰ διασταλῇ ἐλευθέρως, τότε ἀναπτύσσονται πολὺ μεγάλαι δυνάμεις· αὗται εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν τὴν αὐτὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς ράβδου κατὰ μηχανικὸν τρόπον. Οὕτω ράβδος σιδήρου, ἔχουσα εἰς 0^0 C μῆκος 1 m, ὅταν θερμαίνεται εἰς 100^0 C ἐπιμηκύνεται κατὰ 1,2 mm. Ἐὰν ἡ ράβδος ἔχῃ τομὴν 1 cm^2, τότε διὰ νὰ τὴν ἐπιμηκύνωμεν κατὰ 1,2 mm, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν δύναμιν 2 500 kgr*. Τόση δύναμις ἀναπτύσσεται κατὰ τὴν διαστολὴν τῆς ράβδου, ἂν παρεμποδίσωμεν τὴν ἐλευθέραν διαστολὴν αὐτῆς. Ἐπειδὴ λοιπὸν αἱ κατὰ τὴν διαστολὴν ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι, διὰ τοῦτο εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, λαμβάνονται διάφορα μέτρα, ὥστε ἡ διαστολὴ νὰ γίνεται ἐλευθέρως. Εἰς τὰς μεταλλικὰς γεφύρας τὸ ἓν ἄκρον των στηρίζεται ἐπὶ τροχῶν, διὰ νὰ γίνεται ἐλευθέρως ἡ διαστολή. Ἐπίσης μεταξὺ τῶν ράβδων τῆς σιδηροδρομικῆς γραμμῆς ἀφήνονται μικρὰ διάκενα, διὰ νὰ ἀποφευχθῇ ἡ κάμψις τῶν ράβδων.

Σχ. 238. Διμεταλλικαὶ ράβδοι.

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς ἀποτελοῦν αἱ **διμεταλλικαὶ ράβδοι** (σχ. 238). Αὗται ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο ἐπιμήκη ἐλάσματα, τὰ ὁποῖα εἶναι στενῶς συνδεδεμένα μεταξύ των καὶ ἔχουν διάφορον συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς. Εἰς μίαν ὡρισμένην θερμοκρασίαν ἡ ράβδος εἶναι εὐθύγραμμος. Ἐὰν ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς ράβδου, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα β, ἐνῷ ἂν ἡ ράβδος ψυχθῇ, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα γ. Τοιαῦται διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ **μεταλλικὰ θερμόμετρα** (σχ. 239) καὶ διὰ τὴν αὐτόματον λειτουργίαν ὡρισμένων διατάξεων (αὐτόματος διακοπὴ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος εἰς τοὺς ἠλεκτρικοὺς κλιβάνους, τὰ ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα κ.τ.λ.). Ἐπίσης αἱ διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τοὺς ὡρολογιακοὺς μηχανισμοὺς (σχ. 240), διὰ νὰ μὴ ἐπηρεάζεται ἡ λειτουργία των ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας. Τὸ κρᾶμα **Invar** (64% Fe + 36% Ni) ἔχει ἀσήμαντον συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς ὄργανα ἀκριβείας.



Σχ. 239. Διμεταλλικὸν θερμόμετρον.



Σχ. 240. Διμεταλλικὸν ἐκκρεμές.

219. Κυβικὴ διαστολή.— Ἂς θεωρήσωμεν ἓν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C ἔχει ὄγκον V_0. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος γίνῃ θ^0, τότε ὁ ὄγκος τοῦ σώματος γίνεται V. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ μεταβολὴ ($V - V_0$) τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ σώματος καὶ πρὸς τὴν αὔξησιν (θ) τῆς θερμοκρασίας.

Ἄρα εἶναι $V - V_0 = \kappa \cdot V_0 \cdot \theta$, ὅπου κ εἶναι ὁ **συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς** τοῦ σώματος. Ὁ συντελεστὴς οὗτος ἐκφράζει τὴν αὔξησιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος, ὅταν ἡ θερμοκρασία του αὐξηθῆ κατὰ 1^0 C.

Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω σχέσιν εὑρίσκομεν ὅτι ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος εἰς θερμοκρασίαν θ^0 εἶναι:

$$\text{ὄγκος στερεοῦ εἰς } \theta^0\,\text{C}: \quad V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$$

Ἡ παράστασις $(1 + \kappa \cdot \theta)$ καλεῖται **διώνυμον τῆς κυβικῆς διαστολῆς**. Ἀποδεικνύεται ὅτι:

Ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι ἴσος μὲ τὸ τριπλάσιον τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς ($\kappa = 3\lambda$).

219α. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος στερεοῦ σώματος μετὰ τῆς θερμοκρασίας — Ἐπειδὴ ὁ ὄγκος ἑνὸς στερεοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἐνῷ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος διατηρεῖται ἀμετάβλητος, ἕπεται ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐὰν καλέσωμεν d_0 καὶ d τὴν πυκνότητα τοῦ σώματος εἰς τὰς θερμοκρασίας 0^0 C καὶ θ^0 C, τότε ἔχομεν $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὑρίσκομεν $d = \dfrac{d_0 \cdot V_0}{V}$.

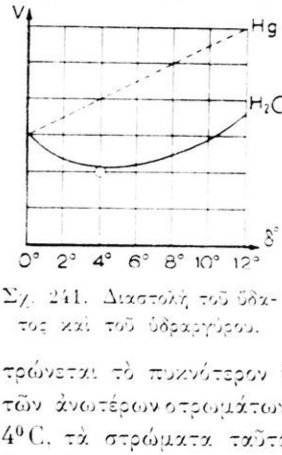
Ἐπειδὴ δὲ εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$, ἔχομεν:

$$\text{πυκνότης τοῦ σώματος εἰς } \theta^0\,\text{C}: \quad d = \frac{d_0}{1 + \kappa \cdot \theta}$$

220. Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν.—Ὅπως εἴδομεν (§ 211), τὰ ὑγρὰ διαστέλλονται πολὺ περισσότερον ἀπὸ τὰ στερεά. Εἶναι φανερὸν ὅτι τὰ ὑγρὰ ὑφίστανται μόνον κυβικὴν διαστολήν. Ἐπομένως ἡ πραγματικὴ ἢ ἀπόλυτος διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον, ὁ ὁποῖος ἰσχύει διὰ τὴν κυβικὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν. Οὕτως ἔχομεν ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ὑγροῦ εἰς θερμοκρασίαν θ^0 C εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \theta)$, ὅπου γ εἶναι ὁ **συντελεστὴς ἀπολύτου διαστολῆς** τοῦ ὑγροῦ. Ἡ δὲ μεταβολὴ τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ μετὰ τῆς θερμοκρασίας δίδεται ἀπὸ τὴν γνωστὴν σχέσιν: $d = \dfrac{d_0}{1 + \gamma \cdot \theta}$

Συντελεσταὶ ἀπολύτου διαστολῆς ὑγρῶν					
Αἰθὴρ	$163 \cdot 10^{-5}$ grad^{-1}	Ὕδωρ	18^0	$18 \cdot 10^{-5}$	grad^{-1}
Οἰνόπνευμα	$111 \cdot 10^{-5}$ »	»	50^0	$46 \cdot 10^{-5}$	»
Τολουόλιον	$103 \cdot 10^{-5}$ »	»	100^0	$78 \cdot 10^{-5}$	»
Ὑδράργυρος	$18 \cdot 10^{-5}$ »				

221. Διαστολὴ τοῦ ὕδατος.—Ἡ διαστολὴ τοῦ ὕδατος παρουσιάζει τὴν ἑξῆς ἐνδιαφέρουσαν ἀνωμαλίαν : τὸ ὕδωρ θερμαινόμενον ἀπὸ 0^0C ἕως 4^0 C συνεχῶς σ υ σ τ έ λ λ ε τ α ι , καταλαμβάνει τὸν μικρότερον ὄγκον εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4^0 C καὶ ἄνωθεν τῆς θερμοκρασίας ταύτης θερμαινόμενον συνεχῶς δ ι α σ τ έ λ λ ε τ α ι . Ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὡρισμένης μάζης ὕδατος συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 241. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦτο δεικνύεται ἡ διαφορὰ τῆς διαστολῆς τοῦ ὕδατος ἀπὸ τὴν διαστολὴν τοῦ ὑδραργύρου. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4^0 C ὡρισμένη μᾶζα ὕδατος ἔχει τὸν μικρότερον ὄγκον καὶ ἑπομένως :



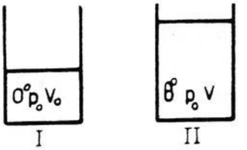
Σχ. 241. Διαστολὴ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ ὑδραργύρου.

Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4^0 C τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγίστην πυκνότητα.

Ἡ ἀνωτέρω ἀνωμαλία εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος ἔχει πολὺ μεγάλην βιολογικὴν σημασίαν, διότι εἰς τὰ βαθύτερα σημεῖα τῶν λιμνῶν καὶ τῶν ὠκεανῶν συγκεντρώνεται τὸ πυκνότερον ὕδωρ θερμοκρασίας 4^0 C. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τοῦ ὕδατος κατέλθῃ κάτω τῆς θερμοκρασίας 4^0 C, τὰ στρώματα ταῦτα παραμένουν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ὡς εἰδικῶς ἐλαφρότερα. Οὕτως εἰς τὰ βάθη τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν ἐπικρατεῖ σταθερὰ σχεδὸν θερμοκρασία. Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα καταφαίνεται ἡ ἀνώμαλος διαστολὴ τοῦ ὕδατος.

Ὄγκος ἑνὸς γραμμαρίου ὕδατος			
θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm³	θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm³
0^0	1,00016	20^0	1,00180
4^0	1,00003	50^0	1,01210
10^0	1,00030	100^0	1,04346

222. Διαστολὴ τῶν ἀερίων.— Ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον κλείεται ἀεροστεγῶς μὲ εὐκίνητον ἔμβολον περιέχεται μᾶζα m ἀερίου (σχ. 242). Εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C τὸ ἀέριον ἔχει ὄγκον V_0 καὶ πίεσιν p_0, ἴσην μὲ τὴν ἐξωτερικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.



Σσ. 242. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἀερίου μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

α) Μεταβολὴ τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς θ^0. Τὸ ἀέριον διαστέλλεται ὑπὸ **σταθερὰν πίεσιν** p_0 καὶ ὁ ὄγκος του γίνεται V. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :

Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὡρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ ἀερίου καὶ πρὸς τὴν μεταβολὴν (θ) τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ.

$$V - V_0 = \alpha \cdot V_0 \cdot \theta \qquad (1)$$

ὅπου α εἶναι ὁ **συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ἀερίου.** Πειραματικῶς εὑρέθη ὅτι ὁ συντελεστὴς α εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ ἀέρια, ἡ δὲ τιμή του εἶναι :

συντελεστὴς διαστολῆς ἀερίων : $\boxed{\alpha = \frac{1}{273} = 0{,}003660 \text{ grad}^{-1}}$

Οὕτως ἐκ τοῦ πειράματος εὑρέθη ὁ ἀκόλουθος **νόμος τοῦ Cay-Lussac :**

Ὅλα τὰ ἀέρια, θερμαινόμενα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν κατὰ 1^0 C ὑφίστανται αὔξησιν τοῦ ὄγκου των ἴσην μὲ τὸ $\frac{1}{273}$ τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0^0 C.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν ἀέριον θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἀπὸ 0^0 C εἰς θ^0 C, ὁ **τελικὸς ὄγκος** V εἶναι :

διαστολὴ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν : $\boxed{V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)} \qquad (2)$

β) Μεταβολὴ τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἐπαναλαμβάνομεν τὸ προηγούμενον πείραμα, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι τὸ ἔμβολον εἶναι τώρα ἀκίνητον. Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς θ^0 C. Ὁ ὄγκος του V_0 **διατηρεῖται σταθερὸς** καὶ ἡ πίεσίς του αὐξάνεται ἀπὸ p_0 εἰς p. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου εἶναι :

$$p - p_0 = \alpha \cdot p_0 \cdot \theta$$

ὅπου εἶναι $\alpha = \frac{1}{273}\ \mathrm{grad}^{-1}$. Ἐκ τούτων συνάγεται ὁ ἀκόλουθος νόμος:

Ὅλα τὰ ἀέρια, θερμαινόμενα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, κατὰ 1^0C ὑφίστανται αὔξησιν τῆς πιέσεως ἴσην μὲ τὸ $\frac{1}{273}$ τῆς πιέσεως, τὴν ὁποίαν ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0^0C.

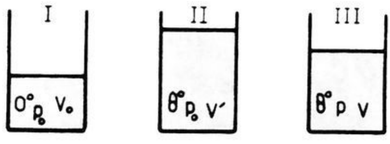
Ὅταν λοιπὸν ἀέριον θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον ἀπὸ 0^0 C εἰς θ^0, ἡ **τελικὴ πίεσις** p εἶναι :

μεταβολὴ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον: $p = p_0 \cdot (1 + \alpha\ \theta)$

γ) Τέλεια ἀέρια. Ὅπως ἀποδεικνύει τὸ πείραμα, τὰ φυσικὰ ἀέρια ἀκολουθοῦν μόνον κατὰ προσέγγισιν τοὺς ἀνωτέρω εὑρεθέντας νόμους. Καλοῦμεν τέλεια ἀέρια ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα ἀκολουθοῦν αὐστηρῶς τοὺς νόμους Boyle - Mariotte καὶ Gay - Lussac.

Πολλὰ συνήθη ἀέρια, τὰ ὁποῖα δυσκόλως ὑγροποιοῦνται, συμπεριφέρονται σχεδὸν ὡς τέλεια ἀέρια (ὀξυγόνον, ὑδρογόνον, ἄζωτον, ἥλιον).

223. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.— Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν ἕνα γενικὸν νόμον, ὁ ὁποῖος νὰ ἰσχύῃ δι' ὅλας τὰς γνωστὰς μεταβολὰς τῶν ἀερίων (ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον). Ἂς θεωρήσωμεν μίαν μᾶζαν m ἀερίου, τὸ ὁποῖον ἔχει:



Σχ. 243. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἀερίου μετὰ τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας.

I. θερμοκρασίαν 0^0 C, πίεσιν p_0, ὄγκον V_0 (σχ. 243 I.).

Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς θ^0 ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν Τότε τὸ ἀέριον ἔχει :

II. θερμοκρασίαν θ, πίεσιν p_0, ὄγκον $V' = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ (σχ. 243 II).

Ἔπειτα ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν θ μεταβάλλομεν τὴν πίεσιν καὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου. Τότε τὸ ἀέριον ἔχει :

III. θερμοκρασίαν θ, πίεσιν p, ὄγκον V (σχ. 243 III).

Ἡ τελευταία μεταβολὴ τοῦ ἀερίου ἔγινε ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν καὶ ἑπομένως διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον Boyle-Mariotte (§ 159)· ἄρα ἔχομεν :

$$\boxed{p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)} \qquad (1)$$

Ἡ εὑρεθεῖσα ἐξίσωσις καλεῖται **ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.**

Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω μᾶζα ἀερίου θερμανθῇ εἰς θ_1, τότε ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου γίνεται p_1 καὶ ὁ ὄγκος του V_1, ὥστε νὰ ἰσχύῃ πάλιν ἡ ἐξίσωσις :

$$p_1 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_1) \qquad (2)$$

Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) εὑρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$\boxed{p_0 \cdot V_0 = \frac{p \cdot V}{1 + \alpha \cdot \theta} = \frac{p_1 \cdot V_1}{1 + \alpha \cdot \theta_1} = \sigma\tau\alpha\theta.}$$

Δι᾽ ὡρισμένην μᾶζαν ἀερίου το πηλίκον τοῦ γινομένου τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου διὰ τοῦ διωνύμου τῆς διαστολῆς εἶναι σταθερόν.

224. Πυκνότης ἀερίου.— Ἄς λάβωμεν μᾶζαν m ἀερίου, τὸ ὁποῖον ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας (0^0 C καὶ $p_0 = 76$ cm Hg) ἔχει ὄγκον V_0. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἶναι $d_0 = \frac{m}{V_0}$. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου γίνῃ θ^0, τότε ἡ πίεσίς του γίνεται p καὶ ὁ ὄγκος του γίνεται V. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου μετεβλήθη καὶ ἔγινε $d = \frac{m}{V}$. Ὥστε ἔχομεν τὴν σχέσιν : $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχεσιν αὐτὴν προκύπτει ὅτι εἶναι : $d = \frac{d_0 \cdot V_0}{V}$. Ἐὰν εἰς τὴν τελευταίαν σχέσιν θέσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ V ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἰς θερμοκρασίαν θ^0 καὶ ὑπὸ πίεσιν p εἶναι :

$$\boxed{\textbf{πυκνότης ἀερίου εἰς } \theta^0 \text{ C}: \quad d = d_0 \cdot \frac{p}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)}}$$

Παράδειγμα. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας εἶναι 1,293 gr/dm³. Εἰς θερμοκρασίαν 27° C καὶ ὑπὸ πίεσιν 2 Atm ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι:

$$d = 1{,}293 \cdot \frac{2 \cdot 76 \cdot 273}{76 \cdot 300} = 2{,}353 \text{ gr/dm}^3$$

255. Ἀπόλυτον μηδὲν καὶ ἀπόλυτος κλῖμαξ θερμοκρασιῶν.— Ἐὰν ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου κατέλθῃ εἰς —273° C, τότε ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων δίδει:

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 - 1) \quad \text{ἤτοι} \quad p \cdot V = 0$$

Ὥστε εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου μηδενίζεται. Ἐπειδὴ ὅμως εἶναι ἀδύνατον νὰ δεχθῶμεν ὅτι μηδενίζεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου, πρέπει νὰ δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν —273° C ἡ πίεσις γίνεται ἴση μὲ μηδέν. Ἄρα εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν δὲν δύναται νὰ ὑπάρξῃ σῶμα εἰς ἀέριον κατάστασιν. Ἡ θερμοκρασία —273°C, εἰς τὴν ὁποίαν μηδενίζεται ἡ πίεσις παντὸς ἀερίου, καλεῖται **ἀπόλυτον μηδὲν** καὶ λαμβάνεται ὡς ἀρχὴ μιᾶς νέας κλίμακος θερμοκρασιῶν, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀπόλυτος κλῖμαξ** ἢ **κλῖμαξ Kelvin** (°K). Εἰς τὴν κλίμακα αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηκομένου πάγου (0° C) ἀντιστοιχεῖ εἰς 273° K. Γενικῶς θ βαθμοὶ Κελσίου ἀντιστοιχοῦν πρὸς T βαθμοὺς Kelvin συμφώνως πρὸς τὴν σχέσιν:

$$T = 273 + \theta$$

Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ ἀέριον ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς κινήσεως τῶν μορίων τοῦ ἀερίου (§ 176). Ἀφοῦ ὅμως εἰς τὸ ἀπόλυτον μηδὲν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου γίνεται ἴση μὲ μηδέν, ἕπεται ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου εἶναι ἀκίνητα. Εἶναι **τελείως ἀδύνατον νὰ πραγματοποιήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός**. Κατωρθώσαμεν ὅμως νὰ φθάσωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας 0,004° K.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

208. Πόσην ἐπιμήκυνσιν ὑφίσταται ῥάβδος σιδήρου μήκους 20 m, ὅταν αὐτὴ θερμαίνεται ἀπὸ —15° C εἰς 40° C; $\lambda = 12 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$

209. Πόσον μῆκος ἔχει μία ῥάβδος ἐκ νικελίου εἰς 0° C, ἐὰν τὸ μῆκος αὐτῆς εἰς 18° C εἶναι 20 cm; $\lambda = 13 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$.

210. Μία ὑαλίνη ῥάβδος εἰς 0° C ἔχει μῆκος 412,5 mm, θερμαι-

νομένη δὲ εἰς 98,5° C ἐπιμηκύνεται κατὰ 0,329 mm. Πόσος εἶναι ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου;

211. Κανὼν ἐξ ὀρειχάλκου εἶναι βαθμολογημένος εἰς 0° C. Πόσον εἶναι τὸ ἀκριβὲς μῆκος μιᾶς ῥάβδου, ἡ ὁποία μετρουμένη εἰς 20° C εὑρίσκεται ὅτι ἔχει μῆκος 80 cm; $\lambda = 19 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$.

212. Δύο ῥάβδοι, ἡ μία ἀπὸ ὕαλον καὶ ἡ ἄλλη ἀπὸ χάλυβα, ἔχουν εἰς 0° C τὸ αὐτὸ μῆκος, ἐνῷ εἰς 100° C τὰ μήκη τῶν δύο ῥάβδων διαφέρουν κατὰ 1 mm. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῶν ῥάβδων εἰς 0° C; Συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς:

ὑάλου $\lambda_1 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$, χάλυβος $\lambda_2 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$

213. Μία ὀρθογώνιος πλὰξ ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0° C διαστάσεις 0,8 m καὶ 1,5 m. Πόσον αὐξάνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακός, ὅταν αὕτη θερμαίνεται ἀπὸ 5°C εἰς 45° C; Χαλκοῦ $\lambda = 14 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$.

214. Κυκλικὸς δίσκος ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0°C διάμετρον 100 mm. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ θερμανθῇ ὁ δίσκος, ὥστε ἡ διάμετρος αὐτοῦ νὰ αὐξηθῇ κατὰ 1 mm; Πόση εἶναι ἡ αὔξησις τῆς ἐπιφανείας τοῦ δίσκου;

215. Σφαῖρα ἐκ σιδήρου ἔχει 0° C διάμετρον 19 mm. Ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ ἀποκτήσῃ ἡ σφαῖρα, ὥστε αὕτη νὰ μὴ διέρχεται διὰ μεταλλικοῦ δακτυλίου, τοῦ ὁποίου ἡ διάμετρος εἶναι 19,04 mm; Πόσον αὐξάνεται τότε ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας; $Fe : \lambda = 12 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$.

216. Κατὰ πόσον πρέπει νὰ θερμανθῇ τεμάχιον ὑάλου ἐκ χαλαζίου, ὥστε ὁ ὄγκος του νὰ αὐξηθῇ κατὰ 1 °/₀₀; · $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \cdot grad^{-1}$.

217. Ὑαλίνη φιάλη ἔχει εἰς 10° C ὄγκον 100 cm^3. Πόσον ὄγκον ἔχει εἰς 100° C; $\lambda = 8 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$.

*218. Ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἰς 18°C εἶναι 13,551 gr/cm^3. Πόση εἶναι ἡ πυκνότης του εἰς 0° C καὶ εἰς 100° C; Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ἡ πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἶναι ἀκριβῶς 13,60 gr/cm^3; $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$.

*219. Ἡ πυκνότης ἑνὸς ὑγροῦ εἰς 0°C εἶναι 0,92 gr/cm^3 καὶ εἰς 100° C εἶναι 0,81 gr/cm^3. Νὰ εὑρεθῇ ὁ μέσος συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 0° C καὶ 100° C.

220. Ὑάλινος κυλινδρικὸς σωλὴν ἔχειε ἰς 0° C ὕψος 1 m καὶ τομὴν 1 cm^2. Ὁ σωλὴν εἶναι κατακόρυφος καὶ περιέχει ὑδράργυρον, ὁ ὁποῖος εἰς 0° C σχηματίζει στήλην ὕψους 0,96 m. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τὸ δοχεῖον θὰ εἶναι πλῆρες ὑδραργύρου; Ὑδράργυρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$, ὑάλου $\kappa = 24 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$

221. Ὑάλινον δοχεῖον εἰς $0^\circ C$ εἶναι τελείως πλῆρες μὲ ὑδράργυρον, ὁ ὁποῖος ἔχει μᾶζαν 500 gr. Πόση πρέπει νὰ γίνῃ ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος, ὥστε νὰ χυθοῦν 10 gr ὑδραργύρου.
Ὑάλου $\varkappa = 27 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$, ὑδραργύρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot grad^{-1}$. Πυκνότης τοῦ ὑδραργύρου εἰς $0^\circ C$: 13,6 gr/cm^3.

222. Μία μᾶζα ἀέρος ἔχει εἰς $0^\circ C$ ὄγκον 200 cm^3. Ἐὰν αὕτη θερμανθῇ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος της διπλασιάζεται ;

223. Ὡρισμένη μᾶζα ὑδρογόνου ἔχει εἰς $17^\circ C$ ὄγκον 4 dm^3. Θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἰς $57^\circ C$. Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ;

224. Ἀέριον ἔχει εἰς $-13^\circ C$ ὄγκον 60 cm^3. Ἐὰν ἡ πίεσίς του διατηρηθῇ σταθερά, πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς $117^\circ C$;

225. Μία μᾶζα ὀξυγόνου ἔχει εἰς $0^\circ C$ ὄγκον 40 cm^3 καὶ πίεσιν 76 cm Hg. Τὸ ἀέριον θερμαίνεται εἰς $30^\circ C$ καὶ ἡ πίεσίς του γίνεται 70 cm Hg. Πόσος εἶναι τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου;

226. Εἰς $27^\circ C$ καὶ ὑπὸ πίεσιν 762 cm Hg ἓν ἀέριον ἔχει ὄγκον 35 cm^3. Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον καὶ ὁ μὲν ὄγκος του γίνεται 38 cm^3, ἡ δὲ πίεσίς του γίνεται 760 cm Hg. Πόση εἶναι τότε ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου;

227. Μία ποσότης ἀζώτου ἔχει εἰς $35^\circ C$ καὶ ὑπὸ πίεσιν 78 cm Hg, ὄγκον 2 m^3. Πόσον ὄγκον ἔχει τὸ ἀέριον ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας;

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

226. Μονὰς ποσότητος θερμότητος.— Ὅταν φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σώματα διαφορετικῆς θερμοκρασίας, τότε τὸ ψυχρότερον σῶμα θερμαίνεται καὶ τὸ θερμότερον σῶμα ψύχεται. Λέγομεν τότε ὅτι **ποσότης θερμότητος** μετεδόθη ἀπὸ τὸ θερμότερον σῶμα εἰς τὸ ψυχρότερον. Ἡ μονὰς ποσότητος θερμότητος καλεῖται **θερμὶς** (σύμβολον cal) καὶ ὁρίζεται ὡς ἑξῆς:

Θερμὶς (1 cal) εἶναι ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr ὕδατος κατὰ $1^\circ C$.

