Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΑΘΗΜΑΤΑ

Φ Υ Σ Ι Κ Η Σ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Δ. ΧΟΝΔΡΟΥ

ΤΑΚΤΙΚΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΕΝ ΤΩΙ ΑΘΗΝΗΣΙΝ
ΕΘΝΙΚΩΙ ΚΑΙ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΩΙ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΩΙ

ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ
ΤΩΝ ΠΡΩΤΟΕΤΩΝ ΦΟΙΤΗΤΩΝ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΗΣ ΙΑΤΡΙΚΗΣ

ΤΟΜΟΣ ΠΡΩΤΟΣ

ΓΕΝΙΚΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ — ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ
ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ — ΘΕΡΜΟΤΗΣ

19056

ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ
ΕΚΔΟΤΙΚΟΝ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ
Ν. ΤΖΑΚΑ & Σ. ΔΕΛΑΓΡΑΜΜΑΤΙΚΑ
ΟΔΟΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ 81
1923

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΤΥΠΟΙΣ Π. Δ. ΣΑΚΕΛΛΑΡΙΟΥ ΕΝ ΑΘΗΝΑΙΣ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Η ΑΝΘΡΩΠΙΝΗ ΦΩΝΗ

Σελ.
Τὸ ὄργανον 383
Διαμόρφωσις τῶν φωνηέντων 385
Ἀνάλυσις καὶ σύνθεσις τῶν φωνηέντων 386
Σύμφωνα 387

ΑΡΜΟΝΙΑ

Φθόγγοι ἐκ συνδυασμοῦ 387
Συγκροτήσεις.—Θεωρία τοῦ Helmholtz 388

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ—ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ

Θερμότης 390
Θερμοκρασία 390

ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΙΑ

Μέτρησις τῆς θερμοκρασίας 392
Θερμικὴ διαστολὴ τῶν σωμάτων 392
Θερμικὴ μεταβολὴ τῆς πιέσεως 393
Κλίμακες θερμοκρασίας 394
Διάφορα εἴδη θερμομέτρων 396
Βαθμολογία τῶν θερμομέτρων 398

ΘΕΡΜΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ

Ὁρισμός 400

Συντελεσταὶ διαστολῆς τῶν στερεῶν

Γραμμικὸς συντελεστὴς διαστολῆς 401
Τετραγωνικὸς συντελεστὴς διαστολῆς 405
Κυβικὸς συντελεστὴς διαστολῆς 406

Συντελεσταὶ διαστολῆς τῶν ὑγρῶν

Σχετικὸς συντελεστὴς 407
Προσδιορισμὸς διὰ ξυγίσεως 407
Ἀπόλυτος συντελεστὴς 408
Ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου. Μέθοδος Dulong καὶ Petit 409
Θερμικὴ διαστολὴ τοῦ ὕδατος 409

Θερμικοὶ συντελεσταὶ τῶν ἀερίων

Θερμικοὶ συντελεσταί. Ἐξίσωσις τοῦ ἀερίου 411
Νόμος Gay-Lussac 412
Θερμομετρικὴ κλῖμαξ τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου 415
Ἀναγωγὴ τοῦ ὄγκου ἀερίου εἰς 0° καὶ 760 mm Hg. 416
Ἀπόλυτος θερμοκρασία. Ἐξίσωσις τοῦ Clapeyron 416
Νόμος Avogadro—Ampère 419
Γραφικὴ παράστασις τῶν νόμων τῶν ἀερίων 419
Νόμος Dalton 420
Ἰδανικὰ καὶ φυσικὰ ἀέρια 421
Νόμοι τῶν πραγματικῶν ἀερίων. Ἐξίσωσις τοῦ Van der Waals 421

ΠΟΣΟΤΙΚΑΙ ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΩΝ ΝΟΜΩΝ ΤΗΣ ΩΣΜΩΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΕΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΝΟΜΟΥΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Θεωρία τοῦ Van t'Hoff 422
Θεωρία τοῦ Arrhenius 423
ΘΕΡΜΟΣΤΑΤΑΙ 425

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

Εἰδικὴ θερμότης. Θερμοχωρητικότης 426
Μονάδες θερμότητος 427
Θερμιδομετρία. Θερμειλώδεις σχέσεις 428
Θερμιδόμετρον μὲ ὕδωρ 429

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Εἰδικὴ θερμότης τῶν στερεῶν

Μέθοδος τῶν μιγμάτων 431
Γενικὴ ἐξίσωσις τῶν μιγμάτων 431
Ἄλλαι μέθοδοι 432
Ἀτομικὴ θερμότης τῶν στερεῶν στοιχείων. Νόμος Dulong καὶ Petit . . 432
Εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑγρῶν 433
Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων 433
Εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον 433
Μέτρησις τοῦ c_p 434
Μέτρησις τοῦ c_v 435

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ—ΘΕΡΜΟΤΗΣ ΚΑΙ ΕΡΓΟΝ

ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΝ ΑΞΙΩΜΑ

Σχέσις τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων 436
Τὸ πείραμα τοῦ Joule 436
Θερμότης καὶ ἐνέργεια 437
Μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος 438
Σχέσις τοῦ J πρὸς τὴν διαφορὰν $c_p - c_v$ 440
Ἔργον παραγόμενον κατὰ τὴν ἔκλυσιν ἀερίου 441
Ἀδιαβατικὴ συμπίεσις τῶν ἀερίων 442
Εὕρεσις τοῦ $c_p : c_v$ ἐκ τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου 444
Πείραμα τῶν Clément καὶ Désormes 444
Ἀνακεφαλαίωσις 446

ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΝ ΑΞΙΩΜΑ

Ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους 446

Κύκλος τοῦ Carnot—Ἐντροπία

Γραφικὴ παράστασις τοῦ ἔργου εἰς τὸ διάγραμμα v, p 450
Κυκλικαὶ μεταβολαί 452
Κύκλος τοῦ Carnot 452
Μεταβολαὶ ἀντιστρεπταὶ καὶ μὴ ἀντιστρεπταί 454
Κύκλος τοῦ Carnot μὲ οἱαδήποτε ἀέρια 455
Συμμετρικωτέρα γραφὴ τῆς ἐξισώσεως τοῦ Carnot 457
Ἀνταλλακτικὴ ἀξία τῶν μεταβολῶν τῆς ἐνεργείας 457
Ἀνηγμένη θερμότης 459
Σύνθετος κύκλος 459
Κύκλος οἱοσδήποτε 460
Ἐντροπία 460
Ἀνακεφαλαίωσις 462
Θερμοδυναμικὴ κλῖμαξ θερμοκρασίας 462

ΑΙ ΤΡΕΙΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ ΚΑΙ ΑΙ ΕΙΣ ΑΛΛΗΛΑΣ ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ

Στερεά, ὑγρά, ἀέρια 463

ΤΗΞΙΣ—ΠΗΞΙΣ

Θερμοκρασία ἢ σημεῖον τήξεως 463
Ὑπέρτηξις 465
Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως 465
Σημεῖον τήξεως κραμάτων 466
Εὐτηκτικὸν σημεῖον 467
Σημεῖον τήξεως ἁραιῶν διαλυμάτων.—Κρυοσκοπία 467
Θερμότης τήξεως 469
Μέτρησις τῆς θερμότητος τήξεως 469
Θερμιδόμετρα μὲ πάγον.—Θερμιδόμετρον Bunsen 470

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΞΑΤΜΙΣΙΣ — ΥΓΡΟΠΟΙΗΣΙΣ

Σελ.
Σημεῖον ζέσεως 472
Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου ζέσεως 473
Θερμομετρικὴ ὑψομετρία 473
Βρασμὸς ὑπὸ τεχνητὴν πίεσιν 473
Ἐπίδρασις τῆς παρουσίας ἀερίου ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τοῦ βρασμοῦ . . 474
Θερμότης ἐξαερώσεως 475

ΤΑΣΙΣ ΤΩΝ ΑΤΜΩΝ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ — ΚΕΚΟΡΕΣΜΕΝΟΙ ΚΑΙ ΑΚΟΡΕΣΤΟΙ ΑΤΜΟΙ

Ἐξάτμισις ὑγρῶν εἰς τὸ κενόν. — Πίεσις τῶν ἀτμῶν 476
Τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος 479
Τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑδραργύρου 479
Τάσις κεκορεσμένων ἀτμῶν καὶ σημεῖον ζέσεως. — Δυναμικὴ ἰσορροπία . 481
Ψῦξις δι' ἐξατμίσεως εἰς τὸ κενὸν 482
Πίεσις τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν 482
Ὑγροποίησις τῶν ἀτμῶν. — Ἀπόσταξις 483
Ἐπίδρασις τῆς καμπυλότητος τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τῆς τάσεως τῶν ἀτμῶν 485
Βρασμὸς μιγμάτων. — Κλασματικὴ ἀπόσταξις 486
Σημεῖον ζέσεως ἀραιῶν διαλυμάτων. — Ζεσεοσκοπία 487
Σημεῖον δρόσου 488
Ὑγρομετρία 489

Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων

Κρίσιμον σημεῖον. — Ἀέρια καὶ ἀτμοὶ 490
Διερεύνησις τοῦ διαγράμματος τῶν ἰσοθέρμων πραγματικοῦ ἀερίου 491
Πρακτικαὶ μέθοδοι ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων 494
Στερεοποίησις τῶν ἀερίων 497

Ἐξαέρωσις τῶν στερεῶν

Τάσις ἀτμῶν τῶν στερεῶν. Ἐξάχνωσις 498
Αἱ φάσεις καὶ τὸ τριπλοῦν σημεῖον τοῦ ὕδατος 499

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΑΚΟΡΕΣΤΩΝ ΑΤΜΩΝ

Χρησιμότης τῆς μετρήσεως 500
Μέθοδος Dumas 501
Μέθοδος Gay-Lussac — Hoffmann 502
Μέθοδος Meyer 502

ΘΕΡΜΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

Ὁρισμὸς 504
Ἀτμομηχαναὶ 504
Μέτρησις τοῦ ἔργου 507
Τετράχρονος κινητὴρ ἐσωτερικῆς καύσεως 508

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Τρόποι διαδόσεως τῆς θερμότητος 509

ΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Εἰδικὴ ἀγωγιμότης 509
Ἀγωγιμότης τῶν στερεῶν 512
Ἀγωγιμότης τῶν ὑγρῶν 514
Ἀγωγιμότης τῶν ἀερίων 515

ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ὁρισμὸς 516

ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

Ὁρισμὸς 517
Σώματα διάθερμα καὶ ἀδιάθερμα 518

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Σελ.

Φύσις τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας 518
Νόμοι τῆς διαδόσεως τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας 519
Ἀπορρόφησις καὶ ἐκπομπὴ θερμότητος.—Θεωρία τοῦ Prévost 520
Σχέσις ἀπορροφήσεως καὶ ἐκπομπῆς 521

ΝΟΜΟΙ ΤΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

Ὁρισμοί 522
Ἐξάρτησις τοῦ Aλ καὶ Eλ ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος καὶ τὴν θερμοκρασίαν . 522
Νόμος τοῦ Kirchhoff 523
Ἀκτινοβολία τοῦ μέλανος σώματος.—Νόμος τῶν Stefan—Boltzmann . 524
Νόμος τοῦ Wien 524
Νόμος τοῦ Planck 524

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Πρῶται ἔννοιαι 425
Πίεσις τῶν ἀερίων.—Νόμος Mariotte-Boyle 526
Σχέσις τῆς ταχύτητος τῶν μορίων πρὸς τὴν θερμοκρασίαν 527
Πραγματικὴ κατανομὴ τῶν ταχυτήτων 528
Στατιστικὴ ἰσορροπία.—Βαθμοὶ ἐλευθερίας καὶ ἐνέργεια 529
Σχέσις τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων 530
Πιθανότης καὶ ἐντροπία 531
Ἀριθμητικὰ δεδομένα 532
Ἐξίσωσις τοῦ Van der Waals 533
Ἀντίστοιχοι καταστάσεις 533
Διερεύνησις τῆς ἐξισώσεως τοῦ Van der Waals 534

ΠΙΝΑΚΕΣ

I Ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἰς διάφορα πλάτη.
II Βαρομετρικὴ πίεσις εἰς διάφορα ὕψη.
III Φυσικαὶ σταθεραὶ στερεῶν σωμάτων.
IV Πυκνότης καὶ συντελεστὴς διαστολῆς ὑγρῶν.
V Πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς διαφόρους θερμοκρασίας.
VI Τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος.
VIα Θερμοκρασία ζέσεως τοῦ ὕδατος ὑπὸ διαφόρους πιέσεις.
VII Εἰδικὴ θερμότης.
VIII Μεταβολαὶ καταστάσεως.
IX Κρίσιμοι σταθεραί.
X Θερμικὴ ἀγωγιμότης.
XI Διαστάσεις καὶ μονάδες μηχανικῶν ποσῶν.

Διόρθωσις παροραμάτων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής



ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ὅταν, τὸ 1917, ἐξέδιδον τὴν **Γενικὴν Μηχανικὴν** ὡς τὸν πρῶτον τόμον ἐκτενεστέρου συγγράμματος **Φυσικῆς**, ἔγραφα εἰς τὸν πρόλογον μεταξὺ ἄλλων τὰ ἑξῆς, ἐκθέτων τὰς σκέψεις, αἱ ὁποῖαι κατὰ τὴν συγγραφὴν μὲ καθωδήγησαν:

«Βιβλίον Φυσικῆς, προωρισμένον διὰ τοὺς φοιτητὰς τοῦ Ἑλληνικοῦ Πανεπιστημίου, ἔχει ποικίλους σκοποὺς νὰ ἐκπληρώσῃ καὶ ὀφείλει εἰς ἐντελῶς ἰδιαιτέρας συνθήκας νὰ προσαρμοσθῇ.

«Εἶναι γνωστὴ ἡ ἀπόλυτος ἀνεπάρκεια τῶν γνώσεων, τὰς ὁποίας ἀπὸ τὰ γυμνάσια συναποφέρουν οἱ φοιτηταί, ὅσον ἀφορᾷ τὰς Θετικὰς Ἐπιστήμας. Διὰ τοῦτο ὁ συγγράφων βιβλίον σχετικὸν πρὸς τὰς Φυσικὰς Ἐπιστήμας καὶ προωρισμένον διὰ τοὺς Ἕλληνας φοιτητὰς ὀφείλει εἰς τὸ ἐλάχιστον νὰ περιορίσῃ τὰ ὡς γνωστὰ προϋποτιθέμενα, καί, εἰ δυνατόν, νὰ προχωρήσῃ εἰς τὴν ἔκθεσιν τοῦ θέματός του χωρὶς τὴν προϋπόθεσιν οὐδεμιᾶς εἰδικῆς γνώσεως. Πρέπει ὅμως ἐξ ἄλλου νὰ λάβῃ ὑπ' ὄψιν ὅτι ἀποτείνεται πρὸς ἀναγνώστας ἀνωτέρας διανοητικότητος, τῶν ὁποίων ἡ σκέψις, καλλιεργηθεῖσα ἔστω καὶ ἑτερομερῶς διὰ τῆς συμπληρώσεως τῆς μέσης ἐκπαιδεύσεως, δὲν ἠμπορεῖ νὰ ἱκανοποιηθῇ ἀπὸ τὴν ἐντελῶς στοιχειώδη ἔκθεσιν τῶν πραγμάτων, ὀφείλει δὲ συγχρόνως νὰ κρα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τήσῃ τὸ βιβλίον εἰς τὸ ὕψος τῶν ἀπαιτήσεων τῆς πανεπιστημιακῆς διδασκαλίας.

«Διὰ τοῦτο, ἐνῷ δὲν προϋπροθέτω διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ βιβλίου μου καμμίαν σχεδὸν εἰδικὴν γνῶσιν, καὶ κατὰ τὴν ἀπόδειξιν τῶν προτάσεων προϋποθέτω μόνον τὰς στοιχειωδεστάτας γνώσεις τῆς ἀλγέβρας καὶ τῆς ἐπιπέδου τριγωνομετρίας, προσπαθῶ ἐν τούτοις ἀπὸ ἀνωτέρας ἀπόψεως νὰ ἐκθέσω τὰ πράγματα λεπτολογῶν εἰς τὸν ἀκριβῆ καθορισμὸν καὶ τὴν διάκρισιν τῶν διαφόρων φυσικῶν ποσῶν καὶ ἐφιστῶν τὴν προσοχὴν ἐπὶ τῶν βαθυτέρων μεταξὺ αὐτῶν σχέσεων καὶ ἀναλογιῶν, προσέχων δὲ περισσότερον εἰς τὴν ἀκριβῆ διατύπωσιν τῶν γενικῶν νόμων παρὰ εἰς τὴν ἀπαρίθμησιν πολλῶν λεπτομερειῶν. Δὲν ἀποκρύπτω δὲ ἀπὸ τὸν ἀναγνώστην καὶ τὰς ἀναγκαίας ἐλλείψεις καὶ τὰ χάσματα τοῦ οἰκοδομήματος τῆς Φυσικῆς Γνώσεως, προερχόμενα πολλάκις μὲν ἐξ αὐτῆς τῆς φύσεως τῶν πραγμάτων καὶ τῶν πεπερασμένων ὁρίων τῆς ἀνθρωπίνης νοήσεως, πολλάκις δὲ ὡς ἐκ τῆς πάντοτε προχωρούσης ἐξελίξεως τῶν φυσικῶν θεωριῶν, κατὰ τὴν ὁποίαν πλεῖστα φαινόμενα καὶ γεγονότα δὲν κατορθώνεται ἀμέσως νὰ προσαρμοσθοῦν εἰς τὰ νέα πλαίσια.

«Μεγάλην σημασίαν ἀπέδωκα εἰς τὰς εἰκόνας καὶ τὰ σχήματα τοῦ βιβλίου καὶ δὲν ἐφείσθην κόπων σχεδιάσας αὐτὰ ὅλα μόνος, οὕτως ὥστε νὰ ἀποδίδουν ἐντελῶς τὴν σκέψιν μου. Αἱ εἰκόνες εἶναι σχηματικαί, καὶ αὐταὶ ἀκόμη αἱ παριστῶσαι ὄργανα καὶ συσκευάς, διότι μόνον κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἶναι δυνατὸν νὰ χωρισθῇ τὸ οὐσιῶδες ἀπὸ τοῦ ἐπουσιώδους, ἐνῷ συγχρόνως ἡ ἔλλειψις ἀνωφελῶν λεπτομερειῶν εὐκολωτέραν καθιστᾷ τὴν κατανόησιν.

«Τοιοῦτο-παραδίδω τὸ πρῶτον μέρος τοῦ βιβλίου μου εἰς τοὺς φοιτητὰς μὲ τὴν ἐλπίδα ὅτι κατὰ τὸ μέτρον του θὰ συντελέσῃ ὄχι τόσον εἰς τὸ νὰ ἀποκομίσουν πολλὰς γνώσεις, ὅσον εἰς τὸ νὰ προσοικειωθοῦν τὴν ἐπιστημονικὴν σκέψιν, ἡ ὁποία

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θὰ καταστήσῃ αὐτοὺς ἱκανοὺς καὶ μόνοι πλέον νὰ εὐρύνουν τὸν πνευματικόν των ὁρίζοντα».

Αἱ αὐταὶ ἀκριβῶς σκέψεις μὲ ὡδήγησαν καὶ κατὰ τὴν συγγραφὴν τῶν **Μαθημάτων Φυσικῆς**, τῶν ὁποίων ὁ πρῶτος τόμος, περιέχων τὴν **Γενικὴν Μηχανικὴν** (ἐπιτομὴν τοῦ Α'. τόμου τῆς **Φυσικῆς** μου) τὴν **Ἀκουστικὴν** καὶ τὴν **Θερμότητα**, τώρα ἐκδίδεται.

Τὸ βιβλίον τοῦτο, προοριζόμενον διὰ τοὺς πρωτοετεῖς Φοιτητὰς τῶν Φυσικῶν καὶ Μαθηματικῶν Ἐπιστημῶν καὶ τῆς Ἰατρικῆς, προσεπάθησα νὰ καταστήσω σύντομον, ὅσον ἡ σημερινὴ ἀνάπτυξις τῆς Φυσικῆς τὸ ἐπιτρέπει, καὶ εὔληπτον κατὰ τὸ δυνατόν. Διὰ τοῦτο καὶ εἰς ἐκεῖνα ἀκόμη τὰ μέρη, τὰ ὁποῖα εἰδικῶς προορίζονται διὰ τοὺς φοιτητὰς τῶν Φυσικῶν καὶ Μαθηματικῶν Ἐπιστημῶν καὶ εἶναι τυπωμένα μὲ μικρότερα στοιχεῖα, ἀπέφυγα τὴν χρῆσιν τῶν ἀνωτέρων μαθηματικῶν οὕτως ὥστε ὁλόκληρον τὸ βιβλίον νὰ εἶναι προσιτὸν εἰς τοὺς ἔχοντας τὴν γυμνασιακὴν μόρφωσιν.

Τὸ μέρος τοῦ βιβλίου, τὸ τυπωμένον μὲ μεγαλείτερα στοιχεῖα, ἀποτελεῖ καθ' ἑαυτὸ ἓν πλῆρες ὅλον, διὰ δὲ τὴν κατανόησιν αὐτοῦ δὲν εἶναι ἀναγκαία ἡ ἀνάγνωσις τοῦ μὲ μικρότερα στοιχεῖα τυπωμένου μέρους.

Εἰς τὴν **Γενικὴν Μηχανικὴν** ἔδωκα περισσοτέραν σχετικῶς ἔκτασιν, διότι τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως ὄχι μόνον αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ ἰδιαζόντως ἐνδιαφέρουν, ἀλλ' εἶναι καὶ τὰ **γνωριμώτατα** τῶν φαινομένων καὶ διὰ τοῦτο εἰς αὐτὰ ἀνάγομεν κατ' ἀναλογίαν τὰ ὀλιγώτερον γνώριμα εἰς ἡμᾶς φαινόμενα τῶν ἄλλων κεφαλαίων τῆς φυσικῆς. Ἡ γνῶσις τῶν μηχανικῶν φαινομένων ἀποτελεῖ οὕτω τὴν βάσιν πάσης φυσικῆς θεωρίας.

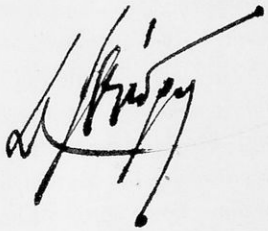
Ἀποβλέπων πρὸ παντὸς εἰς τὴν σαφήνειαν ἐθυσίασα χάριν αὐτῆς ἐν ἐπιγνώσει τὴν κομψότητα καὶ πυκνότητα τῆς φράσεως, μολονότι διόλου δὲν ὑποτιμῶ τὴν σημασίαν αὐτῶν, προσε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πάθησα δὲ ὅσον ἦτο δυνατὸν νὰ ἀποφύγω τὰ προωθύστερα, οὕτως ὥστε διὰ τὴν πλήρη κατανόησιν τοῦ βιβλίου νὰ ἐπαρκῇ ἡ γνῶσις τῶν ἐκάστοτε προηγουμένων μερῶν, καὶ διὰ συχνῶν παραπομπῶν ἐπεζήτησα νὰ συνδέσω τὰ διάφορα μέρη πρὸς ἄλληλα εἰς ἓν ὀργανικὸν ὅλον.

Τολμῶ νὰ ἐλπίσω ὅτι τὸ στοιχειῶδες τοῦτο βιβλίον, συμπληρούμενον προσεχῶς διὰ τοῦ δευτέρου τόμου, περιλαμβάνοντος τὴν **Ὀπτικὴν** καὶ τὸν **Ἠλεκτρισμόν,** θὰ ἀποβῇ χρήσιμον βοήθημα εἰς τοὺς φοιτητὰς καὶ τοὺς ἐν γένει μὲ τὴν **Φυσικὴν** ἀσχολουμένους.

Ἀθῆναι — Αὔγουστος 1922



1600

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ ΤΩΝ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σελ.

Ὁρισμὸς 1
Ὑποθέσεις 1
Φυσικὴ - Χημεία 2
Μετρήσεις 3
Μονάδες θεμελιώδεις καὶ παράγωγοι 3
Διαστάσεις τῶν ποσῶν 4
Ἀλλαγὴ μονάδων 5
Παράστασις τῶν φαινομένων 6
Διαστάσεις τῶν τύπων 9

Μέτρησις τοῦ χρόνου 10

Μέτρησις μηκῶν 12

Μονάδες 12
Μέτρησις δι' ἐπιθέσεως 13
Βερνιέρος 13
Μικρομετρικὸς κοχλίας 14
Καθετόμετρον 16
Μικρόμετρον Palmer 16
Σφαιρόμετρον 17
Διαιρετικὴ μηχανὴ 18

Μέτρησις γωνιῶν 19

Γωνιομετρικὸς κύκλος 19
Κυκλικὸς βερνιέρος 20
Διαιρετικὴ μηχανὴ διὰ κύκλους 20
Κατοπτρικὴ μέθοδος 21

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Κίνησις καὶ χῶρος 22
Ὑλικὰ σημεῖα, ὑλικὰ σώματα.—Διαίρεσις τῆς μηχανικῆς 23

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

ΚΙΝΗΤΙΚΗ

Τροχιὰ 24
Ταχύτης 24
Γραφικὴ παράστασις τῆς ταχύτητος 24
Ταχύτης καμπυλογράμμου κινήσεως 25
Σύνθεσις ταχυτήτων 26
Γεωμετρικὸν ἄθροισμα 26
Ἐπιτάχυνσις τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως 27
Νόμοι τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης εὐθυγράμμου κινήσεως 28

Περιοδικαὶ κινήσεις 29

Ἁρμονικὴ κίνησις 31
Φθίνουσα ἁρμονικὴ κίνησις 33
Περιοδικὴ κίνησις ἐν γένει 33

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Σύνθεσις ἁρμονικῶν κινήσεων. Σελ.

Κινήσεις ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας.

Κινήσεις τῆς αὐτῆς περιόδου 34
Κινήσεις διαφόρου περιόδου 35
Συγκροτήσεις 37
Ἀνάλυσις περιοδικῆς κινήσεως 38

Κινήσεις ἐπ᾽ εὐθειῶν καθέτων πρὸς ἀλλήλας.

Κινήσεις τῆς αὐτῆς περιόδου 39
Κινήσεις διαφόρου περιόδου 42

Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν καμπυλόγραμμον κίνησιν

Ὁρισμὸς τῆς ἐπιταχύνσεως 44
Σύνθεσις ἐπιταχύνσεων 45

ΣΤΑΤΙΚΗ

Δυνάμεις 45
Δυναμόμετρα 46
Γραφικὴ παράστασις τῶν δυνάμεων 47
Μετακίνησις δυνάμεως ἐπὶ τῆς εὐθείας της 47
Σύνθεσις δυνάμεων ἐνεργουσῶν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου 48
Σύνθεσις δύο δυνάμεων 48
Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων 50
Ἰσορροπία δυνάμεων 51

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Ἀξιώματα τοῦ Νεύτωνος 51
Ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας 51
Ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως 53
Ἀξίωμα διαλυτικὸν 53
Μᾶζα 54
Μονὰς καὶ διαστάσεις τῆς δυνάμεως 55
Ποσότης κινήσεως 55

Κίνησις ὑλικοῦ σημείου ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος

Νόμοι τῆς κινήσεως 56
Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων τῆς βαρύτητος — Σωλὴν τοῦ Νεύτωνος 57
Κεκλιμένον ἐπίπεδον 57
Μηχανὴ τοῦ Atwood 58
Μηχανὴ τοῦ Morin 61
Κίνησις σώματος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα. Κίνησις τῶν βλημάτων εἰς τὸ κενὸν 62
Ἐπίδρασις τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῆς τροχιᾶς τῶν βλημάτων 66

Φυγόκεντρος δύναμις

Νόμοι τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως 67
Πειραματικὴ ἀπόδειξις 68

Ἔργον καὶ ἐνέργεια 71
Ὁρισμὸς τοῦ ἔργου 71
Ἰσχὺς ἢ ἀπόδοσις 72
Ἔργον καὶ ἐνέργεια 73
Κινητικὴ ἐνέργεια 76

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

ΚΙΝΗΤΙΚΗ

Παράλληλος μετατόπισις 77
Στροφὴ περὶ ἄξονα 77
Γραφικὴ παράστασις τῶν περιστροφῶν 79

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΣΤΑΤΙΚΗ

Σελ.
Σύνθεσις δυνάμεων . . . 80
Δυνάμεις παράλληλοι καὶ ὁμόρροποι . . . 80
Δυνάμεις παράλληλοι καὶ ἀντίρροποι . . . 82
Ζεῦγος δυνάμεων . . . 83
Ροπὴ ζεύγους . . . 84
Παράστασις τῶν ζευγῶν διὰ τῶν ἀξόνων . . . 86
Σύνθεσις ζευγῶν . . . 86
Σύνθεσις οἱωνδήποτε δυνάμεων . . . 88
Ροπὴ δυνάμεως πρὸς ἄξονα . . . 89
Ροπὴ πολλῶν δυνάμεων πρὸς ἄξονα . . . 92
Ροπὴ δυνάμεως πρὸς σημεῖον . . . 93
Ροπὴ πολλῶν δυνάμεων πρὸς σημεῖον . . . 93

Πυκνότης

Ὁρισμὸς—Διαστάσεις . . . 93

Κέντρον βάρους—Κέντρον μάζης

Ὁρισμοὶ . . . 95
Ἐξάρτησις βαρέος σώματος ἀπὸ σημείου ἢ ἄξονος . . . 96
Στήριξις βαρέως σώματος ἐπὶ στερεᾶς ἐπιφανείας . . . 98
Πειραματικὴ εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους . . . 100
Κέντρον βάρους ἁπλῶν γεωμετρικῶν σωμάτων . . . 100

Ἁπλαῖ μηχαναί

Ὁρισμοὶ . . . 102
Μοχλὸς . . . 103
Κεκλιμένον ἐπίπεδον . . . 104
Κοχλίας . . . 105
Σφὴν . . . 106
Τροχαλία . . . 106
Πολύσπαστον . . . 107
Βαροῦλκον . . . 108
Διαφορικὸν βαροῦλκον . . . 108
Σύνθετον βαροῦλκον . . . 109
Ἀτέρμων κοχλίας . . . 109

Μέτρησις τῆς μάζης

Συνήθης ζυγός . . . 112
Ἀκρίβεια τοῦ ζυγοῦ . . . 113
Εὐπάθεια . . . 114
Σταθμὰ . . . 115
Ἐξέλεγξις τῆς ἀκριβείας τοῦ ζυγοῦ . . . 116
Στατὴρ ἢ Ρωμαϊκὸς ζυγός . . . 117
Γενικὴ συνθήκη τῆς ἰσορροπίας τοῦ ζυγοῦ . . . 118
Ζυγὸς Roberval . . . 119
Ζυγὸς δεκαπλασιαστικός . . . 120
. . . 121

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Κίνησις στερεοῦ περὶ ἄξονα . . . 122
Ροπὴ ἀδρανείας . . . 122
Ροπαὶ ἀδρανείας πρὸς διαφόρους παραλλήλους ἄξονας . . . 124
Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ ζεύγους . . . 124
Μέτρησις τῆς ἰσχύος μηχανῆς διὰ τοῦ χαλινοῦ τοῦ Prony . . . 125
Ἐνέργεια τῆς περιστροφικῆς κινήσεως . . . 127

Ἐκκρεμὲς

Φυσικὸν ἐκκρεμὲς . . . 128
Μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς . . . 128
. . . 131

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Προσδιορισμὸς τοῦ μήκους τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς. — Ἀντιστρεπτὸν Σελ. 131
ἐκκρεμὲς . . . 132
Ἄλλη μέθοδος. . . . 134
Ἐκκρεμὲς τοῦ Foucault . . . 135
Κίνησις ἐλευθέρων στερεῶν.
Κίνησις τοῦ κέντρου βάρους . . . 136
Ἐλεύθεροι ἄξονες . . . 137

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

Ὁρισμοί. . . . 137
Ὅριον ἐλαστικότητος. . . . 138
Νόμος τοῦ Hooke . . . 138
ΜΕΤΡΟΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ Η ΜΕΤΡΟΝ ΤΟΥ YOUNG
Ἐπιμήκυνσις συρμάτων . . . 139
Πειραματικὴ εὕρεσις τοῦ μέτρου τοῦ Young . . . 141
Μέτρα καὶ συντελεσταὶ ἐλαστικότητος . . . 142
Ὅριον ἐλαστικότητος. . . . 143
Ἐγκαρσία συστολή.—Λόγος τοῦ Poisson . . . 144
Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου . . . 144
Ἄκραι τιμαὶ τοῦ μ. . . . 145
Πειραματικὴ εὕρεσις τοῦ λόγου τοῦ Poisson . . . 146
Κάμψις ῥάβδων. . . . 147
Μεταβολὴ τοῦ σχήματος τῆς τομῆς κατὰ τὴν κάμψιν . . . 148
ΜΕΤΡΟΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΟΓΚΟΥ
ΜΕΤΡΟΝ ΟΛΙΣΘΗΣΕΩΣ Η ΣΤΡΕΨΕΩΣ
Η ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΜΕΤΡΟΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ
Ὁρισμὸς . . . 149
Στρέψις συρμάτων . . . 151
Περιστροφικαὶ αἰωρήσεις σωμάτων ἐξηρτημένων δι' ἐλαστικοῦ σύρματος 153
Εὕρεσις τοῦ μέτρου στρέψεως.— Στατικὴ μέθοδος. . . . 153
Δυναμικὴ μέθοδος . . . 154
Πειραματικὴ εὕρεσις τῆς ροπῆς ἀδρανείας . . . 155
ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ 157
ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΥΣΤΕΡΗΣΙΣ 157
ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΙΣ
Κροῦσις ἐν γένει . . . 159
Κεντρικὴ κροῦσις σφαιρῶν . . . 159

ΤΡΙΒΗ

Νόμοι τῆς τριβῆς.—Συντελεστὴς τριβῆς . . . 161
Γωνία τριβῆς . . . 164
Ἐσωτερικὴ τριβὴ στερεῶν. . . . 165

ΣΚΛΗΡΟΤΗΣ

ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΕΛΞΙΣ—ΔΥΝΑΜΙΚΟΝ

Νόμος τοῦ Νεύτωνος . . . 166
Ἕλξις σφαιρῶν . . . 167
Ἔργον τῶν ἑλκτικῶν δυνάμεων . . . 169
Δυναμικόν. . . . 170
Δυναμικὸν πολλῶν μαζῶν. . . . 170
ΔΥΝΑΜΙΚΟΝ ΠΕΔΙΟΝ
Ἰσοδυναμικαὶ ἐπιφάνειαι.—Δυναμικαὶ γραμμαὶ . . . 171
ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ k ΤΗΣ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑΣ ΕΛΞΕΩΣ
ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΤΗΣ ΓΗΣ
Μέθοδος τοῦ Bouguer. . . . 174
Μέθοδος Michell-Cavendish . . . 175

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Σελ.
Μᾶζα καὶ πυκνότης τῆς Γῆς 177
Μέθοδος τοῦ Jolly 178
Μέθοδος Richarz & Krigar-Menzel 179
Τιμὴ τῆς σταθερᾶς k καὶ τῆς πυκνότητος τῆς γῆς 181

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΠΛΑΝΗΤΩΝ ΠΕΡΙ ΤΟΝ ΗΛΙΟΝ

Νόμοι τοῦ Kepler 181

ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Στερεὰ-ὑγρὰ-ἀέρια 183

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Ὑδροστατικὴ πίεσις 185
Μονάδες πιέσεως 186
Ὑδροστατικὴ ἀρχὴ (Pascal) 187
Ὑδραυλικὸν πιεστήριον 189
Πίεσις ὑγρῶν εὑρισκομένων ἐντὸς δυναμικοῦ πεδίου 190
Σχῆμα τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας βαρέος ὑγροῦ 191
Μεταβολὴ τῆς πιέσεως μετὰ τοῦ βάθους 191
Πίεσις ἐπὶ οἱασδήποτε ἐπιφανείας 193
Μέτρησις τῆς πιέσεως διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης 194
Συμπίεσις τῶν ὑγρῶν 195
Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους 198
Θεωρητικὴ ἀπόδειξις 198
Πειραματικὴ ἀπόδειξις 199
Ἰσορροπία στερεῶν ἐντὸς ὑγρῶν 201
Ἰσορροπία ὑγρῶν μὴ μιγνυομένων 203
Συγκοινωνοῦντα ἀγγεῖα 204
Εὕρεσις τῆς πυκνότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν 205
Πυκνότης τῶν στερεῶν 206
Μέθοδος τῆς ληκύθου 206
Μέθοδος τῆς ἀνώσεως 207
Πυκνότης τῶν ὑγρῶν 208
Μέθοδος τῆς ληκύθου 208
Μέθοδος τῆς ἀνώσεως 209
Ἀραιόμετρα 210

ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Γραμμαὶ ροῆς-Ὑγραὶ φλέβες 213
Ἐσωτερικὴ τριβή 213
Ἰξῶδες τῶν ὑγρῶν-Συντελεστὴς ἐσωτερικῆς τριβῆς 213
Προσδιορισμὸς τοῦ συντελεστοῦ ἐσωτερικῆς τριβῆς 215
Ροὴ διὰ στενῶν σωλήνων-Νόμος τοῦ Poiseuille 215
Μεταβολὴ τῆς πιέσεως κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος 217
Ἤρεμος καὶ στροβιλώδης κίνησις τῶν ὑγρῶν-Ὑδροδυναμικὴ καὶ ὑδραυλικὴ 219
Ἐκροὴ τῶν ὑγρῶν ἐξ ὀπῆς 221

ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Ἀεροστατικὴ πίεσις 223
Ἀεροστατικὴ ἀρχὴ 223
Πίεσις ἀερίων ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικοῦ δυναμικοῦ πεδίου 224
Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις 224
Μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους 226
Βαρόμετρα ὑδραργυρικά 230
Βαρόμετρα μεταλλικά 232
Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους 233
Νόμοι τῶν ἀερίων 234
Νόμος Mariotte-Boyle 234
Νόμος Gay-Lussac 237

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Σελ.

Εὕρεσις τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων 238
Ἀπόλυτος πυκνότης 238
Σχετικὴ πυκνότης 239

ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Θέμα τῆς ἀεροδυναμικῆς 241
Πειραματικὸς προσδιορισμὸς τῶν δυνάμεων 242
Γραφικὴ παράστασις τῶν συντελεστῶν 243
Σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως 244
Κίνησις τοῦ ἀερίου περὶ τὸ σῶμα 245
Ἰχθυοειδῆ σώματα 247
Ἐσωτερικὴ τριβή 248
Ὀλίσθησις 249

ΜΙΚΤΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

Μανόμετρα 249
Μανόμετρα ἀνοικτὰ μὲ ὑγρὰν στήλην 249
Μανόμετρα κλειστὰ μὲ ἔγκλειστον ἀέριον 251
Μανόμετρα διὰ μικρὰς πιέσεις 251
Μανόμετρα μεταλλικά 253
Ὀγκόμετρον 254
Σίφων 255

Ὁμοιόμορφος ροὴ ὑγρῶν.

Δοχεῖον Mariotte - Ὑπερπληρες δοχεῖον 256

ΑΝΤΛΙΑΙ

Ὑδραντλίαι 259
Ἀντλίαι μὲ ἔμβολον 259
Ἀναρροφητικὴ ἀντλία 259
Καταθλιπτικὴ ἀντλία 260
Ἀντλία μικτὴ 260
Πυροσβεστικὴ ἀντλία 261
Ἄλλοι τύποι ἀντλιῶν 261
Ἀντλία φυγοκεντρικὴ 261
Ἀντλία μὲ ἔκκεντρον τύμπανον 262
Ὑδραυλικὸς κριός 262

Ἀεραντλίαι. 266
Ἀντλίαι μὲ ἔμβολον 266
Πρώτη μορφὴ τῆς ἀντλίας 266
Ἀντλίαι μὲ ἔλαιον 269
Περιστροφικαὶ ἀντλίαι 271
Ὑδροδυναμικαὶ ἀντλίαι 271
Ἀντλία Geissler - Töpler 271
Ἀντλία Sprengel 273
Περιστροφικαὶ ἀντλίαι 273
Μορφὴ ἀντλίας Gäde 276

ΑΕΡΟΠΛΟΪΑ

Στατικὴ καὶ δυναμικὴ ἀνύψωσις 276
Ἐλεύθερα ἀερόστατα 276
Πλῆρες καὶ ἡμιπλῆρες ἀερόστατον 277
Νόμος τοῦ ἕρματος 280
Πηδαλιουχούμενα ἀερόστατα 281
Ταχύτης 281
Δυναμικὴ εὐστάθεια. Οὐραῖον πτέρωμα 282
Κυβέρνησις. Πηδάλια 283
Ἀεροπλάνα 283
Ἀετός 283
Ἀεροπλάνον 284
Προωστικαὶ ἕλικες 286

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΚΗ ΤΑΣΙΣ—ΤΡΙΧΟΕΙΔΕΣ

Σελ.
Ἐπιφανειακὴ τάσις . . . 289
Φαινόμενα σχετικὰ μὲ τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν . . . 290
Πίεσις ἐκ τῆς καμπυλότητος τῆς ἐπιφανείας . . . 291
Σταγόνες, πομφόλυγες, ὑγρὰ ὑμένια . . . 292
Φαινόμενα κατὰ τὴν ἐπαφὴν δύο ἢ περισσοτέρων ὑγρῶν . . . 294
Τριχοειδὲς . . . 295
Γωνία συνεπαφῆς . . . 295
Μεταβολὴ τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ ἐντὸς στενοῦ σωλῆνος. 297
Μεταβολὴ τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ ἐντὸς στενῆς σχισμῆς. 299
Ἐπίδρασις φυσαλίδων ἀερίου ἐπὶ τῆς κινήσεως ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος . . . 300
Μέτρησις τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως καὶ τῆς σταθερᾶς τριχοειδοῦς . . . 300

ΔΙΑΛΥΣΙΣ—ΔΙΑΧΥΣΙΣ—ΩΣΜΩΣΙΣ

Διαλύματα . . . 302
Διαλύματα ἀερίων ἐντὸς ὑγρῶν . . . 302
Διαλύματα ὑγρῶν ἐντὸς ὑγρῶν. Μῖξις . . . 303
Διαλύματα στερεῶν ἐντὸς ὑγρῶν . . . 304
Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ διαλυτικοῦ μέσου . . . 304
Ἀκριβέστερος ὁρισμὸς τῆς περιεκτικότητος . . . 305
Διάχυσις . . . 306
Ὠσμωσις—Διαπίδυσις . . . 307

ΩΣΜΩΤΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

Ὁρισμὸς τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως . . . 309
Σχέσις τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως πρὸς τὴν περιεκτικότητα . . . 309
Ἀναλογία πρὸς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων . . . 310

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

Ὁρισμὸς . . . 312
Μουσικὸς φθόγγος καὶ κρότος . . . 312

ΣΧΕΣΕΙΣ ΥΨΟΥΣ ΤΩΝ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΦΘΟΓΓΩΝ

Ὕψος καὶ συχνότης . . . 314
Προσδιορισμὸς τῆς συχνότητος . . . 315
Σειρὴν Seebeck . . . 315
Σειρὴν Cagniard de la Tour . . . 315
Ὀδοντωτὸς τροχὸς τοῦ Savart . . . 316
Διαπασῶν . . . 316
Στροβοσκοπικὴ μέθοδος . . . 316
Μέθοδος τοῦ Lissajoux . . . 317
Χορδαί . . . 318
Μανομετρικαὶ φλόγες τοῦ König . . . 319
Ὅρια συχνότητος καὶ ἐλαχίστη διάρκεια τῶν ἀκουστῶν ἤχων . . . 319
320

ΜΟΥΣΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ—ΚΛΙΜΑΚΕΣ

Μουσικὰ διαστήματα . . . 321
Πυθαγόρειος κλῖμαξ . . . 322
Φυσικὴ κλῖμαξ . . . 323
Κύκλος τῶν πέμπτων . . . 325
Συγκεκραμένη κλῖμαξ . . . 326
Μείζων καὶ ἐλάσσων κλῖμαξ . . . 326
Πίναξ μουσικῶν διαστημάτων . . . 327

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Σελ.

Ἀπόλυτον ὕψος τῶν μουσικῶν φθόγγων 328
Ἁρμονικοὶ φθόγγοι 329

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΚΥΜΑΤΩΝ

Ὁρισμὸς τοῦ κύματος 330
Διάδοσις τοῦ ἤχου ἐντὸς ἰσοτρόπου ἐλαστικοῦ μέσου 333

ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

Ὁρισμὸς 337
Διάφορα εἴδη κυμάτων 338
Στάσιμα κύματα 338
Στοιχειώδης θεωρία τοῦ Huyghens 341
Περίθλασις 342
Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου 342
Διάθλασις 344
Μεταβολὴ τῆς φάσεως κατὰ τὴν ἀνάκλασιν 345

ΤΑΧΥΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΕΩΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

Σχέσις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου πρὸς τὰς μηχανικὰς σταθερὰς τοῦ μέσου 345

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΟΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα 348
Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς διάφορα ἀέρια 349
Ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς ὑγρῶν 351
Ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς στερεῶν 351

ΕΝΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

Ἔντασις τοῦ ἤχου καὶ μεταβολὴ αὐτῆς κατὰ τὴν διάδοσιν 353
Ἀπορρόφησις τοῦ ἤχου 355

ΠΟΙΟΝ Η ΧΡΟΙΑ ΤΩΝ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

Ὁρισμὸς — Φυσικὰ αἴτια 356
Τὰ τρία χαρακτηριστικὰ τῶν μουσικῶν φθόγγων 357

ΑΡΧΗ DOPPLER — FIZEAU

Ἐπίδρασις τῆς κινήσεως ἐπὶ τοῦ ὕψους τοῦ ἤχου 357

ΠΗΓΑΙ ΤΩΝ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

Χορδαὶ

Ὁρισμὸς — Νόμοι τῆς κινήσεως 359
Ἁρμονικοὶ φθόγγοι 363
Χροιὰ τοῦ ἤχου τῶν χορδῶν 364

Ράβδοι

. 365

Μεμβράναι καὶ πλάκες

Ὁρισμοὶ — Δεσμικαὶ γραμμαὶ 365
Φωνογράφος 368
Κώδωνες 368

Ἠχητικοὶ σωλῆνες

Διέγερσις 369
Ἀνοικτοὶ σωλῆνες 371
Κλειστοὶ σωλῆνες 372
Ἀντηχεῖα 373
375

ΣΥΝΗΧΗΣΙΣ Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΗ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΑΚΟΗ

Τὸ αἰσθητήριον 376
Λειτουργία τοῦ αἰσθητηρίου 380
Προσδιορισμὸς τῆς διευθύνσεως ἐκ τῆς ὁποίας προέρχεται ὁ ἦχος . . . 382

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

§ 1. ***Ἡ Φυσική,*** μία τῶν θετικῶν λεγομένων ἐπιστημῶν, θέμα ἔχει τὴν ἔρευναν τῶν *φαινομένων*, τῶν μεταβολῶν δηλ. αἱ ὁποῖαι ἐπέρχονται εἰς τὸν ἀντικειμενικὸν κόσμον. Ὡς θετικὴ ἐπιστήμη, ἐπιστήμη ἐκ τῶν ὑστέρων, βασίζεται ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως, καὶ μάλιστα ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως κυρίως φαινομένων, τῶν ὁποίων τὰς συνθήκας κατὰ τὸ ἐνὸν αὐτὸς ὁ παρατηρητὴς ρυθμίζει, δηλαδὴ ἐπὶ τοῦ πειράματος. Ὅπως δὲ κάθε ἐπιστήμη ἄξια τοῦ ὀνόματος, οὕτω καὶ ἡ Φυσικὴ δὲν περιορίζεται εἰς τὴν ἁπλῆν καταγραφὴν γεγονότων, ἀλλὰ προσπαθεῖ νὰ ὑπαγάγῃ τὰ ἀποτελέσματα τῶν καθ' ἕκαστα πειραμάτων εἰς νόμους ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον γενικοὺς ἀνευρίσκουσα τὰς σχέσεις, αἱ ὁποῖαι συνδέουν τὰ διάφορα φαινόμενα πρὸς ἄλληλα.

§ 2. ***Ὑποθέσεις.*** Σπουδαιότατον βοήθημα διὰ τὴν ταξινόμησιν τοῦ μεγίστου ἐκ τῆς παρατηρήσεως ὑλικοῦ εἶναι αἱ ὑποθέσεις. Ἡ ὑπόθεσις ἠμπορεῖ νὰ χαρακτηρισθῇ ὡς ἀπόπειρα ἐξηγήσεως τῶν φαινομένων δι' ἄλλων ἁπλουστέρων ἢ μᾶλλον γνωστοτέρων· εἶναι, κυρίως εἰπεῖν, πρᾶξις οἰκονομίας τῆς σκέψεως, ἡ ὁποία πολλάκις πολὺ μικρὰν σχέσιν ἔχει πρὸς τὴν πραγματικότητα. Ἐξ αὐτῆς ἀκριβῶς τῆς οὐσίας τῆς ὑποθέσεως ἕπεται, ὅτι αὕτη τόσον σκοπιμωτέρα εἶναι, ὅσον περισσότερα φαινόμενα περιλαμβάνει εἰς τὴν αὐτὴν ἐνιαίαν ἐξήγησιν.

Δὲν περιορίζεται ὅμως εἰς τοῦτο μόνον ἡ ὑπόθεσις, ἀλλ' ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον ἔχει καὶ εὑρετικὸν χαρακτῆρα· δὲν περιγράφει δηλ. ἁπλῶς τὰ φαινόμενα χάριν τῶν ὁποίων ἔγινε, ἀλλ' ἐξ αὐτῆς διὰ παραγωγῆς ὁ θεωρητικὸς προλέγει νέα φαινόμενα καὶ ἡ ὀρθότης τῶν συμπερασμάτων του ὑπόκειται εἰς τὸν πειραματικὸν ἔλεγχον. Ἂν ὁ ἔλεγχος ἀποβῇ ἀρνητικός, σημεῖον ὅτι ἡ ὑπόθεσις δὲν ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα καὶ πρέπει νὰ ἀπορριφθῇ. Ἡ ἐπιστήμη ἐν τούτοις πολλάκις καὶ τοιαύτας ὑποθέσεις ἐξακολουθεῖ νὰ κρατῇ, ἐν γνώσει τῆς ἀνεπαρκείας των, διὰ καθαρῶς πρακτικοὺς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λόγους, ὡς μνημονικοὺς τρόπον τινὰ κανόνας περιλαμβάνοντας ὑπὸ ἁπλοῦν τύπον ὡρισμένην ὁμάδα φαινομένων.

Ἂν ὅμως ὁ πειραματικὸς ἔλεγχος τῶν θεωρητικῶν συμπερασμάτων τῆς ὑποθέσεως ἀποβῇ θετικός, ἡ ὑπόθεσις ἀποκτᾷ ἕνα ἐπὶ πλέον τίτλον δικαιολογοῦντα τὴν παραδοχὴν αὐτῆς καὶ ἡ ἐσωτερικὴ ἀξία ὑποθέσεώς τινος εἶναι ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλυτέρα, ὅσον ὁ ἀριθμὸς τῶν φαινομένων τὰ ὁποῖα ἐξηγεῖ αὐξάνει. Διότι βεβαίως τοῦτο εἶναι ἀπόδειξις ὅτι ἡ ὑπόθεσις εἶναι πιστὴ εἰκὼν τῆς πραγματικότητος, ὅσον τοὐλάχιστον αὕτη μέχρι τῆς στιγμῆς εἶναι γνωστή. Ἡ ὑπόθεσις, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον αὐτὸ τῆς ἐξελίξεως, ὀνομάζεται θεωρία, καὶ ἐπειδὴ κατ' ἀνάγκην ἡ ἀνθρωπίνη γνῶσις περιορίζεται εἰς εἰκόνας, σχέσεις καὶ ἀναλογίας χωρὶς ποτὲ νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ εἰσδύσῃ εἰς τὴν οὐσίαν τῶν πραγμάτων, αἱ ἑκάστοτε φυσικαὶ θεωρίαι ἀποτελοῦν τὴν μόνην ἀληθῆ βάσιν τῆς γνώσεως.

§ 3. ***Φυσικὴ—Χημεία.*** Ὅσα μέχρι τοῦδε εἴπομεν διὰ τὴν Φυσικὴν ἰσχύουν καί διὰ τὴν ἀδελφὴν αὐτῆς ἐπιστήμην, τὴν Χημείαν. Ὁ παλαιὸς κατ' ἀρχὴν χωρισμὸς τῶν δύο τούτων ἐπιστημῶν δὲν εἶναι δυνατὸν πλέον νὰ στηριχθῇ. Ἡ ἔρευνα τῶν φαινομένων ἔδειξεν ὅτι δὲν ὑπάρχει σαφὲς καὶ συγκεκριμένον ὅριον μεταξὺ φυσικῶν καὶ χημικῶν φαινομένων.

Ὁ χωρισμὸς τῶν δύο ἐπιστημῶν εἶναι καθαρῶς τεχνητὸς ὅπως τεχνητὸς εἶναι ὁ χωρισμὸς τῆς Χημείας εἰς ἀνόργανον καὶ ὀργανικήν. Ὅσον ἡ ἔρευνα εἰσδύει βαθύτερον εἰς τὰ φαινόμενα καὶ τὰς σχέσεις αὐτῶν, τόσον τὰ ὅρια τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας συγχέονται. Αὐτὴ ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας ὑγροῦ ἄνευ ἀλλαγῆς καταστάσεως, φαινόμενον τυπικῶς φυσικόν, θὰ ἔπρεπεν ἐν τούτοις, κατὰ τὸν παλαιὸν ὁρισμὸν τῆς Χημείας, νὰ θεωρηθῇ ὡς χημικὸν φαινόμενον, διότι πολλάκις ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας συνεπάγεται πολυμερισμόν, δηλ. ἀλλαγὴν τοῦ μορίου τοῦ θεωρουμένου ὑγροῦ.

Ὥστε ὁ ὁρισμὸς τῆς Φυσικῆς, ὡς τῆς ἐπιστήμης τῆς ἐρευνώσης τὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ἀφίνουν ἄθικτον τὸ μόριον τῶν σωμάτων, δὲν ἠμπορεῖ πλέον νὰ θεωρηθῇ ἀκριβής. Ὑπάρχουν φαινόμενα μὲ ἐκπεφρασμένον φυσικὸν ἢ χημικὸν χαρακτῆρα, ὅπως π. χ. ἡ μαγνήτισις σιδηρᾶς ράβδου, ἡ παραγωγὴ θειϊκοῦ χαλκοῦ καὶ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος ἐξ ἀνθρακικοῦ χαλκοῦ καὶ θειϊκοῦ ὀξέος,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑπάρχουν ὅμως καὶ πλεῖστα φαινόμενα μὲ μικτὸν χαρακτῆρα, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν συνεχῆ μετάβασιν ἀπὸ τὰ τυπικῶς φυσικὰ εἰς τὰ τυπικῶς χημικὰ φαινόμενα.

§ 4. ***Μετρήσεις.*** Ἡ ἔρευνα τῶν φαινομένων, τῶν ἐν τῇ φύσει μεταβολῶν, τότε μόνον εἶναι σοβαρὰ καὶ ἀξία λόγου, ὅταν δὲν περιορίζεται εἰς τὴν ποιοτικὴν περιγραφὴν ἀλλὰ παρακολουθεῖ ποσοτικῶς τὴν ἐξέλιξιν αὐτῶν, καὶ διὰ τοῦτο ἓν τῶν σπουδαιοτέρων μερῶν τῆς Φυσικῆς ἀποτελοῦν αἱ μετρήσεις. Καλεῖται δὲ μέτρησις ἡ σύγκρισις ἑνὸς ποσοῦ πρὸς ἄλλο *ὁμοειδές*, τὸ ὁποῖον κατὰ συνθήκην λαμβάνεται ὡς μονάς, μέτρον δὲ τοῦ ποσοῦ εἶναι ὁ λόγος αὐτοῦ πρὸς τὴν μονάδα.

§ 5. ***Μονάδες θεμελιώδεις καὶ παράγωγοι.*** Φανερὸν εἶναι ὅτι ὅσων εἰδῶν ποσὰ ἔχομεν τόσας ἔχομεν καὶ μονάδας. Διὰ τοῦτο, ἕνεκα τοῦ πλήθους τῶν μονάδων, ἐπιβάλλεται, πρὸς ἀποφυγὴν συγχύσεως, ὁ καθορισμὸς συστήματος μονάδων τοιούτου, ὥστε ἡ αὐθαιρεσία περὶ τὴν ἐκλογὴν αὐτῶν νὰ περιορίζεται εἰς τὸ ἐλάχιστον. Πρὸς τοῦτο ὁρίζομεν αὐθαιρέτως μονάδας τινάς, ὅσον τὸ δυνατὸν ὀλιγωτέρας, τὰς θεμελιώδεις, καὶ ἐξ αὐτῶν παράγομεν τὰς λοιπὰς ἐπὶ τῇ βάσει τῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι συνδέουν τὰ διάφορα ποσά.

Αἱ θεμελιώδεις μονάδες ὑπό τινας ἐπιφυλάξεις ἠμποροῦν νὰ περιορισθοῦν εἰς τρεῖς καὶ ὡς τοιαῦται συνήθως λαμβάνονται αἱ μονάδες τοῦ μήκους, τῆς μάζης καὶ τοῦ χρόνου καὶ μάλιστα ὡς μονὰς μήκους τὸ ἑκατοστόμετρον, cm, δηλ. $\frac{1}{100}$ τοῦ Μέτρου (1), ὡς μονὰς μάζης τὸ γραμμάριον (2), gr., ὡς μονὰς τέλος τοῦ χρόνου

---

(1) Τὸ μέτρον κατὰ τὸν ἀρχικὸν ὁρισμὸν τῆς Γαλλικῆς Ἐθνοσυνελεύσεως, 30 Μαρτίου 1791, εἶναι τὸ $\frac{1}{40\,000\,000}$ ἑνὸς οἱουδήποτε μεσημβρινοῦ τῆς γῆς, πράγματι ὅμως τὸ σημερινὸν μέτρον παρέχεται ἀπὸ τὸ πρότυπον τὸ φυλασσόμενον εἰς τὸ Bureau International des Poids et Mesures εἰς τὰς Sèvres.

(2) Ἐπίσης τὸ γραμμάριον, κατὰ τὸν ἀρχικὸν ὁρισμόν, εἶναι ἡ μᾶζα ἑνὸς κυβικοῦ ἑκατοστομέτρου ὕδατος θερμοκρασίας 4° Κελσίου, πράγματι ὅμως εἶναι τὸ $\frac{1}{1000}$ τοῦ προτύπου Χιλιογράμμου (Kg) τοῦ φυλασσομένου εἰς τὸ Bureau Int. des P. et M.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ δευτερόλεπτον μέσου ἡλιακοῦ χρόνου, sec, δηλ. τὸ $\frac{1}{86\,400}$ τῆς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας.

Τὸ ἐπὶ τῆς βάσεως ταύτης στηριζόμενον σύστημα παρίσταται διὰ τοῦ συμβόλου CGS (centimètre, gramme, seconde). Αἱ λοιπαὶ μονάδες παράγονται ἀπὸ τὰς θεμελιώδεις διὰ συνδυασμοῦ αὐτῶν. Οὕτω π.χ. μονὰς ἐπιφανείας εἶναι τὸ τετράγωνον τὸ ἔχον πλευρὰν τὴν μονάδα τοῦ μήκους, τὸ τετραγωνικὸν ἑκατοστὸν, μονὰς ὄγκου ὁ κῦβος μὲ πλευρὰν τὴν μονάδα τοῦ μήκους, τὸ κυβικὸν ἑκ., μονὰς πυκνότητος ἡ πυκνότης σώματος περιέχοντος τὴν μονάδα τῆς μάζης εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου, μονὰς ταχύτητος ἡ ταχύτης κινητοῦ διανύοντος μὲ ὁμαλὴν κίνησιν τὴν μονάδα τοῦ μήκους εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου κ. λ.

§ 6. ***Διαστάσεις τῶν ποσῶν.*** Πᾶν φυσικὸν ποσὸν εὑρίσκεται εἰς ὡρισμένην σχέσιν πρὸς τὰ θεμελιώδη καὶ δύναται νὰ παρασταθῇ ὡς συνάρτησις αὐτῶν. Οὕτω π. χ. εἶναι

$$\text{Ἐπιφάνεια} = \text{Μῆκος} \times \text{Μῆκος}$$

$$\text{Ὄγκος} = \text{Ἐπιφάνεια} \times \text{Μῆκος}$$

$$= \text{Μῆκος} \times \text{Μῆκος} \times \text{Μῆκος}$$

$$\text{Πυκνότης} = \frac{\text{Μᾶζα}}{\text{Ὄγκος}} = \frac{\text{Μᾶζα}}{\text{Μῆκος} \times \text{Μῆκος} \times \text{Μῆκος}}$$

$$\text{Ταχύτης} = \frac{\text{Μῆκος}}{\text{Χρόνος}}$$

Ἂν παραστήσωμεν Μῆκος, Μᾶζαν, Χρόνον διὰ τῶν συμβόλων L M, T (Longueur, Masse, Temps) αἱ ἀνωτέρω σχέσεις ἠμποροῦν νὰ γραφοῦν συμβολικῶς.

$$[\text{Ἐπιφάνεια}] = [L^2]$$

$$[\text{Ὄγκος}] = [L^3]$$

$$\left[\text{Πυκνότης}\right] = \left[\frac{M}{L^3}\right] = \left[M\ L^{-3}\right]$$

$$\left[\text{Ταχύτης}\right] = \left[\frac{L}{T}\right] = \left[L\ T^{-1}\right]$$

Οἱ ἐκθέται τῶν θεμελιωδῶν ποσῶν εἰς τοὺς συμβολικοὺς τούτους τύπους ὀνομάζονται *διαστάσεις τῶν ποσῶν*, αἱ δὲ ἀγκύλαι ση-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μαίνουν ὅτι ἡ σχέσις δὲν εἶναι ποσοτικὴ ἀλλὰ ποιοτική. Π. χ. ὁ τύπος

$$[\text{Ἐπιφάνεια}] = [L^2]$$

σημαίνει ὅτι τὸ ἐμβαδὸν ἐπιφανείας εὑρίσκεται διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἑνὸς μήκους ἐπὶ ἄλλο μῆκος, ἢ ὅτι ἡ ἐπιφάνεια εἶναι δευτέρας διαστάσεως ὡς πρὸς τὸ μῆκος. Ἂν λάβωμεν δὲ ὑπ' ὄψιν ὅτι

$$M^0 = 1 \qquad T^0 = 1$$

γράφομεν

$$[\text{Ἐπιφάνεια}] = [L^2\ M^0\ T^0]$$

ἤτοι ἡ ἐπιφάνεια ἔχει τὰς διαστάσεις 2, 0, 0,.

Ὁμοίως ἔχομεν ἕνεκα τοῦ τύπου $M^1 = M$

$$[\text{Πυκνότης}] = [L^{-3}\ M^1\ T^0]$$

ἤτοι ἡ πυκνότης ἔχει διαστάσεις $-3, +1,\ 0$.

Εὐνόητον ὅτι οἱ ἀφηρημένοι ἀριθμοὶ ἔχουν διαστάσεις 0, 0, 0.

§ 7. ***Ἀλλαγὴ μονάδων.*** Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ ποσοῦ τινος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν μονάδα πρὸς τὴν ὁποίαν τὸ συγκρίνομεν.

Ἔστω A ἡ τιμὴ ποσοῦ τινος μετρουμένου μὲ τὴν μονάδα μ καὶ μ_1 ἡ τιμὴ τῆς μονάδος τὴν ὁποίαν ἐκλέγομεν πρὸς σύγκρισιν, (μετρουμένης μὲ τὴν αὐτὴν μονάδα μ). Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ ποσοῦ ὡς πρὸς τὴν μονάδα μ_1 εἶναι.

1) $$A_1 = \frac{A}{\mu_1}$$

Ἂν δὲ πρὸς σύγκρισιν λάβωμεν μονάδα τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ ὡς πρὸς τὴν μ εἶναι μ_2 ἔχομεν ἀναλόγως

2) $$A_2 = \frac{A}{\mu_2}$$

ὅθεν

3) $$\frac{A_1}{A_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

ἤτοι ὁ λόγος τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν ποσοῦ τινος εἶναι ἀντίστροφος τοῦ λόγου τῶν μονάδων πρὸς τὰς ὁποίας τὸ συγκρίνομεν.

Οὕτω π. χ. εἶναι:

$$10 \text{ μέτρα} = 10 \times 100 \text{ ἑκατοστὰ διότι } \frac{\text{μέτρον}}{\text{ἑκ.}} = 100$$

$$\alpha \text{ ὧραι} = \alpha \times 3600 \text{ δευτερόλ. διότι } \frac{\text{ὥρα}}{\text{δευτερόλ.}} = 3600$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 8. ***Παράστασις τῶν Φαινομένων.*** Ὅταν δύο ἢ περισσότερα ποσὰ συνδέωνται διὰ φυσικῆς σχέσεως, πᾶσα μεταβολὴ τοῦ ἑνὸς ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῶν ἄλλων καὶ ἐπιφέρει ἀναλόγους μεταβολάς. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα τῶν φαινομένων συνίσταται εἰς τὴν εὕρεσιν τῶν ἀντιστοίχων τιμῶν τῶν θεωρουμένων ποσῶν.

Ἂς θεωρήσωμεν διὰ τὴν ἁπλότητα ἓν κινητὸν κινούμενον ἐνώπιον ἠριθμημένου κανόνος. Ἡ ἔρευνα τοῦ φαινομένου τῆς κινήσεως συνίσταται εἰς τὸν καθορισμὸν τῶν θέσεων, τὰς ὁποίας τὸ κινητὸν κατέχει εἰς διαφόρους ἀλληλοδιαδόχους στιγμάς. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς ἐρεύνης δύναται νὰ παρασταθῇ διὰ πίνακος π. χ. ὡς ἑξῆς.

Χρόνος	0″	1″	2″	3″	4″	5″
Θέσις κινητοῦ	10	12	18	28	42	60 cm

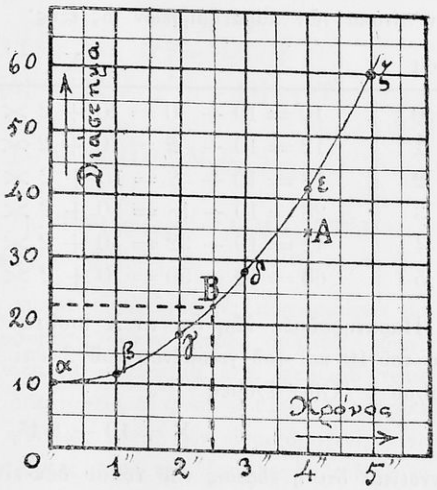
Ὁ πίναξ οὗτος ἀποδίδει μὲν ἀκριβῶς τὰς παρατηρήσεις μας, ἀλλὰ δὲν μᾶς δίδει ἀμέσως σαφῆ ἰδέαν τῆς πορείας τοῦ φαινομένου.

Πολὺ εὐκρινεστέρα εἶναι ἡ γραφικὴ παράστασις. Λαμβάνομεν (σχ. 1) χιλιοστομετρικὸν χάρτην, δηλ. διῃρημένον κατὰ δύο καθέτους πρὸς ἀλλήλας διευθύνσεις εἰς χιλιοστά, καὶ ἀρχόμενοι ἀπὸ ἑνὸς ὡρισμένου σημείου θεωροῦμεν τὴν μὲν δι' αὐτοῦ διερχομένην ὁριζοντίαν γραμμὴν ὡς ἄξονα τοῦ χρόνου, τὴν δὲ κατακόρυφον ὡς ἄξονα τῶν διαστημάτων καὶ λαμβάνοντες κατάλληλα μήκη ὡς μονάδας γράφομεν ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ χρόνου τοὺς ἀριθμοὺς 0, 1, 2, κ. λ. παριστῶντας τὰ δευτερόλεπτα, ἐπὶ δὲ τοῦ ἄξονος τῶν διαστημάτων τοὺς ἀριθμοὺς 0, 10, 20, 30 κ. λ, παριστῶντας ἑκατοστόμετρα. Ἕκαστον ζεῦγος τιμῶν τοῦ χρόνου καὶ τοῦ διαστήματος ὁρίζει τώρα ἐπὶ τοῦ διῃρημένου χάρτου ἓν σημεῖον. Σημειώνομεν λοιπὸν τὰ σημεῖα α (0″, 10 cm), β (1″, 12 cm), γ (2″, 18 cm) κ. λ. τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰς παρατηρήσεις μας, καὶ ἐπειδὴ τὸ φαινόμενον εἶναι συνεχὲς ἑνώνομεν τὰ σημεῖα α β...ζ διὰ καμπύλης ὅσον τὸ δυνατὸν ὁμαλῆς καὶ ἀπηλλαγμένης γωνιῶν ἢ ἀποτόμων καμπῶν. Ἡ γραμμὴ αὕτη παριστᾷ τὴν πορείαν τοῦ φαινομένου. Ἂν π. χ. θέλωμεν νὰ ἴδωμεν ποῦ εὑρίσκεται τὸ κινητὸν $2^1/_2$″ μετὰ τὴν ἐκκίνησίν του, φέρομεν ἐκ τοῦ σημείου 2,5 τοῦ ἄξονος τοῦ χρόνου κατακόρυφον μέχρις ὅτου συναντήσῃ τὴν καμπύλην καὶ ἐκ τοῦ σημείου τῆς συναντήσεως Β ὁριζοντίαν μέχρι τοῦ ἄξονος τῶν δια-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στημάτων· αὕτη συναντᾷ τὸν ἄξονα εἰς τὸ σημεῖον 22,5 ἄρα τὸ κινητὸν κατὰ τὸν χρόνον 2,5″ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν 22,5 cm.

Δὲν εἶναι ὅμως τοῦτο μόνον τὸ προσὸν τῆς γραφικῆς παραστάσεως. Ἡ ὁμαλότης τῆς εὑρεθείσης καμπύλης μᾶς δίδει πολλάκις τὸ μέτρον τῆς ἀκριβείας τῶν παρατηρήσεών μας, ἢ μᾶς ὑποδεικνύει εἰς ποῖον μέρος τοῦ φαινομένου πρέπει νὰ ἐπιστήσωμεν τὴν προσοχήν μας. Ἂν π. χ. εἴχομεν παρατηρήσῃ εἰς τὸ τέλος τοῦ 4ου δευτερολέπτου διάστημα ὄχι 42 ἀλλὰ 35, θὰ εἴχομεν ἐπὶ τοῦ διαγράμματος τὸ σημεῖον Α ἀντὶ τοῦ ε. Ἀλλ᾽ εἶναι ἀδύνατον νὰ φέρωμεν ὁμαλῆ γραμμὴν διερχομένην διὰ τῶν σημείων α β γ δ Α ζ. Ἀμέσως λοιπὸν θὰ ἀνεγνωρίζομεν ὅτι ἡ παρατήρησίς μας εἰς τὸ σημεῖον Α εἶναι ἐσφαλμένη, ἢ ἔκτακτόν τι συμβαίνει εἰς τὴν πορείαν τοῦ φαινομένου κατὰ τὸ 4ον δευτερόλεπτον.



Σχ. 1.

Ἡ γραφικὴ παράστασις ἔχει καὶ τοῦτο τὸ ἰδιάζον, ὅτι παρέχεται εὐκόλως ἀπὸ τὰ λεγόμενα αὐτογραφικὰ ὄργανα καὶ ἐν γένει ἀπὸ τὰς αὐτογραφικὰς μεθόδους παρατηρήσεως.

Εἰς τὰ ἁπλούστατα τῶν αὐτογραφικῶν ὀργάνων γραφίς, τῆς ὁποίας ἡ κίνησις προκαλεῖται ἀπὸ τὸ παρατηρούμενον φαινόμενον, γράφει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας περιστρεφομένου τυμπάνου γραμμήν, ἡ ὁποία παριστᾷ τὴν ἐξέλιξιν τοῦ φαινομένου. Τοιαῦτα ὄργανα εἶναι π.χ, ὁ βαρογράφος, ὁ θερμογράφος κ.λ. καθὼς καὶ πλεῖστα ὄργανα τῆς φυσιολογίας, ὡς οἱ διάφοροι σφυγμογράφοι, καρδιογράφοι, πνευμονογράφοι κ.λ.

Ἐκτὸς τῆς γραφικῆς παραστάσεως ἠμποροῦμεν νὰ παραστή-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σωμεν τὴν σχέσιν δύο ἢ καὶ περισσοτέρων ποσῶν δι' ἀλγεβρικοῦ τύπου. Ἡ εὕρεσις τοῦ *ἐμπειρικοῦ* τύπου, ὅστις ἀποδίδει τὴν πορείαν φαινομένου τινός, εἶναι ἐργασία λεπτή, μὴ ὑποκειμένη εἰς κανόνας, ἀντικείμενον ἐμπνεύσεως μᾶλλον. Διαφέρουν δὲ τῶν ἐμπειρικῶν τύπων οἱ *θεωρητικοί*, προκύπτοντες διὰ τῆς μαθηματικῆς παραγωγῆς ἐκ διαφόρων ὑποθέσεων ἐπὶ τοῦ ἐσωτερικοῦ μηχανισμοῦ τῶν φαινομένων, τῶν ὁποίων τὴν ἀκρίβειαν εἰς τὸ πείραμα ἀπόκειται νὰ ἐλέγξῃ.

Οὕτω εἰς τὸ παράδειγμά μας πρὸς εὕρεσιν τῆς ἀλγεβρικῆς σχέσεως τοῦ διαστήματος (X) πρὸς τὸν χρόνον (t) μετασχηματίζομεν τὸν πίνακα τῶν παρατηρήσεων ὡς ἑξῆς·

t	X
0	$10 = 10 + 0 = 10 + 2 \times 0 = 10 + 2 \times 0^2$
1	$12 = 10 + 2 = 10 + 2 \times 1 = 10 + 2 \times 1^2$
2	$18 = 10 + 8 = 10 + 2 \times 4 = 10 + 2 \times 2^2$
3	$28 = 10 + 18 = 10 + 2 \times 9 = 10 + 2 \times 3^2$
4	$42 = 10 + 32 = 10 + 2 \times 16 = 10 + 2 \times 4^2$
5	$60 = 10 + 50 = 10 + 2 \times 25 = 10 + 2 \times 5^2$

Παρατηροῦμεν ἤδη ὅτι τὸ X ἰσοῦται πάντοτε πρὸς τὸ ἄθροισμα τοῦ 10 καὶ τοῦ γινομένου τοῦ 2 ἐπὶ τὸ τετράγωνον τοῦ ἀντιστοίχου t. Ὅθεν ἔχομεν

$$X = 10 + 2\,t^2$$

Ἐννοεῖται ὅτι ἡ εὕρεσις τοῦ τύπου δὲν εἶναι πάντοτε τόσον εὔκολος, ὅταν μάλιστα πρόκειται περὶ σχέσεως μεταξὺ περισσοτέρων τῶν δύο ποσῶν, οὔτε εἶναι δυνατὸν ὁ τύπος νὰ ἀποδίδῃ ἀκριβῶς τὰς παρατηρήσεις ἕνεκα τῶν σφαλμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα αὗται κατ' ἀνάγκην ὑπόκεινται. Προσπαθοῦμεν ὅμως νὰ εὕρωμεν τύπους, οἱ ὁποῖοι νὰ δίδουν τιμὰς ὅσον τὸ δυνατὸν ὀλιγώτερον ἀπεχούσας τῶν παρατηρηθεισῶν μὲ ἀποκλίσεις μικροτέρας τῶν πιθανῶν σφαλμάτων τῶν παρατηρήσεων. Διὰ τοῦτο τὸ αὐτὸ φαινόμενον ἠμπορεῖ νὰ παρασταθῇ διὰ διαφόρων ἀλγεβρικῶν τύπων, ὁδηγὸς δὲ διὰ τὴν προτίμησιν τοῦ ἑνὸς ἐξ αὐτῶν, ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχουν θεωρητικοὶ λόγοι, εἶναι μόνον ἡ ἀκρίβεια τῆς ἀποδόσεως καὶ ἡ ἁπλότης.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 9, ***Διαστάσεις τῶν τύπων.*** Οἱ φυσικοὶ τύποι εἶναι ἀπὸ μαθηματικῆς ἀπόψεως ἰσότητες πολυωνύμων (1). Τὰ μονώνυμα, ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται οἱ τύποι, εἶναι γινόμενα ἢ πηλίκα φυσικῶν ποσῶν μὲ ἀριθμητικοὺς συντελεστάς. Ὅπως δὲ τὰ φυσικὰ ποσά, οὕτω καὶ τὰ ἐξ αὐτῶν προκύπτοντα μονώνυμα ἔχουν *διαστάσεις* εὑρισκομένας ἐκ τῶν διαστάσεων τῶν συστατικῶν των κατὰ τοὺς ἀλγεβρικοὺς κανόνας τοῦ πολλαπλασιασμοῦ τῶν δυνάμεων. Π. χ. ἂν εἶναι t ὁ χρόνος, X τὸ διάστημα, δ ἡ πυκνότης, τ ἡ ταχύτης, εὑρίσκομεν τὰς διαστάσεις τοῦ μονωνύμου $7\,\frac{\tau . X . \delta}{t^2}$, ὅπου τὸ 7 εἶναι ἁπλοῦς ἀριθμός, ὡς ἑξῆς:

$$[7] = [L^0 M^0 T^0] \qquad [\tau] = [L T^{-1}]$$

$$[X] = [L] \qquad [\delta] = [M L^{-3}] \qquad [t] = [T]$$

ὅθεν

$$\left[7\,\frac{\tau X \delta}{t^2}\right] = \frac{[L T^{-1}] . [L] [M . L^{-3}]}{[T]^2} =$$

$$= [L T^{-1}] [L] [M L^{-3}] [T^{-2}] = [L T^{-1} L M L^{-3} T^{-2}] =$$

$$= [L^{-1} M T^{-3}].$$

Ἐπειδὴ δὲ οἱ φυσικοὶ τύποι εἶναι ἰσότητες ἀθροισμάτων μονωνύμων, ἰσότης δὲ καὶ πρόσθεσις μόνον μεταξὺ ὁμοειδῶν ποσῶν εἶναι δυναταί, ἕπεται ὅτι ὅλα τὰ μονώνυμα ἑνὸς φυσικοῦ τύπου πρέπει νὰ ἔχουν τὰς αὐτὰς διαστάσεις, οἱ φυσικοὶ τύποι δηλ. πρέπει νὰ εἶναι *ὁμογενεῖς*. Ἂν εἷς φυσικὸς τύπος δὲν εἶναι ὁμογενὴς εἶναι βεβαίως ἐσφαλμένος, πρέπει ὅμως κατὰ τὴν ἐφαρμογὴν τοῦ κριτηρίου τούτου νὰ προσέχωμεν μήπως θεωροῦμεν ὡς ἀριθμοὺς ἄνευ διαστάσεων ποσὰ φυσικὰ μὲ διαστάσεις. Οὕτω εἰς τὸν τύπον τῆς § 8 $X = 10 + 2\ t^2$ ἔχομεν ἀπὸ ἀπόψεως διαστάσεων

$$[L] = 10 + 2\ [T^2]$$

Ὁ τύπος εἶναι ἐμπειρικὸς καὶ ὀρθός. Ἐπειδὴ δὲ ὅλα τὰ μονώνυμά του πρέπει νὰ ἔχουν τὰς αὐτὰς διαστάσεις [L] ἕπεται ὅτι τὸ

---

(1) Διότι καὶ τοὺς πολυπλοκωτάτους τύπους ἠμποροῦμεν, ἐξαλείφοντες τοὺς παρονομαστὰς καὶ ἀναπτύσσοντες εἰς σειράς, νὰ ἀναγάγωμεν εἰς τὴν μορφὴν ταύτην.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

10 καὶ τὸ 2 δὲν εἶναι ἁπλοῖ ἀριθμοὶ ἀλλὰ τὸ μὲν 10 ἔχει διάστασιν [L] τὸ 2 δὲ [LT^{-2}]. Ὥστε τὸ 10 σημαίνει μῆκος, καὶ πράγματι ὁρίζει τὴν θέσιν τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου, τὸ δὲ 2 μὲ τὰς διαστάσεις [LT^{-2}] παριστᾷ, καθὼς ἀργότερον θὰ ἴδωμεν, τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς κινήσεως ἐπὶ ἀριθμητικὸν συντελεστήν.