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται ἡ μεγαλυτέρα μονὰς ποσότητος θερμότητος χιλιοθερμὶς (1 kcal):

1 χιλιοθερμὶς = 1 000 θερμίδες
1 kcal = 1 000 cal

Ἡ μέτρησις τῶν ποσοτήτων θερμότητος (**θερμιδομετρία**) στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀκολούθου ἀρχῆς, τὴν ὁποίαν ἀπεκάλυψε τὸ πείραμα:

Ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ σῶμα κατὰ μίαν μεταβολήν του, ἀποβάλλεται ἀπὸ τὸ σῶμα ὁλόκληρος, ὅταν τοῦτο ὑφίσταται τὴν ἀντίστροφον μεταβολήν.

Οὕτως, ἐὰν ἀναμείξωμεν 1 kgr ὕδατος 50^0 C μὲ 1 kgr ὕδατος 20^0 C, λαμβάνομεν 2 kgr ὕδατος 35^0 C. Ἄρα τὸ 1 kgr τοῦ ψυχροῦ ὕδατος προσλαμβάνει 15 kcal διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15^0 C, ἐνῷ τὸ 1 kgr τοῦ θερμοῦ ὕδατος ἀποβάλλει 15 kcal διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15^0 C.

227. Εἰδικὴ θερμότης καὶ θερμοχωρητικότης.—Ἐκ τῶν διαφόρων μετρήσεων ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ προκληθῇ ἡ αὐτὴ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας ἴ σ ω ν μαζῶν ἐκ διαφόρων σωμάτων, ἀπαιτοῦνται ἄ ν ι σ ο ι ποσότητες θερμότητος.

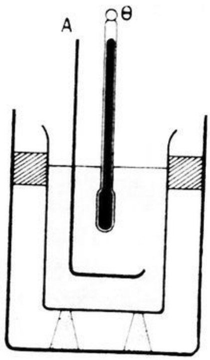
Εἰδικὴ θερμότης ἑνὸς ὑλικοῦ καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr τοῦ ὑλικοῦ τούτου κατὰ 1^0 C.

Ἡ εἰδικὴ θερμότης (c) μετρεῖται εἰς θερμίδας (cal) κατὰ γραμμάριον μάζης (gr) καὶ κατὰ βαθμὸν θερμοκρασίας (grad), ἤτοι μετρεῖται εἰς $\mathrm{cal} \cdot \mathrm{gr}^{-1} \cdot \mathrm{grad}^{-1}$. Ἐὰν m εἶναι ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος καὶ c ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ, τότε διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος κατὰ 1^0 C, ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος $K = m \cdot c$, ἡ ὁποία καλεῖται θερμοχωρητικότης τοῦ σώματος. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος αὐξηθῇ ἀπὸ θ_1 εἰς θ_2 τότε τὸ σῶμα προσέλαβε ποσότητα θερμότητος:

$$Q = K \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad \text{ἢ} \quad \boxed{Q = m \cdot c \cdot (\theta_2 - \theta_1)}$$

Ἡ εὑρεθεῖσα σχέσις ἀποτελεῖ τὴν **θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς θερμιδομετρίας.**

228. Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν.— Ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν μετρεῖται κατὰ διαφόρους μεθόδους. Ἡ ἁπλουστέρα αὐτῶν εἶναι ἡ μ έ θ ο δ ο ς τ ῶ ν μ ε ι γ μ ά τ ω ν. Κατ' αὐτὴν χρησιμοποιεῖται **θερμιδόμετρον**, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει ὕδωρ (σχ. 244). Τὸ δοχεῖον προφυλλάσσεται καταλλήλως ἀπὸ κάθε ἀνταλλαγὴν ποσοτήτων θερμότητος, μὲ τὸ ἐξωτερικὸν περιβάλλον (στηρίγματα ἀπὸ φελλόν, τοιχώματα στιλπνά). Ἔστω m′ ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου καὶ c_Δ ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει μᾶζα m ὕδατος, τοῦ ὁποίου ἡ εἰδικὴ θερμότης εἶναι c_Y. Τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ ἔχουν κατ' ἀρχὰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν θ. Τὸ σῶμα, τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ εὕρωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_Σ, ἔχει μᾶζαν M. Θερμαίνομεν τὸ σῶμα εἰς θερμοκρασίαν θ′ καὶ ἔπειτα φέρομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, τὰ τρία σώματα (δοχεῖον, ὕδωρ, σῶμα) ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τ, ἡ ὁποία εἶναι $\theta' > \tau > \theta$.



Σχ. 244. Θερμιδόμετρον. (Α ἀναδευτήρ, Θ θερμόμετρον).

Τὸ σῶμα ἀπέβαλε ποσότητα θερμότητος $M \cdot c_\Sigma \cdot (\theta' - \tau)$, τὴν ὁποίαν προσέλαβε τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ. Ἄρα ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$M \cdot c_\Sigma \cdot (\theta' - \tau) = m \cdot c_Y \cdot (\tau - \theta) + m' \cdot c_\Delta \cdot (\tau - \theta)$$

ἢ $$M \cdot c_\Sigma \cdot (\theta' - \tau) = [\, m \cdot c_Y + m' \cdot c_\Delta \,] \cdot (\tau - \theta) \qquad (1)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν εὑρίσκομεν τὴν ἄγνωστον εἰδικὴν θερμότητα c_Σ τοῦ στερεοῦ. Ἡ παράστασις $(m \cdot c_Y + m' \cdot c_\Delta)$ ἐκφράζει τὴν θερμοχωρητικότητα K τοῦ θερμιδομέτρου. Ἐὰν ἀντὶ ὕδατος θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου μᾶζαν m ἄλλου ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου ἡ εἰδικὴ θερμότης x εἶναι ἄγνωστος, τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

$$M \cdot c_\Sigma \cdot (\theta' - \tau) = (m \cdot x + m' \cdot c_\Delta) \cdot (\tau - \theta)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτήν, ἂν εἶναι γνωστὴ ἡ εἰδικὴ θερμότης c_Σ τοῦ χρησιμοποιουμένου στερεοῦ, εὑρίσκεται ἡ x.

Ἐξαγόμενα τῶν μετρήσεων. Αἱ μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι :

Ἐξ ὅλων τῶν σωμάτων τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγαλυτέραν εἰδικὴν θερμότητα ($1\ \mathrm{cal} \cdot \mathrm{gr}^{-1} \cdot \mathrm{grad}^{-1}$).

Ἐξαίρεσιν ἀποτελεῖ τὸ ὑδρογόνον ($3{,}4\ \mathrm{cal} \cdot \mathrm{gr}^{-1} \cdot \mathrm{grad}^{-1}$). Γενικῶς ἡ εἰδικὴ θερμότης ἑνὸς σώματος εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ μικροτέρα εἰς τὴν στερεὰν κατάστασιν (ὕδωρ $1\ \mathrm{cal} \cdot \mathrm{gr}^{-1} \cdot \mathrm{grad}^{-1}$, πάγος $0{,}5\ \mathrm{cal} \cdot \mathrm{gr}^{-1} \cdot \mathrm{grad}^{-1}$).

Ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὰς πολὺ χαμηλὰς θερμοκρασίας ἡ εἰδικὴ θερμότης ἐλαττώνεται ταχέως μετὰ τῆς θερμοκρασίας καὶ γίνεται ἴση μὲ μηδὲν ὀλίγον πρὸ τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Εἰδικαὶ θερμότητες ($\mathrm{cal} \cdot \mathrm{gr}^{-1} \cdot \mathrm{grad}^{-1}$ εἰς $18^0\mathrm{C}$)			
Ἀργίλλιον	0,210	Ὕδωρ	1,00
Μόλυβδος	0,031	Ὑδράργυρος	0,03
Ἄργυρος	0,055	Τολουόλιον	0,40
Χαλκός	0,091	Οἰνόπνευμα	0,58
Σίδηρος	0,111	Πετρέλαιον	0,50

220. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων.— Ὅταν 1 gr ἀερίου θερμαίνεται κατὰ $1^0\mathrm{C}$ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, τότε ἀπορροφᾷ ὡρισμένην ποσότητα θερμότητος, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον** (c_v). Ὅταν ὅμως τὸ 1 gr τοῦ ἰδίου ἀερίου θερμαίνεται κατὰ $1^0\mathrm{C}$ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται καὶ συνεπῶς τὸ ἀέριον παράγει ἔργον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ 1 gr τοῦ ἀερίου ἀπορροφᾷ μεγαλυτέραν ποσότητα θερμότητος, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν** (c_p). Ἐκ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου ἡ c_p δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ πειράματος ἀμέσως, ἐνῷ ἡ c_v προσδιορίζεται ἐμμέσως ἐκ τοῦ λόγου $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου. Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων συνάγονται τὰ ἑξῆς συμπεράσματα :

I. Εἰς ὅλα τὰ ἀέρια ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν (c_p) εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον (c_v).

$$\boxed{c_p > c_v}$$

II. Ὁ λόγος $\gamma = \dfrac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων ἔχει ὡρισμένας τιμάς, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς ὡρισμένον ἀριθμὸν ἀτόμων εἰς τὸ μόριον.

μονατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = \mathbf{1,66}$
διατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = \mathbf{1,41}$
τριατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = \mathbf{1,33}$

Εἰδικαὶ θερμότητες μερικῶν ἀερίων

'Αέριον	c_p	c_v	c_p/c_v
Ἥλιον	1,250	0,755	1,66
'Αργὸν	0,127	0,077	1,65
'Υδρογόνον	3,400	2,410	1,41
'Οξυγόνον	0,218	0,156	1,40
Ἄζωτον	0,249	0,178	1,40
Διοξ. ἄνθρακος	0,203	0,156	1,30
'Υδρατμοὶ	0,379	0,296	1,29

230. Πηγαὶ θερμότητος.— Διὰ τοὺς κατοίκους τῆς Γῆς ἡ μεγαλυτέρα φυσικὴ πηγὴ θερμότητος εἶναι ὁ Ἥλιος. 'Υπολογίζουν, ὅτι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ὁ Ἥλιος ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας, εἶναι ἱκανὴ νὰ τήξῃ στρῶμα πάγου πάχους 29 m, τὸ ὁποῖον θὰ περιέβαλλεν ὁλόκληρον τὸν πλανήτην μας. 'Εκ τῆς τεραστίας αὐτῆς ποσότητος θερμότητος ἐλάχιστον μέρος φθάνει εἰς τὸν πλανήτην μας. Εἰς τὴν πρᾶξιν λαμβάνομεν μεγάλα ποσὰ θερμότητος ἐκ τῆς καύσεως διαφόρων σωμάτων, τὰ ὁποῖα γενικῶς καλοῦμεν *καύσιμα*. Τὰ σώματα αὐτὰ εἶναι στερεά, ὑγρὰ ἢ ἀέρια (γαιάνθραξ, ξύλον, κώκ, πετρέλαιον, βενζίνη, μονοξείδιον τοῦ ἄνθρακος, μεθάνιον, ἀκετυλένιον κ.τ.λ.). **Θερμότης καύσεως** ἑνὸς καυσίμου καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἐκλύεται κατὰ τὴν τελείαν καῦσιν 1 gr τοῦ σώματος τούτου.

Θερμότης καύσεως (εἰς cal/gr)			
Ὑδρογόνον	34 500	Οἰνόπνευμα	7 000
Βενζίνη	10 400	Φωταέριον	4 000
Μεθάνιον	9 000	Λιγνίτης	2 500
Λιθάνθραξ	7 200	Ξύλον	2 500

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

228. 'Αναμειγνύομεν 200 gr ὕδατος 10° C μὲ 500 gr ὕδατος 45° C. Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος;

229. Πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας 17° C καὶ πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας 80° C πρέπει νὰ ἀναμείξωμεν, διὰ νὰ λάβωμεν 50 kgr ὕδατος θερμοκρασίας 35° C;

230. 'Εντὸς γλυκερίνης 14,5° C ρίπτομεν τεμάχιον ψευδαργύρου ἔχον θερμοκρασίαν 98,3° C. Ἡ μᾶζα καὶ τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι 400 gr, ἡ δὲ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος εἶναι 19,6° C. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα τῆς γλυκερίνης καὶ τοῦ ψευδαργύρου. Εἰδικαὶ θερμότητες γλυκερίνης: 0,57 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$, ψευδαργύρου: 0,092 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.

231. Θερμιδόμετρον ἐκ χαλκοῦ ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ περιέχει 300 gr πετρελαίου· ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία τῶν δύο σωμάτων εἶναι 18,5° C. 'Εὰν θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου 100 gr μολύβδου θερμοκρασίας 100° C, ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται 20° C. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πετρελαίου, ἐὰν ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι 0,092 $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$ καὶ τοῦ μολύβδου εἶναι 0,031 $cal \, . \, gr^{-1} \, . \, grad^{-1}$.

232. Θερμιδόμετρον περιέχει 210 gr ὕδατος θερμοκρασίας 11,3° C. Προσθέτομεν 245 gr ὕδατος θερμοκρασίας 31,5° C καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται 21,7° C. Πόση εἶναι ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου;

233. Ἡ θερμοχωρητικότης ἑνὸς θερμομέτρου εἶναι 1,84 cal/grad. Τὸ θερμόμετρον βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος 73,6° C καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς θερμιδομέτρου, ἔχοντος ἀρχικὴν θερμοκρασίαν 14,5° C καὶ θερ-

μοχωρητικότητα 90,5 cal/grad. Ποία θὰ εἶναι ἡ ἔνδειξις τοῦ θερμομέτρου, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία;

234. Νὰ εὑρεθῇ ποῖοι ὄγκοι σιδήρου, μολύβδου καὶ ἀλουμινίου ἔχουν τὴν ἰδίαν θερμοχωρητικότητα μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν ἔχει ἓν λίτρον ὕδατος. Αἱ εἰδικαὶ θερμότητες (c) καὶ αἱ πυκνότητες (d) τῶν ἀνωτέρω τριῶν μετάλλων εἶναι:

τοῦ σιδήρου : $c_1 = 0{,}12\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$ $d_1 = 7{,}5\ gr/cm^3$
τοῦ μολύβδου : $c_2 = 0{,}31\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$ $d_2 = 11{,}4\ gr/cm^3$
τοῦ ἀλουμινίου : $c_3 = 0{,}22\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$ $d_3 = 2{,}7\ gr/cm^3$

235. Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τῆς φλογὸς τοῦ λύχνου Bunsen, ἐκτελοῦμεν τὴν ἑξῆς μέτρησιν: Θερμαίνομεν διὰ τῆς φλογὸς τεμάχιον σιδήρου, ἔχον μᾶζαν 6,85 gr καὶ ἔπειτα τὸ φέρομεν ἐντὸς χαλκίνου θερμιδομέτρου. Ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμιδομέτρου μεταβάλλεται ἀπὸ 18,4° C εἰς 21,3° C. Ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου εἶναι 152,8 gr καὶ τοῦ ὕδατος εἶναι 300 gr. Εἰδικὴ θερμότης χαλκοῦ: $c = 0{,}092\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

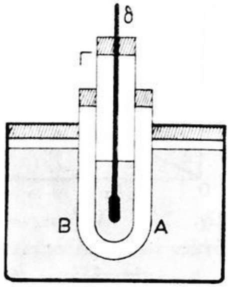
231. Αἱ μεταβολαὶ καταστάσεως.—Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερμότης, ἡ ὁποία προσφέρεται εἰς ἓν σῶμα, δύναται νὰ προκαλέσῃ τὴν μεταβολὴν ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρὸν ἢ τὴν μεταβολὴν ἑνὸς ὑγροῦ εἰς ἀέριον. Κατὰ τὴν ψῦξιν τῶν σωμάτων προκαλοῦνται αἱ ἀντίστροφοι μεταβολαί.

232. Τῆξις.— Καλεῖται **τῆξις** ἡ διὰ τῆς θερμότητος μεταβολὴ ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρόν. Τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον καλεῖται **πῆξις**.

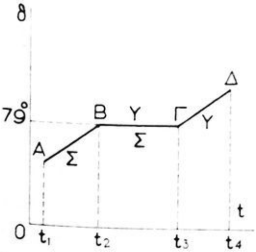
Ἡ τῆξις τῶν διαφόρων σωμάτων δὲν συμβαίνει κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. Τὰ κρυσταλλικὰ σώματα (πάγος, ναφθαλίνη, φωσφόρος κ.ἄ.) μεταβαίνουν ἀ π ο τ ό μ ω ς ἀπὸ τὴν στερεὰν εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν. Ἄλλα ὅμως σώματα (ὕαλος, σίδηρος, κηρὸς) μεταβαίνουν β α θ μ ι α ί ω ς ἀπὸ τὴν στερεὰν εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν. Τὰ ἑπόμενα ἀναφέροντα εἰς τὴν τῆξιν τῶν κρυσταλλικῶν σωμάτων.

233. Νόμοι τῆς τήξεως.— Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος Γ (σχ. 245) θέτομεν ναφθαλίνην καὶ διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν βραδεῖαν θέρμανσιν αὐτῆς, τοποθετοῦμεν τὸν σωλῆνα Γ ἐντὸς ἄλλου Β περιέχοντος ἀέρα.

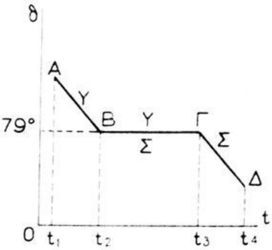
Τὸ σύστημα τῶν δύο σωλήνων βυθίζεται ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος Α. Παρακολουθοῦντες τὰς ἐνδείξεις τοῦ θερμομέτρου εὑρίσκομεν ὅτι, μόλις ἀρχίσῃ ἡ τῆξις τῆς ναφθαλίνης, τὸ θερμόμετρον δεικνύει 79°C. Ἡ θερμοκρασία αὐτὴ παραμένει σ τ α θ ε ρ ὰ ἐφ' ὅσον ὑπάρχει ἄτηκτος ναφθαλίνη. Ἡ θερμοκρασία ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ ἀνέρχεται μόνον μετὰ τὴν πλήρη τῆξιν τῆς ναφθαλίνης. Ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος συναρτήσει τοῦ χρόνου φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 246. Ἂν τώρα ἀντικαταστήσωμεν τὸ θερμὸν ὕδωρ Α μὲ ψυχρὸν ὕδωρ, προκαλοῦμεν τὴν βραδεῖαν ψῦξιν τῆς ὑγρᾶς ναφθαλίνης. Ἡ πτῶσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 247.



Σχ. 245. Προσδιορισμὸς τῆς θερμοκρασίας τήξεως.



Σχ. 246. Ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος.



Σχ. 247. Πτῶσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος.

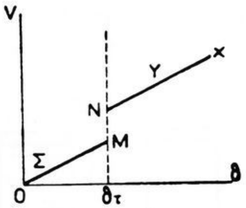
Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν συνάγονται οἱ ἑπόμενοι **νόμοι τῆς τήξεως**:

I. Ἡ τῆξις ἑνὸς στερεοῦ σώματος συμβαίνει εἰς ὡρισμένην θερμοκρασίαν (θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α τ ή ξ ε ω ς), ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.

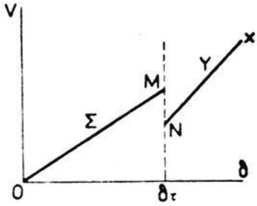
II. Ἡ τῆξις καὶ ἡ πῆξις εἶναι φαινόμενα ἀντίστροφα καὶ συμβαίνουν εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

234. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τῆξιν.—Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ τῆξις συνοδεύεται ἀπὸ μεταβολὴν τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος. Τὸ εἶδος τῆς μεταβολῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σώματος. Ὅλα σχεδὸν τὰ σώματα τηκόμενα ὑφίστανται α ὔ ξ η σ ι ν τοῦ ὄγκου των (σχ. 248). Ἐξαίρεσιν ἀποτελοῦν ὁ πάγος, τὸ βισμούθιον, ὁ σίδηρος, τὰ ὁποῖα τηκόμενα ὑφίστανται ἐ λ ά τ τ ω σ ι ν τοῦ ὄγκου των (σχ. 249).

Διὰ τὸν πάγον εὑρέθη ὅτι 1 kgr πάγου εἰς 0°C ἔχει ὄγκον 1 090 cm^3.



Σχ. 248. Αὔξησις τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τῆξιν.



Σχ. 249. 'Ελάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τῆξιν.

'Επομένως 1 λίτρον ὕδατος 0° C στερεοποιούμενον ὑφίσταται αὔξησιν τοῦ ὄγκου του κατὰ 90 cm^3. 'Επειδὴ κατὰ τὴν πῆξιν τοῦ ὕδατος συμβαίνει σημαντικὴ αὔξησις τοῦ ὄγκου, διὰ τοῦτο ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου , ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ὕδωρ, ἀναπτύσσονται μεγάλαι δυνάμεις.

235. Θερμότης τήξεως.— Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 246 ἡ γραμμὴ ΑΒΓΔ δεικνύει τὴν πορείαν τῶν ἐνδείξεων τοῦ θερμομέτρου κατὰ τὴν τῆξιν τῆς ναφθαλίνης. Τὸ τμῆμα ΒΓ τῆς γραμμῆς αὐτῆς ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀπορρόφησιν θερμότητος ὑπὸ τοῦ σώματος, χωρὶς νὰ ἐπέρχεται ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας του. 'Η ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ σώματος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως (δηλαδὴ κατὰ τὸν χρόνον $t_3 - t_2$), καλεῖται **λανθάνουσα θερμότης τήξεως**, καὶ δαπανᾶται διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς

Θερμότης τήξεως ἑνὸς στεροῦ σώματος καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμάριον τοῦ στερεοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, διὰ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

'Η θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι 80 cal/gr.

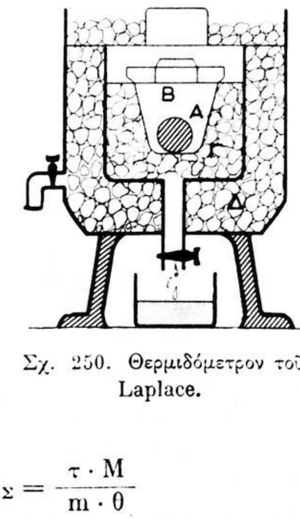
Οὕτω διὰ νὰ τακοῦν 100 gr πάγου 0° C καὶ νὰ μεταβληθοῦν εἰς 100 gr ὕδατος 0° C, πρέπει νὰ δαπανηθῇ ποσότης θερμότητος ἴση μέ:

$$80 \text{ cal/gr} \cdot 100 \text{ gr} = 8\,000 \text{ cal} = 8 \text{ kcal}$$

Εἰς τὸν ἀκολουθοῦντα πίνακα ἀναγράφονται αἱ θερμότητες τήξεως μερικῶν σωμάτων.

Θερμοκρασία τήξεως καὶ θερμότης τήξεως		
Σῶμα	^{0}C	cal/gr
Ἀργίλλιον	659	94,6
Ἄργυρος	960	25,1
Μόλυβδος	327	5,9
Χαλκός	1084	49
Χρυσός	1063	15,4

236. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.— Τὸ θερμιδόμετρον τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν πλέγμα Β, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς δοχείου Γ περιέχοντος τρίμματα πάγου (σχ. 250). Τὸ δοχεῖον τοῦτο περιβάλλεται ἀπὸ τρίμματα πάγου, ὥστε ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος νὰ διατηρῆται σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 0^0 C. Τὸ σῶμα Λ, τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_Σ, θερμαίνεται εἰς θερμοκρασίαν θ^0 καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς τοῦ πλέγματος. Ἐὰν m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος Λ, τότε τοῦτο ψυχόμενον ἀπὸ θ^0 εἰς 0^0 ἀποβάλλει ποσότητα θερμότητος: $Q = m \cdot c_\Sigma \cdot \theta$. Αὐτὴ ἡ ποσότης θερμότητος ἀπερροφήθη ἀπὸ μᾶζαν Μ πάγου 0^0 C, ἡ ὁποία μετεβλήθη εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Ἐπειδὴ εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι $\tau = 80$ cal/gr, ἔχομεν τὴν σχέσιν:



Σχ. 250. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.

$$m \cdot c_\Sigma \cdot \theta = \tau \cdot M \quad \text{ἄρα} \quad c_\Sigma = \frac{\tau \cdot M}{m \cdot \theta}$$

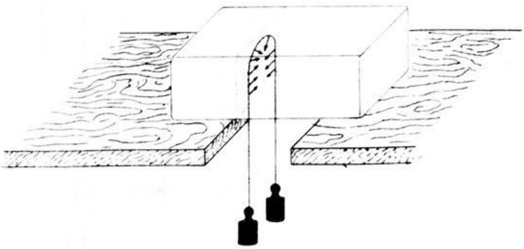
237. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως.— Αἱ συνήθεις μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δὲν προκαλοῦν αἰσθητὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῶν σωμάτων. Μόνον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μεγάλων πιέσεων παρατηροῦνται αἰσθηταὶ μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

I. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα διαστέλλονται κατὰ τὴν τῆξιν των, ἡ θερμοκρασία τήξεως ἀ ν έ ρ χ ε τ α ι, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

II. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα συστέλλονται κατὰ τὴν τῆξιν των, ἡ θερμοκραία τήξεως κ α τ έ ρ χ ε τ α ι, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

Γενικῶς ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως μετὰ τῆς πιέσεως εἶναι πολὺ μικρά. Οὕτως εἰς μεταβολὴν τῆς πιέσεως κατὰ 1 ἀτμόσφαιραν ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου κατὰ $0{,}0075^{0}$ C.

Ἡ πτῶσις τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἀποδεικνύεται μὲ τὸ ἑξῆς πείραμα : Λεπτὸν σύρμα, ἀπὸ τὰ ἄκρα τοῦ ὁποίου εἶναι ἐξηρτημένα βάρη, διέρχεται βραδέως διὰ τῆς μάζης πάγου, χωρὶς οὗτος νὰ ἀποκοπῇ (σχ. 251). Ἕνεκα τῆς μεγάλης πιέσεως, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ σύρμα ἐπὶ τοῦ πάγου, οὗτος τήκεται κατὰ μῆκος τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς· τὸ παραγόμενον ὅμως ὕδωρ ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ σύρματος καὶ στερεοποιεῖται ἐκ νέου εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος. Οὕτω ἡ ἀρχικὴ μᾶζα τοῦ πάγου δὲν ἀποκόπτεται εἰς δύο τεμάχια, διότι συμβαίνει ἀνασυγκόλλησις τοῦ πάγου.



Σχ. 251. Τὸ σύρμα διέρχεται χωρὶς νὰ κοπῇ ὁ πάγος.

*Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι εἰς τὰς πολὺ ὑψηλὰς πιέσεις ὁ πάγος λαμβάνει ν έ α ν ἀ λ λ ο τ ρ ο π ι κ ὴ ν μ ο ρ φ ή ν, ἡ ὁποία ἔχει πυκνότητα μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὕδατος, ἡ δὲ θερμοκρασία τήξεως ἀνέρχεται μετὰ τῆς πιέσεως καὶ φθάνει τοὺς 24° C ὑπὸ πίεσιν 11 000 ἀτμοσφαιρῶν.

238. Ὑστέρησις πήξεως.— Ὅταν αὐξάνεται συνεχῶς ἡ θερμοκρασία ἑνὸς στερεοῦ σώματος, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις ἡ θερμοκρασία του φθάσῃ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ τήκεται.

Ὥστε εἶναι ἀδύνατον εἰς ἓν στερεὸν σῶμα νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν ἀ ν ω τ έ ρ α ν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεώς του, χωρὶς τὸ σῶμα, νὰ τακῇ. Ἀντιθέτως ἓν καθαρὸν ὑγρόν, ἐὰν ψύχεται βαθμιαίως, δύναται νὰ διατηρηθῇ εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, καὶ ὅταν ἡ θερμοκρασία του γίνῃ κ α τ ω τ έ ρ α τῆς θερμοκρασίας πήξεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται **ὑστέρησις πήξεως**.

Οὕτως ἀπεσταγμένον ὕδωρ δύναται, ψυχόμενον βαθμιαίως, νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν — 10^0 C, χωρὶς νὰ στερεοποιηθῇ. Ἐπίσης τὸ θεῖον, τὸ ὁποῖον τήκεται εἰς 115^0 C, δύναται νὰ ψυχθῇ μέχρι 15^0 C διατηρούμενον εἰς ὑγρὰν κατάστασιν.

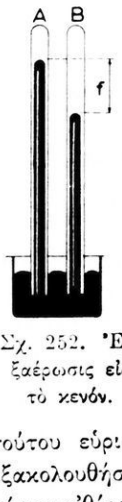
Ἐὰν ἀναταράξωμεν τὸ εἰς κατάστασιν ὑστερήσεως πήξεως εὑρισκόμενον ὕδωρ, ἢ ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς αὐτοῦ τεμάχιον πάγου, τότε ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται εἰς 0^0 C καὶ μέρος τοῦ ὕδατος στερεοποιεῖται. Τὸ μεῖγμα στερεοῦ καὶ ὑγροῦ ἔχει θερμοκρασίαν 0^0 C.

239. Θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων.—Ἡ θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων ἐνδιαφέρει πολὺ τὴν τεχνικήν. Κατὰ γενικὸν κανόνα ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ κράματος π ε ρ ι λ α μ β ά ν ε τ α ι μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν τήξεως τῶν συστατικῶν τοῦ κράματος. Ἐν τούτοις μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον εὐτήκτου μετάλλου τοῦ κράματος. Οὕτω τὸ κρᾶμα τὸ ἀποτελούμενον ἀπὸ κασσίτερον (12,5%), κάδμιον (12,5%), μόλυβδον (25 %) καὶ βισμούθιον (50 %) ἔχει θερμοκρασίαν τήξεως 68^0 C, ἐνῷ κανὲν ἀπὸ τὰ συστατικὰ τοῦ κράματος δὲν τήκεται κάτω τῶν 230^0 C. Ἀντιθέτως μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον δυστήκτου μετάλλου τοῦ κράματος.

240. Ψυκτικὰ μείγματα.—Ὅταν ἡ ζάχαρις διαλύεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, συμβαίνει πλήρης διαχωρισμὸς τῶν μορίων τῆς ζαχάρεως. Ὅπως εἴδομεν (§ 235) διὰ τὴν τῆξιν ἑνὸς στερεοῦ δ α π α ν ᾶ τ α ι ποσότης θερμότητος, διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς (λανθάνουσα θερμότης). Ὁμοίως διὰ τὴν διάλυσιν ἑνὸς σώματος ἐντὸς ἄλλου δ α π α ν ᾶ τ α ι ποσότης θερμότητος. Ἐὰν ἀναμείξωμεν πάγον 0^0 C καὶ μαγειρικὸν ἅλας (εἰς ἀναλογίαν 3 πάγος : 1 μαγειρικὸν ἅλας), λαμβάνομεν διάλυμα μαγειρικοῦ ἅλατος εἰς ὕδωρ. Διὰ τὴν τῆξιν τοῦ πάγου καὶ τὴν διάλυσιν τοῦ ἅλατος ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία προσφέρεται ἀπὸ τὰ δύο σώματα. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τοῦ διαλύματος κατέρχεται μέχρι — 22° C. Τὰ τοιαῦτα μείγματα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν πτῶσιν τῆς θερμοκρασίας, καλοῦνται **ψυκτικὰ μείγματα** καὶ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν.

241. Ἐξαέρωσις.— Ἡ μεταβολὴ ἑνὸς ὑγροῦ εἰς ἀέριον καλεῖται **ἐξαέρωσις.** Διὰ νὰ παρακολουθήσωμεν τὸ φαινόμενον τῆς ἐξαερώσεως, θὰ ἐξετάσωμεν πρῶτον πῶς συμβαίνει ἡ ἐξαέρωσις ἑνὸς καθαροῦ ὑγροῦ ἐντὸς χώρου, ὁ ὁποῖος δὲν περιέχει ἄλλο ἀέριον.

242. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.— Ὡς κενὸν χῶρον χρησιμοποιοῦμεν τὸ κενόν, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα ἄνωθεν τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου (σχ. 252). Ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου εἰσάγομεν μίαν σταγόνα ὑγροῦ π.χ. αἰθέρος. Τὸ ὑγρὸν μεταβάλλεται ἀ κ α ρ ι α ί ω ς εἰς ἀέριον καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον, ἕνεκα τῆς πιέσεως, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ σχηματισθὲν ἀέριον. Τὸ ἀέριον τοῦτο καλεῖται **ἀτμός**, ἡ δὲ πίεσίς του καλεῖται **τάσις τοῦ ἀτμοῦ.**

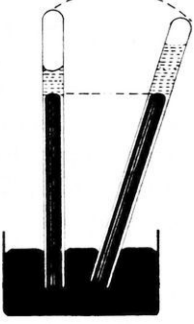


Σχ. 252. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.

Εἰσάγομεν νέαν σταγόνα αἰθέρος. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐξαερώνεται πάλιν ἀκαριαίως καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον. Ἡ ἐξαέρωσις τῆς δευτέρας σταγόνος φανερώνει ὅτι, πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς της, ὁ χῶρος τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου ἠδύνατο νὰ περιλάβη καὶ ἄλλην ποσότητα ἀτμῶν αἰθέρος ἐκτὸς ἐκείνης, τὴν ὁποίαν περιεῖχεν κατ' ἐκείνην τὴν στιγμήν. Ὁ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου εὑρισκόμενος τότε ἀτμὸς καλεῖται **ἀκόρεστος ἀτμός.** Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν νὰ εἰσάγωμεν ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου σταγόνας αἰθέρος, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται συνεχῶς, ἕως ὅτου ἐμφανισθῇ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑγρόν. Ἐὰν τότε εἰσαχθοῦν καὶ ἄλλαι σταγόνες ὑγροῦ, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου δὲν κατέρχεται πλέον. Λέγομεν τότε ὅτι ὁ χῶρος εἶναι **κεκορεσμένος** ἀπὸ ἀτμοὺς ἢ ὅτι ἐντὸς τοῦ χώρου ὑπάρχει **κεκορεσμένος ἀτμός.** Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ κεκορεσμένος ἀτμός, καλεῖται **μεγίστη τάσις.**

Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα ἐξηγοῦνται εὐκόλως. Κατ' ἀρχὰς τὸ ὑγρὸν ἐξαερώνεται ἀκαριαίως, διότι καμμία ἐξωτερικὴ πίεσις δὲν ἀντιτίθεται εἰς τὸν σχηματισμὸν τοῦ ἀτμοῦ. Ἡ ἐξαέρωσις τοῦ ὑγροῦ ἐξακολουθεῖ, ἕως ὅτου ἡ πίεσις τοῦ παραχθέντος ἀτμοῦ ἐμποδίζῃ τὴν περαιτέρω παραγωγὴν ἀτμοῦ.

Ἰδιότητες τῶν ἀτμῶν. Ἐὰν ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ (σχ. 253), μέρος τοῦ ἀτμοῦ ὑγροποιεῖται, ἡ τάσις ὅμως τοῦ ἀτμοῦ διατηρεῖται σταθερά. Ἐὰν αὐξήσωμεν τὸν ὄγκον τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ, τότε μέρος τοῦ ὑγροῦ ἐξαερώνεται, ἡ τάσις ὅμως τοῦ ἀτμοῦ δὲν μεταβάλλεται. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι οἱ ἀτμοὶ ἔχουν τὰς ἀκολούθους ἰδιότητας:



Σχ. 253. Ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου προκαλεῖ ὑγροποίησιν.

α) Κεκορεσμένοι ἀτμοί :

I. Εἰς ἑκάστην θερμοκρασίαν ἀντιστοιχεῖ ὡρισμένη μεγίστη τάσις, ἡ ὁποία ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ὑγροῦ.

II. Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ἀτμῶν αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

β) Ἀκόρεστοι ἀτμοί :

I. Ἡ τάσις τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν εἶναι πάντοτε μικροτέρα ἀπὸ τὴν μεγίστην τάσιν, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτὴν τὴν θερμοκρασίαν.

III. Οἱ ἀκόρεστοι ἀτμοὶ ἀκολουθοῦν τοὺς νόμους τῶν ἀερίων καὶ συνεπῶς ἐξομοιώνονται πρὸς τὰ ἀέρια.

Μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν

Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg	Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg
0	4,6	80	355
10	9,2	90	526
20	17,5	100	760
30	31,8	105	906
35	42,2	110	1 073

243. Ἐξάτμισις.— Ἡ βραδεῖα ἐξαέρωσις ὑγροῦ ἀπὸ μόνον τὴν ἐπιφάνειαν αὐτοῦ, ἐντὸς χώρου περιέχοντος ἄλλο ἀέριον, καλεῖται εἰδικώτερον **ἐξάτμισις**. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν ἐξατμίζεται ἐντὸς π ε ρ ι ω ρ ι σ μ έ ν ο υ χώρου, τότε ἡ ἐξάτμισις συνεχίζεται, μέχρις ὅτου σχηματισθῇ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου κεκορεσμένος ἀτμός. Ἐὰν ὅμως τὸ ὑγρὸν ἐξατμίζεται ἐντὸς ἀ π ε ρ ι ο ρ ί σ τ ο υ χ ώ ρ ο υ, δὲν δύναται νὰ συμβῇ κορεσμὸς τοῦ χώρου τούτου, καὶ ἡ ἐξάτμισις συνεχίζεται, μέχρις ὅτου ἐξαντληθῇ τελείως τὸ ὑγρόν. Τοιαύτη εἶναι ἡ ἐξάτμισις ὑγροῦ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας. Καλεῖται **ταχύτης ἐξατμίσεως** (υ) ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἐξατμίζεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Εὑρέθη ὅτι ἡ ἐξάτμισις ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους :

I. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν (σ) τοῦ ὑγροῦ.

II. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν τῆς μεγίστης τάσεως (F), τῆς ἀντιστοιχούσης εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ πειράματος, καὶ τῆς τάσεως (f) τὴν ὁποίαν ἔχει κατὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν ὁ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας ὑπάρχων ἀτμός.

III. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἡ ὁποία ἐπιφέρεται ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ.

244. Βρασμός. — Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ὑγροῦ φθάσῃ ὡρισμένον ὅριον, τὸ ὁποῖον καλεῖται **θερμοκρασία βρασμοῦ**, τότε ἡ ἐξαέρωσις τοῦ ὑγροῦ γίνεται ὁρμητικῶς. Ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ σχηματίζονται φυσαλλίδες ἀτμοῦ, αἱ ὁποῖαι ἀνέρχονται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται βρασμός καὶ παράγεται, ὅταν ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Πειραματικῶς εὑρέθησαν οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τοῦ βρασμοῦ :**

I. Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἓν ὑγρὸν βράζει εἰς ὡρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.

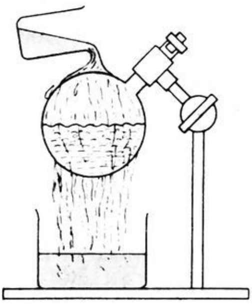
II. Ὑπὸ δεδομένην ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἓν ὑγρὸν βράζει εἰς ἐκείνην τὴν θερμοκρασίαν (θ), εἰς τὴν ὁποίαν ἡ μεγίστη τάσις (F_ϑ) τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ εἶναι ἴση μὲ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p).

Ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ εἶναι χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ἑκάστου σώματος. Ἐπειδὴ ὅμως αὐτὴ ἐξαρτᾶται πολὺ ἀπὸ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, διὰ τοῦτο ἐκφράζομεν πάντοτε τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (76 cm Hg). Καλεῖται **κανονικὴ θερμο-**

κρασία βρασμοῦ ἑνὸς ὑγροῦ ἡ θερμοκρασία, εἰς τὴν ὁποίαν τὸ ὑγρὸν βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

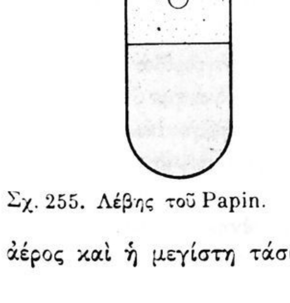
245. Ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος.—Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος, ἐκτελοῦμεν τὰ ἑξῆς πειράματα :

α) Ἀνοικτὸν δοχεῖον, περιέχον ὕδωρ 30° C, τίθεται ἐντὸς κλειστοῦ χώρου Α, ἐκ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα μὲ τὴν βοήθειαν ἀεραντλίας. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ ἀρχίζει νὰ βράζῃ, ὅταν ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ χώρου Α γίνῃ 30 mm Hg, δηλαδὴ ἴση μὲ τὴν μεγίστην τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς θερμοκρασίαν 30° C.



Σχ. 254. Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τοῦ βρασμοῦ.

β) Ἐντὸς φιάλης βράζομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου ἐκδιωχθῇ τελείως ὁ ἀήρ. Κλείομεν τότε τὴν φιάλην ἀεροστεγῶς καὶ διακόπτομεν τὴν θέρμανσιν (σχ. 254). Τὸ ὕδωρ ἐξακολουθεῖ νὰ βράζῃ, διότι ἡ πίεσις ἐντὸς τῆς φιάλης ἐλαττώνεται, λόγῳ τῆς ὑγροποιήσεως μέρους τῶν ἄνωθεν τοῦ ὑγροῦ ὑδρατμῶν. Ὁ βρασμὸς γίνεται ζωηρότερος, ἐὰν ψύξωμεν τοὺς ἄνωθεν τοῦ ὑγροῦ ὑδρατμούς, ὁπότε ἐπιταχύνεται ἡ ὑγροποίησις τῶν ὑδρατμῶν.



Σχ. 255. Λέβης τοῦ Papin.

γ) Ὁ λέβης τοῦ Papin εἶναι μεταλλικὸν δοχεῖον ἀεροστεγῶς κλειστόν, τὸ ὁποῖον φέρει ἀσφαλιστικὴν δικλεῖδα (σχ. 255). Ἡ δικλεὶς ἀνοίγει μόνον ὅταν ἡ ἐντὸς τοῦ λέβητος πίεσις ὑπερβῇ μίαν ὡρισμένην τιμὴν ἀσφαλείας. Ὅταν θερμαίνωμεν ὁμοιομόρφως τὸ ἐντὸς τοῦ λέβητος ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 120° C ἢ καὶ 130° C, χωρὶς ὅμως νὰ παρατηρηθῇ βρασμός. Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ πίεσις p τοῦ ἀέρος καὶ ἡ μεγίστη τάσις F_θ, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἑκάστοτε θερμοκρασίαν θ τοῦ ὕδατος. Οὕτως ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ ὁλικὴ πίεσις $p + F_\theta$, ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν μεγίστην τάσιν F_θ καὶ ἑπομένως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμὸς τοῦ ὕδατος. 'Εκ τούτου συνάγεται ὅτι :

'Εντὸς κλειστοῦ δοχείου θερμαινομένου ὁμοιομόρφως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμός.

'Εφαρμογὴ τοῦ λέβητος τοῦ Papin εἶναι τὰ «αὐτόκλειστα», τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν βιομηχανίαν, εἰς τὰ νοσοκομεῖα διὰ τὴν ἀποστείρωσιν χειρουργικῶν ἐργαλείων κ.ἄ.

246. Θερμότης ἐξαερώσεως.—Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ διατηρεῖται σταθερά, ἂν καὶ συνεχῶς προσφέρεται εἰς τὸ ὑγρὸν θερμότης. 'Η ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὴν διάρκειαν αὐτῆς τῆς μεταβολῆς (**λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως**) δαπανᾶται διὰ τὴν κατάργησιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ δυνάμεων συνοχῆς, διότι κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν ἑνὸς ὑγροῦ τὰ μόρια αὐτοῦ γίνονται τελείως ἐλεύθερα.

I. Θερμότης ἐξαερώσεως (Α) εἰς θερμοκρασίαν θ καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμάριον τοῦ ὑγροῦ, διὰ νὰ μεταβληθῇ τοῦτο εἰς κεκορεσμένον ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

II. 'Η θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς τὴν κανονικὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ εἶναι 539 cal/gr.

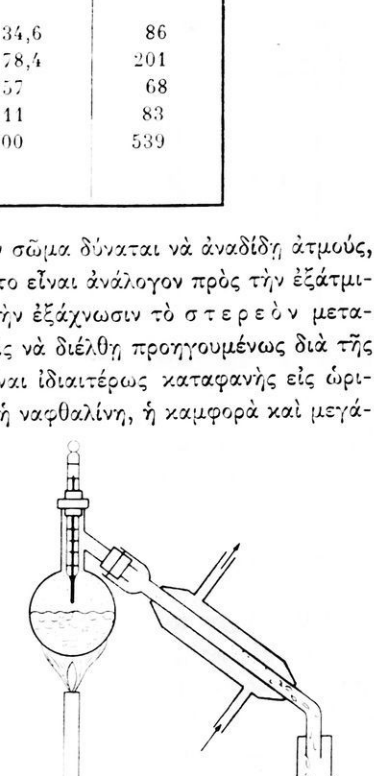
247. Ψῦχος παραγόμενον κατὰ τὴν ἐξάτμισιν.— Εἰς οἱανδήποτε θερμοκρασίαν καὶ ἂν γίνεται ἡ ἐξαέρωσις (βρασμός, ἐξάτμισις), πάντοτε ἀπαιτεῖται δαπάνη θερμότητος. 'Η ἀπαιτουμένη θερμότης ἢ προσφέρεται ἔξωθεν ἢ προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον ὑγρὸν (§ 245 α, β). Ὅταν ὅμως ἡ ἀπαιτουμένη θερμότης προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον τὸ ὑγρόν, τότε κατ' ἀνάγκην ἐπέρχεται ψῦξις τοῦ ὑγροῦ. 'Η **ἐξάτμισις** εἶναι μία μορφὴ ἐξαερώσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν οἱ ἀτμοὶ παράγονται μόνον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. 'Επομένως καὶ διὰ τὴν ἐξάτμισιν πρέπει νὰ δαπανηθῇ θερμότης. Ὅταν ὅμως αὐτὴ δὲν προσφέρεται ἔξωθεν, τότε τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προσλαμβάνει τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν ἐξάτμισιν θερμότητα ἀπὸ αὐτὴν τὴν μᾶζαν του ἢ ἀπὸ τὰ σώματα, μὲ τὰ ὁποῖα εὑρίσκεται εἰς ἐπαφήν. Οὕτω τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προκαλεῖ ψῦξιν, ἡ ὁποία εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ταχυτέρα εἶναι ἡ ἐξάτμισις (π.χ. ἡ ψῦξις τῆς χειρός μας κατὰ τὴν ἐξάτμισιν τοῦ ἐπ' αὐτῆς αἰθέρος).

Θερμοκρασία βρασμοῦ καὶ θερμότης ἐξαερώσεως

Σῶμα	θ⁰C	cal/gr
Αἰθὴρ	34,6	86
Οἰνόπνευμα	78,4	201
Ὑδράργυρος	357	68
Τολουόλιον	111	83
Ὕδωρ	100	539

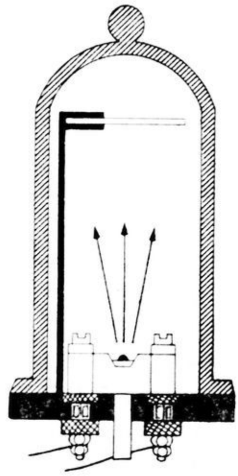
248. Ἐξάχνωσις.— Ἓν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ ἀναδίδῃ ἀτμούς, ὅπως καὶ ἓν ὑγρόν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἐξάτμισιν καὶ καλεῖται **ἐξάχνωσις**. Κατὰ τὴν ἐξάχνωσιν τὸ στερεὸν μεταβάλλεται ἀμέσως εἰς ἀέριον, χωρὶς νὰ διέλθῃ προηγουμένως διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Ἡ ἐξάχνωσις εἶναι ἰδιαιτέρως καταφανὴς εἰς ὡρισμένα σώματα, ὅπως εἶναι τὸ ἰώδιον, ἡ ναφθαλίνη, ἡ καμφορὰ καὶ μεγάλος ἀριθμὸς στερεῶν σωμάτων, τὰ ὁποῖα ἀναδίδουν ὀσμήν. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πιέσεως δύναται νὰ ὑποστῇ ἐξάχνωσιν ὁ πάγος καὶ πολλὰ ἄλλα σώματα.

249. Ἀπόσταξις.— Ἡ **ἀπόσταξις** ἑνὸς ὑγροῦ ἐπιτυγχάνεται, ὅταν οἱ παραγόμενοι κατὰ τὸν βρασμὸν κεκορεσμένοι ἀτμοὶ φέρωνται ἐντὸς ἄλλου χώρου, ὁ ὁποῖος διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ ὑγροῦ. Τότε οἱ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου ἐρχόμενοι ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται. Τὸ σχῆμα 256 δεικνύει μίαν πολὺ ἁπλῆν ἐργαστηριακὴν



Σχ. 256. Συσκευὴ ἀποστάξεως.

διάταξιν διὰ τὴν ἀπόσταξιν ὑγρῶν. Ἡ ψῦξις ἐπιτυγχάνεται διὰ ρεύματος ψυχροῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν περιέχῃ ἐν διαλύσει ἄλλα σώματα μὴ πτητικά, τότε κατὰ τὴν ἀπόσταξιν τοῦ διαλύματος παράγονται μόνον ἀτμοὶ τοῦ ὑγροῦ, οἱ ὁποῖοι ἔπειτα ὑγροποιοῦνται· οὕτω λαμβάνεται τὸ ὑγρὸν τοῦτο τελείως καθαρὸν (π.χ. παρασκευὴ ἀπεσταγμένου ὕδατος). Τὰ διαλελυμένα μὴ πτητικὰ σώματα παραμένουν εἰς τὸν ἀποστακτῆρα.



Σχ. 257. Συσκευὴ ἀποστάξεως τῶν μετάλλων εἰς τὸ κενόν.

Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εἶναι μεῖγμα πτητικῶν ὑγρῶν, τότε ἀποστάζονται διαδοχικῶς τὰ διάφορα συστατικὰ τοῦ μείγματος (**κλασματικὴ ἀπόσταξις**).

Τὰ μέταλλα δύνανται νὰ ὑποστοῦν ἀπόσταξιν, ἐὰν ὑψωθῇ πολὺ ἡ θερμοκρασία των (π. χ. καθαρισμὸς τοῦ ψευδαργύρου). Εἰς τὸ κενὸν τὰ μέταλλα παράγουν εὐκόλως ἀτμούς. Οὕτω θερμαίνοντες εἰς τὸ κενὸν ἄργυρον ἢ ἀργίλλιον δυνάμεθα νὰ μεταβάλωμεν μίαν πλάκα ὑάλου εἰς κάτοπτρον. Ἐπὶ μιᾶς ταινίας ἐκ βολφραμίου, ἡ ὁποία διαπυρώνεται δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, τοποθετεῖται τεμάχιον ἀργύρου (σχ. 257). Τότε ὁ ἄργυρος ἐξαεροῦται καὶ ἐκπέμπει εὐθυγράμμως ἄτομα, τὰ ὁποῖα ἐπικάθηνται ἐπὶ τῆς ὑαλίνης πλακός. Οὕτως ἡ πλὰξ τῆς ὑάλου ἐπαργυρώνεται καὶ μεταβάλλεται εἰς κάτοπτρον. Ἡ τοιαύτη μέθοδος ἐπιμεταλλώσεως χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὴν βιομηχανίαν διὰ τὴν ταχεῖαν ἐπιμετάλλωσιν διαφόρων ἀντικειμένων.

250. Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων.— Ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης τοῦ φαινομένου τῆς μεταβολῆς ἑνὸς ἀερίου εἰς ὑγρὸν (**ὑγροποίησις τοῦ ἀερίου**), κατέληξαν εἰς τὸ ἑξῆς συμπέρασμα. Ἓν ἀέριον εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑγροποιηθῇ ὁσονδήποτε καὶ ἂν συμπιεσθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία του εἶναι ἀνωτέρα μιᾶς ὡρισμένης θερμοκρασίας, ἡ ὁποία εἶναι χαρακτηριστικὴ διὰ τὸ ἀέριον καὶ καλεῖται **κρίσιμος θερμοκρασία** τοῦ ἀερίου. Οὕτως, ἡ κρίσιμος θερμοκρασία τοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος εἶναι 31^0 C. Ἐπὶ πλέον ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ ὑγροποιηθῇ τὸ ἀέριον εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν, πρέπει ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου νὰ λάβῃ μίαν ὡρισμένην τιμήν, ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πίεσις.** Αὕτη διὰ τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος εἶναι 73 ἀτμόσφαιραι. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν καὶ ὑπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν μία μᾶζα ἀερίου ἔχει ὡρισμένον ὄγκον (κρίσιμος ὄγκος) καὶ συνεπῶς ἔχει καὶ ὡρισμένην πυκνότητα, ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πυκνότης**. Ἡ κρίσιμος θερμοκρασία, ἡ κρίσιμος πίεσις καὶ ἡ κρίσιμος πυκνότης εἶναι αἱ τρεῖς **κρίσιμοι σταθεραί** τοῦ ἀερίου, αἱ ὁποῖαι εἶναι φυσικὰ μεγέθη χαρακτηριστικὰ δι' ἕκαστον ἀέριον.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κατωτέρα τῆς κρισίμου θερμοκρασίας, τότε τὸ ἀέριον δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ πίεσίς του λάβῃ μίαν ὡρισμένην τιμήν, ἡ ὁποία εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν. Οὕτως εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑγροποιεῖται εὐκόλως, ἐὰν ἡ πίεσίς του γίνῃ ἴση μὲ 50 — 55 ἀτμοσφαίρας.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἀκόλουθα γενικὰ συμπεράσματα :

I. Κρίσιμος θερμοκρασία ἑνὸς σώματος καλεῖται ἡ θερμοκρασία ἐκείνη, ἄνωθεν τῆς ὁποίας τὸ σῶμα ὑπάρχει πάντοτε εἰς ἀέριον κατάστασιν ὑπὸ ὁσονδήποτε μεγάλην πίεσιν.

II. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀερίου, ὅταν ἡ πίεσις καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ λάβουν ὡρισμένην τιμὴν (κρίσιμος πίεσις, κρίσιμος πυκνότης).

III. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κατωτέρα τῆς κρισίμου θερμοκρασίας του, εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀερίου διὰ συμπιέσεως αὐτοῦ.

Κρίσιμοι σταθεραί

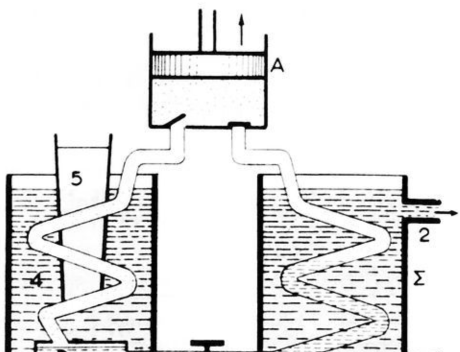
Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία θ°C	Κρίσιμος πίεσις at	Κρίσιμος πυκνότης gr/cm^3
Ἄζωτον	— 147	34	0,31
Ἀὴρ	— 141	37	0,35
Διοξείδιον ἄνθρακος	+ 31	73	0,46
Ἥλιον	— 270	2,3	0,07
Ὀξυγόνον	— 119	50	0,43
Ὑδρογόνον	— 240	13	0.03
Ὕδωρ	+ 365	195	0,4

251. Μέθοδοι παραγωγῆς ψύχους.— Διὰ τὴν παραγωγὴν ψύχους, δηλαδὴ διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν, ἐφαρμόζονται διάφοροι μέθοδοι.

α) Τὰ ψυκτικὰ μείγματα. Τὰ ψυκτικὰ μείγματα ἐγνωρίσαμεν εἰς τὴν § 240.

β) Ἡ ἐξαέρωσις ὑγροποιηθέντων ἀερίων. Ἀναγκάζομεν ἓν ὑγροποιηθὲν ἀέριον νὰ ἐξαερωθῇ ὑπὸ ἠλαττωμένην πίεσιν, ὥστε ἡ ἐξάτμισις τοῦ ὑγροῦ νὰ εἶναι ταχεῖα. Τότε προκαλεῖται σημαντικὴ ψῦξις (§ 247) τῶν σωμάτων, μὲ τὰ ὁποῖα τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται εἰς ἐπαφήν. Ἡ ταχεῖα ἐξάτμισις τοῦ ὑγροποιημένου ἀερίου εἶναι δυνατὸν νὰ προκαλέσῃ τὴν στερεοποίησιν τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ. Οὕτω κατὰ τὴν ταχεῖαν ἐξάτμισιν τοῦ ὑγροποιημένου διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος (CO_2) ἐπέρχεται στερεοποίησις τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον μεταβάλλεται εἰς στερεὸν διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (ξ η ρ ὸ ς π ά γ ο ς).

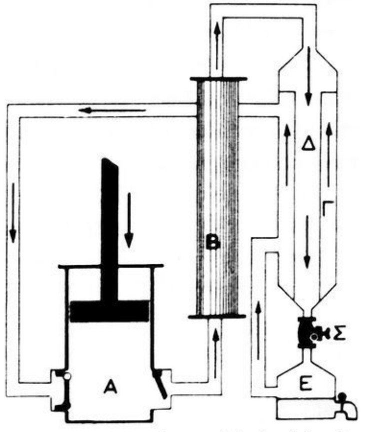
γ) Ἡ ἐκτόνωσις. Ὅταν ἓν ἀέριον συμπιέζεται ἀποτόμως, τότε τὸ ἀέριον θερμαίνεται. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἐλαττωθῇ ἀποτόμως, τότε τὸ ἀέριον ψύχεται. Εἰδικώτερον καλεῖται ἐ κ τ ό ν ω σ ι ς ἡ ἀπότομος ἐλάττωσις τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου. Ἡ ἐκτόνωσις ἑνὸς ἀερίου συνοδεύεται πάντοτε ἀπὸ μεγάλην ψ ῦ ξ ι ν τ ο ῦ ἀ ε ρ ί ο υ.



Σχ. 258. Σχηματικὴ παράστασις ἐγκαταστάσεως παρασκευῆς πάγου.
1 ψυχρὸν ὕδωρ, 2 θερμὸν ὕδωρ, Σ συμπυκνωτής, 3 ὑγροποιημένη ἀμμωνία, 4 ἁλμυρὸν ὕδωρ, 5 ὕδωρ πρὸς πῆξιν.

δ) Ἐφαρμογαί. Αἱ ἀνωτέρω μέθοδοι παραγωγῆς ψύχους χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια καὶ βιομηχανικὰς ἐγκαταστάσεις. Οὕτως εἰς τὰς περισσοτέρας **ψυκτικὰς μηχανὰς** τὸ ψῦχος παράγεται διὰ τῆς ταχείας ἐξατμίσεως ἑνὸς ὑγροποιηθέντος ἀερίου (ὑγρὰ ἀμμωνία NH_3, freon CCl_3F κ.ἄ.). Τὸ ἐκ τῆς ἐξατμίσεως προκῦπτον ἀέριον ἀναρροφᾶται ἀπὸ μίαν ἀντλίαν καὶ πάλιν ὑγροποιεῖται. Ἡ ἐκλυομένη κατὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ ἀερίου θερμότης ἀπορροφᾶται ἀπὸ ρεῦμα ψυχροῦ ὕδατος. Εἰς τὸ σχῆμα 258 φαίνεται σχηματικῶς μία τοιαύτη ψυκτικὴ ἐγκατάστασις διὰ τὴν παρασκευὴν πάγου. Ἐπὶ τῆς ἰδίας ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ἠλεκτρικῶν ψυγείων.

*Ἡ βιομηχανία διὰ τὴν **ὑγροποίησιν τοῦ ἀέρος** χρησιμοποιεῖ τὴν μεγάλην ψῦξιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ἀὴρ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν αὐτοῦ. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον χρησιμοποιεῖται κυρίως ἡ **μηχανὴ τοῦ Linde** (σχ. 259). Ὁ ἀὴρ συμπιέζεται μέχρι 200 ἀτμοσφαιρῶν. Ἔπειτα προψύχεται εἰς -30^0 C καὶ ἐρχόμενος εἰς τὸν θάλαμον Γ ἐκτονοῦται, ὁπότε ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται κατὰ πολύ. Ἡ νέα ποσότης ἀέρος, ἡ ὁποία εὑρίσκεται τώρα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Δ, κατὰ τὴν ἐκτόνωσίν της θὰ ψυχθῇ ἀκόμη περισσότερον. Οὕτως ἡ θερμοκρασία ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Δ, ἔπειτα ἀπὸ κάθε ἐκτόνωσιν, γίνεται κατωτέρα τῆς προηγουμένης καὶ εἰς μίαν στιγμὴν γίνεται κατωτέρα ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ ἀέρος. Τότε μέρος τοῦ ἐκτονουμένου ἀέρος ὑγροποιεῖται.



Σχ. 259. Μηχανὴ τοῦ Linde διὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ ἀέρος.
Α συμπιεστής, Β θάλαμος προψύξεως τοῦ ἀέρος, Γ θάλαμος ἐκτονώσεως, Δ σωλὴν διοχετεύσεως τοῦ πεπιεσμένου καὶ προψυχθέντος ἀέρος, Ε θάλαμος ὑγροποιήσεως τοῦ ἀέρος, Σ στρόφιγξ.

252. Ἀπόλυτος καὶ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος.

—Ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ περιέχει πάντοτε ὑδρατμοὺς ἕνεκα τῆς ἀδιακόπου ἐξατμίσεως, ἡ ὁποία συμβαίνει ἐπὶ τοῦ πλανήτου μας. Ἐν τούτοις ὁ ἀὴρ δὲν εἶναι πάντοτε κεκορεσμένος.

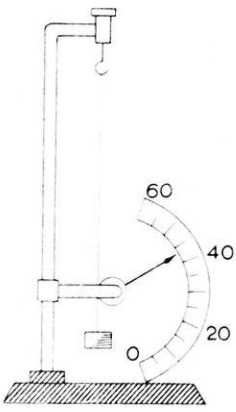
Ἀπόλυτος ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλεῖται ἡ μᾶζα m τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι περιέχονται ἐντὸς 1 m^3 ἀέρος κατὰ δεδομένην στιγμήν.

Διὰ τὰ φαινόμενα τῆς ζωῆς καὶ εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ἔχει ἐνδιαφέρον ἡ ἱκανότης τοῦ ἀέρος πρὸς παραγωγὴν φαινομένων ἐξατμίσεως καὶ συμπυκνώσεως. Οὕτω π.χ. ὁ ἀὴρ ὁ ὁποῖος περιέχει 9 gr ὑδρατμῶν κατὰ κυβικὸν μέτρον εἶναι κεκορεσμένος, ἂν ἡ θερμοκρασία του εἶναι 10^0 C, εἶναι ὅμως ἀκόρεστος, ἂν ἡ θερμοκρασία του εἶναι 25^0 C. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν 25^0 C ἕκαστον κυβικὸν μέτρον δύναται νὰ προσλάβῃ 15 gr ὑδρατμῶν ἐπὶ πλέον. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑγρομετρικῆς καταστάσεως τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται ἡ **σχετικὴ ὑγρασία.**

Σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης m τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι ὑπάρχουν εἰς 1 m^3 ἀέρος πρὸς τὴν μᾶζαν M τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὁποῖοι θὰ ὑπῆρχον εἰς 1 m^3 ἀέρος, ἐὰν ὁ ἀὴρ ἦτο κεκορεσμένος.

$$\boxed{\textbf{σχετικὴ ὑγρασία: } \Delta = \frac{m}{M}}$$

Ὅταν ὁ ἀὴρ εἶναι κεκορεσμένος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι ἴση μὲ 1. Ὅταν ὅμως ὁ ἀὴρ εἶναι ἀκόρεστος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος. Ἐὰν π.χ. κατὰ μίαν ἡμέραν ὁ ἀὴρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 25^0 C καὶ περιέχῃ 9 gr ὑδρατμῶν κατὰ κυβικὸν μέτρον, τότε ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι $\Delta = \frac{9}{24} = 0{,}375$ ἢ $\Delta = 37{,}5\%$. Ὁ ἀὴρ κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ἀπέχει πολὺ ἀπὸ τὴν κατάστασιν κόρου.



Σχ. 260. Ὑγρόμετρον ἀπορροφήσεως.

Μέτρησις τῆς ὑγρασίας τοῦ ἀέρος. Ἡ σχετικὴ ὑγρασία εὑρίσκεται μὲ εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **ὑγρόμετρα.** Τὸ ἁπλούστατον ὑγρόμετρον ἀπορροφήσεως στηρίζεται εἰς τὴν ἰδιότητα, τὴν ὁποίαν ἔχουν αἱ ζωικαὶ τρίχες νὰ ἐπιμηκύνωνται εἰς τὸν ὑγρὸν ἀέρα (σχ. 260). Ἡ κλῖμαξ του δίδει ἀμέσως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν εἰς ἑκατοστά. Τὸ ὄργανον τοῦτο δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὅμως εὔχρηστον.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

*236. Ἐντὸς δοχείου ὑπάρχουν πάγος καὶ ὕδωρ. Ἡ μᾶζα των εἶναι **400** gr. Προσθέτομεν **300** gr ὕδατος **80^0** C καὶ ἡ θερμοκρασία γίνεται τελικῶς 10^0 C. Πόσος πάγος ὑπῆρχεν ἀρχικῶς;*

237. Πόσος πάγος θερμοκρασίας —15⁰ C δύναται νὰ τακῇ ὑπὸ 1 kgr ὕδατος 60⁰ C; Εἰδικὴ θερμότης πάγου 0,58 cal · gr⁻¹ · grad⁻¹.

238. Ἓν τεμάχιον πάγου 0⁰ C ἔχει βάρος 115 gr καὶ τίθεται ἐντὸς θερμιδομέτρου, τὸ ὁποῖον περιέχει 1000 gr ὕδατος θερμοκρασίας 20⁰ C. Τὸ δοχεῖον τοῦ θερμιδομέτρου ἔχει βάρος 350 gr* καὶ εἰδικὴν θερμότητα 0,1 cal · gr⁻¹ · grad⁻¹. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος μετὰ τὴν πλήρη τῆξιν τοῦ πάγου.*

239. Ὀρειχάλκινον θερμιδόμετρον ἔχει μᾶζαν 500 gr καὶ περιέχει 500 gr πάγου θερμοκρασίας —20⁰ C. Διοχετεύομεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου ρεῦμα ὕδατος 80⁰ C, τοῦ ὁποίου ἡ παροχὴ ὕδατος εἶναι 50 gr κατὰ λεπτόν. Τότε χρειάζονται 11 min 20 sec διὰ νὰ τακῇ τελείως ὁ πάγος καὶ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὕδωρ 0⁰ C. Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι 0,1 cal · gr⁻¹ · grad⁻¹ καὶ τοῦ πάγου εἶναι 0,5 cal · gr⁻¹ · grad⁻¹. Νὰ εὑρεθῇ ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν τὸ πείραμα, μετὰ πόσον χρόνον ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμιδομέτρου θὰ γίνῃ 20⁰ C;

240. Εἰς ἓν θερμιδόμετρον τοῦ Laplace τήκονται 0,72 gr πάγου, ὅταν εἰσαχθοῦν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου 6,33 gr ψευδαργύρου θερμοκρασίας 98,5⁰ C. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ψευδαργύρου. Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr.

241. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑπάρχει στρῶμα πάγου πάχους 2 cm καὶ θερμοκρασίας 0⁰ C. Ἐὰν ἐπὶ 1 cm² ἡ ἡλιακὴ ἀκτινοβολία μεταφέρῃ 1,5 cal κατὰ λεπτόν, νὰ εὑρεθῇ πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν τελείαν τῆξιν τοῦ πάγου. Πυκνότης πάγου 0,917 gr/cm³. Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr.

242. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος θερμοχωρητικότητα 8 cal/grad ὑπάρχουν 50 gr πάγου θερμοκρασίας —20⁰ C. Προσθέτομεν 267,8 gr ὕδατος 32⁰ C καὶ ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται 12⁰ C. Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πάγου. Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr.

243. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ὑπάρχουν 1 800 gr ὕδατος θερμοκρασίας 8⁰ C. Νὰ εὑρεθῇ πόση μᾶζα πάγου θερμοκρασίας —26⁰ C πρέπει νὰ τεθῇ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὥστε, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, ἡ μᾶζα τοῦ πάγου νὰ ἔχῃ αὐξηθῇ κατὰ 85 gr. Εἰδικὴ θερμότης πάγου 0,5 cal · gr⁻¹ · grad⁻¹. Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr.

244. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ὑπάρχουν 120 gr ὕδατος εἰς κατάστασιν ὑπερτήξεως καὶ θερμοκρασίας —18⁰ C.

Πόση μᾶζα πάγου θὰ σχηματισθῇ, ὅταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ $0^0 C$; Εἰδικὴ θερμότης πάγου $0{,}5\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$. Θερμότης τήξεως πάγου $80\ cal/gr$.

245. Ὑδρατμοὶ εἰς $30^0 C$ ἔχουν ὄγκον $10\ dm^3$ καὶ τάσιν $12\ mm\ Hg$. Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεται $4\ dm^3$. Πόση γίνεται ἡ τάσις των; $F_{30} = 31{,}8\ mm\ Hg$.

246. Ὑδρατμοὶ εἰς $35^0 C$ ἔχουν ὄγκον $50\ dm^3$ καὶ τάσιν $20\ mm\ Hg$. Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεται $10\ dm^3$. Πόση γίνεται ἡ τάσις των; $F_{35} = 42{,}2\ mm\ Hg$.

247. Ἐντὸς $100\ gr$ ὕδατος εὑρίσκονται $100\ gr$ πάγου. Πόση μᾶζα ὑδρατμῶν θερμοκρασίας $100^0 C$ πρέπει νὰ διαβιβασθῇ εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, ὥστε τελικῶς νὰ ἔχωμεν μόνον ὕδωρ $18^0 C$;

248. Τί προκύπτει ἐκ τῆς ἀναμίξεως $50\ gr$ πάγου $0^0 C$ καὶ $500\ gr$ ὑδρατμῶν $100^0 C$;

249. Ἐντὸς θερμιδομέτρου ἔχοντος θερμοχωρητικότητα $50\ cal/grad$ περιέχονται $2\ kgr$ πάγου, $5\ kgr$ ὕδατος καὶ $0{,}7\ kgr$ ἀργιλλίου. Διοχετεύομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου $80\ gr$ ὑδρατμοῦ $100^0 C$. Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία; Εἰδικὴ θερμότης ἀργιλλίου $0{,}21\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.

250. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ἀναμειγνύομεν $1\ kgr$ ἀργιλλίου θερμοκρασίας $180^0 C$ καὶ $500\ gr$ ὕδατος $60^0 C$. Πόση μᾶζα ὕδατος θὰ ἐξαερωθῇ;

251. Πόσην μᾶζαν ὑδρατμῶν περιέχει εἰς $20^0 C$ μία αἴθουσα ἔχουσα διαστάσεις $50\ m \cdot 30\ m \cdot 10\ m$, ὅταν ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι 80%; $F_{20} = 17{,}5\ mm\ Hg$. Πυκνότης ὑδρατμῶν εἰς $0^0 C$ καὶ $76\ cm\ Hg$: $d_0 = 0{,}806\ gr/dm^3$.

252. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος εἰς $20^0 C$ εἶναι κεκορεσμένος μὲ ὑδρατμούς, ὅταν ἡ πίεσις εἶναι $720\ mm\ Hg \cdot F_{20} = 17{,}5\ mm\ Hg$.

253. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα ἑνὸς λίτρου ἀέρος εἰς $20^0 C$ καὶ πίεσιν $75\ cm\ Hg$, ἂν ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι 60%. Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς $20^0 C$ εἶναι: $1{,}75\ cm\ Hg$. Πυκνότης ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας: ἀέρος $1{,}293\ gr/dm^3$, ὑδρατμῶν $0{,}806\ gr/dm^3$.

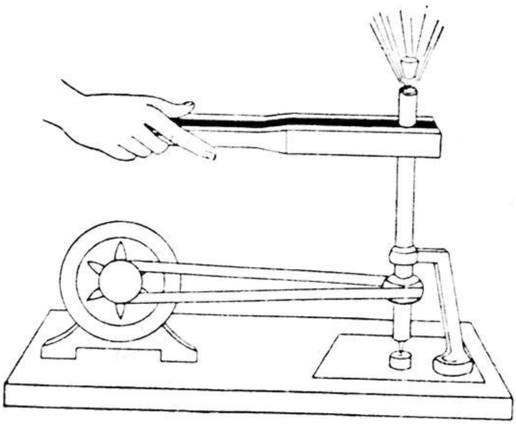
254. Τεμάχιον πάγου ἔχει βάρος $100\ gr^*$ καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ ὕδατος θερμοκρασίας $0^0 C$. Εἰσάγομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου τεμάχιον μετάλλου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος $150\ gr^*$ καὶ θερμοκρασίαν $100^0 C$. Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, ἐξακολουθεῖ νὰ ἐπιπλέῃ τεμάχιον πάγου. Νὰ ὑπολογισθῇ πόση μᾶζα τοῦ πάγου ἐτάκη καὶ πόση εἶναι ἡ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ συστήματος πάγος — ὕδωρ. Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ δοχεῖον εἶναι τελείως μονωμένον θερμικῶς. Πυκνότης πάγου: $0{,}92\ gr/cm^3$. Θερμότης τήξεως πάγου: $80\ cal/gr$. Εἰδικὴ θερμότης μετάλλου: $0{,}12\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$.

255. Κατὰ μίαν ἠλεκτρόλυσιν συλλέγομεν 1 λίτρον ὑδρογόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει θερμοκρασίαν $15^0 C$ καὶ πίεσιν $76{,}5\ cm\ Hg$. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου, τὸ ὁποῖον συλλέγομεν, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ὑδρογόνου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας εἶναι: $0{,}000\ 089\ gr/cm^3$, ἡ δὲ πυκνότης τῶν ὑδρατμῶν εἶναι 9 φορὰς μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑδρογόνου. Μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς $15^0 C$: $1{,}27\ cm\ Hg$.

256. Κλειστὸν δοχεῖον Α ἔχει ὄγκον $10\ dm^3$ καὶ εἰς $20^0 C$ περιέχει ἀέρα ὑπὸ πίεσιν $76\ cm\ Hg$. Ἡ τάσις τῶν ὑδρατμῶν, τοὺς ὁποίους περιέχει ὁ ἀὴρ οὗτος εἶναι $1{,}6\ cm\ Hg$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα τῶν περιεχομένων ὑδρατμῶν καὶ ὁ λόγος τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ τούτου ἀέρος πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ξηροῦ ἀέρος. Σχετικὴ πυκνότης ὑδρατμῶν 0,62. Πυκνότης ξηροῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας $1{,}3\ gr/dm^3$.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

253. Θερμότης καὶ μηχανικὴ ἐνέργεια. — Ἡ καθημερινὴ πεῖρα ἀποδεικνύει ὅτι τὸ ἔργον τῶν τριβῶν μεταβάλλεται συνήθως εἰς θερμότητα (π.χ. ἡ θέρμανσις τῶν χειρῶν μας διὰ προστριβῆς των, ἡ θέρμανσις τῆς τροχοπέδης τοῦ αὐτοκινήτου κ.τ.λ.). Ἐπίσης κατὰ τὴν κροῦσιν δύο σωμάτων ἀναπτύσσεται θερμότης. Ὥστε ἐκ τῆς καθημερινῆς πείρας εὐκόλως συνάγεται ὅτι **ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα.** Ἡ ἀντίστροφος μετατροπὴ δὲν ὑποπίπτει εὐκόλως εἰς τὴν ἀντίληψίν μας. Δυνάμεθα ὅμως νὰ τὴν παρατηρήσωμεν μὲ τὸ ἑξῆς πείραμα. Ἐντὸς μεταλλικοῦ σωλῆνος θέτομεν ὀλίγον αἰθέρα καὶ κλείομεν τὸν σωλῆνα μὲ πῶμα φελλοῦ (σχ. 261). Ὁ σωλὴν τίθεται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν, ἐνῷ συγχρόνως προστρίβεται ἐπὶ ξυλίνης τροχοπέδης. Ἕνεκα τῆς τριβῆς ὁ σωλὴν θερμαίνεται καὶ ὁ αἰθὴρ ἐξαεροῦται ἀποτόμως. Ἡ μεγάλη πίεσις τῶν παραγομένων ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος ἐκσφενδονίζει μὲ ὁρμὴν τὸ πῶμα τοῦ σωλῆνος. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι **ἡ θερμότης μετατρέπεται εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν** (δηλαδὴ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ πώματος). Τὴν μετατροπὴν τῆς



Σχ. 261. Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν ἐπιτυγχάνομεν σήμερον εἰς μεγάλην κλίμακα διὰ τῶν θερμικῶν μηχανῶν. 'Εκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

'Η θερμότης καὶ ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια εἶναι δύο μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἡ μία εἰς τὴν ἄλλην.

254. 'Ισοδυναμία θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας.— 'Η πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι κατὰ τὴν μετατροπὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα καὶ ἀντιστρόφως ἰσχύει ὡρισμένη σχέσις ἰσοδυναμίας μεταξὺ τῶν δύο τούτων μορφῶν ἐνεργείας. 'Απεδείχθη δηλαδὴ ὅτι ὡρισμένη ποσότης μηχανικῆς ἐνεργείας εἶναι **ἰσοδύναμος** πρὸς ὡρισμένην ποσότητα θερμότητος. Τὸ σπουδαιότατον τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὸ **πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα** καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

'Η μηχανικὴ ἐνέργεια (W) καὶ ἡ θερμότης (Q) εἶναι δύο διαφορετικαὶ μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἡ μία εἰς τὴν ἄλλην καθ' ὡρισμένην πάντοτε σχέσιν.