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

§ 10. Ἡ σύγκρισις δύο χρονικῶν διαστημάτων, ὅταν ταῦτα δὲν συμπίπτουν ἐντελῶς, παρουσιάζει διὰ τὸν κάπως βαθύτερον σκεπτόμενον σοβαρὰς δυσκολίας. Ὁ ἄνθρωπος ἔχει μὲν εἰς βαθμόν τινα τὴν αἴσθησιν τοῦ χρόνου, ἀλλ' ἡ ὑποκειμενικὴ αὐτοῦ κρίσις ὑπόκειται εἰς πλεῖστα σφάλματα, ὥστε βεβαίως οὔτε λόγος ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ περὶ αὐτῆς ὡς μέσου μετρήσεως τοῦ χρόνου. Ἀναγκαζόμεθα λοιπὸν πρὸς μέτρησιν τοῦ χρόνου νὰ καταφύγωμεν εἰς ἀντικειμενικὰ μέσα καὶ μάλιστα εἰς φαινόμενα περιοδικά, τὰ ὁποῖα, ἐπειδὴ διαρκῶς ἐπαναλαμβάνονται ὑπὸ τὰς αὐτὰς κατὰ προσέγγισιν συνθήκας, ἔχομεν τὸν λόγον νὰ πιστεύωμεν ὅτι καὶ εἰς ἴσους χρόνους ἐπαναλαμβάνονται. Τοιαῦτα φαινόμενα εἶναι κατὰ πρῶτον λόγον ἡ ἀστρικὴ περιφορὰ τῆς γῆς περὶ τὸν ἄξονά της, ἡ ἀστρικὴ ἡμέρα, ἀλλὰ καὶ ἄλλα φαινόμενα λαμβάνοντα χώραν εἰς μικροτέραν κλίμακα, ὅπως π. χ. αἱ κινήσεις τῶν ἐκκρεμῶν, αἱ περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας κινήσεις σωμάτων τὰ ὁποῖα συγκρατοῦνται ὑπὸ ἐλατηρίων ἐλαστικῶν κ. λ.

Καὶ ναὶ μὲν τὸ ἰσόχρονον τῆς περιόδου ἑνὸς ἑκάστου τῶν φαινομένων τούτων εἶναι μόνον πιθανόν, ἀλλ' ἡ πιθανότης γίνεται πολὺ μεγάλη ἐκ τῆς παρατηρήσεως, ὅτι ὁ λόγος τῶν περιόδων δύο οἱωνδήποτε ἐκ τῶν φαινομένων τούτων, ὁμοειδῶν ἢ ἑτεροειδῶν, π. χ. τῆς περιστροφῆς τῆς γῆς καὶ τῶν αἰωρήσεων ἐκκρεμοῦς ἢ τῶν αἰωρήσεων δύο διαφόρων ἐκκρεμῶν, μένει σταθερὸς ἐν ὅσῳ αἱ συνθῆκαι τῶν φαινομένων δὲν μεταβάλλονται. Ὡς ἐκ τούτου δυνάμενα νὰ μεταχειρισθῶμεν οἱονδήποτε ἐκ τῶν φαινομένων τούτων πρὸς μέτρησιν χρονικῶν διαστημάτων, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὸν λόγον τῆς περιόδου αὐτοῦ πρὸς τὴν περίοδον τοῦ φαινομένου, τὸ ὁποῖον κατὰ συνθήκην λαμβάνεται ὡς πρότυπον.

Ἐννοεῖται ὅτι τὴν κίνησιν τοῦ ἐκκρεμοῦς ἢ τοῦ ἄλλου ρυθμι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

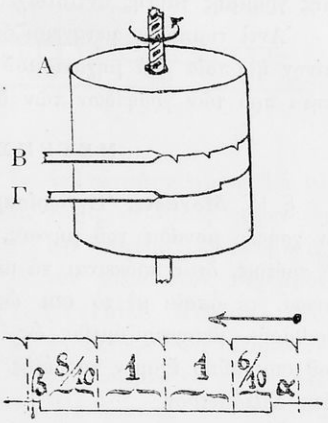
στοῦ μεταβάλλομεν διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ εἰς κυκλικὴν κίνησιν δεικτῶν ἐπὶ ἠριθμημένου πλαισίου (πρβλ. § 129).

Ὡς μονὰς χρόνου καθὼς ἤδη εἴπομεν λαμβάνεται τὸ δευτερόλεπτον ἤτοι τὸ $\frac{1}{86\,400}$ τῆς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας.

Τὰ ὡρολόγια εἶναι ὄργανα μεγάλης ἀκριβείας· ἀρκεῖ νὰ συλλογισθῶμεν ὅτι τὰ συνήθη εὐθηνὰ ὡρολόγια δὲν παρουσιάζουν ἡμερήσιον σφάλμα μεγαλύτερον τοῦ ἑνὸς λεπτοῦ ἤτοι τοῦ $\frac{1}{1440}$ τῆς ἡμέρας. Τῶν δὲ ἀστρονομικῶν ὡρολογίων ἡ ἀκρίβεια εἶναι ἀσυγκρίτως μεγαλυτέρα.

Ἐνδιαφέρουσα διὰ τὴν ἀκρίβειάν της εἶναι ἡ γραφικὴ μέτρησις τοῦ χρόνου, τῆς ὁποίας ἡ ἀρχὴ εἶναι ἡ ἑξῆς.

Ὁ κύλινδρος Α περιστρέφεται διὰ μηχανισμοῦ ὡρολογίου ὁμαλῶς περὶ τὸν ἄξονά του ἐνῷ συγχρόνως προχωρεῖ κατὰ μῆκος αὐτοῦ. Ἐπὶ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας τοῦ τυμπάνου εἶναι ἐπικολλημένον φύλλον χάρτου, τὸ ὁποῖον καλύπτομεν μὲ αἰθάλην. Τὸ στέλεχος Β φέρον εἰς τὸ ἄκρον ἀκίδα κινεῖται εἰς τὸ τέλος ἑκάστου δευτερολέπτου διὰ μηχανισμοῦ ἀποτόμως πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐπανέρχεται ἀμέσως εἰς τὴν θέσιν του. Ὡς ἐκ τούτου ἡ ἀκὶς χαράσσει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ περιστρεφομένου τυμπάνου γραμμὴν ἑλικοειδῆ διακοπτομένην ὑπὸ μικρῶν ἐξοχῶν, αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς κάθε δευτερόλεπτον. Δεύτερον στέλεχος Γ φέρον ἐπίσης εἰς τὸ ἄκρον ἀκίδα ἀναγκάζομεν εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ μετρητέου χρονικοῦ διαστήματος νὰ κινηθῇ πρὸς τὰ κάτω καὶ εἰς τὸ τέλος αὐτοῦ τὸ ἐπαναφέρομεν εἰς τὴν θέσιν του. Οὕτω παραλλήλως πρὸς τὴν πρώτην γραμμὴν γράφει ἡ ἀκὶς τοῦ Γ δευτέραν ἕλικα τῆς ὁποίας ἓν μέρος, αβ, ἀντιστοιχοῦν εἰς τὸ μετρούμενον χρονικὸν διάστημα, εἶναι μετατοπισμένον πρὸς τὰ κάτω.



Σχ. 2.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τοῦ διαγράμματος τοῦ σχήματος π. χ. βλέπομεν ἀμέσως ὅτι τὸ διάστημα περιλαμβάνει $^8/_{10} + 2 + {}^6/_{10} = 3{,}4''$. Ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ταχύτης τῆς περιστροφῆς τοῦ τυμπάνου, τόσον μεγαλύτερον μῆκος καταλαμβάνει ἓν δευτερόλεπτον, καὶ ἑπομένως τόσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀκρίβεια τῆς μετρήσεως.

Ὅταν πρόκειται νὰ μετρηθοῦν πολὺ μικρὰ χρονικὰ διαστήματα μεταχειριζόμεθα πρὸς σύγκρισιν διαπασῶν, ἐκτελοῦν π. χ. 100 παλμοὺς κατὰ δευτερόλεπτον, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος φέρει γραφίδα γράφουσαν ἐπὶ τοῦ τυμπάνου κυματοειδῆ γραμμήν. Ἕκαστον κῦμα τῆς γραμμῆς ταύτης ἀντιστοιχεῖ εἰς $^1/_{100}$ τοῦ δευτερολέπτου.

Ἀντὶ τυμπάνου μεταχειριζόμεθα πολλάκις μακρὰν ταινίαν χαρτίνην ἡ ὁποία διὰ μηχανισμοῦ κινεῖται μὲ τὴν κατάλληλον ταχύτητα πρὸ τῶν γραφίδων τῶν δύο στελεχῶν.

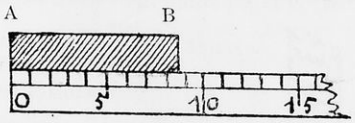
ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΜΗΚΩΝ

§ 11. ***Μονάδες.*** Ἐγνωρίσαμεν ἤδη τὴν εἰς τὴν φυσικὴν κυρίως ἐν χρήσει μονάδα τοῦ μήκους, τὸ ἑκατοστόμετρον, cm. Πολλάκις ἐν τούτοις, ὅταν πρόκειται νὰ μετρηθοῦν μήκη πολὺ μεγάλα ἢ πολὺ μικρά, τὰ ὁποῖα μὲ τὸ cm ὡς μονάδα θὰ παρεῖχον δυσχρήστους ἀριθμούς, μεταχειριζόμεθα ὡς μονάδας πολλαπλάσια ἢ κλάσματα τοῦ cm· οὕτω ἔχομεν τὰς ἑξῆς συνήθεις μονάδας:

Km	Χιλιόμετρον	$= 1000$	μέτρα	$= 10^5$ cm
m	Μέτρον	$= 1$	μέτρον	$= 10^2$ cm
dm	Δεκατόμετρον	$= \frac{1}{10}$	μέτρου	$= 10$ cm
cm	Ἑκατοστόμετρον	$= \frac{1}{100}$	»	$= 1$ cm
mm	Χιλιοστόμετρον	$= \frac{1}{1000}$	»	$= 10^{-1}$ cm
μ	Μικρὸν	$= \frac{1}{1000}$ mm		$= 10^{-4}$ cm
μμ	Μιλλιμικρὸν ἢ χιλιοστομικρὸν	$= \frac{1}{1000}$ μ		$= 10^{-7}$ cm
Å	Ångström	$= \frac{1}{10}$ μμ		$= 10^{-8}$ cm

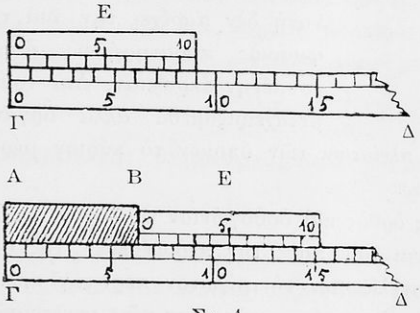
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 12. ***Μέτρησις δι' ἐπιθέσεως.*** Πρὸς μέτρησιν τῶν μηκῶν χρησιμεύουν κανόνες καταλλήλου μήκους διῃρημένοι εἰς δέκατα, ἑκατοστά, χιλιοστά, πολλάκις δὲ καὶ εἰς ἡμίση χιλιοστὰ τοῦ μέτρου. Ὁ δὲ ἁπλούστερος τρόπος τῆς μετρήσεως εἶναι ὁ διὰ τῆς ἐπιθέσεως. Θέτομεν δηλ. τὸν ἠριθμημένον κανόνα οὕτως ὥστε τὸ 0 τῆς διαιρέσεώς του νὰ συμπέσῃ μὲ τὸ ἕν πέρας τοῦ μετρουμένου μήκους καὶ παρατηροῦμεν πρὸς ποίαν διαίρεσιν συμπίπτει τὸ ἄλλο (Σχ. 4). Ἐννοεῖται ὅτι δὲν θὰ συμπέσῃ πάντοτε τὸ ἄκρον μὲ μίαν τῶν διαιρέσεων τοῦ κανόνος, ἀλλὰ θὰ εὑρίσκεται συνήθως μεταξὺ δύο διαδοχικῶν διαιρέσεων. Τότε πρέπει νὰ προσδιορίσωμεν κατ' ἐκτίμησιν τὸ κλάσμα τῆς διαιρέσεως.



Σχ. 3.

§ 13. ***Βερνιέρος.*** Ἔχομεν ὅμως ἓν ἁπλούστατον μέσον διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἀκρίβειαν ἑνὸς κανόνος, χωρὶς νὰ καταφύγωμεν εἰς τὴν ὑποκειμενικὴν ἐκτίμησιν, τὸν καλούμενον Βερνιέρον (Vernier, Nonius). Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι θέλομεν νὰ μετρήσωμεν τὸ μῆκος ΑΒ. Ἐπιθέτοντες τὸν κανόνα ΓΔ (Σχ. 4) εὑρίσκομεν ὅτι ἰσοῦται τοῦτο πρὸς 6 διαιρέσεις καὶ κλάσμα, τὸ ὁποῖον καθ' οἱονδήποτε τρόπον πρέπει νὰ ἐκτιμήσωμεν. Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν ἕνα μικρὸν κανόνα Ε καλούμενον Βερνιέρον, ὁ ὁποῖος εἰς μῆκος 9 διαιρέσεων τοῦ κυρίου κανόνος ΓΔ φέρει 10 διαιρέσεις, οὕτως ὥστε ἑκάστη διαίρεσις αὐτοῦ ἰσοῦται πρὸς τὰ $^9/_{10}$ τῆς διαιρέσεως τοῦ ΓΔ. Θέτομεν δὲ τὸν βερνιέρον, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, ὥστε ἡ ἀρχὴ αὐτοῦ νὰ συμπέσῃ μὲ τὸ ἄκρον Β τοῦ μετρουμένου μήκους. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ διαίρεσις 3 τοῦ βερνιέρου συμπίπτει μὲ μίαν διαίρεσιν τοῦ μεγάλου κανόνος. Ἤδη σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς. Αἱ τρεῖς διαιρέσεις τοῦ βερνιέρου ἔχουν μῆκος



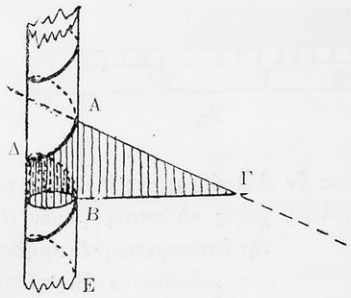
Σχ. 4.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$3 \times \frac{9}{10}$ ἤτοι εἶναι μικρότεραι τῶν 3 διαιρέσεων τοῦ μεγάλου κανόνος κατὰ $^3/_{10}$, ὥστε ἡ ἀπόστασις τοῦ Β ἀπὸ τῆς διαιρέσεως 6 τοῦ κανόνος εἶναι $^3/_{10}$ καὶ τὸ μῆκος ΑΒ εἶναι 6,3.

Ἡ διαίρεσις δηλ. τοῦ βερνιέρου, ἡ ὁποία συμπίπτει μὲ μίαν οἱανδήποτε διαίρεσιν τοῦ κυρίου κανόνος μᾶς δίδει ἀμέσως τὸ ζητούμενον κλάσμα εἰς δέκατα.

Ἂν ὁ βερνιέρος εἶχε μῆκος 19 διαιρέσεων καὶ ἦτο διῃρημένος εἰς 20 μέρη θὰ ἔδιδε τὰ εἰκοστά, διὰ νὰ ἔχωμεν δὲ πεντηκοστὰ τῆς διαιρέσεως πρέπει νὰ δώσωμεν εἰς τὸν βερνιέρον μῆκος 49 διαιρέσεων καὶ νὰ διαιρέσωμεν αὐτὸν εἰς 50 μέρη.



Σχ. 5.

§ 14. ***Μικρομετρικὸς κοχλίας.*** Ἡ ἐπίθεσις τοῦ κανόνος δὲν εἶνε πάντοτε δυνατή, καὶ ὅταν δὲ ἀκόμη εἶναι δυνατὴ δὲν παρέχει τὴν διὰ τὰς φυσικὰς παρατηρήσεις ἀπαιτουμένην ἀκρίβειαν. Διὰ τοῦτο μεταχειριζόμεθα ἄλλα ὄργανα μετρήσεως ἀκριβέστερα, τῶν πλείστων τῶν ὁποίων τὸ κύριον μέρος ἀποτελεῖ *μικρομετρικὸς κοχλίας*.

Ἔστω κύλινδρος κυκλικὸς ὀρθὸς καὶ ὀρθογώνιον τρίγωνον ΑΒΓ, τοῦ ὁποίου ἡ βάσις ΒΓ εἶναι ἴση πρὸς τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου. Ἂν περιτυλίξωμεν τὸ τρίγωνον περὶ τὸν κύλινδρον οὕτως ὥστε ἡ μὲν ΑΒ νὰ συμπέσῃ πρὸς μίαν τῶν γενετειρῶν αὐτοῦ ἡ δὲ ΒΓ πρὸς ἕνα παράλληλον κύκλον, ἡ ὑποτείνουσα γράφει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τὴν γραμμὴν ΑΔΒ, ἡ ὁποία ὀνομάζεται ἕλιξ.

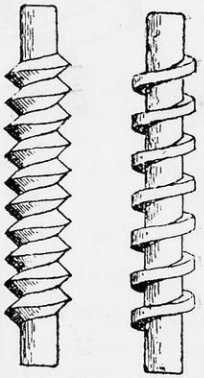
Ἡ ἕλιξ εἶναι γραμμὴ ἀτέρμων, διότι, ἂν προεκτείνωμεν τὴν ΑΓ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ τριγώνου ἑκατέρωθεν ἐπ᾽ ἄπειρον καὶ ἔπειτα περιτυλίξωμεν τὸ ἐπίπεδον τοῦτο ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου, βλέπομεν ὅτι θὰ σχηματισθῇ καμπύλη ἄνευ τέλους, ἀποτελουμένη ἀπὸ πλῆθος ἄπειρον στοιχείων ὁμοίων πρὸς τὸ ΑΔΒ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ ἕλιξ ἔχει τὴν σπουδαιοτάτην ἰδιότητα ὅτι οἱονδήποτε τόξον αὐτῆς ἐφαρμόζεται ἐπὶ οἱουδήποτε ἄλλου μέρους τῆς ἰδίας ἕλικος. Ἑπομένως εἶναι δυνατὸν ἡ ἕλιξ νὰ ὀλισθήσῃ κατὰ μῆκος ἑαυτῆς περιστρεφομένη περὶ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου καὶ προχωροῦσα συγχρόνως. Μετὰ μίαν ὁλόκληρον περιστροφὴν τὸ σημεῖον Ε ἔρχεται εἰς τὸ Β, τὸ Β εἰς τὸ Α ἤτοι ὅλη ἡ ἕλιξ ἐπροχώρησε κατὰ τὴν ἀπόστασιν ΑΒ, ἡ ὁποία διὰ τοῦτο λέγεται *βῆμα* τῆς ἕλικος.

Ἕνεκα τῆς ἐντελῶς συμμετρικῆς κατασκευῆς τῆς ἕλικος ἕπεται ὅτι μετὰ ἡμίσειαν περιστροφὴν προχωρεῖ αὕτη κατὰ ἥμισυ βῆμα καὶ ἐν γένει μετὰ $\frac{1}{\alpha}$ περιστροφῆς προχωρεῖ κατὰ $\frac{1}{\alpha}$ τοῦ βήματος.

Ὁ κοχλίας εἶναι κύλινδρος μὲ ἀνάγλυφον ἕλικα (σχ. 6) ἐφαρμοζόμενος εἰς ὀπὴν φέρουσαν ἀντίστοιχον ἑλικοειδῆ ἐνσκαφὴν. Τὸ τεμάχιον τοῦ μετάλλου ἢ οἱουδήποτε ἄλλου ὑλικοῦ τὸ φέρον τὴν ὀπὴν ὀνομάζεται περικόχλιον.



Σχ. 6.

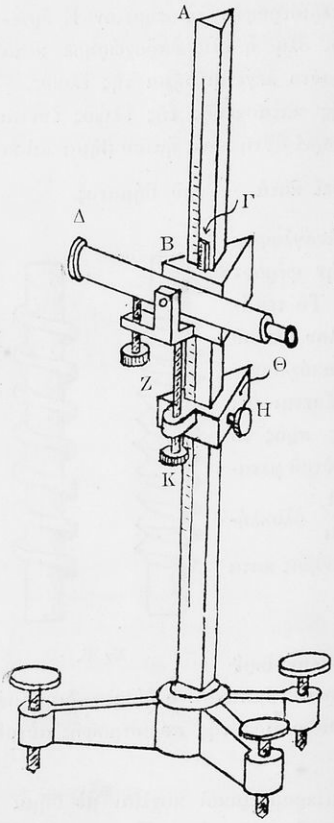
Ἐξ ὅσων περὶ ἕλικος εἴπομεν, ἕπεται ὅτι σχετικὴ περιστροφὴ τοῦ κοχλίου ὡς πρὸς τὸ περικόχλιον συνεπάγεται σχετικὴν αὐτοῦ μετακίνησιν καὶ μάλιστα εἰς κλάσμα $\frac{1}{\alpha}$ ὁλοκλήρου περιστροφῆς ἀντιστοιχεῖ μετακίνησις κατὰ $\frac{1}{\alpha}$ τοῦ βήματος τοῦ κοχλίου.

Κοχλίας κατεσκευασμένος μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν, μὲ ἀνάλογον περικόχλιον, φέρων τύμπανον ἢ δίσκον διῃρημένον ὥστε νὰ εἶναι δυνατὸς ὁ προσδιορισμὸς τῆς περιστροφῆς αὐτοῦ, ὀνομάζεται *μικρομετρικός*.

Συνήθως κατασκευάζονται οἱ μικρομετρικοὶ κοχλίαι μὲ βῆμα 1 χιλιοστοῦ καὶ τύμπανον διῃρημένον εἰς 100 μέρη. Περιστροφὴ κατὰ μίαν διαίρεσιν τοῦ τυμπάνου ἐπιφέρει μετακίνησιν τοῦ κοχλίου κατὰ $\frac{1}{100}$ τοῦ χιλιοστομέτρου. Ὅταν δὲ ζητεῖται μεγαλυτέρα ἀκρίβεια δίδομεν εἰς τὸν κοχλίαν βῆμα $^1/_2$ mm καὶ διαιροῦμεν τὸ τύμπανον ἢ τὸν δίσκον εἰς 500 μέρη. Στροφὴ τοῦ κοχλίου κατὰ μίαν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διαίρεσιν τοῦ δίσκου ἐπιφέρει μετακίνησιν αὐτοῦ κατὰ $\frac{1}{500}$ τοῦ $\frac{1}{2}$ mm ἤτοι $\frac{1}{1000}$ mm. Κοχλίαι κατεσκευασμένοι μὲ μικροτέραν ἀκρίβειαν χρησιμεύουν πρὸς βραδεῖαν μετακίνησιν διαφόρων μερῶν τῶν φυσικῶν ὀργάνων ἄνευ μετρήσεως.



Σχ. 7.

Ἐρχόμεθα ἤδη εἰς τὴν περιγραφὴν τῶν κυριωτέρων ὀργάνων μετρήσεως μηκῶν.

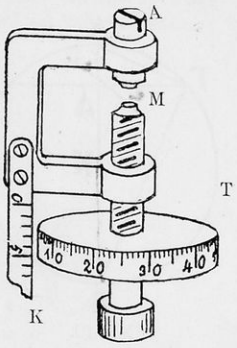
§ 15. ***Καθετόμετρον***. (Σχ. 7). Χρησιμεύει εἰς τὴν μέτρησιν τῶν κατακορύφων ἀποστάσεων. Ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον κυλινδρικὴν ἢ πρισματικὴν ράβδον Α στρεφομένην περὶ τὸν ἄξονά της. Πρὸς τοῦτο ἡ ἡ ράβδος εἶναι κοίλη καὶ εἰσέρχεται ἐντὸς αὐτῆς ὁ ἐπὶ βαρέος τρίποδος στηριγμένος ἄξων, ἢ φέρει εἰς τὰ δύο ἄκρα ἀκίδας αἱ ὁποῖαι στρέφονται ἐντὸς καταλλήλων στηριγμάτων. Ἐπὶ τῆς περιστρέπτου κατακορύφου ράβδου δύναται νὰ μετακινηθῇ σύρτης Β φέρων διόπτραν Δ μὲ ὁριζόντιον ὀπτικὸν ἄξονα καὶ βερνιέρον Γ. Σκοπεύομεν διὰ τῆς διόπτρας διαδοχικῶς τὰ δύο σημεῖα τῶν ὁποίων ζητεῖται ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις καὶ ἀναγινώσκομεν ἑκάστοτε τῇ βοηθείᾳ τοῦ βερνιέρου τὴν θέσιν τῆς διόπτρας ἐπὶ τῆς κλίμακος, ἡ ὁποία εἶνε χαραγμένη ἐπὶ τῆς κατακορύφου ράβδου. Ἡ διαφορὰ τῶν δύο ἀναγνώσεων μᾶς δίδει τὴν ζητουμένην ἀπόστασιν. Οἱ κοχλίαι Ε χρησιμεύουν εἰς τὸ νὰ καθιστῶμεν τὸν ἄξονα περιστροφῆς ἀκριβῶς κατακόρυφον, ὁ δὲ Ζ διὰ νὰ καθιστῶμεν τὸν ἄξονα τῆς διόπτρας ὁριζόντιον.

Τέλος στερεώνοντες διὰ τοῦ κοχλίου Η τὸν σύρτην Θ ἐπὶ τῆς κατακορύφου ράβδου δυνάμεθα διὰ τοῦ κοχλίου Β νὰ μετακινοῦμεν βραδέως τὸν σύρτην τὸν φέροντα τὴν διόπτραν, ὥστε νὰ ἐπιτυγχάνωμεν ἀκριβῆ σκόπευσιν.

§ 16. ***Μικρόμετρον*** Palmer (Σχ. 8). Χρησιμεύει πρὸς μέτρησιν τοῦ πάχους ἐλασμάτων ἢ λεπτῶν κυλίνδρων ἢ ράβδων. Ἀποτελεῖται ἀπὸ τεμάχιον μεταλλι-

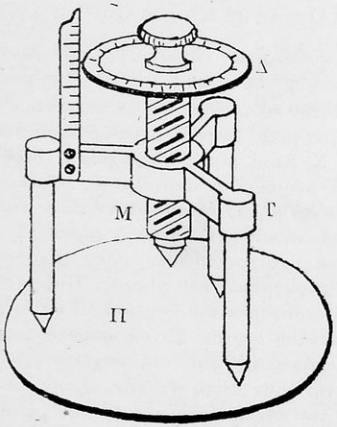
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κὸν ἐν σχήματι Π τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος φέρει μικρομετρικὸν κοχλίαν Μ μὲ διαδρομὴν φθάνουσαν μέχρι τοῦ κανονιστικοῦ κοχλίου Α. Τὰ ἄκρα τῶν κοχλιῶν Μ καὶ Α εἶναι ἐντελῶς ἐπίπεδα καὶ κάθετα ἐπὶ τοὺς ἄξονάς των, οἱ ὁποῖοι εὑρίσκονται εἰς τὴν προέκτασιν ἀλλήλων. Ἡ κλίμαξ Κ χρησιμεύει ἀφ' ἑνὸς μὲν διὰ νὰ ἀναγινώσκωμεν ἐπὶ τῶν διαιρέσεών της, τῶν ὁποίων ἑκάστη εἶνε ἴση πρὸς τὸ βῆμα τοῦ μικρομετρικοῦ κοχλίου, τὸν ἀριθμὸν τῶν ἀκεραίων στροφῶν αὐτοῦ, ἀφ' ἑτέρου δὲ ὡς δείκτης διὰ τὰς διαιρέσεις τοῦ τυμπάνου Τ. Τὸν κοχλίαν Α κανονίζομεν οὕτως ὥστε, ὅταν ἐφάπτεται αὐτοῦ τὸ ἄκρον τοῦ κοχλίου Μ, τὸ 0 τοῦ τυμπάνου νὰ ἀντιστοιχῇ εἰς τὴν κλίμακα Κ, τὸ δὲ ἄνω χεῖλος τοῦ τυμπάνου εἰς τὸ 0 τῆς κλίμακος Κ. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὸ πάχος ἐλάσματος φέρομεν αὐτὸ μεταξὺ τῶν δύο κοχλιῶν καὶ στρέφομεν τὸν κοχλίαν Μ μέχρις ὅτου τὸ ἔλασμα πιεσθῇ ἐλαφρῶς. Ἐκ τοῦ βήματος καὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν τοῦ κοχλίου εὑρίσκομεν τὸ πάχος τοῦ ἐλάσματος.



Σχ. 8.

Ἂν π. χ. τὸ βῆμα εἶνε $^1/_2$ mm, τὸ τύμπανον διῃρημένον εἰς 500 μέρη καὶ τὸ μὲν ἄνω χεῖλος τοῦ τυμπάνου εὑρίσκεται μεταξὺ τῶν διαιρέσεων 5 καὶ 6 τῆς κλίμακος Κ, ἀντιστοιχεῖ δὲ εἰς τὴν κλίμακα ἡ διαίρεσις 328 τοῦ τυμπάνου, ἔχομεν στροφὰς τοῦ κοχλίου, ἀπὸ τῆς ἐπαφῆς αὐτοῦ μὲ τὸν Α, $5\,\frac{328}{500}$, ἤτοι τὸ ζητούμενον πάχος εἶναι $5\,\frac{328}{500}\times\frac{1}{2}=2{,}828$ mm.

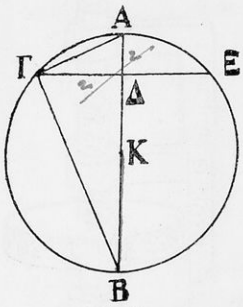


Σχ. 9.

§ 17. *Σφαιρόμετρον.* (Σχ. 9) Ἀποτελεῖται ἀπὸ τρίποδα μετάλλινον κανονικὸν Τ, τοῦ ὁποίου οἱ πόδες καταλήγουν εἰς ὀξείας χαλυβδίνας ἀκίδας. Φέρει δὲ ὁ τρίπους εἰς τὸ μέσον μικρομετρικὸν κοχλίαν Μ καταλήγοντα ἐπίσης εἰς ἀκίδα. Τὸ ὄργανον χρησιμεύει διὰ νὰ μετροῦμεν τὸ πάχος ἐλασμάτων, πλακιδίων κ. λ. π. Πρὸς τοῦτο τοποθετοῦμεν αὐτὸ ἐπὶ ἐπιπέδου πλακὸς ὑαλίνης Π καὶ στρέφομεν τὸν κοχλίαν Μ μέχρις ὅτου καὶ αἱ τέσσαρες ἀκίδες ἐφάπτωνται τῆς πλακός, ἀναγινώσκομεν δὲ ἐπὶ τοῦ διῃρημένου δίσκου Δ καὶ τῆς κλίμακος Κ τὴν θέσιν τοῦ κοχλίου. Μετὰ ταῦτα ἀνυψώνομεν τὸν κοχλίαν Μ καὶ θέτομεν μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τῆς πλακὸς τὸ πρὸς μέτρησιν πλακίδιον, στρέφομεν πάλιν μέχρις ὅτου ἡ ἀκὶς τοῦ κοχλίου ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ πλακίδιον καὶ ἀναγινώσκομεν τὴν νέαν θέσιν. Ἡ διαφορὰ τῶν δύο ἀναγνώσεων μᾶς δίδει τὸ ζητούμενον πάχος τοῦ πλακιδίου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ σφαιρόμετρον χρησιμεύει ἐπίσης πρὸς εὕρεσιν τῆς ἀκτῖνος σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν, ἐκ ταύτης δὲ τῆς χρήσεως ἔλαβε καὶ τὸ ὄνομα. Πρὸς τοῦτο θέτομεν αὐτὸ ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ στρέφομεν τὸν κοχλίαν μέχρις ὅτου αἱ τέσσαρες ἀκίδες ἐφάπτωνται ὅλαι τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς. Τότε αἱ μὲν ἀκίδες τῶν τριῶν ποδῶν εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς περιφερείας μικροῦ κύκλου τῆς σφαίρας, ἡ δὲ ἀκὶς τοῦ κοχλίου εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς κορυφῆς τοῦ σφαιρικοῦ τμήματος τοῦ ἔχοντος βάσιν τὸν μικρὸν τοῦτον κύκλον. Εὑρίσκομεν ἑπομένως διὰ τοῦ σφαιρομέτρου ἀμέσως τὸ ὕψος τοῦ τμήματος, ἐκ τούτου δὲ καὶ τῆς ἀκτῖνος τῆς βάσεως, ἡ ὁποία εἶναι γνωστὴ ἐκ τῶν διαστάσεων τοῦ σφαιρομέτρου, εὑρίσκομεν εὐκόλως τὴν ἀκτῖνα τῆς σφαίρας ὡς ἑξῆς.



Χχ. 10.

Ἔστω (Σχ. 10) ΑΕΒΓΑ μέγιστος κύκλος κάθετος ἐπὶ τὸν μικρὸν κύκλον, ὁ ὁποῖος εἶνε βάσις τοῦ τμήματος, ΓΔΕ τὸ ἴχνος τοῦ μικροῦ τούτου κύκλου ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ΑΕΒΓΑ, ΓΔ ἡ ἀκτὶς αὐτοῦ, γνωστὴ ἐκ τῶν διαστάσεων τοῦ σφαιρομέτρου (ἐκ τῆς περιφερείας τῆς διερχομένης διὰ τῶν ἀκίδων τῶν τριῶν ποδῶν), ΑΔ δὲ τὸ διὰ τοῦ σφαιρομέτρου εὑρεθὲν ὕψος τοῦ τμήματος. Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου ΑΒΓ ἔχομεν:

$$\Gamma\Delta^2 = A\Delta \cdot B\Delta = A\Delta \cdot (AB - A\Delta) = A\Delta \cdot (2\,K\Lambda - A\Delta)$$

$$K\Lambda = \frac{\Gamma\Delta^2 + A\Delta^2}{2\,A\Delta}$$

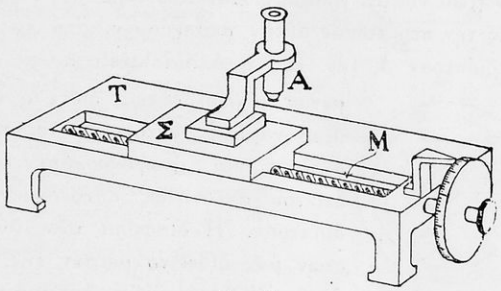
§ 18. ***Διαιρετικὴ μηχανή.*** Τὸ σπουδαιότατον τοῦτο ὄργανον ἀποτελεῖται ὑπὸ τὴν ἁπλουστάτην αὐτοῦ μορφὴν ἀπὸ τράπεζαν μεταλλίνην Τ ἐπὶ τῆς ὁποίας κινεῖται ἐντὸς καταλλήλου σχισμῆς ὁ σύρτης Σ. Κατὰ μῆκος τῆς σχισμῆς διήκει ὁ μικρομετρικὸς κοχλίας Μ, τοῦ ὁποίου τὸ περικόχλιον ἀποτελεῖ ἓν σῶμα μὲ τὸν σύρτην Σ. Ὁ κοχλίας δὲν μετακινεῖται κατὰ μῆκος ἑαυτοῦ ὥστε, ὅταν στρέφεται, κατ' ἀνάγκην μετακινεῖται τὸ περικόχλιον καὶ μετ' αὐτοῦ ὁ σύρτης Σ.

Τὴν διαιρετικὴν μηχανὴν ἠμποροῦμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν πρὸς μέτρησιν μηκῶν, π. χ. τῆς ἀποστάσεως δύο γραμμῶν χαραγμένων ἐπὶ πλακός. Πρὸς τοῦτο θέτομεν τὴν πλάκα ἐπὶ τῆς τραπέζης καὶ στρέφομεν τὸν κοχλίαν οὕτως ὥστε διὰ τοῦ μικροσκοπίου Α, στερεωμένου ἐπὶ τοῦ σύρτου Σ, νὰ σκοπεύσωμεν διαδοχικῶς τὰς δύο γραμμάς, μετροῦμεν δὲ πόσαι στροφαὶ τοῦ κοχλίου ἐχρειάσθησαν διὰ νὰ μεταφερθῇ ὁ σύρτης ἀπὸ τὴν μίαν θέσιν εἰς τὴν ἄλλην. Ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν καὶ τοῦ βήματος τοῦ κοχλίου εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην ἀπόστασιν.

Ἡ διαιρετικὴ μηχανὴ χρησιμεύει ἐπίσης, καθὼς καὶ τὸ ὄνομά της δεικνύει, εἰς τὸ νὰ διαιρῶμεν δοθὲν μῆκος εἰς ἴσα μέρη, ἢ νὰ χαράσσωμεν γραμμὰς εἰς ἴσας ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεις. Πρὸς τοῦτο ἀντικαθιστῶμεν τὸ μικροσκόπιον διὰ καταλλήλου συσκευῆς φερούσης αἰχμὴν χαλυβδίνην ἢ τεμάχιον ἀδάμαντος καὶ στρέφοντες ἑκάστοτε τὸν κοχλίαν καθ' ὡρισμένην γωνίαν χαράσσομεν γραμμάς, αἱ ὁποῖαι θὰ ἀπέχουν ἀπ' ἀλλήλων ἐξ ἴσου. Ἂν π.χ. τὸ βῆμα τοῦ κοχλίου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι $^1/_2$ mm καὶ ὁ κύκλος διῃρημένος εἰς 500 μέρη καὶ θέλομεν νὰ διαιρέσωμεν δοθὲν μῆκος αβ εἰς 20 ἴσα μέρη, σκοπεύομεν πρῶτον διὰ τοῦ μικροσκοπίου τὸ ἄκρον α καὶ ἔπειτα τὸ 6. Ἔστω ὅτι ἐχρειάσθησαν διὰ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τὴν μίαν θέσιν εἰς τὴν ἄλλην 7 ὁλόκληροι στροφαὶ καὶ 265 διαιρέσεις.



Σχ. 11.

$$\text{Μῆκος } a6 = \frac{7}{2} + \frac{265}{1000} = 3.765 \text{ mm}$$

$$\frac{a6}{20} = \frac{3,765}{20} = 0,18825 \text{ mm}$$

Ἑκάστη τῶν ζητουμένων διαιρέσεων θὰ ἔχῃ μῆκος 0,18825 mm καὶ ἐπειδὴ στροφὴ τοῦ κοχλίου κατὰ μίαν διαίρεσιν τοῦ δίσκου μετακινεῖ τὸν σύρτην κατὰ 0,001 mm ἔπεται ὅτι πρέπει νὰ στρέφωμεν τὸν δίσκον ἑκάστοτε κατὰ 188,25 διαιρέσεις καὶ νὰ χαράσσωμεν.

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΓΩΝΙΩΝ

§ 19. ***Γωνιομετρικὸς κύκλος.*** Ἡ γωνία μετρεῖται, ὡς γνωστόν, διὰ τοῦ λόγου τοῦ τόξου τοῦ ὑποτείνοντος αὐτὴν καὶ ἔχοντος κέντρον τὴν κορυφήν του πρὸς τὴν ἀκτῖνα. Αἱ διαστάσεις τῆς γωνίας εἶναι λοιπὸν

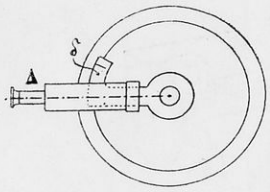
$$[\text{γωνία}] = \frac{\text{Μῆκος}}{\text{Μῆκος}} = L^0 M^0 T^0$$

ἡ γωνία δηλ. ἐκφράζεται διὰ καθαροῦ ἀριθμοῦ. Εἰς τὴν πρᾶξιν ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου διαιρεῖται εἰς 360^0 (μοίρας), ἡ μοῖρα εἰς $60'$ (πρῶτα λεπτὰ) καὶ τὸ πρῶτον λεπτὸν εἰς $60''$ (δευτερόλεπτα), τὰ δὲ δευτερόλεπτα διαιροῦνται πλέον δεκαδικῶς. Πρὸς μέτρησιν τῶν γωνιῶν χρησιμεύουν κύκλοι φέροντες εἰς τὴν περιφέρειαν διαιρέσεις εἰς μοίρας, ἡμισείας μοίρας, ἢ καὶ ἀκόμη μικροτέρας, ἀναλόγως τῆς διαμέτρου αὐτῶν. Τοποθετεῖται ὁ κύκλος οὕτως, ὥστε ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

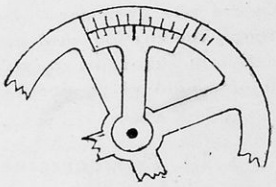
μετρουμένη γωνία νὰ γίνῃ ἐπίκεντρος καὶ ἀναγινώσκομεν τὸ μέγεθος τοῦ μεταξὺ τῶν σκελῶν της περιλαμβανομένου τόξου.

Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, εἰς τὴν Φυσικὴν αἱ πλευραὶ τῶν μετρουμένων γωνιῶν εἶναι νοηταὶ γραμμαί. Ζητεῖται δηλ. ἡ γωνία δύο διευθύνσεων. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν σκοπεύομεν κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις μὲ διόπτραν Δ, (σχ. 12) ἡ ὁποία κινεῖται ἐπὶ τοῦ διῃρημένου κύκλου οὕτως, ὥστε ὁ ὀπτικός της ἄξων νὰ ἔχῃ πάντοτε τὴν διεύθυνσιν μιᾶς ἀκτῖνος καὶ ἀναγινώσκομεν τὰς θέσεις δείκτου ἀκλονήτως συνδεδεμένου μὲ τὴν διόπτραν. Ἡ διαφορὰ τῶν δύο ἀναγνώσεων μᾶς δίδει τὸ μέτρον τῆς ζητουμένης γωνίας. Ὁ διῃρημένος κύκλος μὲ τὴν σκοπευτικὴν διόπτραν ἀποτελεῖ τὸ κύριον μέρος τῶν γωνιομέτρων, τὰ ὁποῖα, ἀναλόγως τοῦ προορισμοῦ των, ἐφοδιάζονται μὲ διάφορα κατάλληλα ἐξαρτήματα.



Σχ. 12.

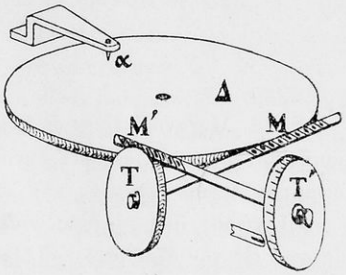
§ 20. ***Κυκλικὸς βερνιέρος.*** Ὅπως εἰς τοὺς διῃρημένους κανόνας οὕτω καὶ εἰς τοὺς κύκλους αὐξάνομεν τὴν ἀκρίβειαν τῆς ἀναγνώσεως μετσχειριζόμενοι βερνιέρον. Ὁ κυκλικὸς βερνιέρος εἶται ἐντελῶς ὅμοιος πρὸς τὸν εὐθύν. Εἶναι δηλ. τόξον $\nu - 1$ διαιρέσεων διῃρημένον εἰς ν μέρη (Σχ. 13), καὶ ἡ χρῆσις αὐτοῦ εἶναι ἐντελῶς ὁμοία. Ὅταν ὁ κύκλος εἶναι διῃρημένος εἰς ἡμισείας μοίρας λαμβάνομεν ὡς βερνιέρον τόξον 29 διαιρέσεων, δηλ. $14{,}5^0$ καὶ διαιροῦμεν αὐτὸ εἰς 30 μέρη. Οὕτω ὁ βερνιέρος μᾶς δίδει τὰ τριακοστὰ τῆς ἡμισείας μοίρας ἤτοι τὰ πρῶτα λεπτά.


Σχ. 13.

§ 21. ***Διαιρετικὴ μηχανὴ διὰ κύκλους.*** Πρὸς διαίρεσιν τῶν κύκλων χρησιμεύει διαιρετικὴ μηχανή, τῆς ὁποίας τὸ κύριον μέρος ἀποτελεῖ κυκλικὸς ὁριζόντιος δίσκος Δ στρεφόμενος περὶ κατακόρυφον ἄξονα καὶ φέρων εἰς τὴν περιφέρειαν 360 ὀδόντας. Εἰς τοὺς ὀδόντας τούτους ἐμπλέκεται κοχλίας μικρομετρικὸς Μ, δυναμενος νὰ περιστραφῇ περὶ τὸν ἄξονά του ἄνευ κατὰ μῆκος μετατοπίσεως καὶ φέρων τύμπανον Τ διῃρημένον εἰς 60 μέρη. Στροφὴ τοῦ τυμπάνου κατὰ μίαν διαίρεσιν στρέφει τὸν δίσκον κατὰ $^1/_{60}$ τοῦ ὀδόντος ἤτοι κατὰ 1′.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

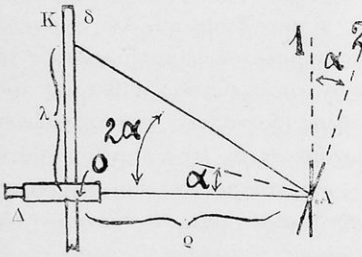
Ἐπὶ τοῦ δίσκου τῆς μηχανῆς στερεώνομεν συγκεντρικῶς τὸν πρὸς διαίρεσιν δίσκον καὶ στρέφοντες καθ' ὡρισμένας γωνίας χαράσσομεν διὰ καταλλήλου αἰχμῆς α τὰς διαιρέσεις. Ἐννοεῖται ὅτι τὴν λεπτότητα τῆς γωνιώδους μετακινήσεως ἠμποροῦμεν νὰ αὐξήσωμεν αὐξάνοντες τὸν ἀριθμὸν τῶν διαιρέσεων τοῦ τυμπάνου τοῦ μικρομετρικοῦ κοχλίου ἢ ἀκόμη ἐφοδιάζοντες τὸ τύμπανον τοῦ μικρομετρικοῦ κοχλίου μὲ 60 ὀδόντας εἰς τοὺς ὁποίους ἐμπλέκεται δεύτερος μικρομετρικὸς κοχλίας Μ′ φέρων τύμπανον Τ διηρημένον εἰς 60 διαιρέσεις.



Σχ. 14.

Στροφὴ τοῦ δευτέρου τούτου κοχλιου κατὰ μίαν διαίρεσιν στρέφει τὸν κοχλίαν Μ κατὰ $\frac{1}{60}$ τοῦ ὀδόντος ἤτοι κατὰ $\frac{1}{3600}$ τῆς ὁλοκλήρου περιστροφῆς, τὸν δὲ δίσκον Δ κατὰ 1″.

§ 22. ***Κατοπτρικὴ μέθοδος.*** Ὅταν πρόκειται νὰ μετρήσωμεν πολὺ μικρὰς στροφὰς σωμάτων μεταχειριζόμεθα τὴν κατοπτρικὴν μέθοδον (Poggendorff). Προσαρμόζομεν δηλ. εἰς τὸ στρεφόμενον σῶμα κάτοπτρον Α (Σχ. 15) καὶ ἀπέναντι αὐτοῦ εἰς ἀπόστασιν ρ θέτομεν διόπτραν Δ καὶ κλίμακα Κ, κάθετον ἐπὶ τὸν ὀπτικὸν ἄξονα αὐτῆς.



Σχ. 15.

Ἂν τὸ κάτοπτρον ἔχῃ τὴν θέσιν 1, εἶναι δηλ. κάθετον ἐπὶ τὴν ρ, βλέπομεν ἐντὸς αὐτοῦ διὰ τῆς διόπτρας τὸ 0 τῆς κλίμακος. Ἂν ἤδη στραφῇ τὸ κάτοπτρον κατὰ τὴν μικρὰν γωνίαν α καὶ ἔλθῃ εἰς τὴν θέσιν 2, τότε καὶ ἡ ἐπ' αὐτὸ κάθετος σχηματίζει μὲ τὴν ρ γωνίαν α καὶ ἑπομένως θὰ ἴδωμεν διὰ τῆς διόπτρας τὴν διαίρεσιν δ τῆς κλίμακος, τοιαύτην ὥστε νὰ εἶναι $\delta\,\Lambda\,O = 2\alpha$. Ἐκ τοῦ σχήματος εἶναι φανερὸν ὅτι ἔχομεν

$$\varepsilon\varphi\ 2\alpha = \frac{\lambda}{\rho}.$$

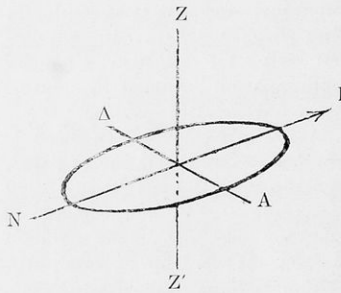
Ἡ ἀκρίβεια τῆς μεθόδου εἶναι τόσον μεγαλητέρα, ὅσον μεγαλητέρα εἶναι ἡ ἀπόστασις ρ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

§ 23. Μηχανικὴ εἶναι ἡ ἐπιστήμη τῆς κινήσεως καὶ τῶν αἰτίων αὐτῆς. Λέγοντες δὲ κίνησιν ἐννοοῦμεν τὴν ἀλλαγὴν τῆς θέσεως τῶν σωμάτων ἐν τῷ χώρῳ.

Ὁ χῶρος ὅμως αὐτὸς καθ' ἑαυτὸν δὲν εἶναι τι ὑποκείμενον ἀμέσως εἰς τὴν αἴσθησιν τοῦ ἀνθρώπου, καὶ ἡ θέσις σημείου τινος ἐν αὐτῷ μόνον σχετικῶς πρὸς ἄλλα σημεῖα ὑλικὰ εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ. Ἑπομένως ὅταν ὁμιλοῦμεν περὶ κινήσεως, ἐννοοῦμεν τὴν ἀλλαγὴν θέσεως τοῦ κινουμένου σώματος ἐν σχέσει πρὸς ἄλλα, τὰ ὁποῖα θεωροῦμεν ἀκίνητα, καὶ τῶν ὁποίων αἱ ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεις μένουν σταθεραί. Διὰ τὸ ἁπλούστερον μάλιστα φανταζόμεθα εἰς τὸν χῶρον τρεῖς εὐθείας καθέτους πρὸς ἀλλήλας (ἄξονας τῶν συντεταγμένων) διερχομένας δι' ἑνὸς σημείου (ἀρχῆς τῶν συντεταγμένων) καὶ ἀκλονήτως συνδεδεμένας πρὸς τὸ σύστημα τῶν σωμάτων τὰ ὁποῖα θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητα. Ἡ θέσις ἑκάστου σημείου τοῦ χώρου ὁρίζεται διὰ τῶν ἀποστάσεων αὐτοῦ ἀπὸ τῶν ὑπὸ τῶν ἀξόνων ἀνὰ δύο ὁριζομένων ἐπιπέδων (συντεταγμένων ἐπιπέδων) καὶ ἡ κίνησις τοῦ σημείου εἶναι ἡ ἀλλαγὴ θέσεως σχετικῶς πρὸς τοὺς ἄξονας τῶν συντεταγμένων (Πρβλ. Σχ. 17 Σελ. 26).



Σχ. 16.

Οὕτω π.χ. ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν ὡς ἀκίνητον τὴν γῆν καὶ ὡς ἄξονας συντεταγμένων νὰ λάβωμεν τὴν κατακόρυφον Z΄ Z, τὴν ὁριζοντίαν τομὴν τοῦ μεσημβρινοῦ ἐπιπέδου N — B καὶ τὴν ἐπὶ τὰς δύο ταύτας κάθετον Α—Δ (Σχ. 16) Ἐννοεῖται ὅτι αἱ τρεῖς εὐθεῖαι πρέπει νὰ διέρχωνται δι' ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, τὸ ὁποῖον θὰ εἶναι ἡ ἀρχὴ τῶν συντεταγμένων. Τὸ σύστημα τοῦτο τῶν ἀξόνων

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι κατάλληλον εἰς πολλὰς περιστάσεις καὶ θὰ τὸ μεταχειρισθῶμεν π. χ. κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν νόμων τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. Λεπτομερεστέρα ἐν τούτοις ἔρευνα μᾶς πείθει, ὅτι οἱ νόμοι τῆς μηχανικῆς δὲν ἔχουν τὴν ἐπιθυμητὴν ἁπλότητα ὅταν ἡ κίνησις ἀναφέρεται εἰς τὸ σύστημα τῶν τοπικῶν γηΐνων ἀξόνων συντεταγμένων, ὄχι μόνον δὲ τοῦτο ἀλλὰ καὶ οἱ νόμοι εἶναι διάφοροι διὰ διαφόρους τόπους τῆς γῆς. Αἱ δὲ κινήσεις τῶν οὐρανίων σωμάτων, καὶ ἂν ἀκόμη τὰς ἀναφέρωμεν εἰς τὸ ἐξ ὅλων τῶν γηΐνων συστημάτων μόνον διακρινόμενον, ἐκεῖνο δηλ. τοῦ ὁποίου εἷς ἄξων συμπίπτει μὲ τὸν ἄξονα τῆς γῆς, οἱ δὲ δύο ἄλλοι κεῖνται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδου, ἀκλονήτως μὲ τὴν γῆν συνδεδεμένοι (κυρίως εἶναι ἄπειρα τοιαῦτα συστήματα, διότι κατ᾽ ἀπείρους τρόπους ἠμποροῦμεν νὰ ὁρίσωμεν τοὺς δύο ἄξονας ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδου, ὅλα ὅμως εἶναι ἰσοδύναμα πρὸς ἄλληλα) ἀκολουθοῦν νόμους πολυπλοκωτάτους καὶ ἐπομένως εἴμεθα ἠναγκασμένοι νὰ ζητήσωμεν ἄλλο καταλληλότερον σύστημα. Τοιοῦτον εἶναι τὸ σύστημα τοῦ ὁποίου ἀρχὴ μὲν εἶναι τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, οἱ δὲ ἄξονες διέρχονται δι᾽ οἱωνδήποτε ὡρισμένων σημείων τῆς οὐρανίας σφαίρας.

Ἡ μετάβασις ἐκ τοῦ πρώτου συστήματος ἀξόνων εἰς τὸ δεύτερον ἰσοδυναμεῖ πρὸς τὴν μετάβασιν ἐκ τοῦ συστήματος τοῦ Πτολεμαίου εἰς τὸ σύστημα τοῦ Ἀριστάρχου καὶ τοῦ Κοπερνίκου. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο τῶν ἀξόνων οἱ νόμοι τῆς μηχανικῆς, ἐφ᾽ ὅσον τοὐλάχιστον ἡ γνῶσις αὐτῶν εἶναι ἐφικτὴ μὲ τὰ εἰς τὴν διάθεσιν τῆς φυσικῆς καὶ ἀστρονομίας ὑπάρχοντα μέσα, ἔχουν μορφὴν θαυμαστῶς ἁπλῆν.

Πρέπει νὰ σημειωθῇ, ὅτι καὶ τὸ σύστημα τοῦτο δὲν εἶναι ἀκόμη τελείως ἱκανοποιητικὸν ἕνεκα τῆς αἰωνίας μετακινήσεως τῶν ἀπλανῶν ἐπὶ τῆς οὐρανίας σφαίρας. Ἡμεῖς ὅμως ἀφίνοντες τὴν περαιτέρω ἐπὶ τοῦ ζητήματος τούτου λεπτολογίαν, θὰ ἀρκεσθῶμεν εἰς τὸ σύστημα τοῦτο τῶν ἀξόνων καὶ εἰς αὐτὸ θὰ ἀνάγωμεν τὰς σκέψεις μας.

§ 24. ***Ὑλικὰ σημεῖα, ὑλικὰ σώματα. Διαίρεσις τῆς μηχανικῆς.*** Τὰ εἰς τὴν αἴσθησιν ἡμῶν ὑποπίπτοντα σώματα ἔχουν πάντοτε ἔκτασιν, καταλαμβάνουν δηλ. χῶρον πεπερασμένον. Ἡ μηχανικὴ ἐν τούτοις πρὸς ἁπλοποίησιν θεωρεῖ πολλάκις καὶ σώματα τόσον μικρὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὥστε αἱ διαστάσεις αὐτῶν νὰ μὴ εἶναι ἀνάγκη νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν ἐν σχέσει πρὸς τὰ ἄλλα μήκη τὰ ὁποῖα συγχρόνως θεωροῦμεν.

Τὰ τοιαῦτα σώματα ὀνομάζομεν *φυσικὰ* ἢ *ὑλικὰ σημεῖα*, φανερὸν δὲ εἶναι ὅτι ἡ ἔννοια τοῦ ὑλικοῦ σημείου εἶναι ὅλως σχετική. Ἡ γῆ ὅλη π. χ. εἰς πολλὰ ἀστρονομικὰ προβλήματα θεωρεῖται κατὰ πρώτην προσέγγισιν ὡς ὑλικὸν σημεῖον.

Πᾶν σῶμα πεπερασμένων διαστάσεων ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς ἄθροισμα ὑλικῶν σημείων καὶ ἡ *μηχανικὴ τῶν σωμάτων* προκύπτει διὰ καταλλήλου ἐπεκτάσεως ἐκ τῆς *μηχανικῆς τοῦ ὑλικοῦ σημείου*.

Ἐκτὸς ὅμως ταύτης τῆς διακρίσεως ἔχομεν καὶ ἄλλην διαίρεσιν τῆς μηχανικῆς. Ἢ δηλ. θεωροῦμεν τὴν κίνησιν αὐτὴν καθ' ἑαυτήν, ἀνεξαρτήτως τῶν αἰτίων της *(Κινητική)*, ἢ θεωροῦμεν τὰ αἴτια τῆς κινήσεως, *τὰς δυνάμεις*, ἐξετάζοντες κατὰ πόσον ταῦτα ὑπὸ δεδομένας συνθήκας μεταβάλλουν ἢ ὄχι τὴν κινητικὴν κατάστασιν σώματός τινος *(Στατική)*, ἢ τέλος ἐξετάζομεν ὑπὸ τὴν γενικωτάτην μορφὴν τὴν κίνησιν ἐν σχέσει προς τὰ αἴτια τὰ ὁποῖα τὴν παράγουν *(Δυναμική)*.

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

ΚΙΝΗΤΙΚΗ

§ 25. ***Τροχιά.*** Λέγομεν ὅτι σημεῖον ὑλικὸν κινεῖται ὅταν ἀλλάσσῃ θέσιν ὡς πρὸς ἀκινήτους θεωρουμένους ἄξονας συντεταγμένων καὶ τὰ σώματα, πρὸς τὰ ὁποῖα οὗτοι εἶναι ἀρρήκτως συνδεδεμένοι. Ἡ κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος ἢ καμπυλόγραμμος καθ' ὅσον ἡ *τροχιὰ* τοῦ κινητοῦ, ὁ γεωμετρικὸς δηλ. τόπος τῶν διαδοχικῶν αὐτοῦ θέσεων, εἶναι εὐθεῖα ἢ καμπύλη γραμμή. Ἐννοεῖται ὅτι ἡ εὐθύγραμμος κίνησις εἶναι μερικὴ περίπτωσις τῆς καμπυλογράμμου.

§ 26. ***Ταχύτης.*** Εἰς τὴν εὐθύγραμμον κίνησιν, ὅταν τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διατρέχῃ ἴσα διαστήματα, λέγομεν ὅτι ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλὴ ἢ ἰσοταχής, τὸ δὲ σταθερὸν πηλίκον τοῦ διαστήματος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

(s) διὰ τοῦ χρόνου (t) κατὰ τὸν ὁποῖον διηνύθη ὀνομάζεται ταχύτης (υ).

Εἶναι λοιπὸν

$$(1) \qquad \upsilon = \frac{s}{t}$$

καὶ ὁ ἀριθμὸς ὁ ἐκφράζων τὴν ταχύτητα ἐκφράζει συγχρόνως καὶ τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διανυόμενον διάστημα (1).

Αἱ διαστάσεις τῆς ταχύτητος εἶναι

$$\left[\upsilon\right] = \left[\frac{L}{T}\right] = \left[LT^{-1}\right]$$

Μονὰς δὲ ταχύτητος εἶναι ἡ ταχύτης κινητοῦ διατρέχοντος τὴν μονάδα τοῦ μήκους εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Εἰς τὸ σύστημα CGS μονὰς ταχύτητος εἶναι ἡ ταχύτης ἑνὸς cm κατὰ δευτερόλεπτον.

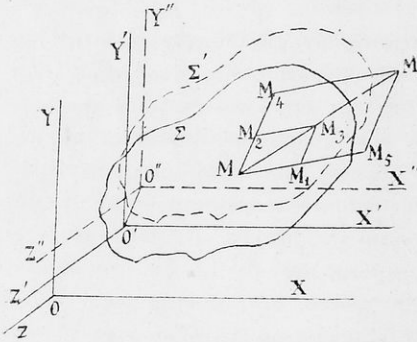
Ὅταν ἡ κίνησις δὲν εἶναι ὁμαλή, ἠμποροῦμεν σχεδὸν πάντοτε νὰ θεωρήσωμεν χρόνους τόσον μικροὺς ὥστε κατ' αὐτοὺς ἡ κίνησις νὰ δύναται νὰ θεωρηθῇ μὲ ὅσην θέλομεν προσέγγισιν ὁμαλή. Ὡς ταχύτητα τῆς κινήσεως ὁρίζομεν κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ ὅριον τοῦ πηλίκου μικροῦ τινος διαστήματος περὶ τὸ θεωρούμενον σημεῖον τῆς τροχιᾶς διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, ὅταν διάστημα καὶ χρόνος γίνωνται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρότερα τείνοντα πρὸς τὸ μηδέν. Ὅτι ὑπάρχει ἐν γένει τοιοῦτον ὅριον ἀποδεικνύεται εἰς τὸν λογισμὸν τῶν ἀπειροστῶν.

§ 27. *Γραφικὴ παράστασις τῆς ταχύτητος.* Ἡ ταχύτης σημείου τινὸς εἰς ὡρισμένην χρονικὴν στιγμὴν ἔχει ὡρισμένον μέγεθος καὶ διεύθυνσιν. Ἠμπορεῖ ἑπομένως νὰ παρασταθῇ διὰ τμήματος εὐθείας, τοῦ ὁποίου, κατασκευαζομένου συνήθως ὑπὸ μορφὴν βέλους, ἡ μὲν διεύθυνσις, συμπίπτουσα πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως, παριστᾷ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος, τὸ δὲ μέγεθος, ὁ λόγος δηλ. τοῦ μήκους αὐτοῦ πρὸς μῆκος κατὰ συνθήκην λαμβανόμενον ὡς μονάδα, παριστᾷ τὸ μέγεθος τῆς ταχύτητος, τὸν λόγον δηλ. αὐτῆς πρὸς τὴν ὡς μονάδα λαμβανομένην ταχύτητα.

(1) Ἀνακριβὲς εἶναι τὸ λεγόμενον πολλάκις ὅτι *ταχύτης εἶναι τὸ διάστημα* τὸ διανυόμενον εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ταχύτης καὶ διάστημα εἶναι φυσικὰ ποσὰ οὐσιωδῶς διάφορα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 28. *Ταχύτης καμπυλογράμμου κινήσεως.* Όταν ἡ τροχιὰ τοῦ κινητοῦ εἶναι καμπυλόγραμμος ἠμποροῦμεν πάντοτε νὰ θεωρήσωμεν ἕν μικρὸν μέρος αὐτῆς ὡς εὐθύγραμμον, συμπίπτον πρὸς τὴν ἐφαπτομένην κατὰ τὸ θεωρούμενον σημεῖον καὶ μὲ προσέγγισιν τοσοῦτον μεγαλυτέραν, ὅσον μικρότερον λαμβάνομεν τὸ μέρος. Ἡ δὲ ταχύτης εἶναι καὶ πάλιν τὸ ὅριον τοῦ λόγου τοῦ περὶ τὸ θεωρούμενον σημεῖον δυανυομένου ἐλαχίστου διαστήματος πρὸς τὸν χρόνον κατὰ τὸν ὁποῖον διηνύθη, διεύθυνσιν δὲ ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης τῆς τροχιᾶς εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον.



Σχ. 17.

Ἡ ταχύτης λοιπὸν εἰς τὴν καμπυλόγραμμον κίνησιν μεταβάλλεται καὶ κατὰ διεύθυνσιν. Ἂν ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ αὐτῆς μένῃ σταθερὰ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλὴ ἢ ἰσοταχής, καὶ τὸ κινητὸν διανύει εἰς ἴσους χρόνους ἴσα τόξα τῆς τροχιᾶς, ἄλλως ἡ κίνησις εἶναι ἀνισοταχής.

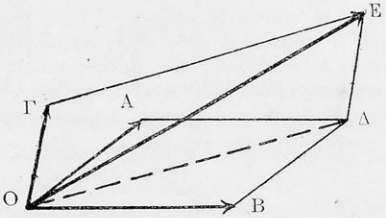
§ 29. *Σύνθεσις ταχυτήτων.* Ἂς ὑποθέσωμεν σύστημα ἀξόνων X′ Y′ Z′ στερεῶς συνδεδεμένων πρὸς τὸ σύστημα Σ καὶ σημεῖον ὑλικὸν κινούμενον ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄξονας τούτους μὲ τὴν ταχύτητα M M_1. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ κινητὸν εἰς μίαν χρονικὴν μονάδα ἔρχεται ἀπὸ τὸ σημεῖον M εἰς τὸ M_1 ἐν σχέσει πρὸς τὸ σύστημα Σ. Ἔστω τώρα ὅτι καὶ τὸ σύστημα Σ μὲ τοὺς ἄξονας X′ Y′ Z′ ὡς ὅλον κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς ἄλλο σύστημα ἀξόνων, τὸ X Y Z καὶ μάλιστα οὕτως ὥστε ὅλα τὰ σημεῖά του νὰ διαγράφουν παραλλήλους τροχιὰς μὲ τὴν κοινὴν ταχύτητα O′O″. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ συστήματος Σ μετακινοῦνται ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄξονας X Y Z εἰς τὸ τέλος μιᾶς χρονικῆς μονάδος κατὰ διαστήματα ἴσα καὶ παράλληλα πρὸς τὸ O′O″. Ἑπομένως καὶ τὸ σημεῖον M_1 τοῦ συστήματος Σ, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὸ τέλος τῆς χρονικῆς μονάδος, ἔχει μετακινηθῆ κατὰ τὸ διάστημα M_1 M_3 καὶ τὸ κινητὸν εὑρίσκεται ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄξονας X Y Z εἰς τὸ σημεῖον M_3, διανύσαν τὸ διάστημα M M_3. Ἡ ταχύτης λοιπὸν τοῦ κινητοῦ ἐν σχέσει πρὸς τοὺς ἄξονας X Y Z παρίσταται ὑπὸ τοῦ τμήματος M M_3, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου τῆς M M_1, τῆς σχετικῆς ταχύτητος ὡς πρὸς τὸ σύστημα καὶ τῆς M M_2, τῆς ταχύτητος δηλ. τοῦ συστήματος τούτου ὡς πρὸς τοὺς ἄξονας X Y Z. Ὅτι δὲ καὶ ἡ πρὸς τοὺς ἄξονας τούτους κίνησις εἶναι εὐθύγραμμος καὶ ὁμαλὴ ἀποδεικνύεται εὐκόλως. Διότι εἰς τὸ τέλος π.χ. α χρονικῶν μονάδων

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θὰ ἔχωμεν ἀντὶ τοῦ παραλληλογράμμου $M M_1 M_2 M_3$ τὸ $M M_2 M_3 M_4$, ὅμοιον πρὸς τὸ πρῶτον μὲ πλευρὰς ἀντιστοίχως α φορὰς μεγαλυτέρας. Ἑπομένως καὶ ἡ διαγώνιός του $M M_3$ θὰ εἶναι α φορὰς μεγαλυτέρα τῆς $M M_2$ καὶ θὰ συμπίπτῃ ἡ διεύθυνσις ἀμφοτέρων. Ἤτοι τὸ κινητὸν εἰς τὸ τέλος τῆς δευτέρας χρονικῆς μονάδος θὰ ἐξακολουθῇ νὰ εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθείας $M M_1 M_3$ καὶ θὰ ἔχῃ διανύσῃ διάστημα α φορὰς μεγαλύτερον τοῦ κατὰ τὴν πρώτην μονάδα διανυθέντος.

§ 30. ***Γεωμετρικὸν ἄθροισμα.*** Ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου δύο τμημάτων ὀνομάζεται *γεωμετρικὸν ἄθροισμα* τῶν τμημάτων τούτων.

Γεωμετρικὸν ἄθροισμα τριῶν τμημάτων ὀνομάζεται ἡ διαγώνιος τοῦ δι' αὐτῶν σχηματιζομένου παραλληλεπιπέδου, ἢ καὶ ἄλλως ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ σχηματιζομένου ἐκ τοῦ γεωμετρικοῦ ἀθροίσματος τῶν δύο ἐξ αὐτῶν καὶ τοῦ ὑπολειπομένου. Οὕτω ἔχομεν (Σχ. 18) παριστῶντες τὴν γεωμετρικὴν ἄθροισιν διὰ τοῦ συμβόλου (+)



Σχ. 18.

$$OA(+)OB = O\Delta$$
$$O\Delta(+)O\Gamma = OE$$
$$OA(+)OB(+)O\Gamma = OE$$

παρατηροῦμεν δὲ ὅτι εὐκολώτατα κατασκευάζομεν τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα, ἂν ἀπὸ τοῦ πέρατος τοῦ πρώτου τμήματος Α φέρωμεν τμῆμα ΑΔ ἴσον καὶ παράλληλον πρὸς τὸ δεύτερον, ἀπὸ τοῦ πέρατος τούτου Δ τμῆμα ΔΕ ἴσον καὶ παράλληλον πρὸς τὸ τρίτον καὶ ἑνώσωμεν τὴν ἀρχὴν Ο τοῦ πρώτου τμήματος μὲ τὸ πέρας τοῦ τελευταίου Ε. Ὁμοίως κατασκευάζεται τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα περισσοτέρων τῶν τριῶν τμημάτων.

Τὸ οὕτως εὑρισκόμενον τμῆμα δικαιούμεθα νὰ ὀνομάσωμεν ἄθροισμα διότι ἔχει ὅλας τὰς ἰδιότητας τοῦ ἀλγεβρικοῦ ἀθροίσματος. Πρῶτον εἶναι τμῆμα ἐντελῶς ὡρισμένον, ἀνεξάρτητον τῆς τάξεως κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ λάβωμεν τὰ προσθετέα τμήματα· εἶναι δηλ.

$$OA(+)OB(+)O\Gamma = O\Gamma(+)OB(+)OA$$

Δεύτερον δὲ ἰσχύει καὶ ὁ ἀναλυτικὸς νόμος· ἠμποροῦμεν δηλ. νὰ ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὸ ἄθροισμα δύο ἢ περισσότερα τμήματα διὰ τοῦ γεωμετρικοῦ ἀθροί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σματος αὐτῶν ἢ καὶ τἀνάπαλιν νὰ ἀντικαταστήσωμεν ἓν τμῆμα διὰ δύο ἢ περισσοτέρων, τὰ ὁποῖα ἔχουν αὐτὸ ὡς ἄθροισμα. Εἶναι π.χ.

$$\text{ΟΑ}(+)\text{ΟΒ}(+)\text{ΟΓ}=(\text{ΟΑ}(+)\text{ΟΒ})(+)\text{ΟΓ}=\text{ΟΔ}(+)\text{ΟΓ}$$

Ἐπειδὴ δὲ ἡ γεωμετρικὴ ἀφαίρεσις τμήματος ἰσοδυναμεῖ μὲ τὴν πρόσθεσιν τοῦ ἀντιθέτου (ἴσου καὶ ἀντιρρόπου) τμήματος, ἀνάγεται ἡ ἀφαίρεσις εἰς τὴν πρόσθεσιν.

§ 31. Κατὰ ταῦτα, ὅταν ἓν κινητὸν ἔχῃ ταχύτητά τινα τ ἐν σχέσει πρὸς σύστημα ἀξόνων Α, τὸ ὁποῖον πάλιν καὶ αὐτὸ κινεῖται σχετικῶς πρὸς τοὺς ἄξονας Β μὲ ταχύτητα Τ, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ ὡς πρὸς τοὺς ἄξονας Β εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ταχυτήτων τ καὶ Τ. Ἤτοι ἡ συνισταμένη δύο ταχυτήτων εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα αὐτῶν. Καὶ τἀνάπαλιν ἠμποροῦμεν δοθεῖσαν ταχύτητα νὰ ἀναλύσωμεν εἰς δύο ἄλλας. Ἐννοεῖται ὅτι τὰ λεχθέντα δὲν περιορίζονται εἰς δύο μόνον ταχύτητας ἀλλ' ἰσχύει γενικῶς ἡ ἑξῆς πρότασις:

Ἂν τὸ κινητὸν Μ κινῆται ὡς πρὸς τὸ σύστημα Α μὲ ταχύτητα τ, τὸ σύστημα Α κινεῖται ὡς πρὸς τὸ A_1 παραλλήλως πρὸς ἑαυτὸ μὲ ταχύτητα τ_1, τὸ σύστημα A_1 κινεῖται ὡς πρὸς τὸ σύστημα A_2 μὲ ταχύτητα τ_2....., τέλος τὸ σύστημα $A_{\mu-1}$ κινεῖται ὡς πρὸς τὸ σύστημα A_μ μὲ ταχύτητα τ_μ, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ Μ ὡς πρὸς τὸ σύστημα A_μ παρίσταται κατὰ μέγεθος καὶ διεύθυνσιν ὑπὸ τοῦ γεωμετρικοῦ ἀθροίσματος

$$\tau(+)\tau_1\ (+)\tau_2(+)\ \ldots\ (+)\tau_\mu\,.$$

Τὰς ἀνωτέρω προτάσεις ἀπεδείξαμεν προκειμένου περὶ κινήσεων εὐθυγράμμων καὶ ἰσοταχῶν. Ἐπειδὴ ὅμως πᾶσα κίνησις δύναται ἐπ' ἐλάχιστον χρονικὸν διάστημα νὰ θεωρηθῇ εὐθύγραμμος καὶ ἰσοταχής, ἕπεται ὅτι τὸ θεώρημα τῆς συνθέσεως τῶν ταχυτήτων ἰσχύει γενικῶς δι' οἱανδήποτε κίνησιν. Ὡς πόρισμα τῆς προτάσεως ταύτης ἐξάγομεν, ὅτι πᾶσαν κίνησιν ἐπὶ ἐπιπέδου τροχιᾶς ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν ὡς συνισταμένην δύο εὐθυγράμμων κινήσεων, τοιούτων ὥστε αἱ εἰς ἑκάστην στιγμὴν ταχύτητες αὐτῶν νὰ ἔχουν ἄθροισμα γεωμετρικὸν τὴν πραγματικὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ, πᾶσα δὲ κίνησις ἐν τῷ χώρῳ ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς συνισταμένη τριῶν εὐθυγράμμων κινήσεων.