'Επειδὴ συνήθως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια W μετρεῖται εἰς Joule καὶ ἡ θερμότης Q μετρεῖται εἰς θερμίδας, διὰ τοῦτο ἡ ἀ ρ χ ὴ ἰ σ ο δ υ ν α μ ί α ς θ ε ρ μ ό τ η τ ο ς καὶ μ η χ α ν ι κ ῆ ς ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς γράφεται ὡς ἑξῆς :

ἀρχὴ ἰσοδυναμίας θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας :	$W = J \cdot Q$

Ὁ σταθερὸς συντελεστὴς J καλεῖται **μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος** καὶ ἐκφράζει εἰς Joule τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἰσοδυναμεῖ μὲ μίαν θερμίδα (δηλαδὴ διὰ $Q = 1$ cal εἶναι $W = J$ Joule). Διὰ διαφόρων μεθόδων ἐμετρήθη ἡ τιμὴ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος J καὶ εὑρέθη ὅτι εἶναι : $J = 4{,}19$ Joule/cal. Ἄρα :

Μία θερμὶς ἰσοδυναμεῖ μὲ 4,19 Joule.

1 cal = 4,19 Joule	ἤτοι	**1 kcal = 427 kgr*m**
J = 4,19 Joule/cal	ἢ	**J = 427 kgr*m/kcal**

Ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια καὶ ἡ θερμότης εἶναι φυσικὰ μεγέθη ἄ φ θ α ρ τ α καὶ ὅπου φαίνεται ὅτι χάνεται τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν, ἐμφανίζεται πάντοτε ἰσοδύναμος ποσότης ἐκ τοῦ ἄλλου. Ἀποκλείεται συνεπῶς ἡ κατασκευὴ τοῦ ἀ ε ι κ ι ν ή τ ο υ , δηλαδὴ μηχανῆς, ἡ ὁποία θὰ μᾶς ἔδιδεν ἐνέργειαν χωρὶς δαπάνην ἰσοδυνάμου ἐνεργείας ἄλλης μορφῆς.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Βλῆμα ἐκ μολύβδου ἔχει μᾶζαν 20 gr καὶ κινούμενον μὲ ταχύτητα 400 m/sec κτυπᾷ ἐπὶ ἑνὸς ἐμποδίου. Ὑποθέτομεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος μεταβάλλεται κατὰ τὴν κροῦσιν εἰς θερμότητα.

Τὸ βλῆμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ gr} \cdot (4 \cdot 10^4 \text{ cm/sec})^2 = 16 \cdot 10^9 \text{ erg}$$

$$\text{ἢ} \quad W = 1\,600 \text{ Joule}$$

Ἡ μηχανικὴ αὐτὴ ἐνέργεια ἰσοδυναμεῖ μὲ ποσότητα θερμότητος:

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{1\,600}{4{,}19} = 382 \text{ cal}$$

255. Φύσις τῆς θερμότητος.— Ἡ ἀποδειχθεῖσα ἰσοδυναμία τῆς θερμότητος πρὸς τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν ὡδήγησεν εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι ὑπάρχουν μεταξὺ τῆς θερμότητος καὶ τῆς κινήσεως τῶν μορίων τῶν σωμάτων. Οὕτως ἐθεμελιώθη **ἡ μηχανικὴ θεωρία τῆς θερμότητος** ἤ, ὅπως καὶ ἄλλως λέγεται, **ἡ κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης.**

Ἡ θεωρία αὐτὴ ἐξομοιώνει τὴν θερμότητα πρὸς τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀποδεικνύει ὅτι ἡ θερμότης εἶναι ἡ μακροσκοπικὴ ἐκδήλωσις τῆς κινήσεως τῶν μορίων. Αἱ βασικαὶ ἀρχαὶ τῆς μηχανικῆς θεωρίας τῆς θερμότητος εἶναι αἱ ἑξῆς :

I. Τὰ μόρια ὅλων τῶν σωμάτων εὑρίσκονται εἰς ἀδιάκοπον κίνησιν. Μόνον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς τὰ μόρια τῶν σωμάτων ἀκινητοῦν.

II. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν τοῦ σώματος.

III. Ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν περικλείει ἓν σῶμα, εἶναι τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τοῦ σώματος.

VI. Ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζομεν ὡς θερμοκρασίαν ἑνὸς σώματος, εἰς τὴν πραγματικότητα χαρακτηρίζει τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν τῶν μορίων τοῦ σώματος.

Ἡ θερμότης ἀναφέρεται λοιπὸν εἰς τὴν κίνησιν τῶν μορίων. Αἱ κινήσεις αὐταὶ γίνονται καθ' ὅλας τὰς δυνατὰς διευθύνσεις καὶ κατὰ πᾶσαν φοράν, συμφώνως πρὸς τοὺς νόμους τῆς τύχης, ἐνῷ ὅλαι αἱ ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας ἀναφέρονται εἰς κινήσεις συντεταγμένας. Οὕτως εἰς ἓν βλῆμα, τὸ ὁποῖον ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν, ὅλα τὰ μόρια ἔχουν τὴν αὐτὴν κίνησιν. Ἡ τελείως ἄτακτος κίνησις τῶν μορίων προσδίδει εἰς τὴν θερμότητα ὡρισμένας ἰδιότητας, διὰ τῶν ὁποίων ἡ θερμότης διακρίνεται ἀπὸ τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

*257. Σῶμα βάρους **4 kgr*** πίπτει ἀπὸ ὕψος **106,75 m** ἐπὶ μὴ ἐλαστικοῦ σώματος. Ὁλόκληρος ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος μεταβάλλεται εἰς θερμότητα. Πόση ποσότης θερμότητος ἀναπτύσσεται ;*

258. Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ ἐλεύθερον νὰ πέσῃ τεμάχιον πάγου θερμοκρασίας 0° C, ὥστε κατὰ τὴν κροῦσιν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους νὰ μεταβληθῇ εἰς ὕδωρ 0° C, ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ἡ ὅλη ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης δαπανᾶται διὰ τὴν τῆξιν τοῦ πάγου ;

259. Τεμάχιον μολύβδου ἔχει θερμοκρασίαν 20° C καὶ ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἐλευθέρως. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὴν κροῦσιν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὁλόκληρος ἡ κινητική του ἐνέργεια μεταβάλλεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία παραμένει ἐπὶ τοῦ μολύβδου, νὰ εὑρεθῇ ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῇ ὁ μόλυβδος, ὥστε ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης νὰ προκαλέσῃ τὴν τῆξιν του. Θερμοκρασία τήξεως Pb : 327° C. Εἰδικὴ θερμότης Pb : 0,03 cal · gr⁻¹ · grad⁻¹. Θερμότης τήξεως Pb : 5 cal/gr.

260. Κιβώτιον βάρους 80 kgr ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἔχοντος μῆκος 10 m καὶ κλίσιν 30°. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι 0,4. Πόση εἶναι ἡ διὰ τῆς τριβῆς ἀναπτυσσομένη ποσότης θερμότητος ;*

261. Αὐτοκινητάμαξα βάρους 250 tn κινεῖται ἐπὶ ὁριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 90 km/h. Πόση ποσότης θερμότητος ἀναπτύσσεται, ὅταν διὰ τῶν τροχοπεδῶν της ἀναγκάζεται νὰ σταματήσῃ ; Ὑποθέτομεν ὅτι ὁλόκληρος ἡ κινητική της ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα.*

262. Πόσα λίτρα ὕδατος 0° C δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας 100° C μὲ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον εὑρέθη εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα ;

263. Εἰς μίαν ὑδατόπτωσιν τὸ ὕδωρ πίπτει ἀπὸ ὕψος 40 m. Τὰ 35% τῆς ἐνεργείας τοῦ ὕδατος μετατρέπονται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὕδατος. Πόση εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ;

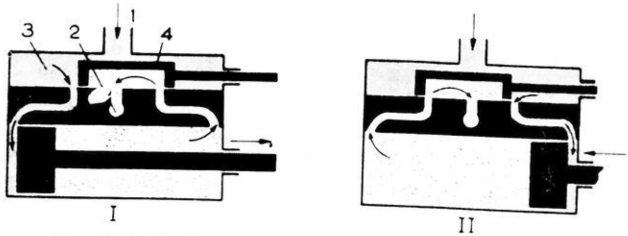
264. Μικρὰ σταγὼν ὁμίχλης πίπτει ἰσοταχῶς μὲ τὴν ὁρικὴν ταχύτητα. Νὰ δειχθῇ ὅτι κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν αἱ σταγόνες τῆς ὁμίχλης θερμαίνονται καὶ νὰ εὑρεθῇ ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ πίπτουν, ὥστε ἑκάστη σταγὼν νὰ θερμαίνεται κατὰ 0,1° C. Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης παραμένει ὁλόκληρος ἐπὶ τῆς σταγόνος. g = 981 C.G.S.

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

266. Θερμικαὶ μηχαναί.— Ἡ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν παίζει σήμερον τεράστιον ρόλον εἰς τὴν πρακτικὴν ζωήν. Ἡ μετατροπὴ αὕτη γίνεται διὰ τῶν **θερμικῶν μηχανῶν**, αἱ ὁποῖαι χρησιμοποιοῦν πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον πάντοτε ἐν ἀ έ ρ ι ο ν. Τοῦτο ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν πολὺ μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν συνήθη καὶ ἐπομένως ἐξασκεῖ μεγάλας πιέσεις, διὰ τῶν ὁποίων τίθενται εἰς κίνησιν στερεὰ σώματα. Διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας δ α π α ν ᾶ τ α ι θ ε ρ μ ό τ η ς, ἡ ὁποία προέρχεται ἀπὸ τὴν καῦσιν μιᾶς καυσίμου ὕλης (ἄνθρακος, βενζίνης, πετρελαίου, φωταερίου κ.ἄ.).

257. 'Ατμομηχαναί. — Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ὡς κινητήριον ἀέριον χρησιμοποιεῖται ὁ ὑ δ ρ α τ μ ό ς. Οὗτος παράγεται ἐντὸς καταλλήλου λέβητος, ὁ ὁποῖος θερμαίνεται διὰ καύσεως λιθάνθρακος ἢ πετρελαίου. Ὁ ἐντὸς τοῦ λέβητος παραγόμενος ἀτμὸς ἔχει ὑψηλὴν θερμοκρασίαν (περίπου 250° C) καὶ μεγάλην πίεσιν. 'Αναλόγως τοῦ τρόπου χρησιμοποιήσεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητηρίου ἀερίου αἱ ἀτμομηχαναὶ διακρίνονται εἰς **ἀτμομηχανὰς μὲ ἔμβολον** καὶ εἰς **ἀτμοστροβίλους**.

α) 'Ατμομηχαναὶ μὲ ἔμβολον. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς μὲ ἔμβολον ὁ ἀτμὸς ἔρχεται εἰς τὸν **κύλινδρον** (σχ. 262), ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὀ-

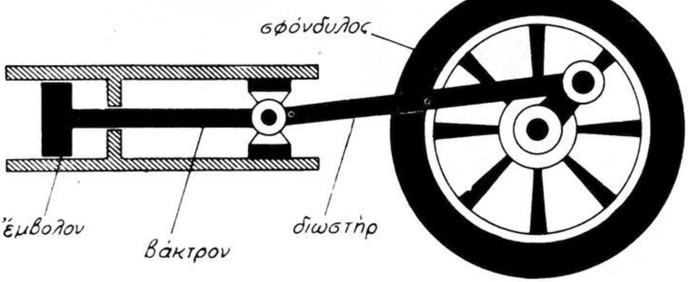


Σχ. 262. Τομὴ κυλίνδρου ἀτμομηχανῆς μὲ ἔμβολον.
(1 εἴσοδος ἀτμοῦ, 2 ἔξοδος ἀτμοῦ, 3 θάλαμος ἀτμοῦ, 4 σύρτης).

λισθαίνει παλινδρομικῶς ἔμβολον. Ἡ τοιαύτη κίνησις τοῦ ἐμβόλου ἐξασφαλίζεται διὰ περιοδικῆς ἐναλλαγῆς τῆς εἰσόδου τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον μὲ τὴν βοήθειαν κινητοῦ συστήματος, τὸ ὁποῖον καλεῖται **σύρτης**. Οὕτω περιοδικῶς ἡ μὲν μία ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου δέχεται τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ, ἡ δὲ ἄλλη τὴν πολὺ μικροτέραν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐὰν ὁ ἀτμὸς ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Εἰς τὸ σχῆμα 262 I τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά, ἐνῷ εἰς τὸ σχῆμα 262 II τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά. Διὰ καταλλήλου συστήματος ἡ παλινδρομικὴ κίνησις τοῦ ἐμβόλου μετατρέπεται εἰς κυκλικὴν κίνησιν τοῦ σφονδύλου (σχ. 263). Ἔστω σ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου, p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν λέβητα καὶ p_2 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. 'Επὶ τοῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ τότε δύναμις $F = (p_1 - p_2) \cdot \sigma$. 'Εὰν l εἶναι ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου, τότε κατὰ μίαν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου παράγεται ἔργον:

$$W = F \cdot l \quad \text{ἢ} \quad W = (p_1 - p_2) \cdot \sigma \cdot l$$

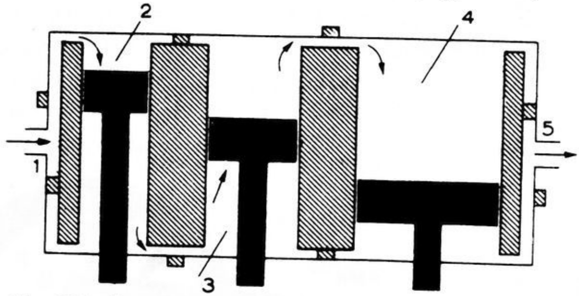
Διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὸ ἔργον, τὸ παραγόμενον κατὰ μίαν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου ἐλαττώνομεν, ὅσον εἶναι δυνατόν, τὴν πίεσιν p_2, ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου. Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ἐπιτυγχάνεται μὲ τὸν **συμπυκνωτήν,** ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸν δοχεῖον, σχεδὸν κενὸν ἀέρος. Διὰ τῆς κυκλοφορίας ψυχροῦ ὕδατος ὁ συμπυκνωτὴς διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν 40⁰ - 45⁰C. Ὁ ἀτμός, ὁ ὁποῖος διαφεύγει ἀπὸ τὸν κύλινδρον ἔρχεται εἰς τὸν συμπυκνωτὴν καὶ ὑγροποιεῖται. Ἐντὸς



Σχ. 263. Μετατροπὴ τῆς παλινδρομικῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τοῦ σφονδύλου.

τοῦ συμπυκνωτοῦ ὑπάρχει πάντοτε ὕδωρ καὶ κεκορεσμένος ἀτμὸς θερμοκρασίας 40^0 - 45^0 C. Ἀλλ' εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι 0,1 kgr^*/cm^2. Ἐὰν λοιπὸν ὁ ἀτμὸς ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἡ ἀντιτιθεμένη εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου πίεσις εἶναι $p_2 = 1$ kgr^*/cm^2, ἐνῷ ἂν χρησιμοποιηθῇ συνμπυκνωτής, ἡ πίεσις αὐτὴ γίνεται 10 φορὰς μικροτέρα καὶ συνεπῶς αὐξάνεται τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου. Διὰ τὴν ψῦξιν τοῦ συμπυκνωτοῦ ἀπαιτοῦνται μεγάλαι ποσότητες ψυχροῦ ὕδατος. Διὰ τοῦτο αἱ ἀτμομηχαναὶ τῶν σιδηροδρόμων δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχουν συμπυκνωτήν.

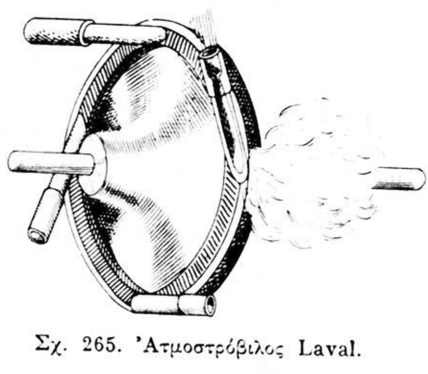
Εἰς τὰς ἐν χρήσει ἀτμομηχανὰς ἡ εἴσοδος τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον διακόπτεται, ὅταν τὸ ἔμβολον ἔχῃ ἐκτελέσει μικρὸν μόνον μέρος τῆς διαδρομῆς του (π.χ. τὸ 1/10 αὐτῆς). Τότε ὁ ἀτμός, ὁ εἰσελθὼν εἰς τὸν κύλινδρον, **ἐκτονοῦται** καὶ τὸ ἔμβολον ἐκτελεῖ τὴν ὑπόλοιπον διαδρομήν του (τὰ 9/10 αὐτῆς). Διὰ νὰ ἀποδώσῃ ὁ ἀτμὸς ὅλον τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον εἶναι ἱκανὸς νὰ παραγάγῃ, θὰ ἔπρεπεν ὁ κύλινδρος νὰ εἶναι πολὺ μακρός. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται **σύνθετοι μηχαναί,** αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ σειρὰν κυλίνδρων, ἐντὸς τῶν οποίων έκτονοϋται διαδοχικώς ό ίδιος ατμός (σχ. 264). Αί διαστά-



Σχ. 264. Σχηματική παράστασις συνθέτου ατμομηχανής. (1 είσοδος του ατμού, 2 κύλινδρος υψηλής πιέσεως, 3 κύλινδρος μέσης πιέσεως, 4 κύλινδρος χαμηλής πιέσεως, 5 έξοδος ατμού).

σεις τών κυλίνδρων τούτων βαίνουν συνεχώς αύξανόμεναι, έφ' όσον προχωρεί ή έκτόνωσις.

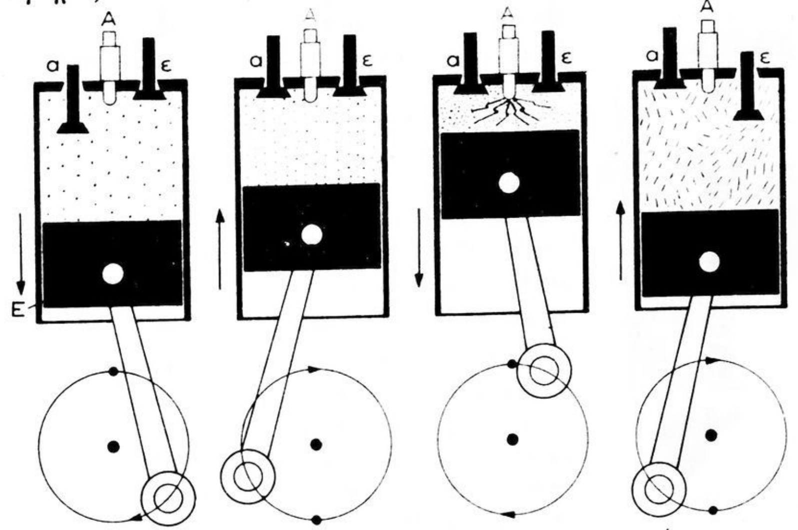
β) **'Ατμοστρόβιλοι.** Εις τους **ατμοστροβίλους** (κ. τουρμπίνες) ό ατμός υπό υψηλήν πίεσιν έκσφενδονίζεται επί τών πτερυγίων ενός τροχού, στρεπτού περί άξονα (σχ. 265). Ό ατμός, έκτονούμενος, θέτει εις περιστροφικήν κίνησιν τον τροχόν. 'Εκείθεν ό ατμός φέρεται εις δεύτερον ή τρίτον άτμοστρόβιλον, όπου υφίσταται νέας διαδοχικάς έκτονώσεις. Οί άτμοστρόβιλοι ούτοι είναι έφηρμοσμένοι επί του ιδίου άξονος, ώστε να προσθέτουν το αποτέλεσμά των. Οί άτμοστρόβιλοι μετατρέπουν αμέσως την ενέργειαν του ατμού εις περιστροφικήν κίνησιν και έχουν πολύ κανονικήν πορείαν. Χρησιμοποιούνται διά την κίνησιν πλοίων και εις τους μεγάλους σταθμούς ήλεκτροπαραγωγής.



Σχ. 265. 'Ατμοστρόβιλος Laval.

258. Θερμικαί μηχαναί εσωτερικής καύσεως. — Ούσιώδες μέρος τών μηχανών τούτων είναι πάλιν ό κύλινδρος, εντός του όποίου κινεῖται ἔμβολον. Αἱ καύσιμοι ὗλαι καίονται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, τὰ δὲ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως ἀέρια ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς πάντοτε ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου. Μὲ τὰς μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως ἐπιτυγχάνεται μεγαλυτέρα ἀπόδοσις, διότι ἡ ἐκ τῆς καύσεως προερχομένη θερμότης συγκεντρώνεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ δαπανᾶται κυρίως διὰ τὴν θέρμανσιν τῶν ἐκ τῆς καύσεως παραγομένων ἀερίων. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τῶν ἀερίων γίνεται πολὺ μεγάλη καὶ συνεπῶς ἡ πίεσις αὐτῶν εἶναι πολὺ ὑψηλή. Αἱ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως διακρίνονται εἰς **βενζινοκινητῆρας** καὶ εἰς **κινητῆρας Diesel.** Ὡς καύσιμοι ὗλαι χρησιμοποιοῦνται διάφορα καύσιμα, ἤτοι βενζίνη, πετρέλαιον κ.ἄ.

259. Βενζινοκινητῆρες.— Θὰ ἐξετάσωμεν τὸν **τετράχρονον κινητῆρα**, τοῦ ὁποίου ἡ ὀνομασία ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονὸς ὅτι ὁ κύκλος



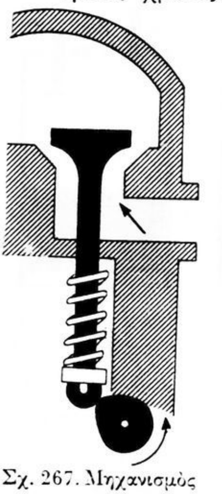
Σχ. 266. Σχηματικὴ παράστασις τῆς λειτουργίας τετραχρόνου βενζινοκινητῆρος.
(α βαλβὶς ἀναρροφήσεως, ε βαλβὶς διαφυγῆς ἀερίων, Α ἀναφλεκτήρ, Ε ἔμβολον).

τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς περιλαμβάνει τέσσαρας χρόνους. Εἰς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου ὑπάρχει ἡ βαλβὶς ἀναρροφήσεως α (σχ. 266), διὰ τῆς ὁποίας εἰσέρχεται εἰς τὸν κύλινδρον μεῖγμα ἀέρος καὶ καυσίμου ἀερίου ἢ ἀτμοῦ, καὶ ἡ βαλβὶς διαφυγῆς ε, διὰ τῆς ὁποίας ἐξέρχονται ἐκ τοῦ κυλίνδρου τὰ ἐκ τῆς καύσεως προελθόντα ἀέρια. 'Επίσης ὑπάρχει κατάλληλος διάταξις (ἀναφλεκτήρ, κοινῶς bougie), διὰ τὴν παραγωγὴν ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἠλεκτρικοῦ σπινθῆρος.

Πρῶτος χρόνος. 'Αναρρόφησις. 'Η βαλβὶς α εἶναι ἀ ν ο ι κ τ ή, ἡ δὲ βαλβὶς ε εἶναι κ λ ε ι σ τ ή. Τὸ ἔμβολον ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἀ ν α ρ ρ ο φ ᾶ τ α ι τὸ καύσιμον μεῖγμα. 'Η ἀναρρόφησις συμβαίνει πρακτικῶς ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, ἴσην μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

Δεύτερος χρόνος. Συμπίεσις. Αἱ δύο βαλβῖδες εἶναι κ λ ε ι σ τ α ί. Τὸ ἔμβολον ἐπανέρχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτω τὸ μεῖγμα τῶν ἀερίων συμπιέζεται.

Τρίτος χρόνος. Ἔκρηξις καὶ ἐκτόνωσις. Αἱ δύο βαλβῖδες, εἶναι κ λ ε ι σ τ α ί. Εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου χρόνου, ὅταν τὸ ἔμβολον φθάνῃ εἰς τὸ τέλος τῆς διαδρομῆς του, παράγεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἠλεκτρικὸς σπινθήρ, ὁ ὁποῖος προκαλεῖ τὴν ἀπότομον καῦσιν (ἔ κ ρ η ξ ι ν) τοῦ μείγματος τῶν ἀερίων. Ἕνεκα τῆς ἀναπτυσσομένης ὑψηλῆς θερμοκρασίας (περίπου 2 000° C), ἡ πίεσις τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μεγάλη. Τὰ ἀέρια ἐ κ τ ο ν ο ῦ ν τ α ι καὶ τὸ ἔμβολον ἐξωθεῖται ἀποτόμως.

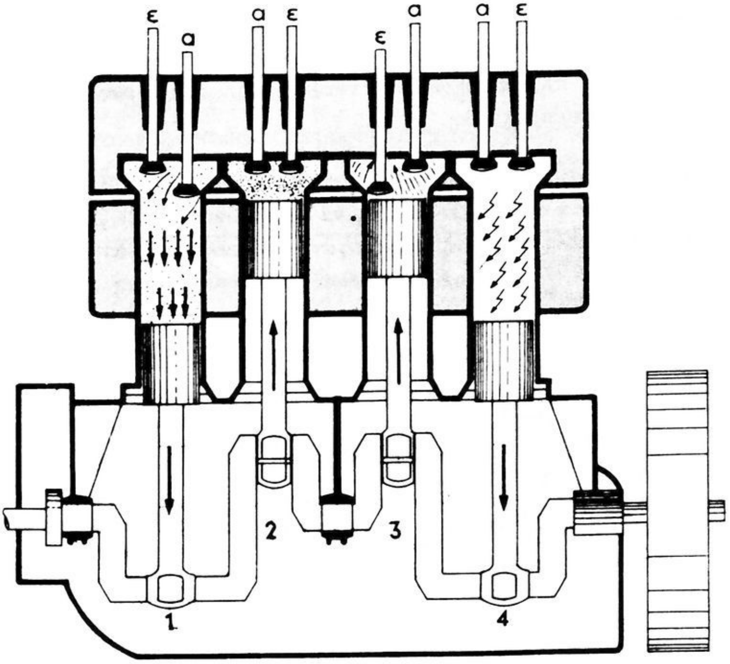


Σχ. 267. Μηχανισμὸς αὐτομάτου λειτουργίας τῶν βαλβίδων.

Τέταρτος χρόνος. Ἔξοδος τῶν ἀερίων. 'Η βαλβὶς α εἶναι κ λ ε ι σ τ ὴ καὶ ἡ βαλβὶς ε εἶναι ἀ ν ο ι κ τ ή. Τὸ ἔμβολον ἐπανέρχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἐξωθεῖ τὰ ἀέρια προϊόντα τῆς καύσεως εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. 'Εκ τῆς ἀνωτέρω λειτουργίας τοῦ τετραχρόνου βενζινοκινητῆρος συνάγεται ὅτι :

Εἰς τὸν τετράχρονον κινητῆρα ὠφέλιμον ἔργον παράγεται μόνον κατὰ τὴν μίαν ἐκ τῶν τεσσάρων διαδρομῶν τοῦ ἐμβόλου (δηλαδὴ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τῶν ἀερίων).

Τὸ ἄνοιγμα καὶ τὸ κλείσιμον τῶν βαλβίδων τοῦ κυλίνδρου γίνεται αὐτομάτως διὰ καταλλήλου διατάξεως (σχ. 267). Διὰ νὰ ἐξασφαλισθῇ ἡ ὁμαλὴ κίνησις τοῦ σφονδύλου τῆς μηχανῆς, συνδυάζουν πολλοὺς κυλίνδρους (τετρακύλινδρος, ὀκτακύλινδρος μηχανὴ κ.λ.π.). Οὕτω κατὰ

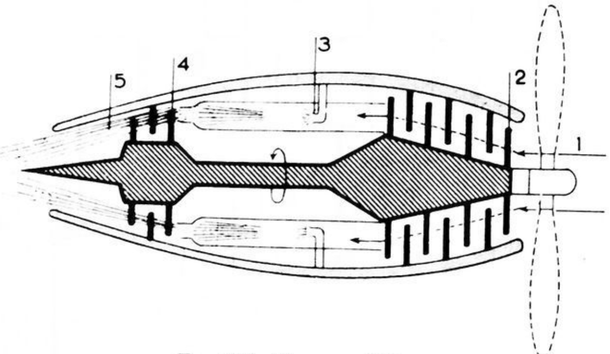


Σχ. 268. Σχηματικὴ παράστασις τετρακυλίνδρου μηχανῆς.
(1 ἀναρρόφησις, 2 συμπίεσις, 3 ἔξοδος, 4 ἐκτόνωσις).

τοὺς τρεῖς παθητικοὺς χρόνους τῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου τοῦ πρώτου κυλίνδρου συμβαίνει ἐκτόνωσις εἰς κάποιον ἄλλον κύλινδρον (σχ. 268).

260. Κινητῆρες Diesel.— Οἱ **κινητῆρες Diesel** εἶναι συνήθως τετράχρονοι. Ἡ λειτουργία των εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν λειτουργίαν τῶν βενζινοκινητήρων, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι δὲν ἔχουν ἀνάγκην ἰδιαιτέρας διατάξεως διὰ τὴν ἀνάφλεξιν τῆς καυσίμου ὕλης. Εἰς τοὺς κινητῆρας Diesel κατὰ τὸν πρῶτον χρόνον ἀναρροφᾶται εἰς τὸν κύλινδρον μόνον ἀήρ, ὁ ὁποῖος συμπιέζεται μέχρι 40 ἀτμοσφαιρῶν καὶ οὕτως ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν 600° C. Τότε εἰσάγεται εἰς τὸν κύλινδρον δι' εἰδικῆς ἀντλίας ἡ καύσιμος ὕλη ὑπὸ μορφὴν μικρῶν σταγόνων. Ἕνεκα τῆς ἐπικρατούσης ὑψηλῆς θερμοκρασίας ἡ καύσιμος ὕλη αὐταναφλέγεται καὶ καίεται βαθμιαίως. Τὰ παραγόμενα ἀέρια ἔχουν πολὺ μεγάλην πίεσιν καὶ ἐξωθοῦν τὸ ἔμβολον. Ἡ ἔλλειψις εἰδικοῦ συστήματος ἀναφλέξεως εἶναι μέγα πλεονέκτημα. Ἐπίσης οἱ κινητῆρες Diesel ἔχουν τὸ πλεονέκτημα ὅτι καταναλίσκουν πετρέλαιον, τὸ ὁποῖον εἶναι εὐθηνὴ καύσιμος ὕλη.

261. Ἀεριοστρόβιλοι.— Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω θερμικῶν μηχανῶν ἤρχισαν κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη νὰ διαδίδωνται εὐρέως καὶ οἱ **ἀεριοστρόβιλοι**. Εἰς τούτους ἀναρροφᾶται καταλλήλως ἀτμοσφαιρικὸς



Σχ. 269. Ἀεριοστρόβιλος.
(1 εἴσοδος ἀέρος, 2 συμπιεστής, 3 ἀνάφλεξις καυσίμου ὕλης, 4 στρόβιλος, 5 ἔξοδος ἀερίων).

ἀήρ, ὁ ὁποῖος ἀφοῦ συμπιεσθῇ καὶ ἀποκτήσῃ πίεσιν μερικῶν ἀτμοσφαιρῶν (4 - 12 at), ὁδηγεῖται εἰς τὸν θάλαμον ἀναφλέξεως. Μέρος αὐτῆς τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν καῦσιν τῆς συνεχῶς ἐκσφενδονιζομένης εἰς τὸν θάλαμον καυσίμου ὕλης, ἐνῷ τὸ ὑπόλοιπον τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ψῦξιν τῶν τοιχωμάτων τοῦ θαλάμου ἀναφλέξεως. Τὸ μεῖγμα τῶν ἀερίων τῆς καύσεως καὶ τοῦ ψυχροῦ ἀέρος (θερμοκρασίας 600° C) κινεῖ στρόβιλον. Μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας τοῦ στροβίλου χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν κίνησιν τῶν συμπιεστῶν τοῦ ἀέρος. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι χρησιμοποιοῦνται ἰδίως διὰ τὴν κίνησιν ἀεροπλάνων μεγάλης ταχύτητος (σχ. 269).

Τὰ ὁρμητικῶς ἐκφεύγοντα πρὸς τὰ ὀπίσω ἀέρια ὑποβοηθοῦν εἰς τὴν αὔξησιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἀεροπλάνου.

262. Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.— Εἰς πᾶσαν θερμικὴν μηχανὴν δ α π α ν ᾶ τ α ι καύσιμος ὕλη καὶ παράγεται ὠ φ έ λ ι μ ο ν ἔργον.

Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς καλεῖται ὁ λόγος τοῦ λαμβανομένου ὠφελίμου ἔργου ($W_{ωφ}$) πρὸς τὴν δαπανωμένην ἰσοδύναμον ποσότητα θερμότητος ($J \cdot Q$).

βιομηχανικὴ ἀπόδοσις : $$A_B = \frac{W_{ωφ}}{J \cdot Q}$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν δαπανῶνται 0,7 kgr γαιάνθρακος δι' ἕκαστον κιλοβατώριον ὠφελίμου ἔργου. Ἡ θερμότης καύσεως τοῦ γαιάνθρακος εἶναι 7 000 kcal/kgr.

Οὕτω δι' ἕκαστον κιλοβατώριον ὠφελίμου ἔργου δ α π α ν ᾶ τ α ι ποσότης θερμότητος : $$Q = 0{,}7\ \text{kgr} \cdot 7\ 000\ \text{kcal/kgr} = 4\ 900\ \text{kcal}$$

Αὕτη ἰσοδυναμεῖ μὲ ἔργον: $W_{δαπ.} = J \cdot Q = 427 \cdot 4\ 900 = 2\ 092\ 300$ kgr*m.
Τὸ λαμβανόμενον ὠ φ έ λ ι μ ο ν ἔ ρ γ ο ν εἶναι :

$$W_{ωφ} = 1\ \text{kWh} = 367\ 000\ \text{kgr*m}$$

Ἄρα ἡ **βιομηχανικὴ ἀπόδοσις** τῆς μηχανῆς εἶναι:

$$A_B = \frac{367\ 000}{2\ 092\ 300} = 0{,}175 \quad \text{ἤτοι} \quad A_B = 17{,}5\ \%$$

Μόνον τὰ 17,5% τῆς δαπανωμένης θερμότητος μετατρέπει ἡ μηχανὴ αὐτὴ εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Τὰ ὑπόλοιπα 82,5% τῆς θερμότητος χάνονται.

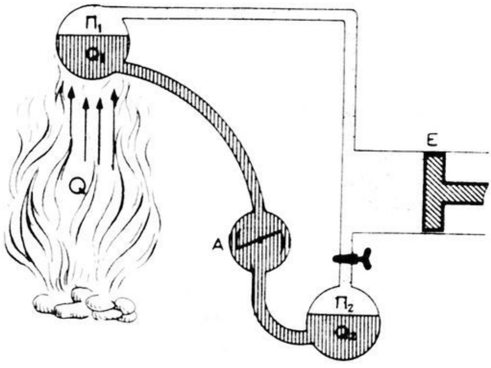
Ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῶν θερμικῶν μηχανῶν

Ἀτμομηχαναὶ μὲ ἔμβολον	12 — 25 %
Ἀτμοστρόβιλοι	16 — 38 %
Βενζινοκινητῆρες	20 — 30 %
Κινητῆρες Diesel	30 — 38 %

263. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.— Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἐπέτυχον σημαντικὰς βελτιώσεις τῶν θερμικῶν μηχανῶν.

Παρ' ὅλας ὅμως τὰς ἐπιτευχθείσας τελειοποιήσεις αἱ θερμικαὶ μηχαναὶ ὑπὸ τοὺς καλυτέρους ὅρους μετατρέπουν εἰς ἔργον μόνον τὰ 38% τῆς παραγομένης θερμότητος. Θὰ ἐξετάσωμεν ἂν εἶναι δυνατὸν μία θερμικὴ μηχανὴ νὰ μετατρέψῃ εἰς ἔργον ὁλόκληρον τὴν ποσότητα τῆς παραγομένης θερμότητος.

Ἂς θεωρήσωμεν τὴν ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανήν, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα 270. Ὡρισμένη μᾶζα m τοῦ ἀερίου (ὑδρατμὸς ἢ ἄλλο ἀέριον), ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὴν **θερμὴν πηγὴν** Π_1 περικλείει ἐντὸς αὐτῆς ποσότητα θερμότητος Q_1 καὶ ἔχει ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_1. Τὸ ἀέριον ἔρχεται εἰς τὸν **κύλινδρον** (ἢ ἄλλο ἀνάλογον ὄργανον), ὅπου διαστέλλεται. Κατὰ τὴν διαστολήν του τὸ ἀέριον ἀποβάλλει ποσότητα θερμότητος καὶ παράγει ἔργον W. Τέλος τὸ ἀέριον ἔρχεται εἰς τὴν **ψυχρὰν πηγὴν** Π_2 (συμπυκνωτὴς ἢ ἡ ἀτμόσφαιρα), ὅπου ἐξακολουθεῖ νὰ περικλείῃ ἐντὸς αὐτοῦ ποσότητα θερμότητος Q_2 καὶ νὰ ἔχῃ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_2. Εἰς τὴν ἁπλοποιημένην αὐτὴν ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανὴν μετετράπη εἰς ἔργον ποσότης θερμότητος $Q_1 - Q_2$. Ἑπομένως ἡ **θεωρητικὴ ἀπόδοσις** τῆς μηχανῆς εἶναι:



Σχ. 270. Σχηματικὴ παράστασις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς.

$$\textbf{θεωρητικὴ ἀπόδοσις:} \quad A_\theta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων τοῦ ἀερίου, δηλαδὴ ἡ ποσότης θερμότητος τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ ἀέριον, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν τοῦ ἀερίου (§ 225). Οὕτως ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν εὑρίσκεται ὅτι:

Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὰς ἀπολύτους θερμοκρασίας τῆς θερμῆς καὶ τῆς ψυχρᾶς πηγῆς.

$$\textbf{θεωρητικὴ ἀπόδοσις:}\quad A_\Theta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ἐὰν ἦτο δυνατὸν νὰ διατηροῦμεν τὴν ψυχρὰν πηγὴν Π_2 εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς ($T_2 = 0^0$ K), τότε μόνον ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς θερμικῆς μηχανῆς θὰ ἦτο ἴση μὲ τὴν μονάδα. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

Θὰ ἦτο δυνατὴ ἡ ὁλοκληρωτικὴ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἐὰν ἡ ψυχρὰ πηγὴ ἦτο δυνατὸν νὰ ἔχῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Παράδειγμα. Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν ὁ ἀτμὸς εἰς τὸν λέβητα ἔχει θερμοκρασίαν 200^0 C, ὁ δὲ συμπυκνωτὴς ἔχει θερμοκρασίαν 30^0 C. Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι:

$$A_\theta = \frac{473 - 303}{473} = 0{,}36 \quad \text{ἤτοι} \quad A_\theta = 36\,\%$$

264. Ἡ θερμότης κατωτέρα μορφὴ ἐνεργείας.—Εἶναι γνωστὸν (§ 254) ὅτι 1 θερμὶς ἰσοδυναμεῖ μὲ μηχανικὴν ἐνέργειαν 4,19 Joule. Ἀλλὰ εἶναι ἐπίσης γνωστὸν ὅτι καμμία θερμικὴ μηχανὴ δὲν εἶναι ἱκανὴ νὰ μετατρέψῃ ὁλοκληρωτικῶς μίαν ποσότητα θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἀντιθέτως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὁλοκληρωτικῶς εἰς θερμότητα. Ἐπίσης ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὁλοκληρωτικῶς εἰς ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀντιστρόφως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι αἱ διάφοροι μορφαὶ ἐνεργείας μεταξύ των διαφέρουν ποιοτικῶς. Καλεῖται **ἀνωτέρα μορφὴ ἐνεργείας** πᾶσα μορφὴ ἐνεργείας, ἡ ὁποία δύναται νὰ μετατραπῇ ὁλοκληρωτικῶς εἰς ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας. Τοιαῦται ἀνώτεραι μορφαὶ ἐνεργείας εἶναι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια. Ἀπὸ ὅλας τὰς μορφὰς ἐνεργείας μόνον ἡ θερμότης δὲν ἔχει τὴν ἀνωτέρω ἰδιότητα καὶ διὰ τοῦτο ἡ θερμότης χαρακτηρίζεται ὡς **κατωτέρα μορφὴ ἐνεργείας**. Ὥστε δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι:

Ἡ θερμότης εἶναι μία ὑποβαθμισμένη μορφὴ ἐνεργείας.

265. Ἀρχὴ ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας. — Ἡ θερμότης εἶναι μία μορφὴ ἐνεργείας ἰσοδύναμος μὲν ποσοτικῶς πρὸς τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας, κατωτέρα ὅμως ἀπὸ αὐτὰς ποιοτικῶς. 'Αλλὰ εἰς πᾶσαν μετατροπὴν οἱασδήποτε μορφῆς ἐνεργείας ἓν μέρος αὐτῆς μετατρέπεται πάντοτε αὐτομάτως εἰς θερμότητα (ἕνεκα τῶν τριβῶν καὶ τῶν κρούσεων εἰς τὴν μηχανικήν, τοῦ φαινομένου τοῦ Joule εἰς τὸν ἠλεκτρισμόν, τῆς ὑστερήσεως εἰς τὸν μαγνητισμόν). 'Επὶ πλέον, ὅταν ἐντὸς θερμικῶς μεμονωμένου χώρου τεθοῦν σώματα ἔχοντα διαφορετικὰς θερμοκρασίας, τότε τὰ θερμότερα σώματα ἀποβάλλουν αὐτομάτως ποσότητας θερμότητος, τὰς ὁποίας προσλαμβάνουν τὰ ψυχρότερα σώματα. Τελικῶς ὅλα τὰ σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. 'Η θερμότης, τὴν ὁποίαν περικλείουν τὰ ἀνωτέρω σώματα, διατηρεῖται μὲν σταθερὰ ποσοτικῶς, ἀλλὰ ἔχει ὑποβαθμισθῆ ποιοτικῶς· διότι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μετατραπῆ εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἀφοῦ θὰ ὑπάρχῃ μία μόνον πηγὴ θερμότητος. 'Απὸ τὴν μελέτην τῶν διαφόρων φαινομένων διεπιστώθη ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ἰσχύει ἡ ἀκόλουθος **ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας:**

I. Ὅλαι αἱ ἀνώτεραι μορφαὶ ἐνεργείας, κατὰ τὰς μετατροπάς των, τείνουν αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθοῦν μετατρεπόμεναι εἰς θερμότητα.

II. Ἡ θερμότης τείνει αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθῆ καὶ νὰ ἀποκτήσῃ τοιαύτην θερμοκρασίαν, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ καμμία μετατροπή της.

'Η ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι **γενικώτατος ποιοτικὸς νόμος** τῆς Φύσεως, ὁ ὁποῖος συμπληρώνει τὸν ἄλλον **γενικώτατον ποσοτικὸν νόμον** τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. 'Η ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας διατυπώνεται γενικώτερον ὡς ἑξῆς:

Εἰς τὴν Φύσιν ὅλα τὰ φαινόμενα συμβαίνουν κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ προκύπτῃ μὴ ἐκμεταλλεύσιμος πλέον θερμότης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

265. 'Ατμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kgr γαιάνθρακος καθ' ὡριαῖον ἵππον. Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, ἐὰν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μετετρέπετο εἰς ἔργον; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος 8 000 kcal/kgr.

266. Τηλεβόλον ἐκσφενδονίζει βλῆμα βάρους 1 tn μὲ ταχύτητα*

600 m/sec. Διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος καταναλίσκονται 300 kgr ἐκρηκτικῆς ὕλης. Κατὰ τὴν καῦσιν 1 gr τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης ἐλευθερώνεται ποσότης θερμότητος ἴση μὲ 2 000 cal. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ τηλεβόλον ὡς μηχανήν, νὰ εὑρεθῇ ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις αὐτοῦ.

267. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 303 CV καὶ καθ' ὥραν καταναλίσκει 72 kgr βενζίνης, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 11 000 kcal/kgr. Πόση εἶναι ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τοῦ κινητῆρος;

268. Μία ἀτμομηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 2 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 16 %. Πόσα χιλιόγραμμα, γαιάνθρακος, ἔχοντος θερμότητα καύσεως 7 000 kcal/kgr, ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς ἐπὶ 24 ὥρας;

269. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 1 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 30%, καίει δὲ βενζίνην, ἔχουσαν θερμότητα καύσεως 10 000 cal/gr, καὶ πυκνότητα 0,72 gr/cm³. Πόσα λίτρα βενζίνης καταναλίσκει καθ' ὥραν;

270. Μία ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kgr γαιάνθρακος καθ' ὡριαῖον ἵππον. Ὁ λέβης ἔχει θερμοκρασίαν 180°C, ὁ δὲ συμπυκνωτὴς 40°C. 1) Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, ἂν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μετετρέπετο εἰς ἔργον; 2) Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἰσχύς, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἡ μηχανή, ἂν αὕτη ἦτο τελεία. Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος: 8 000 kcal/kgr.

271. Τὸ βάρος ἑνὸς ὀρειβάτου μετὰ τῶν ἐφοδίων του εἶναι 95 kgr* Ἐντὸς 4 ὡρῶν φθάνει εἰς ἕνα σημεῖον, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται 1 200 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς ἀναχωρήσεώς του. Πόση ἔπρεπε νὰ εἶναι ἡ μέση ἰσχὺς ἑνὸς κινητῆρος, ὁ ὁποῖος θὰ ἔδιδε τὸ ἀνωτέρω ἔργον εἰς τὸν ἴδιον χρόνον; Πόσαι θερμίδες πρέπει νὰ δοθοῦν εἰς τὸν ὀργανισμὸν τοῦ ὀρειβάτου διὰ τὴν ἀναπλήρωσιν τοῦ παραχθέντος ἔργου, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἰσοδυνάμου κινητῆρος εἶναι ἡ μεγίστη ἀπόδοσις; Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὀργανισμοῦ εἶναι 37° C καὶ ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 7° C.

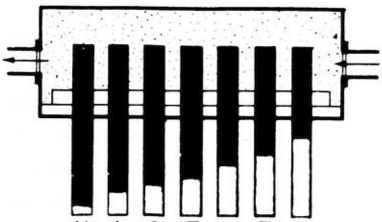
272. Ἓν φράγμα σχηματίζει λίμνην ἔχουσαν ἐπιφάνειαν 400 000 m² καὶ μέσον βάθος 60 m. Ἡ λίμνη τροφοδοτεῖ ὑδροηλεκτρικὸν ἐργοστάσιον, τοῦ ὁποίου ὁ στρόβιλος εὑρίσκεται 800 m χαμηλότερα ἀπὸ τὴν μέσην στάθμην τοῦ ὕδατος τῆς λίμνης. Τὸ ἐργοστάσιον παρέχει ἠλεκτρικὴν ἰσχὺν 5 000 kW, ἡ δὲ ἀπόδοσις τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 80 %. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἡ λίμνη δύναται νὰ τροφοδοτήσῃ τὸ ἐργοστάσιον;

'Εὰν τὸ ἐργοστάσιον ἦτο θερμοηλεκτρικόν, πόσοι τόννοι γαιάνθρακος θὰ ἐχρειάζοντο διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ ἐργοστασίου ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον, ἂν ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι 14 %; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος 8000 kcal/kgr.

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

266. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς.— 'Εὰν θερμάνωμεν τὸ ἓν ἄκρον ράβδου χαλκοῦ, παρατηροῦμεν μετ' ὀλίγον ὅτι ἔχει ὑψωθῆ ἡ θερμοκρασία ὅλων τῶν σημείων τῆς ράβδου. 'Εκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ θερμότης διεδόθη διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀπὸ τοῦ ἑνὸς μορίου αὐτοῦ εἰς τὸ ἄλλο. 'Η τοιαύτη ροὴ ποσοτήτων θερμότητος ἀπὸ μίαν θερμοτέραν περιοχὴν ἑνὸς σώματος εἰς ἄλλην ψυχροτέραν περιοχὴν αὐτοῦ καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς**.

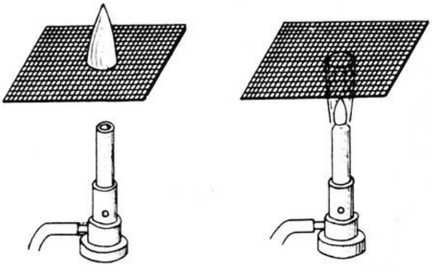
'Η δι' ἀγωγῆς διάδοσις τῆς θερμότητος γίνεται μὲ διαφορετικὴν ταχύτητα εἰς τὰ διάφορα σώματα. Τοῦτο ἀποδεικνύεται μὲ τὸ ἑξῆς πείραμα. Εἰς τὸ τοίχωμα δοχείου, διὰ τοῦ ὁποίου διαβιβάζεται ὑδρατμός, στερεώνονται ράβδοι ἐκ διαφόρων σωμάτων τῶν αὐτῶν διαστάσεων (σχ. 271). Αἱ ράβδοι αὐταὶ ἔχουν ἐπικαλυφθῆ μὲ στρῶμα παραφίνης. Ὅταν αἱ ράβδοι θερμαίνωνται κατὰ τὸ ἓν ἄκρον των, τότε ἡ παραφίνη τήκεται εἰς ὅσα σημεῖα τῆς ράβδου ἡ θερμοκρασία ἀνῆλθε μέχρι τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῆς παραφίνης. Κατὰ τὸ πείραμα τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμότης διαδίδεται ταχύτερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ χαλκοῦ καὶ τοῦ ἀργιλλίου, πολὺ δὲ ἀργότερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ ξύλου καὶ τῆς ὑάλου.



Σχ. 271. Σύγκρισις τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος διαφόρων σωμάτων. (Χ χαλκός, Α ἀργίλλιον, Ο ὀρείχαλκος, Σ σίδηρος, Μ μόλυβδος, Ξ ξύλον, Υ ὕαλος. Τὸ λευκὸν τμῆμα δεικνύει τὴν ἄτηκτον παραφίνην).

Γενικῶς **καλοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος εἶναι τὰ μέταλλα, εἴτε εἰς στερεὰν κατάστασιν εἴτε τετηγμένα. Τὰ λοιπὰ στερεά, τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ αέρια έχουν πολύ μικράν θερμικήν άγωγιμότητα καί διά τοῦτο ἐπεκράτησε νὰ λέγωνται **κακοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος.

Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς εἶναι μία μετάδοσις τῆς μεγαλυτέρας κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τῆς θερμοτέρας περιοχῆς τοῦ σώματος πρὸς τὰ μόρια τῆς γειτονικῆς πρὸς αὐτὴν περιοχῆς. Ἀπὸ τὴν περιοχὴν πάλιν αὐτὴν μεταδίδεται ἐνέργεια εἰς ἄλλα μόρια κ.ο.κ. Κατ' αὐτὴν τὴν διάδοσιν τῆς θερμότητος συμβαίνει μόνον μ ε τ α φ ο ρ ὰ ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς διὰ μέσου τῆς ὕλης τοῦ σώματος.



Σχ. 272. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ μετάλλου.

Ἐ φ α ρ μ ο γ α ί. Τὰ ἑπόμενα πειράματα δεικνύουν τὴν διάφορον θερμικὴν ἀγωγιμότητα τῶν διαφόρων σωμάτων.