§ 32. ***Ἐπιτάχυνσις τῆς εὐθυγράμμου κινήσεως.*** Εἰς τὴν ἀνισοταχῆ εὐθύγραμμον κίνησιν ἡ ταχύτης ἂν καὶ ἔχουσα πάντοτε τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, μεταβάλλεται ἐν τούτοις κατ' ἀπόλυτον τιμήν.

Οὕτω ἂν εἰς τοὺς χρόνους 0, 1, 2, 3 . . . . . ἔχομεν τὰς ταχύτητας v_0 v_1 v_2 v_3 . . . . . ἡ ταχύτης ηὐξήθη εἰς τὸ τέλος τῆς πρώτης χρονικῆς μονάδος κατὰ v_1-v_0 (ἡ αὔξησις εἶναι θετικὴ ἢ ἀρνητικὴ καθ' ὅσον $v_1 \gtrless v_0$) εἰς τὸ τέλος τῆς δευτέρας μονάδος ἔλαβε νέαν αὔξησιν v_2-v_1, εἰς τὸ τέλος τῆς τρίτης χρονικῆς μονάδος ηὐξήθη πάλιν κατὰ v_3-v_2 καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἂν αἱ αὐξήσεις αὗται εἶναι ἴσαι πρὸς ἀλλήλας καὶ ἐν γένει ἡ κατά τι χρονικὸν διάστημα μεταβολὴ τῆς ταχύτητος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα, ἡ κίνησις λέγε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ται *ὁμαλῶς μεταβαλλομένη*, ὁ δὲ σταθερὸς λόγος τῆς αὐξήσεως τῆς ταχύτητος κατά τι χρονικὸν διάστημα (θετικῆς ἢ ἀρνητικῆς) πρὸς τὸ διάστημα τοῦτο ὀνομάζεται *ἐπιτάχυνσις*.

Ἐὰν λοιπὸν εἰς τοὺς χρόνους t_0 καὶ t_1 ἡ ταχύτης εἶναι v_0 καὶ v_1 ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι

$$\gamma = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0}$$

ἀριθμητικῶς δὲ εἶναι ἴση ἡ ἐπιτάχυνσις πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Εἶναι δὲ ἡ ἐπιτάχυνσις θετικὴ ἢ ἀρνητικὴ καθ' ὅσον ἡ ταχύτης αὐξάνεται ἢ ἐλαττώνεται.

Αἱ διαστάσεις τῆς ἐπιταχύνσεως εἶναι

$$\left[\gamma\right] = \left[\frac{v}{T}\right] = \left[\frac{LT^{-1}}{T}\right] = \left[LT^{-2}\right]$$

ὡς μονὰς δὲ ἐπιταχύνσεως εἰς τὸ σύστημα C G S λαμβάνεται ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ταχύτης αὐξάνει εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου κατὰ τὴν μονάδα τῆς ταχύτητος, ἤτοι εἰς ἕκαστον δευτερόλεπτον κατὰ 1 cm κατὰ δευτερόλεπτον.

Εἰς τὴν οὐχὶ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἐπιτάχυνσις ὀνομάζεται τὸ ὅριον τοῦ πηλίκου τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ χρόνου κατὰ τὸν ὁποῖον ἐπῆλθεν αὕτη, ὅταν ὁ χρόνος λαμβάνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρότερος τείνων πρὸς τὸ μηδέν.

§ 33. ***Νόμοι τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης εὐθυγράμμου κινήσεως.*** Εἰς τὴν ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι σταθερά, ἡ δὲ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος ἀνάλογος τοῦ χρόνου. Ἂν λοιπὸν εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου ($t=0$) ἡ ταχύτης εἶναι v_0, εἰς τὸν χρόνον t ἡ ταχύτης θὰ εἶναι:

$$v = v_0 + \gamma t$$

Τὸ διάστημα s τὸ διανυόμενον εἰς χρόνον t ἀπόδεικνύεται ὅτι εἶναι:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$$

Ἂν ἑπομένως εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου t τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὴν διαίρεσιν s_0 τῆς κατὰ μῆκος τῆς τροχιᾶς κλίμακος μετὰ χρόνον t θὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν διαίρεσιν

$$S = s_0 + s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Διά νά εὕρωμεν το διάστημα s τὸ διανυθὲν εἰς τὸν χρόνον t, διαιροῦμεν τὸ ὅλον χρονικὸν διάστημα εἰς ν ἴσα μέρη. Ἡ ταχύτης εἰς τὴν ἀρχὴν καὶ τὸ τέλος τῶν χρονικῶν τούτων διαστημάτων εἶναι:

	1	2	3	ν−1	ν
Χρόνος 0	$\frac{t}{\nu}$	$\frac{2t}{\nu}$	... ...	$\frac{\nu-1}{\nu}t$	t
Ταχύτης v_0	$v_0+\frac{t}{\nu}\gamma$	$v_0+\frac{2t}{\nu}\gamma$		$v_0+\frac{\nu-1}{\nu}t\gamma$	$v_0+t\gamma$

Ἡ ταχύτης εἰς ἕκαστον τῶν χρονικῶν διαστημάτων εἶναι μεγαλυτέρα μὲν τῆς ἀρχικῆς μικροτέρα δὲ τῆς τελικῆς (ἂν τὸ γ εἶναι θετικόν).

Ἂν λοιπὸν θεωρήσωμεν ὅτι εἰς ἕκαστον τῶν χρονικῶν διαστημάτων τὸ κινητὸν προχωρεῖ μὲ τὴν ἀρχικὴν τοῦ διαστήματος ταχύτητα καὶ ἀθροίσωμεν τὰ εὑρεθέντα μήκη, τὸ ἄθροισμα Σ_1 θὰ εἶναι μικρότερον τοῦ πραγματικῶς διανυθέντος διαστήματος s. Ἂν δὲ ἀντὶ τῆς ἀρχικῆς λάβωμεν τὴν τελικὴν ταχύτητα, τὸ ἄθροισμα Σ_2 θὰ εἶναι μεγαλύτερον τοῦ διανυθέντος διαστήματος s. Εἶναι δέ:

$$\Sigma_1 = v_0\frac{t}{\nu}+\left(v_0+\frac{t}{\nu}\gamma\right)\frac{t}{\nu}+\left(v_0+\frac{2t}{\nu}\gamma\right)\frac{t}{\nu}+\ldots$$

$$\ldots+\left(v_0+\frac{(\nu-1)t}{\nu}\gamma\right)\frac{t}{\nu}=v_0t+\frac{\nu-1}{\nu}\frac{1}{2}\gamma t^2$$

$$\Sigma_2=\left(v_0+\frac{t}{\nu}\gamma\right)\frac{t}{\nu}+\left(v_0+\frac{2t}{\nu}\gamma\right)\frac{t}{\nu}+\left(v_0+\frac{3t}{\nu}\gamma\right)\frac{t}{\nu}+\ldots$$

$$\ldots+\left(v_0+t\gamma\right)\frac{t}{\nu}$$

$$=v_0t+\frac{\nu+1}{\nu}\frac{1}{2}\gamma t^2$$

Ἑπομένως:

$$\Sigma_1=v_0t+\frac{\nu-1}{\nu}\frac{1}{2}\gamma t^2<s<v_0t+\frac{\nu+1}{\nu}\frac{1}{2}\gamma t^2=\Sigma_2$$

Ἀλλ' ἐὰν διαιροῦμεν τὸν χρόνον t εἰς μέρη ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρά, τὸ ν αὐξάνει ἐπ' ἄπειρον καὶ τὰ κλάσματα

$$\frac{\nu-1}{\nu}=1-\frac{1}{\nu}\quad\text{καὶ}\quad\frac{\nu+1}{\nu}=1+\frac{1}{\nu}$$

τείνουν ἀμφότερα πρὸς τὴν μονάδα.

Τὰ Σ_1 καὶ Σ_2 τείνουν πρὸς τὴν αὐτὴν τιμήν, ἑπομένως καὶ τὸ μεταξὺ αὐτῶν περιεχόμενον s.

Εἶναι λοιπὸν

1) $$s=v_0t+\frac{1}{2}\gamma t^2$$

§ 34. Τὸ διανυθὲν διάστημα παρίσταται λοιπὸν εἰς τὴν ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν ὑπὸ δευτεροβαθμίας συναρτήσεως τοῦ χρόνου. Εἰς τὸν τύπον 2 τῆς προηγουμένης § εἶναι s_0 τὸ διάστημα,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ ὁποῖον εἶχεν ἤδη διανύσῃ τὸ κινητὸν κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου, $v_0\, t$ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον κατὰ τὸν χρόνον t διήνυσε τὸ κινητὸν μὲ τὴν σταθερὰν ταχύτητα v_0, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἤδη κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου, καὶ τέλος $\frac{1}{2}\gamma t^2$ εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν ὡς ἐκ τῆς ἐπιταχυνομένης κινήσεως μὲ τὴν ἐπιτάχυνσιν γ. (Ἐννοεῖται ὅτι s_0, v_0 καὶ γ εἶναι ἀριθμοὶ θετικοὶ ἢ καὶ ἀρνητικοί). Ἂν τὸ κινητὸν ἐξεκίνησε κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ($v_0 = 0$) ἀπὸ τὸ σημεῖον ἀπὸ τοῦ ὁποίου μετροῦμεν τὰς ἀποστάσεις ($s_0 = 0$) ὁ τύπος 2 γίνεται:

$$s = \frac{1}{2}\gamma t^2$$

ἤτοι κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην *τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων, κατὰ τοὺς ὁποίους διηνύθησαν.*

Οὕτω εἶναι:

	Διανυθὲν διάστημα.	Ταχύτης
Εἰς τὸ τέλος τῆς 1ης χρον. μονάδος	$1 \times \frac{1}{2}\gamma$	γ
» » » » 2ας » »	$2^2 \times \frac{1}{2}\gamma = 4 \times \frac{1}{2}\gamma$	2γ
» » » » 3ης » »	$3^2 \times \frac{1}{2}\gamma = 9 \times \frac{1}{2}\gamma$	3γ
» » » » 4ης » »	$4^2 \times \frac{1}{2}\gamma = 16 \times \frac{1}{2}\gamma$	4γ

Τὰ δὲ διανυόμενα εἰς ἑκάστην χρονικὴν μονάδα διαστήματα εἶναι:

$$1 \times \frac{1}{2}\gamma,\ 3 \times \frac{1}{2}\gamma,\ 5 \times \frac{1}{2}\gamma,\ 7 \times \frac{1}{2}\gamma,\ \text{κτλ.}$$

ἤτοι βαίνουν αὐξανόμενα ὡς ἡ σειρὰ τῶν περιττῶν ἀριθμῶν 1, 3, 5, 7. . . . . .

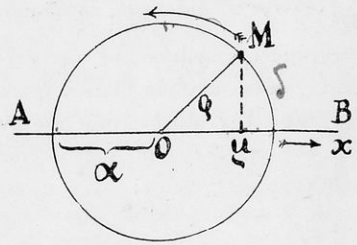
ΠΕΡΙΟΔΙΚΑΙ ΚΙΝΗΣΕΙΣ

§ 35. ***Ἁρμονικὴ κίνησις.*** Ἡ ἐπί τινος εὐθείας προβολὴ σημείου κινουμένου ἰσοταχῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἐκτελεῖ παλινδρομικὴν κίνησιν, ἡ ὁποία ὀνομάζεται *ἁπλῆ ἁρμονικὴ κίνησις.* Ἐὰν α εἶναι ἡ ἀκτὶς τοῦ κύκλου (σχ. 19), Τ ὁ χρόνος μιᾶς ὁλοκλήρου περιφορᾶς,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ δ τὸ τόξον τὸ ὁποῖον τὸ κινητὸν Μ ἔχει ἤδη διατρέξῃ κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου (t=0) ἡ θέσις τοῦ Μ ἐπὶ τῆς περιφερείας δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$$\varphi = \delta + \frac{2\pi t}{T}$$



Σχ. 19.

ἡ δὲ θέσις τῆς προβολῆς μ τοῦ Μ ἐπὶ τῆς εὐθείας Α Β, διερχομένης διὰ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου καὶ τῆς ἀρχῆς τῶν τόξων δίδεται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

(1) $$x = \alpha \, \text{συν} \, \varphi = \alpha \, \text{συν} \left(\delta + \frac{2\pi t}{T} \right)$$

ὅπου ὡς ἀρχὴ τῶν x θεωρεῖται τὸ κέντρον τοῦ κύκλου.

Ἡ κίνησις τοῦ μ εἶναι περιοδικὴ μεταξὺ τῶν ἄκρων θέσεων $\pm\alpha$, καὶ ἡ σταθερὰ α ὀνομάζεται διὰ τοῦτο *πλάτος* τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως. Ἡ γωνία $\varphi = \delta + \frac{2\pi t}{T}$ ὀνομάζεται γωνία φάσεως τῆς κινήσεως, τὸ δὲ δ εἶναι ἡ ἀρχικὴ φάσις. Ἐπειδὴ αἱ τριγωνομετρικαὶ συναρτήσεις ἔχουν περίοδον 2π, ἔπεται ὅτι ἡ θέσις τοῦ κινητοῦ καὶ ἐν γένει ἡ κίνησις εἶναι ἡ αὐτή, ὁσάκις ἡ γωνία φάσεως αὐξηθῇ κατὰ 2π ἢ ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ 2π, ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, ὅταν ὁ χρόνος αὐξηθῇ κατὰ Τ ἢ ἀκέραιον πολλαπλάσιον τοῦ Τ. Διὰ τοῦτο τὴν σταθερὰν Τ ὀνομάζομεν περίοδον τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως, τὸ δὲ ἀντίστροφον αὐτῆς

(2) $$\frac{1}{T} = \nu$$

τὸν ἀριθμὸν δηλ. τῶν περιόδων εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ὀνομάζομεν *συχνότητα* τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως.

Ἡ ταχύτης εἰς τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν εἶναι μεταβλητή, μεγίστη μὲν κατὰ τὸ μέσον Ο τῆς τροχιᾶς, μηδὲν δὲ εἰς τὰ ἄκρα αὐτῆς Α καὶ Β.

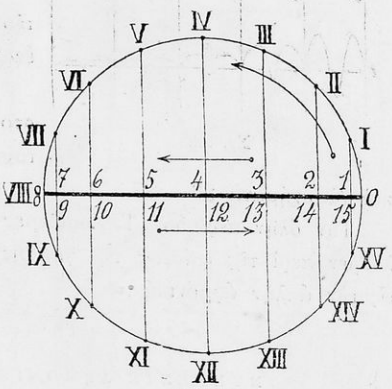
Ἡ ἐξῆς ἁπλῆ κατασκευὴ εἶναι χρησιμωτάτη εἰς τὴν ἔρευναν τῆς ἁρμονικῆς κινήσεως. Διαιροῦμεν τὴν περιφέρειαν εἰς ἴσα μέρη, ἔστω π. χ. 16, καὶ ἐκ τῶν ἄκρων τῶν διαιρέσεων φέρομεν καθέτους ἐπὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὴν διάμετρον 0-VIII. Ἐπειδὴ τὸ κινητόν, τοῦ ὁποίου ἡ προβολὴ ἐκτελεῖ τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν ἐπὶ τῆς διαμέτρου, διατρέχει τὴν περιφέρειαν ἰσοταχῶς, φανερὸν ὅτι κατὰ τὴν ἁρμονικὴν κίνησιν αἱ προβολαὶ τῶν ἴσων τόξων διατρέχονται εἰς ἴσους χρόνους. Οὕτω ἕκαστον τῶν διαστημάτων

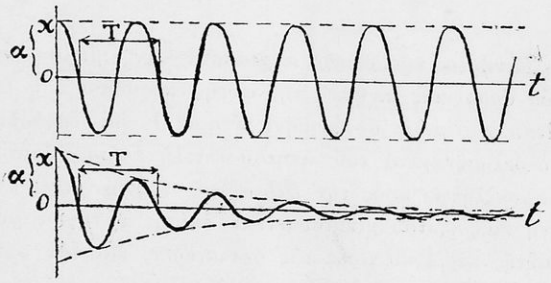
0—1, 1—2, 2—3, 3—4, 4—5, 5—6, 6—7, 7—8 . . . 14—15, 15—0

διατρέχεται εἰς $\frac{1}{16}$ τῆς περιόδου. Ἐκ τοῦ σχήματος φαίνεται ἀμέσως ὅτι ἡ ταχύτης εἶναι μεγίστη εἰς τὰ σημεῖα 4 καὶ 12 ἤτοι διὰ $x=0$.



Σχ. 20.

§ 36. ***Φθίνουσα ἁρμονικὴ κίνησις.*** Ἐνδιαφέρουσα εἶναι, ἐκτὸς τῆς περιγραφείσης *ἀμειώτου* ἁρμονικῆς κινήσεως τῆς ὁποίας τὸ πλάτος μένει σταθερόν, ἡ *φθίνουσα ἢ ἀποσβεννυομένη ἁρμονικὴ κίνησις*, τῆς ὁποίας τὸ πλάτος ἐλαττώνεται μετὰ τοῦ χρόνου.



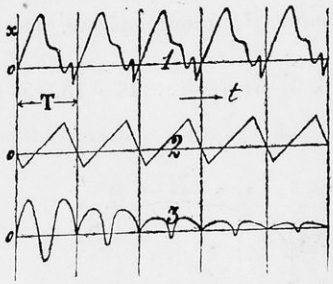
Σχ. 21.

Τὸ σχῆμα 21 παριστᾷ γραφικῶς ἀμείωτον καὶ φθίνουσαν ἁρμονικὴν κίνησιν (ἡ γωνία ἀρχικῆς φάσεως δ ἐλήφθη ἴση πρὸς 0).

§ 37. ***Περιοδικὴ κίνησις ἐν γένει.*** Περιοδικὴ εὐθύγραμμος κίνησις τῆς γενικωτάτης μορφῆς εἶναι πᾶσα κίνησις, ἡ ὁποία ἐπανα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λαμβάνεται κατ' ἴσα χρονικὰ διαστήματα. Ἡ κίνησις αὕτη χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν περίοδον Τ καὶ ἀπὸ τὴν ἐν γένει πολύπλοκον διαδοχὴν τῶν θέσεων τοῦ κινητοῦ ἐντὸς μιᾶς περιόδου.



Σχ. 22.

Ὡς πλάτος δύναται νὰ θεωρηθῇ ἡ μεγίστη ἀπόστασις τοῦ κινητοῦ ἀπὸ τῆς ὡς ἀρχικῆς θεωρουμένης θέσεως, ἡ ὁποία ἀπόστασις, σημειωτέον, δύναται νὰ εἶναι καὶ διάφορος ἑκατέρωθεν αὐτῆς.

Αἱ καμπύλαι τοῦ σχ. 22 παριστοῦν περιοδικὰς κινήσεις ἀμειώτους (1, 2) καὶ φθίνουσαν (3). Ιδε καὶ τὰ σχήματα 23 — 27.

Τὴν ὅλην περίοδον Τ χωρίζομεν πάλιν εἰς 360 μοίρας καὶ ὁμιλοῦμεν περὶ τῆς φάσεως τῆς γενικῆς περιοδικῆς κινήσεως ὅπως καὶ εἰς τὴν ἁπλῆν ἁρμονικήν.

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΑΡΜΟΝΙΚΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΕΠΙ ΤΗΣ ΑΥΤΗΣ ΕΥΘΕΙΑΣ

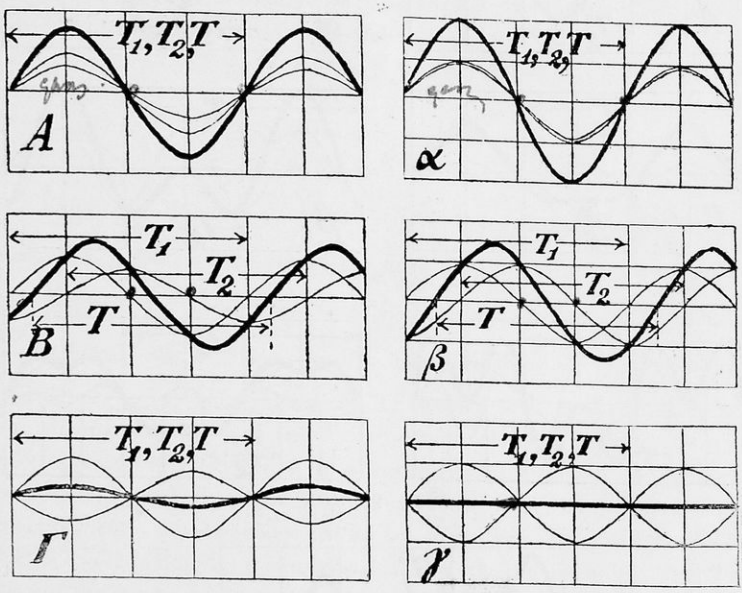
§ 38. ***Κινήσεις τῆς αὐτῆς περιόδου.*** Ἂν σημεῖον ἐκτελῇ συγχρόνως δύο ἁρμονικὰς κινήσεις τῆς αὐτῆς περιόδου ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, ἂν π. χ. ἐκτελῇ ἁρμονικὴν κίνησιν Ι ἐπὶ ἐπιπέδου, τὸ δὲ ἐπίπεδον ὁλόκληρον μετὰ τοῦ κινητοῦ ἐκτελῇ ἐπίσης ἁρμονικὴν κίνησιν ΙΙ παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπ' αὐτοῦ τροχιὰν τοῦ σημείου, ἡ συνισταμένη κίνησις τοῦ κινητοῦ εἶναι ἐπίσης εὐθύγραμμος ἁρμονικὴ τῆς αὐτῆς περιόδου πρὸς τὰς συνιστώσας καὶ ἐπὶ παραλλήλου τροχιᾶς, τὸ δὲ πλάτος καὶ ἡ φάσις αὐτῆς ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰ πλάτη καὶ τὴν διαφορὰν φάσεως τῶν συνιστωσῶν κινήσεων.

Ὅταν αἱ δύο κινήσεις ἔχουν διαφορὰν φάσεως μηδέν, ἐννοεῖται ὅτι καὶ ἡ συνισταμένη κίνησις ἔχει τὴν αὐτὴν φάσιν, τὸ δὲ πλάτος αὐτῆς εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν πλατῶν τῶν συνιστωσῶν (Σχ. 23, Α, α).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὅταν αἱ συνιστῶσαι κινήσεις ἔχουν διαφορὰν φάσεως διάφορον τοῦ μηδενός, ἡ φάσις τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι διάφορος τῆς τῶν συνιστωσῶν, τὸ δὲ πλάτος μικρότερον μὲν τοῦ ἀθροίσματος, μεγαλήτερον δὲ τῆς διαφορᾶς τῶν πλατῶν τῶν συνιστωσῶν (Σχ. 23, Β, β).

Ὅταν δὲ ἡ διαφορὰ φάσεως τῶν συνιστωσῶν εἶναι ἴση πρὸς 180°, τὸ πλάτος τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι ἴσον πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν πλατῶν τῶν συνιστωσῶν, ἡ δὲ φάσις συμπίπτει μὲ



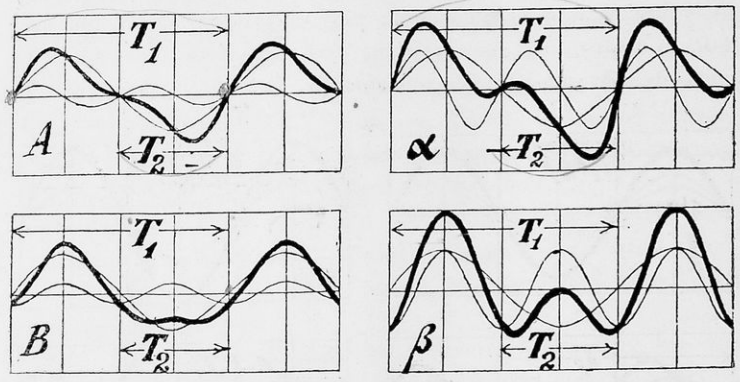
Σχ. 23.

τὴν φάσιν τῆς συνιστώσης, ἡ ὁποία ἔχει μεγαλήτερον πλάτος (Σχ. 23 Γ). Ἂν δὲ τὰ πλάτη τῶν συνιστωσῶν κινήσεων εἶναι ἴσα, ἡ συνισταμένη κίνησις ἔχει πλάτος μηδέν, τὸ κινητὸν δηλ. ἠρεμεῖ (Σχ. 23 γ).

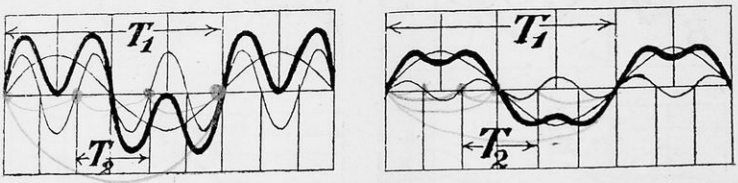
§. 39. ***Σύνθεσις περιοδικῶν κινήσεων διαφόρου περιόδου.*** Ἐκ τῆς συνθέσεως δύο ἢ περισσοτέρων ἁρμονικῶν κινήσεων ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας μὲ διαφόρους περιόδους προκύπτει κίνησις περιο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

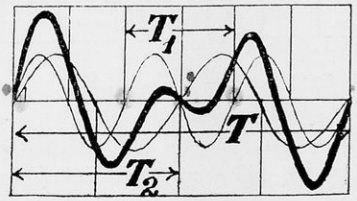
δικὴ ἐπίσης γενικῆς μορφῆς, ἐφ' ὅσον αἱ περίοδοι τῶν συνιστωσῶν κινήσεων εἶναι σύμμετροι πρὸς ἀλλήλας. Εὐκόλως δὲ εὑρίσκεται ὅτι ἡ συνισταμένη περίοδος εἶναι τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν συνιστωσῶν.



Σχ. 24.



Σχ. 25.



Σχ. 26.

Ἡ μορφὴ τῆς συνισταμένης κινήσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ σχετικοῦ πλάτους τῶν συνιστωσῶν καὶ ἐκ τῆς σχετικῆς αὐτῶν φάσεως.

Οὕτω ἐκ τῆς συνθέσεως κινήσεων μὲ περιόδους $T_1 = 2T_2$ προ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κύπτει συνισταμένη κίνησις μὲ περίοδον T_1 (σχ. 24 A, α, B, β).

Ἐκ τῆς συνθέσεως κινήσεων μὲ περιόδους $T_1 = 3T_2$ προκύπτει κίνησις περιόδου T_1 (Σχ. 25).

Ἐκ τῆς συνθέσεως κινήσεων μὲ περιόδους $T_1 : T_2 = 2 : 3$ προκύπτει κίνησις μὲ περίοδον $T = 3T_1 = 2T_2$ (σχ. 26). καὶ οὕτω καθεξῆς.

§ 40. ***Συγκροτήσεις.*** Ἰδιαίτερον ἐνδιαφέρον παρουσιάζει ἡ σύνθεσις κινήσεων, τῶν ὁποίων αἱ περίοδοι ὀλίγον διαφέρουν ἀπ' ἀλλήλων. Ἔστω ὁ λόγος τῶν περιόδων:

$$T_1 : T_2 = \frac{\nu+1}{\nu}$$

ἤτοι

$$T_1 = \frac{\nu+1}{\nu} T_2 \qquad (1)$$

Κατὰ τὸν χρόνον T_1 ἡ μὲν φάσις τῆς κινήσεως (I) προχωρεῖ κατὰ 2π ἢ 360^0 ἡ δὲ τῆς (II) κατὰ $360^0 \frac{\nu+1}{\nu}$, ἤτοι μετὰ πάροδον χρόνου T_1 ἡ διαφορὰ φάσεως τῶν δύο κινήσεων αὐξάνει κατὰ $\frac{360^0}{\nu}$. Κατὰ τὴν σύνθεσιν λοιπὸν παρουσιάζονται διαδοχικῶς αἱ περιπτώσεις I, II, III, IV τῆς § 38. ἔχομεν δηλ. ἐναλλὰξ πρόσθεσιν καὶ ἀφαίρεσιν τῶν πλατῶν, ἐν περιπτώσει δὲ ἰσότητος τῶν πλατῶν τῶν συνιστωσῶν κινήσεων ἡ συνισταμένη κίνησις ἔχει πλάτος μεταβαλλόμενον ἀπὸ 0 μέχρι μεγίστου (ἴσου πρὸς τὸ διπλάσιον τοῦ πλάτους τῶν συνιστωσῶν) καὶ πάλιν μέχρι τοῦ 0 καὶ οὕτω καθεξῆς.

Αἱ αὐξομειώσεις αὗται τοῦ πλάτους τῆς συνισταμένης κινήσεως ὀνομάζονται *συγκροτήσεις*.

Μετὰ πάροδον χρόνου $T = \nu T_1 = (\nu+1) T_2$ ἡ διαφορὰ τῆς φάσεως ἐπαναλαμβάνει τὴν ἀρχικὴν τιμήν. T εἶναι λοιπὸν ὁ χρόνος μιᾶς συγκροτήσεως, καὶ αἱ εἰς τὸν χρόνον τοῦτον περιλαμβανόμεναι περίοδοι τῶν δύο συνιστωσῶν κινήσεων διαφέρουν κατὰ 1, ὁ ἀριθμὸς δηλ. τῶν βραχυτέρων περιόδων (II) εἶναι κατὰ 1 μεγαλήτερος τοῦ τῶν μακροτέρων (I).

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) ν εἶναι ἀκέραιος ἀριθμός, τότε ὁ χρόνος T εἶναι τὸ ἐλάχιστον κοινὸν πολλαπλάσιον τῶν περιόδων T_1, T_2, ἑπομένως T εἶναι ἡ κυρία περίοδος τῆς συνισταμέ-

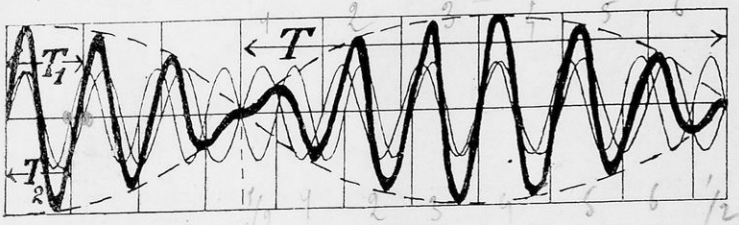
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νης κινήσεως. Αἱ συγκροτήσεις εἶναι ἐντελῶς ὅμοιαι πρὸς ἀλλήλας.

Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 27 εἶναι $T_1 : T_2 = 7 : 6$. Ὁ χρόνος μιᾶς συγκροτήσεως εἶναι $T = 6T_1 = 7T_2$.

Ἐὰν τὸ ν δὲν εἶναι ἀκέραιος ἀριθμὸς τὸ φαινόμενον εἶναι πολυπλοκώτερον. Ἡ συνισταμένη δηλ. καμπύλη δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν μεγίστων ἢ ἐλαχίστων τοῦ πλάτους. Ἐν πάσῃ περιπτώσει ἑκάστη συγκρότησις μᾶς δεικνύει ὅτι ἡ μία κίνησις διήνυσεν ἀριθμὸν περιόδων κατὰ 1 μεγαλήτερον τῆς ἄλλης.

Οὕτω ἐὰν εἰς 100″ ἔχωμεν 15 συγκροτήσεις καὶ γνωρίζομεν ὅτι ἡ κίνησις (Ι) τῆς μεγαλητέρας περιόδου ἔχει συχνότητα 250, εὑρίσκομεν ἀμέσως τὴν συχνότητα τῆς κινήσεως (ΙΙ) ὡς ἑξῆς:



Σχ. 27.

Αἱ 15 συγκροτήσεις μᾶς δεικνύουν ὅτι ἡ κίνησις ΙΙ εἰς τὰ 100″ διήνυσε 15 περιόδους περισσότερον τῆς Ι ἤτοι $100 \times 250 + 15 = 25015$, ἄρα ἡ συχνότης τῆς ΙΙ εἶναι

$$\nu_{II} = \frac{25015}{100} = 250{,}15 \quad \text{καὶ} \quad T_{II} = \frac{100}{25015}$$

§ 41. ***Ἀνάλυσις περιοδικῆς κινήσεως.*** Ἐκ τοῦ τρόπου τῆς συνθέσεως τῶν ἁρμονικῶν κινήσεων ἐξάγομεν ἀμέσως τὸ συμπέρασμα, ὅτι πᾶσα ἁρμονικὴ κίνησις ἠμπορεῖ νὰ ἀναλυθῇ εἰς ἄθροισμα δύο ἄλλων τῆς αὐτῆς περιόδου, τῆς μιᾶς τῶν ὁποίων ἡ φάσις καὶ τὸ πλάτος ἠμποροῦν αὐθαιρέτως νὰ ὁρισθοῦν.

Γενικώτερον δὲ ἀποδεικνύεται ὅτι πᾶσα περιοδικὴ κίνησις γενικωτάτης μορφῆς καὶ περιόδου T ἠμπορεῖ νὰ ἀναλυθῇ εἰς ἄθροισμα *ἁπλῶν ἁρμονικῶν κινήσεων* τῶν ὁποίων αἱ περίοδοι εἶναι:

$$T, \quad \frac{T}{2}, \quad \frac{T}{3}, \quad \frac{T}{4}, \quad \ldots$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν καλέσωμεν $\nu = \frac{1}{T}$ τὴν συχνότητα τῆς δοθείσης κινήσεως, αἱ συχνότητες τῶν συνιστωσῶν ἁπλῶν ἁρμονικῶν κινήσεων θὰ εἶναι:

$$\nu,\ 2\nu,\ 3\nu,\ 4\nu,\ \ldots\ .$$

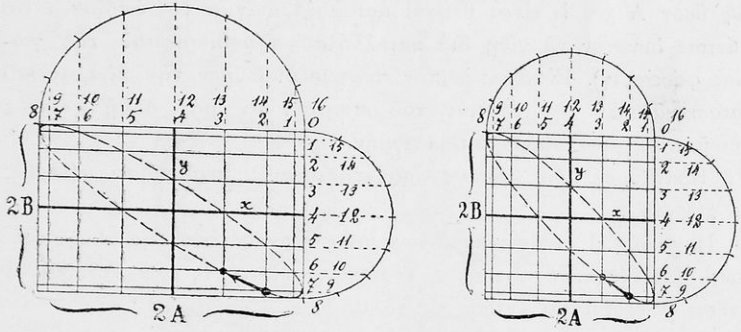
Τὰ πλάτη καὶ αἱ φάσεις τῶν συνιστωσῶν κινήσεων εὑρίσκονται μονοτίμως ἀπὸ τὴν ἀναλυτέαν περιοδικὴν κίνησιν.

ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΕΠΙ ΕΥΘΕΙΩΝ ΚΑΘΕΤΩΝ ΠΡΟΣ ΑΛΛΗΛΑΣ

§ 42. ***Κινήσεις τῆς αὐτῆς περιόδου.*** Ἔστω ὅτι τὸ κινητὸν ἐκτελεῖ τὰς δύο κινήσεις.

$$x = A\ \text{συν}\frac{2\pi t}{T} \tag{1}$$

$$y = B\ \text{συν}\left(\gamma + \frac{2\pi t}{T}\right)$$



Σχ. 28.

ἀναφερομένας εἰς καθέτους ἄξονας x, y.

Σημαίνει τοῦτο ὅτι τὸ κινητὸν ἐκτελεῖ κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας x τὴν πρώτην κίνησιν, ἐνῶ συγχρόνως ἡ εὐθεῖα αὕτη κινεῖται, μένουσα παράλληλος πρὸς ἑαυτήν, καθέτως ἐπὶ τὴν διεύθυνσίν της, οὕτως ὥστε ἕκαστον σημεῖον της νὰ ἐκτελῇ τὴν δευτέραν κίνησιν. Ἡ συνισταμένη κίνησις θὰ γίνεται ἐντὸς τοῦ ὀρθογωνίου $x = \pm A$ $y = \pm B$, εὑρίσκομεν δὲ αὐτὴν εὐκολώτατα γραφικῶς μὲ τὴν βοήθειαν τῆς κατασκευῆς τῆς § 35.

Κατασκευάζομεν ἐπὶ τῶν ἀξόνων x, y ὀρθογώνιον μὲ πλευρὰς 2A, 2B, χωρίζομεν δὲ τὴν περίοδον εἰς 16 π. χ. μέρη ὅπως εἰς τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σχ. 28. Φανερὸν ὅτι τὸ κινητόν, ἀφοῦ αἱ περίοδοι τῆς κινήσεως κατὰ τοὺς δύο ἄξονας εἶναι αἱ αὐταί, θὰ διανύῃ τὰ τμήματα εἰς τὰ ὁποῖα διῃρέσαμεν τὰς πλευρὰς 2Α, 2Β εἰς ἴσους χρόνους. Χωρίζομεν λοιπὸν τὸ ὀρθογώνιον 2Α, 2Β διὰ παραλλήλων εὐθειῶν ἀγομένων ἐκ τῶν διαιρέσεων τῶν πλευρῶν του εἰς ἄλλα 8×8 μικρότερα ὀρθογώνια καὶ ἀριθμοῦμεν τὰς εὐθείας ἀπὸ 0 ἕως 16 καθὼς εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται. Ἂν ἤδη τὸ κινητὸν κατά τινα χρονικὴν στιγμὴν εὑρίσκεται εἰς τὴν κορυφὴν ἑνὸς τῶν μικρῶν ὀρθογωνίων, μετὰ πάροδον $\frac{1}{16}$ τῆς περιόδου θὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν κορυφὴν τὴν ὁποίαν προσδιορίζομεν προχωροῦντες καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν x καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν y κατὰ τὴν φορὰν τῶν αὐξόντων ἀριθμῶν, π. χ. ἀπὸ τῆς κορυφῆς x = 2, y = 9 εἰς τὴν x = 3 y = 10 (ἐφ' ὅσον Α καὶ Β εἶναι θετικοὶ ἀριθμοί, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον εἶναι πάντοτε δυνατὸν νὰ γίνῃ διὰ καταλλήλου προσδιορισμοῦ τῆς γωνίας φάσεως γ). Εὐκόλως λοιπὸν παρακολουθοῦμεν τὴν κίνησιν καὶ κατασκευάζομεν τὴν τροχιὰν τοῦ κινητοῦ, ἂν μᾶς δοθῇ ἡ θέσις αὐτοῦ κατὰ μίαν οἱανδήποτε στιγμήν.

Ἐξετάζομεν ἤδη μερικὰς χαρακτηριστικὰς περιπτώσεις (Πρβλ. σχ. 29, 30).

Ι) γ=ο. Ἡ κίνησις κατὰ τοὺς δύο ἄξονας εἶναι τῆς αὐτῆς φάσεως. Ἤτοι ὅταν ἡ κίνησις x εὑρίσκεται εἰς τὸ 0, 1, 2, . . . καὶ ἡ κίνησις y εὑρίσκεται ἐπίσης εἰς τὸ 0, 1, 2, . . .

Ἔχομεν ἑπομένως κίνησιν παλινδρομικὴν κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ ὀρθογωνίου 2Α, 2Β ἡ ὁποία σχηματίζει μὲ τὸν ἄξονα τῶν x γωνίαν φ ὁριζομένην ἐκ τῆς σχέσεως εφ $\varphi = \frac{B}{A}$, εὐκόλως δὲ ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ κίνησις εἶναι ἁπλῆ ἁρμονική, τῆς αὐτῆς φυσικὰ περιόδου πρὸς τὰς συνιστώσας κινήσεις, τὸ δὲ πλάτος αὐτῆς εἶναι $\Pi = \sqrt{A^2 + B^2}$.

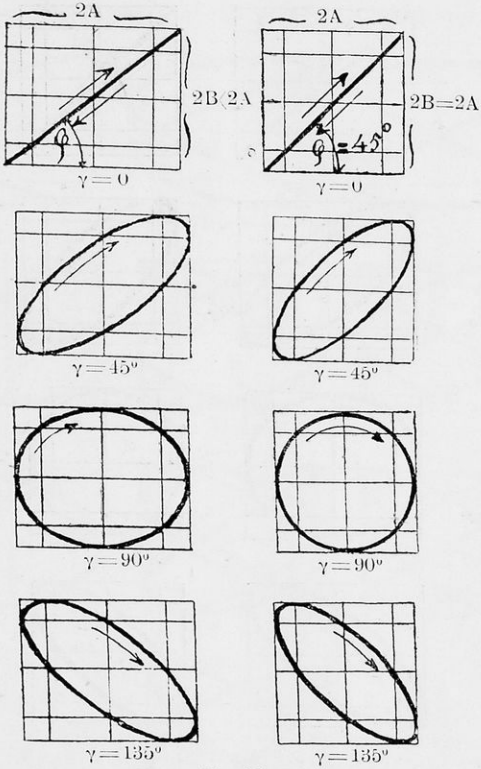
Διὰ Β=Α ἔχομεν $\varphi = 45^0$ $\Pi = \sqrt{2}\ A$

ΙΙ) $\gamma = 45^0$ Ἡ κίνησις ἐπὶ τοῦ ἄξονος y προηγεῖται τῆς ἐπὶ τοῦ ἄξονος x κατὰ 45^0 ἤτοι κατὰ $^1/_8$ περιόδου. Ὅταν λοιπὸν ἡ κίνησις x εὑρίσκεται εἰς τὸ 0, 1, 2, ... ἡ κίνησις y εὑρίσκεται εἰς τὸ 2, 3, 4, ...

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ τροχιὰ τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι ἔλλειψις ἐγγεγραμμένη εἰς τὸ ὀρθογώνιον 2A, 2B καὶ διατρεχομένη ὑπὸ τοῦ κινητοῦ κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου.

III) $\gamma = 90^0$. Ἡ κίνησις y προηγεῖται τῆς x κατὰ $^1/_4$ περιόδου.



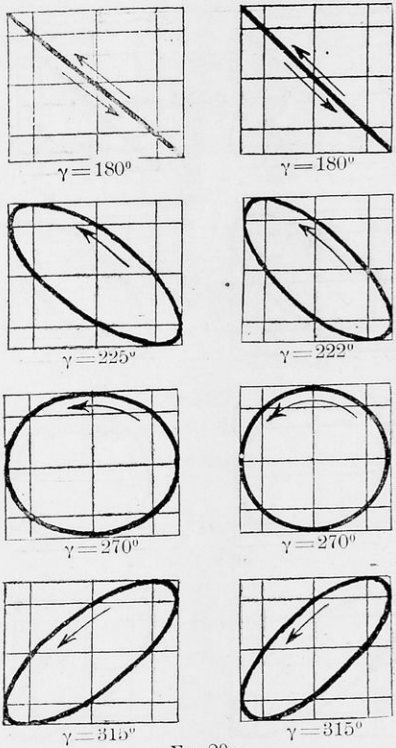
Σχ. 29.

Ὅταν λοιπὸν ἡ κίνησις x εὑρίσκεται εἰς τὸ 0, 1, 2,... ἡ κίνησις y εὑρίσκεται εἰς τὸ 4, 5, 6,.... Ἡ τροχιὰ εἶναι ἔλλειψις μὲ ἄξονας 2A καὶ 2B διατρεχομένη κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου. Ὅταν εἶναι A = B, τὸ ὀρθογώνιον γίνεται τετράγωνον καὶ ἡ τροχιὰ εἶναι *περιφέρεια κύκλου*.

Ὁμοίως εὑρίσκομεν τὴν τροχιὰν διὰ $\gamma = 135^0$, 190^0 κ. τ. λ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ παρατιθέμενα σχήματα εἶναι εὐνόητα χωρὶς καμμίαν περαιτέρω ἐξήγησιν. Εἰς τὰ ὀρθογώνια 2Α, 2Β ἐχαράχθησαν, χάριν ἁπλοποιήσεως, μόνον αἱ βοηθητικαὶ γραμμαὶ ἀρτίας τάξεως, οὕτως ὥστε διηρέθησαν εἰς 4×4 ἀντὶ 8×8 μικρότερα ὀρθογώνια.



Σχ. 29α.

§ 43. ***Σύνθεσις κινήσεων ἁρμονικῶν καθέτων πρὸς ἀλλήλας διαφόρου περιόδου.*** Ἡ σύνθεσις θὰ γίνῃ ἐπὶ τῇ βάσει τῶν διαγραμμάτων τοῦ σχ. 28. Θὰ λαμβάνωμεν ὅμως ὑπ' ὄψιν ὅτι, ἂν ἡ περίοδος $T_{(x)}$ ἔχῃ λόγον πρὸς τὴν περίοδον $T_{(y)}$

$$\frac{T_{(x)}}{T_{(y)}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

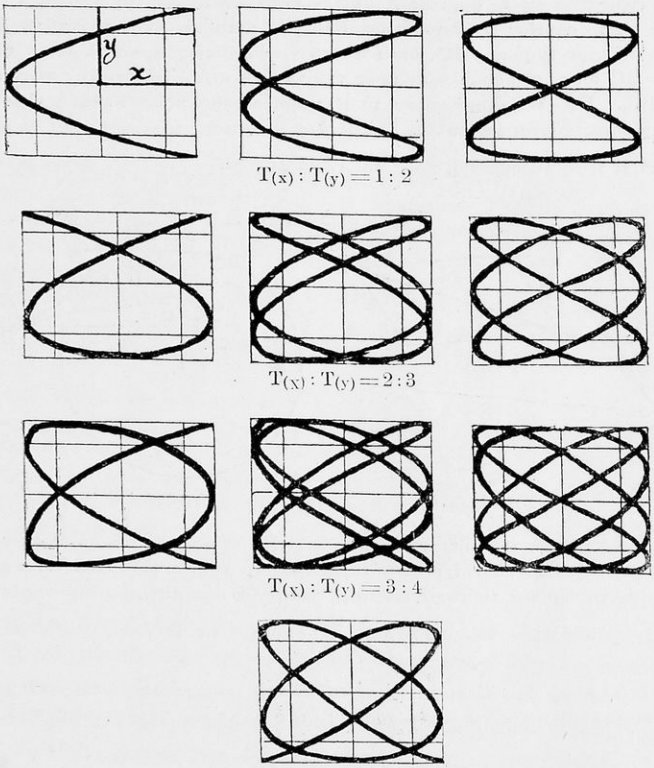
ἐὰν δηλ. ὁ ἀριθμὸς $\nu_{(x)}$ τῶν περιόδων τῆς κινήσεως τοῦ x κατὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δευτερόλεπτον ἔχῃ λόγον πρὸς τὸν ἀριθμὸν $\nu_{(y)}$ τῶν περιόδων τῆς κινήσεως y

$$\frac{\nu_{(x)}}{\nu_{(y)}} = \frac{\alpha}{\beta}$$

καθ' ὃν χρόνον τὸ κινητὸν διὰ τὴν κίνησιν y θὰ διατρέχῃ β διαστήματα διὰ τὴν κίνησιν x θὰ διατρέχῃ α διαστήματα.



Σχ. 30.

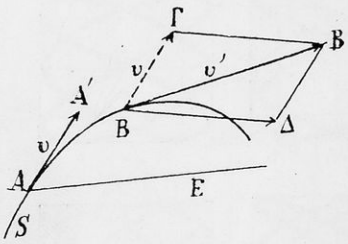
Τὰ παρατιθέμενα σχήματα 30 δεικνύουν τὴν σύνθετον κίνησιν διὰ μερικοὺς ἁπλοῦς λόγους τῶν περιόδων $T_{(x)}$ καὶ $T_{(y)}$.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

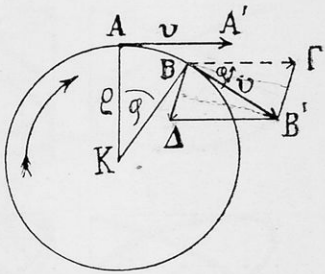
ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΙΣ ΕΙΣ ΤΗΝ ΚΑΜΠΥΛΟΓΡΑΜΜΟΝ ΚΙΝΗΣΙΝ

§ 44. Εἰς τὴν καμπυλόγραμμον κίνησιν ἡ ταχύτης μεταβάλλεται ὄχι μόνον κατὰ τὴν ἀπόλυτον τιμὴν ἀλλὰ καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν. Γενικεύοντες τὸν ὁρισμὸν τῆς προηγουμένης παραγράφου ὁρίζομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν εἰς τὴν γενικὴν ταύτην περίπτωσιν ὡς ἑξῆς:

Ἔστω S ἡ καμπυλόγραμμος τροχιὰ τοῦ κινητοῦ. Εἰς τὸν χρόνον t_1 τὸ κινητὸν εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον Α μὲ ταχύτητα ΑΑ′. Εἰς τὸν χρόνον t_2 εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον Β μὲ ταχύτητα ΒΒ′. Ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος παρίσταται διὰ τοῦ τμήματος ΒΔ, διότι τοῦτο γεωμετρικῶς προστιθέμενον εἰς τὸ τμῆμα ΒΓ, ἴσον καὶ παράλληλον πρὸς τὴν ταχύτητα ΑΑ′, δίδει τὴν νέαν ταχύτητα ΒΒ′. Ἐφ' ὅσον λαμβάνομεν τὸ Β πλησιέστερον πρὸς τὸ Α ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικροτέρα τείνουσα πρὸς τὸ μηδὲν ὅταν τὸ Β τείνῃ νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ Α. Ὁ λόγος ὅμως $\frac{\text{ΒΔ}}{t_2 - t_1}$ τείνει ἐν γένει



Σχ. 31.



Σχ. 32.

πρὸς ὅριον διάφορον τοῦ μηδενός, ἡ δὲ εὐθεῖα ΒΔ τείνει πρὸς ὡρισμένην διεύθυνσιν ἔστω τὴν ΑΕ. Ἐπιτάχυνσιν ὀνομάζομεν τὸ τμῆμα τὸ ὁποῖον ἔχει διεύθυνσιν, μὲν τὴν ὁρικὴν ταύτην διεύθυνσιν, τιμὴν δὲ ἀριθμητικὴν ἴσην πρὸς τὸ ὅριον, πρὸς τὸ ὁποῖον τείνει ὁ λόγος $\frac{\text{ΒΔ}}{t_2 - t_1}$ ὅταν τὸ Β τείνῃ νὰ συμπέσῃ πρὸς τὸ Α.

Ἡ ἐπιτάχυνσις δηλ. εἶναι τὸ ὅριον τοῦ λόγου τῆς *γεωμετρικῆς* μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, ὅταν ὁ χρόνος οὗτος τείνῃ πρὸς τὸ μηδέν.

$$\text{Ἐπιτάχ.} = \text{ὅρ.}\ \frac{\upsilon_2 (-) \upsilon_1}{t_2 - t_1}$$

Παράδειγμα Ἔστω (Σχ. 32) κινητὸν διατρέχον τὴν περιφέρειαν κύκλου ἀκτῖνος ρ μὲ ταχύτητα σταθερᾶς ἀριθμητικῆς τιμῆς υ. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς. Εἰς τὸ σημεῖον Α ἡ ταχύτης εἶναι $\text{ΑΑ}' = \upsilon$. Εἰς τὸ Β ἡ ταχύτης εἶναι πάλιν ἴση πρὸς υ ἀλλ' ἔχει τὴν διεύθυνσιν ΒΒ′. Ἡ μεταβολὴ παρίσταται διὰ τοῦ τμήματος ΒΔ, τὸ ὁποῖον εἶναι πλευρὰ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ κατασκευαζομένου μὲ τὴν ΒΓ, ἴσην καὶ παράλληλον πρὸς τὴν ΑΑ′, ὡς ἑτέραν πλευρὰν καὶ τὴν ΒΒ′ ὡς διαγώνιον. Ἐπειδὴ $\text{ΒΓ} = \text{ΒΒ}'$ ἡ ΒΓ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ ἑπομένως καὶ ἡ ΒΔ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν διχοτόμον τῆς γωνίας ΓΒΒ′. Ὅταν λαμβάνωμεν τὸ Β ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον πλησιέστερον πρὸς τὸ Α, ἡ ΒΓ καὶ ἡ ΒΒ′ καὶ ἡ διχοτόμος αὐτῶν τείνουν νὰ συμπέσουν, ἑπομένως ἡ ΒΔ τείνει νὰ γίνῃ κάθετος ἐπὶ τὴν ΒΒ′, ἤτοι ἡ ὁρικὴ διεύθυνσις εἶναι ἡ διεύθυνσις τῆς ἀκτῖνος μὲ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον.

Ἐπειδὴ ἡ γωνία ΑΚΒ καὶ ἡ ἴση πρὸς αὐτὴν ΓΒΒ′ εἶναι πολὺ μικραί, εἶναι κατὰ προσέγγισιν

$$\text{ΒΔ} = \text{ΓΒ}' = \upsilon . \text{γων. ΓΒΒ}' = \upsilon . \varphi$$

ἀφ' ἑτέρου τοῦ ΑΒ = ρφ καὶ ὁ χρόνος καθ' ὃν τοῦτο διηνύθη

$$t_2 - t_1 = \frac{\rho\varphi}{\upsilon}.$$

Εἶναι λοιπόν:

$$(1) \qquad \frac{\text{ΒΔ}}{t_2 - t_1} = \upsilon\varphi : \frac{\rho\varphi}{\upsilon} = \frac{\upsilon^2}{\rho}.$$

Ὁ λόγος οὗτος εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς θέσεως τοῦ Β, ἄρα καὶ ὅταν τὸ Β συμπέσῃ πρὸς τὸ Α μένει ὁ αὐτός. Ἡ ἐπιτάχυνσις λοιπὸν εἰς τὴν θεωρηθεῖσαν κίνησιν εἶναι ἴση κατ' ἀπόλυτον ἢ ἀριθμητικὴν τιμὴν πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος διὰ τῆς ἀκτῖνος τοῦ κύκλου, ἔχει δὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀκτῖνος πρὸς τὸ κέντρον.

§ 45. ***Σύνθεσις ἐπιταχύνσεων.*** Εἴδομεν ἀνωτέρω ὅτι πᾶσα κίνησις ἐπὶ ἐπιπέδου τροχιᾶς ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς συνισταμένη δύο εὐθυγράμμων κινήσεων, πᾶσα δὲ κίνησις εἰς τὸν χῶρον ὡς συνισταμένη τριῶν εὐθυγράμμων κινήσεων.

Αἱ κινήσεις αὗται ἔχουν φυσικὰ ὡρισμένας ταχύτητας καὶ ἐπιταχύνσεις. Ὅπως δὲ ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ταχυτήτων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων, οὕτω ἀποδεικνύεται ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι ἴση πρὸς τὴν συνισταμένην, ἤτοι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων.

ΣΤΑΤΙΚΗ

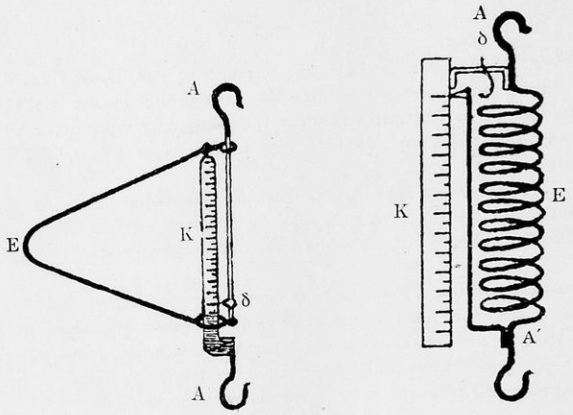
§ 46 ***Δυνάμεις.*** Τὰ αἴτια τὰ δυνάμενα νὰ παράγουν κίνησιν ἢ καὶ νὰ μεταβάλουν τὴν κινητικὴν κατάστασιν τῶν σωμάτων ὀνομάζομεν *Δυνάμεις.*

Πᾶσα Δύναμις χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν ἔντασιν. Λέγομεν ὅτι δύο δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν ἔντασιν ἢ εἶναι ἴσαι, ὅταν ἐνεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου κατ' ἀντιθέτους διευθύνσεις ἀναιροῦν ἀλλήλας, δηλ. δὲν ἐπιφέρουν μεταβολὴν εἰς τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου, ἢ καὶ ἀκόμη ὅταν ἡ μία δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ ὑπὸ τῆς ἄλλης χωρὶς ἡ μηχανικὴ κατάστασις τοῦ συστήματος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου αἱ δυνάμεις ἐνεργοῦν, νὰ μεταβληθῇ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Μία δύναμις Α εἶναι διπλασία τῆς Β ὅταν ἀναιρῇ ἢ ἰσορροπῇ ἢ καὶ ἀντικαθιστᾷ δύο δυνάμεις ἴσας πρὸς τὴν Β. Ἡ Α εἶναι ἴση πρὸς τὰ $^3/_5$ τῆς Β ὅταν 5 δυνάμεις ἴσαι πρὸς τὴν Α ἐνεργοῦσαι κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν ἰσορροποῦν 3 δυνάμεις ἴσας πρὸς τὴν Β καὶ ἐνεργούσας κατὰ τὴν ἀντίθετον διεύθυνσιν. Εὐνόητος δὲ εἶναι ἡ ἐπέκτασις τοῦ ὁρισμοῦ καὶ εἰς λόγους ἀσυμμέτρους.

Ἔντασιν λοιπὸν μιᾶς δυνάμεως λέγοντες ἐννοοῦμεν τὸν λόγον αὐτῆς πρὸς ἄλλην δύναμιν ὡρισμένην, τὴν ὁποίαν λαμβάνομεν ὡς



Σχ. 33.

μονάδα. Ἀργότερον θὰ ἴδωμεν πῶς ὁρίζεται ἡ μονὰς τῆς δυνάμεως. (Πρβλ. § 58).

§ 47. ***Δυναμόμετρα.*** Πειραματικῶς ἡ μέτρησις τῶν δυνάμεων γίνεται διὰ τῶν δυναμομέτρων. Τὰ ἁπλούστατα τούτων εἶναι τὰ στηριζόμενα ἐπὶ τῆς ἰδιότητος, τὴν ὁποίαν ἔχουν κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον τὰ στερεά, νὰ ὑφίστανται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων παραμορφώσεις παροδικάς, τῶν ὁποίων τὸ μέγεθος ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ ὡς μέτρον τῆς ἐπιδρώσης δυνάμεως. Τὰ σχήματα 33 παριστοῦν δύο συνήθεις μορφὰς δυναμομέτρων. Χαλύβδινον ἐλατήριον Ε, κεκαμμένον εἰς σχῆμα γωνίας ἢ σπειροειδές, φέρει εἰς μὲν τὸ ἄκρον Α κλίμακα Κ εἰς δὲ τὸ Α΄ δείκτην δ. Ἂν στερεώσωμεν τὸ ἄγκιστρον Α εἰς κατάλληλον ὑποστήριγμα, εἰς δὲ τὸ Α΄ ἐφαρμόσω-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

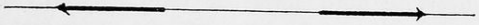
μεν δύναμιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΑΑ΄, τὸ ἐλατήριον διατείνεται, ὁ δείκτης δ κινεῖται ἐπὶ τῆς κλίμακος Κ καὶ ἡ ἑκάστοτε θέσις αὐτοῦ μᾶς παρέχει τὸ μέτρον τῆς δυνάμεως. Τὸ ὄργανον θὰ βαθμολογήσωμεν ἐφαρμόζοντες γνωστὰς δυνάμεις εἰς τὸ Α΄ καὶ σημειοῦντες τὰς ἀντιστοίχους θέσεις τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς κλίμακος.

Εἰς τὰ δύο ταῦτα δυναμόμετρα ἡ σύγκρισις τῆς μετρητέας δυνάμεως πρὸς γνωστὰς δυνάμεις γίνεται δι᾽ ἀντικαταστάσεως.

Ἐννοεῖται ὅμως ὅτι ἠμποροῦμεν νὰ κατασκευάσωμεν δυναμόμετρα στηριζόμενοι ἐπὶ διαφόρων ἄλλων ἀρχῶν καὶ προσαρμόζοντες τὰ ὄργανα πρὸς τὰς συνθήκας, ὑπὸ τὰς ὁποίας πρόκειται νὰ γίνῃ ἡ μέτρησις τῶν δυνάμεων.

Οὕτω τὰ διάφορα εἴδη τῶν ζυγῶν οὐδὲν ἄλλο εἶναι ἢ δυναμόμετρα.

§ 48. ***Γραφικὴ παράστασις τῶν δυνάμεων.*** Ἡ δύναμις ὡς ἔχουσα σημεῖον ἐφαρμογῆς, διεύθυνσιν καὶ ἔντασιν ἠμπορεῖ νὰ



Σχ. 34.

παρασταθῇ ὅπως καὶ ἡ ταχύτης καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις διὰ τμήματος εὐθείας ἀναχωροῦντος ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς αὐτῆς. Ἡ διεύθυνσις τοῦ τμήματος ὑποδεικνυομένη πολλάκις διὰ βέλους παριστᾷ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, ὁ δὲ λόγος τοῦ μήκους αὐτοῦ πρὸς ὡρισμένον μῆκος τὸ ὁποῖον λαμβάνεται ὡς μονάς, παριστᾷ τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως.

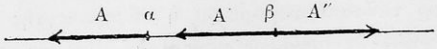
§ 49. ***Πᾶσα δύναμις δύναται νὰ μετακινηθῇ κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ.*** Ἡ ἀπόδειξις τῆς προτάσεως ταύτης εἶναι εὐκολωτάτη, στηρίζεται δὲ ἐπὶ τοῦ ἑξῆς λήμματος: Δύο ἴσαι δυνάμεις Α καὶ Β ἐνεργοῦσαι ἐπὶ δύο σημείων εὐθείας α, β κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθείας ταύτης καὶ κατ᾽ ἀντίθετον φορὰν ἰσορροποῦν, δηλ. ἀναιροῦν ἀλλήλας. Καὶ τοῦτο ἕνεκα τῆς συμμετρίας τοῦ συστήματος.

Ἔστω ἤδη ἡ δύναμις Α ἐφηρμοσμένη εἰς τὸ σημεῖον α. Εἰς τὸ σημεῖον β τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἡ Α ἐνεργεῖ (σχ. 35), καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἐφαρμόζομεν τὰς δύο δυνάμεις Α΄ καὶ Α΄΄ ἴσας πρὸς ἀλλήλας καὶ τὴν Α καὶ ἀντιθέτους πρὸς ἀλλήλας. Ἡ προσθήκη τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἀναιροῦν ἀλλήλας

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δὲν μεταβάλλει διόλου τὸ σύστημά μας. Τὸ σύστημα δηλ. A, A′, A″ εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὴν δύναμιν A. Ἐπειδὴ ὅμως κατὰ τὸ προηγούμενον λῆμμα A καὶ A″ ἰσορροποῦν, ἕπεται ὅτι ἠμποροῦμεν νὰ τὰς ἀφαιρέσωμεν χωρὶς τὸ σύστημα νὰ μεταβληθῇ.

Εἶναι λοιπόν:



Σχ. 35.

A ἰσοδύναμος πρὸς A, A′, A″

A, A′, A″ ἰσοδύναμοι πρὸς A′

ἄρα ἡ A ἠμπορεῖ νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ τῆς A′, ἤτοι νὰ μετακινηθῇ κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ.

§ 50. ***Σύνθεσις δυνάμεων ἐνεργουσῶν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου.*** Σύνθεσιν δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων, ὀνομάζομεν τὴν ἀντικατάστασιν αὐτῶν διὰ μιᾶς μόνης δυνάμεως, τῆς *συνισταμένης*, ἡ ὁποία ἐπιφέρει τὰ αὐτὰ μηχανικὰ ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα καὶ αἱ ἀρχικῶς δοθεῖσαι, *αἱ συνιστῶσαι*. Τὸ δυνατὸν τῆς τοιαύτης ἀντικαταστάσεως δὲν εἶναι ἐκ τῶν προτέρων φανερόν, ἀλλ᾽ εἶναι ἐξαγόμενον τῆς πείρας. Θὰ ἴδωμεν δὲ ἀργότερον ὅτι προκειμένου περὶ δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι δὲν ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, ἡ τοιαύτη ἀντικατάστασις δὲν εἶναι πάντοτε δυνατή.

Προκειμένου ἐν τούτοις περὶ δυνάμεων ὁσωνδήποτε, τῶν ὁποίων αἱ διευθύνσεις διέρχονται δι᾽ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, ἡ σύνθεσις εἶναι πάντοτε δυνατὴ καὶ τὸ σύστημα εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς μίαν καὶ μόνην δύναμιν διερχομένην διὰ τοῦ κοινοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν.

Ἡ γενικὴ περίπτωσις τῆς συνθέσεως πολλῶν δυνάμεων ἀνάγεται εἰς τὴν σύνθεσιν δύο δυνάμεων, διότι, διὰ νὰ συνθέσωμεν πολλὰς δυνάμεις, συνθέτομεν πρῶτον τὰς δύο ἐξ αὐτῶν, ἔπειτα τὴν συνισταμένην τῶν δύο πρὸς μίαν τρίτην καὶ οὕτω καθ᾽ ἑξῆς μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων.

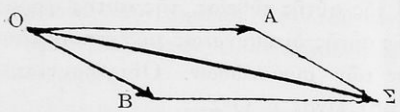
§ 51. ***Σύνθεσις δύο δυνάμεων*** (1). *Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων ἐνεργουσῶν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου παρίσταται ὑπὸ τῆς διαγω-*

(1) Εἰς τὰ ἑξῆς ἔχομεν πάντοτε ὑπ᾽ ὄψιν τὴν γραφικὴν παράστασιν τῶν δυνάμεων διὰ τμημάτων εὐθειῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

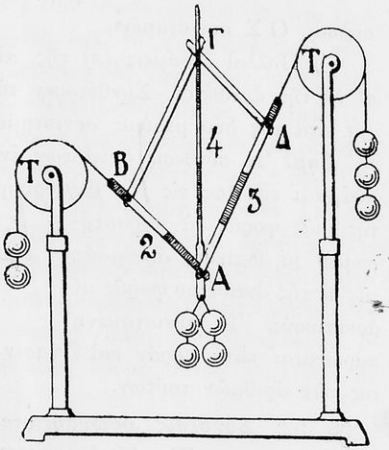
νίου τοῦ παραλληλογράμμου αὐτῶν, ἤτοι εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν δυνάμεων. Οὕτω συνισταμένη τῶν δυνάμεων Α καὶ Β (σχ. 36) εἶναι ἡ Ο Σ.

Ὁ Νόμος τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων εἶναι ἐμπειρικὸς καὶ ἠμπορεῖ κατὰ προσέγγισιν νὰ ἀποδειχθῇ δι' ἀμέσου πειράματος, π. χ. διὰ τῆς ὑπὸ τοῦ σχήματος 37 παριστανομένης συσκευῆς.



Σχ. 36.

Ἀρθρωτὸν παραλληλόγραμμον ΑΒΓΔ ἐξαρτᾶται διὰ νημάτων ἀπὸ τὰ ἄκρα τῶν πλευρῶν ΑΒ καὶ ΑΔ. Τὰ νήματα διέρχονται διὰ τῶν αὐλάκων τῶν σταθερῶν τροχαλιῶν ΤΤ καὶ φορτίζονται εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον μὲ βάρη. Εἰς τὴν ἄρθρωσιν Α ἀρθρώνεται προσέτι ἐλαφρὸν στέλεχος ΑΓ (ἐλεύθερον εἰς τὸ Γ) ἀπὸ τὸ κάτω ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐξαρτῶμεν ἐπίσης βάρη.



Σχ. 37.

Ἂν, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, αἱ πλευραὶ ΑΒ καὶ ΑΔ ἔχουν μήκη (εἰς αὐθαιρέτους μονάδας) 2 καὶ 3, ἐξαρτήσωμεν δὲ ἀπὸ μὲν τὸ νῆμα Β 2 βάρη, ἀπὸ δὲ τὸ Γ 3, ἴσα ὅλα πρὸς ἄλληλα καὶ πολὺ μεγάλα ἐν σχέσει πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἀρθρωτοῦ παραλληλογράμμου, (οὕτως ὥστε νὰ ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν τὸ παραλληλόγραμμον κατὰ προσέγγισιν ὡς ἀβαρὲς) ἀπὸ δὲ τὸ Α 4 ὅμοια βάρη, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία ἐπέρχεται ὅταν τὸ παραλληλόγραμμον λάβῃ τοιαύτην θέσιν, ὥστε ἡ διαγώνιος αὐτοῦ νὰ εἶναι κατακόρυφος καὶ ἴση πρὸς 4.

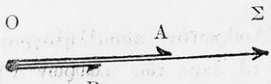
Τὸ πείραμα αὐτὸ ἐν τούτοις μᾶλλον πρέπει νὰ θεωρηθῇ ὡς συγκεκριμένη παράστασις τοῦ νόμου, ἡ δὲ κυρία ἀπόδειξις αὐτοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅπως καὶ ὅλων τῶν μεγάλων θεμελιωδῶν νόμων τῆς φυσικῆς, εἶναι ὅτι ὅλα τὰ συμπεράσματα, τὰ ὁποῖα ἐξάγομεν παραδεχόμενοι τὴν ὀρθότητα αὐτοῦ, συμφωνοῦν πρὸς τὴν παρατήρησιν.

Μερικαὶ περιπτώσεις.

α΄) Δυνάμεις ἐνεργοῦσαι ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ἡ συνισταμένη εἶναι δύναμις τῆς αὐτῆς διευθύνσεως μὲ ἔντασιν ἴσην πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων τῶν συνιστωσῶν. Οὕτω συνισταμένη τῶν δυνάμεων A, B (σχ. 38) εἶναι ἡ O Σ.

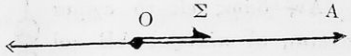


Σχ. 38.

β΄) Δύο δυνάμεις ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς Ἡ συνισταμένη εἶναι ἴση πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν συνιστωσῶν καὶ ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς μεγαλητέρας. Πρβλ. σχ. 39. A, B συνιστῶσαι, O Σ συνισταμένη.

γ΄) Πολλαὶ δυνάμεις ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, αἱ μὲν μιᾶς φορᾶς αἱ δὲ τῆς ἀντιθέτου. Συνθέτομεν τὰς ὁμορρόπους δυνάμεις χωριστὰ καὶ εἶτα τὰς δύο μερικὰς συνισταμένας κατὰ τὸ β΄.

Σημ. Ἡ σύνθεσις δυνάμεων ἐνεργουσῶν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας ἀνάγεται εὐκόλως εἰς τὴν ἀλγεβρικὴν πρόσθεσιν, ἀρκεῖ τὰς δυνάμεις τῆς μιᾶς φορᾶς νὰ παραστήσωμεν μὲ θετικοὺς ἀριθμούς, τὰς δὲ τῆς ἀντιθέτου φορᾶς μὲ ἀρνητικούς. Ἡ συνισταμένη παρίσταται κατὰ φορὰν καὶ ἔντασιν ὑπὸ τοῦ ἀλγεβρικοῦ ἀθροίσματος τῶν ἀριθμῶν τούτων.

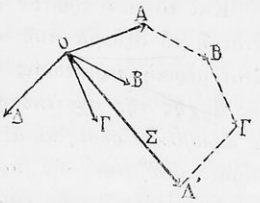


Σχ. 39.

§ 52. ***Σύνθεσις ὁσωνδήποτε δυνάμεων διερχομένων διὰ κοινοῦ σημείου.*** Ἐπειδὴ ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα αὐτῶν, ἕπεται, συμφώνως πρὸς τὰ λεχθέντα εἰς τὴν § 30, ὅτι καὶ *ὁσωνδήποτε δυνάμεων διερχομένων διὰ κοινοῦ σημείου ἡ συνισταμένη παρίσταται ὑπὸ τοῦ γεωμετρικοῦ ἀθροίσματος τῶν συνιστωσῶν.* (Πρβλ. σχ. 40). Ἐπειδὴ δὲ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς σειρᾶς τῶν προσθετέων, ἕπεται ὅτι ἡ συνισταμένη πολλῶν δυνάμεων ἐνεργουσῶν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου εἶναι ἐντελῶς ὡρισμένη καὶ ἀνεξάρτητος τῆς σειρᾶς, κατὰ τὴν ὁποίαν συνθέτομεν τὰς συνιστώσας.

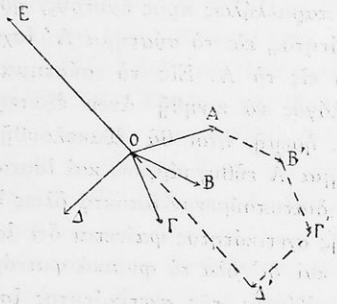
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 53. **Ἰσορροπία δυνάμεων.** Λέγομεν ὅτι δύο ἢ περισσότεραι δυνάμεις ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐνεργοῦσαι ἰσορροποῦν, ὅταν ἀναιροῦν ἀλλήλας, οὕτως ὥστε ἡ παρουσία των νὰ μὴ μεταβάλλῃ τὴν κινητικὴν κατάστασιν τοῦ σημείου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργοῦν, δηλ. ὅταν ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι μηδέν.



Σχ. 40.

Ἐπειδὴ δὲ τὴν συνισταμένην εὑρίσκομεν γραφικῶς συνδέοντες τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων Ο (σχ. 40), μὲ τὸ πέρας τῆς πολυγωνικῆς γραμμῆς Ο Α Β΄ Γ΄ Δ΄ ἕπεται ὅτι διὰ νὰ ἰσορροποῦν αἱ δυνάμεις, πρέπει ἡ πολυγωνικὴ αὕτη γραμμὴ (πολύγωνον τῶνδυνάμεων) νὰ εἶναι κλειστή, δηλ. τὸ πέρας αὐτῆς νὰ συμπίπτῃ πρὸς τὴν ἀρχὴν Ο.



Σχ. 41.

Οὕτω ἐὰν εἰς τὰς δυνάμεις τοῦ σχ. 40 προσθέσωμεν ἀκόμη τὴν Ο Ε ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν Ο Δ΄ (Σχ. 41) ἔχομεν φυσικὰ ἰσορροπίαν, διότι ἡ νέα δύναμις Ο Ε ἀναιρεῖ τὴν συνισταμένην τῶν ἀρχικῶν δυνάμεων· παρατηροῦμεν δὲ ὅτι τὸ πολύγωνον τῶν δυνάμεων Ο Α Β΄ Γ΄ Δ΄ Ο εἶναι κλειστόν, διότι τὸ πέρας αὐτοῦ συμπίπτει μὲ τὴν ἀρχὴν Ο.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

ΑΞΙΩΜΑΤΑ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΟΣ

§ 54. Ἡ Δυναμικὴ τοῦ σημείου στηρίζεται ἐπὶ τῶν ἑξῆς θεμελιωδῶν ἀξιωμάτων, τῶν ἀξιωμάτων τοῦ Νεύτωνος.

Α΄. **Ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας.** Ὑλικὸν σημεῖον, ἐφ' ὅσον ἐπ' αὐτοῦ δὲν ἐνεργεῖ ἐξωτερικὴ δύναμις, δὲν μεταβαίνει ἐκ τῆς ἠρεμίας εἰς κίνησιν, οὔτε ἀλλάσσει ἐν γένει τὴν στιγμιαίαν αὐτοῦ κινητικὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κατάστασιν, ἀλλ' ἐὰν ἔχῃ ἤδη κίνησιν, ἐξακολουθεῖ κινούμενον μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς.

Καὶ τὸ μὲν πρῶτον μέρος τοῦ ἀξιώματος τούτου οὐδὲν ἄλλο εἶναι ἢ τὸ ἀξίωμα τοῦ ἀποχρῶντος λόγου, τὸ δὲ δεύτερον μέρος εἶναι μερικὴ περίπτωσις τῆς ἑξῆς γενικωτέρας ἀρχῆς τῆς μηχανικῆς, τῆς *ἀρχῆς τῆς σχετικότητος*. *Ἐὰν οἱ μηχανικοὶ νόμοι ἰσχύουν εἰς ἓν ὡρισμένον σύστημα ἀξόνων, ἰσχύουν καὶ εἰς οἱονδήποτε ἄλλο σύστημα κινούμενον ὡς πρὸς τὸ πρῶτον εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς καὶ παραλλήλως πρὸς ἑαυτό.*

Ἐὰν λοιπὸν εἰς ἓν σύστημα ἀξόνων Α, τὸ σύστημα π. χ. τὸ ὁριζόμενον ὑπὸ τοῦ Ἡλίου καὶ τῶν ἀπλανῶν, σημεῖον τι ὑλικὸν κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς, τὸ σημεῖον τοῦτο ὡς πρὸς ἄξονας Α′, κινουμένους μαζί του καὶ παραλλήλως πρὸς ἑαυτούς, ἠρεμεῖ. Ἀλλὰ κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς σχετικότητος, εἰς τὸ σύστημα Α′ ἰσχύουν οἱ νόμοι τῆς Μηχανικῆς ὅπως καὶ εἰς τὸ Α. Εἰς τὸ σύστημα Α′ τὸ ἠρεμοῦν σημεῖον δὲν ὑπάρχει λόγος νὰ κινηθῇ ἄνευ ἐξωτερικῆς αἰτίας, θὰ ἐξακολουθῇ λοιπὸν νὰ ἠρεμῇ, ἤτοι θὰ ἐξακολουθῇ νὰ κινῆται ὡς πρὸς τὸ ἀρχικὸν σύστημα Α εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς.

Τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας οὕτω διατυπούμενον ἀποκτᾷ ὅλως ἰδιάζουσαν σημασίαν, διότι ἡ ἀρχὴ τῆς σχετικότητος φαίνεται ὅτι ἰσχύει ὄχι μόνον διὰ τὰ μηχανικά, ἀλλὰ καὶ δι' ὅλα τὰ φυσικὰ φαινόμενα ἐν γένει. Καὶ ἐπειδή, ἐφ' ὅσον τὸ ἀξίωμα τῆς σχετικότητος ἰσχύει, εἶναι ἀδύνατον διὰ παρατηρήσεων *ἐντὸς* ἑνὸς συστήματος Α νὰ γνωρίσωμεν ἂν τοῦτο ἠρεμῇ ἢ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς, ἢ μᾶλλον ἡ ἔννοια τῆς ἀπολύτου κινήσεως δὲν ἔχει καμμίαν πραγματικὴν σημασίαν, ἔπεται ὅτι, ἂν τὸ ἀξίωμα τοῦτο ἰσχύει γενικῶς δι' ὅλα τὰ φυσικὰ φαινόμενα, δὲν ἠμποροῦμεν διὰ τῆς παρατηρήσεως οἱουδήποτε φυσικοῦ φαινομένου (μηχανικοῦ, ὀπτικοῦ, ἠλεκτρικοῦ κ.λ.), εἰς τὸ ὁποῖον λαμβάνουν μέρος σώματα εὑρισκόμενα ἐντὸς τοῦ θεωρουμένου συστήματος, νὰ ἀποφανθῶμεν ἂν τὸ σύστημα ἠρεμῇ ἢ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς. Δὲν ὑπάρχει δηλ. ἀπόλυτος ἠρεμία ἢ κίνησις, ἀλλ' ἐκ δύο συστημάτων κινουμένων ὡς πρὸς ἄλληλα εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς καὶ παραλλήλως πρὸς ἑαυτά, ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν οἱονδήποτε θέλομεν ὡς ἠρεμοῦν καὶ τὸ ἄλλο ὡς κινούμενον. Οἱ νόμοι τῆς μηχανικῆς εἶναι πάντοτε οἱ αὐτοί.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οὕτω π. χ. καίτοι ἡ γῆ κινεῖται περὶ τὸν ἥλιον καὶ περὶ τὸν ἄξονά της, ἐπειδὴ δι' ἓν μικρὸν χρονικὸν διάστημα ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν τὴν κίνησιν μέρους τινὸς μικροῦ αὐτῆς ὡς εὐθύγραμμον καὶ ἰσοταχῆ, δικαιούμεθα, διὰ φαινόμενα λαμβάνοντα χώραν εἰς μικρὸν χῶρον καὶ ὀλίγον διαρκοῦντα, νὰ θεωρήσωμεν τὴν γῆν ὡς ἀκίνητον. Δὲν δικαιούμεθα ὅμως νὰ τὴν θεωρήσωμεν ὡς ἀκίνητον διὰ φαινόμενα διαρκοῦντα ἀρκετὸν χρόνον, π. χ. μερικὰς ὥρας, διότι κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ἡ γῆ περιστρέφεται, ἡ κίνησις τῶν σημείων αὐτῆς δὲν εἶναι εὐθύγραμμος, ἀλλὰ καμπυλόγραμμος, ἔχει ἐπομένως ἐπιτάχυνσιν, καὶ διὰ σύστημα ἀξόνων στερεῶς πρὸς τὴν γῆν συνδεδεμένον, δὲν ἰσχύουν οἱ νόμοι οἱ ἰσχύοντες διὰ σύστημα μὴ ἔχον περιστροφικὴν κίνησιν. Οὕτω ἠμποροῦμεν διὰ παρατηρήσεων ἐντὸς τοῦ ἐργαστηρίου καὶ χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν σώματα ἐκτὸς τῆς γῆς κείμενα (τοὺς ἀστέρας) νὰ πεισθῶμεν ὅτι ἡ γῆ στρέφεται περὶ ἄξονα. (Π. χ. διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς τοῦ Foucault, πρβλ. § 134).

§ 55 Β΄. ***Ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.*** Ὅταν ἓν ὑλικὸν σημεῖον Α ἀσκῇ ἐπὶ ἄλλου Β δύναμίν τινα, καὶ τὸ Β ἀσκεῖ ἐπὶ τοῦ Α δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν πρώτην.

§ 56. Γ΄. ***Ἀξίωμα διαλυτικόν.*** Δύο ἢ περισσότεραι δυνάμεις, ἐνεργοῦσαι ἐπὶ σημείου ὑλικοῦ ἐπὶ ὡρισμένον χρόνον ἑκάστη, ἐπιφέρουν τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα, εἴτε ἐνεργήσουν συγχρόνως, εἴτε ἀλληλοδιαδόχως. Εἶναι δὲ ἡ ἐπίδρασις αὐτῶν ἀνεξάρτητος τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

Συνέπεια τοῦ ἀξιώματος τούτου:

1) Δύναμις συνεχὴς ἐνεργοῦσα ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου προσδίδει εἰς αὐτὸ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κατὰ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς. Ὅτι ἡ κίνησις γίνεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς παραγούσης αἰτίας εἶναι εὐνόητον. Ὅτι δὲ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη ἀποδεικνύεται ὡς ἑξῆς. Ἡ δύναμις ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ σημείου ἐπὶ μίαν χρονικὴν μονάδα προσδίδει εἰς αὐτὸ κίνησιν, καὶ εἰς τὸ τέλος τῆς πρώτης χρονικῆς μονάδος τὸ κινητὸν ἔχει ἀποκτήσῃ ταχύτητα υ, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ ἐξηκολούθει νὰ κινῆται ἂν ἡ προξενοῦσα τὴν κίνησιν αἰτία ἔπαυε νὰ ὑφίσταται. Κατὰ τὴν δευτέραν χρονικὴν μονάδα ἡ δύναμις προσδίδει εἰς τὸ κινητὸν πάλιν τὴν ταχύτητα υ ἀνεξαρτήτως τῆς ἤδη κατὰ τὴν πρώτην μονάδα κτηθείσης, ὥστε ἡ ὅλη

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ταχύτης εἶναι ἤδη 2υ, κατὰ τὸ τέλος τῆς τρίτης χρονικῆς μονάδος ἡ ταχύτης εἶναι 3υ καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

2) Δύο διάφοροι δυνάμεις ἐνεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου καὶ ἐπὶ ἴσα χρονικὰ διαστήματα αὐξάνουν τὴν ταχύτητα αὐτοῦ κατὰ ποσὰ ἀνάλογα πρὸς τὰς ἐντάσεις αὐτῶν. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι τὸ πηλίκον τῆς αὐξήσεως τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, ἐξάγομεν ὅτι αἱ ἐπιταχύνσεις, τὰς ὁποίας δύο δυνάμεις προσδίδουν εἰς τὸ αὐτὸ ὑλικὸν σημεῖον, εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰς ἐντάσεις αὐτῶν.

§ 57. ***Μᾶζα.*** Μία καὶ ἡ αὐτὴ δύναμις ἐνεργοῦσα ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον ἐπὶ διαφόρων ὑλικῶν σημείων δὲν προσδίδει εἰς αὐτὰ τὴν αὐτὴν ταχύτητα. Τὸ πηλίκον τῆς ἐντάσεως τῆς δυνάμεως διὰ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς παραγομένης ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως ὀνομάζομεν *μᾶζαν* τοῦ κινητοῦ. Ἂν λοιπὸν παραστήσωμεν τὴν δύναμιν διὰ τοῦ F, τὴν ἐπιτάχυνσιν διὰ γ καὶ τὴν μᾶζαν διὰ m ἔχομεν ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ

$$m = \frac{F}{\gamma}$$

(1)
$$F = m\,\gamma.$$

Ἓν τῶν σπουδαιοτάτων πορισμάτων τῆς φυσικῆς παρατηρήσεως εἶναι, ὅτι τὸ οὕτως ὁριζόμενον ποσόν, ἡ μᾶζα, εἶναι ἐντελῶς σταθερόν. Ἐὰν δηλ. ἐπὶ ὑλικοῦ τινος σημείου ἐνεργήσουν δυνάμεις F_1, F_2, F_3,... καὶ αἱ ἀντιστοιχοῦσαι ἐπιταχύνσεις εἶναι γ_1, γ_2, γ_3,... θὰ εἶναι:

(2)
$$\frac{F_1}{\gamma_1} = \frac{F_2}{\gamma_2} = \frac{F_3}{\gamma_3} = \ldots = m$$

Ὄχι μόνον δὲ τοῦτο, ἀλλὰ ἡ *μᾶζα* ἔχει καὶ τὴν προσθετικὴν ἰδιότητα, ἡ μᾶζα δηλ. ὑλικοῦ σώματος προκύπτοντος ἐκ τῆς καθ' οἱονδήποτε τρόπον συνενώσεως πολλῶν σωμάτων ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν τῶν συστατικῶν. Διὰ τοῦτο δικαιούμεθα νὰ θεωρήσωμεν τὴν μᾶζαν ὡς τὸ μέτρον τῆς πραγματικῆς ὑποστάσεως τῶν σωμάτων, τὸ μέτρον τῆς εἰς αὐτὰ περιεχομένης *ὕλης*. Τὸ ἀμετάβλητον τῆς μάζης τῶν σωμάτων καὶ ἡ προσθετικὴ ἰδιότης αὐτῆς ἀποτελοῦν ἕνα τῶν θεμελιωδῶν νόμων τῆς φυσικῆς ἐπιστήμης, τὸν νόμον τῆς *ἀφθαρσίας τῆς ὕλης*. Τὸν νόμον τοῦτον πρῶτος διετύπω-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σεν ὁ Lavoisier, ἀπέδειξαν δὲ ἀληθεύοντα ὅλαι αἱ ἔκτοτε μέχρι σήμερον παρατηρήσεις.

Ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται τὸ γραμμάριον, gr (πρβλ. § 5). Πολλάκις ὅμως εἰς τὴν πρᾶξιν μεταχειριζόμεθα ἀντὶ τοῦ γραμμαρίου πολλαπλάσια ἢ κλάσματα αὐτοῦ ὡς μονάδας. Οὕτω ἔχομεν:

$$1\ \text{kg} = \text{χιλιόγραμμον} = 1000\ \text{gr.}$$

$$1\ \text{cgr} = \text{ἑκατοστόγραμμον} = \frac{1}{100}\ \text{gr.}$$

$$1\ \text{mgr} = \text{χιλιοστόγραμμον} = \frac{1}{1000}\ \text{gr.}$$

Ἡ μᾶζα, ἕνεκα τῆς σπουδαιότητος αὐτῆς, θεωρεῖται ὡς θεμελιώδες ποσὸν καὶ εἰς τὰς ἐξισώσεις τῶν διαστάσεων παριστῶμεν αὐτὴν διὰ M [1].

§ 58. ***Μονὰς καὶ διαστάσεις τῆς δυνάμεως.*** Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) § 57 εὑρίσκομεν εὐκόλως τὴν μονάδα τῆς δυνάμεως. Εἶνε δὲ αὕτη ἡ δύναμις, ἡ ὁποία συνεχῶς ἐνεργοῦσα ἐπὶ τῆς μονάδος τῆς μάζης (ἑνὸς γραμμαρίου) προσδίδει εἰς αὐτὴν κίνησιν μὲ ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα τῆς ἐπιταχύνσεως. Ἢ καὶ ἄλλως: ἡ δύναμις ἡ ὁποία παραλαμβάνουσα τὴν μᾶζαν ἑνὸς γραμμαρίου ἐκ τῆς ἠρεμίας προσδίδει εἰς αὐτὴν εἰς τὸ τέλος ἑνὸς δευτερολέπτου ταχύτητα ἑνὸς ἑκατοστοῦ κατὰ δευτερόλεπτον. Ἡ μονὰς αὕτη ὀνομάζεται *δύνη* (dyne), ἐπειδὴ δὲ εἶναι πολὺ μικρὰ διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογάς, μεταχειριζόμεθα ἢ τὴν *μεγαδύνην* (megadyne) = 1000000 dyne ἢ ἄλλας πρακτικὰς μονάδας, ὡς τὸ γραμμάριον ἢ χιλιόγραμμον βάρους, τὴν δύναμιν δηλ. μὲ τὴν ὁποίαν ἡ γῆ ἕλκει ἓν γραμμάριον ἢ ἓν χιλιόγραμμον. Εἶναι δὲ διὰ πλάτος 45^0:

$$1\ \text{gr. βάρους} \simeq 981\ \text{dyne}$$
$$1\ \text{kg. βάρους} \simeq 981000\ \text{dyne.}$$

Γράφοντες τὰς διαστάσεις τῆς ἐξισώσεως (1) § 57 εὑρίσκομεν τὰς διαστάσεις τῆς δυνάμεως:

$$[F] = [\mu]\ [\gamma] = [\text{M. L. T}^{-2}]$$

§ 59 ***Ποσότης κινήσεως.*** Ὀνομάζομεν ποσότητα κινήσεως τὸ γινόμενον mu τῆς μάζης ἐπὶ τὴν ταχύτητα.

---

[1] Περὶ μετρήσεως τῆς μάζης ἴδε § 112 καὶ ἑξῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Δύναμις συνεχὴς F ἐνεργοῦσα ἐπὶ τῆς μάζης m προσδίδει ἐπιτάχυνσιν σταθερὰν γ κατὰ τὸν τύπον

(1) $$F = m\gamma$$

καὶ ἐπειδὴ εἰς τὴν ὁμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν εἶναι

$$\gamma = v_{t+1} - v_t$$

ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται

(2) $$F = m\,v_{t+1} - mv_t = (m\,v)_{t+1} - (m\,v)_t$$

ἤτοι ἡ ἔντασις τῆς δυνάμεως ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου παραγομένην ποσότητα κινήσεως. Ἂν δὲ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου οὐδεμία δύναμις ἐπιδρᾷ, ἡ ποσότης κινήσεως αὐτοῦ μένει κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας ἀμετάβλητος.

ΚΙΝΗΣΙΣ ΥΛΙΚΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΥΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΙΝ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΟΣ

§ 60 Τὰ ὑλικὰ σώματα ὑφίστανται ἐπὶ τῆς γῆς τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὴν διεύθυνσιν τοῦ νήματος τῆς στάθμης, νήματος δηλ. ἐξηρτημένου κατὰ τὸ ἓν ἄκρον ἀπὸ σταθερὸν στήριγμα, κατὰ δὲ τὸ ἄλλο φέροντος οἱονδήποτε βαρὺ σῶμα. Τὴν αἰτίαν τὴν παράγουσαν τὰς δυνάμεις ταύτας ὀνομάζομεν *βαρύτητα*, τὴν δὲ ἐπὶ σώματός τινος ἐνεργοῦσαν ὁλικὴν δύναμιν, *βάρος* τοῦ σώματος τούτου.

Τὰ σώματα λοιπόν, ἀφινόμενα ἐλεύθερα, κινοῦνται πρὸς τὴν γῆν, πίπτουν ὡσεὶ ἑλκόμενα ὑπ' αὐτῆς, ἐφ' ὅσον ἄλλη αἰτία δὲν ἀνθίσταται εἰς τὴν κίνησιν ταύτην, *εἰς δὲ τὸ κενὸν ἡ κίνησίς των εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σώματα.*

Ἐκ τούτων ἐξάγεται ὅτι

α΄) ἡ δύναμις ἡ ἀναγκάζουσα τὰ σώματα νὰ πίπτουν εἶναι συνεχής, καὶ

β΄) ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτῶν· διότι ἂν ὀνομάσωμεν f, F τὰς δυνάμεις τὰς ἐνεργούσας ἐπὶ δύο σωμάτων μάζης m, M καὶ g τὴν κοινὴν ἐπιτάχυνσιν, θὰ ἔχωμεν:

(1) $$\begin{aligned} f &= m\,g \\ F &= M\,g \end{aligned}$$

ὅθεν

(2) $$f : F = m : M.$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὴν δύναμιν, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ βαρύτης ἐπὶ τῆς μάζης ἑνὸς γραμμαρίου, ὀνομάζομεν βάρος ἑνὸς γραμμαρίου καὶ θὰ παριστῶμεν αὐτὴν εἰς τὰ ἑξῆς διὰ τοῦ συμβόλου gr*, ἀντιστοίχως δὲ τὸ βάρος ἑνὸς χιλιογράμμου διὰ kg*.

Οὕτω: 10 gr, 5 kg θὰ σημαίνῃ μάζας 10 γραμμαρίων, 5 χιλιογράμμων, 10 gr*, 5 kg* τὸ βάρος 10 γραμμαρίων 5 χιλιογράμμων.

Εἶναι ἑπομένως:

$$10 \text{ gr}^* = 10 \text{ g} \quad \text{CGS}$$

$$5 \text{ kg}^* = 5000 \text{ g} \quad \text{CGS}$$

ἔνθα g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἰς μονάδας CGS.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ ΤΩΝ ΝΟΜΩΝ ΤΗΣ ΒΑΡΥΤΗΤΟΣ

§ 61. ***Σωλὴν τοῦ Νεύτωνος.*** Εἰς σωλῆνα ὑάλινον ἀρκετοῦ μήκους, κλειστὸν ἀμφοτέρωθεν ἀεροστεγῶς καὶ φέροντα κατάλληλον στρόφιγγα θέτομεν διάφορα σώματα, π. χ. πτίλον καὶ σφαῖραν μολυβδίνην. Ἂν ἀναστρέψωμεν τὸν σωλῆνα, οὕτως ὥστε τὰ σώματα νὰ εὑρεθοῦν εἰς τὸ ἄνω ἄκρον, παρατηροῦμεν ὅτι πίπτουν εἰς διαφόρους χρόνους καὶ πρώτη φθάνει κάτω ἡ μολυβδίνη σφαῖρα, μετά τινα δὲ χρόνον τὸ πτίλον. Ἂν ἤδη ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα τοῦ σωλῆνος καὶ ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα καὶ τὸ πτίλον καὶ οἱαδήποτε ἄλλα σώματα πίπτουν συγχρόνως. Ἀπόδειξις ὅτι σώματα ἐκκινοῦντα συγχρόνως ἐκ τῆς ἠρεμίας ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος καὶ κινούμενα εἰς τὸ κενὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος χρειάζονται τὸν αὐτὸν χρόνον διὰ νὰ διανύσουν τὸ αὐτὸ διάστημα, ἤτοι ἔχουν διαρκῶς τὴν αὐτὴν πρὸς ἄλληλα ταχύτητα, αἱ δὲ κατὰ τὴν ἐλευθέραν εἰς τὸν ἀέρα πτῶσιν παρατηρούμεναι μεταξὺ τῶν διαφόρων σωμάτων διαφοραὶ ὀφείλονται ἀκριβῶς εἰς τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος, διάφορον εἰς τὰ διάφορα σώματα.

§ 62. ***Κεκλιμένον ἐπίπεδον*** (Γαλιλαῖος). Σφαῖρα λεία δύναται νὰ κινηθῇ ἐλευθέρως ἐντὸς εὐθυγράμμου λείας αὐλακος ΑΒ, (σχ. 42) ἡ ὁποία σχηματίζει μὲ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ΒΓ γωνίαν φ, ἔστω δὲ m ἡ μᾶζα τῆς σφαίρας καὶ $F = mg$ ἡ ἐπ' αὐτῆς ἐνεργοῦσα ἐκ τῆς βαρύτητος δύναμις.

Ἀναλύομεν τὴν δύναμιν F εἰς δύο συνιστώσας, τὴν μίαν παράλληλον πρὸς τὴν αὐλακα τὴν δὲ κάθετον ἐπ' αὐτήν. Ἐκ τούτων ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μὲν κάθετος πιέζει τὴν σφαῖραν ἐπὶ τῆς αὔλακος καὶ ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως αὐτῆς, ἡ δὲ παράλληλος, $f = F$ ημ φ παράγει μόνη τὴν κίνησιν.

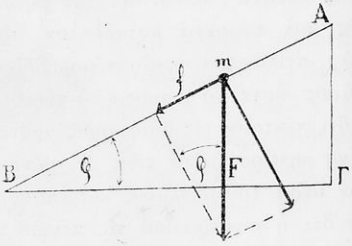
Ἡ συνιστῶσα f εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν F, ὁ δὲ συντελεστὴς ημ φ ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ ὅσον θέλομεν μικρός, ἀρκεῖ ἡ γωνία φ νὰ γίνῃ ἀρκούντως μικρά. Ἀφοῦ λοιπὸν ἡ f γίνεται ὅσον θέλομεν μικρά, γίνεται καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γ ἀναλόγως μικρὰ κατὰ τὰς ἐξισώσεις:

$$m\gamma = f = F \text{ ημ } \varphi = mg \text{ ημ } \varphi.$$

Ἐὰν π. χ. εἶναι $\varphi = 12^0$ ἔχομεν:

$$\text{ημ } \varphi = 0{,}2 \qquad f = 0{,}2\ F \qquad \gamma = 0{,}2\ g$$

ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι μόνον τὰ 0,2 τῆς ἐπιταχύνσεως g κατὰ τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν. Παρακολουθοῦντες τώρα τὴν βραδεῖαν ταύτην κίνησιν εὑρίσκομεν, ὅτι πράγματι τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων καὶ ἑπομένως βεβαιούμεθα ὅτι ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη (Πρβλ. § 34).



Σχ. 42.

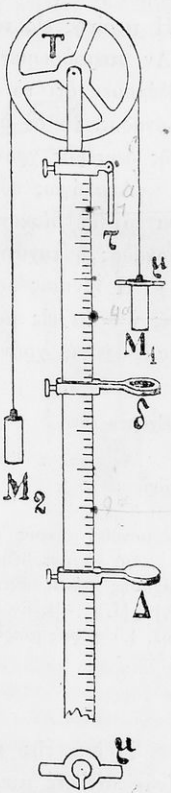
§ 63. ***Μηχανὴ τοῦ Atwood.*** Εἰς τὴν μηχανὴν τοῦ Atwood (σχ. 43) ἐπιτυγχάνομεν τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἐπιταχύνσεως, ἀναγκάζοντες τὸ σῶμα κατὰ τὴν πτῶσίν του νὰ παρασύρῃ καὶ ἄλλας μάζας, ἡ ἐπὶ τῶν ὁποίων ἐνέργεια τῆς βαρύτητος παραλλήλως ἐξουδετεροῦται. Αὐξάνομεν δηλ. τὴν μᾶζαν τοῦ κινητοῦ χωρὶς νὰ αὐξήσωμεν τὴν δρῶσαν δύναμιν. Ἡ μηχανὴ τοῦ Atwood ἀποτελεῖται ἀπὸ εὐκίνητον καὶ ἐλαφροτάτην τροχαλίαν Τ κινητὴν περὶ ἄξονα ὁριζόντιον, εἰς τὴν αὔλακα τῆς ὁποίας κρέμαται λεπτὸν καὶ ἐλαφρότατον νῆμα, φέρον εἰς τὰ ἄκρα δύο ἴσα κυλινδρικὰ βάρη M_1, M_2, ἑκατέρου τῶν ὁποίων ἡ μᾶζα ἔστω M.

Κάτωθεν τῆς τροχαλίας ὑπάρχει κατακόρυφος κανὼν φέρων τὰς διαιρέσεις τοῦ μέτρου. Εἰς τὸ ἀνώτατον αὐτοῦ μέρος, ὅπου καὶ ἡ ἀρχὴ τῶν διαιρέσεων, στερεοῦται μικρὰ τράπεζα ὑποστηρίζουσα τὸ ἓν ἐκ τῶν βαρῶν, ἡ ὁποία ὑποχωροῦσα ἀφίνει ἐλεύθερον τὸ βάρος, εἰς διαφόρους δὲ θέσεις κατὰ μῆκος τοῦ κανόνος ἠμποροῦμεν νὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στερεώσωμεν δίσκον πλήρη Δ ἢ δακτύλιον δ, διὰ τοῦ ὁποίου διέρχεται ἐλευθέρως ὁ κύλινδρος M_1.

Εἰς τὸ βάρος M_1 προσθέτομεν τὸ βάρος μ σχήματος τοιούτου, ὥστε νὰ μὴ ἠμπορῇ νὰ διέλθῃ διὰ τοῦ δακτυλίου δ, καὶ στηρίζομεν τὸ σύστημα ἐπὶ τῆς τραπέζης τ, εἰς δεδομένην δὲ στιγμὴν ἀπομακρύνομεν τὸ στήριγμα καὶ τὸ σύστημα ἄρχεται κινούμενον.



Σχ. 43.

Ἐὰν τὸ βάρος μ ἔπιπτεν ἐλευθέρως θὰ ἐκινεῖτο μὲ ἐπιτάχυνσιν g ὁριζομένην ἐκ τῆς ἐξισώσεως:

(1) $$B = \mu g$$

ἔνθα B τὸ βάρος τοῦ μ.

Τώρα ὅμως, ἡ αὐτὴ δύναμις, δηλ. τὸ βάρος B, θὰ κινήσῃ τὸ σύστημα τὸ ἀποτελούμενον ἀπὸ τὰς μάζας M_1, M_2, μ· ἑπομένως, ἐπειδὴ ἡ κινουμένη μᾶζα εἶναι $2M+\mu$, θὰ ἔχωμεν διὰ τὴν ἐπιτάχυνσιν γ τὴν ἐξίσωσιν:

(2) $$B = (2M+\mu)\ \gamma.$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) εὑρίσκομεν:

(3) $$\gamma = g\frac{\mu}{2M+\mu}.$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις γ ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ ὅσον θέλομεν μικρά, ἀρκεῖ αἱ μᾶζαι M νὰ εἶναι ἀρκετὰ μεγάλαι ἐν σχέσει πρὸς τὴν μ.

Ὁ πειραματισμὸς διὰ τῆς συσκευῆς θὰ γίνῃ ὡς ἑξῆς:

Θέτομεν τὸν δίσκον Δ εἰς τὴν διαίρεσιν α καὶ κανονίζομεν ἕνα μετρονόμον οὕτως ὥστε τὰ βάρη M_1, μ νὰ φθάνουν εἰς μίαν χρονικὴν μονάδα ἀπὸ τοῦ στηρίγματος τ μέχρι τοῦ δίσκου Δ. Ἐὰν τώρα στηρίξωμεν τὸν δίσκον εἰς τὰς διαιρέσεις 4α, 9α, 16α κ. λ., παρατηροῦμεν ὅτι τὸ κινητὸν θὰ διατρέξῃ τὰ διαστήματα αὐτὰ εἰς 2, 3, 4 χρονικὰς μονάδας.

Στηρίζομεν ἤδη εἰς τὴν διαίρεσιν α τὸν δακτύλιον δ, εἰς δὲ τὴν διαίρεσιν 3α τὸν δίσκον Δ. Τὸ κινητὸν θὰ διατρέξῃ τὸ πρῶτον διά-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στημα α εἰς μίαν χρονικὴν μονάδα. Ὁ δακτύλιος δ κρατεῖ τὸ πρόσθετον βάρος μ καὶ τὸ σύστημα κινεῖται πλέον μὲ τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν εἰς τὸ τέλος τῆς πρώτης χρονικῆς μονάδος, ἄνευ ἐξωτερικῆς δυνάμεως, ἑπομένως ἰσοταχῶς, διατρέχει δὲ τὸ M_1 τὸ διάστημα μεταξὺ δακτυλίου καὶ δίσκου (2α) εἰς μίαν χρονικὴν μονάδα. Ἡ ταχύτης εἰς τὸ τέλος τῆς πρώτης χρονικῆς μονάδος εἶναι 2α. Ἂν στερεώσωμεν τὸν δακτύλιον εἰς τὸ 4α τὸν δὲ δίσκον εἰς τὸ 8α βλέπομεν ὅτι τὸ μὲν πρῶτον διάστημα διανύεται εἰς δύο χρονικὰς μονάδας, τὸ δὲ δεύτερον εἰς μίαν. Ἤτοι ἡ ταχύτης εἰς τὸ τέλος τῆς δευτέρας χρονικῆς μονάδος εἶναι $4\alpha = 2 \times 2\alpha$.

Ἀναλόγως εὑρίσκομεν, στερεώνοντες τὸν μὲν δακτύλιον εἰς τὸ 9α τὸν δὲ δίσκον εἰς τὸ 15α, ὅτι εἰς τὸ τέλος τῆς τρίτης χρονικῆς μονάδος ἡ ταχύτης εἶναι $6\alpha = 3 \times 2\alpha$ κτλ.

Ἡ κίνησις λοιπὸν εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις $\gamma = 2\alpha$ εἰς μονάδας, μήκους μὲν ἐκείνην, μὲ τὴν ὁποίαν ἐμετρήσαμεν τὸ α, χρόνου δὲ τὴν ὑπὸ τοῦ μετρονόμου διδομένην.

Ἔστω π. χ. $\mu = 2$ gr. $M = 49$ gr.

Ἔχομεν τότε $\frac{\mu}{2M+\mu} = \frac{1}{50}$ καὶ $\gamma = \frac{g}{50}$

Ἂν εἶναι $\alpha = 20$ cm καὶ ὁ χρόνος αἰωρήσεως τοῦ μετρονόμου μας 1,5″ ἔχομεν:

$$\gamma = 2\alpha = 40$$

μὲ μονάδα μήκους μὲν τὸ cm, χρόνου δὲ τὸ 1,5″.

Διὰ νὰ μεταβῶμεν εἰς τὸ σύστημα CGS συλλογιζόμεθα ὅτι, ἀφοῦ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς δευτέρας δυνάμεως τοῦ χρόνου ($[\gamma] = [LT^{-2}]$), ἂν λάβωμεν ὡς μονάδα τοῦ χρόνου τὸ δευτερόλεπτον. μονάδα δηλ. 1,5 φορὰς μικροτέραν τῆς ἀρχικῆς, ἡ νέα τιμὴ τῆς ἐπιταχύνσεως θὰ εἶναι:

$$\gamma_{cgs} = \frac{40}{(1,5)^2} = \frac{40}{2,25} = 17,8$$

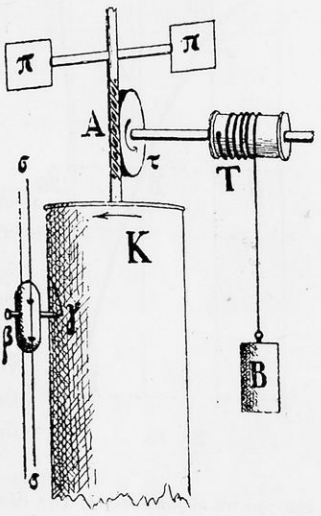
$$g = 17,8 \times 50 = 890 \text{ CGS}.$$

Ἡ διὰ τῆς μηχανῆς τοῦ Atwood εὑρισκομένη τιμὴ τοῦ g εἶναι πάντοτε μικροτέρα τῆς πραγματικῆς, διότι τὸ βάρος μ δὲν παρασύρει μόνον τὰ δύο ἴσα βάρη M κατὰ τὴν κίνησίν του ἀλλὰ καὶ τὸ νῆμα, τὸ ὁποῖον δὲν εἶναι ἐντελῶς ἀβαρές, καὶ τοῦ ὁποίου τὸ μεγαλήτερον μέρος εὑρίσκεται κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς κινήσεως πρὸς τὸ μέρος τοῦ βάρους M_2. Πρέπει προσέτι νὰ τεθῇ εἰς κίνησιν ἡ τροχαλία, ὑπερνικωμένης τῆς ἀδρανείας αὐτῆς καὶ τῶν τριβῶν τοῦ ἄξονος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Καὶ ναὶ μὲν εἶναι δυνατὸν τὰ σφάλματα ταῦτα νὰ ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν καὶ τὸ ἐξαγόμενον τῆς μετρήσεως ἀναλόγως νὰ διορθωθῇ, ἀκριβὴς ὅμως μέτρησις δὲν εἶναι δυνατὸν διὰ τῆς μηχανῆς αὐτῆς νὰ γίνῃ.

§ 64. ***Μηχανὴ τοῦ Morin.*** Ἡ μηχανὴ αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κατακόρυφον κύλινδρον Κ, ὁ ὁποῖος στρέφεται περὶ τὸν ἄξονά του. Τὴν κίνησιν λαμβάνει ὁ κύλινδρος ἀπὸ τὸ βάρος Β, τὸ ὁποῖον διὰ τοῦ τυμπάνου Τ καὶ τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ τ ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ ἄξονος Α, φέροντος ἑλικοειδῆ ἐνσκαφήν. Τὰ πτερύγια π π, στερεῶς ἐπὶ τοῦ ἄξονος προσηρμοσμένα, χρησιμεύουν διὰ νὰ καθιστοῦν τὴν κίνησιν ἰσοταχῆ ἕνεκα τῆς τριβῆς τοῦ ἀέρος. Κατὰ μῆκος τοῦ κυλίνδρου δύναται νὰ πέσῃ ἐλευθέρως βάρος β φέρον γραφίδα γ καὶ ὁδηγούμενον ὑπὸ τῶν κατακορύφων συρμάτων σσ. Καλύπτομεν τὸν κύλινδρον Κ διὰ φύλλου χάρτου καί, ἀφοῦ θέσωμεν αὐτὸν διὰ τοῦ βάρους Β εἰς κίνησιν, περιμένομεν μέχρις ὅτου ἡ περιστροφὴ γίνῃ ὁμαλὴ καὶ τότε ἀφίνομεν τὸ βάρος β νὰ πέσῃ.



Σχ. 44.

Ἡ γραφὶς γ γράφει ἐπὶ τοῦ χάρτου μίαν γραμμὴν Ο Α Β Γ (Σχ. 45) ἡ ὁποία μᾶς παρέχει ὅλα τὰ στοιχεῖα τῆς κινήσεως. Ἐκ τῆς περιφερείας τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ χρόνου μιᾶς περιστροφῆς (τὸν ὁποῖον εὑρίσκομεν μετροῦντες πόσον χρόνον χρειάζεται ὁ κύλινδρος διὰ νὰ κάμῃ ὡρισμένον ἀριθμὸν περιστροφῶν), εὑρίσκομεν τὴν ὁριζοντίαν γραφικὴν ταχύτητα τοῦ χάρτου. Φέρομεν ἤδη ἐπὶ τοῦ χάρτου, ἀρχίζοντες ἀπὸ τὸ σημεῖον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς πτώσεως τοῦ βάρους β, εὐθείας παραλλήλους πρὸς τὴν γενέτειραν τοῦ κυλίνδρου (ἀντιστοίχους δηλ. πρὸς τὰς κατακορύφους) καὶ εἰς ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων ἴσην πρὸς τὴν διανυομένην ὑπὸ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου εἰς 0,1″. Τὰ διαστήματα τὰ διανυθέντα ὑπὸ τοῦ βάρους β εἰς 0,1″ 0,2″ 0,3″ κλπ. παρέχονται ἀπὸ τὰ μήκη τῶν εὐθειῶν τούτων τὰ περιεχόμενα μεταξὺ τῆς καμπύλης Ο Α Β Γ καὶ τῆς εὐθείας Ο t, τὴν ὁποίαν ἡ γραφὶς ἔγραψεν ὅταν ὁ μὲν κύλινδρος περιεστρέφετο τὸ δὲ βάρος β ἔμενεν ἀκίνητον εἰς τὴν ἀνωτάτην αὐτοῦ θέσιν.

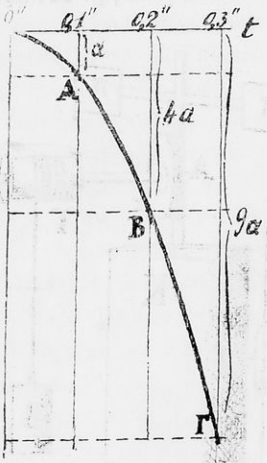
Εὑρίσκομεν καὶ διὰ τῆς μηχανῆς τοῦ Morin ὅτι τὰ διαστήματα εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων, εὔκολον δὲ εἶναι νὰ εὕρωμεν καὶ τὴν τιμὴν τῆς ἐπιταχύνσεως, διότι ἂν γνωρίζωμεν ἓν οἱονδήποτε διανυθὲν διάστημα x καὶ τὸν χρόνον t, κατὰ τὸν ὁποῖον διηνύθη, ἀρκεῖ νὰ θέσωμεν τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὴν ἐξίσωσιν $x = \frac{1}{2} g t^2$ διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ g.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Καὶ ἡ μηχανὴ τοῦ Morin ἐν τούτοις δὲν μᾶς δίδει ἀκριβῆ ἀποτελέσματα, διότι ἡ πτῶσις δὲν εἶναι ἐλευθέρα ἕνεκα τῶν τριβῶν τῆς γραφίδος καὶ τῶν ὁδηγῶν συρμάτων καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.

§ 65. Ἡ ἀληθὴς τιμὴ τοῦ g εὑρίσκεται, καθὼς κατωτέρω θὰ ἴδωμεν, ἐκ τοῦ χρόνου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ εἶναι διὰ τὰ μέσα πλάτη

$$g \simeq 981 \text{ cm sec}^{-2}$$



Σχ. 45.

Ἥτοι σῶμα ἐλευθέρως πίπτον εἰς τὸ κενὸν ἀποκτᾷ εἰς τὸ τέλος τοῦ πρώτου δευτερολέπτου ταχύτητα

$$981 \text{ cm sec}^{-1}.$$

Ἡ ἐξίσωσις τῆς κινήσεως εἶναι λοιπὸν

$$x = \frac{1}{2} g t^2 = 490{,}5\ t^2$$

ἔνθα ὁ χρόνος μετρεῖται εἰς δευτερόλεπτα καὶ τὸ μῆκος εἰς ἑκατοστόμετρα ἢ $x = 4{,}905\ t^2$, ἔνθα ὁ χρόνος μετρεῖται εἰς δευτερόλεπτα τὸ δὲ μῆκος εἰς μέτρα.

Ἐὰν τὸ κινητὸν ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα, ἡ ἐκ τῆς βαρύτητος κίνησις προστίθεται εἰς τὴν ἐκ τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος ὁμαλὴν κίνησιν.

Περίπτωσις 1η) Τὸ κινητὸν κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν, ἀπὸ τῆς ὁποίας μετροῦμεν τὰς ἀποστάσεις, καὶ ἔχει κατακόρυφον ταχύτητα ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω $v_0 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$. Ἡ ἐκ ταύτης κίνησις παρίσταται διὰ τοῦ τύπου:

$$x = v_0 t$$

ἑπομένως ἡ πραγματικὴ κίνησις θὰ παρίσταται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις:

$$v = v_0 + gt$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2.$$

Περίπτωσις 2α). — Τὸ κινητὸν ἔχει κατακόρυφον ταχύτητα πρὸς τὰ ἄνω $v_0 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$.

Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης ἔχει ἀντίθετον διεύθυνσιν πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν, θὰ τὴν παραστήσωμεν μὲ ἀρνητικὸν ἀριθμὸν $-v$, δεδομένου ὅτι ἡ πρὸς τὰ κάτω διεύθυνσις θεωρεῖται θετική.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Θὰ ἔχωμεν λοιπόν:

$$x = -v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

ἡ δὲ ταχύτης θὰ εἶναι:

$$v = -v_0 + gt. \quad (2)$$

Ἡ ταχύτης ἐλαττοῦται μένουσα ἀρνητικὴ (πρὸς τὰ ἐπάνω) μέχρις ὅτου γίνῃ:

$$v_0 = gt \qquad \text{ἤτοι} \qquad t = \frac{v_0}{g} \quad (3)$$

ὅτε ἔχομεν $v = o$.

Ἂν θέσωμεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) τὴν τιμὴν τοῦ t ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (3) εὑρίσκομεν:

$$x = -\frac{v_0^2}{2g}. \quad (4)$$

Τὸ μέγιστον ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ κινητὸν εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμήν:

$$h = \frac{v_0^2}{2g}. \quad (5)$$

Τὸ κινητὸν ἠρεμεῖ ἐπὶ μίαν στιγμὴν καὶ ἔπειτα ἄρχεται πίπτον μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην ταχύτητα.

Ἔστω π. χ. $v_0 = 500$ μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον ἤτοι:

$$v_0 = 50\,000 \ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

θὰ εἶναι $$v = -50\,000 + 981\ t.$$

Τὸ κινητὸν θὰ ἠρεμήσῃ ὅταν γίνῃ $t = \frac{v^0}{g} = \frac{50000}{981} \simeq 51$ sec ἤτοι μετὰ 51" καὶ θὰ ἀνέλθῃ εἰς ὕψος

$$|x| = \frac{50000^2}{2 \times 981} \simeq 1\,250\,000 \text{ cm}$$

ἤτοι περίπου 12,5 χιλιομέτρων.

Εὑρίσκομεν δὲ εὐκόλως ὅτι ἄλλον τόσον χρόνον θὰ χρειασθῇ διὰ νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν του καὶ ἡ ταχύτης θὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν ἀρχικήν, ἤτοι 500 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον πρὸς τὰ κάτω· διότι διὰ $x = o$ (τὸ κινητὸν εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν του) ἔχομεν:

$$o = -v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$-v_0 + \frac{1}{2} g t = o$$

$$t = 2\frac{v_0}{g}$$

$$v = -v_0 + g2\frac{v_0}{g} = -v_0 + 2v_0 = +v_0.$$

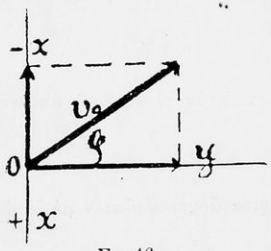
Περίπτωσις 3η). Τὸ κινητὸν ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 σχηματίζουσαν γωνίαν φ μὲ τὴν ὁριζοντίαν καὶ διευθυνομένην πρὸς τὰ ἐπάνω. Ἐπειδὴ ἡ δρῶσα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δύναμις εἶναι κατακόρυφος, φανερὸν ὅτι ἡ τροχιὰ θὰ εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ ὁριζομένου ἀπὸ τὴν κατακόρυφον καὶ τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα.

Ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τούτου λαμβάνομεν ἄξονας x κατακόρυφον πρὸς τὰ κάτω καὶ y ὁριζόντιον, τεμνομένους εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν τοῦ κινητοῦ καὶ ἀναλύομεν τὴν ταχύτητα v_0 κατὰ τοὺς ἄξονας τούτους· αἱ συνιστῶσαι εἶναι v_0 συν φ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν y καὶ v_0 ημ φ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν ἀρνητικῶν x (πρὸς τὰ ἐπάνω).

Ἔχομεν λοιπὸν ἀφ' ἑνὸς μίαν κίνησιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν y ἰσοταχῆ, ἀφοῦ καμμία δύναμις δὲν ἐνεργεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτην, παριστωμένην ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν:



Σχ. 46.

$$y = v_0 \text{ συν } \varphi \cdot t \qquad (6)$$

(τὸν χρόνον μετροῦμεν ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς κινήσεως) καὶ κίνησιν κατὰ τὴν κατακόρυφον παριστωμένην ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν:

$$x = -v_0 \text{ ημ } \varphi \cdot t + \frac{1}{2} g t^2. \qquad (7)$$

Ἂν μεταξὺ τῶν ἐξισώσεων (6, 7) ἀπαλείψωμεν τὸ t θέτοντες εἰς τὴν (7) τὴν τιμὴν τοῦ t ἐκ τῆς (6), $t = \frac{y}{v_0 \text{ συν } \varphi}$. εὑρίσκομεν

$$x = -\varepsilon\varphi\varphi \cdot y + \frac{1}{2} g \frac{y^2}{v_0^2 \text{ συν}^2 \varphi}. \qquad (8)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη τῆς μορφῆς $x = \alpha y + \beta y^2$ παριστᾷ ὡς γνωστὸν παραβολὴν μὲ ἄξονα κατακόρυφον.

Διὰ νὰ εὕρωμεν εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς θέσεως τὸ κινητὸν θὰ συναντήσῃ τὴν ὁριζοντίαν, θέτομεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (8) $x = o$ καὶ ἔχομεν:

$$\varepsilon\varphi\varphi \cdot y = \frac{1}{2} g \frac{y^2}{v_0^2 \text{συν}^2 \varphi}$$

$$y = \frac{2 \text{ ημ } \varphi \text{ συν } \varphi \, v_0^2}{g} = \frac{\text{ημ } 2\varphi}{g} v_0^2 \qquad (9)$$

Βλέπομεν ὅτι ἡ ἀπόστασις αὕτη, τὸ *βεληνεκές*, εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος ὅταν ἡ γωνία φ εἶναι σταθερά, ὅταν δὲ ἡ ἀρχικὴ ταχύτης v_0 μένῃ σταθερὰ τὸ βεληνεκὲς ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς γωνίας φ. Τὸ ἡμίτονον ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν =1 ὅταν ἡ γωνία εἶναι 90°, ἑπομένως ἔχομεν τὸ μέγιστον βεληνεκὲς διὰ $2\varphi = 90^0$ ἤτοι $\varphi = 45^0$

$$y \text{ μέγιστον} = \frac{v_0^2}{g} = 2h$$

ὅπου h εἶναι τὸ ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἔφθανε τὸ κινητὸν ἂν ἐκινεῖτο κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 (Πρβλ. ἐξίσ. 5).

Ἂν εἶναι π. χ. $v_0 = 500$ μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον ἤτοι $50000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$

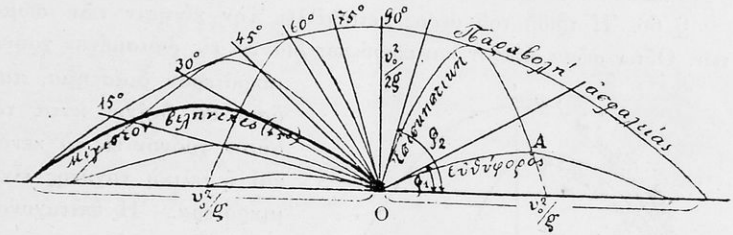
ἔχομεν $y = \frac{25\,00000000}{981} \simeq 2520000 \text{ cm} \simeq 25 \text{ km}$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Διὰ νὰ εὕρωμεν ὑπὸ ποίαν γωνίαν φ πρέπει νὰ βάλωμεν μὲ τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν σημεῖον Α (X, Y) πρέπει νὰ θέσωμεν τὰς συντεταγμένας X, Y, εἰς τὴν ἐξίσωσιν (8) καὶ νὰ λύσωμεν ὡς πρὸς εφ φ. Ἡ διερεύνησις τῆς ἐξισώσεως δεικνύει, ὅτι τὰ σημεῖα τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου τὰ βαλλόμενα ἀπὸ τὸ Ο μὲ τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 χωρίζονται ἀπὸ τὰ ἀπρόσβλητα διὰ καμπύλης, τῆς *καμπύλης ἀσφαλείας*, ἡ ὁποία εἶναι παραβολὴ κοίλη πρὸς τὰ κάτω μὲ ἄξονα κατακόρυφον διερχόμενον διὰ τοῦ Ο (σχ. 47) καὶ τῆς ὁποίας τὸ μὲν ὕψος εἶναι $\frac{v_0^2}{2g}$ ἡ δὲ βάσις $\frac{2v_0^2}{g}$.

Διὰ τῶν σημείων τῆς καμπύλης ἀσφαλείας μία μόνον τροχιὰ βολῆς διέρχεται, τὰ ἐπιτυγχάνομεν δηλ. βάλλοντες ὑπὸ μίαν καὶ μόνην ὡρισμένην γωνίαν φ.

Δι' ἑκάστου τῶν ἐντὸς τῆς καμπύλης ἀσφαλείας σημείων διέρχονται δύο



Σχ. 47.

τροχιαὶ βολῆς. Ἠμποροῦμεν δηλ. νὰ ἐπιτύχωμεν τὸ σημεῖον Α βάλλοντες εἴτε ὑπὸ γωνίαν φ_1 εἴτε ὑπὸ γωνίαν φ_2. Ἡ σκόπευσις τῆς μικροτέρας γωνίας φ_1 ὀνομάζεται *εὐθύφορος*, ἡ δὲ τῆς μεγαλητέρας γωνίας φ_2 *ἐπισκηπτική*.

Πρὸς ἐφαρμογὴν ζητοῦμεν τὴν γωνίαν ὑπὸ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ σκοπεύσωμεν (εἰς τὸ κενὸν) μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 500 $\frac{m}{sec}$ στόχον εὑρισκόμενον εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον καὶ εἰς ἀπόστασιν 10 χιλιομέτρων.

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν (8) θέτομεν:

$$v_0 = 500 \frac{m}{sec} = 50\,000 \frac{cm}{sec}$$

$$x = 0$$

$$y = 10\,000 \text{ m} = 1\,000\,000 \text{ cm}$$

$$g = 981$$

$$\frac{1}{συν^2\varphi} = 1 + εφ^2\varphi$$

καὶ εὑρίσκομεν:

$$-εφ\,\varphi + \frac{gy}{2v_0^2}(1 + εφ^2\varphi) = 0$$

$$0{,}1962\ εφ^2\varphi - εφ\,\varphi + 0{,}1962 = 0$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅθεν

$$\text{(10)} \qquad \varepsilon\varphi\,\varphi = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\,(0{,}1962)^2}}{2.\ 0{,}1962}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{1 - 0{,}1539}}{0{,}3924} = \frac{1 \pm 0{,}9198}{0{,}3924}$$

$$\varepsilon\varphi\,\varphi_1 = \frac{0.0802}{0{,}3924} = 0{,}2043$$

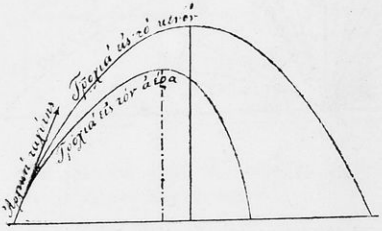
$$\varepsilon\varphi\,\varphi_2 = \frac{1{,}9198}{0{,}3924} = 4{,}8924$$

φ_1 (εὐθύφορος βολὴ) $= 11^\circ\ 33'$

φ_2 (ἐπισκηπτικὴ βολὴ) $= 78^\circ\ 27$

Ἀξία προσοχῆς εἶναι ἡ σχέσις $\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$

§ 66. Ἡ τριβὴ τοῦ ἀέρος μεταβάλλει τὴν κίνησιν τῶν σωμάτων. Οὕτω σῶμα πίπτον κατακορύφως διανύει εἰς ὡρισμένον χρόνον μικρότερον διάστημα, παρ' ὅσον θὰ διήνυε κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον εἰς τὸ κενόν, καὶ ἡ τελικὴ ταχύτης εἶναι μικροτέρα. Ἡ ἐπιτάχυνσις ἐλαττοῦται τείνουσα πρὸς τὸ μηδέν, ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης αὐξάνει, ἡ δὲ ταχύτης τείνει πρὸς ὁρικὴν τιμήν, μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται πλέον τὸ σῶμα ἰσοταχῶς. Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἰσορροπεῖ τότε τὸ βάρος τοῦ σώματος.



Σχ. 48.

Σῶμα ριπτόμενον πρὸς τὰ ἐπάνω κατακορύφως ἀνέρχεται ἐπὶ ὀλιγώτερον χρόνον παρὰ εἰς τὸ κενὸν καὶ φθάνει εἰς μικρότερον ὕψος.

Σῶμα τέλος ριπτόμενον πλαγίως πρὸς τὰ ἄνω δὲν διαγράφει παραβολὴν ἀλλ' ἄλλην ὑπερβατὴν τροχιὰν ἀσύμμετρον ὡς πρὸς τὸ ἀνώτατον σημεῖον της. Τὸ ὕψος εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα εἶναι μικρότερον παρὰ εἰς τὸ κενόν, τὸ βεληνεκὲς μικρότερον, ὁ δὲ κατερχόμενος κλάδος τῆς τροχιᾶς ἀποτομώτερος τοῦ ἀνερχομένου (σχ. 48).

Ἐπειδὴ δὲ ἡ μὲν ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἀνάλογος τῆς ἐπιφανείας, δηλ. τοῦ τετραγώνου τῶν γραμμικῶν διαστάσεων, ἡ δὲ ἀδράνεια καὶ τὸ βάρος ἀνάλογα τῆς μάζης, ἀνάλογα δηλ. τοῦ ὄγκου καὶ ἑπομένως τοῦ κύβου τῶν γραμμικῶν διαστάσεων, ἕπεται ὅτι ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι τόσον περισσότερον αἰσθητή,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅσον τὸ σῶμα εἶναι μικρότερον. Μεταξὺ σωμάτων τῆς αὐτῆς μάζης ἡ σχετικὴ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι μεγαλητέρα εἰς τὰ ἔχοντα μεγαλήτερον ὄγκον. Μεταξὺ δὲ σωμάτων τοῦ αὐτοῦ ὄγκου ἡ σχετικὴ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι μεγαλητέρα εἰς τὰ ἔχοντα μικροτέραν μᾶζαν.

Ἐννοεῖται ὅτι μεγίστην σημασίαν ἔχει τὸ σχῆμα τοῦ θεωρουμένου σώματος. Οὕτω σώματα ἔχοντα πολὺ μεγάλην ἐπιφάνειαν ἐν σχέσει πρὸς τὴν μᾶζαν των, πτίλα, τρίχες, λεπτότατα σταγονίδια ὕδατος, ἔχουν πολὺ μικρὰν ὁρικὴν ταχύτητα καὶ ἀφινόμενα ἐλεύθερα πίπτουν ἐπ' ἐλάχιστον μὲ αὔξουσαν ταχύτητα, ἀλλὰ ταχέως ἡ ταχύτης των ἀποκτᾷ τὴν ὁρικὴν τιμὴν καὶ ἡ πτῶσις ἐξακολουθεῖ ἰσοταχής.

ΦΥΓΟΚΕΝΤΡΟΣ ΔΥΝΑΜΙΣ

§ 67. Ὅταν ὑλικὸν σημεῖον κινῆται ἰσοταχῶς ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς χρειάζεται δύναμις, ἡ ὁποία νὰ ἀναγκάζῃ αὐτὸ νὰ παρεκκλίνῃ διαρκῶς ἀπὸ τὴν εὐθύγραμμον κίνησιν. Ἡ δύναμις αὕτη, ἡ *κεντρομόλος δύναμις*, ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀκτῖνος τοῦ κύκλου μὲ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον ἡ δὲ ἔντασις αὐτῆς εἶναι

$$F = \frac{\mu v^2}{\rho} \qquad (1)$$

ὅπου μ ἡ μᾶζα, υ ἡ ταχύτης καὶ ρ ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς.

Ἡ κεντρομόλος δύναμις ἀσκεῖται π. χ. ὑπὸ τοῦ νήματος, διὰ τοῦ ὁποίου τὸ κινητὸν συνδέεται πρὸς τὸ κέντρον ἢ ὁπωσδήποτε ἄλλως.

Γνωρίζομεν ἤδη ὅτι, ὅταν ὑλικὸν σημεῖον διατρέχῃ κυκλικὴν τροχιὰν ἀκτῖνος ρ μὲ ταχύτητα υ, ἡ κίνησίς του ἔχει ἐπιτάχυνσιν διευθυνομένην κατὰ τὴν ἀκτῖνα πρὸς τὸ κέντρον τῆς τροχιᾶς καὶ ἴσην πρὸς $\frac{v^2}{\rho}$ (πρβλ. § 44).

Διὰ νὰ προσδοθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη χρειάζεται δύναμις κεντρομόλος ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς μάζης μ τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν.

Κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ τὸ κινητὸν ἀσκεῖ ἐπὶ τῶν συνδέσμων αὐτοῦ πρὸς τὸ κέντρον δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν κεντρομόλον, τὴν *φυγόκεντρον*, τῆς ὁποίας λοιπὸν ἡ ἔντασις εἶναι ἐπίσης

$$F = \frac{\mu v^2}{\rho} \qquad (2)$$

ἔχει δὲ καὶ ἡ δύναμις αὕτη τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀκτῖνος, ἀλλὰ ἀπὸ τοῦ κέντρου πρὸς τὰ ἔξω, καὶ ὑφίσταται μόνον ἐφ' ὅσον ὑπάρχει καὶ ἡ κεντρομόλος δύναμις.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

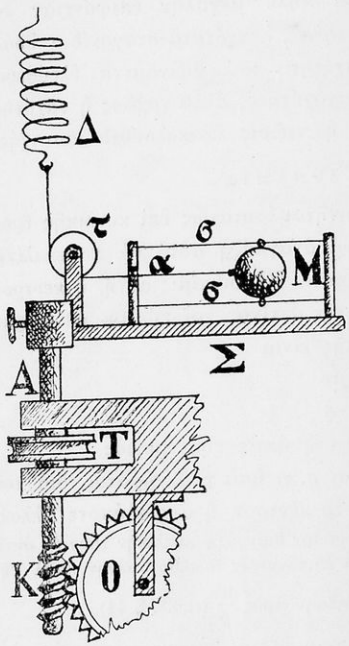
Διερεύνησις τοῦ τύπου. Ἡ φυγόκεντρος δύναμις εἶναι. 1) Ἀνάλογος τῆς μάζης τοῦ κινητοῦ. 2) Ὅταν ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά, ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τῆς τροχιᾶς. 3) Ἐπὶ τῆς αὐτῆς τροχιᾶς (ρ = σταθ.) ἡ φυγόκεντρος δύναμις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος. 4) Τὸ μῆκος τῆς περιφερείας εἶναι $2\pi\rho$, ἐὰν δὲ ὁ χρόνος μιᾶς ὁλοκλήρου περιφορᾶς τοῦ κινητοῦ εἶναι T, ἔχομεν:

$$\upsilon = \frac{2\pi\rho}{T}$$

Ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ υ εἰς τὸν τύπον (2) εὑρίσκομεν:

$$(3) \qquad F = \frac{\mu . 4\pi^2 \rho}{T^2}$$

ἤτοι: ὅταν ὁ χρόνος περιφορᾶς εἶναι ὁ αὐτός, ἡ φυγόκεντρος δύναμις εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τῆς τροχιᾶς, καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς κυκλικῆς τροχιᾶς ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τοῦ χρόνου μιᾶς περιφορᾶς.



Σχ. 49.

Ἐπειδὴ δὲ οἱανδήποτε καμπυλόγραμμον κίνησιν ἠμποροῦμεν εἰς ὡρισμένην θέσιν νὰ θεωρήσωμεν κατὰ προσέγγισιν ὡς ὁμαλὴν κυκλικήν, ἕπεται ὅτι εἰς πᾶσαν καμπυλόγραμμον κίνησιν ἡ στιγμιαία κεντρομόλος δύναμις (ἑπομένως καὶ ἡ ἀντίστοιχος φυγόκεντρος) ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀκτῖνος καμπυλότητος ρ τῆς τροχιᾶς εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον καὶ ἔντασιν

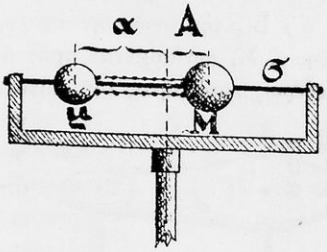
$$F = \frac{\mu\upsilon^2}{\rho}$$

ἔνθα υ εἶναι ἡ ταχύτης κατὰ τὴν θεωρουμένην χρονικὴν στιγμήν.

§ 68. Τοὺς νόμους τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως ἐρευνῶμεν πειραματικῶς διὰ τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς, τῆς ὁποίας τὸ κύριον μέρος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀποτελεῖ ἄξων κατακόρυφος Α (Σχ. 49) δυνάμενος νὰ στρέφεται περὶ ἑαυτὸν μὲ ταχύτητα κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον μεγάλην. Τὴν κίνησιν λαμβάνει ὁ ἄξων Α διὰ τῆς τροχαλίας Τ φέρει δὲ εἰς τὸ κάτω μέρος κοχλίαν Κ, τοῦ ὁποίου αἱ ἕλικες ἐμπλέκονται εἰς τοὺς ὀδόντας, 100 τὸν ἀριθμόν, τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ Ο. Οὕτω εἰς 100 στροφὰς τοῦ ἄξονος Α ἀντιστοιχεῖ μία στροφὴ τοῦ τροχοῦ Ο, μετροῦντες δὲ τὰς βραδείας στροφὰς τοῦ τροχοῦ τούτου ἔχομεν διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἐπὶ 100 τὰς στροφὰς τοῦ ἄξονος τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς. Πολλάκις ὁ τροχὸς Ο συνδυάζεται μὲ πλῆκτρον καὶ κώδωνα, οὕτως ὥστε εἰς ἑκάστην στροφὴν ἠχεῖ ἅπαξ ὁ κώδων καὶ ἡ μέτρησις τῶν στροφῶν γίνεται πολὺ εὐκόλως. Ἡ καὶ ἀκόμη φέρει ὁ τροχὸς Ο ἕνα ὀδόντα, ὁ ὁποῖος εἰς ἑκάστην περιστροφὴν ἐμπλεκόμενος εἰς τοὺς ἐπίσης 100 τὸν ἀριθμὸν ὀδόντας δευτέρου ὀδοντωτοῦ τροχοῦ κινεῖ αὐτὸν κατὰ $\frac{1}{100}$ μιᾶς ὁλοκλήρου περιφορᾶς, δηλ. κατὰ ἕνα ὀδόντα.



Σχ. 50.

Ὁ δεύτερος οὗτος τροχὸς φέρει κατὰ τὴν περιφέρειαν 100 διαιρέσεις, καὶ ἐπομένως κίνησις αὐτοῦ κατὰ μίαν διαίρεσιν δεικνύει μίαν ὁλόκληρον περιστροφὴν τοῦ τροχοῦ Ο, ἤτοι 100 στροφὰς τοῦ ἄξονος Α.

Ἐπὶ τοῦ ἄξονος Α ἤδη, τοῦ ὁποίου τὴν περιστροφικὴν ταχύτητα δυνάμεθα νὰ γνωρίζωμεν μετροῦντες τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τὸν ἀντιστοιχοῦντα εἰς ὡρισμένον χρονικὸν διάστημα, προσαρμόζομεν τὰ συστήματα, τὰ ὁποῖα πρόκειται νὰ ἐξετάσωμεν.

Οὕτω π. χ. προσαρμόζομεν ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς σύστημα (σχ. 49) ἀποτελούμενον ἀπὸ τὸ ὁριζόντιον στέλεχος Σ, φέρον ἐπὶ καταλλήλων στηριγμάτων τὰ ὁριζόντια σύρματα σ σ, τὰ ὁποῖα χρησιμεύουν ὡς ὁδηγοὶ τῆς σφαιρικῆς μάζης Μ.

Ἡ μᾶζα αὕτη συγκρατεῖται ὑπὸ τοῦ νήματος α, τὸ ὁποῖον, καμπτόμενον περὶ τὴν τροχαλίαν τ, φέρεται κατὰ τὴν προέκτασιν τοῦ ἄξονος Α εἰς τὸ δυναμόμετρον Δ. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ συστή-

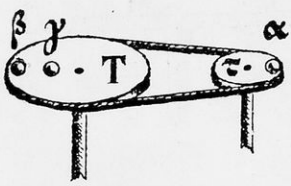
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ματος γνωρίζομεν τὴν μᾶζαν Μ, τὴν περιστροφικὴν ταχύτητα, τὴν ἀκτῖνα τῆς τροχιᾶς (ἂν κατὰ πρώτην προσέγγισιν θεωρήσωμεν τὴν ὅλην μᾶζαν Μ συγκετρωμένην εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας) τὴν δὲ ἀναπτυσσομένην φυγόκεντρον δύναμιν μετροῦμεν διὰ τοῦ δυναμομέτρου Δ.

Διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης ἀποδεικνύονται πειραματικῶς, ἐννοεῖται ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς ἀκριβείας της, οἱ νόμοι τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως.

Πλεῖσται ὅμως ἄλλαι συσκευαὶ χρησιμεύουν πρὸς ἀπόδειξιν διαφόρων μερικῶν περιπτώσεων.

α΄) Εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχήματος 50 δύο σφαῖραι διαφόρου μάζης μ, Μ, συνδεόμεναι πρὸς ἀλλήλας διὰ δύο ἁλύσεων, κινοῦνται ἐλευθέρως κατὰ μῆκος τοῦ ὁριζοντίου ὁδηγοῦ σύρματος σ. Ἂν στρέψωμεν τὸ φέρον τὸ σύρμα σ σύστημα περὶ τὸν ἄξονά του, παρατηροῦμεν ὅτι, ἂν μὲν αἱ μᾶζαι μ, Μ, (δηλ. τὰ κέντρα αὐτῶν, διότι καὶ εἰς τοῦτο τὸ κατὰ προσέγγισιν πείραμα, θεωροῦμεν τὰς μάζας ὡς συγκεντρωμένας εἰς τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν) ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸν ἄξονα (α = Α), ἡ κίνησίς των εἶναι ἡ αὐτή, ἑπομένως ἡ φυγόκεντρος δύναμις εἶναι μεγαλητέρα εἰς τὴν μεγαλητέραν μᾶζαν Μ καὶ οὕτω ἡ μᾶζα Μ παρασύρει τὴν μ. Διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἰσορροπία, πρέπει ἡ μᾶζα μ νὰ ἀπέχῃ ἀπὸ τὸν ἄξονα περισσότερον τῆς Μ. Ἂν εἶναι α, Α αἱ ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος, πρέπει νὰ εἶναι κατὰ προσέγγισιν:



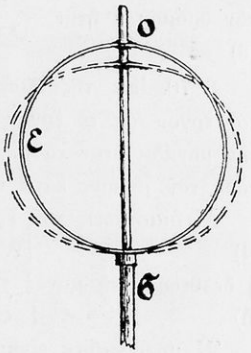
Σχ. 51.

$$\alpha : A = M : \mu.$$

β΄) Εἰς τὴν συσκευὴν τοῦ σχ. 51 ἔχομεν τὸν ὁριζόντιον δίσκον Τ προσαρμοζόμενον εἰς τὸν ἄξονα τῆς φυγοκεντρικῆς μηχανῆς καὶ μεταδίδοντα δι' ἰμάντος τὴν κίνησιν εἰς τὸν δίσκον τ. Οὕτω τὰ περιφερικὰ σημεῖα τῶν δύο δίσκων ἔχουν τὴν αὐτὴν *γραμμικὴν* ταχύτητα. Ἂν ἤδη θέσωμεν ἐντὸς ἐνσκαφῶν παρὰ τὴν περιφέρειαν τῶν δύο δίσκων δύο ὁμοίας σφαίρας α, β, καὶ περιστρέψωμεν τὴν μηχανὴν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ταχέως, παρατηροῦμεν ὅτι ἐκφεύγει πρώτη ἡ ἐπὶ τοῦ μικροτέρου δίσκου σφαῖρα α καὶ ἔπειτα ἡ β. Ἂν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δὲ ὑπάρχῃ καὶ τρίτη σφαῖρα γ εἰς ἐνσκαφὴν ἐπὶ τοῦ δίσκου Τ πλησιέστερον πρὸ τὸ κέντρον, αὕτη ἐκφεύγει μετὰ τὴν β, ὅταν δηλ. ἡ περιστροφικὴ ταχύτης γίνῃ ἀκόμη μεγαλητέρα. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει ὅτι, ὅταν μὲν ἡ γραμμικὴ ταχύτης εἶναι ἡ αὐτή, ἡ φυγόκεντρος δύναμις εἶναι ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλητέρα, ὅσον ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς εἶναι μικροτέρα, ὅταν δὲ ὁ χρόνος μιᾶς περιφορᾶς εἶναι ὁ αὐτός, ἡ φυγόκεντρος δύναμις εἶναι ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλητέρα, ὅσον καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς εἶναι μεγαλητέρα.

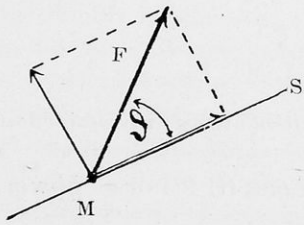


Σχ. 52.

γ΄) Ἐὰν ἐπὶ τοῦ στελέχους σ (σχ. 52) στερεώσωμεν κυκλικὸν ἐλαστικὸν ἔλασμα οὕτως ὥστε ἡ προέκτασις τοῦ στελέχους νὰ διέρχεται ἐλευθέρως δι' ὀπῆς ο εὑρισκομένης εἰς σημεῖον τοῦ ἐλάσματος ἐκ διαμέτρου ἀντίθετον πρὸς τὸ σημεῖον τῆς στερεώσεως καὶ θέσωμεν τὸ στέλεχος εἰς περιστροφικὴν κίνησιν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἔλασμα λαμβάνει μορφὴν ἐλλείψεως μὲ μικρὸν ἄξονα τὸν ἄξονα τῆς περιστροφῆς.

ΕΡΓΟΝ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

§ 69. Ὅταν δύναμις ἀναγκάζῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της νὰ κινηθῇ λέγομεν ὅτι παράγει ***ἔργον***. Τὸ ἔργον εἶναι ἀνάλογον τῆς ἐντάσεως τῆς δυνάμεως F καὶ τοῦ δρόμου x, τὸν ὁποῖον τὸ κινητὸν διήνυσε κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως.



Σχ. 53.

Ὅταν λοιπὸν ἡ κίνησις γίνεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F τὸ ἔργον W εἶναι

(1) $$W = \alpha . F . x$$

ἔνθα α σταθερὸς συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἐκ τῶν μονάδων. Τὸ α θέτομεν χάριν εὐκολίας ἴσον πρὸς 1 καὶ ἡ ἐξίσωσις (1) γίνεται

(2) $$W = F x$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὅταν ἡ τροχιὰ S τοῦ κινητοῦ M σχηματίζῃ γωνίαν θ μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως (σχ. 53), ἀναλύομεν τὴν δύναμιν εἰς δύο συνιστώσας, παράλληλον ἢ ἐπιτρόχιον καὶ κάθετον ἐπὶ τὴν τροχιάν. Ἡ κάθετος συνιστῶσα δὲν παράγει ἔργον, ἑπομένως τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως θὰ ἰσοῦται μὲ τὴν ἐπιτρόχιον συνιστῶσαν, F συνθ, ἐπὶ τὸν δρόμον s ἤτοι

(3) $$W = Fs \text{ συνθ}.$$

§ 70. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) τῆς § 69 ὁρίζεται καὶ ἡ μονὰς τοῦ ἔργου ὡς τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως ἴσης πρὸς τὴν μονάδα ὅταν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς μετακινηθῇ κατὰ τὴν μονάδα τοῦ μήκους κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως.

Αἱ διαστάσεις τοῦ ἔργου εἶναι:

(4) $$[W] = [F] \cdot [x] = L^2MT^{-2}$$

ἡ δὲ θεωρητικὴ μονὰς τὸ erg, ὁριζόμενον ἐκ τῆς σχέσεως:

(5) $$1 \text{ erg} = 1 \text{ dyne} \times 1 \text{ cm}.$$

Ἡ μονὰς αὕτη εἶναι πάρα πολὺ μικρὰ καὶ διὰ τοῦτο εἰς τὴν πρᾶξιν μεταχειριζόμεθα ἄλλας μονάδας, π. χ.

$$1 \text{ megaerg} = 1\,000\,000 \text{ erg}$$

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$$

$$1 \text{ χιλιογραμμόμετρον } (\text{kg}^*\text{m}) = 1 \text{ kg}^* \times 1 \text{ μέτρον} \simeq$$

$$\simeq 9{,}81 \times 10^7 \text{ erg} = 9{,}81 \text{ Joule}.$$

§ 71 ***Ἀπόδοσις ἢ ἰσχύς.*** Τὸ πηλίκον τοῦ ὑπὸ πηγῆς τινος παρεχομένου ἔργου διὰ τοῦ χρόνου ὀνομάζομεν ἀπόδοσιν ἢ ἰσχὺν τῆς πηγῆς.

Εἶναι λοιπόν:

(6) $$[\text{Ἀπόδοσις}] = \frac{[\text{ἔργον}]}{[\text{χρόνος}]} = L^2MT^{-3}$$

ὡς μονάδα δὲ ἀποδόσεως λαμβάνομεν θεωρητικῶς τὴν ἀπόδοσιν ἑνὸς erg κατὰ δευτερόλεπτον.

Πρακτικὴ μονὰς ἀποδόσεως εἶναι ὁ ἵππος (H P horse power, P S Pferdestärke)

(7) $$1 \text{ ἵππος} = 75 \text{ kg}^*\text{m κατὰ δευτερόλεπτον}$$

$$= 736 \cdot 10^7 \text{ CGS}.$$

Ἡ μονὰς αὕτη τείνει ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον νὰ ἐκτοπισθῇ ὑπὸ τῆς ἠλεκτρικῆς μονάδος Watt καὶ εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ἀκόμη.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἶναι δέ:

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ CGS}$$

(8) $$1 \text{ Kilowatt (kw)} = 1000 \text{ Watt} = 10^{10} \text{ CGS}$$

Ἑπομένως:

(9) $$1 \text{ HP} = 0{,}736 \text{ kw}$$
$$1 \text{ kw} = 1{,}36 \text{ HP}$$

Πολλαπλασιάζοντες τὴν ἀπόδοσιν ἐπὶ τὸν χρόνον ἔχομεν τὸ ὁλικὸν ἔργον.

Οὕτω εἶναι τώρα ἐν χρήσει τό:

(10) $$\text{Joule} = 1 \text{ Watt} \times 1 \text{ sec} = 10^7 \text{ erg}$$

καὶ ἐπειδὴ ἡ μονὰς αὕτη εἶναι πολὺ μικρά, τὸ ὡριαῖον Kilowatt, kwh (kilowatt-heure).

(11) $$1 \text{ kwh} = 1 \text{ kw} \times 3600 \text{ sec} = 3{,}6 \times 10^6 \text{ Joule} = 3.6.10^{13} \text{ erg}$$

Ἐπειδὴ δὲ εἶναι $1 \text{ kg*m} = 9{,}81 \times 10^7 \text{ erg}$

ἕπεται:

(12) $$1 \text{ kwh} = \frac{3{,}6 \,.\, 10^{13}}{9{,}81 \,.\, 10^7} = 3{,}67 \,.\, 10^5 \text{ kg*m}.$$

§ 72. ***Ἔργον καὶ ἐνέργεια.*** Τὸ ἔργον, μολονότι ὁρίζεται διὰ τοῦ γινομένου δύο ποσῶν, δυνάμεως καὶ διαστήματος, εἶναι ἐν τούτοις ποσὸν τελείως συγκεκριμένον, ἔχον κοινὸν μὲ τὴν μᾶζαν τὸ χαρακτηριστικὸν τῆς ἀφθαρσίας. Πράγματι αἱ ἐπὶ αἰῶνας ἀτυχεῖς ἀπόπειραι τοῦ ἀνθρώπου πρὸς εὕρεσιν τοῦ ἀεικινήτου, μηχανῆς δηλ. ἡ ὁποία, ἅπαξ τεθεῖσα εἰς κίνησιν, νὰ παράγῃ διαρκῶς ἀφ' ἑαυτῆς ἔργον, ἀπέδειξαν ὁριστικῶς, ὅτι ἡ ἐκ τοῦ μηδενὸς παραγωγὴ ἔργου εἶναι ἀπολύτως ἀδύνατος, δι' οἱουδήποτε συνδυασμοῦ σωμάτων. Ὄχι μόνον δὲ ἐκ τοῦ μηδενὸς δὲν παράγεται τὸ μηχανικὸν ἔργον ἀλλ' οὔτε τὸ ὑπάρχον ἔργον καταστρέφεται, ὁσάκις δὲ νομίζομεν ὅτι ἔργον χάνεται, προσεκτικὴ ἐξέτασις μᾶς πείθει ὅτι εἰς τὴν θέσιν τοῦ ἐξαφανισθέντος ἔργου ἀνεφάνη ἄλλο φυσικὸν ποσόν, π. χ. θερμότης, καὶ μάλιστα εἰς ὡρισμένην πρὸς τὸ καταστραφὲν ἔργον *ποσοτικὴν* ἀναλογίαν. Ἡ ἐξήγησις τοῦ φαινομένου τούτου ἠμπορεῖ νὰ εἶναι διττή. Ἢ θὰ παραδεχθῶμεν, ὅτι τὸ ἔργον κατεστράφη καὶ ἔπειτα ἐκ τοῦ μηδενὸς παρήχθη τὸ ἀναφυὲν ἄλλο φυσικὸν ποσόν, ἢ τὸ μηχανικὸν ἔργον ἁπλῶς μετεβλήθη καὶ ἑπομένως τὸ ἔργον καὶ τὰ διάφορα φυσικὰ ποσά, τὰ μετὰ τὴν ἐξαφάνισιν τοῦ ἔργου ἐμφα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νιζόμενα, εἶναι μερικαὶ μορφαὶ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ φυσικοῦ ποσοῦ, μιᾶς φυσικῆς ὀντότητος.

Ἐκ τῶν δύο τούτων ἐξηγήσεων, ἡ τελευταία εἶναι εὐπροσδεκτοτέρα καὶ διὰ λόγους ἁπλῆς οἰκονομίας τῆς σκέψεως, *ἐπιβάλλεται* ὅμως ὡς ἡ μόνη ὀρθὴ ἐκ τῶν σταθερῶν ποσοτικῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται μεταξὺ τῶν ἐξαφανιζομένων καὶ ἀναφαινομένων ποσῶν, καὶ αἱ ὁποῖαι θὰ ἦσαν ὅλως ἀνεξήγητοι, ἂν παρεδεχόμεθα πραγματικὴν ἐξαφάνισιν καὶ εἶτα ἐκ τοῦ μηδενὸς γένεσιν.