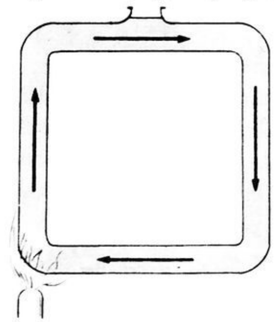
α) Ἓν μεταλλικὸν πλέγμα προκαλεῖ διακοπὴν τῆς φλογὸς (σχ. 272). Τοῦτο συμβαίνει διότι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ πλέγμα, διαχέεται εὐκόλως εἰς ὁλόκληρον τὴν μᾶζαν του καὶ ἔπειτα εἰς τὸ περιβάλλον. Οὕτω τὰ ἀέρια τῆς φλογὸς ψύχονται καὶ δὲν καίονται. Ἐφαρμογὴν αὐτῆς τῆς ἰδιότητος τῶν μεταλλικῶν πλεγμάτων ἔχομεν εἰς τὴν λ υ χ ν ί α ν Davy, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα πρὸς ἀποφυγὴν ἀναφλέξεως τοῦ μεθανίου.

Σχ. 273. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς μὴ ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.

β) Ἡ μικρὰ θερμικὴ ἀγωγιμότης τῶν ὑγρῶν καταφαίνεται μὲ τὸ ἑξῆς πείραμα: Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος περιέχοντος ὕδωρ ρίπτομεν ἑρματισμένον τεμάχιον πάγου. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀνώτερον στρῶμα τοῦ ὕδατος (σχ. 273), τοῦτο ἀρχίζει νὰ βράζῃ, ἐνῷ ὁ πάγος διατηρεῖται ἐπὶ μακρὸν χρόνον.

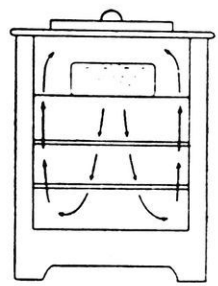
γ) Οἱ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, ὁ φελλὸς καὶ ὁ ἀμίαντος, χρησιμοποιοῦνται εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ὡς θερμομονωτικὰ σώματα (εἰς τὰ ψυγεῖα, εἰς ἀτμαγωγοὺς σωλῆνας κ.ἄ.).

267. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ ρευμάτων.— Τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια ἔχουν πολὺ μικρὰν θερμικὴν ἀγωγιμότητα. Ἐν τούτοις θερμαίνονται πολὺ εὔκολα, ὅταν προσφέρεται θερμότης εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται. Τοῦτο συμβαίνει ὡς ἑξῆς: Τὸ μέρος τοῦ ρευστοῦ, τὸ εὑρισκόμενον εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, θερμαίνεται καὶ τότε ὡς ειδικῶς ἐλαφρότερον ἀνέρχεται, ἐνῷ ἄλλα ψυχρότερα μέρη τοῦ ὑγροῦ κατέρχονται πρὸς τὸν πυθμένα. Οὕτως ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ρευστοῦ σχηματίζονται μετακινήσεις μαζῶν τοῦ ρευστοῦ, ἕνεκα τῶν προκαλουμένων μεταβολῶν πυκνότητος. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος ἐντὸς τῶν ρευστῶν διὰ σχηματισμοῦ ρευμάτων ἐντὸς τῆς μάζης αὐτῶν καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς.**


Σχ. 274. Σχηματισμὸς ρευμάτων ἐντὸς ὕδατος.

Μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 274 δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ παραγόμενα ρεύματα, ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ κόνιν φελλοῦ.

Ἐφαρμογαί. α) Ἐνδιαφέρουσαν ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς ἔχομεν εἰς τὸ σύστημα κεντρικῆς θερμάνσεως, εἰς τὸ ὁποῖον ἐξασφαλίζεται ἡ μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος διὰ τῆς κυκλοφορίας εἴτε θερμοῦ ὕδατος, εἴτε θερμοῦ ἀέρος. Ἐπίσης ἡ λειτουργία τῶν ψυγείων μὲ πάγον στηρίζεται εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος (σχ. 275). Τέλος εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν καπνοδόχων· διότι ἐντὸς τῆς καπνοδόχου σχηματίζεται στήλη θερμοῦ ἀέρος καὶ οὕτως εἰς τὴν βάσιν τῆς καπνοδόχου δημιουργεῖται σταθερὰ διαφορὰ πιέσεως, ἕνεκα τῆς ὁποίας ὁ ψυχρὸς ἐξωτερικὸς ἀὴρ εἰσρέει συνεχῶς τροφοδοτῶν τὴν ἑστίαν μὲ τὸ ἀπαιτούμενον ὀξυγόνον.


Σχ. 275. Ρεύματα ἀέρος ἐντὸς ψυγείου μὲ πάγον.

β) Τὸ πλέον μεγαλοπρεπὲς φαινόμενον σχηματισμοῦ ρευμάτων, ἕνεκα ὑπαρχούσης διαφορᾶς θερμοκρασίας μεταξὺ δύο περιοχῶν τοῦ ρευστοῦ, ἔχομεν εἰς τὴν Φύσιν. Τὰ θαλάσσια ρεύματα καὶ οἱ ἄνεμοι ὀφείλονται εἰς τὴν διαφορετικὴν θέρμανσιν περιοχῶν τῆς θαλάσσης ἢ τῆς ἀτμοσφαίρας.

268. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας.—Κατὰ μίαν ψυχρὰν ἡμέραν τοῦ χειμῶνος ἀντιλαμβανόμεθα ὅτι αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες μεταφέρουν εἰς ἡμᾶς ποσότητα θερμότητος, ἐνῷ ὁ πέριξ ἡμῶν ἀὴρ εἶναι ἀρκετὰ ψυχρός. Ἡ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον διαδιδομένη ποσότης θερμότητος διέρχεται διὰ τοῦ κενοῦ, ἀλλὰ καὶ διὰ μέσου τοῦ ἀέρος, χωρὶς ὅμως νὰ θερμαίνῃ αἰσθητῶς τοῦτον. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος διὰ τοῦ κενοῦ ἢ καὶ διὰ μέσου τῆς ὕλης καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας**. Ἡ θερμότης, ἡ ὁποία διαδίδεται δι' ἀκτινοβολίας, εἶναι μία ἄλλη μορφὴ ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἡ φύσις καὶ οἱ νόμοι τῆς διαδόσεως τῆς ἀκτινοβολουμένης ἐνεργείας θὰ ἐξετασθοῦν εἰς ἄλλο κεφάλαιον.

Η ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

269. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως. — Ἡ Φυσικὴ ἐγεννήθη, ὅταν ὁ ἄνθρωπος ἤρχισε νὰ ἐρευνᾷ τὴν ἀπέραντον Φύσιν. Κατὰ τὴν προϊστορικὴν ἐποχὴν ἡ ἐπιστημονικὴ γνῶσις ἦτο συνυφασμένη μὲ τὴν τεχνικὴν καὶ συνδεδεμένη μὲ τὴν μαγείαν. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν ἐπιστεύετο ὅτι ἡ ὕπαρξις παντὸς ἀντικειμένου καὶ ἡ γένεσις παντὸς φαινομένου ἐξηρτᾶτο ἀπὸ μίαν μὴ ἀνθρωπίνην βούλησιν. Ὁ προϊστορικὸς ἄνθρωπος διὰ νὰ κατασκευάσῃ ἓν ἐργαλεῖον, π.χ. τὸ τόξον του, ἱκέτευεν προηγουμένως τὴν ὑπερτέραν αὐτὴν βούλησιν νὰ καταστήσῃ ἐλαστικὸν τὸ ξύλον, τὸ ὁποῖον εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του. Ἐπὶ τῆς προϊστορικῆς τεχνικῆς ἐστηρίχθη ἡ ἐπιστήμη τῶν πρώτων ἀνατολικῶν πολιτισμῶν. Οἱ Αἰγύπτιοι καὶ οἱ Χαλδαῖοι ἐτελειοποίησαν τὴν τεχνικὴν τῆς προϊστορικῆς ἀνθρωπότητος καὶ κατενόησαν τὴν σημασίαν τῆς μετρήσεως, δηλαδὴ τὰς σχέσεις ἀριθμοῦ καὶ μεγέθους, ἀνεξαρτήτως τῶν ἀντικειμένων. Αἱ γνώσεις ὅμως αὐταὶ εὑρέθησαν τελείως ἐμπειρικῶς καὶ δὲν ἀποτελοῦν λογικὸν σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον αἱ σχέσεις ἐξάγονται ἐξ ἄλλων προηγουμένων γνωστῶν σχέσεων. Ἡ ἐπιστήμη τῶν ἀνατολικῶν πολιτισμῶν, ἐκτὸς τοῦ ἐμπειρισμοῦ, ἔχει ἐπίσης τὸ χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ὅτι ἡ πρόοδος εἶναι βραδυτάτη καὶ ἀνώνυμος, διότι καμμία ἀνακάλυψις δὲν συνεδέθη μὲ τὸ ὄνομα ἐρευνητοῦ. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν δὲν ὑπῆρχεν ἐπιστημονικὴ σκέψις, διότι οἱ ἄνθρωποι ἐπίστευον ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ἦσαν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς διαθέσεως ἀγαθοποιῶν ἢ κακοποιῶν σκοτεινῶν δυνάμεων.

Ἡ **ἐπιστημονικὴ σκέψις** ἐγεννήθη ἀποτόμως μεταξὺ τοῦ 7ου καὶ τοῦ 6ου π.Χ. αἰῶνος εἰς τὴν Ἰωνίαν καὶ ἔπειτα ἐκαλλιεργήθη καὶ ἀνεπτύχθη εἰς ὁλόκληρον τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα. Πρῶτοι ἐξ ὅλων τῶν ἀνθρώπων οἱ Ἀρχαῖοι Ἕλληνες εἶχον τὴν τόλμην νὰ σκεφθοῦν καὶ νὰ πιστεύσουν ὅτι **ἡ ὕλη ὑπακούει εἰς ὡρισμένους νόμους** καὶ ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ὀφείλονται εἰς ὡρισμένα φυσικὰ αἴτια. Οἱ Ἕλληνες ἐστήριξαν τὴν ἔρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου εἰς τὸν **ὀρθολογισμὸν** καὶ προσεπάθησαν νὰ ἀνεύρουν ὀλίγας βασικὰς ἀρχάς, ἀπολύτως παραδεκτὰς ἀπὸ τὴν ἀνθρωπίνην λογικήν, ἐκ τῶν ὁποίων διὰ λογικῶν συλλογισμῶν νὰ εὑρίσκεται ἔπειτα τὸ σύνολον τῶν συνεπειῶν. Ἡ ἀξία τῶν συλλογισμῶν ἐκρίνετο, ὅπου ἦτο δυνατόν, ἀπὸ τὸ ἀδέκαστον πείραμα. Ἡ ἑλληνικὴ ἐπιστήμη χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ταχυτάτην πρόοδόν της καὶ ἀνεπτύχθη δι' ἐλευθέρας συζητήσεως ἐντὸς εἰδικῶν σχολῶν, αἱ ὁποῖαι ἤκμασαν κατὰ καιροὺς εἰς διαφόρους ἑλληνικὰς πόλεις. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως εἰς τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα εἶναι ἡ ὡραιοτέρα ἐκδήλωσις τῶν πνευματικῶν ἱκανοτήτων τοῦ ἀνθρώπου.

270. Ἡ Ἑλληνικὴ ἐπιστήμη καὶ τεχνική.—Ἐκ τῶν σπουδαιοτέρων σχολῶν τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος περίφημοι εἶναι αἱ σχολαί, τὰς ὁποίας ἵδρυσαν ὁ Πυθαγόρας (σχολὴ τῶν Πυθαγορείων) καὶ ὁ Ζήνων (σχολὴ τῶν Ἐλεατῶν). Ὁ Ἐλεάτης φιλόσοφος Ἀναξίμανδρος εἰσήγαγε τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπείρου, δηλαδὴ τὴν ἔννοιαν τοῦ συνεχοῦς διαστήματος. Ἀντιθέτως ὁ Ἀναξαγόρας καὶ ὁ Ἐμπεδοκλῆς εἶναι οἱ πρῶτοι εἰσηγηταὶ τῆς ἀτομικῆς θεωρίας, τὴν ὁποίαν ἐθεμελίωσαν ἐπιστημονικῶς ὁ Ἀβδηρίτης φιλόσοφος Λεύκιππος καὶ κυρίως ὁ μαθητής του Δημόκριτος. Ὁ Δημόκριτος ὠνόμασεν **ἀτόμους** (δηλαδὴ ἄτμητα) τὰ μικρότερα σωματίδια, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται ἡ ὕλη. Δυστυχῶς δὲν διεσώθη τὸ ἔργον τοῦ μεγάλου τούτου ἐρευνητοῦ. Παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιστήμην ἀνεπτύχθη εἰς τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα καὶ ἡ τεχνική. Οὕτως ὁ Εὐπαλῖνος κατεσκεύασεν εἰς τὴν Σάμον σήραγγα. Ἡ ἐργασία τῆς διανοίξεως ἤρχισε συγχρόνως ἐκ τῶν δύο κλιτύων τοῦ λόφου καὶ οἱ ἐργάται ἀντιθέτως προχωροῦντες συνηντήθησαν ἐντὸς τῆς σήραγγος. Ὁ Ἀρχύτας κατέστη περίφημος ἐκ τῶν πολλῶν μηχανικῶν ἐφευρέσεών του καὶ ἀνεκάλυψε τὴν χρῆσιν τῆς τροχαλίας. Αἱ κατὰ τὸν 4ον π.Χ. αἰῶνα ἐμφανισθεῖσαι πολεμικαὶ μηχαναὶ ὑπέστησαν ρα-

Σχ. 276. Ἡ συσκευὴ «Αἰόλου πύλαι» τοῦ Ἥρωνος.

γδαίας τελειοποιήσεις καὶ ἰδιαιτέρως ἀπὸ τὸν Ἀρχιμήδην, τὸν Κτησίβιον καὶ τὸν Ἥρωνα. Οἱ Ἀρχαῖοι Ἕλληνες εἶχον ἀποκτήσει τόσον πλοῦτον ἐπιστημονικῶν γνώσεων, ὥστε εὑρίσκοντο, εἰς τὸν δρόμον τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητηρίου δυνάμεως. Τὸ αἰόλου πύλαι τοῦ Ἥρωνος εἶναι ὁ πρόγονος τῶν σημερινῶν ἀτμοστροβίλων. Τὸ ὄργανον τοῦτο εἶναι μία κοίλη σφαῖρα στρεπτὴ περὶ ἄξονα, εἰς τὴν ὁποίαν διοχετεύεται ὑδρατμὸς (σχ. 276). Ὁ ἀτμὸς ἐκφεύγει διὰ δύο σωλήνων στερεωμένων εἰς δύο ἐκ διαμέτρου ἀντίθετα σημεῖα τῆς σφαίρας, ἡ ὁποία οὕτω τίθεται εἰς περιστροφικὴν ἐπιταχυνομένην κίνησιν.

Ὁ πρῶτος φυσικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Κατὰ τὸν 4ον π. Χ. αἰῶνα αἱ ἐπιστημονικαὶ γνώσεις ἦσαν τόσον πολλαί, ὥστε ἤρχισεν ὁ διαχωρισμὸς τῶν διαφόρων ἐπιστημονικῶν κλάδων. Ὁ **Ἀριστοτέλης** (384 - 322 π.Χ.) διεχώρισε πρῶτος τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς ἀπὸ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας καὶ συνέγραψε τὸ πρῶτον εἰδικὸν βιβλίον Φυσικῆς, τὰ « Φυσικά ». Ὁ μέγας Σταγειρίτης εἶναι ὁ πρῶτος συστηματικὸς ἐρευνητὴς τοῦ φυσικοῦ κόσμου ὑποστηρίξας τὴν μεγάλην ἀξίαν τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος. Ὁ Ἀριστοτέλης ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀὴρ ἔχει ὡρισμένον βάρος καὶ ἠσχολήθη κυρίως μὲ τὴν δυναμικὴν ἔρευναν τῆς κινήσεως, ὅπως θὰ ἐλέγομεν σήμερον. Ἀλλ' ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖ πειραματικὰς διατάξεις, τὰς ὁποίας δὲν εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του ὁ Ἀριστοτέλης.


Ἀριστοτέλης.

Ὁ μεγαλύτερος φυσικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ὁ **Ἀρχιμήδης** (287 - 212 π.Χ.) κατεῖχεν εἰς ὕψιστον βαθμὸν τὸν μαθηματικὸν λογισμὸν καὶ ὑπερβάλλων τοὺς προγενεστέρους του εἰσήγαγε νέους τρόπους μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ. Εἶναι ὁ πατὴρ τῆς μαθηματικῆς ἀναλύσεως, τὴν ὁποίαν μετὰ εἴκοσιν αἰῶνας ἀνέπτυξαν ὁ Καρτέσιος, ὁ Νεύτων καὶ ὁ Λάϊμπνιτς. Εἰς τὸν τομέα τῆς Φυσικῆς ὁ Ἀρχιμήδης ἠσχολήθη ἀποκλειστικῶς μὲ τὰ προβλήματα τῆς ἰσορροπίας τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν. Προσδιώρισε τὰ κέντρα βάρους ὁμογενῶν ἐπιφανειῶν καὶ διετύπωσε τὸν νόμον τῆς ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ. Ἐθεμελίωσε θεωρητικῶς τὴν ὑδροστατικήν, διατυπώσας τὴν ἀρχὴν ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ἠρεμούντων ὑγρῶν εἶναι σφαιρική, τὸ δὲ κέντρον τῆς σφαίρας ταύτης συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Ἀνεκάλυψεν ὅτι τὰ σώματα, βυθιζόμενα ἐντὸς ὑγρῶν ὑφίστανται ἄνωσιν, τὴν ὁποίαν καὶ ὑπελόγισε. Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς αὐτῆς, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του, ὑπελόγισε τὴν σχετικὴν πυκνότητα μερικῶν σωμάτων. Ὁ Ἀρχιμήδης ἠρεύνησε θεωρητικῶς τὴν ἰσορροπίαν τῶν ἐπιπλεόντων σωμάτων. Ἀπὸ τὴν εἰδικὴν μελέτην τῆς ἰσορροπίας ἐπιπλέοντος τμήματος παραβολοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς ἀνεκάλυψε τὸ μετάκεντρον καὶ οὕτως ἐθεμελίωσε τὴν ναυπηγικήν, ἡ ὁποία ἕως τότε ἐστηρίζετο εἰς τὴν ἁπλῆν ἐμπειρίαν. Ὅλα τὰ συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ μεγαλοφυΐα τοῦ Ἀρχιμήδους, διατηροῦν ἀ μ ε ί ω τ ο ν τ ὴ ν ἀ ξ ί α ν τ ω ν διὰ μέσου ὅλων τῶν αἰώνων. Παραλλήλως πρὸς τὸ μέγα θεωρητικόν του ἔργον ὁ Ἀρχιμήδης ἠσχολήθη καὶ μὲ τὰς ἐφαρμογὰς τῆς Φυσικῆς, ἀναδειχθεὶς ἀνυπέρβλητος τεχνικός. Ἐπενόησε τὸν ἀτέρμονα κοχλίαν καὶ τὸν ὑδραυλικὸν κοχλίαν διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος. Ἐφεῦρεν νέας πολεμικὰς μηχανάς, μὲ τὰς ὁποίας κατώρθωσε νὰ ἀποκρούσῃ ἐπὶ δύο καὶ πλέον ἔτη τὰς ἐπιθέσεις τῶν Ῥωμαίων ἐναντίον τῶν Συρακουσῶν. Γενικῶς ὁ Ἀρχιμήδης ἀναγνωρίζεται ὡς ἡ μεγαλυτέρα διάνοια τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος.

Ἀρχιμήδης.

271. Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστήμης.—Ἡ κατάκτησις τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος ὑπὸ τῶν Ῥωμαίων ἐπέφερε τὴν ἐξαφάνισιν τῆς ἀνθούσης ἑλληνικῆς ἐπιστήμης. Κατὰ τοὺς Ῥωμαϊκοὺς χρόνους οὐδεμία ἐπιστημονικὴ πρόοδος ἐσημειώθη. Ἀπὸ τοῦ 8ου μέχρι τοῦ 12ου μ.Χ. αἰῶνος ἐσημειώθη ζωηρὰ ἐπιστημονικὴ κίνησις εἰς τὰς μωαμεθανικὰς χώρας. Εἰς τὴν Εὐρώπην ἐπεκράτει τὸ σκότος τοῦ μεσαίωνος μέχρι τοῦ 13ου αἰῶνος.

Γαλιλαῖος

Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως ὀφείλεται εἰς τὸν Γαλιλαῖον (1564 - 1642), ὁ ὁποῖος στηριζόμενος ἀποκλειστικῶς εἰς τὸ πείραμα διετύπωσε θεμελιώδεις νόμους τῆς Μηχανικῆς (πτώσεως τῶν σωμάτων, ἐκκρεμοῦς, ἁπλῶν μηχανῶν, συνθέσεως δυνάμεων κ.ἄ.). Ὁ Γαλιλαῖος ἠσχολήθη ἐπὶ πλέον μὲ τὴν ὀπτικὴν καὶ τὴν ἀστρονομίαν. Ὁ Νεύτων (1643 - 1727) διετύπωσε τὰς ἀρχὰς τῆς Μηχανικῆς, ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως καὶ ἐθεμελίωσε τὴν Οὐράνιον Μηχανικήν. Μετὰ τὸν Γαλιλαῖον καὶ τὸν Νεύτωνα ἡ Φυσικὴ ἐξελίσσεται ραγδαίως, χάρις εἰς τὰς πειραματικὰς καὶ θεωρητικὰς ἐργασίας πολλῶν ἐρευνητῶν. Ἰδιαιτέρως πρέπει νὰ ἀναφέρωμεν τὸν Lavoisier (1743 - 1794), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης καὶ τοὺς Mayer (1814 - 1878) καὶ Joule (1818 - 1889), οἱ ὁποῖοι ἀνεκάλυψαν τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.

Νεύτων.

Τὰς δύο αὐτὰς βασικὰς ἀρχὰς συνήνωσεν ὁ μέγας θεωρητικὸς φυσικὸς Einstein (1879 - 1955) διατυπώσας τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας τῆς μάζης πρὸς τὴν ἐνέργειαν. Κατὰ τὸν εἰκοστὸν αἰῶνα, ἡ πρόοδος τῆς Φυσικῆς ὑπῆρξεν ἀπροσδοκήτως ραγδαία. Αἱ γνώσεις μας περὶ τῆς Φύσεως ἐπλουτίσθησαν εἰς μέγιστον βαθμόν, αἱ δὲ τεχνικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς κατέκτησαν τὴν ζωήν μας καὶ ἤλλαξαν τὸν ρυθμὸν αὐτῆς. Τὰ σύγχρονα 'Εργα-

Lavoisier.

Mayer.

Joule.

Einstein.

στήρια 'Επιστημονικῶν 'Ερευνῶν εἶναι τεράστιαι τεχνικαὶ ἐγκαταστάσεις, ὅπου οἱ σύγχρονοι ἐρευνηταὶ συνεχίζουν τὸ ἔργον τοῦ 'Αρχιμήδους, τοῦ Γαλιλαίου καὶ τῶν λοιπῶν μεγάλων ἐρευνητῶν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.

ΣΥΝΤΟΜΟΙ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΑΙ ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΦΥΣΙΚΟΥΣ ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΗΣΧΟΛΗΘΗΣΑΝ ΜΕ ΘΕΜΑΤΑ ΑΝΑΦΕΡΟΜΕΝΑ ΕΙΣ ΤΟΝ ΠΑΡΟΝΤΑ ΤΟΜΟΝ

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ (384 - 322 π.Χ.). Ὁ πρῶτος συστηματικὸς φυσικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος, ὁ πρῶτος συγγραφεὺς εἰδικοῦ βιβλίου Φυσικῆς. Ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀὴρ ἔχει βάρος καὶ εἰσήγαγε τὴν παρατήρησιν καὶ τὸ πείραμα εἰς τὴν ἔρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287 - 212 π.Χ.). Ὁ μεγαλύτερος φυσικὸς καὶ μαθηματικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ἀνεκάλυψε τὸν λόγον τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον, τὴν ἕλικα, τὸν νόμον τῶν μοχλῶν, τὸν ἀτέρμονα κοχλίαν, τὴν κινητὴν τροχαλίαν, τὸν ὀδοντωτὸν τροχόν. Εἰς τὸ βιβλίον του «περὶ ἐπιπλεόντων σωμάτων» διετύπωσε τὴν ἀρχήν, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.

ANDREWS (1813 - 1886). Ἄγγλος φυσικός. Ἀνεκάλυψεν ὑπὸ ποίας συνθήκας εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τῶν ἀερίων καὶ προσδιώρισε τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν αὐτῶν.

AVOGADRO (1776 - 1856). Ἰταλὸς φυσικός. Διετύπωσε τὴν ὑπόθεσιν περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μορίων, τὰ ὁποῖα περιέχονται εἰς ἴσους ὄγκους ἀερίων.

BORDA (1733 - 1799). Γάλλος μηχανικὸς καὶ γεωδέτης. Ἐτελειοποίησε τὸ φυσικὸν ἐκκρεμὲς διὰ τὴν χρησιμοποίησίν του εἰς τὰ ὡρολόγια καὶ ἐπενόησε πολλὰ ὄργανα μετρήσεων.

BOYLE (1626 - 1691). Ἄγγλος φυσικὸς καὶ χημικός. Ἐτελειοποίησε τὴν παλαιὰν ἀεραντλίαν μὲ ἔμβολον καὶ συγχρόνως μὲ τὸν Mariotte ἀνεκάλυψε τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου ἀερίου μετὰ τῆς πιέσεως.

ΓΑΛΙΛΑΙΟΣ (1564 - 1642). Ἰταλὸς φυσικός, μαθηματικὸς καὶ ἀστρονόμος. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τοῦ ἰσοχρόνου τῶν αἰωρήσεων τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ ἐφήρμοσε τοῦτον διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου. Διετύπωσε τοὺς νόμους τῆς πτώσεως καὶ τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς.

GAILLETET (1832 - 1913). Γάλλος φυσικός. Πρῶτος ὑγροποίησε τὸ *ὀξυγόνον καὶ τὰ ἄλλα δυσκόλως ὑγροποιούμενα ἀέρια, τὰ ὁποῖα τότε ἐκαλοῦντο «ἔμμονα ἀέρια».*

CARNOT (1796 - 1832). Γάλλος φυσικός. Διετύπωσεν ἀρχικῶς τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα, τὸ ὁποῖον ἀργότερα ἀνέπτυξεν ὁ Clausius.

COLLADON (1802 - 1892). Ἑλβετὸς φυσικὸς καὶ μηχανικός. Ἐμελέτησε τὴν συμπιεστικότητα τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ (469 - 369 π.Χ.). Εἷς ἐκ τῶν μεγίστων φιλοσόφων τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Διετύπωσε τὴν θεωρίαν περὶ ἀσυνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης, ὀνομάσας «ἀτόμους» τὰ ἐλάχιστα σωματίδια ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται ἡ ὕλη.

DALTON (1766 - 1844). Ἄγγλος φυσικὸς καὶ χημικός. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῶν πολλαπλῶν ἀναλογιῶν, ὁ ὁποῖος ἐπέβαλε τὴν ὕπαρξιν τῶν ἀτόμων. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας καὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα διαφόρων σωμάτων. Διετύπωσε θεμελιώδεις νόμους διὰ τὰ μείγματα ἀερίων.

DIESEL (1858 - 1913). Γερμανὸς μηχανικός. Κατεσκεύασε τὸν κινητῆρα ἐσωτερικῆς καύσεως, ὁ ὁποῖος φέρει τὸ ὄνομά του.

DULONG (1785 - 1838). Γάλλος φυσικὸς καὶ χημικός. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς θερμοκρασίαν ἄνω τῶν 100° C καὶ ἐν συνεργασίᾳ μὲ τὸν Petit ἐμελέτησε τὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν.

EINSTEIN (1879 - 1955). Γερμανὸς φυσικὸς καὶ μαθηματικός. Διετύπωσε τὴν περίφημον «θεωρίαν τῆς σχετικότητος», διὰ τῆς ὁποίας ἡρμήνευσε τὰς θεμελιώδεις ἐννοίας τῆς μάζης, τοῦ χρόνου, τοῦ χώρου καὶ προέβλεψε τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀτομικῆς ἐνεργείας.

FAHRENHEIT (1686 - 1736). Γερμανὸς φυσικός. Κατεσκεύασεν ἀραιόμετρα καὶ θερμόμετρα. Διὰ τὴν βαθμολογίαν τῶν θερμομέτρων εἰσήγαγε τὴν κλίμακα, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.

GAY - LUSSAC (1778 - 1850). Γάλλος φυσικὸς καὶ χημικός. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς διαστολῆς τῶν ἀερίων, τοὺς νόμους τῆς ἑνώσεως ἀερίων στοιχείων. Ἐπενόησε τὸ οἰνοπνευματόμετρον, τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον κ.ἄ.

GUERICKE (1602 - 1686). Γερμανὸς φυσικός. 'Επενόησε τὴν ἀεραντλίαν.

HOPE (1766 - 1844). Ἄγγλος χημικός. 'Εμελέτησε τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος.

JOULE (1818 - 1889). Ἄγγλος φυσικός. Προσδιώρισε τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.

KELVIN (1824 - 1907). Ἄγγλος φυσικός, ὁ ὁποῖος ἐλέγετο William Thomson καὶ ὠνομάσθη λόρδος Kelvin ἕνεκα τῶν μεγάλων ὑπηρεσιῶν του εἰς τὴν ἐπιστήμην. 'Ησχολήθη μὲ τὴν ἡλιακὴν ἐνέργειαν, τὴν θερμότητα καὶ εἰσήγαγεν εἰς τὴν Φυσικὴν τὴν ἀπόλυτον κλίμακα τῶν θερμοκρασιῶν.

KEPLER (1571 - 1630). Γερμανὸς ἀστρονόμος. Διετύπωσε τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν. Οἱ νόμοι οὗτοι ἔδωσαν ἀφορμὴν εἰς τὸν Νεύτωνα νὰ ἀνακαλύψῃ τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

LAPLACE (1749 - 1827). Γάλλος φυσικός, μαθηματικὸς καὶ ἀστρονόμος. Μέγας θεωρητικὸς ἠσχολήθη μὲ διάφορα θέματα τῆς Φυσικῆς. Προσδιώρισε τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου.

LAVOISIER (1743 - 1794). Γάλλος χημικός. 'Ανεκάλυψε τὴν σύστασιν τοῦ ἀέρος, τὸ ὀξυγόνον καὶ διὰ τοῦ πειράματος κατέληξεν εἰς τὴν διατύπωσιν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὕλης.

MARIOTTE (1620 - 1684). Γάλλος φυσικός. 'Εμελέτησε τὰς ἰδιότητας τοῦ ἀέρος, καὶ ἀνεκάλυψε συγχρόνως μὲ τὸν Boyle τὴν σχέσιν, ἡ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῆς πιέσεως καὶ τοῦ ὄγκου ἑνὸς ἀερίου.

MAYER (1814 - 1878). Γερμανὸς ἰατρός. Πρῶτος διετύπωσε τὴν ἰδέαν τῆς ἰσοδυναμίας τῆς θερμότητος μὲ τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν καὶ κατώρθωσε νὰ ὑπολογίσῃ (1842) τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ἓν ἔτος πρὸ τῆς μετρήσεως, τὴν ὁποίαν ἐπέτυχεν ὁ Joule.

ΝΕΥΤΩΝ (1642 - 1727). Ἄγγλος φυσικός, μαθηματικὸς καὶ φιλόσοφος. 'Ανεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως, διὰ τοῦ ὁποίου ἡρμήνευσε τὸ βάρος τῶν σωμάτων, τὴν κίνησιν τῶν πλανητῶν καὶ τὰς παλιρροίας. 'Εθεμελίωσε τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς, τὰς ὁποίας εἶχεν διατυπώσει ὁ Γαλιλαῖος.

PAPIN (1647 - 1714). Γάλλος φυσικός. Πρῶτος ἐχρησιμοποίησε *τὴν τάσιν τοῦ ὑδραργμοῦ, κατεσκεύασε τὴν πρώτην ἀτμομηχανὴν μὲ ἔμβολον καὶ καθείλκυσε τὸ πρῶτον ἀτμόπλοιον τὸ 1697.*

PASCAL (1623 - 1662). Γάλλος φυσικός, μαθηματικὸς καὶ φιλόσοφος. Εἰς ἡλικίαν 16 ἐτῶν ἔγραψε τὸ βιβλίον του «περὶ κωνικῶν τομῶν» καὶ εἰς ἡλικίαν 18 ἐτῶν ἐπενόησε λογιστικὴν μηχανήν. Ἐξηκρίβωσε τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν αἰτίαν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Ἀπέθανεν εἰς ἡλικίαν 39 ἐτῶν, ἀφήσας ἀτελείωτον τὸ περίφημον βιβλίον του «Σκέψεις».

SAVART (1791 - 1841). Γάλλος φυσικός. Ἠσχολήθη μὲ τὴν Ἀκουστικήν.

TORRICELLI (1608 - 1647). Ἰταλὸς φυσικὸς καὶ γεωμέτρης. Ὑπῆρξε μαθητὴς τοῦ Γαλιλαίου καὶ κατέστη διάσημος, διότι μὲ τὸ γνωστὸν πείραμά του κατώρθωσε νὰ μετρήσῃ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἐπίσης ἐμελέτησε τοὺς νόμους τῆς ροῆς τῶν ὑγρῶν.

WATT (1736 - 1819). Σκῶτος μηχανικός. Ἐπενόησε τὴν παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου τῆς ἀτμομηχανῆς καὶ τὴν κίνησιν δι' ἀτμοῦ.

ΠΙΝΑΚΕΣ

ΠΙΝΑΞ 1

Είδικὸν βάρος μερικῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων εἰς gr*/cm³ καὶ εἰς 18° C

Σῶμα	Εἰδικὸν βάρος	Σῶμα	Εἰδικὸν βάρος
Στερεά			
Ἀδάμας	3,5	Χρυσὸς	19,3
Ἄνθραξ	1,8	Ψευδάργυρος	7,1
Ἀργίλλιον	2,7	*Ὑγρά*	
Ἄργυρος	10,5	Αἰθὴρ	0,71
Λευκόχρυσος	21,4	Βενζόλιον	0,88
Μόλυβδος	11,3	Γλυκερίνη	1,26
Ὀρείχαλκος	8,6	Διθειοῦχος ἄνθραξ .	1,26
Σίδηρος	7,8	Ἐλαιόλαδον	0,91
Ὕαλος	2,5	Οἰνόπνευμα	0,79
Χαλκὸς	8,9	Πετρέλαιον	0,85
Χάλυψ	7,9	Ὑδράργυρος	13,55

ΠΙΝΑΞ 2

Εἰδικὸν βάρος μερικῶν ἀερίων εἰς gr*/dm³ ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας (0° C καὶ 76 cm Hg)

Ἀέριον	Εἰδικὸν βάρος	Ἀέριον	Εἰδικὸν βάρος
Ἄζωτον	1,250	Νέον	0,899
Ἀὴρ	1,293	Ὀξυγόνον	1,429
Διοξείδιον ἄνθρακος	1,977	Ὑδρογόνον	0,089
Διοξείδιον θείου....	2,926	Ὑδρόθειον	1,539
Ἥλιον	0,178	Χλώριον	3,220
Μεθάνιον	0,717		

ΠΙΝΑΞ 3

Συστήματα μονάδων

Μηχανικὸν μέγεθος	Σύστημα C. G. S.	Σύστημα M. K*. S.		Σύστημα M. K. S. A.	
	Μονὰς	Μονὰς	Ἀντιστοιχία πρὸς μονάδας C.G.S.	Μονὰς	Ἀντιστοιχία πρὸς μονάδας C.G.S.
Μῆκος	$\boxed{1\ \mathrm{cm}}$	$\boxed{1\ \mathrm{m}}$	$10^2\ \mathrm{cm}$	$\boxed{1\ \mathrm{m}}$	$10^2\ \mathrm{cm}$
Ἐπιφάνεια	$1\ \mathrm{cm}^2$	$1\ \mathrm{m}^2$	$10^4\ \mathrm{cm}^2$	$1\ \mathrm{m}^2$	$10^4\ \mathrm{cm}^2$
Ὄγκος	$1\ \mathrm{cm}^3$	$1\ \mathrm{m}^3$	$10^6\ \mathrm{cm}^3$	$1\ \mathrm{m}^3$	$10^6\ \mathrm{cm}^3$
Χρόνος	$\boxed{1\ \mathrm{sec}}$	$\boxed{1\ \mathrm{sec}}$	—	$\boxed{1\ \mathrm{sec}}$	—
Γωνία	$1\ \mathrm{rad}$	$1\ \mathrm{rad}$	—	$1\ \mathrm{rad}$	—
Ταχύτης	$1\ \mathrm{cm/sec}$	$1\ \mathrm{m/sec}$	$10^2\ \mathrm{cm/sec}$	$1\ \mathrm{m/sec}$	$10^2\ \mathrm{cm/sec}$
Γωνιακὴ ταχύτης	$1\ \mathrm{rad/sec}$	$1\ \mathrm{rad/sec}$	—	$1\ \mathrm{rad/sec}$	—
Ἐπιτάχυνσις	$1\ \mathrm{cm/sec^2}$	$1\ \mathrm{m/sec^2}$	$10^2\ \mathrm{cm/sec^2}$	$1\ \mathrm{m/sec^2}$	$10^2\ \mathrm{cm/sec^2}$
Μᾶζα	$\boxed{1\ \mathrm{gr}}$	$1\ \dfrac{\mathrm{kgr^*}}{\mathrm{m/sec^2}}$	$9{,}81\cdot 10^3\ \mathrm{gr}$	$\boxed{1\ \mathrm{kgr}}$	$10^3\ \mathrm{gr}$
Δύναμις	$1\ \mathrm{dyn}$	$\boxed{1\ \mathrm{kgr^*}}$	$9{,}81\cdot 10^5\ \mathrm{dyn}$	$1\ \mathrm{Newton}$	$10^5\ \mathrm{dyn}$
Συχνότης	$1\ \mathrm{Hertz}$	$1\ \mathrm{Hertz}$	—	$1\ \mathrm{Hertz}$	—
Πυκνότης	$1\ \mathrm{gr/cm^3}$	Χρῆσις εἰδ. βάρους	—	$1\ \mathrm{kgr/m^3}$	$1/10^3\ \mathrm{gr/cm^3}$
Εἰδικὸν βάρος	$1\ \mathrm{dyn/cm^3}$	$1\ \mathrm{kgr^*/m^3}$	$9{,}81/10\ \mathrm{dyn/cm^3}$	$1\ \mathrm{Newton/m^3}$	$1/10\ \mathrm{dyn/cm^3}$
Ἔργον	$1\ \mathrm{erg}$	$1\ \mathrm{kgr^*m}$	$9{,}81\cdot 10^7\ \mathrm{erg}$	$1\ \mathrm{Joule}$	$10^7\ \mathrm{erg}$
Ἰσχὺς	$1\ \mathrm{erg/sec}$	$1\ \mathrm{kgr^*m/sec}$	$9{,}81\cdot 10^7\ \mathrm{erg/sec}$	$1\ \mathrm{Watt}$	$10^7\ \mathrm{erg/sec}$
Ροπὴ δυνάμεως	$1\ \mathrm{dyn\ cm}$	$1\ \mathrm{kgr^*\cdot m}$	$9{,}81\cdot 10^7\ \mathrm{dyn\ cm}$	$1\ \mathrm{Newton\ m}$	$10^7\ \mathrm{dyn\,.\,cm}$
Ἔργον ροπῆς	$1\ \mathrm{dyn\cdot cm\cdot rad}$	$1\ \mathrm{kgr^*\cdot m\cdot rad}$	$9{,}81\cdot 10^7\ \mathrm{dyn\cdot cm\cdot rad}$	$1\ \mathrm{Newton\cdot m\ rad}$	$10^7\ \mathrm{dyn\cdot cm\cdot rad}$
Ροπὴ ἀδρανείας	$1\ \mathrm{gr\cdot cm^2}$	$1\ \dfrac{\mathrm{kgr^*}}{\mathrm{m/sec^2}}\cdot \mathrm{m^2}$	$9{,}81\cdot 10^7\ \mathrm{gr\ cm^2}$	$1\ \mathrm{kgr\cdot m^2}$	$10^7\ \mathrm{gr\cdot cm^2}$
Ὁρμὴ	$1\ \mathrm{gr}\cdot\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$	$1\ \dfrac{\mathrm{kgr^*}}{\mathrm{m/sec^2}}\cdot\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$	$9{,}81\cdot 10^5\ \mathrm{gr}\cdot\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$	$1\ \mathrm{kgr}\cdot\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$	$10^5\ \mathrm{gr}\cdot\dfrac{\mathrm{cm}}{\mathrm{sec}}$
Πίεσις	$1\ \mathrm{dyn/cm^2}$	$1\ \mathrm{kgr^*/m^2}$	$9{,}81\,.\,10\ \mathrm{dyn/cm^2}$	$1\ \mathrm{Newton/m^2}$	$10\ \mathrm{dyn/cm^2}$

ΠΙΝΑΞ 4
Θερμικαὶ σταθεραὶ στερεῶν

Σῶμα	Συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς	Εἰδικὴ θερμότης cal gr^{-1}·grad^{-1}	Θερμοκρασία τήξεως ^{0}C	Θερμότης τήξεως cal/gr
Ἀργίλλιον	$23 \cdot 10^{-6}$	0,214	659	94,6
Ἄργυρος	$19{,}7 \cdot 10^{-6}$	0,055	960	25,1
Κασσίτερος	$21{,}3 \cdot 10^{-6}$	0,052	232	14
Λευκόχρυσος	$9 \cdot 10^{-6}$	0,032	1773	24,1
Μόλυβδος	$29 \cdot 10^{-6}$	0,031	327	5,9
Νικέλιον	$13 \cdot 10^{-6}$	0,110	1452	71,6
Ὀρείχαλκος	$18{,}5 \cdot 10^{-6}$	0,093	900	40
Σίδηρος	$12 \cdot 10^{-6}$	0,031	1540	64
Ὕαλος	$8 \cdot 10^{-6}$	0,190	800	—
Ὕαλος Χαλαζίου	$0{,}58 \cdot 10^{-6}$	0,174	1700	—
Χαλκὸς	$14 \cdot 10^{-6}$	0,092	1084	48,9
Χάλυψ	$16 \cdot 10^{-6}$	0,115	1400	—
Χρυσὸς	$14{,}3 \cdot 10^{-6}$	0,031	1063	15,4

ΠΙΝΑΞ 5
Θερμικαὶ σταθεραὶ ὑγρῶν

Σῶμα	Συντελεστὴς πραγματικῆς διαστολῆς	Θερμοκρασία		Εἰδικὴ θερμότης εἰς 18^{0}C cal/gr/grad	Θερμότης	
		τήξεως ^{0}C	βρασμοῦ ^{0}C		τήξεως cal/gr	ἐξαερώσεως cal/gr
Αἰθὴρ	$162 \cdot 10^{-5}$	—116	34,6	0,56	23,5	86
Βενζόλιον	$106 \cdot 10^{-5}$	5,4	80	0,41	30,4	94
Γλυκερίνη	$49 \cdot 10^{-5}$	— 19	290	0,57	—	—
Διθειοῦχος ἄνθραξ	$118 \cdot 10^{-5}$	—112	46,2	0,24	17,7	87
Ἐλαιόλαδον	$72 \cdot 10^{-5}$	—	—	0,47	—	—
Οἰνόπνευμα	$110 \cdot 10^{-5}$	—114	78,4	0,57	25,8	201
Πετρέλαιον	$96 \cdot 10^{-5}$	—	—	0,50	—	—
Τολουόλιον	$109 \cdot 10^{-5}$	— 94,5	111	0,41	17,2	83
Ὑδράργυρος	$18 \cdot 10^{-5}$	— 38,8	357	0,03	2,7	68
Ὕδωρ	—	—	—	1,00	80	539

Φυσικὰ μεγέθη καὶ σύμβολα αὐτῶν

Βάρος	B	Μᾶζα	m
Γωνία	φ	Μῆκος	s, l, h, r
Γωνιακὴ ταχύτης	ω	Ὄγκος	V
Εἰδικὸν βάρος	ρ	Περίοδος	T
Εἰδ. θερμότης	c	Πίεσις	p
Δύναμις	F, Σ, R	Ποσότης θερμότητος	Q
Ἐπιτάχυνσις	γ	Πυκνότης	d
Ἐπιτάχυνσις πτώσεως	g	Ροπὴ	M
Ἐπιφάνεια	σ, Σ	Συχνότης	ν
Ἔργον	W	Σχετικὴ πυκνότης ἀερίου	δ
Θερμοκρασία	θ^0, T^0	Ταχύτης	υ, V
Ἰσχύς	P	Χρόνος	t

Αἱ σπουδαιότεραι ἐξισώσεις ἐκ τῆς Μηχανικῆς, Ἀκουστικῆς, Θερμότητος

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

πυκνότης	$d = m/V$
εἰδικὸν βάρος	$\rho = B/V$ ἢ $\rho = d \cdot g$
συνισταμένη δυνάμεων	$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \text{συν}\,\varphi}$
μέθοδος διπλῆς ζυγίσεως	$x = \sqrt{B' \cdot B''}$
ὑδροστατικὴ πίεσις	$p = h \cdot \rho$ ἢ $p = h \cdot d \cdot g$
ὑδραυλικὸν πιεστήριον	$p = F/\sigma = F'/\sigma'$
συγκοινωνοῦντα δοχεῖα	$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1$
δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος	$F = h \cdot \sigma \cdot \rho$
δύναμις ἐπὶ τοῦ πλαγίου τοιχώματος	$F = h_K \cdot \sigma \cdot \rho$
ἄνωσις ὑγροῦ	$A = V \cdot \rho$
μέτρησις εἰδικοῦ βάρους	$\rho = B/B'$
νόμος Boyle - Mariotte	$p \cdot V = p' \cdot V' = p'' \cdot V''$
μεταβολὴ πυκνότητος ἀερίου	$d/d' = p/p'$
σχετικὴ πυκνότης ἀερίου	$\delta = d/D$ ἢ $\delta = \mu/28{,}96$
ἀνυψωτικὴ δύναμις ἀεροστάτου	$F = V \cdot (\rho - \rho') - B$
εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις	$s = \upsilon \cdot t$
εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις	$\upsilon = \upsilon_0 \pm \gamma \cdot t \quad s = \upsilon_0 \cdot t \pm \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$

ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη κίνησις :	
διάρκεια κινήσεως	$t = \upsilon_0 / \gamma$
ὁλικὸν διάστημα	$s = \upsilon_0^2 / 2\gamma$
ἐλευθέρα πτῶσις τῶν σωμάτων	$g = \sigma\tau\alpha\theta.,\ \upsilon = g \cdot t,\ s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$
θεμελιώδης ἐξίσωσις δυναμικῆς	$F = m \cdot \gamma$
βάρος σώματος	$B = m \cdot g$
τριβὴ ὀλισθήσεως	$T = \eta \cdot F_K$
ἔργον δυνάμεως	$W = F \cdot s$
δυναμικὴ ἐνέργεια	$W = m \cdot g \cdot h$
κινητικὴ ἐνέργεια	$W = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$
ἰσοδυναμία μάζης καὶ ἐνεργείας	$W = m \cdot c^2$
συνθήκη ἰσορροπίας ἁπλῶν μηχανῶν	$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$
κατακόρυφος βολὴ σώματος :	
διάρκεια ἀνόδου	$t = \upsilon_0 / g$
μέγιστον ὕψος	$H = \frac{\upsilon_0^2}{2g}$
βεληνεκὲς ὁριζοντίας βολῆς	$s = \upsilon_0 \cdot \sqrt{2h/g}$
μέγιστον βεληνεκὲς πλαγίας βολῆς	$s = \frac{\upsilon_0^2}{g}$
Ὁμαλὴ κυκλικὴ κίνησις :	
ταχύτης	$\upsilon = 2\pi R / T = 2\pi R \cdot \nu = \omega \cdot R$
γωνιακὴ ταχύτης	$\omega = 2\pi / T = 2\pi \cdot \nu = \upsilon / R$
κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις	$\gamma = \upsilon^2 / R = \omega^2 \cdot R$
φυγόκεντρος δύναμις	$F = m \cdot \upsilon^2 / R = m \cdot \omega^2 \cdot R$
περίοδος ἁρμονικῆς ταλαντώσεως	$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot x / F}$
περίοδος ἁπλοῦ ἐκκρεμοῦς	$T = 2\pi \cdot \sqrt{l/g}$
νόμος παγκοσμίου ἕλξεως	$F = k \frac{m \cdot m'}{r^2}$
ἀντίστασις τοῦ ἀέρος	$R = K \cdot \sigma \cdot \upsilon^2$
ὁρικὴ ταχύτης πτώσεως	$\upsilon = \sqrt{B/K\sigma}$
μῆκος κύματος	$\lambda = \upsilon \cdot T$
ταχύτης διαδόσεως κυμάνσεως	$\upsilon = \nu \cdot \lambda$

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ταχύτης ἤχου εἰς τὸν ἀέρα	$\upsilon = \upsilon_0 \cdot \sqrt{1 + \theta/273}$
ταχύτης ἤχου εἰς ἄλλο ἀέριον ἐκτὸς τοῦ ἀέρος	$\upsilon' = \upsilon / \sqrt{\delta}$
συχνότης θεμελιώδους ἤχου χορδῆς	$\nu = 1/2l \cdot \sqrt{F/\mu}$
συχνότης θεμελιώδους ἤχου κλειστοῦ σωλῆνος	$\nu = \upsilon / 4l$
συχνότης θεμελιώδους ἤχου ἀνοικτοῦ σωλῆνος	$\nu = \upsilon / 2l$

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

σχέσις βαθμῶν Κελσίου (C) καὶ βαθμῶν Fahrenheit (F)	$\dfrac{C}{F-32} = \dfrac{5}{9}$
σχέσις βαθμῶν Κελσίου (θ) καὶ βαθμῶν Kelvin (T)	$T = \theta + 273$
μῆκος ράβδου εἰς θ^0 C	$l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \theta)$
ὄγκος στερεοῦ ἢ ὑγροῦ εἰς θ^0 C	$V = V_0 \cdot (1 + \varkappa \cdot \theta)$
πυκνότης στερεοῦ ἢ ὑγροῦ εἰς θ^0 C	$d = \dfrac{d_0}{1 + \varkappa \cdot \theta}$
διαστολὴ ἀερίου	$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$
πυκνότης ἀερίου εἰς θ^0 C ὑπὸ πίεσιν p	$d = \dfrac{d_0 \cdot p}{p_0 (1 + \alpha \cdot \theta)}$
θεμελιώδης ἐξίσωσις θερμιδομετρίας	$Q = m \cdot c \cdot (\theta_1 - \theta_2)$
πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα	$W = J \cdot Q$
θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς	$A\theta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$

Σχεδιαγράφησις Γ. ΝΤΟΥΦΕΞΗ

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

(Οἱ ἀριθμοὶ παραπέμπουν εἰς τὰς σελίδας)

Δ

Ε

Ζ

Η

Θ

ΕΚΔΟΣΙΣ ΣΤ'. 1967 — ΑΝΤΙΤ. 60.000 — 1.500/23-3-67 = 1528/11-4-67

'Εκτύπωσις «ΕΚΔΟΤΙΚΟΣ ΚΟΣΜΟΣ» Α. Ε. - Βιβλιοδεσία ΙΩ. ΚΑΜΠΑΝΑΣ Ο. Ε.

024000018134

800/99

ΟΕ
ΔΒ