Τὴν φυσικὴν ὀντότητα, τῆς ὁποίας μερικαὶ μορφαὶ εἶναι τὸ μηχανικὸν ἔργον καὶ τὰ ποσά, εἰς τὰ ὁποῖα τοῦτο μεταβάλλεται, καλοῦμεν ***Ἐνέργειαν***. Εἶναι δὲ ἡ ἐνέργεια πράγματι ὀντότης φυσική, ἔχουσα πραγματικὴν ὑπόστασιν τοὐλάχιστον ὅσον καὶ ἡ ὕλη, ἀφοῦ ἀμφότεραι κοινὸν χαρακτηριστικὸν ἔχουν τὴν ἀφθαρσίαν καὶ τὸ ἀδύνατον τῆς ἐκ τοῦ μηδενὸς παραγωγῆς.

Ὁ νόμος τῆς ἀφθαρσίας τῆς ἐνεργείας τὸν ὁποῖον πρῶτος σαφῶς διετύπωσεν ὁ R. Meyer [1] εἶναι ὁ θεμέλιος νόμος τῆς Φυσικῆς, ἔχων τὴν αὐτὴν σπουδαιότητα τὴν ὁποίαν καὶ ὁ νόμος τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης.

Ἡ ἐνέργεια διαρκῶς ἀλλάσσει μορφάς, τηρουμένων πάντοτε τῶν ποσοτικῶν σχέσεων, περὶ τῶν ὁποίων ἀνωτέρω εἴπομεν, ἡ δὲ ἐναλλαγὴ αὕτη τῶν μορφῶν τῆς ἐνεργείας εἶναι ἡ πηγὴ τῶν φαινομένων. Ἡ ὕλη μόνον ὡς φορεὺς τῆς ἐνεργείας, ἐμψυχουμένη τρόπον τινὰ ὑπ' αὐτῆς, ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ ἀντιληπτή, ἐνῷ τοὐναντίον ἔχομεν εἰς τὰ ἠλεκτρομαγνητικὰ καὶ φωτεινὰ π. χ. κύματα ροὴν ἐνεργείας ἄνευ ὑλικοῦ φορέως.

Ὑποθέσωμεν π. χ. ὅτι ἀναβιβάζομεν βαρὺ σῶμα εἰς ὕψος τι ὑπερνικῶντες τὴν ἐκ τοῦ βάρους του ἀντίστασιν. Δαπανῶμεν πρὸς τοῦτο ἔργον ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ βάρους ἐπὶ τὸ ὕψος, ἔργον τοῦ ὁποίου ἡ πηγὴ θὰ ἀναζητηθῇ εἰς διαφόρους ἐντὸς τοῦ ὀργανισμοῦ μας χημικὰς διεργασίας. Τὸ ἔργον τοῦτο, ὅταν ἀφήσωμεν τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀνωτάτην αὐτοῦ θέσιν, δὲν ἔχει χαθῆ ἀλλὰ εὑρίσκεται ἀποταμιευμένον τρόπον τινὰ ὑπὸ λανθάνουσαν μορφήν,

[1] Σημειωτέον ὅτι περὶ τὸ ζήτημα τῆς προτεραιότητος τῆς διατυπώσεως τοῦ νόμου τούτου μέγας ἀγὼν διεξήχθη καὶ διεξάγεται, τοῦ ὁποίου ἡ βιαιότης ηὐξήθη ἕνεκα ἐθνικῶν ἀντιζηλειῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διότι τὸ βαρὺ σῶμα, συνδεόμενον καταλλήλως μὲ μηχανισμόν, ἠμπορεῖ κατὰ τὴν πτῶσίν του μέχρι τῆς ἀρχικῆς θέσεως νὰ θέσῃ αὐτὸν εἰς κίνησιν, ἤ, καὶ τοῦτο ἀκριβῶς εἶναι χαρακτηριστικόν, συνδεόμενον διὰ νήματος καὶ τροχαλίας μὲ βάρος ἴσον, ἠμπορεῖ πίπτον μέχρι τῆς ἀρχικῆς θέσεως νὰ ἀνυψώσῃ τὸ δεύτερον τοῦτο βάρος εἰς ἴσον ὕψος, ἀρκεῖ νὰ ὑπερνικηθῇ ἡ τριβὴ τῆς τροχαλίας καὶ ἡ ἀδράνεια τοῦ συστήματος διὰ προσθέτου δυνάμεως ἐλαχίστης, ἢ καὶ ἄλλως, ἠμπορεῖ νὰ ἀνυψώσῃ εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος σῶμα κατὰ ἐλάχιστον ἐλαφρότερον αὐτοῦ, τὴν δὲ διαφορὰν τοῦ βάρους ἠμποροῦμεν νὰ καταστήσωμεν ὁσονδήποτε μικράν, ἀρκεῖ ἡ τριβὴ νὰ εἶναι ἀρκούντως μικρά.



Σχ. 54.

Τὸ ἀνυψωθὲν λοιπὸν σῶμα περικλείει ἐντός του *ἐνέργειαν* ἰδίας μορφῆς, *δυναμικὴν ἐνέργειαν ἢ ἐνέργειαν θέσεως*, ἴσην πρὸς τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον κατηναλώθη διὰ τὴν ἀνύψωσιν αὐτοῦ. Ἂν εἶναι m ἡ μᾶζα τοῦ σώματος, g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος καὶ h τὸ κατακόρυφον ὕψος τοῦ σώματος ὑπεράνω τοῦ ἀρχικοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου Ε, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ἐπίπεδον Ε εἶναι:

$$W = mgh$$

διότι διὰ νὰ ἀνυψώσωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ οἱονδήποτε σημεῖον Α τοῦ ἐπιπέδου Ε εἰς σημεῖον Β ἀρκεῖ νὰ μεταφέρωμεν πρῶτον αὐτὸ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου Ε μέχρι τοῦ ποδὸς Ο τῆς ἐκ τοῦ Β κατακορύφου, τοῦτο δὲ γίνεται ἄνευ καταναλώσεως ἔργου, ἀφοῦ ἡ δύναμις τοῦ βάρους εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν τροχιάν, ἔπειτα δὲ νὰ τὸ ἀνυψώσωμεν κατὰ τὴν κατακόρυφον μέχρι τοῦ Β, ὅτε θὰ καταναλώσωμεν ἔργον mg (ΟΒ) = mgh. Ἀλλὰ καὶ διὰ οἱουδήποτε δρόμου καὶ ἂν φέρωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τῆς μιᾶς θέσεως εἰς τὴν ἄλλην, πάντοτε τὸ ἴδιον ἔργον θὰ καταναλώσωμεν. Διότι ἂν ἐχρειάζετο διὰ νὰ μεταβῇ τὸ σῶμα ἀπὸ τὴν θέσιν Α εἰς τὴν Β διὰ τοῦ δρόμου ΑΔΒ (σχ. 54) ἔργον W_1 μεγαλήτερον τοῦ ἔργου W_2 τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ μεταφερθῇ διὰ τοῦ δρόμου ΑΓΒ, θὰ ἠδυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν τὸ ἀεικίνητον. Μεταφέροντες δηλ. τὸ σῶμα ἀπὸ τοῦ Α εἰς τὸ Β διὰ τοῦ δρόμου ΑΓΒ θὰ ἐδαπανῶμεν ἔργον W_2 ἐπαναφέ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ροντες δὲ αὐτὸ εἰς τὸ Α διὰ τοῦ δρόμου ΒΔΑ θὰ ἀπελαμβάνομεν ἔργον $W_1 > W_2$. Οὕτω εἰς ἕκαστον κύκλον τοῦ σώματος ΑΓΒΔΑ θὰ ἀπέμενεν ἔργον $W_1 - W_2$ παραγόμενον ἐκ τοῦ μηδενός.

Εἰς τὸν τύπον $W = mgh$ ἂν τὰ m, g, h ἐκφράζωνται εἰς μονάδας CGS, τὸ W σημαίνει μονάδας erg.

Ἐὰν π. χ. εἶναι $m = 5$ kg. $h = 3$ m. ἔχομεν:

$$W = 5 \text{ kg}^* \times 3 \text{ m} = 15 \text{ kg}^*\text{m} = 5000 \times 981 \times 300 \text{ CGS} =$$
$$= 1\,471\,500\,000 \text{ erg} = 147{,}15 \text{ Joule.}$$

Ἓν ὡριαῖον Kilowatt εἶναι ἴσον πρὸς $3{,}67 \times 10^5$ kg*m ἴσον λοιπὸν πρὸς τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν μάζης π. χ. 3670 kg ὡς πρὸς ὁριζόντιον ἐπίπεδον εὑρισκόμενον 100 μέτρα χαμηλόμετρα.

§ 73. ***Κινητικὴ ἐνέργεια.*** Ἔστω ἤδη ὑλικὸν σημεῖον μάζης m, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ δύναμις F. Ἐὰν μενακινήσωμεν τὸ σημεῖον ἀντιθέτως πρὸς τὴν δύναμιν κατὰ τὸ διάστημα x ἀποθηκεύομεν εἰς αὐτὸ θέσει ἐνέργειαν $W = xF$. Ἀφίνομεν ἤδη τὸ m ἐλεύθερον νὰ κινηθῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F. Ὅταν τὸ m ἐπιστρέψῃ εἰς τὴν ἀρχικήν του θέσιν, ἡ θέσει ἐνέργεια θὰ ἔχῃ ἐξαφανισθῇ, θὰ ἔχῃ ὅμως τὸ m ταχύτητα υ καὶ ἐπειδὴ ἡ ἐνέργεια δὲν ἠμπορεῖ νὰ χαθῇ, τὸ ποσὸν xF θὰ εὑρίσκεται ὁλόκληρον εἰς τὸ κινούμενον σημεῖον ὑπὸ μορφὴν *κινητικῆς ἐνεργείας*.

Ἐὰν ὀνομάσωμεν γ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς μάζης m κινουμένης ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F ἔχομεν ὡς γνωστόν:

$$\gamma = \frac{F}{m}$$

καὶ ἡ κίνησις παρίσταται ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

$$(1) \qquad x = \frac{1}{2}\gamma t^2 = \frac{1}{2}\frac{F}{m}t^2$$

Ἀφ' ἑτέρου εἶναι: $\upsilon = \gamma t = \frac{F}{m}t$ ὅθεν: $t = \frac{\upsilon m}{F}$

Θέτοντες τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ t εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) εὑρίσκομεν:

$$x = \frac{1}{2}\frac{F}{m}\cdot\frac{\upsilon^2 m^2}{F^2} = \frac{1}{2}m\frac{\upsilon^2}{F} \quad \text{καὶ} \quad W = xF = \frac{1}{2}m\upsilon^2 \qquad (2)$$

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἰσοῦται μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς κινουμένης μάζης ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος.

Θὰ γνωρίσωμεν εἰς ἑπόμενα κεφάλαια καὶ ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας, θερμικήν, ἠλεκτρικήν, μαγνητικὴν κλπ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

ΚΙΝΗΤΙΚΗ

§ 74. Ἡ ἁπλουστάτη μορφὴ τῆς κινήσεως τῶν στερεῶν σωμάτων εἶναι ἡ παράλληλος μετατόπισις, ἡ κίνησις δηλ. κατὰ τὴν ὁποίαν ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ σώματος διαγράφουν τὰς αὐτὰς τροχιάς, πᾶσα δὲ εὐθεῖα τοῦ σώματος μένει διαρκῶς παράλληλος πρὸς ἑαυτήν. Κατὰ τὴν παράλληλον μετατόπισιν ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ σώματος διατρέχουν παραλλήλους τροχιάς, ἔχουν δὲ εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν τὴν αὐτὴν ταχύτητα καὶ τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν κατὰ διεύθυνσιν καὶ ἀπόλυτον τιμήν.

§ 75. Ἐκ τῶν λοιπῶν δυνατῶν κινήσεων τῶν στερεῶν, θὰ ἐξετάσωμεν τὴν σχετικῶς ἁπλουστέραν, τὴν κίνησιν περὶ μόνιμον ἄξονα.

Ἔστω (σχ. 54) τὸ σῶμα Σ καὶ ΑΒ ὁ ἀκίνητος ἄξων, περὶ τὸν ὁποῖον περιστρέφεται. Ἡ ἑκάστοτε θέσις τοῦ Σ ὁρίζεται ἐντελῶς ἂν δοθῇ ἡ γωνία φ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει τὸ ἐπίπεδον ΑΟΓ τοῦ σώματος πρὸς τὸ ἐν τῷ χώρῳ ἀκίνητον ἐπίπεδον ΑΟΧ.

Ἡ κίνησις λέγεται ὁμαλὴ ὅταν ἡ γωνία φ μεταβάλλεται εἰς ἑκάστην χρονικὴν μονάδα κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν, ὁ δὲ σταθερὸς κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην λόγος τῆς μεταβολῆς τῆς γωνίας φ πρὸς τὸν ἀντίστοιχον χρόνον ὀνομάζεται γωνιακὴ ταχύτης ω.

Εἶναι λοιπόν:

$$\omega = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1} \tag{1}$$

Ὅταν ἡ κίνησις δὲν εἶναι ὁμαλή, ὀνομάζεται γωνιακὴ ταχύτης περιστροφῆς τὸ ὅριον, πρὸς τὸ ὁποῖον τείνει τὸ πηλίκον τῆς μεταβολῆς τῆς γωνίας φ διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, ὅταν ὁ χρόνος λαμβάνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρὸς τείνων πρὸς τὸ μηδέν.

Ἂν ἡ μεταβολὴ τῆς γωνιακῆς ταχύητος εἶναι ἀνάλογος τοῦ

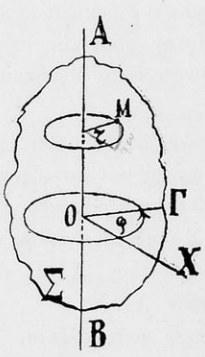
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χρόνου, ὀνομάζομεν γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν ω΄ τὸν σταθερὸν λόγον τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου:

$$\omega' = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} \quad (2)$$

Ὅταν δὲ ἡ γωνιακὴ ταχύτης μεταβάλλεται ὁπωσδήποτε, ὀνομάζομεν γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν τὸ ὅριον τοῦ πηλίκου τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, ὅταν ὁ χρόνος οὗτος τείνῃ πρὸς τὸ μηδέν.

Εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ σώματος ἔχουν διαφόρους ταχύτητας· οὕτω τὰ σημεῖα τοῦ ἄξονος μένουν ἀκίνητα, ὅσον δὲ ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὸν ἄξονα, τόσον ἡ κίνησις γίνεται σχετικῶς ταχυτέρα. Ἂν π. χ. τὸ σημεῖον Μ ἀπέχῃ τοῦ ἄξονος ἀπόστασιν r, εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου θὰ διαγράψῃ τόξον rω, ἑπομένως ἡ ταχύτης του εἶναι $v = r\omega$, ἔνθα τὸ ω ἐκφράζει τὴν γωνιακὴν ταχύτητα εἰς ἀπολύτους μονάδας, μετρουμένης δηλ. τῆς γωνίας φ διὰ τοῦ λόγου τοῦ ἀντιστοίχου τόξου πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου ἢ διὰ τοῦ μήκους τοῦ ἀντιστοίχου τόξου εἰς περιφέρειαν ἔχουσαν ἀκτῖνα τὴν μονάδα τοῦ μήκους. Ἂν εἶναι φ_1 ἡ τιμὴ τῆς γωνίας εἰς μοίρας καὶ ω_1 ἡ τιμὴ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἰς μοίρας κατὰ δευτερόλεπτον, ἔχομεν εἰς ἀπολύτους μονάδας



Σχ. 54.

$$\varphi = \varphi_1 \frac{2\pi}{360} \qquad \omega = \omega_1 \frac{2\pi}{360}$$

ὅθεν ἡ ταχύτης $v = r.\omega_1 \frac{2\pi}{360}$

Ἂν δὲ δοθῇ ὁ ἀριθμὸς ν τῶν περιφορῶν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου, ἔχομεν:

$$\omega = \nu.2\pi \qquad v = 2\pi r\nu \quad (3)$$

Παραδείγματα. Ἂν σῶμα στρέφεται μὲ ὁμαλὴν γωνιακὴν ταχύτητα κατὰ 150^0 εἰς 30΄΄ ἡ γωνιακὴ ταχύτης εἰς ἀπολύτους μονάδας εἶναι:

$$\omega = \frac{150}{30} \cdot \frac{2\pi}{360} = 0{,}0872$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ γῆ κάμνει μίαν ὁλόκληρον στροφὴν περὶ τὸν ἄξονά τ[ης] μιᾶς *ἀστρικῆς* ἡμέρας, δηλ. εἰς $23^{\omega}\cdot 56' 4'', 091$ μέσου ἡλιακοῦ χρόνου, ἑπομένως ἡ γωνιακὴ ταχύτης αὐτῆς εἰς ἀπολύτους μονάδας εἶναι:

$$\omega = \frac{360}{23\times 3600 + 56\times 60 + 4{,}091}\cdot\frac{2\pi}{360} = \frac{2\pi}{76134{,}091} \simeq 8{,}2.\ 10^{-5}$$

Τροχὸς ἐκτελεῖ 1200 περιστροφὰς εἰς τὸ λεπτόν.

$$\nu = \frac{1200}{60} = 20$$

Γωνιακὴ ταχύτης: $\omega = 2\pi.\,20 \simeq 125{,}5$

§ 76. Δυνατὸν κατὰ τὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος, ὁ ἄξων περιστροφῆς νὰ μὴ μένῃ μόνιμος, ἀλλὰ νὰ κινῆται καὶ εἰς τὸ διάστημα καὶ ἐν σχέσει πρὸς αὐτὸ τὸ σῶμα. Οὕτω ἂν κύλινδρος κυλίεται ἐπὶ ἐπιπέδου, ἡ κίνησίς του εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς στροφὴ περὶ τὴν γενέτειραν ἐκείνην, κατὰ τὴν ὁποίαν εἰς τὴν θεωρουμένην χρονικὴν στιγμὴν ἐφάπτεται τοῦ ἐπιπέδου ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου. Εἰς τὴν κίνησιν ταύτην ἔχομεν λοιπὸν *στιγμιαίους ἄξονας περιστροφῆς*, οἱ ὁποῖοι μεταβάλλονται μετὰ τοῦ χρόνου. Ἂν τὸ κινούμενον σῶμα, ἐκτὸς τῆς περιστροφῆς, μετακινῆται κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος, ἔχομεν τὴν ἑλικοειδῆ λεγομένην κίνησιν περὶ ἄξονα ἑλικώσεως μόνιμον ἢ περὶ στιγμιαίους ἄξονας συνεχῶς μεταβαλλομένους, ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι ἡ τελευταία αὕτη μορφὴ τῆς κινήσεως εἶναι ἡ γενικωτάτη, οἱαδήποτε δηλ. κίνησις στερεοῦ ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς ἑλικοειδὴς κίνησις περὶ ἄξονας συνεχῶς μεταβαλλομένους.

Ἀλλὰ καὶ κατ' ἄλλον τρόπον ἠμποροῦμεν νὰ ἐκφράσωμεν τὴν γενικωτάτην κίνησιν στερεοῦ. Ὁρίζομεν δηλ. ἓν οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ στερεοῦ καὶ θεωροῦμεν ὅτι, ἐνῶ τὸ ὁρισθὲν σημεῖον κινεῖται ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του, τὸ στερεὸν κινεῖται περὶ τοῦτο, ἐκτελεῖ δηλ. περιστροφὰς περὶ στιγμιαίους ἄξονας διερχομένους πάντοτε διὰ τοῦ ὁρισθέντος σημείου.

§ 77. ***Γραφικὴ παράστασις τῶν περιστροφῶν.*** Γραφικῶς ἠμποροῦμεν νὰ παραστήσωμεν τὴν γωνιακὴν ταχύτητα διὰ τμήματος παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα, καὶ ἔχοντος τοιαύτην διεύθυνσιν, ὥστε ἡ περιστροφικὴ κίνησις τοῦ σώματος συνδυαζομένη μὲ προχώρησιν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ τμήματος, νὰ συμφωνῇ πρὸς τὴν κίνησιν συνήθους δεξιοστρόφου κοχλίου (σχ. 55). Τὸ μῆκος τοῦ τμήματος λαμβάνομεν ἀνάλογον πρὸς τὴν γωνιακὴν ταχύτητα· ὀνομάζομεν δὲ τὸ τμῆμα τοῦτο, τὸ συμβολίζον τὴν περιστροφικὴν κίνησιν, *ἄξονα* αὐτῆς.



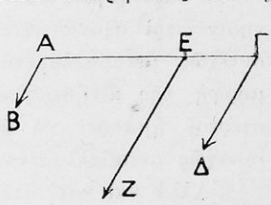
Σχ. 55.

Οὕτω ἂν ρ εἶναι ὁ συντελεστὴς ἀναλογίας, ἄξων μήκους l θὰ παριστᾷ γωνιακὴν ταχύτητα $\omega = \rho l$. Ἡ παράστασις αὕτη εἶναι πολλάκις χρησιμωτάτη, καὶ πολλὰ θεωρήματα τῆς κινητικῆς λαμβάνουν διὰ τοῦ συμβολισμοῦ αὐτοῦ ἁπλουστάτην μορφήν.

ΣΤΑΤΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

§ 78. ***Σύνθεσις δυνάμεων.*** Ἡ ἀντικατάστασις τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ διαφόρων σημείων στερεοῦ σώματος, ἤτοι σώματος ἀμεταβλήτου γεωμετρικῆς μορφῆς, διὰ μιᾶς καὶ μόνης συνισταμένης δὲν εἶναι ἐν γένει δυνατή, εἰμὴ ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας.

§ 79. ***Δυνάμεις παράλληλοι καὶ ὁμόρροποι.*** Ἂν δύο δυνάμεις παράλληλοι καὶ ὁμόρροποι, αἱ AB καὶ ΓΔ ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν σημείων A καὶ Γ σώματός τινος, ἀποδεικνύεται θεωρητικῶς ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ νόμου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων, ὅτι ὑπάρχει συνισταμένη, ἡ EZ, ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο συνιστωσῶν καὶ παράλληλος πρὸς αὐτάς, τὸ δὲ σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς αὐτῆς εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθείας AΓ μεταξὺ A καὶ Γ καὶ χωρίζει αὐτὴν εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς προσκειμένας δυνάμεις. Εἶναι δηλ.



Σχ. 56.

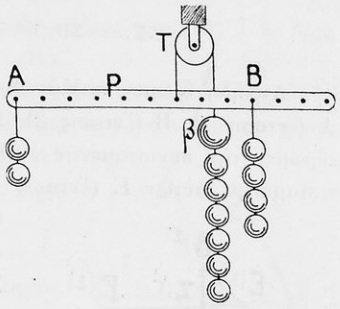
$$EZ = AB + \Gamma\Delta, \qquad AE : E\Gamma = \Gamma\Delta : AB.$$

Τὴν πρότασιν ταύτην ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς διὰ συσκευῆς ἀποτελουμένης ἀπὸ ράβδον ἐξηρτημένην ἐκ τοῦ μέσου αὐτῆς διὰ νήματος, τὸ ὁποῖον διερχόμενον διὰ τοῦ αὐλακος τῆς τροχαλίας Τ φέρει κατὰ τὸ ἄλλο ἄκρον τὸ βάρος β, τὸ ὁποῖον ἰσορροπεῖ τὸ βάρος τῆς ράβδου Τ. Ἡ ράβδος φέρει κατ' ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

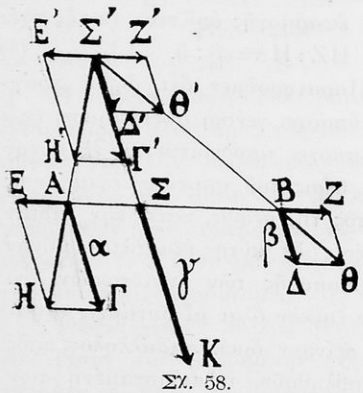
τοῦ κέντρου ἀποστάσεις ὁπάς, εἰς τὰς ὁποίας ἠμποροῦμεν νὰ ἐξαρτήσωμεν διάφορα βάρη.

Ἐὰν π. χ. ἐξαρτήσωμεν 4 ἴσα βάρη ἀπὸ τὴν τρίτην ὀπὴν δεξιὰ Β καὶ 2 ὅμοια πρὸς τὰ προηγούμενα ἀπὸ τὴν ἕκτην ὀπὴν ἀριστερὰ Α, χρειάζονται 6 ὅμοια βάρη εἰς τὸ ἄκρον β τοῦ νήματος διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἰσορροπία καὶ ἡ ῥάβδος Ρ μείνῃ ὁριζοντία.



Σχ. 57.

Τὰ ἓξ βάρη εἰς τὸ Β ἰσορροποῦν λοιπὸν διὰ τοῦ πρὸς τὰ ἄνω κατακορύφως τεινομένου νήματος τὴν συνισταμένην τῶν 2+4 βαρῶν τῆς ῥάβδου. Ὥστε αὕτη εἶναι ἴση πρὸς 6=2+4, διευθύνεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της διαιρεῖ τὸ μῆκος Α Β εἰς μέρη ἔχοντα λόγον 6:3=4:2.



Σχ. 58.

Θεωρητικῶς εὑρίσκεται ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων ὡς ἑξῆς:

Εἰς τὰ σημεῖα Α, Β καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐνούσης αὐτὰ εὐθείας ἐφαρμόζομεν δύο δυνάμεις Α Ε, Β Ζ ἴσας καὶ ἀντιθέτους, τῶν ὁποίων ἐπομένως ἡ συνισταμένη εἶναι μηδὲν καὶ ἡ παρουσία των δὲν μεταβάλλει τὸ ἀρχικὸν σύστημα. Συνθέτομεν τώρα τὰς δυνάμεις α καὶ Α Ε, β καὶ Β Ζ. Αἱ συνιστάμεναι Α Η καὶ Β Θ δὲν εἶναι πλέον παράλληλοι, ἀλλ' ἀποκλίνουν, καὶ αἱ εὐθεῖαι αὐτῶν συναντῶνται εἰς τὸ σημεῖον Σ′. Μεταφέρομεν τώρα τὴν μὲν ΑΗ εἰς τὴν θέσιν Σ′Η′, τὴν δὲ ΒΘ εἰς τὴν θέσιν Σ′Θ′ καὶ ἀναλύομεν αὐτὰς εἰς τὰς ἀρχικὰς συνιστώσας. Αἱ Σ′Ε′ καὶ Σ′Ζ′ ὡς ἴσαι καὶ ἀντίθετοι ἀναιροῦνται, αἱ δὲ Σ′Γ′ καὶ Σ′Δ′, ὡς παράλληλοι καὶ ὁμόρροποι, ἔχουν συνισταμένην κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, παράλληλον ἐπομένως πρὸς τὰς ἀρχικὰς δυνάμεις α, β, καὶ ἴσην πρὸς τὸ ἄθροισμα αὐτῶν, τὴν ὁποίαν μεταφέρομεν κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας της εἰς τὴν θέσιν ΣΚ.

Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων ΑΣ′Σ, Η′Σ′Γ′ καὶ ΣΣ′Β, Δ′Σ′Θ′ λαμβάνομεν:

$$\text{ΑΣ} : \Sigma'\Sigma = \Gamma'\text{Η}' : \Sigma'\Gamma', \quad \Sigma\text{Β} : \Sigma'\Sigma = \Delta'\Theta' : \Sigma'\Delta'$$

ὅθεν:

$$\text{ΑΣ}.\Sigma'\Gamma' = \Sigma'\Sigma.\Gamma'\text{Η}', \quad \Sigma\text{Β}.\Sigma'\Delta' = \Sigma'\Sigma.\Delta'\Theta'$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

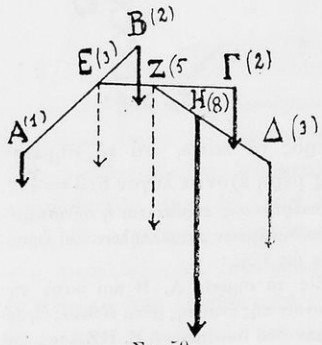
καὶ ἐπειδὴ $\Gamma'H' = \Delta'\Theta'$ λαμβάνομεν ἐκ τῶν δύο τούτων ἰσοτήτων:

$$A\Sigma.\Sigma\Gamma' = \Sigma B.\Sigma'\Delta$$

Εἶναι ὅμως $\Sigma\Gamma' = \alpha,\ \Sigma'\Delta' = \beta$

ὅθεν: $A\Sigma.\alpha = \Sigma B.\beta$ ἢ καὶ $\frac{A\Sigma}{\Sigma B} = \frac{\beta}{\alpha}$

Ἂν ἤδη ἔχωμεν πολλὰς δυνάμεις παραλλήλους καὶ ὁμορρόπους Α (ἔντασις 1), Β (ἔντασις 2), Γ (ἔντασις 2), Δ (ἔντασις 3), διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν συνισταμένην συνθέτομεν πρῶτον τὰς Α, Β. Τὴν συνισταμένην αὐτῶν Ε (ἔντασις $1+2=3$ καὶ $EA:EB=2:1$) συνθέτομεν μὲ τὴν Γ. Τὴν νέαν συνισταμένην Ζ (ἔντασις $3+2=5$ καὶ $ZE:Z\Gamma=2:3$) συνθέτομεν τέλος μὲ τὴν Δ καὶ εὑρίσκομεν τὴν ὁλικὴν συνισταμένην Η, τῆς ὁποίας ἡ ἔντασις εἶναι 8, ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων τῶν συνιστωσῶν, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς ὁρίζεται ἐκ τῆς σχέσεως $HZ:H\Delta=3:5$.



Σχ. 59.

Παρατηροῦμεν ὅτι, ἀφοῦ πράγματι ὑπάρχει γενικὴ συνισταμένη (καὶ ὅτι ὑπάρχει ἀποδεικνύεται ἐξ αὐτοῦ τοῦ τρόπου τῆς εὑρέσεως αὐτῆς), ἡ θέσις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς εἶναι ἐντελῶς ὡρισμένη καὶ ἀνεξάρτητος τῆς σειρᾶς, κατὰ τὴν ὁποίαν λαμβάνομεν τὰς συνιστώσας. Ἡ θέσις δὲ αὕτη ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῶν μεγεθῶν καὶ τῶν σημείων ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, ὄχι δὲ καὶ ἐκ τῆς διευθύνσεως αὐτῶν. Ἂν λοιπὸν ὅλαι αἱ δυνάμεις στραφοῦν περὶ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς των, μείνουν ὅμως παράλληλοι πρὸς ἀλλήλας καὶ αἱ ἐντάσεις των δὲν μεταβληθοῦν, ἡ συνισταμένη των λαμβάνει καὶ αὐτὴ τὴν νέαν διεύθυνσιν, ἀλλὰ οὔτε ἡ ἔντασίς της μεταβάλλεται, οὔτε τὸ σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς της. Διὰ τοῦτο τὸ σημεῖον τοῦτο (εἰς τὸ σχῆμα τὸ Η) ὀνομάζεται *κέντρον τῶν παραλλήλων δυνάμεων*.

§ 80. ***Σύνθεσις δυνάμεων παραλλήλων καὶ ἀντιρρόπων.*** Ἐὰν ἔχωμεν τὰς δύο δυνάμεις ΑΓ καὶ ΕΖ′, παραλλήλους καὶ ὁμορρό-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

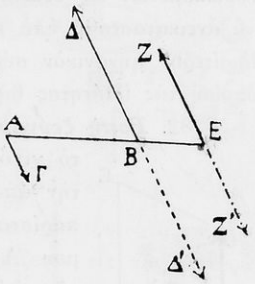
πους (σχ. 60), ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι, ὡς γνωρίζομεν, ἡ ΒΔ΄, τοιαύτη ὥστε:

$$B\Delta' = A\Gamma + EZ'$$

$$AB : BE = EZ' : A\Gamma. \quad (2)$$

Τὸ σύστημα λοιπὸν ΑΓ, ΕΖ΄ ἰσορροπεῖται ὑπὸ τῆς ΒΔ, ἴσης καὶ ἀντιθέτου πρὸς τὴν συνισταμένην ΒΔ΄.

Ἀφοῦ ὅμως αἱ τρεῖς δυνάμεις ΑΓ, ΒΔ καὶ ΕΖ, ἰσορροποῦν ἕπεται ὅτι ἡ ΕΖ΄ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων, ἄρα ἡ συνισταμένη τῶν ΑΓ καὶ ΒΔ εἶναι ἡ ΕΖ ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν ΕΖ΄. Εἶναι δὲ



Σχ. 60.

$$EZ = B\Delta - A\Gamma.$$

Ἀφ' ἑτέρου ἐκ τῆς σχέσεως (2) λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι εἶναι:

$$B\Delta' = B\Delta \qquad EZ' = EZ$$

ἔχομεν:

$$\frac{AB}{EZ} = \frac{BE}{A\Gamma} = \frac{AB + BE}{EZ + A\Gamma} = \frac{AE}{B\Delta} \quad (3)$$

$$\frac{BE}{AE} = \frac{A\Gamma}{B\Delta} \quad (4)$$

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων παραλλήλων καὶ ἀντιρρόπων εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς συνιστώσας καὶ ἴση πρὸς τὴν διαφορὰν αὐτῶν, ἔχει τὴν διεύθυνσιν τῆς μεγαλητέρας, τὸ δὲ σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς της κεῖται ἐπὶ τῆς εὐθείας τῆς ἑνούσης τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν πέραν τῆς μεγαλητέρας δυνάμεως καὶ αἱ ἀποστάσεις αὐτοῦ ἀπ' ἐκείνων εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς ἀντιστοίχους δυνάμεις.

Ὅταν ἔχωμεν πολλὰς δυνάμεις παραλλήλους, ἐκ τῶν ὁποίων αἱ μὲν ἔχουν μίαν ὡρισμένην φορὰν αἱ δὲ τὴν ἀντίθετον ταύτης, συνθέτομεν χωριστὰ τὰς ὁμορρόπους ὁμάδας καὶ ἔπειτα τὰς δύο ἀντιρρόπους συνισταμένας αὐτῶν.

§ 81. ***Ζεῦγος δυνάμεων.*** Ἐκ τῆς σχέσεως (3) λαμβάνομεν:

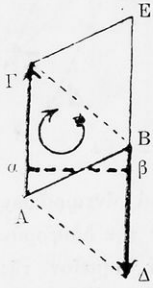
$$AE = \frac{AB \cdot B\Delta}{EZ}$$

Ἐὰν ἡ ΒΔ γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρὰ πλησιάζουσα πρὸς τὴν ἔντασιν τῆς ΑΓ ἐνῷ ἡ ἀπόστασις ΑΒ μένει ἀμετάβλητος, ἡ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μὲν ἔντασις τῆς συνισταμένης ΕΖ ὡς διαφορὰ δύο ποσῶν, τὰ ὁποῖα τείνουν νὰ γίνουν ἴσα, τείνει πρὸς τὸ μηδέν, ἡ δὲ ἀπόστασις ΑΕ τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς της ἀπὸ τοῦ Α ἐπειδὴ ἔχει τὸ ΑΖ εἰς τὸν παρονομαστὴν γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλητέρα τείνουσα πρὸς τὸ ἄπειρον. Καὶ ὅταν ἡ δύναμις ΒΔ γίνῃ ἴση πρὸς τὴν ΑΓ ἡ συνισταμένη θὰ ἔχῃ ἔντασιν μηδέν, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς της θὰ εὑρίσκεται εἰς ἄπειρον ἀπόστασιν. Τοῦτο σημαίνει ὅτι σύστημα δύο δυνάμεων ΑΓ, ΒΔ, παραλλήλων, ἀντιρρόπων καὶ ἴσων καὶ μὴ εὑρισκομένων ἐπ' εὐθείας, δὲν ἔχει συνισταμένην, δὲν ἠμπορεῖ δηλ. νὰ ἀντικατασταθῇ ὑπὸ μιᾶς μόνης ὡρισμένης δυνάμεως ἀλλ' εἶναι ἰδιαίτερον μηχανικὸν σύστημα, τὸ λεγόμενον *ζεῦγος* δυνάμεων, τοῦ ὁποίου τὰς ἰδιότητας θὰ ἐξετάσωμεν.

§ 82. ***Ροπὴ ζεύγους.*** Ὀνομάζομεν ροπὴν τοῦ ζεύγους ΑΓ, ΒΔ τὸ γινόμενον τῆς ἑτέρας τῶν δύο δυνάμεων, ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν αὐτῶν αβ, τὸ ὁποῖον γεωμετρικῶς παρίσταται ὑπὸ τοῦ ἐμβαδοῦ τοῦ παραλληλογράμμου ΑΓΒΔ ἢ καὶ ΑΓΕΒ. Ἡ ἀπόστασις αβ τῶν δύο δυνάμεων ὀνομάζεται μοχλοβραχίων τοῦ ζεύγους.



Σχ. 61.

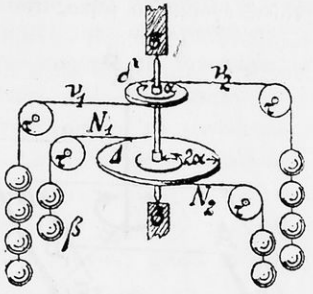
Σημειωτέον ὅτι ἡ ροπὴ ζεύγους ὁρίζεται ὄχι μόνον ἐκ τῆς ἀπολύτου τιμῆς τοῦ γινομένου τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν μοχλοβραχίονα ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς φορᾶς τῆς περιστροφῆς, τὴν ὁποίαν τείνει νὰ μεταδώσῃ εἰς τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ. Ἐφ' ὅσον θεωροῦμεν ζεύγη ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου, ἠμποροῦμεν κατὰ συνθήκην νὰ θεωρήσωμεν ὡς θετικὴν τὴν ροπὴν τῶν ζευγῶν, τὰ ὁποῖα τείνουν νὰ δώσουν περιστροφὴν ὁμοίαν μὲ τὴν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου (ὅπως π. χ. τὸ ζεῦγος ΑΓ, ΒΔ τοῦ σχήματος) ἀρνητικὴν δὲ τὴν ἀντίστροφον.

Πᾶν ζεῦγος λοιπὸν χαρακτηρίζεται ὑπὸ μόνης τῆς ροπῆς του καὶ τοῦ προσανατολισμοῦ τοῦ ἐπιπέδου του καὶ ἠμπορεῖ, ἐφ' ὅσον ἡ ροπὴ μένει ἀμετάβλητος, νὰ μετακινηθῇ ὅπως δήποτε ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου του, νὰ στραφῇ, ἢ καὶ ἄλλως νὰ μετασχηματισθῇ καὶ ἀκόμη νὰ μετατεθῇ εἰς οἱονδήποτε ἄλλο ἐπίπεδον παράλληλον πρὸς τὸ ἀρχικόν.

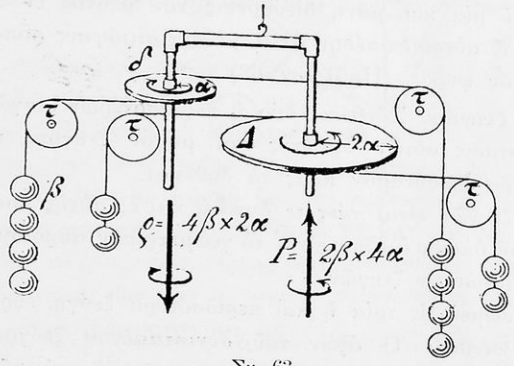
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 83. Αἱ προτάσεις αὗται ἀποδεικνύονται πειραματικῶς διὰ τῶν ὑπὸ τῶν σχ. 62, 63 παριστανομένων συσκευῶν.

Ἡ συσκευὴ 62 ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο τροχαλίας δ, Δ μὲ ἀκτῖνας α καὶ 2α, προσηρμοσμένας στερεῶς ἐπὶ ἑνὸς καὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος, στηριζομένου εἰς τὰ ὑποστηρίγματα σ, σ. Εἰς τὰς ἐνσκαφὰς τῶν τροχαλιῶν δ, Δ εἶναι προσηρμοσμένα νήματα φέροντα διάφορα βάρη β, διὰ δὲ τῶν βοηθητικῶν σταθερῶν τροχαλιῶν τ κατορθώνομεν ὥστε τὰ νήματα ν_1 καὶ ν_2 νὰ εἶναι παράλληλα καὶ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τῆς δ. Διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ τὸ σύστημα πρέπει νὰ ἐξαρτήσωμεν ἀπὸ τὰ νήματα ν_1, ν_2 (μοχλοβραχίων 2α) διπλάσια βάρη τῶν ἀπὸ τῶν νημάτων N_1, N_2 (μοχλοβρ. 4α) ἐξηρτημένων. Σημειωτέον ὅτι ὁ ἄξων τῶν τροχαλιῶν δ, Δ δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ στηρίζεται εἰς τὰ σταθερὰ σημεῖα σ, σ, ἀλλὰ ἀρκεῖ νὰ εἶναι ἐξηρτημένος διὰ νήματος. Τὰ ζεύγη δὲν ἐπιφέρουν πλευρικὴν μετατόπισιν τοῦ συστήματος.



Σχ. 62.

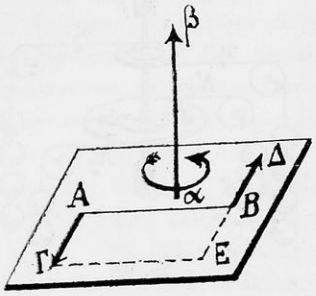


Σχ. 63.

Ἡ συσκευὴ τοῦ σχήματος 63 διαφέρει τῆς προηγουμένης, καθ' ὅτι αἱ δύο τροχαλίαι δ καὶ Δ δὲν ἔχουν κοινὸν ἄξονα ἀλλὰ στερεώνονται εἰς διαφόρους θέσεις ἐπὶ δύο παραλλήλων ἀξόνων στερεῶς πρὸς ἀλλήλους συνδεδεμένων. Τὸ ὅλον σύστημα ἐξαρτᾶται καταλλήλως διὰ νήματος. Ἰσορροπία ἐπιτυγχάνεται καὶ πάλιν ὅταν αἱ ἐπὶ τῆς δ ἐνεργοῦσαι δυνάμεις (μοχλοβρ. 2α) εἶναι διπλάσιαι τῶν ἐπὶ τῆς Δ ἐνεργουσῶν (μοχλοβρ. 4α) ἤτοι ὅταν αἱ ροπαὶ ρ καὶ P τῶν δύο ζευγῶν εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 84. ***Παράστασις τῶν ζευγῶν διὰ τῶν ἀξόνων.*** Ἐπειδὴ τὸ ζεῦγος τείνει νὰ δώσῃ περιστροφὴν περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου του, παριστῶμεν τὴν ροπὴν διὰ τμήματος εὐθείας καθέτου ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους, ὀνομάζομεν δὲ τὸ τμῆμα τοῦτο *ἄξονα* τοῦ ζεύγους. Τὸ μῆκος τοῦ τμήματος λαμβάνομεν ἀριθμητικῶς ἴσον πρὸς τὴν ροπήν, τὴν δὲ φορὰν ὁρίζομεν ὅπως καὶ κατὰ τὴν γραφικὴν παράστασιν τῶν περιστροφῶν, δηλ. οὕτως ὥστε ἡ προχώρησις κατὰ τὴν φορὰν τοῦ ἄξονος, συνδυαζομένη μὲ περιστροφὴν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ζεύγους, νὰ ἀποτελῇ τὴν κίνησιν δεξιοστρόφου κοχλίου (Πρβλ. σχ. 64).



Σχ. 64.

Εἰς τὸν τρόπον αὐτὸν τῆς παραστάσεως τῶν ζευγῶν ἐννοεῖται ὅτι δὲν ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ λόγος περὶ θετικῆς καὶ ἀρνητικῆς ροπῆς. Εἰς ἑκάστην περιστροφὴν ἀντιστοιχεῖ μία καὶ μόνη διεύθυνσις τοῦ ἄξονος ἐν τῷ χώρῳ, ζεύγη δὲ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ἀλλὰ μὲ ἀντιστρόφους ροπὰς ἔχουν ἄξονας ἀντιθέτου φορᾶς. (Πρβλ. σχ. 63).

§ 85. ***Σύνθεσις ζευγῶν.*** Σύνθεσις δύο ἢ περισσοτέρων ζευγῶν καλεῖται ἡ ἀντικατάστασις αὐτῶν δι' ἑνὸς καὶ μόνον ζεύγους, τὸ ὁποῖον εἶναι μηχανικῶς ἰσοδύναμον πρὸς τὰ δοθέντα.

Ἡ σύνθεσις δύο ζευγῶν εἶναι *πάντοτε* δυνατὴ καὶ ἐξ αὐτῆς προκύπτει νέον ζεῦγος, τοῦ ὁποίου ὁ ἄξων εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ἀξόνων τῶν συνιστώντων ζευγῶν.

Καὶ ἂν προχωρήσωμεν εἰς τρία ἢ καὶ περισσότερα ζεύγη, εὑρίσκομεν τὸν γενικὸν κανόνα: Ὁ ἄξων τοῦ συνισταμένου ζεύγους ὁσωνδήποτε ζευγῶν εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ἀξόνων τῶν συνιστώντων ζευγῶν.

§ 86. Πειραματικῶς ἀποδεικνύεται ἡ πρότασις αὕτη διὰ τῆς ὑπὸ τοῦ σχ. 65 παριστανομένης συσκευῆς.

Ἀρθρωτὸν παραλληλόγραμμον ΑΒΓΔ μὲ πλευρὰς π. χ.

$$AB : A\Delta = 2 : 3$$

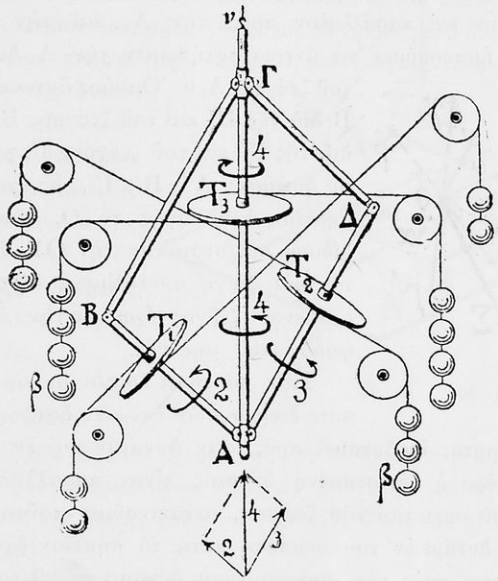
φέρει τὸ διαγώνιον στέλεχος ΑΓ, κατὰ μῆκος τοῦ ὁποίου ὀλισθαί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νουν αἱ ἀρθρώσεις Α καὶ Γ. Στερεοῦντες ταύτας διὰ κοχλιῶν κανονίζομεν ἑκάστοτε τὸ μῆκος τῆς διαγωνίου ΑΓ· ἔστω π. χ.

$$AB : A\Delta : A\Gamma = 2 : 3 : 4.$$

Τὰ στελέχη ΑΒ, ΑΔ, ΑΓ φέρουν στερεῶς προσηρμοσμένας τὰς τροχαλίας T_1, T_2, T_3, ὅλας τῆς αὐτῆς διαμέτρου, καὶ ἐπ' αὐτῶν διὰ νημάτων, βαρῶν καὶ καταλλήλως τοποθετημένων βοηθητικῶν σταθερῶν τροχαλιῶν ἐφαρμόζομεν δυνάμεις οὕτως, ὥστε ἐπὶ ἑκάστου στελέχους



Σχ. 65.

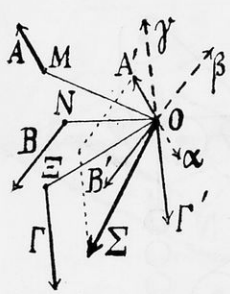
νὰ ἐνεργῇ ζεῦγος, τὸ ὅλον σύστημα ἐξαρτᾶται διὰ τοῦ νήματος ν.

Ἐπειδὴ οἱ μοχλοβραχίονες τῶν ζευγῶν εἶναι ἴσοι, ἕπεται ὅτι αἱ ροπαὶ εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις. Ἂν λοιπὸν ἀπὸ τὰ νήματα τῆς τροχαλίας T_1 ἐξαρτήσωμεν ἀνὰ δύο βάρη β, ἀπὸ δὲ τὰ τῆς T_2 ἀνὰ 3 ὅμοια βάρη, οἱ ἄξονες τῶν ζευγῶν τούτων θὰ εἶναι εἰς αὐθαιρέτους μονάδας 2 καὶ 3 μὲ διευθύνσεις ΑΒ καὶ ΑΔ, ἑπομένως τὸ συνιστώμενον ζεῦγος θὰ ἔχῃ ροπὴν 4 μὲ ἄξονα ΑΓ. Πράγματι ἔχομεν ἰσορροπίαν, ἂν ἀπὸ τὰ νήματα τῆς τροχαλίας T_3

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐξαρτήσωμεν ἀνὰ 4 βάρη β, οὕτως ὥστε νὰ παραχθῇ ζεῦγος ροπῆς 4 μὲ ἄξονα ΓΑ. Καὶ ἂν ὁπωσδήποτε μεταβάλωμεν τὸ μῆκος τῆς διαγωνίου ΑΓ, πάντοτε διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἰσορροπία πρέπει καὶ τὸ ζεῦγος T_3 νὰ μεταβληθῇ ἀναλόγως πρὸς ταύτην.

§ 87. ***Σύνθεσις οἱωνδήποτε δυνάμεων.*** Ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δυνάμεις Α, Β, Γ ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν σημείων Μ, Ν, Ξ στερεοῦ σώματος, δὲν εἶναι δὲ παράλληλοι, οὔτε κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου. Ἂν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ σώματος, τὸ Ο, ἐφαρμόσωμεν τὴν δύναμιν Α′, ἴσην καὶ παράλληλον πρὸς τὴν Α, καὶ τὴν α, ἴσην καὶ ἀντίθετον, ἠμποροῦμεν νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὴν Α διὰ τῆς Α′ καὶ τοῦ ζεύγους Α, α. Ὁμοίως ἀντικαθιστῶμεν τὴν Β διὰ τῆς Β′ καὶ τοῦ ζεύγους Β, β καὶ τὴν Γ διὰ τῆς Γ′ καὶ τοῦ ζεύγους Γ, γ. Ἀλλὰ τώρα αἱ δυνάμεις Α′, Β′, Γ′, ὡς ἔχουσαι κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ Ο, συντίθενται καὶ δίδουν συνισταμένην τὴν ΟΣ, ἐπίσης δὲ καὶ τὰ τρία ζεύγη συντιθέμενα δίδουν ἓν συνιστάμενον ζεῦγος ἔχον ροπὴν ἐν γένει διάφορον τοῦ μηδενός.



Σχ. 66.

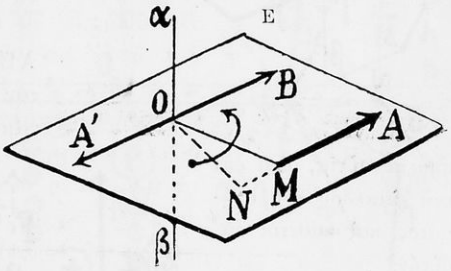
Πᾶν σύστημα λοιπὸν δυνάμεων οἱωνδήποτε ἐνεργουσῶν ἐπὶ τῶν διαφόρων σημείων στερεοῦ σώματος ἰσοδυναμεῖ πρὸς μίαν δύναμιν καὶ ἓν ζεῦγος.

Ἐὰν τώρα ἡ συνισταμένη δύναμις εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ συνισταμένου ζεύγους, μετακινοῦμεν τοῦτο μέχρις ὅτου ἡ μία τῶν δυνάμεών του συμπέσῃ κατὰ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ τὴν διεύθυνσιν πρὸς τὴν συνισταμένην δύναμιν, συνθέτομεν τὰς δύο ταύτας δυνάμεις καὶ τὴν συνισταμένην αὐτῶν συνθέτομεν μὲ τὴν δευτέραν δύναμιν τοῦ ζεύγους ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος, ἀντίρροπος καὶ ἄνισος πρὸς αὐτήν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λοιπόν, καὶ μόνον ταύτην, τὸ σύστημα τῶν δυνάμεων ἔχει μίαν ἁπλῆν συνισταμένην (ἐκτὸς ἂν ἡ συνισταμένη δύναμις εἶναι μηδέν, ὅτε τὸ σύστημα ἰσοδυναμεῖ πρὸς ἁπλοῦν ζεῦγος).

Διὰ νὰ ἰσορροπῇ σύστημα δυνάμεων οἱωνδήποτε ἐνεργουσῶν ἐπὶ διαφόρων σημείων στερεοῦ σώματος πρέπει καὶ ἡ συνισταμένη δύναμις καὶ τὸ συνιστάμενον ζεῦγος νὰ εἶναι μηδέν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 88. ***Ροπὴ δυνάμεως πρὸς ἄξονα.*** Ἐὰν σῶμά τι στρέφεται περὶ τὸν ἀκλόνητον ἄξονα αβ (σχ. 67) χωρὶς νὰ ὁλισθαίνῃ ἐπ' αὐτοῦ, ἐνεργεῖ δὲ ἡ δύναμις ΜΑ ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου Ε, καθέτου πρὸς τὸν ἄξονα αβ, ἐφαρμόζομεν εἰς τὸ σημεῖον Ο, ὅπου τὸ ἐπίπεδον Ε τέμνει τὸν ἄξονα αβ, τὰς βοηθητικὰς δυνάμεις ΟΑ΄, ΟΒ ὅπως καὶ εἰς τὴν § 87, καὶ οὕτω ἀντικαθιστῶμεν τὴν δύναμιν ΜΑ, διὰ τῆς δυνάμεως ΟΒ καὶ τοῦ ζεύγους ΜΑ,ΟΑ΄. Ἀλλ' ἡ δύναμις ΟΒ, κάθετος ἐπὶ τὸν ἀκλόνητον ἄξονα αβ, ἐξουδετεροῦται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως αὐτοῦ, καὶ οὕτω ἡ δύναμις ΜΑ εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς τὸ ζεῦγος ΜΑ, ΟΑ΄, τοῦ ὁποίου ὁ ἄξων εἶναι παράλληλος πρὸς τὸν αβ. Ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους τούτου, ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ΜΑ ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν αὐτῆς ΟΝ ἀπὸ τοῦ ἄξονος αβ, καλεῖται *ροπὴ τῆς δυνάμεως ὡς πρὸς τὸν ἄξονα αβ*, ἡ δὲ ἀπόστασις τῆς δυνάμεως ἀπὸ τοῦ ἄξονος *μοχλοβραχίων* αὐτῆς.



Σχ. 67

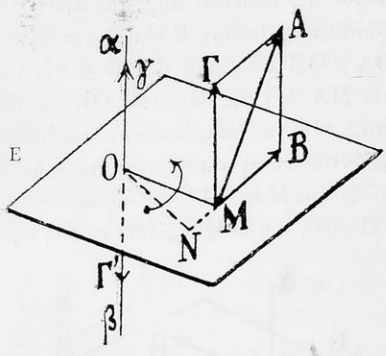
Ἂν ἡ δύναμις ΜΑ (σχ. 68) δὲν κεῖται ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα αβ, ἀναλύομεν αὐτὴν εἰς δύο συνιστώσας, τὴν ΜΓ, παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα αβ καὶ τὴν ΜΒ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς τομῆς τοῦ ἐπιπέδου ΓΜΑ καὶ τοῦ ΜΟΕ, καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα.

Ἡ δύναμις ΜΓ ἰσοδυναμεῖ πρὸς τὴν Ογ καὶ τὸ ζεῦγος ΜΓ, ΟΓ΄ καὶ ἀναιρεῖται ὁλοτελῶς ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἄξονος αβ. Ἡ ὅλη ροπὴ λοιπὸν τῆς δυνάμεως ΜΑ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα αβ ἰσοῦται πρὸς τὴν ροπὴν τῆς συνιστώσης αὐτῆς ΜΒ, εἶναι δηλαδὴ ΜΒ × ΟΝ, ἔνθα ΟΝ εἶναι ἡ ἀπόστασις τῆς ΜΒ ἀπὸ τοῦ ἄξονος αβ.

Ἐπειδὴ οἱ ἄξονες τῶν ροπῶν εἶναι κατ' ἀνάγκην παράλληλοι πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς καὶ μόνον κατὰ τὴν φορὰν ἠμποροῦν νὰ διαφέρουν, χωρίζομεν τὰς ροπὰς εἰς θετικάς, τὰς ἐχούσας ὡρισμένην διεύθυνσιν, καὶ εἰς ἀρνητικάς, τὰς ἐχούσας τὴν ἀντίθετον. Ἡ δὲ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

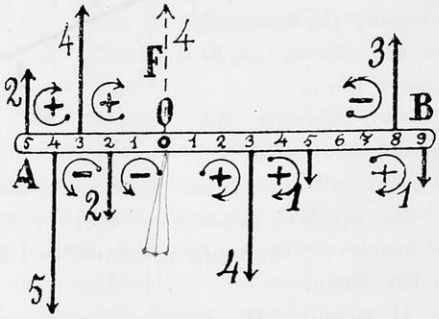
σύνθεσις τῶν ροπῶν ἀνάγεται κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην εἰς ἁπλῆν *ἀλγεβρικὴν* πρόσθεσιν.



Σχ. 68.

Φανερὸν ἤδη εἶναι, ὅτι διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ σῶμα στρεπτὸν περὶ ἀκλόνητον ἄξονα ἄνευ ὀλισθήσεως κατὰ μῆκος αὐτοῦ, πρέπει καὶ ἀρκεῖ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν ὅλων τῶν ἐπ' αὐτοῦ ἐνεργουσῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς νὰ εἶναι μηδέν.

Ἔστω (σχ. 69) ἡ εὐθεῖα AB στρεπτὴ περὶ τὸν ἀκλόνητον ἄξονα O καὶ διάφοροι δυνάμεις ἐνεργοῦσαι εἰς διάφορα σημεῖα αὐτῆς, ὅλαι ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ σχήματος καὶ κάθετοι ἐπ' αὐτήν.



Σχ. 69.

Ἀρχόμενοι ἐξ ἀριστερῶν εὑρίσκομεν τὰς ροπὰς θεωροῦντες θετικὰς τὰς ἐχούσας τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, ἀρνητικὰς δὲ τὰς ἀντιθέτους:

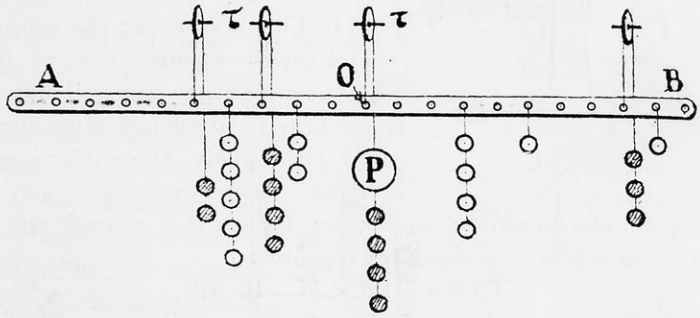
$$
\begin{aligned}
&+(2\times 5)-(5\times 4)+(4\times 3)-(2\times 2)\\
&+(4\times 3)+(1\times 5)-(3\times 8)+(1\times 9)\\
&=+10-20+12-4+12+5-24+9\\
&=10+12+12+5+9-20-4-24\\
&=48-48=0
\end{aligned}
$$

Τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ, ἐπὶ δὲ τοῦ ἄξονος O ἐνεργεῖ δύναμις ἴση πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα ὅλων τῶν δυνάμεων, δηλ. δύναμις παράλληλος πρὸς τὰς δοθείσας, διευθυνομένη πρὸς τὰ κάτω καὶ ἔχουσα ἔντασιν 4.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἠμποροῦμεν λοιπὸν νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὸ ἀκλόνητον στήριγμα Ο διὰ δυνάμεως F (εὑρισκομένης ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου πρὸς τὰς δοθείσας), ἐντάσεως 4 καὶ διευθυνομένης πρὸς τὰ ἄνω. Τὸ σύστημα τῶν δοθεισῶν δυνάμεων καὶ τῆς τελευταίας ταύτης F ἰσορροπεῖ λοιπόν, ἄρα καὶ ἡ ροπή του πρὸς οἱονδήποτε ἄξονα εἶναι μηδέν, ἐνῷ αἱ δοθεῖσαι δυνάμεις ἄνευ τῆς F μόνον ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Ο ἔχουν ροπὴν μηδέν. Πρὸς οἱονδήποτε ἄλλον ἄξονα ἡ ροπὴ εἶναι διάφορος τοῦ μηδενός.

Ὡς πρὸς ἄξονα π. χ. διερχόμενον διὰ τοῦ A καὶ κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ σχήματος ἔχομεν συνυπολογίζοντες καὶ τὴν ροπὴν τῆς F:



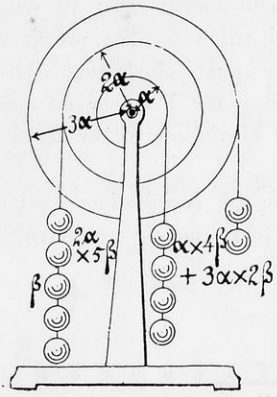
Σχ. 70.

$$(2\times0)+(5\times1)-(4\times2)+(2\times3)-(4\times5)+(4\times8)$$
$$+(1\times10-(3\times13)+(1\times14)=$$
$$=0+5-8+6-20+32+10-39+14=+67-67=0$$

§ 89. Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν σύνθεσιν τῶν ροπῶν δι' ἐλαφρᾶς ράβδου AB, (σχ. 70) ἡ ὁποία στρέφεται περὶ ὁριζόντιον ἄξονα Ο διερχόμενον διὰ τοῦ μέσου αὐτῆς καὶ φέρει ἑκατέρωθεν τοῦ ἄξονος τούτου καὶ εἰς ἀποστάσεις ἀπ' αὐτοῦ α, 2α, 3α κ. τ. λ. ὀπάς, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐξαρτῶμεν διάφορα βάρη, εἴτε ἀπ' εὐθείας, (δύναμις κατακόρυφος πρὸς τὰ κάτω) εἴτε διὰ νήματος τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ σταθερᾶς τροχαλίας τ (δύναμις κατακόρυφος πρὸς τὰ ἄνω). Ἐὰν ἀπὸ τὰς ὀπὰς ἐξαρτήσωμεν σφαίρας ἰσοβαρεῖς, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 70 φαίνεται, οὕτως ὥστε νὰ πραγματοποιήσωμεν τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 69, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐπίσης δὲ ἔχομεν ἰσορροπίαν ἂν ἀντὶ νὰ στηρίξωμεν τὴν ράβδον μὲ τὸν ἄξονα Ο, ἐξαρτήσωμεν αὐτὴν ἐλευθέρως ἀπὸ τὴν ὀπὴν Ο καὶ ἀντισταθμίσωμεν μὲ τὸ βάρος Ρ τὸ βάρος τῆς ράβδου, μὲ 4 δὲ βάρη ὅμοια πρὸς τὰ λοιπὰ τὴν συνισταμένην τῶν ἄλλων δυνάμεων.



Σχ. 71.

Ἀντὶ ράβδου ἠμποροῦμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν καὶ τροχαλίας μὲ ἀκτῖνας α, 2α, 3α,... στερεῶς πρὸς ἀλλήλας συνδεδεμένας καὶ στρεφομένας περὶ κοινὸν ὁριζόντιον ἄξονα (σχ. 71). Εἰς τὰς ἐνσκαφὰς τῶν τροχαλιῶν περιτυλίσσομεν νήματα, ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἐξαρτῶμεν διάφορα βάρη. Ἰσορροπίαν ἔχομεν ὅταν τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν εἶναι μηδέν. Οὕτω εἰς τὸ σχῆμα 71 ἔχομεν ροπὴν κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου: 4 βάρη β μὲ μοχλοβραχίονα α καὶ 2 βάρη β μὲ μοχλοβραχίονα 3α, ἤτοι:

$$4\beta \times \alpha + 2\beta \times 3\alpha = 10\ \alpha\beta.$$

Ἡ ἀντίθετος ροπὴ εἶναι: 5 βάρη β μὲ μοχλοβραχίονα 2α ἤτοι:

$$5\beta \times 2\alpha = 10\ \alpha\beta.$$

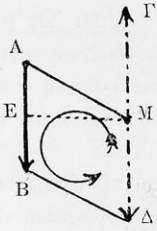
Ὁλικὴ ροπὴ μηδέν.

§ 90. ***Ροπὴ πολλῶν δυνάμεων.*** Ἂν πολλαὶ δυνάμεις, Α, Β, Γ,... ἐνεργοῦν ἐπὶ ἑνὸς σώματος (σχ. 66) γνωρίζομεν, ὅτι ἠμποροῦν νὰ ἀντικατασταθοῦν ἐν γένει ἀπὸ μίαν συνισταμένην δύναμιν Σ καὶ ἓν συνιστάμενον ζεῦγος Ζ. Τὸ σύστημα Α, Β, Γ,... — Σ, — Ζ ἰσορροπεῖ καὶ ἑπομένως καὶ ἡ ροπή του πρὸς οἱονδήποτε ἄξονα εἶναι μηδέν. Ἄρα ἡ ροπὴ τῶν δυνάμεων Α, Β, Γ,... εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν ροπὴν τῆς — Σ καὶ τοῦ ζεύγους — Ζ. Ἤτοι τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων Α, Β, Γ,... πρὸς ἄξονα ἰσοῦται πρὸς τὴν ροπὴν τῆς συνισταμένης δυνάμεως Σ καὶ τοῦ συνισταμένου ζεύγους Ζ. Εἰς τὴν μερικὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν αἱ δυνάμεις ἔχουν μόνον μίαν συνισταμένην (Ζ=0) τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν ἰσοῦται πρὸς τὴν ροπὴν τῆς συνισταμένης.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 91. ***Ροπὴ δυνάμεως πρὸς σημεῖον.*** Ἔστω (σχ. 72) ἡ δύναμις ΑΒ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ σημείου Α στερεοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ἠμπορεῖ νὰ περιστραφῇ καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις περὶ τὸ ἀκλόνητον σημεῖον Μ. Γνωρίζομεν ὅτι ἠμποροῦμεν νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὴν δύναμιν ΑΒ διὰ τῆς ἴσης καὶ παραλλήλου ΜΔ ἐφαρμοζομένης εἰς τὸ σημεῖον Μ καὶ τοῦ ζεύγους ΑΒ, ΜΓ, τοῦ ὁποίου μοχλοβραχίων εἶναι ἡ ἀπόστασις ΕΜ τῆς δυνάμεως ἀπὸ τοῦ σημείου Μ καὶ ροπὴ ΑΒ×ΕΜ παριστανομένη διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ ΑΒΔΜ ἢ καὶ διὰ τοῦ ἀντιστοίχου ἄξονος.

Ἡ δύναμις ὅμως ΜΔ ἐξουδετερώνεται ὑπὸ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀκλονήτου σημείου Μ καὶ οὕτω ἡ δύναμις ΑΒ ἰσοδυναμεῖ πρὸς τὸ ζεῦγος ΑΒ, ΜΓ. Ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους τούτου ὀνομάζεται ροπὴ τῆς δυνάμεως ΑΒ ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Μ, παρίσταται δὲ συμβολικῶς διὰ τοῦ ἄξονός της, ὅπως καὶ τὰ συνήθη ζεύγη.



Σχ. 72.

Φανερὸν ἤδη εἶναι ὅτι διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ σῶμα κινητὸν περὶ ἀκλόνητον σημεῖον πρέπει καὶ ἀρκεῖ ἡ συνισταμένη ροπὴ ὅλων τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ σώματος, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τοῦτο νὰ εἶναι μηδέν.

§ 92. ***Ροπὴ πολλῶν δυνάμεων.*** Διὰ συλλογισμοῦ ὁμοίου ἐντελῶς πρὸς τὸν τῆς § 90 εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ροπὴ πολλῶν δυνάμεων ὡς πρὸς σημεῖον ἰσοῦται πρὸς τὴν ροπὴν τῆς συνισταμένης δυνάμεως καὶ τοῦ συνισταμένου ζεύγους. Καὶ ἂν αἱ δυνάμεις ἔχουν μόνον μίαν συνισταμένην (τὸ συνιστάμενον ζεῦγος μηδὲν) τότε ἡ ροπὴ τῆς συνισταμένης ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν συνιστωσῶν.

ΠΥΚΝΟΤΗΣ

§ 93. Ἐφ' ὅσον θεωροῦμεν μόνον ὑλικὰ σημεῖα δὲν παρουσιάζεται ἡ ἀνάγκη νὰ ἐξετάσωμεν τὴν κατανομὴν τῆς μάζης εἰς τὸν χῶρον. Ἡ μᾶζα θεωρεῖται κατὰ προσέγγισιν ὡς συγκεντρωμένη εἰς ἓν σημεῖον τοῦ χώρου. Ὅταν ὅμως θεωροῦμεν σώματα φυσικὰ ἔχοντα πεπερασμένην ἔκτασιν κατὰ μίαν, δύο ἢ τρεῖς διαστάσεις, ἡ κατανομὴ τῆς μάζης ἀποκτᾷ θεμελιώδη σημασίαν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὅταν ἡ μᾶζα εἶναι ὁμοιομόρφως διανεμημένη εἰς τὸν χῶρον καλοῦμεν *πυκνότητα* D τὸν σταθερὸν λόγον τῆς μάζης μ πρὸς τὸν ὑπ' αὐτῆς κατεχόμενον χῶρον v.

$$D = \frac{\mu}{v} \tag{1}$$

Ἐὰν λάβωμεν $v = 1$ ἡ ἐξίσωσις (1) γίνεται:

$$D = \mu. \tag{2}$$

ἤτοι: πυκνότης ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν μᾶζαν τὴν περιεχομένην εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) εὑρίσκομεν

$$\mu = D.\ v \tag{3}$$

ἤτοι: ὅταν ἡ πυκνότης εἶναι σταθερά, ἡ ὅλη μᾶζα ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ ὄγκου ἐπὶ τὴν πυκνότητα.

§ 94. Ὡς μονάδα τῆς μάζης ἐλάβομεν (§ 5, 60) τὴν μᾶζαν τῆς μονάδος τοῦ ὄγκου (1 cm^3) ὕδατος θερμοκρασίας 4°. Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς 4° εἶναι ἴση πρὸς τὴν μονάδα καὶ κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (3) εἶναι διὰ τὸ ὕδωρ

$$\mu_{Y,4} = v_{Y,4} \tag{4}$$

ἤτοι: ὁ ὄγκος καὶ ἡ μᾶζα τοῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4° ἐκφράζονται *ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ*. Ἠμποροῦμεν λοιπὸν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὸν ἀριθμὸν v διὰ τοῦ ἴσου αὐτοῦ $\mu_{Y,4}$ ἀναφερομένου εἰς ἴσον ὄγκον ὕδατος, καὶ ἔχομεν

$$D = \frac{\mu}{\mu_{Y,4}} \tag{5}$$

ἤτοι: ἡ πυκνότης σώματός τινος ἰσοῦται *ἀριθμητικῶς* πρὸς τὸν λόγον τῆς μάζης τοῦ σώματος τούτου πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ὕδατος 4°. Ἂν δὲ ἀκόμη πολλαπλασιάσωμεν ἀμφοτέρους τοὺς ὅρους τοῦ κλάσματος ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος λαμβάνομεν

$$D = \frac{\mu g}{\mu_{Y,4} g} = \frac{B}{B_{Y,4}} \tag{6}$$

Ἡ πυκνότης σώματός τινος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὸν λόγον τοῦ βάρους τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος 4°. Ἐκ τῆς διατυπώσεως ταύτης τοῦ ὁρισμοῦ τῆς πυκνότητος προέκυψεν ὁ ἀνακριβὴς ὅρος τοῦ εἰδικοῦ βάρους ἀντὶ τῆς εἰδικῆς μάζης ἢ πυκνότητος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰδικὸν βάρος β εἶναι τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου ἀντιστοιχοῦν βάρος, ἑπομένως ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς εἰδικῆς μάζης D ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος, ἤτοι

$$\beta = D.g. \tag{7}$$

Διὰ τοῦτο θὰ μεταχειριζώμεθα εἰς τὸ ἑξῆς τὸν ὅρον *πυκνότης* ἀποφεύγοντες τὸν ὅρον *εἰδικὸν βάρος*, ὁ ὁποῖος ἠμπορεῖ νὰ φέρῃ εἰς παρεξηγήσεις.

Αἱ διαστάσεις τῆς πυκνότητος εἶναι:

$$[D] = \frac{M}{[v]} = M.L^{-3}. \tag{8}$$

ΚΕΝΤΡΟΝ ΒΑΡΟΥΣ — ΚΕΝΤΡΟΝ ΜΑΖΗΣ

§ 95. Ἐὰν νοητῶς διαιρέσωμεν ὑλικὸν σῶμα εἰς πλῆθος στοιχείων τόσον μικρῶν, ὥστε νὰ ἠμποροῦν νὰ θεωρηθοῦν ὡς ὑλικὰ σημεῖα, τὸ βάρος ἑκάστου τοιούτου στοιχείου εἶναι δύναμις κατακόρυφος, ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς μάζης τοῦ στοιχείου ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.

Αἱ στοιχειώδεις αὐταὶ δυνάμεις ἔχουν συνισταμένην, τῆς ὁποίας ἡ ἔντασις εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων τῶν συνιστωσῶν, πρὸς τὸ ὁλικὸν δηλ. βάρος τοῦ σώματος, τὸ δὲ σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς της ὀνομάζεται *κέντρον βάρους* τοῦ σώματος. Ἐπειδὴ δὲ αἱ στοιχειώδεις δυνάμεις μένουν ἀμετάβλητοι κατὰ διεύθυνσιν καὶ ἔντασιν, ὅταν τὸ σῶμα ὁπωσδήποτε μετακινηθῇ, (ἐφ' ὅσον ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος δὲν μεταβάλλεται) ἕπεται ὅτι τὸ κέντρον βάρους εἶναι σημεῖον ἐντελῶς καθωρισμένον καὶ ἀνεξάρτητον τῆς θέσεως τοῦ σώματος. Καὶ ἂν ὅμως μεταβληθῇ ἡ ἔντασις τῆς βαρύτητος, τὰ στοιχειώδη βάρη μεταβάλλονται ὅλα ἀναλόγως, ἑπομένως καὶ πάλιν ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους μένει σταθερά. Καὶ ἂν ἀντὶ τῆς βαρύτητος θεωρήσωμεν οἱαδήποτε δυνάμεις ἄλλης φύσεως, αἱ ὁποῖαι νὰ ἔχουν ὅμως τὴν ἰδιότητα νὰ εἶναι παράλληλοι πρὸς ἀλλήλας καὶ ἀνάλογοι πρὸς τὰς μάζας, ἡ συνισταμένη αὐτῶν ἔχει σημεῖον ἐφαρμογῆς πάλιν τὸ αὐτό, τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος. Διὰ τοῦτο καλοῦμεν τὸ κέντρον βάρους καὶ *κέντρον μάζης*.

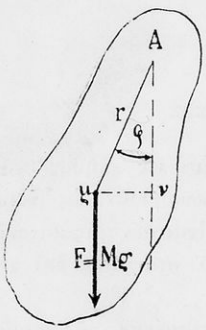
Κέντρον βάρους γεωμετρικῆς ἐπιφανείας ἢ γραμμῆς ὀνομάζομεν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ σημεῖον τὸ ὁποῖον θὰ ἦτο κέντρον βάρους, ἂν ἡ θεωρουμένη ἐπιφάνεια ἢ γραμμὴ ἦτο λεπτὸν ἰσοπαχὲς καὶ ὁμογενὲς ἔλασμα ἢ σύρμα (1).

ΕΞΑΡΤΗΣΙΣ ΒΑΡΕΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΣΗΜΕΙΟΥ Η ΑΞΟΝΟΣ

§ 96. Τὸ κέντρον βάρους εἶναι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης τῶν βαρῶν τῶν στοιχειωδῶν μαζῶν, ἀπὸ τὰς ὁποίας τὸ σῶμα ἀποτελεῖται, δυνάμεων δηλ. παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων. Ἐκ τούτου ἕπεται (§ 90, 92), ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν στοιχειωδῶν τούτων βαρῶν ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα ἰσοῦται πρὸς τὴν ροπὴν τοῦ ὅλου βάρους, τὸ ὁποῖον θὰ θεωρήσωμεν συγκεντρωμένον εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος. Ἐκ τῆς προτάσεως ταύτης προκύπτει ἀμέσως τὸ πόρισμα: Ἡ ροπὴ τοῦ βάρους σώματός τινος ὡς πρὸς τὸ κέντρον βάρους αὐτοῦ ἢ ὡς πρὸς ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ εἶναι μηδέν.



Σχ. 73.

Σῶμα βαρὺ μάζης M ἐξηρτημένον ἐξ ἑνὸς σταθεροῦ σημείου ἰσορροπεῖ ὅταν ἡ ροπὴ τοῦ βάρους του ὡς πρὸς τὸ σημεῖον τῆς ἐξαρτήσεως εἶναι μηδέν. Ἔστω (σχ. 73) A τὸ σημεῖον ἐξαρτήσεως μ τὸ κέντρον βάρους, r ἡ ἀπόστασις Aμ καὶ F=Mg τὸ βάρος τοῦ σώματος· ἡ ροπὴ P τοῦ βάρους θὰ εἶναι, ἂν ὀνομάσωμεν φ τὴν γωνίαν τῆς r μὲ τὴν κατακόρυφον Aν:

$$P = F\ r\ \eta\mu\ \varphi = Mg\ r\ \eta\mu\ \varphi$$

καὶ διὰ νὰ εἶναι P=0, πρέπει νὰ εἶναι $\eta\mu\varphi = 0$ ἤτοι:

$$\varphi = 0^0 \quad \text{ἢ} \quad \varphi = 180^0.$$

Ἡ πρώτη θέσις, φ=0, δηλ. τὸ κέντρον βάρους ἐπὶ τῆς κατακορύφου Aν καὶ ὑποκάτω τοῦ A, εἶναι θέσις εὐσταθοῦς ἰσορροπίας, διότι ἂν τὸ σῶμα ἀπομακρυνθῇ ἐπ' ἐλάχιστον τῆς θέσεως ταύτης, ἡ ἀναφαινομένη ροπὴ τείνει νὰ τὸ ἐπαναφέρῃ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν, εἶναι *ροπὴ ἐπαναφορᾶς*.

(1) Τὸ Κ. Β. σώματος, ἐπιφανείας ἢ γραμμῆς, δυνατὸν νὰ εὑρίσκεται ἔξω τοῦ σχήματος. Π. χ. τὸ Κ. Β. τῆς περιφερείας κύκλου εἶναι τὸ κέντρον αὐτῆς.

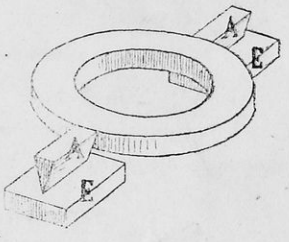
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ θέσις $\varphi = 180$, δηλ. τὸ κέντρον βάρους ἐπὶ τῆς κατακορύφου Αν, ἀλλ' ὑπεράνω τοῦ Α, εἶναι θέσις ἀσταθοῦς ἰσορροπίας, διότι, ἂν τὸ σῶμα ἐπ' ἐλάχιστον ἐκτραπῇ τῆς θέσεως ταύτης, ἡ ἀναφαινομένη ροπὴ τείνει νὰ αὐξήσῃ τὴν ἐκτροπὴν *(ροπὴ ἀνατροπῆς)* καὶ τὸ σῶμα στρεφόμενον περὶ τὸ Α, θὰ καταλήξῃ εἰς τὴν θέσιν τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας.

Ὁμοίως εὑρίσκομεν ὅτι σῶμα στρεπτὸν περὶ ἄξονα ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ κατακορύφου ἐπιπέδου



Σχ. 74.



Σχ. 75.

τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ ἄξονος. Καὶ εὐσταθὴς μὲν εἶναι ἡ ἰσορροπία ὅταν τὸ Κ. Β. εἶναι ὑποκάτω τοῦ ἄξονος, ἀσταθὴς δὲ ὅταν ὑπεράνω.

Ἂν τὸ Κ. Β. συμπίπτῃ μὲ τὸ σημεῖον ἐξαρτήσεως ἢ εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ ἄξονος ἢ καὶ ἂν ἀκόμη ὁ ἄξων εἶναι κατακόρυφος, φανερὸν ὅτι εἰς οἱανδήποτε θέσιν τοῦ σώματος ἡ ροπὴ εἶναι μηδέν. Τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἀδιαφόρως εἰς οἱανδήποτε θέσιν.

Εἰς τὴν πρᾶξιν κατορθώνομεν νὰ ἐξαρτήσωμεν σῶμα τι οὕτως ὥστε ἓν μόνον σημεῖον του νὰ μένῃ σταθερόν, κατὰ τὰ ἄλλα δὲ ἡ κίνησίς του νὰ εἶναι τελείως ἐλευθέρα, διὰ τῆς *ἐξαρτήσεως τοῦ Cardan* (σχ. 74). Ὁ δακτύλιος Α, ἀκλονήτως στηριζόμενος ἐπὶ τοῦ ὑποστηρίγματος σ σ, φέρει δύο ἀκίδας α α, περὶ τὰς ὁποίας περιστρέφεται, στηριζόμενος εἰς δύο ἐκ διαμέτρου ἀντίθετα σημεῖα, ὁ δεύτερος δακτύλιος Β. Οὗτος φέρει πάλιν δύο ἀκίδας β β εἰς τὰ πέρατα διαμέτρου καθέτου πρὸς τὴν α α καὶ περὶ αὐτὰς στρέφεται ὁμοίως στηριζόμενος τρίτος δακτύλιος Γ. Ὁ τρίτος οὗτος δακτύλιος καὶ πᾶν

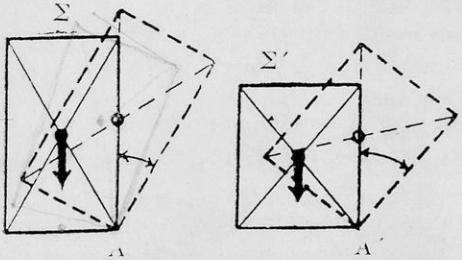
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σύστημα μετ' αὐτοῦ ἀκλονήτως συνδεόμενον δύναται νὰ στραφῇ περὶ τὸν ἄξονα β β ἐντὸς τοῦ δακτυλίου Β καὶ μετὰ τούτου περὶ τὸν ἄξονα α α, ἤτοι καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις, ἐνῶ τὸ κέντρον αὐτοῦ, τομὴ τῶν διαμέτρων α α καὶ β β, μένει ἀκίνητον ὡς πρὸς τὸν δακτύλιον Α καὶ τὸ ὑποστήριγμα σ σ.

Ἀντὶ τῶν ἀκίδων α α, β β, μεταχειριζόμεθα πολλάκις, καὶ ἰδίως ὅταν πρόκειται περὶ λεπτῶν συσκευῶν ἀκριβείας, ὡς ἄξονας ἀκμὰς πρισματικὰς Α, Α (σχ. 75) κινουμένας ἐπὶ ἐπιπέδων ἢ ἐλαφρῶς κοίλων ἐπιφανειῶν Ε Ε.

ΣΤΗΡΙΞΙΣ ΒΑΡΕΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ ΕΠΙ ΣΤΕΡΕΑΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

§ 97. Α΄) Σῶμα βαρὺ στηριζόμενον ἐπὶ στερεᾶς ἐπιφανείας δι' ἑνὸς ἢ δύο σημείων ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ κατακόρυφος διέρχεται διὰ τοῦ σημείου τῆς στηρίξεως ἢ διὰ τῆς ἑνούσης τὰ δύο σημεῖα στηρίξεως εὐθείας. Ἐὰν δώσωμεν εἰς τὸ σῶμα ἐλαχίστην μετάκίνησιν πρὸς ὡρισμένην διεύθυνσιν, εἶναι δυνατὸν τρία τινὰ νὰ συμβοῦν:



Σχ. 76.

1) Τὸ Κ. Β. ἀνυψώνεται, ἑπομένως τὸ βάρος τοῦ σώματος ἀντιτίθεται εἰς τὴν κίνησιν καὶ τείνει νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν. Ἰσορροπία εὐσταθής.

2) Τὸ Κ. Β. κατέρχεται, ἑπομένως τὸ βάρος ὑποβοηθεῖ τὴν κίνησιν καὶ τείνει νὰ αὐξήσῃ τὴν ἀπόκλισιν. Ἰσορροπία ἀσταθής.

3) Τὸ Κ. Β. μένει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Τὸ βάρος τοῦ σώματος οὔτε ὑποβοηθεῖ τὴν κίνησιν, οὔτε ἀντιτίθεται εἰς αὐτήν. Ἰσορροπία ἀδιάφορος.

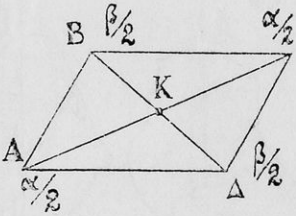
§ 98. Β΄) Σῶμα βαρὺ στηριζόμενον ἐπὶ στερεᾶς ἐπιφανείας διὰ τριῶν ἢ περισσοτέρων σημείων μὴ κειμένων ἐπ' εὐθείας, ἰσορροπεῖ ὅταν ἡ ἐκ τοῦ Κ. Β. κατακόρυφος τέμνῃ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς στη-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρίξεως, ἐπιφάνειαν δηλ. περιοριζομένην ὑπὸ τῶν εὐθειῶν αἱ ὁποῖαι ἑνώνουν τὰ ἄκρα σημεῖα στηρίξεως.

Ἡ ἰσορροπία εἶναι πάντοτε εὐσταθής, (ἐκτὸς ἂν ἡ ἐκ τοῦ Κ. Β. κατακόρυφος συναντᾷ τὴν περίμετρον τῆς ἐπιφανείας στηρίξεως, ὅτε ἔχομεν κυρίως μίαν τῶν περιπτώσεων τῆς § 97).

Διὰ νὰ ἀνατραπῇ τὸ σῶμα πρέπει νὰ ἀπομακρυνθῇ ἐπὶ τοσοῦτον τῆς ἀρχικῆς του θέσεως, ὥστε ἡ ἐκ τοῦ κέντρου βάρους κατακόρυφος νὰ πέσῃ ἔξω τῆς ἐπιφανείας στηρίξεως. Ἐκ τούτου ἔπεται ὅτι ἡ ἀνατροπὴ εἶναι τόσον δυσκολωτέρα, ὅσον τὸ Κ. Β. εἶναι χαμηλότερα καὶ ἡ ὁριζοντία προβολὴ τῆς ἐπιφανείας στηρίξεως μεγαλητέρα. Οὕτω ἡ γωνία, κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ στρέψωμεν τὸ σῶμα Σ περὶ τὴν ἀκμὴν Α (σχ. 76) διὰ νὰ φθάσωμεν εἰς ροπὴν ἀνατροπῆς, εἶναι μικροτέρα παρὰ εἰς τὸ σῶμα Σ′, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ Κ. Β. κεῖται χαμηλότερα, ἡ δὲ βάσις εἶναι μεγαλητέρα.



Σχ. 77.

Φανερὸν δὲ εἶναι ὅτι δυνατὸν κατά τινας διευθύνσεις ἡ ἀνατροπὴ νὰ εἶναι εὐκολωτέρα καὶ κατ' ἄλλας δυσκολωτέρα.

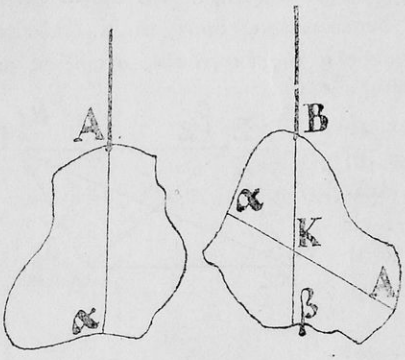
Ὅσον ἀφορᾷ τὴν κατανομὴν τοῦ βάρους εἰς τὰ σημεῖα στηρίξεως, τὸ πρόβλημα συνίσταται εἰς τὴν ἀνάλυσιν δοθείσης δυνάμεως τοῦ ὅλου βάρους εἰς ἄλλας παραλλήλους, τῶν ὁποίων μόνον τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς εἶναι γνωστά, καὶ ὅταν πρόκειται περὶ σημείων στηρίξεως περισσοτέρων τῶν τριῶν, τὸ πρόβλημα εἶναι ἀόριστον, ἐπιδέχεται δὲ ἀπείρους λύσεις.

Ἔστω π. χ. (σχ. 78) Κ ἡ ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου κατακόρυφος προβολὴ τοῦ Κ. Β. καὶ Α,Β,Γ,Δ αἱ προβολαὶ τῶν σημείων τῆς στηρίξεως εἰς τὰς κορυφὰς παραλληλογράμμου μὲ κέντρον τὸ Κ. Ἂν τὸ ὁλικὸν βάρος Ρ χωρίσωμεν ὁπωσδήποτε εἰς δύο μέρη α καὶ β, ὅπου $\alpha+\beta=P$, καὶ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ Α καὶ Γ δυνάμεις $\frac{\alpha}{2}$ εἰς δὲ τὸ Β καὶ Δ $\frac{\beta}{2}$, θὰ ἔχωμεν τὴν ὁλικὴν συνισταμένην Ρ εἰς τὸ Κ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐν τούτοις εἰς τὴν πραγματικότητα τὸ πρόβλημα δὲν εἶναι ἀόριστον, διότι διὰ τῆς στηρίξεως παραμορφώνεται καὶ τὸ στηριζόμενον σῶμα καὶ ἡ στηρίζουσα ἐπιφάνεια, ἀναπτύσσονται ἐλαστικαὶ δυνάμεις καὶ αἱ συνθῆκαι τῆς ἰσορροπίας τοῦ ὁλικοῦ βάρους καὶ τῶν νέων τούτων δυνάμεων ὁρίζουν ἐντελῶς τὴν κατανομὴν τοῦ βάρους εἰς τὰ σημεῖα τῆς στηρίξεως.

§ 99. ***Πειραματικὴ εὕρεσις τοῦ Κέντρου Βάρους.*** Εἷς τῶν συνηθεστέρων τρόπων τῆς πειραματικῆς εὑρέσεως τοῦ Κ. Β. εἶναι ὁ διὰ διπλῆς ἐξαρτήσεως. Ἐξαρτῶμεν δηλ. τὸ σῶμα ἀπὸ τὸ σημεῖον Α (σχ. 78) καὶ σημειώνομεν ἐπ᾽ αὐτοῦ τὴν κατακόρυφον Αα, προέκτασιν τοῦ νήματος ἐξαρτήσεως. Ἔπειτα τὸ ἐξαρτῶμεν ἀπὸ ἓν ἄλλο σημεῖον Β καὶ σημειώνομεν πάλιν τὴν κατακόρυφον Ββ. Τὸ Κέντρον Βάρους εἶναι τὸ σημεῖον Κ, τομὴ τῶν εὐθειῶν Αα καὶ Ββ.

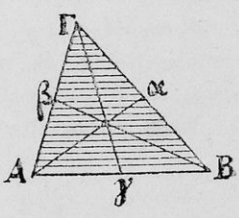


Σχ. 78.

§ 100. Ὅταν τὸ σχῆμα εἶναι ὁμογενὲς καὶ ἔχῃ κέντρον συμμετρίας, τοῦτο εἶναι καὶ τὸ κέντρον βάρους. (Κύκλος, ἔλλειψις, παραλληλόγραμμον, σφαῖρα, ἐλλειψοειδὲς ἐκ περιστροφῆς, τριαξονικὸν ἐλλειψοειδές, παραλληλεπίπεδον, κύλινδρος κυκλικὸς μὲ παραλλήλους βάσεις, δακτύλιος κυκλικὸς ἢ ἐλλειπτικὸς μὲ τομὴν κυκλικήν, ἐλλειπτικὴν ἢ ὀρθογώνιον, τῆς ὁποίας ὁ ἄξων εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδου τοῦ δακτυλίου κ. τ. λ.).

§ 101. ***Κέντρον βάρους Τριγώνου.*** Τὸ Κ. Β. τοῦ ἐπιπέδου τριγώνου ΑΒΓ (σχ. 79) εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς Γγ τῆς ἀγομένης ἐκ τῆς κορυφῆς Γ εἰς τὸ μέσον τῆς πλευρᾶς ΑΒ., διότι ἂν χωρίσωμεν τὸ τρίγωνον δι᾽ εὐθειῶν παραλλήλων πρὸς τὴν ΑΒ εἰς λωρίδας ἀπείρως στενάς, τὸ Κ. Β. ἑκάστης ἐξ αὐτῶν κεῖται ἐπὶ τῆς Γγ.

Καὶ ἐπειδὴ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον τὸ Κ. Β. θὰ κεῖται καὶ ἐπὶ τῆς διαμέσου Ββ καὶ ἐπὶ τῆς Αα, ἔπε-



Σχ. 79.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

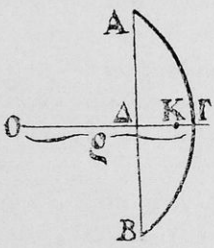
ται ὅτι τὸ Κ. Β. ἐπιπέδου ὁμογενοῦς τριγώνου εἶναι ἡ κοινὴ τομὴ τῶν τριῶν διαμέσων.

Κέντρον βάρους κυκλικοῦ Τόξου. Τὸ Κ. Β. τοῦ τόξου ΑΒ (σχ. 80) εὑρίσκεται διὰ τὴν συμμετρίαν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ΟΓ, ἡ δὲ ἀπόστασις ΟΚ παρέχεται ἀπὸ τὸν τύπον:

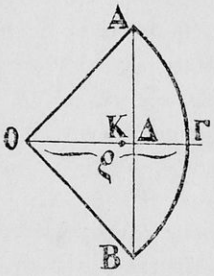
$$\text{ΟΚ} = \frac{\rho . \text{ΑΔΒ}}{\text{ΑΓΒ}}$$

ἤτοι ἡ ΟΚ εἶναι ἡ τετάρτη ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος, τῆς χορδῆς καὶ τοῦ τόξου. Ἂν τὸ τόξον γίνῃ ἡμιπεριφέρεια, εἶναι ΑΔΒ = 2ρ, ΑΓΒ = π.ρ ὅθεν:

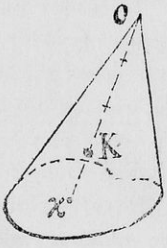
$$\text{ΟΚ} = \frac{2\rho}{\pi}$$



Σχ. 80.



Σχ. 81.



Σχ. 82.

Κέντρον βάρους κυκλικοῦ τομέως. Τὸ Κ. βάρους Κ τοῦ κυκλικοῦ τομέως ΟΑΒΟ (σχ. 81) εὑρίσκεται ἐπίσης διὰ τὴν συμμετρίαν ἐπὶ τοῦ ἄξονος ΟΓ, ἡ δὲ ἀπόστασις ΟΚ δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον:

$$\text{ΟΚ} = \frac{2}{3} \frac{\rho . \text{ΑΔΒ}}{\text{ΑΓΒ}}$$

Διὰ τὸ ἡμικύκλιον ὁ τύπος γίνεται:

$$\text{ΟΚ} = \frac{4}{3} \frac{\rho}{\pi}$$

Κέντρον βάρους ἡμισφαιρικῆς ἐπιφανείας. Εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον τῆς ἀκτῖνος τῆς καθέτου ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῆς βάσεως.

Κέντρον βάρους ἡμισφαιρίου (ὄγκου). Εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ἀκτῖνος τῆς καθέτου ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῆς βάσεως καὶ εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ κέντρου ἴσην πρὸς τὰ $^3/_8$ τῆς ἀκτῖνος.

Κέντρον βάρους Κώνου (σχ. 82). Εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς εὐθείας Οκ τῆς ἀγομένης ἀπὸ τὴν κορυφὴν εἰς τὸ κέντρον βάρους τῆς βάσεως, πλησιέστερα πρὸς τὴν βάσιν καὶ διαιρεῖ τὴν Οκ εἰς δύο μέρη ἔχοντα λόγον:

$$\kappa\text{Κ} : \text{ΚΟ} = 1 : 3$$

Κέντρον βάρους κυλίνδρου μὲ παραλλήλους βάσεις. Εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον τῆς εὐθείας, ἡ ὁποία ἑνώνει τὰ κέντρα βάρους τῶν βάσεων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

§ 102. Ὀνομάζομεν μηχανὴν πᾶν σύστημα ἀποτελούμενον ἀπὸ στερεά, ὑγρὰ ἢ ἀέρια, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ μετασχηματίζῃ προσφερομένην ἐνέργειαν. Τὸ μηχανικὸν ἔργον ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν μετακίνησιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς αὐτῆς, ἑπομένως αἱ μηχαναί, ἐφ' ὅσον πρόκειται περὶ μετασχηματισμοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς μηχανικὸν πάλιν ἔργον, μεταβάλλουν τὴν δύναμιν κατ' ἔντασιν καὶ κατεύθυνσιν καὶ ἀντιστοίχως τὴν μετακίνησιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως.

Ἡ ἔρευνα μηχανῆς, ἡ ὁποία τὸ εἰς τὸ ἓν ἄκρον αὐτῆς Α προσφερόμενον ἔργον ἀποδίδει εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον Β, συνίσταται εἰς τὴν εὕρεσιν τῆς σχέσεως τῆς εἰς τὸ Α ἐφαρμοζομένης δυνάμεως πρὸς τὴν εἰς τὸ Β παρουσιαζομένην, ἢ καὶ ἄλλως εἰς τὴν εὕρεσιν τοῦ λόγου τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμοζόμεναι εἰς τὰ πέρατα Α καὶ Β ἰσορροποῦν.

Ἡ εὕρεσις τῆς σχέσεως ταύτης ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ κατὰ διαφόρους τρόπους προσαρμοζομένους εἰς τὴν φύσιν τῆς ἐξεταζομένης μηχανῆς, ἡ γενικωτάτη ὅμως μέθοδος καὶ ἁπλουστάτη συνήθως εἶναι ἡ ἑξῆς, στηριζομένη εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.

Ἔστω F ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη εἰς τὸ ἄκρον Α τῆς μηχανῆς καὶ X_F μία μικρὰ μετακίνησις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς F κατὰ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς, ἀντιστοίχως δὲ f ἡ δύναμις εἰς τὸ ἄκρον Β τῆς μηχανῆς ἡ ἰσορροποῦσα τὴν F καὶ X_f ἡ μετακίνησις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς f ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν μετακίνησιν X_F. Ἐκ τῆς ἀλληλουχίας τῶν μερῶν τῆς μηχανῆς ἕπεται ὅτι εἰς ἑκάστην μετακίνησιν X_F εἰς τὸ ἄκρον Α ἀντιστοιχεῖ μία ἐντελῶς ὡρισμένη μετακίνησις X_f εἰς τὸ ἄκρον Β.

Ἡ δύναμις F μετακινοῦσα τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της κατὰ X_F παράγει ἔργον $F.X_F$ ἡ δὲ μετακίνησις τοῦ ἄκρου Β κατὰ X_f ὑπερνικῶσα τὴν δύναμιν f ἀποδίδει ἔργον $f.X_f$. Ἐπειδὴ δέ, ἂν παραμελήσωμεν τὴν ἀπώλειαν τοῦ ἔργου ἐκ τῶν ἀναποφεύκτων τριβῶν τῆς μηχανῆς, ἀπώλειαν ἐπὶ τοσοῦτον μικροτέραν, ὅσον ἡ μηχανὴ εἶναι τελειοτέρα, δηλ. μὲ ὀλιγωτέρας τριβάς, τὸ προσφερόμενον ἔρ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

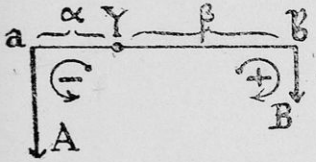
γον εἰς τὸ Α εἶναι ἴσον πρὸς τὸ εἰς τὸ Β ἀποδιδόμενον, ἔχομεν τὴν σχέσιν:

(1) $$F X_F = f X_f \quad \text{ἢ} \quad F : f = X_f : X_F$$

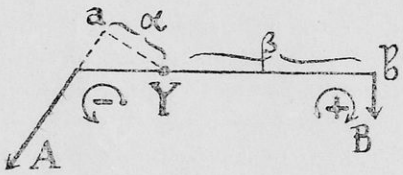
Δηλ. αἱ δυνάμεις αἱ ἰσορροποῦσαι εἰς τὰ πέρατα μηχανῆς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς ἀντιστοίχους ἐκ τῆς φύσεως τῆς μηχανῆς δυνατὰς μετακινήσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

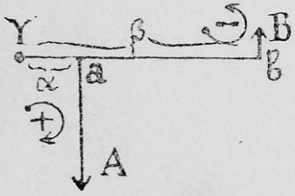
§ 103. ***Μοχλός.*** Σῶμα στερεόν, τὸ ὁποῖον στρέφεται περὶ ἀκλόνητον ἄξονα Υ (σχ. 83) καὶ εἰς δύο σημεῖα τοῦ ὁποίου a, b ἐνερ-



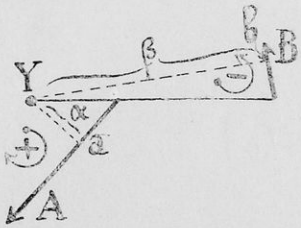
$\alpha = \frac{1}{2}\beta \qquad A = 2B$



$\alpha = \frac{1}{3}\beta \qquad A = 3B$



$\alpha = \frac{1}{4}\beta \qquad A = 4B$



$\alpha = \frac{1}{3}\beta \qquad A = 3B$

Σχ. 83.

γοῦν δύο δυνάμεις ἐπὶ ἐπιπέδων καθέτων ἐπὶ τὸν ἄξονα, ἀποτελεῖ τὸν στοιχειώδη μοχλόν. Ὁ ἄξων περιστροφῆς ὀνομάζεται εἰς τὴν εἰδικὴν ταύτην περίπτωσιν ὑπομόχλιον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἰσορροπία ὑφίσταται κατὰ τὰ προηγούμενα ὅταν τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν εἶναι μηδέν, ἤ, ἐπειδὴ αἱ δυνάμεις εἶναι δύο, ὅταν αἱ ροπαὶ αὐτῶν εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Ἀλλ' ἡ ροπὴ ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν μοχλοβραχίονα. Ἂν λοιπὸν εἶναι Α καὶ Β αἱ δυνάμεις, α, β οἱ ἀντίστοιχοι μοχλοβραχίονες, αἱ ἀποστάσεις δηλ. αὐτῶν ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιον Υ, θὰ ἔχωμεν ὡς συνθήκην ἰσορροπίας ἂν θεωρήσωμεν τὰς ροπὰς κατ' ἀπόλυτον τιμὴν χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὸ σημεῖον:

$$A\alpha = B\beta \quad \text{ἢ} \quad A : B = \beta : \alpha$$

Εἰς τὸν ἰσορροποῦντα στοιχειώδη μοχλὸν αἱ δυνάμεις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τοὺς μοχλοβραχίονας. Τὸ σχῆμα 83 δὲν ἔχει ἀνάγκην περαιτέρω ἐπεξηγήσεως.

Τὴν συνθήκην τῆς ἰσορροπίας εὕρομεν διὰ τῆς θεωρίας τῶν ροπῶν. Εὐκόλως ἐν τούτοις εὑρίσκεται καὶ ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου, ἀρκεῖ νὰ παρατηρήσωμεν ὅτι αἱ μετακινήσεις X_a X_b τῶν σημείων ἐφαρμογῆς a, b τῶν δυνάμεων Α καὶ Β εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τοὺς μοχλοβραχίονας α, β, ἄρα ἀφοῦ

$$A : B = X_b : X_a$$

ἕπεται:

$$A : B = \beta : \alpha.$$

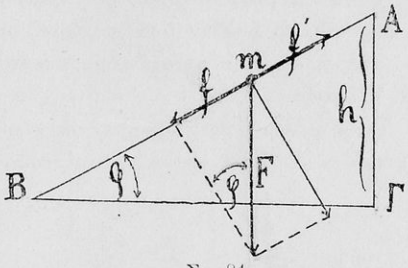
§ 104. ***Κεκλιμένον ἐπίπεδον.*** Ὀνομάζομεν κεκλιμένον ἐπίπεδον (σχ. 84) πᾶν μηχανικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἀναγκάζει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς m τῆς δυνάμεως F νὰ κινηθῇ ἐπὶ τροχιᾶς εὐθυγράμμου ΑΒ μὴ συμπιπτούσης πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς F. Ἐὰν ἡ ΒΓ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν F ἠμποροῦμεν νὰ χαρακτηρίσωμεν τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, δηλ. τὴν ἀναγκαστικὴν τροχιὰν ΑΒ διὰ τῆς γωνίας φ. Ἂν ἀναλύσωμεν τὴν δύναμιν F εἰς δύο συνιστώσας κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς τροχιᾶς ΑΒ καὶ καθέτως πρὸς αὐτήν, ἡ κάθετος συνιστῶσα ἐξουδετεροῦται ἐκ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὥστε ἡ ὅλη δύναμις F ἰσορροπεῖται ὑπὸ τῆς δυνάμεως f′ ἐνεργούσης κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀναγκαστικῆς τροχιᾶς ΑΒ, καὶ τῆς ὁποίας ἡ ἔντασις εἶναι:

$$f' = f = F \text{ ημ } \varphi$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ σχέσις αὕτη εὑρίσκεται καὶ ὡς ἑξῆς:

Ἂν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων F καὶ f′, εὑρισκομένων ἐν ἰσορροπίᾳ, μετακινηθῇ ἀπὸ τοῦ A εἰς τὸ B, ἡ μὲν μετακίνησις X_F κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F εἶναι AΓ ἡ δὲ μετακίνησις X_f, ἀντιθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς f′ εἶναι AB. Ἔχομεν λοιπόν:

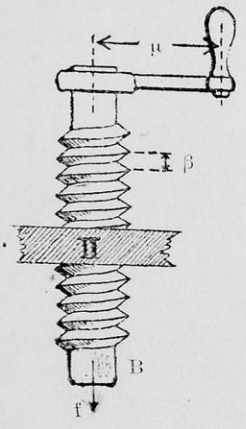


Σχ. 84.

$$F.A\Gamma = f'.AB$$

καὶ ἐπειδὴ $A\Gamma = AB.\eta\mu\,\varphi$, ἕπεται: $f' = F\,\eta\mu\,\varphi$.

Ἡ ἐξίσωσις τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου εὑρίσκεται ἐν τούτοις εὐκολώτερον καὶ ἁπλούστερον διὰ τῆς ἀναλύσεως τῆς δυνάμεως F παρὰ διὰ τῆς γενικῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.



Σχ. 85.

§ 105. ***Κοχλίας.*** Κοχλίας φέρων λαβήν, διὰ τῆς ὁποίας ἠμπορεῖ νὰ περιστραφῇ ἐντὸς σταθεροῦ περικοχλίου Π (σχ. 85), ἀποτελεῖ ἁπλῆν μηχανήν. Ἡ δύναμις ἡ ἐπιφερομένη εἰς τὴν λαβὴν A κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς περιφερείας, τὴν ὁποίαν αὕτη διαγράφει, μεταδίδεται εἰς τὸ ἄκρον B τοῦ κοχλίου κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος αὐτοῦ. Τὴν σχέσιν τῶν δυνάμεων εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς:

Ἔστω β τὸ βῆμα τοῦ κοχλίου καὶ μ τὸ μῆκος τῆς λαβῆς (δηλ. ὁ μοχλοβραχίων τῆς εἰς τὸ A ἐφαρμοζομένης δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ κοχλίου). Ἂν ὁ κοχλίας στραφῇ κατὰ 360° τὸ μὲν ἄκρον B προχωρεῖ κατὰ ἓν βῆμα, δηλ. β, τὸ δὲ A διαγράφει περιφέρειαν μήκους $2\pi\mu$. Ἔχομεν λοιπόν:

$$X_F = 2\pi\mu, \quad X_f = \beta \qquad \text{ὅθεν:} \qquad \frac{F}{f} = \frac{\beta}{2\pi\mu}$$

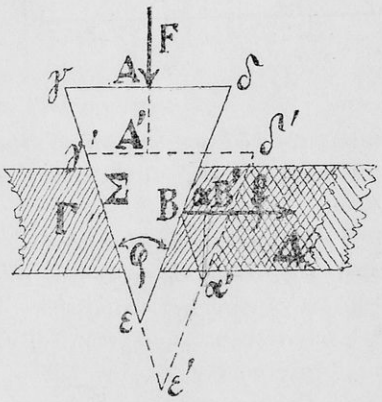
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν π. χ. εἶναι $\beta = 1$ cm. $\mu = 25$ cm. θὰ εἶναι:

$$\frac{F}{f} = \frac{1}{2\pi . 25} \sim \frac{1}{157}$$

§ 103. *Σφήν.* Ὀνομάζομεν σφῆνα σῶμα στερεὸν πρισματικὸν Σ (σχ. 86), τὸ ὁποῖον ἀπὸ τὴν ὥθησιν τῆς δυνάμεως F εἰσδύον διὰ τῆς ἀκμῆς του μεταξὺ δύο στερεῶν Γ, Δ ἀπομακρύνει αὐτὰ ἀπ' ἀλλήλων.

Θὰ εὕρωμεν τὴν ἐξίσωσιν τοῦ σφηνὸς διὰ τὴν εἰς τὸ σχῆμα 86 παριστανομένην μερικὴν περίπτωσιν. Ἔστω ὁ σφὴν Σ τομῆς ἰσοσκελοῦς τριγώνου γ δ ε, τοῦ ὁποίου ἡ εἰσδύουσα ἀκμὴ ἔχει γωνίαν φ. Δύναμις ὁλικὴ F ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς ἕδρας γ δ καθέτως πρὸς αὐτὴν καὶ ἀναγκάζει τὸν σφῆνα νὰ κινηθῇ καὶ νὰ ἀπομακρύνῃ ἀπ' ἀλλήλων τὰ στερεὰ Γ καὶ Δ, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ μὲν Γ εἶναι ἀκλόνητον, τὸ δὲ Δ ἠμπορεῖ νὰ κινηθῇ μόνον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους, δηλ. παραλλήλως πρὸς τὴν γ δ.



Σχ. 86.

Ἐὰν ὁ σφὴν ἀπὸ τὴν θέσιν γ δ ε ἔλθῃ εἰς τὴν θέσιν γ' δ' ε', τὸ Δ κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως f κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους, οὕτως ὥστε τὸ σημεῖον B νὰ ἔλθῃ εἰς τὴν θέσιν B'. Ἡ μετακίνησις λοιπὸν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς B τῆς δυνάμεως f εἶναι BB' ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν μετακίνησιν AA' τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F.

Φέρομεν ἤδη τὴν B α' παράλληλον πρὸς τὴν γ ε καὶ τὴν α α' κάθετον ἐπὶ τὴν BB'. Εὐκόλως βλέπομεν ὅτι α α' = AA'. Ἐπειδὴ δὲ τὸ τρίγωνον BB' α' εἶναι ἰσοσκελὲς καὶ ἡ α α' διχοτομεῖ τὴν γωνίαν τῆς κορυφῆς B α' B' = φ ἔχομεν:

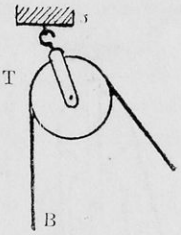
$$BB' = 2\,\alpha\alpha' \varepsilon\varphi \frac{\varphi}{2} = 2\,AA' \varepsilon\varphi \frac{\varphi}{2}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου:

$$A A'.F = 2 A A' \varepsilon\varphi \frac{\varphi}{2}.f, \quad \text{ἤτοι:} \quad F = 2\varepsilon\varphi \frac{\varphi}{2}.f$$

Ἡ δύναμις f εἶναι ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλητέρα τῆς εἰς τὸν σφῆνα ἐπιφερομένης δυνάμεως F, ὅσον τὸ φ εἶναι μικρότερον, ἤτοι ὅσον ὁ σφὴν εἶναι ὀξύτερος.



Σχ. 87.

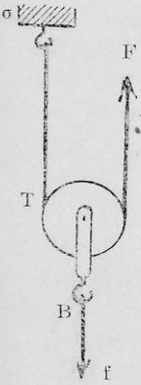
Ἂν τὸ φ εἶναι πολὺ μικρόν, ἔχομεν κατὰ προσέγγισιν:

$$\varepsilon\varphi \frac{\varphi}{2} = \frac{\varphi}{2} \quad \text{καὶ} \quad F = \varphi.f.$$

Ἔστω π. χ. $\varphi = 5^0$. Τὰς 5^0 πρέπει νὰ ἐκφράσωμεν εἰς ἀπολύτους μονάδας, δηλ. διὰ τοῦ λόγου τοῦ τόξου τῶν 5^0 πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ κύκλου. Εἶναι λοιπόν:

$$\varphi = 5^0 = \frac{5}{360}.2\pi = 5 \times 0{,}017453 = 0{,}087$$

$$F = 0{,}087\ f \quad \text{ἢ} \quad f = 12{,}2\ F$$



Σχ. 88.

Ἀνάλογος κατασκευὴ εἶναι εὔκολον νὰ γίνῃ δι' οἱονδήποτε σχῆμα τοῦ σφηνὸς καὶ οἱανδήποτε δυνατὴν κίνησιν τῶν στερεῶν Γ καὶ Δ.

§ 107. *Τροχαλία.* Ὀνομάζομεν τροχαλίαν δίσκον κυκλικὸν στρεπτὸν περὶ τὸν ἄξονά του καὶ φέροντα εἰς τὴν περιφέρειαν ἐνσκαφὴν, διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται σχοινίον ἢ ἅλυσος.

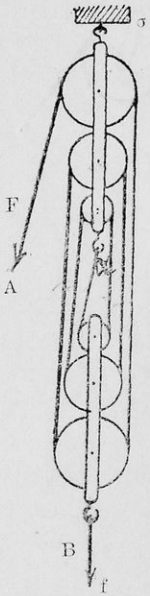
α΄) *Ἀκίνητος τροχαλία* (σχ. 87). Ὁ ἄξων στηρίζεται καταλλήλως εἰς σταθερὸν στήριγμα, αἱ δὲ δυνάμεις ἐφαρμόζονται εἰς τὰ ἄκρα Α καὶ Β τοῦ σχοινίου. Ἐπειδὴ ἡ μετακίνησις τοῦ Α εἶναι ἴση πρὸς τὴν μετακίνησιν τοῦ Β, ἕπεται ὅτι καὶ αἱ δυνάμεις εἶναι ἴσαι.

β΄) *Τροχαλία κινητὴ* (σχ. 88). Ἡ τροχαλία διὰ τῆς ἐνσκαφῆς της στηρίζεται ἐπὶ σχοινίου, τοῦ ὁποίου τὸ μὲν ἓν ἄκρον εἶναι ἀκλονήτως στερεωμένον εἰς τὸ σ, τὸ δὲ ἄλλο τείνεται ὑπὸ τῆς δυνάμεως F. Ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς τροχαλίας ἐνεργεῖ ἡ δύναμις f. Ἂν τὰ δύο τμήματα τοῦ σχοινίου, σΑ εἶναι παράλληλα, ἡ μετακί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νησις τοῦ Α εἶναι διπλασία τῆς ἀντιστοίχου μετακινήσεως τοῦ Β καὶ ἑπομένως διὰ νὰ ἔχωμεν ἰσορροπίαν πρέπει νὰ εἶναι: $f = 2F$.

γ') ***Πολύσπαστον.*** Τὰς τροχαλίας, κινητὰς καὶ ἀκινήτους ἠμποροῦμεν νὰ συνδυάσωμεν κατὰ πλείστους τρόπους, τὰ δὲ οὕτω ἀποτελούμενα μηχανικὰ συστήματα ὀνομάζονται πολύσπαστα. Ἡ ἁπλουστάτη καὶ συνηθεστάτη μορφὴ τοῦ πολυσπάστου ἀποτελεῖται ἀπὸ ἰσαρίθμους σταθερὰς καὶ κινητὰς τροχαλίας, τῶν ὁποίων οἱ ἄξονες, τῶν κινητῶν ἀφ' ἑνὸς καὶ τῶν σταθερῶν ἀφ' ἑτέρου, εἶναι στερεωμένοι ἐπὶ κοινῶν στηριγμάτων (σχ. 89). Τὸ ἀκίνητον σύστημα διὰ καταλλήλου ἀγκίστρου ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ἀκλονήτου στηρίγματος σ, σχοινίον δέ, ἀρχόμενον ἀπὸ τοῦ ἀγγίστρου α, διατρέχει ἐναλλὰξ ὅλας τὰς τροχαλίας. Εἰς τὸ ἄκρον Α τοῦ σχοινίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις F, εἰς δὲ τὸ ἄγκιστρον Β τοῦ κινητοῦ συστήματος ἡ δύναμις f. Παρατηροῦμεν ἤδη, ὅτι ἂν εἶναι ν ὁ ὁλικὸς ἀριθμὸς τῶν τροχαλιῶν, κινητῶν καὶ ἀκινήτων, τὰ δύο συστήματα συνδέονται πρὸς ἄλληλα διὰ ν σχοινίων, ὥστε διὰ νὰ κινηθῇ τὸ Β πρὸς τὰ κάτω κατὰ τὸ διάστημα X_f πρέπει τὰ ν σχοινία νὰ ἐπιμηκυνθοῦν κατὰ τὸ αὐτὸ μῆκος X_f καὶ ἑπομένως τὸ ἄκρον Α τοῦ σχοινίου θὰ κινηθῇ κατὰ διάστημα $\nu . X_f$.



Σχ. 89.

Εἶναι λοιπόν: $X_F = \nu X_f$ ὅθεν $f = \nu F$

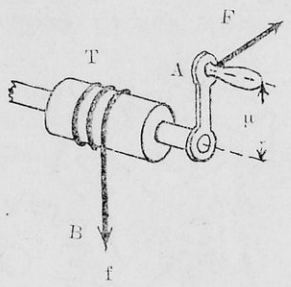
§ 108. ***Βαροῦλκον.*** Τὸ βαροῦλκον (σχ. 90) εἶναι τύμπανον Τ στρεφόμενον διὰ τῆς λαβῆς Α περὶ τὸν ἄξονά του, στηριζόμενον καταλλήλως. Περὶ τὸ τύμπανον περιτυλίσσεται σχοινίον, εἰς τὸ ἄκρον Β τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις f, πρὸς αὐτὴν δὲ ἀνταγωνίζεται ἡ δύναμις F ἐνεργοῦσα εἰς τὸ ἄκρον τῆς λαβῆς Α καὶ κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς περιφερείας, τὴν ὁποίαν αὐτὴ διαγράφει. Ἂν ὀνομάσωμεν μ τὸν μοχλοβραχίονα τῆς δυνάμεως F καὶ Τ τὴν ἀκτῖνα τοῦ τυμπάνου, ἔχομεν διὰ μίαν ὁλόκληρον περιστροφὴν

$$X_F = 2\pi\mu, \quad X_f = 2\pi T, \quad \text{ὅθεν} \quad F : f = T : \mu$$

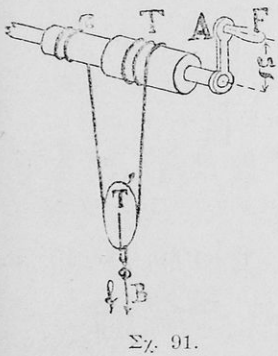
Σημ. Ἡ ἐξίσωσις τοῦ βαρούλκου εὑρίσκεται ἐπίσης ἁπλούστατα ἐκ τῆς ἰσότητος τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων πρὸς τὸν ἄξονα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 109. ***Διαφορικὸν βαροῦλκον.*** Τὸ διαφορικὸν βαροῦλκον διαφέρει τοῦ ἁπλοῦ καθ' ὅτι ἔχει δύο τύμπανα διαφόρου ἀκτῖνος, ἔχοντα κοινὸν ἄξονα (σχ. 91). Τὸ σχοινίον ἀπὸ τοῦ ἑνὸς τυμπάνου T ἔρχεται εἰς τὴν κινητὴν τροχαλίαν T′ καὶ ἐκεῖθεν εἰς τὸ ἕτερον τύμπανον τ, ὅπου περιτυλίσσεται κατ' ἀντίθετον φορὰν πρὸς τὸ T οὕτως, ὥστε ὅταν τυλίσσεται εἰς τὸ ἓν τύμπανον ἐκτυλίσσεται ἀπὸ τὸ ἄλλο. Ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ εἰς τὸ ἄκρον τῆς λαβῆς A, ἀκριβῶς ὅπως εἰς τὸ ἁπλοῦν βαροῦλκον, ἡ δὲ f εἰς τὸν ἄξονα τῆς κινητῆς τροχαλίας. Ἂν ὀνομάσωμεν μ τὸν μοχλοβραχίονα τῆς δυνάμεως F, T καὶ τ τὰς ἀκτῖνας τῶν δύο τυμπάνων καὶ θεωρήσωμεν μίαν ὁλόκληρον περιστροφὴν τοῦ ἄξονος, τὸ μὲν σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F θὰ μετακινηθῇ κατὰ $X_F = 2\pi\mu$, τὸ δὲ σχοινίον θὰ περιτυλιχθῇ εἰς τὸ τύμπανον T κατὰ ἕνα γῦρον ἤτοι θὰ βραχυνθῇ κατὰ $2\pi T$, θὰ ἐκτυλιχθῇ δὲ ἀπὸ τὸ τύμπανον τ κατὰ ἕνα γῦρον, ἤτοι κατὰ $2\pi\tau$, ἑπομένως θὰ βραχυνθῇ ἐν ὅλῳ κατὰ $2\pi(T-\tau)$, καὶ τὸ B θὰ ἀνέλθῃ κατὰ τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους τούτου ἤτοι θὰ εἶναι:



Σχ. 90.



Σχ. 91.

$X_f = \pi(T-\tau)$, ὅθεν $f : F = 2\mu : (T-\tau)$.

Λαμβάνοντες τὴν διαφορὰν τῶν ἀκτίνων τῶν τυμπάνων πολὺ μικρὰν ἠμποροῦμεν νὰ καταστήσωμεν τὸν λόγον $f : F$ ὅσον θέλομεν μέγαν.

Ἂν π. χ. εἶναι:

$\mu = 25$ cm $\quad T = 20$ cm $\quad \tau = 19$ cm

θὰ εἶναι:

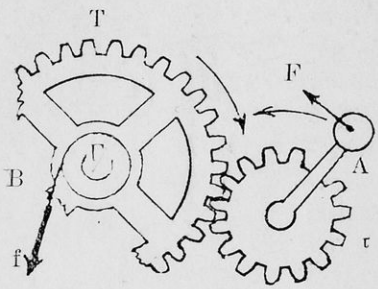
$$f : F = 2 \times 25 : (20 - 19) = 50.$$

§ 110. ***Σύνθετον βαροῦλκον.*** Τὸ σύνθετον βαροῦλκον εἶναι συνδυασμὸς τοῦ ἁπλοῦ βαρούλκου μὲ ἄλλας ἁπλᾶς μηχανάς.

Οὕτω π. χ. τὸ σχῆμα 92 παριστᾷ μίαν μορφὴν συνθέτου βα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρούλκον. Ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ διὰ μοχλοβραχίονος μήκους A (πάντοτε καθέτως ἐπὶ τὴν λαβὴν) ἐπὶ τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ τ φέροντος τ ὀδόντας. Οἱ ὀδόντες τοῦ τ ἐμπλέκονται εἰς τοὺς ὀδόντας, Τ ἐν ὅλῳ τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ Τ, οὗτος δὲ διὰ κοινοῦ ἄξονος συνδέεται πρὸς τὸ τύμπανον Γ, τοῦ ὁποίου τὴν ἀκτῖνα ὀνομάζομεν Γ. Περὶ τὸ τύμπανον τοῦτο τυλίσσεται σχοινίον Β, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις f.



Σχ. 92.

Ἐὰν ὁ τροχὸς τ ἐκτελέσῃ μίαν ὁλόκληρον περιστροφήν, τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F μετατίθεται κατὰ $2\pi A$. Ὁ τροχὸς Τ ἐκτελεῖ μέρος περιστροφῆς $\frac{\tau}{T}$ (διότι παρασύρεται κατὰ τ ὀδόντας ἐνῶ εἰς μίαν ὁλόκληρον στροφὴν του ἀντιστοίχων Τ ὀδόντες) καὶ τὸ σχοινίον προχωρεῖ κατὰ $2\pi\,\Gamma.\,\frac{\tau}{T}$

Εἶναι λοιπόν:

$$X_F = 2\pi A \qquad X_f = 2\pi\,\Gamma\,\frac{\tau}{T}$$

καὶ ἐν περιπτώσει ἰσορροπίας:

$$F : f = X_f : X_F = \frac{\Gamma\,\tau}{A\,T}$$

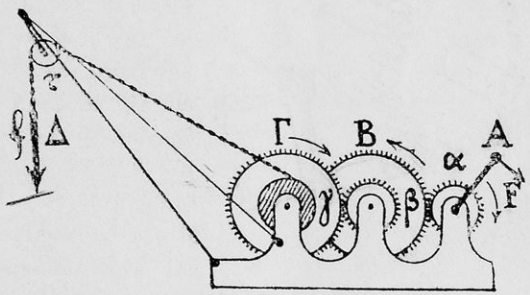
Ἂν π. χ. εἶναι: $A = 50$ cm $\tau = 20$ $T = 100$ $\Gamma = 10$ cm θὰ εἶναι:

$$\frac{F}{f} = \frac{10 \times 20}{50 \times 100} = \frac{1}{25}$$

Τὸ σχῆμα 93 παριστᾷ συνθετωτέραν μορφὴν βαρούλκου. Ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ διὰ μοχλοβραχίονος μήκους A (πάντοτε καθέτως ἐπὶ τὴν λαβὴν) ἐπὶ τοῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ α φέροντος α ὀδόντας. Οἱ ὀδόντες τοῦ α ἐμπλέκονται εἰς τοὺς ὀδόντας, Β ἐν ὅλῳ, τοῦ τροχοῦ Β, ὁ δὲ τροχὸς Β συνδέεται διὰ κοινοῦ ἄξονος μὲ τὸν τροχὸν β φέροντα β ὀδόντας. Οἱ ὀδόντες τοῦ β ἐμπλέκονται εἰς τοὺς ὀδόντας τοῦ Γ τῶν ὁποίων ὁ ἀριθμὸς ἔστω Γ, ὁ δὲ τροχὸς Γ συν-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δέεται διὰ κοινοῦ ἄξονος μὲ τὸ τύμπανον γ τοῦ ὁποίου τὴν ἀκτῖνα ὀνομάζομὲν γ. Περὶ τὸ τύμπανον τοῦτο τυλίσσεται σχοινίον, εἰς τὸ ἄκρον Δ τοῦ ὁποίου, ἀπ' εὐθείας ἢ καὶ μεσολαβούσης τῆς σταθερᾶς τροχαλίας τ, ἐνεργεῖ ἡ δύναμις f ἰσορροποῦσα τὴν F. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸν λόγον τῶν δυνάμεων F καὶ f ἀρκεῖ νὰ εὕρωμεν τὸν λόγον τῶν ἀντιστοίχων μετακινήσεων X_F καὶ X_f. Ἂν ἡ λαβὴ Α στραφῇ κατὰ μίαν ὁλόκληρον περιστροφήν, τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς F θὰ κινηθῇ κατὰ $X_F = 2\pi A$, ὁ τροχὸς α θὰ ἐκτελέσῃ ἐπίσης μίαν ὁλόκληρον περιστροφὴν καὶ θὰ κινήσῃ τὸν Β κατὰ α ὀδόντας, ἤτοι κατὰ κλάσματα $\frac{\alpha}{B}$ μιᾶς ὁλοκλήρου στροφῆς, καὶ ὁ τροχὸς β συνδεδε-



Σχ. 93.

μένος διὰ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος μὲ τὸν Β θὰ ἐκτελέσῃ τὴν αὐτὴν περιστροφὴν καὶ θὰ κινηθῇ κατὰ β. $\frac{\alpha}{B}$ ὀδόντας ἀναγκάζων καὶ τὸν τροχὸν Γ νὰ κινηθῇ ἐπίσης κατὰ $\beta\frac{\alpha}{B}$ ὀδόντας ἤτοι κατὰ κλάσμα $\frac{\beta . \alpha}{\Gamma . B}$ μιᾶς ὁλοκλήρου περιστροφῆς· τὴν αὐτὴν δὲ περιστροφὴν θὰ ἐκτελέσῃ καὶ τὸ τύμπανον γ, ἐπομένως θὰ τυλιχθῇ ἐπ' αὐτοῦ μῆκος σχοινίου $2\pi\gamma\frac{\beta\alpha}{\Gamma B}$.

Ἔχομεν λοιπόν:

$$X_F = 2\pi A \qquad X = 2\pi\gamma\frac{\beta\alpha}{\Gamma B}$$

ὅθεν: $$F : f = X_f : X_F = 2\pi\gamma\frac{\beta\alpha}{\Gamma B} : 2\pi A, \quad \frac{F}{f} = \frac{\alpha\beta\gamma}{AB\Gamma}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

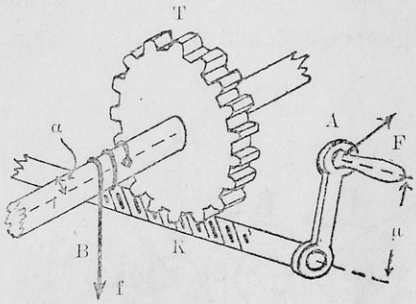
Ἂν π. χ. εἶναι:

$A = 50$ cm, $\alpha = 20$, $B = 100$, $\beta = 20$, $\Gamma = 100$, $\gamma = 10$ cm

θὰ εἶναι:

$$\frac{F}{f} = \frac{20 \cdot 20 \cdot 10}{50 \cdot 100 \cdot 100} = \frac{1}{125}$$

§ 111. *Ἀτέρμων κοχλίας.* Ὀνομάζεται ἀτέρμων κοχλίας σύστημα ἀποτελούμενον ἀπὸ κοχλίαν Κ, τοῦ ὁποίου αἱ σπεῖραι ἐμπλέκονται εἰς τοὺς ὀδόντας ὀδοντωτοῦ τροχοῦ Τ. Ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς ἀποτελεῖ οὕτω τὸ περικόχλιον τοῦ κοχλίου Κ, ἄνευ τέλους καὶ ἐπανερχόμενον εἰς ἑαυτό. Εἰς τὴν διάταξιν τὴν παριστωμένην ὑπὸ τοῦ σχήματος 94 ἔχομεν τὴν δύναμιν F ἐνεργοῦσαν (κατὰ τὴν ἐφαπτομένην) διὰ τῆς λαβῆς Α μὲ μοχλοβραχίονα μ ἐπὶ τοῦ κοχλίου Κ. Ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς ἔστω ὅτι ἔχει ν ὀδόντας ὁ δὲ ἄξων αὐτοῦ ἔχει ἀκτῖνα α καὶ περιτυλίσσεται περὶ αὐτὸν σχοινίον, εἰς τὸ ἄκρον Β τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις f ἰσορροποῦσα τὴν F. Εἰς ἑκάστην περιστροφὴν τοῦ κοχλίου ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς Τ στρέφεται κατὰ ἕνα ὀδόντα. Ἑπομένως διὰ νὰ στραφῇ ὁ Τ κατὰ μίαν ὁλόκληρον περιστροφὴν πρέπει ὁ κοχλίας Κ νὰ περιστραφῇ ν φοράς. Θὰ εἶναι λοιπόν:



Σχ. 94.

$$X_F = \nu \cdot 2\pi\mu \qquad X_f = 2\pi\alpha$$

ὅθεν: $$F : f = \alpha : \nu\mu$$

Ἂν λάβωμεν π. χ.

$$\nu = 100 \qquad \mu = 25 \text{ cm} \qquad \alpha = 5 \text{ cm}$$

θὰ εἶναι: $$F : f = 5 : 100 \times 25 = 1 : 500$$

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΗΣ

§ 112. Ἡ μέτρησις τῆς μάζης ἀνάγεται συνήθως εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ βάρους ἕνεκα τῆς ἀναλογίας τῆς μάζης πρὸς τὸ βάρος. Πρὸς τοῦτο ἢ μετροῦμεν τὸ βάρος διά τινος δυναμομέτρου,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅπως π. χ. τὰ εἰς τὴν σελ. 46 περιγραφέντα (ζυγὸς δι' ἑλατηρίου) ἤ, προκειμένου ἰδίᾳ περὶ ἀκριβῶν μετρήσεων, συγκρίνομεν τὸ βάρος τῆς μετρητέας μάζης πρὸς τὸ βάρος γνωστῶν μαζῶν δι' ὀργάνων τὰ ὁποῖα καλοῦνται *ζυγοί*.

§ 113. Ὁ *συνήθης ζυγὸς* (σχ. 95) ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν *φάλαγγα* Φ στηριζομένην ἐπὶ τοῦ στερεοῦ ὑποστηρίγματος Υ διὰ τῆς ἀκμῆς τοῦ πρίσματος A_2 (καθέτου ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σχήματος) περὶ τὴν ὁποίαν δύναται ἐλευθέρως νὰ στραφῇ καὶ φέρουσαν κατὰ τὰ δύο ἄκρα τὰ πρίσματα Α, A_1, τῶν ὁποίων αἱ ἀκμαί, παράλληλοι πρὸς τὴν τοῦ A_2, ἀπέχουν ἴσον ἀπ' αὐτῆς. Ἀπὸ τῶν ἀκμῶν τούτων ἐξαρτῶνται καταλλήλως αἱ πλάστιγγες Π, Π_1, δείκτης δὲ Δ, ἀποτελῶν ἓν σῶμα μετὰ τῆς φάλαγγος Φ, κινεῖται ἐνώπιον τῆς κλίμακος κ ἐπιτρέπων εἰς ἡμᾶς νὰ γνωρίζωμεν τὴν γωνίαν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ φάλαγξ ἐκτρέπεται ἐκ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας της. Μετακινοῦντες τὰ βάρη σ, σ κατορθώνομεν, ὥστε ὁ δείκτης νὰ εὑρίσκεται κατὰ τὴν ἰσορροπίαν εἰς τὸ μέσον τῆς κλίμακος κ, ἔστω δὲ Κ τὸ κέντρον τοῦ βάρους τῆς φάλαγγος μετὰ τῶν πλαστίγγων καὶ τῶν λοιπῶν μετ' αὐτῆς συνδεδεμένων μερῶν, τὸ δὲ ὅλον βάρος αὐτῶν Β.

Ἐὰν ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ εἶναι εὐσταθής, τὸ Κ εὑρίσκεται κάτωθεν τῆς ἀκμῆς A_2 καὶ ἐπὶ τοῦ δι' αὐτῆς διερχομένου κατακορύφου ἐπιπέδου (πρβλ. § 96 σελ. 96) (1)

Τὴν ἐξίσωσιν τοῦ ζυγοῦ θὰ εὕρωμεν ὑποθέτοντες ὅτι αἱ ἀκμαὶ Α, A_1, A_2 εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου.

Θέτομεν: $$AA_2 = A_2A_1 = \alpha$$

$$A_2K = \delta$$

καὶ ὑποθέτομεν ὅτι φορτίζομεν τὰς πλάστιγγας Π, Π_1 διὰ τῶν βαρῶν β καὶ β_1 $(\beta > \beta_1)$.

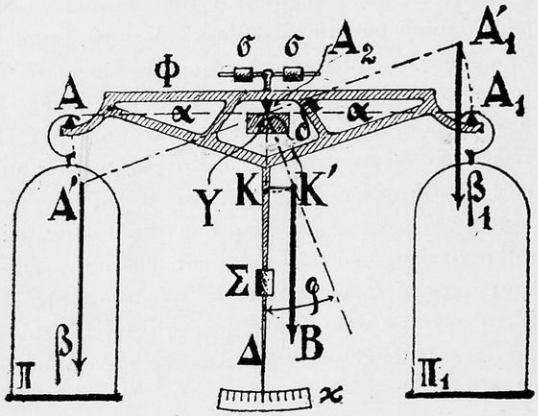
Ἕνεκα τοῦ τρόπου τῆς ἐξαρτήσεως τῶν πλαστίγγων, ἠμποροῦ-

(1) Ἐὰν ἡ φάλαγξ μετακινηθῇ, ἔστω εἰς τὴν θέσιν $A'A_1'$, αἱ πλάστιγγες θὰ λάβουν τοιαύτην θέσιν, ὥστε ἡ συνισταμένη τοῦ βάρους των νὰ διέρχεται πάλιν διὰ τῶν ἀκμῶν τῆς ἐξαρτήσεως, ἐπομένως ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν τὴν ὅλην μᾶζαν αὐτῶν ὡς συγκεντρωμένην εἰς τὸ Α καὶ A_1. Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι κατὰ τὴν μετακίνησιν τὸ Κ μένει σταθερὸν ὡς πρὸς τὴν φάλαγγα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μεν νὰ θεωροῦμεν τὰς δυνάμεις β, β_1 ὡς ἀπ' εὐθείας ἐφαρμοζομένας εἰς τὰς ἀκμὰς Α, A_1.—

Ἐπὶ τοῦ θεωρουμένου συστήματος, κινητοῦ περὶ τὸν ἄξονα A_2 ἐνεργοῦν αἱ κατακόρυφοι δυνάμεις β, β_1, Β, καὶ διὰ νὰ ἔχωμεν ἰσορροπίαν πρέπει τὸ ἄθροισμα τῶν δεξιοστρόφων ροπῶν νὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριστεροστρόφων. Ἂν λοιπὸν ἡ θέσις



Σχ. 95.

τῆς ἰσορροπίας εἶναι ἡ Α΄ A'_1 Κ΄, προκύπτουσα ἐκ τῆς ἀρχικῆς διὰ στροφῆς κατὰ γωνίαν φ, θὰ ἔχωμεν τὴν συνθήκην τῆς ἰσορροπίας :

$$\beta . \alpha \text{ συν } \varphi = \beta_1 \alpha \text{ συν } \varphi + B\delta \text{ ημ } \varphi$$

ἤτοι:

$$B\delta \text{ ημ } \varphi = (\beta - \beta_1)\alpha \text{ συν } \varphi$$

(1)

$$\text{εφ } \varphi = \frac{(\beta - \beta_1)\alpha}{B\delta}$$

§ 114. ***Ἀκρίβεια τοῦ ζυγοῦ.*** Ἐπειδὴ $\alpha \neq 0$ ἕπεται ὅτι διὰ νὰ εἶναι $\varphi = 0$, νὰ εὑρίσκεται δηλ. ὁ δείκτης εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας, εἰς τὸ μέσον τῆς κλίμακος κ, πρέπει νὰ εἶναι $\beta - \beta_1 = 0$ ἤτοι $\beta = \beta_1$, προϋποτιθεμένου ὅτι αἱ ἀποστάσεις $A A_2$ καὶ $A_1 A_2$ εἶναι ἴσαι.

Ἂν οἱ μοχλοβραχίονες τῶν πλαστίγγων δὲν εἶναι ἴσοι, ἀλλ' εἶναι

$$A A_2 = \alpha \qquad A_1 A_2 = \alpha_1$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡ συνθήκη ἰσορροπίας γίνεται:

$$\beta\,\alpha\,\text{συν}\,\varphi = \beta_1\,\alpha_1\,\text{συν}\,\varphi + B\delta\,\text{ημ}\,\varphi$$

καὶ διὰ $\varphi = 0$ (ὁ δείκτης εἰς τὸ μέσον τῆς κλίμακος)

$$\beta\,\alpha = \beta_1\,\alpha_1 \qquad \text{ἤτοι:} \qquad \beta : \beta_1 = \alpha_1 : \alpha.$$

Διὰ νὰ εἶναι ἀκριβὴς ὁ ζυγός, νὰ ἔρχεται δηλ. ὁ δείκτης εἰς τὸ μέσον τῆς κλίμακος ὅταν τὰ ἐπὶ τῶν πλαστίγγων βάρη εἶναι ἴσα πρὸς ἄλληλα, πρέπει καὶ ἀρκεῖ οἱ μοχλοβραχίονες τῶν πλαστίγγων νὰ εἶναι ἴσοι πρὸς ἀλλήλους, δηλ. αἱ ἀκμαὶ A, A_1 νὰ ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὴν A_2. Ἐννοεῖται ὅτι πρέπει προηγουμένως νὰ ρυθμισθῇ ὁ ζυγὸς οὕτως, ὥστε ἄνευ φορτίου νὰ ἰσορροπῇ μὲ τὸν δείκτην εἰς τὸ μέσον τῆς κλίμακος.

§ 115. ***Εὐπάθεια.*** Ὡς μέτρον τῆς εὐπαθείας ἢ εὐαισθησίας τοῦ ζυγοῦ θεωροῦμεν τὸν λόγον τῆς ἀποκλίσεως τοῦ δείκτου πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἐπὶ τῶν πλαστίγγων βαρῶν ἤτοι τὸν λόγον:

$$\frac{\varphi}{\beta - \beta_1} \quad \text{ἢ καὶ} \quad \frac{\varepsilon\varphi\,\varphi}{\beta - \beta_1}$$

ἀφοῦ ἡ γωνία φ εἶναι πολὺ μικρά.

Ὁ ζυγὸς εἶναι ἐπὶ τοσοῦτον μᾶλλον εὐαίσθητος, ὅσον μικροτέρα διαφορὰ βάρους $\beta - \beta_1$ χρειάζεται διὰ νὰ προκαλέσῃ ὡρισμένην ἀπόκλισιν φ, ἢ ὅσον μεγαλητέραν ἀπόκλισιν φ προκαλεῖ δεδομένη διαφορὰ βάρους $\beta - \beta_1$.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) § 113 λαμβάνομεν:

$$\frac{\varepsilon\varphi\,\varphi}{\beta - \beta_1} = \frac{\alpha}{B\delta} \tag{2}$$

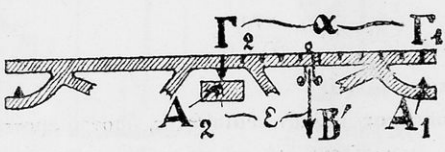
Ἡ εὐπάθεια τοῦ ζυγοῦ αὐξάνει ἂν αὐξηθῇ ὁ μοχλοβραχίων α, ἢ ἐλαττωθῇ τὸ βάρος B καὶ πλησιάσῃ τὸ κέντρον τοῦ βάρους K πρὸς τὴν ἀκμὴν A_2. Ἂν ὅμως αὐξήσωμεν ὑπερμέτρως τὸ α ἐλαττοῦται ἡ στερεότης καὶ ἀκαμψία τῆς φάλαγγος, αὐξάνει δὲ συγχρόνως ὁ χρόνος αἰωρήσεως, ἐπίσης δὲ αὔξησιν τοῦ χρόνου αἰωρήσεως ἐπιφέρει καὶ ἡ ἀνύψωσις τοῦ κέντρου βάρους K ἐπιτυγχανομένη π.χ. δι' ἀνυψώσεως τοῦ βάρους Σ (πρβλ. § 129). Ὅσον ὅμως ὁ χρόνος μιᾶς αἰωρήσεως εἶναι μακρότερος, τόσον περισσότερον διαρκεῖ ἡ ζύγισις καὶ ἡ διάρκειά της τέλος ὑπερβαίνει τὰ ἐπιθυμητὰ ὅρια δυσχεραίνουσα τὴν ἐργασίαν. Διὰ τοῦτο δίδουν οἱ κατασκευα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σται εἰς τὸ α καὶ δ μέσας τιμὰς καὶ προσπαθοῦν νὰ αὐξήσουν τὴν εὐπάθειαν τοῦ ζυγοῦ ἀφ' ἑνὸς μὲν κατασκευάζοντες τὰ μέρη αὐτοῦ ὅσον τὸ δυνατὸν ἐλαφρότερα, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἀποφεύγοντες ὅσον τὸ δυνατὸν τὰς τριβὰς δι' ἐπιμελοῦς ἐπεξεργασίας τῶν ἀκμῶν καὶ τῶν μερῶν, ἐπιπέδων συνήθως, πρὸς τὰ ὁποῖα αὗται ἔρχονται εἰς ἐπαφήν. Οἱ ζυγοὶ κατασκευάζονται ἐν γένει σήμερον μὲ πολὺ βραχυτέραν φάλαγγα ἢ πρό τινων ἐτῶν.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2) τέλος ἐξάγομεν, ὅτι ἡ εὐπάθεια εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φορτίσεως τῶν πλαστίγγων (ὅταν αἱ ἀκμαὶ $A A_1 A_2$ εὑρίσκονται ἐπὶ ἑνὸς ἐπιπέδου). Ἡ ἐκτροπὴ δηλ. φ ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν διαφορὰν τῶν βαρῶν $\beta - \beta_1$ καὶ ὄχι καὶ ἀπὸ τὴν τιμὴν ἑκάστου ἐξ αὐτῶν.

§ 116. *Σταθμά.* Ἡ ζύγισις γίνεται διὰ τῆς συγκρίσεως πρὸς γνωστὰς μάζας, *τὰ σταθμά*, τὰ ὁποῖα, κατεσκευασμένα ἀπὸ ὀρείχαλκον ἢ καὶ εὐγενέστερον ὑλικὸν (λευκόχρυσον) ἀποτελοῦν σειρὰν τοιαύτην, ὥστε νὰ δύναται νὰ ἀποτελεσθῇ οἱαδήποτε μᾶζα, ἐντὸς τῆς περιοχῆς τῆς σειρᾶς.



Σχ. 96.

Συνήθως τὰ σταθμὰ τοῦ δεκαδικοῦ συστήματος ἀποτελοῦν τὴν ἑξῆς σειρὰν εἰς γραμμάρια.

0,01 0,01 0,02 0,05 0,1 0,1 0,2 0,5 1 1 2 5
10 10 20 50 100 100 200 500 κτλ.

Διὰ τῶν σταθμῶν τούτων εἶναι δυνατὸν νὰ σχηματισθῇ οἱονδήποτε ἄθροισμα ἀπὸ 0,01 μέχρι 999,99 gr (ἂν ἡ σειρὰ φθάνῃ μέχρι τῶν 500). Διὰ κλάσματα τοῦ γραμμαρίου μικρότερα τοῦ 0,01 δὲν ἔχομεν ἴδια σταθμά, ἀλλὰ μεταχειριζόμεθα τὸν λεγόμενον ἱππέα. Τὸ ἄνω δηλ. μέρος τῆς φάλαγγος εἶναι κατειργασμένον ἐν σχήματι κανόνος (σχ. 96) καὶ φέρει ἀπὸ τοῦ σημείου Γ_2 μέχρι τοῦ Γ_1, κειμένων κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ζυγοῦ κατακορύφως ὑπεράνω τῶν ἀκμῶν A_2, A_1, ἑκατὸν διαιρέσεις. Ἂν ἐπὶ τοῦ κανόνος τούτου θέσωμεν ἱππέα βάρους Β′ (σύρμα ἐκ λευκοχρύσου καταλλήλως κεκαμμένον) εἰς ἀπόστασιν ε ἀπὸ τοῦ Γ_2, κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ζυγοῦ (δείκτης εἰς τὸ μέσον τῆς κλίμακος) ἡ ροπὴ τοῦ ἱππέως θὰ εἶναι:

$$B' \cdot \varepsilon = \frac{B' \cdot \varepsilon}{\alpha} \cdot \alpha$$

ἔνθα α ἡ ἀπόστασις $\Gamma_2\,\Gamma_1$. Ἤτοι τὸ βάρος B′ εἰς τὸ ε ἰσοδυναμεῖ πρὸς βάρος $B' \frac{\varepsilon}{\alpha}$ εἰς τὸ Γ_1 ἢ εἰς τὴν ἐκ τῆς ἀκμῆς A_1 ἐξηρτημένην πλάστιγγα. Ὁ λόγος ὅμως $\frac{\varepsilon}{\alpha}$ μᾶς δίδεται ἀπ' εὐθείας ὑπὸ τῶν διαιρέσεων τοῦ κανόνος $\Gamma_2\,\Gamma_1$.

Ἂν λάβωμεν λοιπὸν ἱππέα μάζης 0,01 gr καὶ θέσωμεν αὐτὸν εἰς τὴν ν διαίρεσιν, εἶναι τὸ αὐτὸ ὡς ἂν εἴχομεν εἰς τὴν πλάστιγγα μᾶζαν $0{,}01 \cdot \frac{\nu}{100} = \frac{\nu}{10\,000}$ gr.

Ἑκάστη διλ. διαίρεσις τῆς φάλαγγος ἀπὸ τοῦ Γ_2 πρὸς τὸ Γ_1 παρέχει μὲ τὸν ἱππέα τοῦ 0,01 gr ἓν δεκάκις χιλιοστὸν τοῦ γραμμαρίου.

§ 117. ***Ἐξέλεγξις τῆς ἀκριβείας τοῦ ζυγοῦ, ἀκριβὴς ζύγισις.*** Ἡ ἱκανὴ καὶ ἀναγκαία συνθήκη τῆς ἀκριβείας τοῦ ζυγοῦ εἶναι, καθὼς εἴδομεν, ἡ ἰσότης τῶν μοχλοβραχιόνων AA_2, $A_2\,A_1$. Πειραματικῶς ἐξελέγχομεν τὴν ἀκρίβειαν ὡς ἑξῆς: Θέτομεν βάρος τι β εἰς τὴν πλάστιγγα Π καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸ διὰ σταθμῶν β_1 τιθεμένων εἰς τὴν πλάστιγγα Π_1. Ἂν ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, θὰ εἶναι:

$$\beta = \beta_1$$

καὶ ἑπομένως καὶ ἂν ἀνταλλάξωμεν τὰ βάρη ἐπὶ τῶν πλαστίγγων, ἡ ἰσορροπία δὲν θὰ διαταραχθῇ.

Ἡ διατάραξις τῆς ἰσορροπίας θὰ σημαίνῃ ὅτι οἱ μοχλοβραχίονες δὲν εἶναι ἴσοι, διορθώνομεν δὲ τὸ σφάλμα τοῦτο τοῦ ζυγοῦ μετακινοῦντες τὰς ἀκμὰς A, A_1 διὰ καταλλήλων κοχλιῶν.

Ἐν τούτοις καὶ χωρὶς νὰ διορθώσωμεν τὸν ζυγόν, ἠμποροῦμεν νὰ ἐκτελέσωμεν ἀκριβῆ ζύγισιν, ἐντὸς ἐννοεῖται τῶν ὁρίων τῆς εὐπαθείας του, κατὰ τὰς ἑξῆς δύο μεθόδους.

α′) *Δι' ἀντικαταστάσεως.* Θέτομεν τὸ πρὸς ζύγισιν σῶμα εἰς τὴν πλάστιγγα Π_1 καὶ ἰσορροποῦμεν δι' οἱωνδήποτε βαρῶν ἐπὶ τῆς πλάστιγγος Π. Ἀφαιροῦμεν ἔπειτα τὸ σῶμα ἀπὸ τὴν πλάστιγγα καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θέτομεν σταθμὰ μέχρις ἐπαναφορᾶς τῆς ἰσορροπίας. Τὸ βάρος τῶν σταθμῶν εἶναι ἴσον πρὸς τὸ τοῦ σώματος.

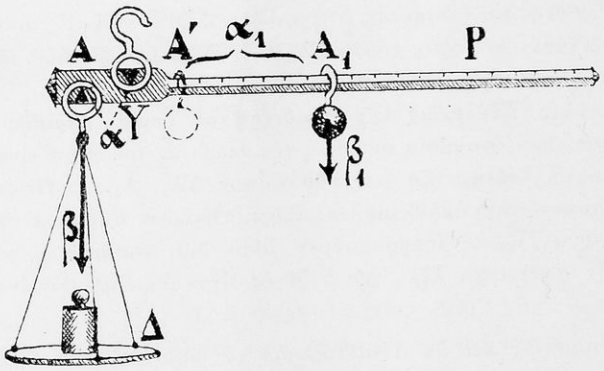
β΄) *Διὰ διπλῆς ζυγίσεως.* Ἔστω α ὁ μοχλοβραχίων τῆς πλάστιγγος Π καὶ α_1 ὁ τῆς Π_1, x δὲ τὸ βάρος τοῦ ζυγιζομένου σώματος· θέτομεν τὸ σῶμα εἰς τὴν πλάστιγγα Π καὶ ἰσορροποῦμεν διὰ σταθμῶν β ἐπὶ τῆς πλάστιγγος Π_1. Θέτομεν ἔπειτα τὸ σῶμα εἰς τὴν πλάστιγγα Π_1 καὶ τὰ σταθμὰ εἰς τὴν Π, ἔστω δὲ τώρα β΄ τὸ νέον βάρος τῶν σταθμῶν.

Κατὰ τὴν πρώτην ζύγισιν ἔχομεν: $x : \beta = \alpha_1 : \alpha$

κατὰ τὴν δευτέραν: $\beta' : x = \alpha_1 : \alpha$

ὅθεν: $\beta' : x = x : \beta, \quad x^2 = \beta\beta', \quad x = \sqrt{\beta\beta'}$

§ 118. ***Στατὴρ ἢ Ρωμαϊκὸς ζυγός.*** Ἡ φάλαγξ τοῦ στατῆρος (σχ. 97) στρεπτὴ περὶ τὴν ἀκμὴν Υ εἶναι ἀνισοσκελὴς καὶ πρὸς τὸ



Σχ. 97.

μὲν ἓν μέρος φέρει τὴν ἀκμὴν Α, ἐκ τῆς ὁποίας ἐξαρτᾶται ἡ πλάστιγξ Δ, τὸ δὲ ἄλλο μέρος, κατὰ πολὺ ἐπιμηκέστερον, ἀποτελεῖ ράβδον πρισματικὴν Ρ, ἐπὶ τῆς ὁποίας δύναται νὰ μετακινηθῇ τὸ βάρος β_1. Ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ ζυγὸς ἰσορροπεῖ, δηλ. ἡ ράβδος εἶναι ὁριζοντία, ὅταν ἡ πλάστιγξ Δ εἶναι κενὴ καὶ τὸ κινητὸν βάρος εὑρίσκεται εἰς τὸ Α΄. Ἂν ἤδη θέσωμεν εἰς τὴν πλάστιγγα βάρος β, διὰ νὰ ἐπανέλθῃ ἡ ἰσορροπία, πρέπει ἡ ροπὴ β.α τοῦ βάρους, ἔνθα α ἡ ἀπόστασις ΑΥ, νὰ ἀντισταθμισθῇ, πρέπει δηλ. νὰ μετακι-

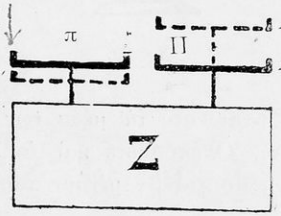
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νήσωμεν τὸ β_1 κατὰ ἀπόστασιν $\alpha_1 = A'A_1$ τοιαύτην, ὥστε ἡ αὔξησις τῆς ροπῆς αὐτοῦ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Υ νὰ ἀντισταθμίσῃ τὴν ροπὴν αβ νὰ εἶναι δηλ. $\alpha\beta = \alpha_1\beta_1$.

Αὕτη εἶναι ἡ συνθήκη τῆς ἰσορροπίας. Παρατηροῦμεν ὅτι ἐπειδὴ α καὶ β_1 εἶναι σταθερά, τὸ α_1 εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸ β, ἤτοι ἡ μετακίνησις τοῦ κινητοῦ βάρους β_1 εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ ἐπὶ τῆς πλάστιγγος βάρος β.

Ἡ διερεύνησις σχετικῶς πρὸς τὴν εὐπάθειαν θὰ γίνῃ ἐντελῶς ὁμοίως ὅπως καὶ διὰ τὸν συνήθη ζυγόν.

§ 119. ***Ζυγοὶ μὲ παραλλήλως μετακινουμένας πλάστιγγας.*** Προκειμένου περὶ ἀκριβῶν ζυγίσεων μεταχειριζόμεθα πάντοτε τὸν συνήθη ζυγόν. Ὁ στατὴρ ὡς εὐχρηστότερος καὶ εὐμετακόμιστος χρησιμεύει διὰ ζυγίσεις εἰς τὰς ὁποίας δὲν ἐπιδιώκεται μεγάλη ἀκρίβεια. Εἰς ἀμφοτέρους ὅμως τούτους τοὺς ζυγοὺς αἱ ἐκ τοῦ εἴδους τῆς ἐξαρτήσεως τῶν πλαστίγγων ἀναπόφευκτοι ταλαντεύσεις δυσχεραίνουν τὴν ζύγισιν καὶ ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας καθιστοῦν αὐτοὺς ἐντελῶς ἀκαταλλήλους. Ζητοῦμεν λοιπὸν νὰ ἀποφύγωμεν τὰς αἰωρήσεις τῶν πλαστίγγων, ἐξαρτῶντες αὐτὰς καταλλήλως, ἀλλὰ πρέπει ἡ ἐξάρτησις νὰ εἶναι τοιαύτη, ὥστε ἡ θέσις τοῦ ζυγιζομένου σώματος καὶ τῶν σταθμῶν ἐπὶ τῶν πλαστίγγων νὰ μὴ ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῆς ἰσορροπίας τοῦ ζυγοῦ. Τὴν γενικὴν λύσιν τοῦ προβλήματος τούτου εὑρίσκομεν εὐκολώτατα στηριζόμενοι εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου.



Σχ. 98.

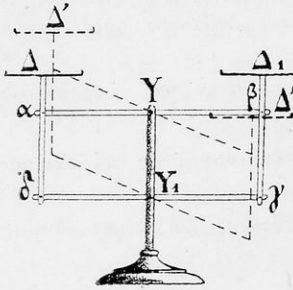
Ἔστω ὁ ζυγὸς Ζ φέρων τὰς πλάστιγγας π καὶ Π συνδεομένας πρὸς ἀλλήλας δι' οἱουδήποτε μηχανισμοῦ (σχ. 98).

Ἐὰν εἰς τὸ σημεῖον α τῆς πλάστιγγος π ἐπιδρᾷ ἡ κατακόρυφος δύναμις f, εἰς δὲ τὸ σημεῖον Α τῆς πλάστιγγος Π ἡ κατακόρυφος δύναμις F καὶ εἰς τὴν κατακόρυφον μετακίνησιν $\alpha\alpha'$ τοῦ α ἀντιστοιχεῖ ἡ κατακόρυφος μετακίνησις AA' τοῦ Α, θὰ ἔχωμεν κατὰ τὴν γενικὴν ἐξίσωσιν τῶν ἁπλῶν μηχανῶν τὴν συνθήκην τῆς ἰσορροπίας:

$$f.\alpha\alpha' = F.AA'$$

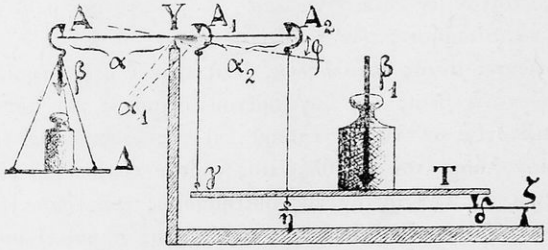
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης φαίνεται ἀμέσως ὅτι διὰ νὰ ἠμποροῦμεν νὰ μετατοπίσωμεν τὰς δυνάμεις f, F ἐπὶ τῶν πλαστίγγων ἄνευ διαταράξεως τῆς ἰσορροπίας, πρέπει καὶ ἀρκεῖ ὅλα τὰ σημεῖα τῆς π νὰ μετακινοῦνται κατὰ τὸ αὐτὸ διάστημα αα΄, ἐπίσης δὲ ὅλα τὰ σημεῖα τῆς Π νὰ μετακινοῦνται κατὰ τὸ διάστημα ΑΑ΄, ἤτοι *πρέπει καὶ ἀρκεῖ νὰ κινοῦνται αἱ πλάστιγγες παραλλήλως πρὸς ἑαυτάς.*



Σχ. 99.

§ 120. ***Ζυγὸς τοῦ Roberval.*** Ἡ παράλληλος μετατόπισις τῶν πλαστίγγων ἐπιτυγχάνεται κατὰ ποικίλους τρόπους. Οὕτω εἰς τὸν ζυγὸν τοῦ *Roberval* (σχ. 99) ἔχομεν τὸ ἀρθρωτὸν παραλληλόγραμμον αβγδ, τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ αβ καὶ γδ στηρίζονται κατὰ τὰ μέσα των δι' ἀκμῶν ἐπὶ κατακορύφου στελέχους ΥΥ₁. Ὁπωσδήποτε καὶ ἂν κινηθῇ τὸ παραλληλόγραμμον, τὰ στελέχη αδ καὶ βγ μένουν παράλληλα καὶ κατακόρυφα, ἄρα καὶ οἱ ἐπ'



Σχ. 100.

αὐτῶν στηριζόμενοι δίσκοι Δ, Δ₁ κινοῦνται παραλλήλως πρὸς ἑαυτούς. Ἐπειδὴ δὲ αΥ = Υβ, ἕπεται ὅτι αἱ μετακινήσεις τῶν δίσκων εἶναι ἴσαι πρὸς ἀλλήλας, καὶ ἑπομένως *ἴσα βάρη* τιθέμενα ὁπωσδήποτε ἐπὶ τῶν δίσκων ἰσορροποῦν.

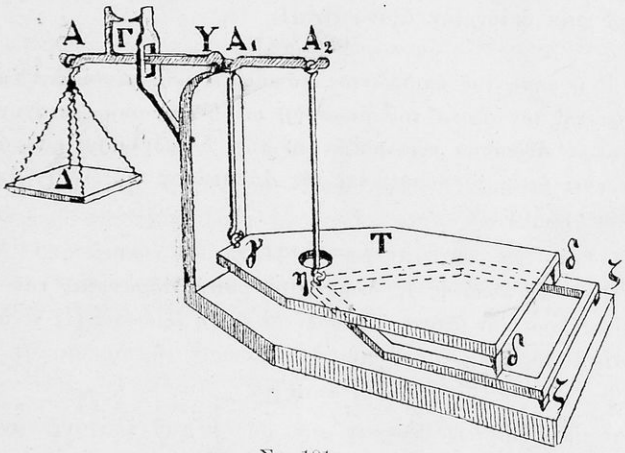
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 121. Εἰς τὸν *δεκαπλασιαστικὸν ζυγὸν* (σχ. 100, 101) ἡ παράλληλος μετακίνησις τῆς τραπέζης Τ ἐπιτυγχάνεται ὡς ἑξῆς:

Ἡ τράπεζα Τ ἀφ' ἑνὸς μὲν ἐξαρτᾶται διὰ τοῦ στελέχους $A_1\gamma$ ἀπὸ τῆς φάλαγγος, ἀφ' ἑτέρου δὲ στηρίζεται διὰ τῶν ἀκμῶν δδ ἐπὶ πλαισίου, τὸ ὁποῖον διὰ μὲν τῶν ἀκμῶν ζζ στηρίζεται ἐπὶ τῆς βάσεως τοῦ ζυγοῦ, ἐκ τοῦ ἄλλου δὲ ἄκρου η διὰ τοῦ στελέχους A_2 η διαπερῶντος τὴν τράπεζαν Τ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τῆς φάλαγγος. Ἡ φάλαγξ κινεῖται περὶ τὴν ἀκμὴν Υ, εἶναι δέ:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\delta\zeta}{\eta\zeta}$$

ἔνθα $\alpha_1 = \Upsilon A_1$ $\alpha_2 = \Upsilon A_2$, δζ δὲ καὶ ηζ εἶναι αἱ ὁριζόντιαι προβολαὶ τῶν ἀποστάσεων τῆς εὐθείας δδ καὶ τοῦ η ἀπὸ τῆς εὐθείας ζζ. Ἂν ἤδη στραφῇ ἡ φάλαγξ κατὰ τὴν μικρὰν γωνίαν φ (τόσον μικράν, ὥστε νὰ εἶναι $\varphi = \varepsilon\varphi\varphi$) τὰ σημεῖα A_1 καὶ γ θὰ μετακινηθοῦν κατὰ $\alpha_1 \times \varphi$, τὰ δὲ σημεῖα A_2 καὶ η κατὰ $\alpha_2 \times \varphi$. Ἐκ τούτου ἕπεται, ὅτι τὰ δδ θὰ μετακινηθοῦν κατὰ



Σχ. 101.

$$\alpha_2 \cdot \varphi \cdot \frac{\delta\zeta}{\eta\zeta} = \alpha_2 \varphi \frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \alpha_1 \varphi.$$

Τὰ τρία σημεῖα γ δδ μετακινοῦνται κατὰ τὸ αὐτὸ διάστημα $\alpha_1 \varphi$, ἤτοι ἡ τράπεζα Τ κινεῖται *παραλλήλως* πρὸς ἑαυτὴν καὶ ὁμοίως πρὸς τὸ σημεῖον A_1 τῆς φάλαγγος.

Ἐκ τῆς ἀκμῆς Α τῆς φάλαγγος εἰς ἀπόστασιν α ἀπὸ τοῦ Υ ἐξαρτῶμεν τὸν δίσκον Δ ἐπὶ τοῦ ὁποίου θέτομεν τὰ σταθμά. Ἂν καλέσωμεν β καὶ β_1 τὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ καὶ τῆς τραπέζης Τ βάρη, ἡ συνθήκη τῆς ἰσορροπίας θὰ εἶναι:

$$\alpha\beta = \alpha_1 \beta_1$$

καὶ ἂν εἶναι: $\alpha = 10\,\alpha_1$ θὰ ἔχωμεν: $\beta_1 = 10\,\beta$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ σταθμὰ ἰσορροποῦν δεκαπλάσιον βάρος ἐπὶ τῆς τραπέζης Τ.

Αἱ γλωσσίδες Γ χρησιμεύουν εἰς τὸ νὰ δεικνύουν τὴν θέσιν ἰσορροπίας τοῦ ζυγοῦ.

Ἐννοεῖται ὅτι ἀντὶ νὰ θέσωμεν σταθμὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ, ἠμποροῦμεν νὰ μετακινοῦμεν σταθερὸν βάρος ἐπὶ τῆς φάλαγγος ΥΑ ὅπως εἰς τὸν στατῆρα, ἢ καὶ νὰ συνδυάσωμεν τοὺς δύο τρόπους μεταχειριζόμενοι π. χ. σταθμὰ διὰ τὰ ὁλόκληρα χιλιόγραμμα καὶ κινητὸν βάρος διὰ τὰ κλάσματα τοῦ χιλιογράμμου.

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

§ 122. ***Κίνησις στερεοῦ περὶ ἄξονα.*** Ἡ ἐξίσωσις τῆς κινήσεως στερεοῦ περὶ ἀκλόνητον ἄξονα εἶναι:

(1) $$P = \omega' K$$

ὅπου P ἡ ροπὴ τοῦ ἐπιδρῶντος ζεύγους (εὑρισκομένου ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα τοῦ στερεοῦ), ω′ ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις καὶ K εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν m τῶν ὑλικῶν σημείων, ἀπὸ τὰ ὁποῖα συνίσταται τὸ σῶμα, ἐπὶ τὰς ἀποστάσεις αὐτῶν r ἀπὸ τοῦ τοῦ ἄξονος, ἤτοι:

$$K = \Sigma m r^2$$

§ 123. Ἡ ποσότης K ὀνομάζεται ***ροπὴ ἀδρανείας*** τοῦ συστήματος ὡς πρὸς τὸν ἄξονα, βλέπομεν δὲ ὅτι ἡ ἐξίσωσις (1) εἶναι ἐντελῶς ἀντίστοιχος πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς (§ 60)

$$F = m \gamma$$

ἂν ἀντὶ τῆς δυνάμεως θέσωμεν τὴν ροπὴν τοῦ ζεύγους, ἀντὶ τῆς γραμμικῆς ἐπιταχύνσεως τὴν γωνιακὴν ἐπιτάχυνσιν καὶ ἀντὶ τῆς μάζης τὴν ροπὴν ἀδρανείας.

Ἄμεσον πόρισμα τῆς ἀντιστοιχίας ταύτης εἶναι τὸ ἑξῆς:

Ζεῦγος σταθερᾶς ἐντάσεως ἐπιδρῶν ἐπὶ στερεοῦ στρεπτοῦ περὶ ἄξονα μεταδίδει εἰς αὐτὸ περιστροφικὴν κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, τῆς ὁποίας ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις ω′ ἰσοῦται μὲ τὸ πηλίκον τῆς ροπῆς τοῦ ζεύγους P διὰ τῆς ροπῆς ἀδρανείας τοῦ στερεοῦ K

$$\omega' = \frac{P}{K}$$

Ὅσον μεγαλητέρα εἶναι λοιπὸν ἡ ροπὴ ἀδρανείας, τόσον δυσκολώτερον μεταβάλλεται ἡ περιστροφικὴ ταχύτης τοῦ σώματος. Οὕτω

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

περιστρέφομεν ράβδον πολὺ εὐκόλως περὶ τὸν ἄξονά της, χρειαζόμεθα ὅμως ἰσχυρὸν ζεῦγος διὰ νὰ τὴν θέσωμεν εἰς περιστροφὴν περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸν γεωμετρικόν της ἄξονα.

Ἂν τὸ ζεῦγος P δὲν εὑρίσκεται ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς, ἀναλύομεν αὐτὸ εἰς δύο ἄλλα, P_1 καὶ P_2 τὸ μὲν P_1 ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς, τὸ δὲ P_2 ἐπὶ ἐπιπέδου παραλλήλου πρὸς αὐτόν.

Ἡ ροπὴ P_2 ἐξουδετεροῦται ἀπὸ τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἄξονος καὶ μόνη ἡ P_1 παράγει τὴν κίνησιν.

Ἔχομεν λοιπὸν τότε τὴν ἐξίσωσιν τῆς κινήσεως:

$$P_1 = \omega' K.$$

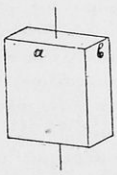
Ἐὰν ἐπὶ τοῦ σώματος δὲν ἐπιδρᾷ καμμία δύναμις, εἶναι $P = 0$ καὶ ἡ ἐξίσωσις (1) γίνεται:

$$\omega' K = 0$$

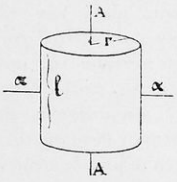
καὶ ἐπειδὴ εἶναι: $K \neq 0$ ἕπεται: $\omega' = 0$

Ἡ γωνιακὴ ἐπιτάχυνσις εἶναι μηδέν. Σῶμα στερεὸν στρεφόμενον περὶ σταθερὸν ἄξονα, ἐφόσον ἐπ' αὐτοῦ δὲν ἐπενεργεῖ ἐξωτερικὴ ροπή, ἐξακολουθεῖ νὰ στρέφεται μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα.

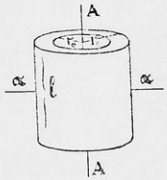
Διὰ τὰ ἁπλούστερα γεωμετρικὰ σώματα, ἂν ὀνομάσωμεν m τὴν ὅλην μᾶζαν, ἡ ροπὴ ἀδρανείας εἶναι ὡς ἑξῆς:



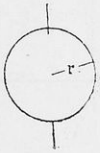
Σχ. 102.



Σχ. 103.



Σχ. 104.



Σχ. 105.

Ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον, τοῦ ὁποίου δύο κάθετοι πλευραὶ εἶναι α, β (σχ. 102) ὡς πρὸς τὸν πρὸς τὴν τρίτην πλευρὰν παράλληλον ἄξονα τὸν διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης:

$$K = \frac{1}{12} m (\alpha^2 + \beta^2)$$

Κύλινδρος (σχ. 103) ἀκτῖνος r καὶ ἄξονος ℓ. Ὡς πρὸς τὸν ἄξονα ΑΑ

$$K = \frac{1}{2} m r^2$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὡς πρὸς τὴν ἐπὶ τὸ μέσον τοῦ ἄξονος κάθετον αα

$$K = m\left(\frac{1}{12}l^2 + \frac{1}{4}r^2\right)$$

Κοῖλος κύλινδρος (δηλ. δακτύλιος ὀρθογωνίας τομῆς) (σχ. 104) ἐσωτερικῆς ἀκτῖνος r_0 καὶ ἐξωτερικῆς r_1 καὶ μήκους l. Ὡς πρὸς τὸν ἄξονα ΑΑ

$$K = \frac{1}{2}m\left(r_0^2 + r_1^2\right)$$

ὡς πρὸς τὴν ἐπὶ τὸ μέσον τοῦ ἄξονος κάθετον αα

$$K = m\left[\frac{1}{12}l^2 + \frac{1}{4}\left(r_0^2 + r_1^2\right)\right]$$

Σφαῖρα ἀκτῖνος r (σχ. 105) ὡς πρὸς τὴν διάμετρόν της:

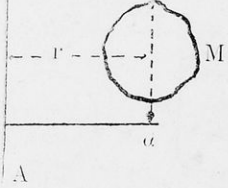
$$K = \frac{2}{5}m r^2$$

Τριαξονικὸν ἐλλειψοειδὲς μὲ ἡμιάξονας a, b, c ὡς πρὸς τὸν ἄξονα a

$$K = \frac{m}{5}\left(b^2 + c^2\right)$$

§ 124. Ἡ ροπὴ ἀδρανείας K στερεοῦ ὡς πρὸς ἄξονα οἱονδήποτε ἀποδεικνύεται ὅτι ἰσοῦται πρὸς τὴν ροπὴν ἀδρανείας K_0 ὡς πρὸς ἄξονα παράλληλον διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης καὶ τὸ γινόμενον τῆς ὅλης μάζης M ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως R τοῦ ἄξονος ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους. Εἶναι δηλαδὴ $K = K_0 + MR^2$

Ἡ σχέσις αὕτη ἰσχύει ὅταν τὸ σῶμα εἶναι στερεῶς συνδεδεμένον μὲ τὸν ἄξονα καὶ ἑπομένως ὁ ἄξων ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀποτελῶν μέρος τοῦ στερεοῦ σώματος. Ἄλλοι ὅμως νόμοι ἰσχύουν ὅταν τὸ θεωρούμενον στερεόν, ἐκτὸς τῆς περὶ τὸν ἄξονα κινήσεως, ἔχει καὶ ἄλλην δυνατὴν κίνησιν περὶ ἄλλον π. χ. ἄξονα. Ἰδιαζόντως ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ περίπτωσις κατὰ τὴν ὁποίαν σῶμα μάζης M (σχ. 106) εἶναι στρεπτὸν περὶ ἄξονα αα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης αὐτοῦ, ὁ δὲ ἄξων οὗτος στρέφεται περὶ ἄλλον σταθερὸν ἄξονα ΑΑ παράλληλον καὶ ἀπέχοντα ἀπόστασιν r (οἱ ἄξονες καὶ οἱ σύνδεσμοι θεωροῦνται ἄνευ μάζης).* Ἂν διὰ τοῦ ἄξονος ΑΑ μεταδώσωμεν εἰς τὸ σύστημα περιστροφικὴν κίνησιν, τὸ σῶμα M, ἐπειδὴ ἠμπορεῖ νὰ κινηθῇ ἐλευθέρως περὶ τὸν ἄξονα αα, κινεῖται οὕτως ὥστε νὰ μένῃ διαρκῶς παράλληλον πρὸς ἑαυτὸ καὶ ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ συστήματος εἶναι:



Σχ. 106.

$$K = Mr^2$$

§ 125. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ἕπεται ὅτι ἡ ροπὴ ἀδρανείας δι' ἄξονας παραλλήλους καὶ ἴσον ἀπέχοντας ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους εἶναι ἡ αὐτή, καὶ ἐξ ὅλων τῶν παραλλήλων ἀξόνων εἰς τὸν διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους διερχόμενον ἀντιστοιχεῖ ἡ μικροτέρα ροπὴ ἀδρανείας.

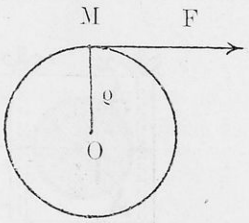
§ 126. ***Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ ζεύγους.*** Ἔστω ζεῦγος ροπῆς P καὶ σῶμα στρεπτὸν περὶ ἄξονα O κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ζεύγους. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ στοιχεῖον τοῦ ἔργου τὸ παραγόμενον ὅταν τὸ σῶμα στραφῇ ὑπὸ τοῦ ζεύγους κατὰ τὴν μικρὰν γωνίαν α, ἀντικαθιστῶμεν τὸ ζεῦγος διὰ τῆς δυνάμεως F (σχ. 107), παραλλήλου πρὸς τὸ ἐπίπεδον αὐτοῦ, ἐφαρμοσμένης εἰς τὸ σημεῖον M τοῦ σώματος, καθέτου ἐπὶ τὴν ἀκτῖνα $OM = \rho$ καὶ τοιαύτης ὥστε νὰ εἶναι:

$$F\rho = P$$

Τὸ M κινεῖται ἐπὶ περιφερείας κύκλου, καὶ ἂν τὸ σῶμα στραφῇ κατὰ γωνίαν α, τὸ M θὰ κινηθῇ κατὰ τὸ διάστημα $\rho.\alpha$, τοῦ ὁποίου τὴν διεύθυνσιν ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν ὡς συμπίπτουσαν μὲ τὴν τῆς ἐφαπτομένης ἢ καὶ τῆς δυνάμεως F. Τὸ στοιχειῶδες ἔργον w εἶναι λοιπόν:



Σχ. 107.

(1) $$w = \rho.\alpha.F = P.\alpha$$

καὶ ἂν ἡ ροπὴ τοῦ ζεύγους δὲν μεταβάλλεται ἐκ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος τὸ ἔργον τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς οἱανδήποτε στροφὴν κατὰ γωνίαν φ εἶναι:

(2) $$W = P\varphi.$$

Ἂν τὸ ζεῦγος δὲν κεῖται ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα τῆς περιστροφῆς, ἂν δηλ. δὲν συμπίπτῃ ὁ ἄξων τοῦ ζεύγους πρὸς τὸν ἄξονα τῆς περιστροφῆς, ἀναλύομεν τὸ ζεῦγος εἰς δύο ἄλλα, τὸ ἕν, ροπῆς ἔστω P_1, ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὸν ἄξονα τῆς περιστροφῆς, τὸ δὲ ἄλλο, ροπῆς P_2, ἐπὶ ἐπιπέδου παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

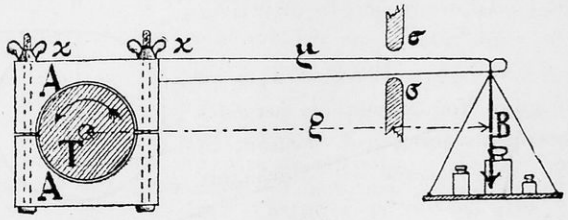
Ἐκ τῶν δύο τούτων ζευγῶν μόνον τὸ πρῶτον παράγει ἔργον καὶ εἶναι ἑπομένως:

(3) $$W = P_1\varphi.$$

§ 127. ***Μέτρησις τῆς ἀποδόσεως μηχανῆς διὰ τοῦ χαλινοῦ τοῦ Prony.*** Ἐφαρμογὴν τοῦ ἀνωτέρω θεωρήματος ἔχομεν εἰς τὸν χαλινὸν τοῦ Prony (σχ. 108) Ἀποτελεῖται οὗτος ἀπὸ δύο σανίδας A, A, αἱ ὁποῖαι συνδεόμεναι διὰ τῶν κοχλιῶν κ κ ἀφίνουν κυκλικὴν ὀπὴν ἐπενδυομένην συνήθως διὰ δέρματος ἢ ὑφάσματος καὶ περιβάλλουν τὸν τροχὸν T τῆς μηχανῆς, τῆς ὁποίας τὴν ἀπόδοσιν θέλομεν νὰ μετρήσωμεν, φέρει δὲ ἡ μία ἐκ τῶν σανίδων μοχλὸν μ εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποίου κρέμαται πλάστιγξ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ στηρίγματα σ σ χρησιμεύουν εἰς τὸ νὰ περιορίζουν τὴν κίνησιν τοῦ μοχλοῦ ἐντὸς στενῶν ὁρίων. Κανονίζομεν ἤδη τὴν πίεσιν τῶν κοχλιῶν, οὕτως ὥστε ὁ τροχὸς νὰ κινῆται μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα, ὅπως ὅταν ἡ μηχανὴ παρέχῃ τὸ σύνηθες αὐτῆς ἔργον, προσθέτομεν δὲ εἰς τὴν πλάστιγγα διάφορα βάρη, μέχρις ὅτου ὁ μοχλὸς παύσῃ νὰ παρασύρεται ἀπὸ τὴν περιστροφὴν τοῦ τροχοῦ οὕτως ὥστε νὰ ταλαντεύεται ἐλευθέρως μεταξὺ τῶν στηριγμάτων σ σ. Τότε ἡ ροπὴ τῶν ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ μ ἐνεργούντων βαρῶν ἰσορροπεῖ τὴν ροπὴν P τοῦ ζεύγους τῆς μηχανῆς, τὸ δὲ ὑπὸ τῆς μηχανῆς παρεχόμενον ἔργον καταναλίσκεται εἰς τὰς τριβὰς τοῦ χαλινοῦ μεταβαλ-



Σχ. 108.

λόμενον εἰς θερμότητα (πρβλ. § 72). Ἂν παραλείψωμεν τὸ βάρος τοῦ μοχλοῦ, καὶ ὀνομάσωμεν ρ τὸν μοχλοβραχίονα τῆς πλάστιγγος καὶ τῶν σταθμῶν, τῶν ὁποίων ὅλων ὁμοῦ τὸ βάρος ἔστω B, θὰ εἶναι:

$$P = B\rho \tag{1}$$

καὶ τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὅταν ὁ τροχὸς στραφῇ κατὰ γωνίαν φ εἶναι:

$$W = B\rho\varphi.$$

Ἂν ἔχωμεν ν στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον θὰ εἶναι:

$$\varphi = 2\nu\pi$$

καὶ ἡ ἀπόδοσις, τὸ κατὰ τὴν μονάδα τοῦ χρόνου δηλ. παρεχόμενον ἔργον (πρβλ. § 71):

$$W = 2\nu\pi B\rho \tag{2}$$

Ἔστω π. χ. ταχύτης περιστροφῆς 300 στροφαὶ κατὰ λεπτόν,

$$\rho = 50 \text{ cm}, \qquad B = 5 \text{ kg}^*$$

Ἔχομεν:

$$\nu = \frac{300}{60} = 5 \text{ στροφαὶ κατὰ δευτερόλεπτον}, \quad \rho = 50$$

$$B = 5 \text{ kg}^* = 5000 \text{ gr}^* = 5000 \times 981 \text{ dyne}.$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅθεν:

$$W = 2\pi . 5 . 5000 . 981 . 50 = 771 \times 10^7 \text{ erg. sec}^{-1}$$
$$= 1{,}05 \text{ HP (ἵπποι)} = 0{,}771 \text{ kw.}$$

§ 128. ***Ἐνέργεια τῆς περιστροφικῆς κινήσεως.*** Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια κινουμένου σημείου μάζης m εἶναι ὡς γνωστὸν (§ 73)

$$W = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

Ἐπειδὴ δὲ εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν εἶναι $v = r\omega$, ὅπου r ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου ἀπὸ τοῦ ἄξονος καὶ ω ἡ γωνιακὴ ταχύτης, ἕπεται ὅτι ἡ ἐνέργεια εἶναι ἴση πρὸς

$$\frac{1}{2} m r^2 \omega^2$$

καὶ ἂν τὸ περιστρεφόμενον σύστημα ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰς μάζας m_1 m_2 κ. λ. εἰς ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος r_1, r_2 κ. λ. ἡ ὁλικὴ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εἶναι:

$$W = \frac{1}{2} \omega^2 \ (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots)$$

ἢ, ἂν παραστήσωμεν τὸ ἐντὸς παρενθέσεως ἄθροισμα διὰ K,

$$W = \frac{1}{2} K \omega^2 . \quad (2)$$

Βλέπομεν καὶ πάλιν ὅτι ὁ τύπος (2) ἀντιστοιχεῖ πρὸς τὸν (1) ἀρκεῖ ἡ ταχύτης νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ἡ δὲ μᾶζα διὰ τῆς ροπῆς ἀδρανείας.

Κατὰ τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἡ ποσότης $W = \frac{1}{2} \omega^2 K$ μένει σταθερὰ ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχει ἐξωτερικὴ πηγὴ ἔργου, ἐφ' ὅσον δηλ. δὲν ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξωτερικὸν ζεῦγος.

Ἂν ἤδη ἡ ροπὴ ἀδρανείας μεταβληθῇ, ἂν π. χ. μᾶζαι πλησιάσουν πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς ἢ ἀπομακρυνθοῦν ἀπ' αὐτοῦ, θὰ μεταβληθῇ ἀντιστοίχως ἡ περιστροφικὴ ταχύτης.

Παραλείποντες τὸ ἔργον τὸ καταναλισκόμενον διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς ροπῆς ἀδρανείας ἔχομεν κατὰ πρώτην προσέγγισιν τὴν σχέσιν:

$$\omega^2 K = \omega_1^2 K_1$$

$$\frac{\omega_1}{\omega} = \sqrt{\frac{K}{K_1}}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οὕτω ἂν εἰς ἄνθρωπον, ἱστάμενον ἐπὶ μικρᾶς τραπέζης στρεφομένης μὲ ἐλαχίστην τριβὴν περὶ κατακόρυφον ἄξονα καὶ φέροντα μὲ ἐκτεταμένας τὰς χεῖρας δύο βαρεῖς ἁλτῆρας, προσδώσωμεν περιστροφικὴν κίνησιν, ἐξακολουθεῖ οὗτος στρεφόμενος μὲ σταθερὰν κατὰ προσέγγισιν ταχύτητα. Ἂν ἤδη πλησιάσῃ οὗτος τοὺς ἁλτῆρας πρὸς τὸ στῆθος καὶ ἐλαττώσῃ οὕτω τὴν ροπὴν ἀδρανείας, ἡ περιστροφική του ταχύτης γίνεται μεγαλητέρα, ἐλαττώνεται δὲ πάλιν ὅταν ἐκτείνῃ τὰς χεῖρας καὶ αὐξήσῃ τὴν ροπὴν ἀδρανείας.

ΕΚΚΡΕΜΕΣ

§ 129. ***Φυσικὸν ἐκκρεμές.*** Ὀνομάζομεν ἐκκρεμὲς ἐν γένει σῶμα στερεὸν δυνάμενον νὰ στραφῇ περὶ ἄξονα ὁριζόντιον μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους αὐτοῦ.



Σχ. 109.

Τὸ ἐκκρεμὲς ἀπομακρυνόμενον ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται ὑπὸ τὸν ἄξονα καὶ ἐπὶ τοῦ δι' αὐτοῦ διερχομένου κατακορύφου ἐπιπέδου, τείνει νὰ ἐπανέλθῃ εἰς αὐτὴν ἀναγκαζόμενον ἀπὸ τὴν ροπὴν τοῦ βάρους αὐτοῦ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ ὁποία εἶναι (πρβλ. § 96).

(1) $$P = Mg\ r\ \eta\mu\ \varphi$$

ὅπου M ἡ μᾶζα τοῦ ἐκκρεμοῦς, g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος, r ἡ ἀπόστασις τοῦ K. B. ἀπὸ τοῦ ἄξονος καὶ φ ἡ γωνία τῆς ἀποκλίσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας (σχ. 109).

Ἀλλὰ τὸ ἐκκρεμὲς, ἐφ' ὅσον ἡ κατὰ τὸν ἄξονα τριβὴ δὲν εἶναι πολὺ μεγάλη, ὅταν φθάσῃ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας ἔχει κεκτημένην ταχύτητα, διότι ἡ ἐνέργεια θέσεως τὴν ὁποίαν περιεῖχεν ὅταν κατεῖχε τὴν εἰς τὸ σχ. 109 παριστανομένην θέσιν (κέντρον βάρους ὑψηλότερα παρὰ εἰς τὴν θέσιν τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας) μετεβλήθη ὁλόκληρος εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

Οὕτω τὸ ἐκκρεμὲς ἐξακολουθεῖ κινούμενον πέραν τῆς θέσεως τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας μὲ ἐλαττουμένην γωνιακὴν ταχύτητα, διότι ἡ ἐκ τοῦ βάρους ροπὴ ἀνθίσταται εἰς τὴν κίνησιν, ἡ δὲ κινητικὴ ἐνέρ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γεια μεταβάλλεται πάλιν βαθμιηδὸν εἰς ἐνέργειαν θέσεως διότι τὸ κέντρον βάρους ἀνυψώνεται.

Ὅταν ὅλη ἡ κινητικὴ ἐνέργεια μεταβληθῇ εἰς ἐνέργειαν θέσεως τὸ ἐκκρεμὲς ἠρεμεῖ ἐπὶ μίαν στιγμὴν καὶ ἀναγκαζόμενον ἀπὸ τὴν ροπὴν τοῦ βάρους κινεῖται πάλιν πρὸς τὰ ὀπίσω, καὶ αἱ περὶ τὴν μέσην θέσιν, τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας, αἰωρήσεις ἐξακολουθοῦν μέχρις ὅτου ὅλον τὸ ἀπόθεμα τῆς ἐνεργείας μεταβληθῇ, ἕνεκα τῶν τριβῶν κατὰ τὸν ἄξονα καὶ πρὸς τὸν περιβάλλοντα ἀέρα, εἰς θερμότητα.

Ἡ θεωρητικὴ ἔρευνα τῆς κινήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς δεικνύει, ὅτι ἐφ' ὅσον τὸ *πλάτος* τῶν αἰωρήσεων, ἡ γωνιακὴ δηλ. ἀπόστασις τῶν ἄκρων θέσεων τῆς εὐθείας Αμ, δὲν ὑπερβαίνει τὰς 2^0 ἢ 3^0, αἱ δὲ τριβαὶ εἶναι ἀνεπαίσθητοι, ἡ κίνησις εἶναι ἀμείωτος ἁπλῆ ἁρμονική, ἡ σχέσις δηλ. τῆς γωνίας φ πρὸς τὸν χρόνον t παριστάνεται ἀπὸ ἐξίσωσιν τῆς μορφῆς

$$\varphi = \alpha \ \text{συν} \frac{2\pi t}{T} \qquad \text{(πρβλ. ἐξ. 1 § 35)}$$

ἡ δὲ περίοδος Τ, ὁ χρόνος δηλ. μιᾶς ὁλοκλήρου (διπλῆς) αἰωρήσεως εἶναι:

$$(2) \qquad T = 2\pi \sqrt{\frac{K}{M\,gr}}$$

Θεμελιώδης προϋπόθεσις διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ τύπου (2) εἶναι ὅτι τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων εἶναι τόσον μικρόν, ὥστε νὰ ἠμπορῇ τὸ ἡμ φ νὰ ἀντικατασταθῇ διὰ τῆς γωνίας φ, νὰ θεωρηθῇ δηλ. ἡ ροπὴ τοῦ βάρους τοῦ ἐκκρεμοῦς ὡς ἀνάλογος πρὸς τὴν γωνίαν τῆς ἐκτροπῆς ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας.

Αἱ αἰωρήσεις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι λοιπὸν ἰσόχρονοι μόνον ἐφ' ὅσον τὸ πλάτος των εἶναι μικρόν, μὴ ὑπερβαῖνον τὰς 2 ἢ 3 μοίρας. Ὅταν τὸ πλάτος γίνῃ μεγαλήτερον, αὐξάνεται καὶ ὁ χρόνος τῆς αἰωρήσεως.

Ἐπίσης δὲν ἐλήφθησαν ὑπ' ὄψιν αἱ τριβαὶ τῆς ἐξαρτήσεως καὶ ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἕνεκα τῶν ὁποίων ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς γίνεται φθίνουσα ἁρμονικὴ ἀντὶ ἀμειώτου. Τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων ἐλαττοῦται, ἐφ' ὅσον δὲν προσφέρεται ἔξωθεν νέα ὤθησις, καὶ τέλος ἡ κίνησις παύει.

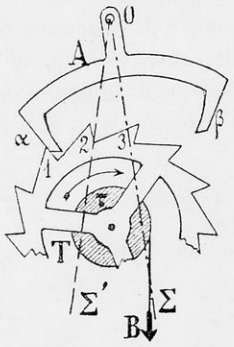
Ἂν αἱ τριβαὶ εἶναι πολὺ μεγάλαι, τὸ ἐκκρεμὲς ἐπανέρχεται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἁπλῶς εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας χωρὶς νὰ ὑπερβῇ αὐτήν. Ἡ κίνησις εἶναι *ἀπεριοδική*. Ὁλόκληρος ἡ ἐνέργεια θέσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς μεταβάλλεται διὰ τῆς τριβῆς κατὰ τὴν ἡμίσειαν ἁπλῆν αἰώρησιν εἰς θερμότητα.

Ἕνεκα τοῦ ἰσοχρόνου τῶν αἰωρήσεών του μεταχειριζόμεθα τὸ ἐκκρεμὲς ὡς ρυθμιστῆρα τῶν ὡρολογίων.

Πρὸς τοῦτο προσαρμόζεται π. χ. εἰς τὸ στέλεχος Σ τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐξάρτημα Α ὀνομαζόμενον ἐκ τοῦ σχήματός του ἄγκυρα (σχ. 110).



Σχ. 110.

Ὁ ὀδοντωτὸς τροχὸς Τ, φέρων ὀδόντας ἰδιαιτέρου σχήματος, τείνει νὰ περιστραφῇ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους ὑπὸ τῆν ἐπίδρασιν βάρους Β ἐξηρτημένου διὰ σχοινίου περιτυλισσομένου περὶ τὸ τύμπανον τ ἢ καὶ ὠθούμενος ὑπὸ ἐλατηρίου. Ὅταν τὸ στέλεχος τοῦ ἐκκρεμοῦς εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν ΟΣ, τὸ ἄκρον α τῆς ἀγκύρας προσκροῦον εἰς τὸν ὀδόντα 1 ἐμποδίζει τὴν κίνησιν τοῦ τροχοῦ. Ὅταν ὅμως ἕνεκα τῆς αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς ἔλθῃ τὸ στέλεχος εἰς τὴν θέσιν ΟΣ′, ἐλευθεροῦται ὁ ὀδοὺς 1 καὶ ὁ τροχὸς κινεῖται μέχρις ὅτου ὁ ὀδοὺς 3 προσκρούσῃ εἰς τὸ ἄκρον β τῆς ἀγκύρας, κατὰ δὲ τὴν ἀρχὴν τῆς κινήσεως ταύτης ὁ ὀδοὺς 1 ὀλισθαίνων ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, εἰς τὸ ὁποῖον ἀπολήγει τὸ ἄκρον α, μεταδίδει εἰς τὸ ἐκκρεμὲς ὤθησιν, διὰ τῆς ὁποίας διατηρεῖται ἀμείωτος ἡ κίνησις αὐτοῦ. Οὕτω εἰς ἑκάστην ἁπλῆν αἰώρησιν τοῦ ἐκκρεμοῦς προχωρεῖ ὁ τροχὸς Τ κατὰ ἕνα ὀδόντα, ἡ δὲ κίνησις αὐτοῦ μεταδίδεται διὰ καταλλήλου συστήματος ὀδοντωτῶν τροχῶν εἰς τοὺς δείκτας τοῦ ὡρολογίου.

Σημ. Ὁ χρόνος αἰωρήσεως Τ ἐξαρτᾶται κατὰ τὸν τύπον (2) ἀπὸ τὴν ροπὴν ἀδρανείας ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τῆς ἐξαρτήσεως, τὴν ὁλικὴν μᾶζαν τοῦ ἐκκρεμοῦς, τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος καὶ τὴν ἀπόστασιν τοῦ Κέντρου Βάρους ἀπὸ τοῦ ἄξονος. Ἐπειδὴ δὲ διὰ παραλλήλους ἄξονας καὶ ἴσον ἀπέχοντας ἀπὸ τοῦ Κ. Β. ἡ ροπὴ ἀδρανείας εἶναι ἡ αὐτή, (πρβλ. § 125) ἕπεται ὅτι καὶ *οἱ χρόνοι αἰωρήσεως τοῦ αὐτοῦ σώματος ἐξηρτημένου ἀπὸ διαφόρους ἄξονας παραλλήλους καὶ ἴσον ἀπέχοντας ἀπὸ τοῦ Κ. Β. εἶναι οἱ αὐτοί.*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 130. ***Μαθηματικὸν ἐκκρεμές.*** Ὁ τύπος (1) γίνεται ἰδιαζόντως ἁπλοῦς ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς εἶναι ἁπλοῦν ὑλικὸν σημεῖον μάζης M ἐξηρτημένον διὰ νήματος ἀβαροῦς (ἄνευ μάζης) μήκους l ἐκ σταθεροῦ ὑποστηρίγματος.

Τὸ τοιοῦτον ἐκκρεμὲς ὀνομάζεται *ἁπλοῦν* ἢ *μαθηματικὸν* ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ προηγούμενον *σύνθετον* ἢ *φυσικόν*.

Ἔχομεν τότε:

$$K = Ml^2, \qquad r = l, \qquad \text{ὅθεν}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \tag{3}$$

Ὁ χρόνος αἰωρήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ὕλης καὶ τῆς μάζης αὐτοῦ, ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τοῦ μήκους l καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος, ἀνεξάρτητος δὲ τοῦ πλάτους ἐφ' ὅσον τοῦτο εἶναι ἀρκετὰ μικρόν, ὥστε νὰ ἔχωμεν μὲ ἀρκετὴν προσέγγισιν:

$$\eta\mu\,\varphi = \varphi.$$

Ἐκ τοῦ τύπου (3) εὑρίσκομεν:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \tag{4}$$

Ἔχοντες λοιπὸν τὸν χρόνον T μιᾶς διπλῆς αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ τὸ μῆκος l εὑρίσκομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.

§ 131. ***Ἀντιστρεπτὸν ἐκκρεμές.*** Ἔστω ἤδη (σχ. 111) φυσικὸν ἐκκρεμὲς στρεφόμενον περὶ τὸν ἄξονα A καὶ μ τὸ κέντρον τοῦ βάρους αὐτοῦ.

Ἡ ροπὴ ἀδρανείας ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον εἶναι (πρβλ. § 124):

$$K = K_0 + M R^2 \tag{5}$$

καὶ ἑπομένως ὁ χρόνος μιᾶς ὁλοκλήρου (διπλῆς) αἰωρήσεως εἶναι:

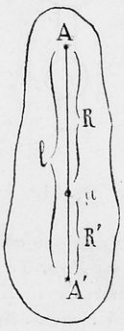
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K_0 + M R^2}{M g R}} \tag{6}$$

Ὁ χρόνος τῆς αἰωρήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

ἑπομένως τὸ μαθηματικὸν ἐκκρεμές, τὸ ἰσόχρονον πρὸς τὸ θεωρούμενον φυσικὸν ἐκκρεμές, πρέπει νὰ ἔχῃ μῆκος ὁριζόμενον ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως:

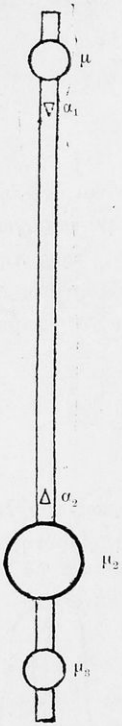
$$l = \frac{K_0 + M R^2}{M R} \tag{7}$$



Σχ. 111.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὴν ποσότητα ταύτην ὀνομάζομεν *μῆκος τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς*. Ἔστω ΑΑ′ τὸ μῆκος l. Τὰ σημεῖα τὰ εὑρισκόμενα ἐπὶ τῆς εὐθείας τῆς διὰ τοῦ Α′ διερχομένης καὶ παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα ἐκτελοῦν τὴν αὐτὴν κίνησιν τὴν ὁποίαν θὰ ἐξετέλουν καὶ ἂν ἦσαν ἁπλῶς ἐξηρτημένα ἀπὸ τοῦ ἄξονος δι' ἀβάρους νήματος ἰσομήκους πρὸς τὴν ἀπόστασίν των ἀπ' αὐτοῦ. Διὰ τοῦτο ἡ εὐθεῖα αὕτη, τὴν ὁποίαν διὰ τὴν συντομίαν ὀνομάζομεν εὐθεῖαν Α′, καλεῖται *ἄξων αἰωρήσεως* τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸν ἄξονα Α, τὸν ὁποῖον καλοῦμεν *ἄξονα ἐξαρτήσεως*.



Σχ. 112.

Ἂν ἤδη λάβωμεν τὸν ἄξονα Α′ ὡς ἄξονα ἐξαρτήσεως, ὁ χρόνος αἰωρήσεως θὰ εἶναι:

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{K_0+MR'^2}{MgR'}} \tag{8}$$

Εἶναι ὅμως:

$$R'=l-R=\frac{K_0+MR^2}{MR}-R=\frac{K_0}{MR}$$

καὶ ἂν θέσωμεν τὴν τιμὴν ταύτην εἰς τὸν τύπον (8) εὑρίσκομεν μετά τινας πράξεις:

$$T'=2\pi\sqrt{\frac{K_0+MR^2}{MgR}} \tag{9}$$

$$T'=T \tag{10}$$

Ὁ χρόνος αἰωρήσεως μένει ὁ αὐτὸς ἂν τὸν ἄξονα αἰωρήσεως κάμωμεν ἄξονα ἐξαρτήσεως, εἶναι δὲ ἴσος πρὸς τὸν χρόνον αἰωρήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς τοῦ ἔχοντος μῆκος ἴσον πρὸς τὴν ἀπόστασιν τῶν δύο ἀξόνων· ὁ πρόσθεν ἄξων ἐξαρτήσεως γίνεται τώρα ἄξων αἰωρήσεως.

Τὸ θεώρημα τοῦτο μᾶς ἐπιτρέπει νὰ εὕρωμεν τὸ μῆκος l τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς τοῦ ἰσοχρόνου πρὸς δοθὲν φυσικὸν ἐκκρεμές. Πρὸς τοῦτο τὸ ἐκκρεμὲς (τοῦ Kater, σχ. 112) φέρει δύο παραλλήλους ἄξονας α_1, α_2, ἀπὸ τῶν ὁποίων ἠμπορεῖ ἀλληλοδιαδόχως νὰ ἐξαρτηθῇ, εἶναι δὲ ἀσυμμέτρως κατεσκευασμένον ὡς πρὸς τοὺς δύο ἄξονας. Διὰ τῆς μετακινήσεως διαφόρων προσθέτων μαζῶν μ_1, μ_2, μ_3 κατορθώνομεν ὥστε αἱ αἰωρήσεις νὰ εἶναι ἰσόχρονοι κατὰ τὴν ἐξάρτησιν εἴτε ἐκ τοῦ ἄξονος α_1 εἴτε ἐκ τοῦ α_2. Εἴμεθα τότε βέβαιοι ὅτι οἱ ἄξονες α_1, α_2 εἶναι ἀντιστοίχως ἄξονες ἐξαρτήσεως καὶ αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ ἡ μεταξὺ αὐτῶν ἀπόστασις l (τὴν ὁποίαν μετροῦμεν διὰ καθετομέτρου) εἶναι τὸ μῆκος τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς τοῦ ἰσοχρόνου πρὸς τὸ θεωρούμενον. Ἐκ τοῦ χρόνου μιᾶς ὁλοκλήρου αἰωρήσεως T καὶ τοῦ μήκους l εὑρίσκομεν κατὰ τὸν τύπον (4) τὸ g.

Σημ. Τὸ ἐκκρεμὲς πρέπει νὰ εἶναι ἀσύμμετρον ὡς πρὸς τοὺς δύο ἄξονας, διότι ἂν τὸ Κ. Β. κεῖται εἰς ἴσην ἀπ' αὐτῶν ἀπόστασιν, οἱ χρόνοι αἰωρήσεως θὰ εἶναι αἱ αὐτοὶ διὰ τοὺς δύο ἄξονας, χωρὶς ἐκ τούτου νὰ ἕπεται ὅτι οὗτοι εἶναι ἀμοιβαίως ἄξονες ἐξαρτήσεως καὶ αἰωρήσεως (πρβλ. § 129 Σημ.).

§ 132. Ἀλλὰ καὶ κατ' ἄλλον τρόπον ἠμποροῦμεν νὰ εὕρωμεν πειραματικῶς τὸ μῆκος τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

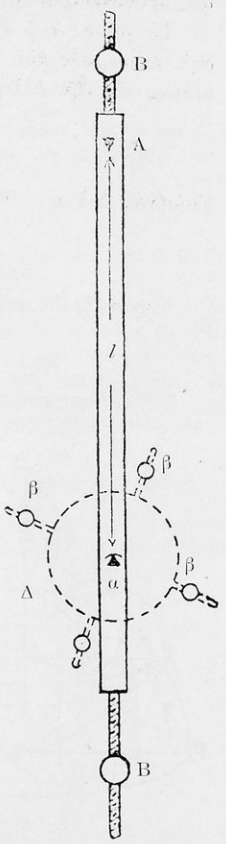
Ἐὰν δηλ. ἔχωμεν δύο ἐκκρεμῆ ἰσόχρονα κινούμενα περὶ τὸν αὐτὸν ἄξονα καὶ θέσωμεν αὐτὰ ταυτοχρόνως εἰς κίνησιν ἐκτρέποντες ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας κατὰ τὴν αὐτὴν γωνίαν, ἡ κίνησίς των θὰ εἶναι ἐντελῶς ἡ αὐτή, καὶ ἑπομένως δὲν θὰ μεταβληθῇ καὶ ἂν τὰ δύο ἐκκρεμῆ συνδέσωμεν *στερεῶς* (1) πρὸς ἄλληλα.

Καὶ τἀνάπαλιν ἂν συνδέοντες ἐκκρεμὲς μὲ ἄλλο (οὕτως ὥστε νὰ ἀποτελέσουν ἓν σῶμα) στρεπτὸν περὶ τὸν αὐτὸν ἄξονα παρατηρήσωμεν ὅτι ὁ χρόνος τῆς αἰωρήσεως δὲν μεταβάλλεται, συμπεραίνομεν ὅτι τὸ δεύτερον ἐκκρεμὲς εἶναι ἰσόχρονον πρὸς τὸ πρῶτον ἤτοι ἔχει τὸ αὐτὸ μῆκος.

Ἔστω ἤδη (σχ. 113) ἐκκρεμὲς Ε αἰωροῦμεν περὶ τὴν ἀκμὴν Α καὶ φέρον εἰς ἀπόστασιν l ἀπ αὐτῆς ἄλλην ἀκμὴν α, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζομεν τὸν δίσκον Δ. Μετακινοῦντες καταλλήλως τὰ βάρη β, τὰ συνδεδεμένα μὲ τὸν δίσκον Δ κατορθώνομεν ὥστε τὸ κέντρον τοῦ βάρους αὐτοῦ νὰ εὑρίσκεται ἐπὶ τῆς ἀκμῆς α, διὰ τῆς μετακινήσεως δὲ τῶν βαρῶν Β, Β καθιστῶμεν τῶν χρόνον αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς Ε τοιοῦτον, ὥστε διὰ τῆς προσθήκης τοῦ δίσκου Δ νὰ μὴ μεταβάλλεται. Ὁ δίσκος Δ ὅμως στηριζόμενος ἐπὶ τῆς αἰχμῆς α δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς μήκους l συνδεδεμένον πρὸς τὸ ἀρχικὸν ἐκκρεμὲς Ε. Διότι ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ δίσκου Δ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Α ἂν ὀνομάσωμεν Μ τὴν μᾶζαν αὐτοῦ εἶναι κατὰ τὴν εἰς τὴν § 124 ἐκτεθέντα:

$$K = l^2 M$$

καὶ ἑπομένως διὰ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους ἐλευθέρας στηρίξεως ἐπὶ τῆς ἀκμῆς α κατορθώνομεν ὥστε ὁ δίσκος νὰ εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς ὑλικὸν σημεῖον μάζης Μ εὑρίσκομεν εἰς τὸ α. Ἀφοῦ δὲ διὰ τῆς προσθήκης τοῦ δίσκου Δ ὁ ἀρχικὸς χρόνος αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς Ε δὲν μεταβάλλεται, ἕπεται ὅτι καὶ τούτου τὸ μῆκος εἶναι l, ἴσον πρὸς τὴν ἀπόστασιν τῶν δύο ἀκμῶν Α καὶ α.



Σχ. 113.

§ 133 Ἡ μέθοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἡ ἀκριβεστάτη μέθοδος τοῦ προσδιορισμοῦ τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος, εὑρίσκεται δὲ δι' αὐτῆς ἡ τιμή:

$$g \simeq 981 \quad \text{CGS}$$

διὰ τὰ μέσα πλάτη (πρβλ. Πίνακα Ι). Ἡ τιμὴ τοῦ g ποικίλλει εἰς

(1) Ἂν ὁ σύνδεσμος δὲν εἶναι στερεὸς ἀλλ' ἐλαστικὸς τὸ φαινόμενον περιπλέκεται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοὺς διαφόρους τόπους τὸ μὲν ἕνεκα τοῦ οὐχὶ ἀκριβῶς σφαιρικοῦ σχήματος τῆς γῆς, τὸ δὲ ἕνεκα τῆς ἐκ τῆς περὶ τὸν ἄξονα περιστροφῆς φυγοκέντρου δυνάμεως, ἀκόμη δὲ καὶ ἐκ τοπικῶν λόγων.

Τὸ μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς τῶν δευτερολέπτων, τοῦ μαθηματικοῦ δηλ. ἐκκρεμοῦς τοῦ ὁποίου μία *ἁπλῆ* αἰώρησις (ἀπὸ τῆς μιᾶς ἄκρας θέσεως εἰς τὴν ἄλλην) διαρκεῖ 1″ δίδεται ἐκ τοῦ τύπου:

$$1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \qquad l = \frac{g}{\pi^2}$$

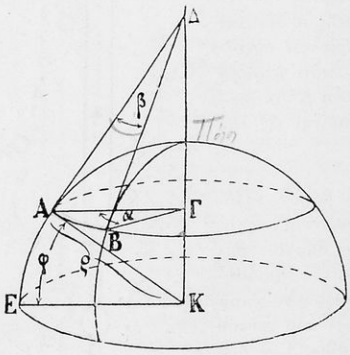
ἑπομένως διὰ $g = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ ἔχομεν:

$$l = \frac{981}{3{,}14^2} = \frac{981}{9{,}87} = 99{,}4 \text{ cm.}$$

Ἐκκρεμὲς δὲ μήκους ἑνὸς μέτρου ἔχει χρόνον *ἁπλῆς* αἰωρήσεως:

$$T = \pi \sqrt{\frac{100}{g}} = 1{,}003 \text{ sec}$$

§ 134 *Ἐκκρεμὲς τοῦ Foucault.* Τὸ ἐπίπεδον τῶν αἰωρήσεων τοῦ ἐκκρεμοῦς μένει πάντοτε παράλληλον πρὸς ἑαυτό. Ἐὰν λοιπὸν τὸ στήριγμα τοῦ ἐκκρεμοῦς ἔχῃ περιστροφικὴν κίνησιν, ἐπειδὴ τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως δὲν θὰ μετέχῃ αὐτῆς, θὰ μᾶς φανῇ στρεφόμενον κατ' ἀντίθετον φορὰν πρὸς τὸ ὑποστήριγμα.



Σχ. 114.

Οὕτω π. χ. ἂν τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται εἰς τὸν Βόρειον πόλον τῆς Γῆς, ἐπειδὴ ἡ γῆ στρέφεται εἰς 24 ὥρας κατὰ 360° ἐκ Δ πρὸς Α ἤτοι κατὰ 15 μοίρας τὴν ὥραν ἀντιθέτως πρὸς τὴν κίνησιν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, θὰ μᾶς φανῇ ὅτι τὸ ἐπίπεδον τῆς αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς στρέφεται κατὰ 15° τὴν ὥραν κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου.

Ἔστω ἤδη φ τὸ πλάτος τοῦ τόπου Α (σχ. 114) καὶ ἂς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως συμπίπτει μὲ τὸ μεσημβρινὸν ἐπίπεδον Α Κ Δ. Ὅταν ἡ γῆ στραφῇ περὶ τὸν ἄξονά της κατὰ γωνίαν α, τὸ Α ἔρχεται εἰς τὴν θέσιν Β καὶ τὸ μεσημβρινὸν ἐπίπεδον εἰς τὴν θέσιν Β Κ Δ, τὸ δὲ ἴχνος αὐτοῦ ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, δηλ. ἡ διεύθυνσις Βορρᾶ — Νότου, ἔρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν Α Δ εἰς τὴν θέσιν Β Δ, στρέφεται δηλ. κατὰ τὴν γωνίαν β. Ἔχομεν τώρα, ἂν ρ εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς γῆς,

$$A\Gamma = \rho \text{ συν } \varphi \qquad \text{τόξ } AB = \alpha . A\Gamma = \alpha \rho \text{ συν } \varphi$$

$$A\Delta = \rho . \text{εφ } AK\Delta = \rho \text{ σφ } \varphi \qquad \beta = \frac{\text{τοξ } AB}{A\Delta} = \frac{\alpha\rho \text{ συν } \varphi}{\rho \text{ σφ } \varphi}$$

ἤτοι: $\beta = \alpha \text{ ημ } \varphi.$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ ὑπολογισμὸς οὗτος, κατὰ προσέγγισιν μόνον ἀκριβὴς καὶ ἐφ' ὅσον ἡ γωνία α εἶναι πολὺ μικρά, μᾶς δεικνύει ὅτι ἡ στροφὴ τοῦ ὑποστηρίζοντος ἐδάφους εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἡμιτόνου τοῦ πλάτους καὶ ἑπομένως τόση εἶναι καὶ ἡ φαινομενικὴ στροφὴ τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Οὕτω π. χ. εἰς πλάτος 45^0 ἔχομεν:

$$\text{ημ } 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707, \qquad \text{ἑπομένως:} \quad \beta = 0{,}707\ \alpha$$

καὶ ἐπειδὴ ἡ γωνία α μεταβάλλεται κατὰ 15^0 εἰς μίαν ὥραν, ἡ β θὰ μεταβάλλεται κατὰ $15^0 \times 0{,}707$ ἤτοι τὸ ἐπίπεδον τῆς αἰωρήσεως θὰ μᾶς φαίνεται στρεφόμενον περίπου κατὰ $10\,^1/_2$ μοίρας τὴν ὥραν.

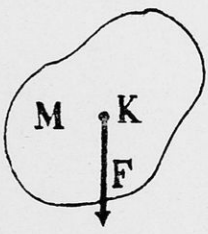
Διὰ τὰς Ἀθήνας (πλάτος $\backsim 38^0$) εἶναι: $\beta = \text{ημ } 38^0 . \alpha = 0{,}616 . \alpha$ καὶ εἰς μίαν ὥραν ἡ στροφὴ θὰ εἶναι: $15^0 \times 0.616 = 9^0\,^1/_4$.

Εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι: $\varphi = 0$, $\text{ημ } \varphi = 0$ καὶ ἑπομένως $\beta = 0$. Τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως δὲν ἀλλάσσει θέσιν ὡς πρὸς τὴν γῆν.

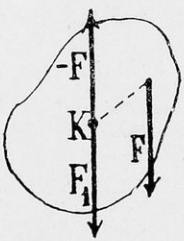
Ὁ Foucault μετεχειρίσθη ἐκκρεμὲς ἀποτελούμενον ἀπὸ βαρεῖαν σφαῖραν κρεμαμένην διὰ λεπτοῦ σύρματος ἀπὸ τὸν θόλον τοῦ Πανθέου τῶν Παρισίων καὶ φέρουσαν εἰς τὸ κάτω μέρος αἰχμήν, διὰ τῆς ὁποίας ἐχάρασσεν εἰς ἑκάστην αἰώρησιν ἓν ἴχνος ἐπὶ σωροῦ ἄμμου. Τὸ ἴχνος διαρκῶς ἐστρέφετο κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου καὶ οὕτως ἀπεδείχθη διὰ γηΐνου καθαρῶς πειράματος ἡ στροφὴ τῆς γῆς περὶ ἄξονα.

ΚΙΝΗΣΙΣ ΕΛΕΥΘΕΡΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΥΠΟ ΤΗΝ ΕΠΙΔΡΑΣΙΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

§ 135. Ἔστω (σχ. 115) στερεὸν ὁλικῆς μάζης M καὶ δύναμις F ἐνεργοῦσα ἐπ' αὐτοῦ μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ κέντρον τῆς μάζης K. Τὴν δύναμιν F ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν ὡς τὴν συνισταμένην δυνάμεων παραλλήλων διανεμημένων εἰς ὅλον τὸ σῶμα ἀναλόγως τῆς μάζης. Εἰς τὸ στοιχεῖον μάζης m ἀντιστοιχεῖ ἡ στοιχειώδης δύναμις $f = m . \frac{F}{M}$, ἡ ὁποία καὶ θὰ προσδώσῃ εἰς αὐτὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν:



Σχ. 115.



Σχ. 116.

$$\gamma = \frac{f}{m} = \frac{F}{M}$$

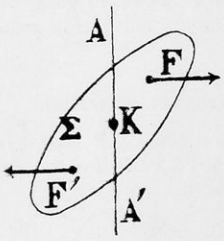
Ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ σώματος ἔχουν τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν $\frac{F}{M}$ καὶ τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σῶμα κινεῖται παραλλήλως πρὸς ἑαυτὸ ὡς ὑλικὸν σημεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα εἶναι συγκεντρωμένη εἰς τὸ Κ.

Ἐν γένει δὲ τὸ κέντρον βάρους στερεοῦ σώματος κινεῖται ὡς ὑλικὸν σημεῖον ἔχον μᾶζαν ἴσην πρὸς τὴν ὅλην μᾶζαν τοῦ σώματος καὶ ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν ἐπὶ τοῦ σώμανος ἐνεργουσῶν δυνάμεων.

Ἂν ἡ δύναμις F (σχ. 116) δὲν ἐνεργῇ εἰς τὸ κέντρον τῆς μάζης τοῦ σώματος, ἐφαρμόζομεν εἰς αὐτὸ τὴν δύναμιν F_1 ἴσην, παράλληλον καὶ ὁμόρροπον πρὸς τὴν F καὶ τὴν ἴσην καὶ ἀντίθετον αὐτῆς — F. Ἡ μηχανικὴ κατάστασις τοῦ σώματος δὲν μεταβάλλεται διὰ τῆς προσθήκης τῶν ἴσων καὶ ἀντιθέτων δυνάμεων F_1, — F καὶ κατὰ τὸ διαλυτικὸν ἀξίωμα ἡ μὲν F_1 θὰ κινήσῃ τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος ὡς ὑλικὸν σημεῖον μὲ μᾶζαν M, ἴσην πρὸς τὴν ὅλην μᾶζαν τοῦ σώματος, συγχρόνως δὲ θὰ στραφῇ τὸ σῶμα περὶ ἄξονα, ὁ ὁποῖος, ἐφ' ὅσον τοὐλάχιστον ἐξ αὐτῆς τῆς κινήσεως δὲν προκύπτουν δυνάμεις τείνουσαι νὰ μεταβάλουν τὴν θέσιν του, θὰ ἔχῃ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τοῦ ἐπιδρῶντος ζεύγους. Ἐπειδὴ δὲ εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν ἀνθίσταται ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ σώματος $\left(\omega' = \frac{P}{K}\right)$, καὶ ἐξ ὅλων τῶν παραλλήλων ἀξόνων εἰς τὸν διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης διερχόμενον ἀντιστοιχεῖ ἡ ἐλαχίστη ροπὴ ἀδρανείας, ἕπεται ὅτι ὁ ἄξων τῆς περιστροφῆς θὰ διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους.



Σχ. 117.

Ἂν πολλαὶ δυνάμεις ἐνεργοῦν εἰς διάφορα σημεῖα τοῦ σώματος ἀνάγομεν πάλιν αὐτὰς εἰς μίαν συνισταμένην μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ Κέντρον τῆς Μάζης καὶ ἓν ζεῦγος.

Ἂν τέλος ἐνεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος ζεῦγος μόνον ἄνευ συνισταμένης δυνάμεως, τότε τὸ κέντρον τῆς μάζης κινεῖται μόνον μὲ τὴν ἤδη ὑπάρχουσαν ταχύτητα κατὰ τὸν νόμον τῆς ἀδρανείας εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς, τὸ δὲ ζεῦγος ἐπιφέρει στροφὴν μόνον τοῦ σώματος περὶ ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης.

Ἐκ τούτων ἕπεται ὅτι ἡ δυναμικὴ τοῦ ἐλευθέρου στερεοῦ ἀνάγεται εἰς τὴν ἐξέτασιν τῆς κινήσεως ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ζεύγους.

§ 136. ***Ἐλεύθεροι ἄξονες.*** Ἔστω ἤδη στερεὸν Σ (σχ. 117), ἐπ' αὐτοῦ δὲ ἂς ἐπιδρᾷ σταθερὸν ζεῦγος, τοῦ ὁποίου ὁ ἄξων ἔχει τὴν διεύθυνσιν ΑΑ'. Τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ στρέφεται περὶ τὸν ἄξονα ΑΑ' διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης αὐτοῦ Κ.

Ὁ ἄξων ὅμως ΑΑ' δὲν εἶναι πάντοτε μόνιμος, διότι ἐκ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως ἀναπτύσσονται φυγόκεντροι δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐν γένει δὲν ἰσορροποῦν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Κ. Ἡ συνισταμένη ροπὴ τῶν φυγοκεντρικῶν δυνάμεων προσδίδει εἰς τὸ σῶμα περιστροφὴν περὶ τὸν ἴδιόν της ἄξονα καὶ ὁ ἄξων τῆς περιστροφῆς μεταβάλλει συνεχῶς θέσιν, μέχρις ὅτου ἡ ροπὴ τῶν φυγοκεντρικῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸ Κ γίνῃ μηδέν.

Διὰ νὰ εἶναι λοιπὸν δυνατὴ μόνιμος περιστροφὴ ἐλευθέρου σώματος περὶ ἄξονα, διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τῆς μάζης αὐτοῦ, πρέπει καὶ ἀρκεῖ ἡ πρὸς τὸ κέντρον τῆς μάζης συνισταμένη ροπὴ τῶν φυγοκεντρικῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται κατὰ τὴν περιστροφήν, νὰ εἶναι μηδέν· ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι κάθε σῶμα ἔχει μίαν τοὐλάχιστον εὐθεῖαν διερχομένην διὰ τοῦ κέντρου βάρους του περὶ τὴν ὁποίαν ἠμπορεῖ μονίμως νὰ περιστρέφεται. Τὴν εὐθεῖαν ταύτην ὀνομάζομεν *εὐστάθη ἐλεύθερον ἄξονα* τοῦ σώματος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΓΕΝΙΚΑΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ

§ 137. Ἐθεωρήσαμεν μέχρι τοῦδε σώματα ἀπολύτως στερεά, σώματα δηλ. τῶν ὁποίων αἱ διαστάσεις καὶ ἐν γένει τὸ γεωμετρικὸν σχῆμα μένουν ἐντελῶς ἀμετάβλητα ἀνεξαρτήτως τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπ' αὐτῶν ἐνεργοῦν. Εἰς τὴν πραγματικότητα ὅμως ἀπολύτως στερεὰ σώματα δὲν ὑπάρχουν. Τὰ φυσικὰ στερεὰ ὑφίστανται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων παραμορφώσεις ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλητέρας, ὅσον μεγαλήτεραι εἶναι αἱ ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις, καὶ αἱ ὁποῖαι, ὅταν δὲν ὑπερβοῦν ὡρισμένον ὅριον, εἶναι παροδικαί· ὅταν δηλ. αἱ δυνάμεις παύσουν ἐπιδρῶσαι, ἐπανέρχονται τὰ σώματα εἰς τὴν προτέραν κατάστασιν. Τὴν ἰδιότητα ταύτην τῶν σωμάτων ὀνομάζομεν *ἐλαστικότητα*.

Ἐννοεῖται ὅτι εἰς τὰ οὕτω παραμορφούμενα σώματα ἀναπτύσσονται ἐκ τῆς παραμορφώσεως *ἐλαστικαὶ* δυνάμεις καὶ ἰσορροπία ἐπέρχεται ὅταν αἱ ἐλαστικαὶ δυνάμεις ἀντισταθμίσουν τὰς ἔξωθεν ἐνεργούσας.

§ 138. *Ὅριον ἐλαστικότητος.* Ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις στερεοῦ σώματος συνίσταται ἢ εἰς μεταβολὴν τοῦ ὄγκου, διατηρουμένου τοῦ γεωμετρικοῦ σχήματος, ἢ εἰς μεταβολὴν τοῦ σχήματος διατηρουμένου τοῦ ὄγκου, ἢ τέλος εἰς σύγχρονον μεταβολὴν τοῦ ὄγκου καὶ τοῦ σχήματος, ἐξαρτᾶται δὲ ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ σώματος.

Ἐφ' ὅσον αἱ μεταβολαὶ εἶναι τοιαῦται ὥστε, ἅμα παύσουν ἐπιδρῶσαι αἱ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις, νὰ ἐπανέρχεται τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, λέγομεν ὅτι ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις εἶναι *ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς ἐλαστικότητος, ὅριον δὲ τῆς τελείας ἐλαστικό-*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τητος ἢ καὶ ἁπλῶς ὅριον ἐλαστικότητος διὰ τὴν θεωρουμένην ἐλαστικὴν παραμόρφωσιν ὀνομάζομεν τὴν μεγίστην παραμόρφωσιν μετὰ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἐπανέρχεται ἐντελῶς εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν. Ἅμα ἡ παραμόρφωσις ὑπερβῇ τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, μέρος αὐτῆς εἶναι μόνιμον, παραμένει δηλ. καὶ ἀφοῦ παύσουν ἐπιδρῶσαι ἐπὶ τοῦ σώματος αἱ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις.

§ 139. ***Νόμος τοῦ Hooke.*** *Ἐφ' ὅσον δὲν ὑπερβαίνομεν τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος αἱ ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, καὶ ἑπομένως καὶ αἱ ἐλαστικαὶ δυνάμεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἐλαστικῶν παραμορφώσεων.* Ὁ νόμος οὗτος, τὸν ὁποῖον πρῶτος ἔθεσεν ὁ Hooke, εἶναι μέν, καθὼς νεώτεραι ἔρευναι ἀπέδειξαν, μόνον κατὰ προσέγγισιν ἀκριβής, ἀλλ' ἡ προσέγγισις εἶναι τόσον μεγάλη, ὥστε δικαιούμεθα νὰ θέτωμεν αὐτὸν ὡς βάσιν εἰς τὴν ἔρευναν τῶν πλείστων προβλημάτων τῆς ἐλαστικότητος.

Τὸν νόμον τοῦ Hooke ἠμποροῦμεν καὶ ὡς ἑξῆς νὰ διατυπώσωμεν. Ἂν σύστημα δυνάμεων Α προκαλῇ εἰς τὸ θεωρούμενον σῶμα τὴν παραμόρφωσιν α, σύστημα δὲ δυνάμεων Β τὴν παραμόρφωσιν β, τὰ δύο συστήματα Α+Β ἐνεργοῦντα ταυτοχρόνως προκαλοῦν τὴν παραμόρφωσιν α+β, δηλ. ἀμφοτέρας τὰς παραμορφώσεις α καὶ β. (Προσθετικὴ ἰδιότης τῶν ἐλαστικῶν παραμορφώσεων).

Οὕτω ἂν δύναμις Α ἐνεργοῦσα ἐπὶ ράβδου ἐπιμηκύνῃ αὐτὴν κατὰ τὸ μῆκος α, δύναμις 2Α ἐπιφέρει ἐπιμήκυνσιν 2α, δύναμις 3Α ἐπιφέρει ἐπιμήκυνσιν 3α καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, ἐφ' ὅσον ἐννοεῖται δὲν ὑπερβαίνομεν τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος. Δύναμις δὲ —Α θὰ ἐπιφέρῃ ἐπιμήκυνσιν —α, δηλ. δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν Α θὰ ἐπιφέρῃ *ἐπιβράχυνσιν* τῆς ράβδου κατὰ τὸ μῆκος α.

ΜΕΤΡΟΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ Η ΜΕΤΡΟΝ ΤΟΥ YOUNG

§ 140 ***Ἐπιμήκυνσις συρμάτων.*** Θεωρήσωμεν (σχ. 118) σύρμα μήκους *l* καὶ τομῆς σ, στερεωμένον κατὰ τὸ ἓν ἄκρον εἰς ἀνένδοτον στήριγμα, τεινόμενον δὲ κατὰ τὸ ἄλλο ἄκρον ὑπὸ τῆς δυνάμεως f. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης τὸ σύρμα ἐπιμηκύνεται, ἡ δὲ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλητέρα ὅσον καὶ ἡ δύναμις f εἶναι μεγαλητέρα, ἐξαρτᾶται δὲ ἀπὸ αὐτὴν κατὰ πολύπλοκον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νόμον. Ἐν ὅσῳ ὅμως ἡ ἔντασις τῆς δυνάμεως f καὶ ἑπομένως καὶ ἡ ἐπιμήκυνσις δὲν ὑπερβαίνουν ὡρισμένα ὅρια, ἐφ' ὅσον δηλ. δὲν ὑπερβαίνομεν τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, ἡ ἐπιμήκυνσις λ εἶναι ἀνάλογος τῆς δυνάμεως, ἀνάλογος τοῦ μήκους τοῦ σύρματος καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τομῆς. Εἶναι δηλ.:

$$\lambda = \frac{1}{E} \cdot \frac{l\,f}{\sigma} \tag{1}$$

ὅπου Ε σταθερὸς συντελεστής, ἐξαρτώμενος ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σύρματος.



Σχ. 118.

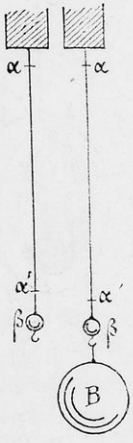
Ἡ σταθερὰ Ε ὀνομάζεται *Μέτρον ἐλαστικότητος* ἢ *Μέτρον τοῦ Young* τοῦ ὑλικοῦ τοῦ σύρματος, ἡ δὲ τιμὴ αὐτῆς ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τῶν μονάδων τὰς ὁποίας μεταχειριζόμεθα.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) εὑρίσκομεν:

$$E = \frac{l\,f}{\lambda\sigma} \tag{2}$$

καὶ:

$$[E] = \frac{[l]\,[F]}{[\lambda]\,[\sigma]} = \frac{[F]}{[\sigma]} = \frac{L\,M\,T^{-2}}{L^2} = L^{-1}MT^{-2} \tag{3}$$



Σχ.119.

Εἰς τὰς τεχνικὰς μετρήσεις λαμβάνεται ὡς μονὰς μὲν ἐπιφανείας διὰ τὴν τομὴν τοῦ σύρματος τὸ τετραγωνικὸν χιλιοστόν, ὡς μονὰς δὲ δυνάμεως τὸ χιλιόγραμμον βάρους.

Ἐπειδὴ δὲ εἶναι:

$$1\ mm^2 = \frac{1}{100}\ cm^2, \qquad 1\ kg^* = 981000\ dyne$$

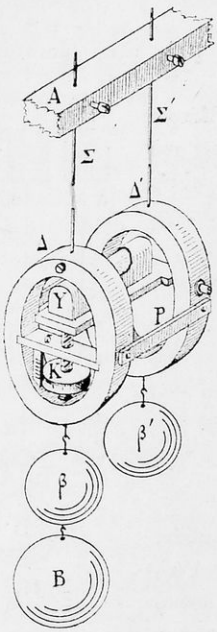
ἕπεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως $[E] = \frac{[F]}{[\sigma]}$

$$E_{cgs} = 981000 \times 100\ \ E_{kg^*/mm^2} = 9{,}81 \cdot 10^7\ E_{τεχν.} \tag{4}$$

§ 141. Ἡ *πειραματικὴ εὕρεσις τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος* Ε εἶναι εὐκολωτάτη ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἐξισώσεως (2) ὅταν διαθέτωμεν σύρμα ἀρκετοῦ μήκους. Πρὸς τοῦτο ἐξαρτῶμεν τὸ σύρμα ἀπὸ σταθερὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑποστήριγμα (σχ. 119) καὶ τείνομεν αὐτὸ διὰ μικροῦ βάρους β, μετροῦμεν δέ, π. χ. διὰ καθετομέτρου, τὴν ἀπόστασιν aa' δύο λεπτῶν γραμμῶν, χαραγμένων ἐπὶ τοῦ σύρματος. Μετὰ ταῦτα φορτίζομεν τὸ σύρμα διὰ τοῦ προσθέτου βάρους Β καὶ μετροῦμεν ἐκ νέου τὴν ἀπόστασιν τῶν γραμμῶν aa'. Ἔχοντες τώρα τὸ ἀρχικὸν μῆκος aa', τὴν ἐκ τοῦ βάρους Β αὔξησιν αὐτοῦ, ἴσην πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν δύο ἀποστάσεων, καὶ τὴν τομὴν τοῦ σύρματος εὑρίσκομεν ἐκ τῆς σχέσεως (2) τὸ Ε.



Σχ. 120.

Τὴν ἐπιμήκυνσιν τοῦ σύρματος εὑρίσκομεν μὲ μεγαλητέραν ἀκρίβειαν μεταχειριζόμενοι τὴν ἑξῆς διάταξιν (σχ. 120).

Τὸ ὑπὸ ἐξέτασιν σύρμα Σ καὶ ἓν ἄλλο σύρμα βοηθητικὸν Σ΄ στερεώνονται κατὰ τὸ ἓν ἄκρον εἰς τὸ ἀνένδοτον στήριγμα Α, εἰς δὲ τὸ κατώτερον ἄκρον αὐτῶν προσαρμόζονται οἱ δύο στερεοὶ δακτύλιοι Δ, Δ΄ συνδεόμενοι πρὸς ἀλλήλους διὰ τῶν στελεχῶν Ρ, χωρὶς ὅμως νὰ παρεμποδίζεται ἡ κίνησίς των.

Ἡ ἀεροστάθμη Υ κατὰ μὲν τὸ ἓν ἄκρον της στρέφεται ἐντὸς τοῦ δακτυλίου Δ΄ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα, κατὰ δὲ τὸ ἄλλο στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀκίδος τοῦ μικρομετρικοῦ κοχλίου Κ, τοῦ ὁποίου τὸ περικόχλιον π ἀποτελεῖ ἓν σῶμα μετὰ τοῦ δακτυλίου Δ, ὁ δὲ ἄξων εὑρίσκεται κατὰ τὴν προέκτασιν τοῦ σύρματος Σ. Ἐξαρτῶμεν ἀπὸ τοὺς δακτυλίους Δ, Δ΄ τὰ βάρη β, β΄ καὶ διὰ τοῦ κοχλίου Κ καθιστῶμεν τὴν ἀεροστάθμην ὁριζοντίαν.

Φορτίζομεν ἤδη τὸν δακτύλιον Δ διὰ τοῦ προσθέτου βάρους Β. Τὸ σύρμα Σ ἐπιμηκύνεται, καὶ διὰ νὰ ἐπαναφέρωμεν τὴν ἀεροστάθμην εἰς τὴν ὁριζοντίαν θέσιν, πρέπει νὰ μετακινήσωμεν τὴν ἀκίδα τοῦ μικρομετρικοῦ κοχλίου κατὰ μῆκος ἴσον πρὸς τὴν ἐπιμήκυνσιν τοῦ σύρματος, τὴν ὁποίαν οὕτω μετροῦμεν μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν.

Ἔστω π. χ. σύρμα σιδηροῦν διαμέτρου 0,5 mm. Ἀρχικὸν μῆκος 1 m καὶ μετὰ τὴν φόρτισιν διὰ βάρους 5 kg^* ἐπιμήκυνσις 1,3 mm.

Ἔχομεν: $l = 1000\,mm$ $\lambda = 1{,}3\,mm$

$f = 5\ kg^*$ $\sigma = (0{,}25)^2\,\pi = 0{,}1963\ mm^2$

ὅθεν:

$$E = \frac{1000 \times 5}{1{,}3 \times 0{,}1963} = 19600\ \frac{kg^*}{mm^2} =$$

$$= 19600 \times 9{,}81 \times 10^7 = 1{,}92\ .\ 10^{12}\ CGS.$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὸν Πίν. ΙΙΙ παρέχομεν τὴν τιμὴν τοῦ Ε διὰ μερικὰ τῶν συνηθεστέρων σωμάτων.

Σημειωτέον ὅτι οἱ παρεχόμενοι ἀριθμοὶ μόνον κατὰ προσέγγισιν εἶναι ἀκριβεῖς καὶ τοῦτο διότι ἐλάχιστα παραμίγματα, καθὼς καὶ ὁ τρόπος τῆς κατεργασίας τῆς οὐσίας, ἔχουν μεγίστην ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς τιμῆς τοῦ Ε.

§ 142. Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2) θέσωμεν:

$$l = \lambda, \qquad \sigma = 1$$

εὑρίσκομεν: $$E = f$$

ἤτοι ἡ σταθερὰ Ε ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία θὰ ἐχρειάζετο διὰ νὰ διπλασιάσῃ τὸ μῆκος σύρματος μὲ τομὴν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα τῆς ἐπιφανείας, ὑποτιθεμένου ὅτι ἡ ἐξίσωσις (1) θὰ ἐξηκολούθει ἰσχύουσα καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην.

Οὕτω εἰς τὸ ἀνωτέρω ἀριθμητικὸν παράδειγμα ἡ εὑρεθεῖσα τιμὴ $E = 19600 \frac{kg^*}{mm^2}$ σημαίνει ὅτι ἐὰν ἐξηκολούθει ἰσχύων ὁ ἁπλοῦς νόμος (2) θὰ ἐχρειάζετο δύναμις 19600 kg^* διὰ νὰ ἐπιμηκύνῃ κατὰ 1 μέτρον σύρμα σιδηροῦν μήκους ἀρχικοῦ 1 μέτρου καὶ τομῆς 1 mm^2.

Πράγματι ὅμως, καθὼς καὶ εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς § 140 εἴπομεν, ἡ ἐξίσωσις (2) ἰσχύει μόνον δι' αὐξήσεις τοῦ μήκους, αἱ ὁποῖαι δὲν ὑπερβαίνουν ὡρισμένον ὅριον, διάφορον εἰς τὰς διαφόρους οὐσίας.

Τὸ ἀντίστροφον τοῦ Ε ὀνομάζεται *συντελεστὴς ἐλαστικότητος*.

Ἐκ τοῦ τύπου (1) εὑρίσκομεν:

$$\frac{1}{E} = \frac{\lambda \sigma}{l f} \tag{5}$$

καὶ ἂν θέσωμεν $\sigma = 1$, $l = 1$, $f = 1$ εὑρίσκομεν:

$$\frac{1}{E} = \lambda.$$

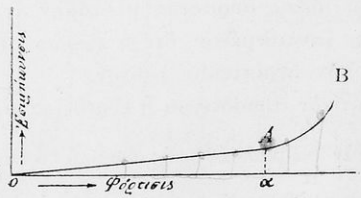
Ὁ συντελεστὴς ἐλαστικότητος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς μονάδος τοῦ μήκους τοῦ σύρματος, ὅταν ἡ τομὴ αὐτοῦ ἰσοῦται πρὸς τὴν μονάδα τῆς ἐπιφανείας καὶ ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ δύναμις ἴση πρὸς τὴν μονάδα τῆς δυνάμεως.

Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὴν περιγραφὴν τῶν φαινομένων τῆς ἐλαστικότητος εἶναι ἐν χρήσει δύο εἰδῶν σταθεραί. Τὰ *μέτρα* καὶ οἱ *συντελεσταί*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ μέτρα ἔχουν ἐν γένει μεγάλας ἀριθμητικὰς τιμάς, οἱ δὲ συντελεσταί, τὰ *ἀντίστροφα* τῶν μέτρων, ἔχουν μικρὰς ἀριθμητικὰς τιμάς.

§ 143. Ἐὰν εἰς δοθὲν σύρμα ἐφαρμόζωμεν δυνάμεις ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλητέρας, κατ' ἀρχὰς μὲν τοῦτο ἐπιμηκύνεται κατὰ τὸν ἁπλοῦν νόμον (2) ἀναλόγως τῆς φορτίσεως, ὅπως γραφικῶς εἰς τὸ σχ. 121 παρίσταται διὰ τῆς εὐθείας ΟΑ (περιοχὴ τοῦ νόμου τοῦ Hooke). Ὅταν ἡ φόρτισις ὑπερβῇ τὴν τιμὴν Οα ἐξαρτωμένην ἀπὸ τὸ ὑλικὸν τοῦ σύρματος καὶ τὴν τομὴν αὐτοῦ, ἀρχίζει ἡ ἐπιμήκυνσις νὰ γίνεται πολὺ μεγαλητέρα, ὅπως παριστᾷ ἡ καμπύλη ΑΒ, καὶ ἐφ' ὅσον αὐξάνομεν τὴν δύναμιν ἐξακολουθεῖ τὸ σύρμα ἐπιμηκυνόμενον κατὰ πολύπλοκον νόμον μέχρις ὅτου ἐπέλθῃ διάρρηξις αὐτοῦ.



Σχ. 121.

Τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐπιφέρει τὴν διάρρηξιν, διὰ τῆς τομῆς τοῦ σύρματος ὀνομάζεται *ὅριον διαρρήξεως*.

Ἐνδιαφέρον ἰδίως εἶναι τὸ εὐθὺ τμῆμα ΟΑ τῆς παραστατικῆς τοῦ φαινομένου καμπύλης, τὸ παριστῶν τὴν ἐπιμήκυνσιν ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς *τελείας ἐλαστικότητος*. Τὸ σημεῖον Α τῆς καμπύλης παριστᾷ τὸ *ὅριον τῆς τελείας ἐλαστικότητος* ἢ καὶ ἁπλῶς τὸ *ὅριον ἐλαστικότητος* τοῦ σύρματος (Πρβλ. § 138).

Ἐφ' ὅσον δὲν ὑπερβαίνομεν τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, μόλις παύσῃ ἐνεργοῦσα ἡ δύναμις τὸ σύρμα ἀναλαμβάνει κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον ταχέως τὸ ἀρχικὸν μῆκος· αἱ μεταβολαὶ εἶναι παροδικαί. Ἐνῷ ὅταν ὑπερβῶμεν τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος αἱ ἐπιμηκύνσεις εἶναι ἐν μέρει μόνιμοι.

Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει κατὰ τὸν νόμον τοῦ Hooke καὶ δι' ἀρνητικὰς τιμὰς τοῦ f. Ἂν δηλ. ἡ δύναμις ἀντὶ νὰ τείνῃ νὰ ἐπιμηκύνῃ τὸ σύρμα ἢ τὴν ῥάβδον ἔχῃ ἀντίθετον διεύθυνσιν, προκύπτει ἐπιβράχυνσις, ἡ ὁποία κατ' ἀπόλυτον τιμὴν παρέχεται πάλιν ἀπὸ τὸν τύπον (1).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΛΟΓΟΣ ΤΟΥ POISSON

§ 144. *Ἐγκαρσία συστολή.* Ὅταν σύρμα ἢ πρισματικὴ ῥάβδος ἐπιμηκύνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος, ἡ ἐπιμήκυνσις αὕτη συνοδεύεται ἐν γένει ἀπὸ συστολὴν τῶν ἐγκαρσίων διαστάσεων, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος τοῦ θεωρουμένου ἐγκαρσίου μήκους, ἀνάλογος τῆς ἐπιδρώσης δυνάμεως καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τομῆς.

Ἂν δηλ. ὀνομάσωμεν d ἓν οἱονδήποτε ἐγκάρσιον μῆκος τῆς ῥάβδου ἢ τοῦ σύρματος (διάμετρος, πλευρὰ τῆς τομῆς), σ τὸ ἐμβαδὸν τῆς τομῆς καὶ f τὴν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος ἐνεργοῦσαν δύναμιν, ἡ συστολὴ δ θὰ εἶναι:

$$\delta = \frac{\mu}{E}\,\frac{d.\,f}{\sigma} \tag{6}$$

ὅπου E τὸ μέτρον ἐλαστικότητος καὶ μ ἀριθμὸς σταθερὸς χαρακτηριστικὸς δι' ἑκάστην οὐσίαν.

Ἡ ἐπιμήκυνσις κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως εἶναι κατὰ τὸν τύπον 1 τῆς § 140:

$$\lambda = \frac{1}{E}\,\frac{l.f}{\sigma} \qquad \text{ὅθεν:} \qquad \mu = \frac{\delta}{d} : \frac{\lambda}{l} \tag{7}$$

Ἂν θέσωμεν $d = l = 1$ ἡ τελευταία αὕτη σχέσις γίνεται:

$$\mu = \delta : \lambda \tag{8}$$

ἤτοι ἡ σταθερὰ μ εἶναι ὁ λόγος τῆς *ἐπιβραχύνσεως* τῆς μονάδος τοῦ μήκους καθέτως ἐπὶ τὴν δύναμιν πρὸς τὴν *ἐπιμήκυνσιν* τῆς μονάδος τοῦ μήκους κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (7) εὑρίσκομεν ὅτι αἱ διαστάσεις τοῦ μ εἶναι [0, 0, 0] ἤτοι ὁ μ εἶναι καθαρὸς ἀριθμὸς καὶ ἡ τιμὴ αὐτοῦ εἶναι ἀνεξάρτητος τῶν μονάδων, τὰς ὁποίας μεταχειριζόμεθα, ὀνομάζεται δὲ *λόγος τοῦ Poisson* ἢ καὶ *ἀριθμὸς ἐλαστικότητος.*

Ἂν ἡ δύναμις f ἀλλάξῃ φορὰν καὶ ἐπιφέρῃ ἐλάττωσιν τοῦ μήκους τῆς ῥάβδου, ἐπέρχεται αὔξησις τῆς τομῆς καὶ ἡ μεταβολή, αὔξησις τώρα, d τῆς ἐγκαρσίας εὐθείας, παρέχεται πάλιν κατ' ἀπόλυτον τιμὴν ἀπὸ τὸν τύπον (6) συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Hooke.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 145. ***Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου.*** Ὁ ὄγκος V ἑνὸς πρίσματος ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ μήκους l ἐπὶ τὴν τομὴν σ, καὶ ἐπειδὴ ἡ τομὴ σ εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον μιᾶς οἱασδήποτε τῶν γραμμικῶν αὐτῆς διαστάσεων d, εἶναι δηλ. $\sigma = Ad^2$, ἔπεται: $V = A\,l\,d^2$

ὅπου A εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἀπὸ τὸ σχῆμα τῆς τομῆς καὶ τὴν ἐκλογὴν τῆς εὐθείας d.

Ὅταν ἐνεργήσῃ δύναμις f κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τοῦ πρίσματος, τὰ l, d θὰ γίνουν: $l_1 = l + \lambda$ $\quad d_1 = d - \delta$

ὁ δὲ ὄγκος: $V_1 = A\,(l+\lambda)\,(d-\delta)^2$

καὶ ἂν ἐκτελέσωμεν τὰς πράξεις παραλείποντες τὰ $\lambda\delta$ καὶ δ^2, ἀφοῦ λ καὶ δ εἶναι πολὺ μικραὶ ποσότητες, εὑρίσκομεν:

$$V_1 = A\,(l\,d^2 + \lambda d^2 - 2\,l\,d\,\delta)$$

$$= A l d^2 \left(1 + \frac{\lambda}{l} - 2\,\frac{\delta}{d}\right)$$

$$= V\left(1 + \frac{\lambda}{l} - 2\,\frac{\delta}{d}\right)$$

Ἡ αὔξησις λοιπὸν β τοῦ ὄγκου εἶναι:

$$\beta = V_1 - V = V\left(\frac{\lambda}{l} - 2\,\frac{\delta}{d}\right)$$

καὶ κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (7)

$$\beta = V\,\frac{\lambda}{l}\,(1 - 2\mu). \tag{9}$$

Ἂν δὲ θέσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ $\frac{\lambda}{l}$ ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) § 140, εὑρίσκομεν:

$$\beta = V\,\frac{1 - 2\mu}{E}\cdot\frac{f}{\sigma} \tag{10}$$

Ἐννοεῖται ὅτι ἂν ἡ δύναμις ἀλλάξῃ φορὰν ἡ αὔξησις τοῦ ὄγκου μεταβάλλεται εἰς ἐλάττωσιν, ἀλλὰ παρέχεται πάλιν κατ' ἀπόλυτον τιμὴν ἀπὸ τὸν τύπον (10).

§ 146. ***Ἄκραι τιμαὶ τοῦ μ.*** Εἶναι εὔκολον νὰ εὕρωμεν τὰ ὅρια, μεταξὺ τῶν ὁποίων θὰ εὑρίσκεται ἡ τιμὴ τοῦ ἀριθμοῦ μ. Πρῶτον ὁ ἀριθμὸς μ πρέπει νὰ εἶναι θετικός, διότι δὲν εἶναι εὔκολον νὰ φαντασθῶμεν, ὅτι ἐνῶ ἐκ τῆς κατὰ τὸν ἄξονα δυνάμεως ἐπιμηκύνεται ἡ πρισματικὴ ῥάβδος, συγχρόνως καὶ ἐξογκοῦται ἐγκαρσίως. Καμμία δύναμις δὲν ὑπάρχει τείνουσα νὰ παραγάγῃ τὴν ἐξόγκωσιν ταύτην, τοὐναντίον δέ, ἐπειδὴ τὸ σῶμα τείνει νὰ διατηρήσῃ τὸν ὄγκον του παράγεται ἐγκαρσία *συστολή*. Εἶναι λοιπὸν $\mu > 0$. Ἀφ' ἑτέρου, ἐπειδὴ ἡ μὲν δύναμις f τείνει νὰ διαστείλῃ τὸ σῶμα, δὲν ὑπάρχει δὲ καμμία ἄλλη ἐξωτερικὴ δύναμις, ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου, ἂν ἐπέλθῃ, θὰ εἶναι πάντως αὔξησις, θὰ εἶναι δηλ. $\beta > 0$ ἤτοι:

$$1 - 2\mu > 0, \qquad \mu < \frac{1}{2}\ (*)$$

Εἶναι λοιπόν:

$$0 < \mu < \frac{1}{2}\cdot \tag{11}$$

(*) Ἐξαίρεσις τοῦ κανόνος τούτου παρετηρήθη εἰς τὸν χάλυβα καὶ τὸν σίδηρον ὑπὸ ἰσχυροτάτας πιέσεις (ἄνω τῶν $200\ \frac{kg^*}{mm^2}$). Πρίσματα σιδηρᾶ ἢ χαλύ-

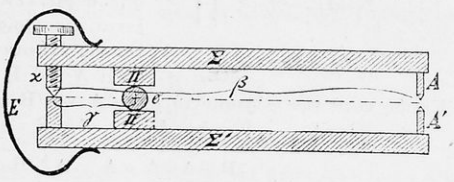
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 147. ***Πειραματικὴ εὕρεσις τοῦ λόγου τοῦ Poisson.*** Τὸν λόγον μ εὑρίσκομεν πειραματικῶς ὡς ἑξῆς:

Λαμβάνομεν σύρμα ἢ κυλινδρικὴν ῥάβδον τῆς ἐξεταζομένης οὐσίας καὶ μετροῦμεν τὸ μῆκος l καὶ τὴν διάμετρον d, ἔπειτα δὲ φορτίζοντες διὰ καταλλήλου βάρους μετροῦμεν τὴν αὔξησιν τοῦ μήκους λ καὶ τὴν ἀντίστοιχον ἐλάττωσιν τῆς διαμέτρου δ. Κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (7) τῆς § 144 εἶναι:

$$\mu = \frac{\delta}{d} : \frac{\lambda}{l}.$$

Ἡ πειραματικὴ δυσκολία ἔγκειται κυρίως εἰς τὴν μέτρησιν τῆς ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον πολὺ μικρᾶς ἐλαττώσεως δ τῆς διαμέτρου. Εἷς τρόπος διὰ τοῦ ὁποίου ἐπιτυγχάνομεν τὴν μέτρησιν μὲ ἀρκετὴν ἀκρίβειαν εἶναι ὁ διὰ τῆς χρήσεως πολλαπλασιαστικοῦ μοχλοῦ. Δύο στελέχη Σ, Σ′ (σχ. 122) φέρουν τὰ πρισματικὰ τεμάχια Π, Π′ μεταξὺ τῶν ὁποίων παρεντίθεται τὸ σύρμα (εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται μόνον ἡ τομὴ σ). Κατὰ τὸ ἓν ἄκρον φέρουν τὰ στελέχη, τὸ μὲν κοχλίαν κ ἀπολήγοντα εἰς ἀκίδα, τὸ δὲ στυλίσκον ἀπολήγοντα εἰς ἐπίπεδον. Κατὰ τὸ ἄλλο ἄκρον φέρουν ἀμφότερα τὰ στελέχη τὰς ἀκίδας Α, Α′, ἐλατήριον δὲ Ε τὰ συγκρατεῖ.



Σχ. 122.

Ὅταν ἡ διάμετρος τῆς τομῆς σ ἐλαττωθῇ κατὰ δ, αἱ ἀκίδες Α, Α′ θὰ πλησιάσουν πρὸς ἀλλήλας κατὰ α, εἶναι δέ, καθὼς ἀμέσως ἐκ τοῦ σχήματος φαίνεται, κατὰ μεγίστην προσέγγισιν:

$$\frac{\alpha}{\delta} = \frac{\beta}{\gamma}$$

ὅπου γ καὶ β εἶναι αἱ ἀπὸ τῆς αἰχμῆς τοῦ κοχλίου κ ἀποστάσεις τοῦ ἄξονος τοῦ σύρματος καὶ τῶν ἀκίδων ΑΑ′. Λαμβάνοντες τὸν λόγον $\frac{\beta}{\gamma}$ ἀρκετὰ μεγάλον, καθιστῶμεν τὴν ὡς πρὸς ἀλλήλας μετακίνησιν τῶν ἀκίδων Α, Α′ ἀρκετὰ μεγάλην, ὥστε νὰ ἠμπορῇ νὰ μετρηθῇ μὲ ἱκανὴν ἀκρίβειαν (*).

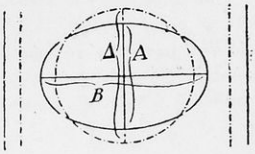
βδινα πιεζόμενα ὑπὸ δυνάμεων ὁλονὲν μεγαλητέρων ἐλαττοῦνται κατ' ἀρχὰς κατ' ὄγκον, παρουσιάζουν ἔπειτα ἓν ἐλάχιστον, καὶ ὅταν αἱ δυνάμεις αὐξηθοῦν ἔτι μᾶλλον ὁ ὄγκος αὐξάνεται (ἡ διαστολὴ τῆς τομῆς σχετικῶς μεγαλητέρα τῆς κατὰ μῆκος συστολῆς) φθάνει εἰς τὴν ἀρχὴν τιμὴν καὶ τὴν ὑπερβαίνει μάλιστα κατά τι. Παρόμοιον φαινόμενον δὲν φαίνεται νὰ παρετηρήθη εἰς ἄλλας οὐσίας, καὶ εἰς τὸν σίδηρον ὅμως καὶ χάλυβα τὸ ἐξαιρετικὸν τοῦτο φαινόμενον παρουσιάζεται πολὺ πέραν τῶν ὁρίων τῆς ἐλαστικότητος. Ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς ἐλαστικότητος εἶναι καὶ διὰ τὸν σίδηρον κατὰ μέσον ὅρον $\mu = 0{,}28$. (Πρβλ. Πίν. ΙΙΙ).

(*) Ἡ ἀκριβὴς μέτρησις τοῦ μικροῦ μήκους α γίνεται διὰ τῆς παρατηρήσεως τῆς μετακινήσεως τῶν ἐκ συμβολῆς τοῦ φωτὸς ραβδώσεων, αἱ ὁποῖαι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐνδιαφέρουσα εἶναι ἡ μέθοδος, τὴν ὁποίαν μετεχειρίσθη ὁ Röntgen πρὸς εὕρεσιν τοῦ μ εἰς τὸ ἐλαστικὸν κόμμι, καὶ ἡ ὁποία ὑπὸ τὴν ἁπλουστάτην αὐτῆς μορφὴν ἔχει ὡς ἑξῆς:

Λαμβάνομεν ράβδον πρισματικὴν ἐκ τῆς θεωρουμένης οὐσίας, ἡ ὁποία πρέπει νὰ παρουσιάζῃ μεγάλας ἐλαστικὰς παραμορφώσεις ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς ἐλαστικότητος, καὶ ἀφοῦ φορτίσωμεν ἐξαρτῶντες κατάλληλον βάρος, χαράσσομεν ἐπὶ μιᾶς τῶν ἐπιμήκων ἑδρῶν διὰ σωλῆνος μὲ κοπτερὰ χείλη περιφέρειαν κύκλου, τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος ἔστω Δ.



Σχ. 123.

Ὅταν ἀφαιρέσωμεν τὸ βάρος, ἡ ράβδος ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικὴν μορφήν, δηλ. συστέλλεται κατὰ μῆκος καὶ διαστέλλεται ἐγκαρσίως, ὁ δὲ κύκλος μεταβάλλεται εἰς ἔλλειψιν, τῆς ὁποίας οἱ δύο ἄξονες εἶναι Α καὶ Β (σχ. 123).

Ἐπειδὴ κατὰ τὴν φόρτισιν τὰ μήκη Α καὶ Β ἔγιναν ἀμφότερα Δ, ἔχομεν:

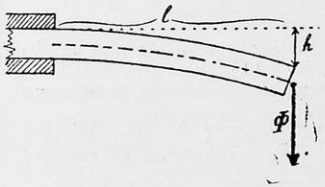
$$l=A \qquad \lambda=\Delta-A \qquad d=B \qquad \delta=B-\Delta$$

ὅθεν:

$$\mu=\frac{B-\Delta}{B}:\frac{\Delta-A}{A}=\frac{A}{B}\cdot\frac{B-\Delta}{\Delta-A}.$$

ΚΑΜΨΙΣ ΡΑΒΔΩΝ

§ 148. Ράβδον καλοῦμεν πᾶν στερεόν, τοῦ ὁποίου αἱ δύο διαστάσεις εἶναι μικραὶ παραβαλλόμεναι πρὸς τὴν τρίτην καὶ τὸ ὁποῖον παρουσιάζει ἐλαστικὴν ἀντίστασιν κατὰ τὴν κάμψιν. Ἡ κάμψις τῶν ράβδων εἶναι φαινόμενον πολύπλοκον, τοῦ ὁποίου ἡ πλήρης ἔρευνα ἐξέρχεται τῶν ὁρίων τοῦ βιβλίου τούτου. Διὰ τοῦτο θὰ ἐξετάσωμεν μόνον τὴν κάμψιν πρισματικῶν ὁμογενῶν ράβδων καὶ ταύτην ὑπὸ εἰδικοὺς ὅρους.



Σχ. 124.

Ἔστω (σχ. 124) ράβδος πρισματικὴ σταθερᾶς τομῆς, τὴν ὁποίαν κατὰ τὸ ἓν ἄκρον στερεώνομεν ἀκλονήτως ἐνῶ εἰς τὸ ἄλλο ἐλεύθερον ἄκρον ἐφαρμόζομεν τὴν δύναμιν Φ καθέτως πρὸς τὴν ράβδον. Ἡ ράβδος θὰ καμφθῇ καὶ συνεπείᾳ τούτου ἐκ τῶν παραλλήλων ἰνῶν, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν αὐτὴν ἀποτελουμένην, αἱ μὲν πρὸς τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν θὰ ἐπιμηκυνθοῦν, αἱ δὲ πρὸς τὴν κοίλην ἐπιφάνειαν θὰ ἐπιβραχυνθοῦν, μία δὲ ὁμὰς ἐν τῷ μεταξὺ θὰ μείνῃ χωρὶς ἐπιμήκυνσιν ἢ ἐπιβράχυνσιν, ἡ εὑρισκομένη ἐπὶ τῆς καλουμένης *ἀδιαφόρου ἐπιφανείας*.

Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα τῆς κάμψεως ράβδου, ὑπὸ τὰς συνθήκας τοῦ σχή-

παράγονται μεταξὺ δύο ὑαλίνων πλακῶν προσηρμοσμένων εἰς τὰ ἄκρα Α, Α΄ τῶν στελεχῶν τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος 122.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ματος 124, καὶ ἐφ' ὅσον οἱ ἐπιδρῶσαι δυνάμεις δὲν ὑπερβαίνουν ὡρισμένα ὅρια, ἔφερεν εἰς τοὺς ἑξῆς νόμους:

Τὸ βέλος τῆς κάμψεως h_1, δηλ. ἡ μετακίνησις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως Φ ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν θέσιν, εἶναι ἀνάλογον τῆς δυνάμεως Φ, ἀνάλογον τῆς τρίτης δυνάμεως τοῦ μήκους l τῆς ράβδου, ἐξαρτᾶται δὲ ἀπὸ τὸ σχῆμα τῆς τομῆς καὶ τὰς διαστάσεις αὐτῆς. Οὕτω ἂν ἡ τομὴ εἶναι σταθερὰ καθ' ὅλον τὸ μῆκος τῆς ράβδου, ὀρθογώνιον μὲ τὰς πλευρὰς: α παραλλήλως πρὸς τὴν δύναμιν καὶ β καθέτως πρὸς αὐτήν, τὸ βέλος τῆς κάμψεως εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογον τῆς τρίτης δυνάμεως τοῦ α, ἁπλῶς δὲ ἀντιστρόφως ἀνάλογον τοῦ β.

Εἶναι λοιπόν: $$h_1 = C \cdot \frac{\Phi l^3}{\alpha^3 \beta}$$

εὑρίσκεται δὲ ὅτι ἡ σταθερὰ C συνδέεται πρὸς τὸ μέτρον τοῦ Young διὰ τῆς σχέσεως:

$$C = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{1}{E}$$

ὅθεν: $$h_1 = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{\Phi l^3}{E \alpha^3 \beta}$$

Ἂν ἡ ράβδος στηρίζεται ἐλευθέρως κατὰ τὰ δύο ἄκρα ἐπὶ ἀκμῶν, ἡ δὲ δύναμις Φ ἐνεργεῖ εἰς τὸ μέσον, τὸ βέλος τῆς κάμψεως h_2 εἶναι τὸ $^1/_{16}$ τοῦ προηγουμένου h_1, ἤτοι:

$$h_2 = \frac{1}{12\pi} \frac{\Phi l^3}{E \alpha^3 \beta}$$

Ἂν δὲ ἡ ράβδος δὲν στηρίζεται ἁπλῶς, ἀλλ' εἶναι πακτωμένη κατὰ τὰ δύο ἄκρα, τὸ βέλος τῆς κάμψεως h_3 εἶναι τὸ $^1/_{64}$ τοῦ h_1.

§ 149. ***Μεταβολὴ τοῦ σχήματος τῆς τομῆς κατὰ τὴν κάμψιν.*** Ἡ τομὴ τῆς ράβδου κατὰ τὴν κάμψιν δὲν μένει ὁμοία πρὸς ἑαυτήν, ἀλλὰ μεταβάλλεται, διότι αἱ κατὰ μῆκος συστολαὶ καὶ διαστολαὶ τῶν ἰνῶν τῆς ράβδου ἑκατέρωθεν τῆς ἀδιαφόρου ἐπιφανείας συναδεύονται ἀπὸ ἐγκαρσίας διαστολὰς καὶ συστολάς. Θὰ παρακολουθήσωμεν ποιοτικῶς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν τῆς ὀρθογωνίου τομῆς.

Ἔστω λοιπὸν (σχ. 125) ἡ τομὴ ὀρθογώνιος μὲ πλευρὰς α παραλλήλως πρὸς τὴν προκαλοῦσαν τὴν κάμψιν δύναμιν καὶ β καθέτως πρὸς αὐτήν. Τὸ ἴχνος τῆς ἀδιαφόρου ἐπιφανείας εἶναι ἡ ΖΗ, παράλληλος πρὸς τὰς ΑΒ, ΔΓ καί, καθὼς ἡ θεωρητικὴ ἔρευνα δεικνύει, ἴσον ἀπέχουσα ἀπὸ αὐτάς. Ἂν ἡ ράβδος καμφθῇ ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, θὰ ἐπιμηκυνθοῦν μὲν αἱ ἄνω τῆς ἀδιαφόρου ἐπιφανείας ἶνες, θὰ βραχυνθοῦν δὲ αἱ κάτω αὐτῆς.

Ἀλλὰ γνωρίζομεν ὅτι τὴν ἐπιμήκυνσιν συνοδεύει ἐγκαρσία συστολή, τὴν δὲ ἐπιβράχυνσιν ἐγκαρσία διαστολή.

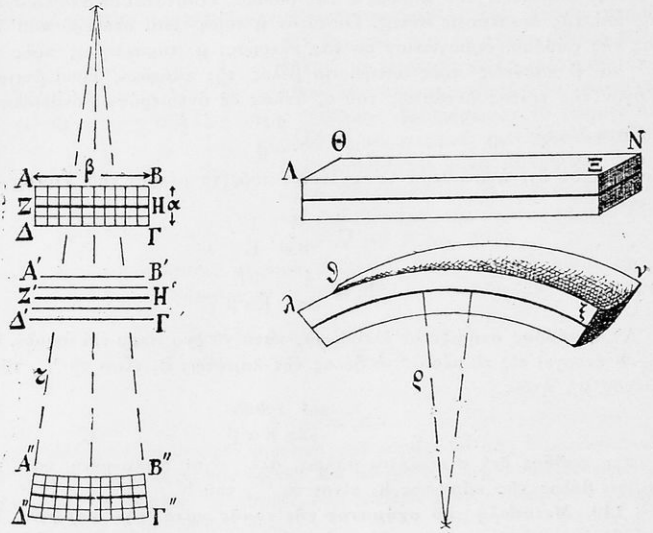
Ἑπομένως εἰς τὴν τομὴν ΑΒΓΔ θὰ ἐπέλθουν αἱ ἑξῆς μεταβολαί:

Ἡ πλευρὰ ΑΒ θὰ γίνῃ μικροτέρα, ἡ ΔΓ μεγαλητέρα ἡ δὲ ΖΗ θὰ διατηρήσῃ τὸ μῆκός της.

Ἡ ΑΔ καὶ ὅλαι αἱ πρὸς αὐτὴν παράλληλοι θὰ διατηρήσουν τὸ μῆκός των, διότι τὸ μὲν μέρος ΖΑ θὰ συσταλῇ, τὸ δὲ ΖΔ θὰ διασταλῇ. Ἐπειδὴ δὲ προσέτι δὲν ὑπάρχει κανεὶς λόγος νὰ μεταβληθοῦν αἱ γωνίαι τοῦ εἰς τὸ σχῆμα ἀπεικονιζομένου δικτύου, ἔπεται ὅτι αἱ μὲν ΑΒ, ΖΗ, ΔΓ θὰ γίνουν τόξα συγκεντρι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κῶν κύκλων, αἱ δὲ ΑΔ, ΒΓ καὶ αἱ παράλληλοι πρὸς αὐτὰς θὰ γίνουν ἀκτῖνες διὰ τοῦ κοινοῦ κέντρου καὶ τὸ ὀρθογώνιον ΑΒΓΔ θὰ λάβῃ τὸ σχῆμα Α″ Β″ Γ″ Δ″.



Σχ. 125.

Ἡ πρώην ἐπίπεδος ἐπιφάνεια ΛΘΝΞ λαμβάνει τὴν μορφὴν λθνξ, γίνεται δηλ. κοιλόκυρτος, ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι αἱ πρωτεύουσαι ἀκτῖνες καμπυλότητος ϱ καὶ r (πρβλ. τὸ σχῆμα 125) ἔχουν πρὸς ἀλλήλας τὴν σχέσιν $\varrho : \tau = \mu$, ὅπου μ ὁ λόγος τοῦ Poisson.

ΜΕΤΡΟΝ ΤΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ ΟΓΚΟΥ ΥΠΟ ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΝ ΠΑΝΤΑΧΟΘΕΝ ΠΙΕΣΙΝ

§ 150. Θεωροῦμεν ἤδη κύβον στερεὸν ἰσότροπον ΑΒΓΔ ΛΖΗΘ (σχ. 126), τοῦ ὁποίου ἡ πλευρὰ ἔστω l καὶ ὁ ὁποῖος ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν τῶν ἴσων πρὸς ἀλλήλας δυνάμεων $f_1 \ldots f_6$ καθέτων πρὸς τὰς ἕδρας του καὶ ὁμοιομόρφως κατανεμημένων ἐπ᾽ αὐτῶν.

Τὸ πηλίκον τῆς ὅλης δυνάμεως f διὰ τῆς ἐπιφανείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας αὕτη κατανέμεται *καθέτως καὶ ὁμοιομόρφως*, ὀνομάζομεν *πίε-*

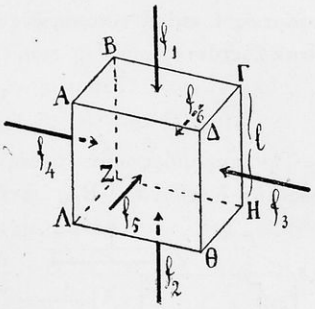
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σιν. Ἡ πίεσις p εἰς τὴν θεωρουμένην περίπτωσιν εἶναι λοιπόν:

$$p=\frac{f}{\sigma}=\frac{f}{l^2}$$

(f ἡ κοινὴ ἔντασις τῶν δυνάμεων $f_1 \ldots . f_6$) καὶ εἶναι ὁμοιόμορφος ἐπὶ ὅλων τῶν ἑδρῶν τοῦ κύβου.

Τὸ γεωμετρικὸν σχῆμα τοῦ κύβου δὲν ὑπάρχει λόγος νὰ μεταβληθῇ, ἡ δὲ ἐλάττωσις β τοῦ ὄγκου V ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς ἐλαστικότητος θὰ εἶναι κατὰ τὸν νόμον τοῦ Hooke ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου καὶ τῆς πιέσεως p.



Σχ. 126.

Θὰ εἶναι λοιπόν:

$$\beta=\frac{1}{\kappa}Vp=\frac{1}{\kappa}V\frac{f}{\sigma}.$$

Τὴν σταθερὰν κ ὀνομάζομεν *μέτρον τῆς ἐλαστικότητος ὄγκου ὑπὸ ὁμοιόμορφον πίεσιν.*

Ὁ νέος ὄγκος V' εἶναι:

$$V'=V\left(1-\frac{1}{\kappa}p\right) \tag{1}$$

ἡ δὲ σταθερὰ κ συνδέεται πρὸς τὸ μέτρον τοῦ Young καὶ τὸν λόγον τοῦ Poisson διὰ τῆς σχέσεως:

$$\kappa=\frac{E}{3(1-2\mu)} \tag{2}$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου βλέπομεν ὅτι τὸ μέτρον κυβικῆς διαστολῆς εἶναι ἀνάλογον τοῦ E, ἀντιστρόφως δὲ ἀνάλογον τοῦ $1-2\mu$. Ὅσον ὁ ἀριθμὸς μ πλησιάζει πρὸς τὸ ὅριον $^1/_2$ τόσον τὸ κ γίνεται μεγαλήτερον καὶ ἡ τιμὴ αὐτοῦ εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι πολὺ μεγάλη, ἔστω καὶ μὲ μικρὰν τιμὴν τοῦ E, ὅταν τὸ μ πλησιάζῃ τὴν ὁρικὴν τιμὴν $^1/_2$.

Οὕτω εἰς τὸ ἐλαστικὸν κόμμι καὶ τὴν πηκτήν, μολονότι τὸ μέτρον τοῦ Young εἶναι πολὺ μικρόν, ἡ τιμὴ τοῦ κ εἶναι πολὺ μεγάλη· ἐνῶ δηλ. μὲ μικρὰν σχετικῶς δύναμιν, μονομερῶς ἐνεργοῦσαν, ὑφίστανται τὰ σώματα ταῦτα μεγάλας παραμορφώσεις, ὑπὸ ὁμοιόμορφον πανταχόθεν πίεσιν ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου εἶναι ἐλαχίστη (πρβλ. Πίν. ΙΙΙ).

ΜΕΤΡΟΝ ΟΛΙΣΘΗΣΕΩΣ Η ΜΕΤΡΟΝ ΣΤΡΕΨΕΩΣ Η ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΜΕΤΡΟΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

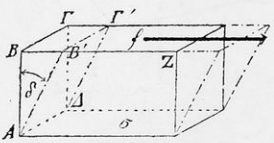
§ 151. Τὰ φαινόμενα τῆς ἐλαστικότητος χαρακτηρίζονται καὶ ὑπὸ ἄλλης τινὸς σταθερᾶς ἐκτὸς ἐκείνων, τὰς ὁποίας μέχρι τοῦδε ἀνε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

φέραμεν. Ἐὰν δηλ. λάβωμεν (σχ. 127) ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον, τοῦ ὁποίου ἡ βάσις ἔχει ἐμβαδὸν σ, καὶ ἀφοῦ στερεώσωμεν τὴν βάσιν, ἐφαρμόσωμεν ἐπὶ τῆς ἀπέναντι ταύτης ἕδρας καὶ παραλλήλως πρὸς τὴν ἀκμὴν BZ ὁλικὴν δύναμιν f ὁμοιομόρφως κατανεμομένην ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, τὸ ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον θὰ μεταβληθῇ εἰς πλάγιον, ἡ δὲ μικρὰ γωνία δ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει ἡ νέα θέσις τῆς ἕδρας ΑΒ΄Γ΄Δ πρὸς τὴν ἀρχικὴν ΑΒΓΔ εἶναι ἀνάλογος τῆς δυνάμεως f καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ἐμβαδοῦ σ τῆς βάσεως. Εἶναι λοιπόν:

$$\delta = \frac{1}{F} \cdot \frac{f}{\sigma} \tag{1}$$

Τὴν παραμόρφωσιν ταύτην ὀνομάζομεν *ὀλίσθησιν* παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσιν BZ, ὁ δὲ σταθερὸς ἀριθμὸς F ὀνομάζεται *μέτρον ὀλισθήσεως ἢ στρέψεως ἢ καὶ δεύτερον μέτρον ἐλαστικότητος*. Ἡ γωνία δ ὀνομάζεται *γωνία ὀλισθήσεως*. Ἐκ τοῦ ἀξιώματος τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως ἔπεται ὅτι ἂν τὸ θεωρούμενον ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον παραμορφωθῇ μὲ γωνίαν ὀλισθήσεως δ, ἡ ἄνω ἕδρα τείνει νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν ἀρχικήν της θέσιν μὲ δύναμιν:



Σχ. 127.

$$f = F \cdot \sigma \cdot \delta \tag{2}$$

Ὁ νόμος οὗτος εἰς τὰς πλείστας περιπτώσεις δὲν εἶναι εὔκολον νὰ ἀποδειχθῇ ἀπ' εὐθείας, διὰ μετρήσεως δηλ. τῆς δυνάμεως καὶ τῆς γωνίας ὀλισθήσεως ἐπὶ στερεοῦ παραλληλεπιπέδου, ἀποδεικνύεται ὅμως εὐκόλως διὰ τῆς στρέψεως τῶν συρμάτων καὶ ταύτην ἀκριβῶς μεταχειριζόμεθα συνήθως πρὸς μέτρησιν τοῦ δευτέρου μέτρου ἐλαστικότητος F.

Ἡ σταθερὰ F ἔχει τὰς διαστάσεις:

$$[F] = \frac{[f]}{[\sigma]\,[\delta]}$$

καὶ ἐπειδὴ ἡ γωνία δ εἶναι ἀριθμὸς διαστάσεων [0, 0, 0,], εἶναι:

$$[F] = \frac{[\text{Δύναμις}]}{[\text{ἐπιφάνεια}]} = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}] \tag{3}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2) θέσωμεν $\sigma = 1$, $\delta = 1$, εὑρίσκομεν:

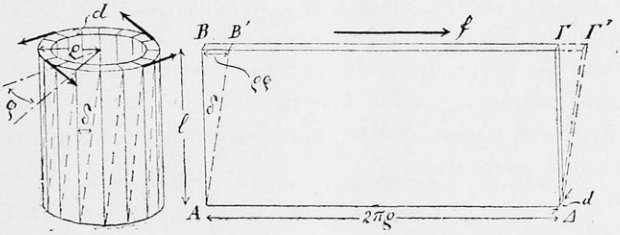
$$f = F$$

ἤτοι τὸ μέτρον τῆς στρέψεως ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία, ἐφαρμοζομένη ὅπως τὸ σχῆμα 127 δεικνύει ἐπὶ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας, παράγει γωνίαν ὀλισθήσεως ἴσην πρὸς τὴν μονάδα (δηλ: 57° 17′ 45″) ὑποτιθεμένου ὅτι καὶ διὰ τὴν μεγάλην ταύτην παραμόρφωσιν ἰσχύει ἡ ἐξίσωσις (1).

Εἰς τὸ σύστημα CGS τὸ E ἐκφράζεται εἰς dyne κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόν, εἰς τὰς τεχνικὰς ὅμως μετρήσεις ἐκφράζεται εἰς χιλιόγραμμα βάρους κατὰ τετραγωνικὸν χιλιοστόν. Εἶναι λοιπόν.

(4) $$F_{CGS} = 9{,}81 \cdot 10^7 \, F_{\tau\epsilon\chi\nu.}$$ (Πρβλ. § 140 ἐξίσ. 4).

§ 152. ***Στρέψις συρμάτων.*** Ἔστω κατὰ πρῶτον κύλινδρος κοῖλος κυκλικῆς τομῆς μήκους l, ἀκτῖνος ρ καὶ πάχους d πολὺ μικροῦ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἀκτῖνα καὶ τὸ μῆκος (σχ. 128). Στερεώ-



Σχ. 128.

νομεν τὴν κάτω βάσιν τοῦ κυλίνδρου καί, ἐφαρμόζοντες εἰς τὴν ἄνω περιφέρειαν δυνάμεις κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν ἐφαπτομένων ὁμοιομόρφως κατανεμημένας, ἐπιφέρομεν στρέψιν αὐτῆς κατὰ τὴν γωνίαν φ.

Κατὰ τὴν στρέψιν ταύτην ὁ κύλινδρος δὲν πάσχει οὔτε μεταβολὴν τοῦ μήκους οὔτε οἱανδήποτε ἄλλην ἀλλοίωσιν τοῦ σχήματος· διότι ἂν π. χ. κατὰ τὴν δεξιόστροφον στρέψιν ἐπεμηκύνετο, κατὰ τὸν νόμον τοῦ Hooke θὰ ἔπρεπε νὰ ἐπιβραχυνθῇ κατὰ τὴν ἀριστερόστροφον στρέψιν, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον ἕνεκα τῆς ὁμογενείας καὶ ἰσοτροπίας τοῦ σώματος δὲν ἔχει κανένα λόγον νὰ γίνῃ. Διὰ τὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

αὐτὸν δὲ λόγον δὲν εἶναι δυνατὴ ἐγκαρσία ἐξόγκωσις ἢ οἱαδήποτε ἄλλη μεταβολὴ τοῦ σχήματος.

Αἱ γενέτειραι λοιπὸν τοῦ κυλίνδρου μεταβάλλονται τώρα εἰς ἑλικοειδεῖς γραμμάς, ἐὰν δὲ ἀναπτύξωμεν εἰς ἐπίπεδον πλάκα τὸν κύλινδρον, παρατηροῦμεν ὅτι ἕνεκα τῆς στρέψεως τὸ ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ΑΒΓΔ μετεβλήθη εἰς τὸ ΑΒ΄Γ΄Δ μὲ γωνίαν ὀλισθήσεως δ, ἡ ὁποία, ἐπειδὴ εἶναι πολὺ μικρά, ἰσοῦται πρὸς

$$\delta = \frac{\rho \varphi}{l}$$

ὅθεν κατὰ τὸν τύπον (2) τῆς § 151 ἡ ὁλικὴ δύναμις f ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὴν ἄνω ἕδραν τοῦ παραλληλεπιπέδου διὰ νὰ ἐπιφέρῃ τὴν παραμόρφωσιν εἶναι:

$$f = F \cdot 2 \pi \rho \, d. \frac{\rho \varphi}{l}$$

Εἰς τὸν κύλινδρον πράγματι ἐνεργοῦν δυνάμεις, ἑκάστη κατὰ τὴν ἐφαπτομένην εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς της, τῶν ὁποίων τὸ *ἀριθμητικὸν* ἄθροισμα ἰσοῦται πρὸς τὴν f. Ἐπειδὴ δὲ ὅλαι εἶναι κάθετοι ἐπὶ τὰς ἀντιστοίχους ἀκτῖνας καὶ ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, ἕπεται ὅτι τὸ σύστημα αὐτῶν ἰσοδυναμεῖ πρὸς ζεῦγος, τοῦ ὁποίου ὁ ἄξων συμπίπτει μὲ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου καὶ ἡ ροπὴ εἶναι:

$$P = \rho \cdot f = 2 \pi F \rho^3 d \frac{\varphi}{l}. \tag{5}$$

Ἐὰν ἔχωμεν ὄχι κοῖλον κύλινδρον, ἀλλὰ πλῆρες σῦρμα κυλινδρικὸν κυκλικῆς τομῆς, θεωροῦμεν αὐτὸ ὡς ἀποτελούμενον ἀπὸ πολλοὺς λεπτοτάτους κυλινδρικοὺς χιτῶνας καὶ ἀθροίζοντες τὰς ροπὰς αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς ἕκαστον ἐξ αὐτῶν, εὑρίσκομεν ὅτι διὰ νὰ στρέψωμεν κατὰ γωνίαν φ σῦρμα πλῆρες κυλινδρικῆς τομῆς, τοῦ ὁποίου ἡ ἀκτὶς εἶναι ρ, τὸ δὲ μῆκος *l*, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ζεῦγος ροπῆς:

$$P = F \frac{\pi \rho^4}{2 l} \cdot \varphi \tag{6}$$

Ἡ ποσότης:

$$D = F \frac{\pi \rho^4}{2 l} \tag{7}$$

ὀνομάζεται κατευθῦνον ζεῦγος τοῦ σύρματος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως:

(8) $$P = D \cdot \varphi$$

εὑρίσκομεν διὰ $\varphi = 1$ (δηλ. $\varphi = 57^0\ 17'\ 45''$): $P = D$.

Κατευθῦνον ζεῦγος ὀνομάζεται τὸ ζεῦγος τὸ ὁποῖον στρέφει δοθὲν σῶμα κατὰ τὴν μονάδα τῆς γωνίας.

§ 153. ***Περιστροφικαὶ αἰωρήσεις συστημάτων ἐξηρτημένων δι' ἐλαστικοῦ σύρματος.*** Ἐὰν δι' ἐλαστικοῦ σύρματος στερεῶς προσηρμοσμένου κατὰ τὸ ἀνώτερον μέρος εἰς ἀνένδοτον στήριγμα ἐξαρτήσωμεν σῶμα τι, στερεῶς καὶ τοῦτο προσηρμοσμένον εἰς τὸ σύρμα, καὶ στρέφοντες αὐτὸ περὶ τὸ σύρμα ὡς ἄξονα τὸ ἐκτρέψωμεν ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας, ὅταν τὸ ἀφίσωμεν ἐλεύθερον ἐκτελεῖ περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας αἰωρήσεις ἀναλόγους πρὸς τὰς τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Αἱ αἰωρήσεις αὗται εἶναι ἰσόχρονοι, ὄχι μόνον διὰ μικρὰς γωνίας ἐκτροπῆς, ἀλλά, ὅταν τὸ σύρμα εἶναι ἀρκετὰ λεπτὸν καὶ ἐπίμηκες, καὶ διὰ γωνίας ἀνερχομένας εἰς πολλὰς ὁλοκλήρους περιφερείας, ὁ δὲ χρόνος μιᾶς πλήρους (διπλῆς) αἰωρήσεως παρέχεται ἀπὸ τὸν τύπον:

(9) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{D}} = 2\sqrt{\frac{2\pi K \cdot l}{F\rho^4}}$$

ὅπου K ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ σώματος ὡς πρὸς ἄξονα τὸ σύρμα καὶ D τὸ κατευθῦνον ζεῦγος τοῦ σύρματος.

ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΟΥ ΜΕΤΡΟΥ ΣΤΡΕΨΕΩΣ

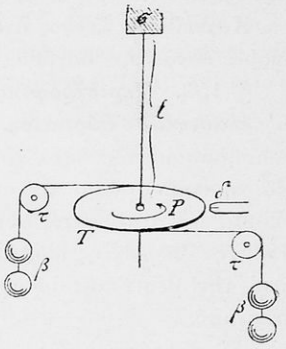
§ 154. ***Στατικὴ μέθοδος.*** Στερεώνομεν τὸ σύρμα (σχ. 129) κατὰ τὸ ἓν ἄκρον εἰς τὸ ἀνένδοτον ὑποστήριγμα σ, οὕτως ὥστε νὰ κρέμαται κατακορύφως, καὶ προσαρμόζομεν εἰς ἓν ἄλλο σημεῖον αὐτοῦ τὴν τροχαλίαν T, τῆς ὁποίας ἡ περιφέρεια εἶναι διηρημένη εἰς μοίρας, σημειώνομεν δὲ τὴν διαίρεσιν, ἡ ὁποία εὑρίσκεται ἀπέναντι τοῦ δείκτου δ.

Ἔπειτα διὰ τῶν βαρῶν β, β, τὰ ὁποῖα ἐξαρτῶμεν ἀπὸ τὰ νήματα τὰ περιτυλισσόμενα εἰς τὴν ἐνσκαφὴν τῆς τροχαλίας, καὶ διὰ τῶν βοηθητικῶν ἀκινήτων τροχαλιῶν τ τ, ἐφαρμόζομεν εἰς τὴν περιφέρειαν τῆς τροχαλίας T δυνάμεις, κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης, ἴσας καὶ ἀντιθέτους καί, ὅταν τὸ σύστημα ἰσορροπήσῃ, σημειώ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

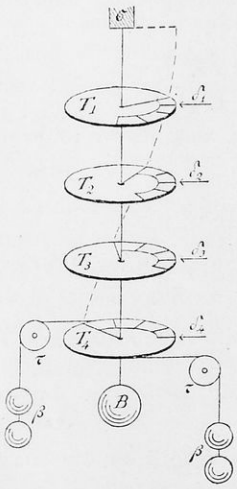
νομεν πάλιν τὴν διαίρεσιν τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸν δείκτην δ. Ἔστω φ ἡ γωνία κατὰ τὴν ὁποίαν ἐστράφη ἡ τροχαλία, καὶ ἐπομένως τὸ κάτω ἄκρον τοῦ σύρματος. Ἂν εἶναι Δ ἡ διάμετρος τῆς τροχαλίας, καὶ m ἡ μᾶζα τοῦ εἰς ἑκάτερον τῶν νημάτων ἐξηρτημένου βάρους, τὸ ἐπιδρῶν ζεῦγος εἶναι $P = \Delta m g$ καὶ ἐκ τοῦ τύπου (6) τῆς § 152 εὑρίσκομεν ἀπὸ τὸ γνωστὸν μῆκος l καὶ τὴν ἀκτῖνα ρ τοῦ σύρματος:

$$F = \frac{2 l \Delta m g}{\pi \rho^4 \varphi}$$



Σχ. 129.

Ἡ διάταξις αὕτη χρησιμεύει καὶ εἰς πειραματικὴν ἀπόδειξιν τοῦ τύπου (6). Εὑρίσκομεν δηλ. ἐξαρτῶντες διάφορα βάρη ἀπὸ τὰ νήματα ὅτι ἡ γωνία στρέψεως φ εἶναι μέχρις ὁρίου ἀνάλογος πρὸς τὸ ἐπιδρῶν ζεῦγος, στερεώνοντες δὲ τὴν τροχαλίαν T εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ στηρίγματος σ, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ γωνία στρέψεως εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τοῦ σύρματος. Ἂν δὲ προσαρμόσωμεν εἰς διάφορα μέρη τοῦ σύρματος καὶ εἰς ἴσας ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεις τοὺς διηρημένους δίσκους T_1, T_2, T_3 (σχ. 130), βλέπομεν ὅτι ἡ γωνία στρέψεως βαίνει αὐξανομένη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω κατ' ἀριθμητικὴν πρόοδον.



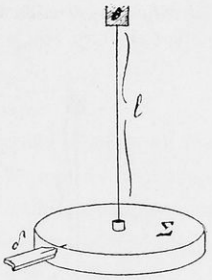
Σχ. 130.

Ἂν δὲ τέλος ἐξαρτήσωμεν ἀπὸ τὸ κατώτατον ἄκρον τοῦ σύρματος διάφορα βάρη B, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ στρέψις ἡ ἐπιφερομένη ἀπὸ δοθὲν ζεῦγος εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φορτίσεως τοῦ σύρματος.

§ 155. *Δυναμικὴ μέθοδος.* Στερεώνομεν τὸ σύρμα κατὰ τὸ ἀνώτατον αὐτοῦ ἄκρον εἰς τὸ ἀνένδοτον στήριγμα σ (σχ. 131) εἰς δὲ τὸ κατώτερον ἄκρον προ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σαρμόζομεν τὸ στερεὸν σῶμα Σ, συμμετρικὸν ὡς πρὸς τὸ σύρμα, καὶ προκαλοῦμεν τὰς περιστροφικὰς αἰωρήσεις τοῦ συστήματος, ἔστω δὲ T ὁ χρόνος μιᾶς *πλήρους* αἰωρήσεως, τὸν ὁποῖον μετροῦμεν παρατηροῦντες τὰς ἐνώπιον τοῦ δείκτου δ διελεύσεις γραμμῆς χαραγμένης ἐπὶ τοῦ σώματος Σ, ἢ, ὅταν πρόκειται περὶ ἀκριβεστέρων μετρήσεων, παρατηροῦντες διὰ διόπτρας ἐντὸς κατόπτρου στερεωμένου ἐπὶ τοῦ σώματος Σ τὸ εἴδωλον κλίμακος (πρβλ. καὶ § 22).



Σχ. 131.

Ἐκ τοῦ τύπου (9) τῆς § 153 εὑρίσκομεν τὸ F ὅταν γνωρίζωμεν τὴν ροπὴν ἀδρανείας K τοῦ ἐξηρτημένου συστήματος:

$$F = \frac{8\pi l K}{\rho^4 T^2}$$

§ 156. ***Πειραματικὴ ἔκθεσις τῆς ροπῆς ἀδρανείας.*** Ἐὰν τὸ ἐξηρτημένον σῶμα ἔχῃ σχῆμα γεωμετρικὸν ἁπλοῦν καὶ εἶναι ὁμογενὲς εὑρίσκομεν τὴν ροπὴν ἀδρανείας ἐφαρμόζοντες τοὺς τύπους τῆς § 123. Πολλάκις ὅμως ἡ λογιστικὴ εὕρεσις τῆς ροπῆς ἀδρανείας εἶναι ἀδύνατος. Τότε εὑρίσκομεν αὐτὴν πειραματικῶς ὡς ἑξῆς.

Ἐξαρτῶμεν τὸ σύστημα ἀπὸ τὸ σύρμα καὶ μετροῦμεν τὸν χρόνον αἰωρήσεως T. Κατὰ τὸν τύπον (9) § 153, ἂν εἶναι K ἡ ἄγνωστος ροπὴ ἀδρανείας καὶ D τὸ κατευθῦνον ζεῦγος τοῦ σύρματος, θὰ εἶναι:

$$10) \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{D}}$$

Προσαρμόζομεν ἔπειτα εἰς τὸ συστημα καὶ εἰς συμμετρικὰς ὡς πρὸς τὸ σύρμα θέσεις δύο σώματα ἁπλῆς γεωμετρικῆς μορφῆς (δακτυλίους, κυλίνδρους, σφαίρας κλπ.), τῶν ὁποίων ἐπομένως τὴν ροπὴν ἀδρανείας K_1 ἠμποροῦμεν νὰ ὑπολογίζωμεν κατὰ τοὺς τύπους τῶν §§ 123,124, καὶ μετροῦμεν τὸν νέον χρόνον αἰωρήσεως T_1. Ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ συνθέτου συστήματος εἶναι κατὰ τὸν ὁρισμὸν ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν ἀδρανείας τῶν συστατικῶν, ἴση λοιπὸν πρὸς $K+K_1$. Τὸ κατευθῦνον ζεῦγος δὲν μετεβλήθη διὰ τῆς προσθέτου φορτίσεως (πρβλ. § 154), ὅθεν εἶναι:

$$(11) \qquad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{K+K_1}{D}}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (10) καὶ (11) εὑρίσκομεν:

$$D T^2 = 4\pi^2 K \qquad D T_1^2 = 4\pi^2 (K+K_1)$$

ὅθεν:

$$(12) \qquad D = \frac{4\pi^2 K_1}{T_1^2 - T^2} \qquad K = K_1 \frac{T^2}{T_1^2 - T^2}$$

Ἀπὸ τὸ κατευθῦνον δὲ ζεῦγος D εὑρίσκομεν κατὰ τὸν τύπον (7) τῆς § 152 τὸ δεύτερον μέτρον ἐλαστικότητος F:

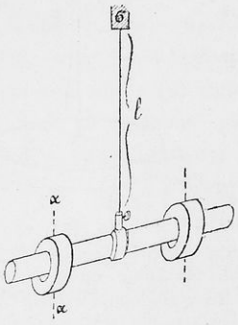
$$F = \frac{2 l D}{\pi \rho^4}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εστω π. χ. σχ. 132) χαλύβδινον σύρμα διαμέτρου $^1/_2$ mm καὶ *ἐλευθέρου* μήκους 50 cm, τὸ δὲ ἐξαρτώμενον σύστημα ράβδος ἐξηρτημένη ὁριζοντίως ἀπὸ τὸ μέσον. Χρόνος αἰωρήσεως $T = 4{,}60$ δευτερόλεπτα.

Λαμβάνομεν τώρα δύο δακτυλίους ὀρειχαλκίνους, τῶν ὁποίων τὰ χαρακτηριστικὰ εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ἐσωτερικὴ διάμετρος	$2r_0 = 2$	cm.
Ἐξωτερικὴ »	$2r_1 = 4$	»
Πάχος	$\lambda = 0{,}5$	»
Μᾶζα	$m = 40$	gr.



Σχ. 132.

καὶ προσαρμόζομεν αὐτούς, καθὼς εἰς τὸ σχῆμα 132 φαίνεται, ἐπὶ τῆς ράβδου οὕτως ὥστε οἱ ἄξονές των νὰ εἶναι παράλληλοι πρὸς τὸν ἄξονα τῆς ράβδου, τὰ δὲ κέντρα των νὰ ἀπέχουν ἀπὸ τὸ σύρμα 5 cm. ἔστω δὲ ὁ νέος χρόνος αἰωρήσεως $T_1 = 5{,}45$ δευτερόλεπτα.

Ἡ ροπὴ ἀδρανείας ἑνὸς ἐκ τῶν ὀρειχαλκίνων δακτυλίων ὡς πρὸς τὴν διὰ τοῦ κέντρου του διερχομένην εὐθεῖαν αα εἶναι (πρβλ. § 123):

$$K' = m\left(\frac{1}{12}\lambda^2 + \frac{1}{4}(r_0^2 + r_1^2)\right)$$

καὶ ἂν θέσωμεν τὰς τιμάς:

$$m = 40 \qquad \lambda = 0{,}5 \qquad r_0 = 1 \qquad r_2 = 2$$

$$K' = 40\left(\frac{0{,}25}{12} + \frac{1+4}{4}\right) = 50{,}8$$

ἡ δὲ ροπὴ ἀδρανείας τῶν δύο δακτυλίων ὡς πρὸς τὸ σύρμα, τὸ ὁποῖον ἀπέχει ἀπὸ τὰ κέντρα μάζης αὐτῶν 5 cm, εἶναι:

$$K_1 = 2\,(50{,}8 + 5^2 \times 40) = 2101{,}6 \text{ gr cm}^2$$

Θέτοντες τὰς τιμὰς ταύτας τῶν T, T_1, K_1 εἰς τὰς ἐξισώσεις (12) εὑρίσκομεν:

$$K = 2101{,}6\,\frac{4{,}60^2}{5{,}45^2 - 4{,}60^2} = \frac{2101{,}6 \times 21{,}16}{8{,}54} = 5\,207 \text{ gr cm}^2$$

$$D = \frac{4\pi^2 \times 2101{,}6}{8{,}54} = 9715$$

καὶ ἐκ τοῦ D κατὰ τὸν τύπον (7) ἀφοῦ θέσωμεν τὰς τιμὰς

$\rho = 0{,}25$ mm $= 0{,}025$ cm, $l = 50$ cm εὑρίσκομεν:

$$F = \frac{2.50,9\,715}{\pi.(0{,}025)^4} = 7920.10^{11} \text{ CGS} = \frac{7\,920.10^{11}}{981.10^7} = 8073 \ \frac{\text{kg}^*}{\text{mm}^2}$$

ΣΧΕΣΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΜΕΤΡΩΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

§ 157. Ἐγνωρίσαμεν μέχρι τοῦδε τὰς ἑξῆς χαρακτηριστικὰς σταθερὰς ἐλαστικότητος:

Μέτρον τοῦ Young . . . . . E
Λόγος τοῦ Poisson . . . . . μ
Μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου . κ
Μέτρον στρέψεως . . . . . F.

Αἱ σταθεραὶ αὗται ἀποδεικνύεται ὅτι συνδέονται πρὸς ἀλλήλας διὰ τῶν σχέσεων:

$$\kappa = \frac{E}{3\,(1-2\mu)} \qquad F = \frac{1}{2}\,\frac{E}{(1+\mu)}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐκ τῶν ὁποίων, ἅμα δύο ἀπὸ τὰς σταθερὰς Ε, μ, κ, F προσδιορισθοῦν πειραματικῶς, εὑρίσκονται ἀμέσως αἱ δύο ἄλλαι.

Πράγματι λοιπὸν αἱ ἐλαστικαὶ ἰδιότητες τῶν ὁμογενῶν καὶ ἰσοτρόπων σωμάτων, ἐκείνων δηλ. τῶν ὁποίων ἡ σύστασις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα εἶναι ἡ ἰδία καὶ αἱ ἰδιότητες καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις αἱ αὐταί, χαρακτηρίζονται ἀπὸ δύο μόνον σταθεράς.

ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΥΣΤΕΡΗΣΙΣ

§ 158. Ὅταν ἐπὶ ἐλαστικοῦ σώματος ἐπενεργοῦν ἐξωτερικαὶ δυνάμεις, δὲν λαμβάνει τοῦτο ἀμέσως τὴν τελικὴν μορφὴν τῆς ἰσορροπίας, ἀλλ' ἐπέρχεται κατ' ἀρχὰς μικροτέρα τις παραμόρφωσις, ἡ ὁποία βαθμηδὸν αὐξάνεται, ἐφ' ὅσον ἐξακολουθεῖ ἐπιδρῶσα ἡ ἐξωτερικὴ αἰτία, καὶ οὕτω τὸ σῶμα πλησιάζει ἀσυμπτωτικῶς πρὸς τὴν τελικὴν μορφήν. Ἐπίσης ὅταν παύσῃ ἐπιδρῶσα ἡ ἐξωτερικὴ αἰτία, τὸ σῶμα δὲν ἐπανέρχεται ἀμέσως εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, ἀλλά, καὶ ἂν ἀκόμη δὲν ἔχομεν ὑπερβῇ τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος (πρβλ. § 138), μέρος τῆς παραμορφώσεως παραμένει ἐπί τινα χρόνον καὶ τὸ σῶμα ἀσυμπτωτικῶς πάλιν ἀναλαμβάνει τὴν ἀρχικὴν μορφήν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται *ἐλαστικὴ ὑστέρησις*.

Οὕτω ἂν στρέψωμεν σύρμα κατὰ γωνίαν $\varphi = \varphi_0$ καὶ ἀφίσωμεν αὐτὸ ἔπειτα ἐλεύθερον, θὰ παρατηρήσωμεν κατὰ πρῶτον ραγδαίαν ἐλάττωσιν τῆς γωνίας, ἀλλ' ἐφ' ὅσον τὸ σύρμα πλησιάζει πρὸς τὴν ἀρχικὴν μορφήν, ἐπὶ τοσοῦτον ἡ ἐλλάττωσις τῆς γωνίας φ γίνεται βραδυτέρα, διὰ νὰ ἐπανέλθῃ δὲ τὸ σύρμα ἐντελῶς εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, νὰ μηδενισθῇ δηλ. ἡ γωνία τῆς στροφῆς, πρέπει νὰ παρέλθῃ πολὺς (θεωρητικῶς ἄπειρος) χρόνος.

Πρακτικῶς θεωροῦμεν ὅτι τὸ σύρμα ἐπανῆλθεν εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, ὅταν ἡ γωνία φ τῆς στρέψεως γίνῃ μικροτέρα τιμῆς τινος ἐξαρτωμένης ἀπὸ τὴν ἀκρίβειαν τῶν μέσων τῆς παρατηρήσεως.

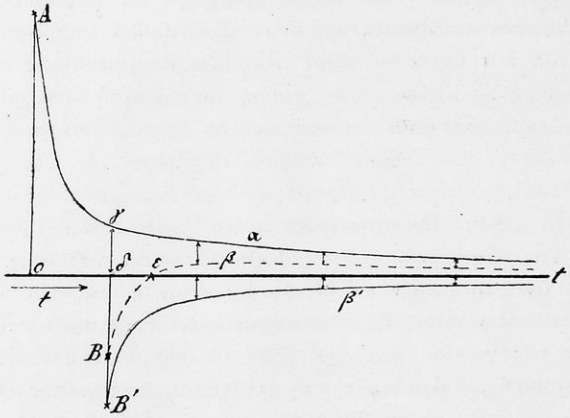
Ἂν παραστήσωμεν διὰ τῆς εὐθείας ΟΑ (σχ. 133) τὴν γωνίαν στρέψεως φ_0, ἡ ἐπάνοδος τοῦ σύρματος εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν παρίσταται γραφικῶς ἀπὸ τὴν καμπύλην Α γ α.

Ἂν τώρα κατὰ τὸν χρόνον δ στρέψωμεν τὸ σύρμα κατ' ἀντίθετον φορὰν καὶ κατὰ γωνίαν $\delta B < O A$ μετρουμένην ἀπὸ τῆς *ἀρχικῆς* θέσεως τῆς ἰσορροπίας καὶ ἀφίσωμεν αὐτὸ ἀμέσως ἐλεύθερον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ σύρμα ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θέσιν τῆς ἰσορροπίας, ὑπερβαίνει αὐτὴν κατά τι καὶ ἔπειτα ἐπανέρχεται ἀσυμπτωτικῶς πάλιν εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν.

Ἡ ἐξήγησις τοῦ φαινομένου εἶναι ἁπλουστάτη. Κατὰ τὸν χρόνον δ ἡ θέσις ἰσορροπίας τοῦ σώματος, ἕνεκα τῆς προηγηθείσης στροφῆς Ο Α καὶ τῆς ὑστερήσεως, παρίσταται ἀπὸ τὸ σημεῖον γ. Ἑπομένως, ὅταν ἐστρέψαμεν αὐτὸ κατὰ γωνίαν δ Β, μετρουμένην ἀπὸ τῆς *ἀρχικῆς* θέσεως ἰσορροπίας, πράγματι ἐστρέψαμεν κατὰ γωνίαν γ Β = δ Β′ ἀπὸ τῆς *στιγμιαίας* θέσεως ἰσορροπίας. Ἀλλ' ἂν δὲν ὑπῆρχεν ἡ πρώτη στροφὴ Ο Α, ἡ ἐπάνοδος τοῦ σύρματος ἀπὸ



Σχ. 133.

τῆς θέσεως Β′ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν θὰ παρίστατο ἀπὸ τὴν καμπύλην Β′ β′, τῆς ὁποίας ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τὸν ἄξονα Ο t παριστᾷ ἑκάστοτε τὴν γωνίαν στροφῆς. Τώρα, ὅτε αἱ θέσεις τῆς ἰσορροπίας τοῦ σύρματος ἕνεκα τῆς πρώτης στροφῆς παρίστανται ἀπὸ τὴν καμπύλην Α γ α, πρέπει νὰ ἀναγάγωμεν τὴν Β′ β′ ὄχι πλέον εἰς τὸν ἄξονα Ο t, ἀλλὰ εἰς τὴν καμπύλην γ α. Θὰ κατασκευάσωμεν δηλ. τὴν στικτὴν καμπύλην Β ε β, τῆς ὁποίας τὰ σημεῖα ἀπέχουν τόσον ἀπὸ τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τῆς γ α, ὅσον τὰ σημεῖα τῆς Β′ β′ ἀπὸ τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τοῦ ἄξονος Ο t (*).

(*) Αἱ τεταγμέναι δηλ. τῆς Β ε β εἶναι ἴσαι πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν τεταγμένων τῆς Α γ α καὶ τῆς Β′ β′.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ πραγματικὴ πορεία τοῦ φαινομένου παρίσταται λοιπὸν ἀπὸ τὴν καμπύλην Β ε β.

Ἐκ τούτου βλέπομεν ὅτι ἕνεκα τῆς ἐλαστικῆς ὑστερήσεως μεγίστην σημασίαν ἔχει διὰ τὴν ἐξέλιξιν οἱασδήποτε ἐλαστικῆς παραμορφώσεως ὁλόκληρος ἡ προηγουμένη ἱστορία τοῦ σώματος. Οὕτω ἡ ἐλαστικὴ ὑστέρησις εἶναι πηγὴ σπουδαίων διαταράξεων εἰς τὴν λειτουργείαν τῶν γαλβανομέτρων καὶ πολλῶν ἄλλων ὀργάνων, εἰς τὰ ὁποῖα τὸ κατευθῦνον ζεῦγος περιστρεφομένου συστήματος παρέχεται ἀπὸ τὴν ἐλαστικότητα τοῦ σύρματος τῆς ἐξαρτήσεως, καὶ διὰ τοῦτο προτιμᾶται εἰς λεπτὰς συσκευὰς ἡ ἐξάρτησις διὰ νήματος ἐκ τετηγμένου χαλαζίου (Quartz), διότι εἰς τὴν οὐσίαν ταύτην ἡ ὑστέρησις εἶναι σχεδὸν ἀνεπαίσθητος, ἐνῷ ἀντιθέτως ἡ ὕαλος χρειάζεται πολλὰκις ἡμέρας ὁλοκλήρους διὰ νὰ ἐπανέλθῃ κατόπιν ἐλαστικῆς παραμορφώσεως εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν.

ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΙΣ

§ 159. Ὅταν σώματα ἐλαστικὰ κινούμενα συγκρούωνται, ἐπέρχεται κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς συγκρούσεως παραμόρφωσις αὐτῶν, τῆς ὁποίας ἡ ἐνέργεια λαμβάνεται ἀπὸ τὴν κινητικὴν ἐνέργειάν των. Ἡ παραμόρφωσις ὅμως αὕτη ἐπ' ἐλάχιστον μόνον διαρκεῖ, τὰ σώματα ἐπανέρχονται εἰς τὴν προτέραν μορφήν, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν ταύτην φάσιν τοῦ φαινομένου ἡ ἐνέργεια τῆς ἐλαστικῆς παραμορφώσεως μεταβάλλεται ἐκ νέου εἰς κινητικὴν καὶ τὰ σώματα ἀποχωριζόμενα κινοῦνται μὲ ταχύτητας διαφόρους τῶν ἀρχικῶν.

Ἂν τὰ σώματα εἶναι τελείως ἐλαστικὰ καὶ ἡ παραμόρφωσις κατὰ τὴν σύγκρουσιν δὲν ὑπερβῇ τὸ ὅριον τῆς ἐλαστικότητος, ὁλόκληρος ἡ ἐνέργεια τῆς ἐλαστικῆς παραμορφώσεως ἀποδίδεται ὡς κινητική, καὶ ἐπομένως τὸ σύνολον τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῶν σωμάτων πρὸ τῆς συγκρούσεως καὶ μετ' αὐτὴν εἶναι τὸ ἴδιον. Ἄλλως μέρος μικρὸν ἢ μεγάλον τῆς ἐνεργείας τῆς παραμορφώσεως, ἢ καὶ ὁλόκληρος ἡ ἐνέργεια αὕτη, δὲν ἀποδίδεται ἀλλὰ μεταβάλλεται εἰς θερμότητα.

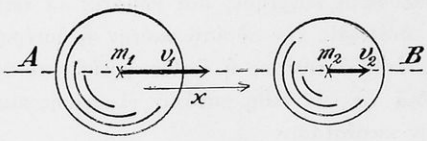
§ 160. ***Κεντρικὴ κρούσης σφαιρῶν.*** Θὰ ἐξετάσωμεν ἐνταῦθα μόνον τὴν κροῦσιν τελείως ἐλαστικῶν σφαιρῶν καὶ μάλιστα τὴν *κεντρικὴν κροῦσιν*, τὴν κροῦσιν δηλαδὴ κατὰ τὴν ὁποίαν αἱ ταχύτητες τῶν σφαιρῶν εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἡ ὁποία ἑνώνει τὰ κέντρα αὐτῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Θεωροῦμεν λοιπὸν δύο σφαίρας (σχ. 134) μάζης m_1, m_2, αἱ ὁποῖαι κινοῦνται ἐπὶ τῆς εὐθείας ΑΒ τῶν κέντρων αὐτῶν μὲ ταχύτητας $υ_1$ καὶ $υ_2$. Τὰς ταχύτητας θεωροῦμεν θετικὰς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους.

Εἶναι εὐνόητον ὅτι διὰ νὰ ἐπέλθῃ σύγκρουσις πρέπει νὰ εἶναι $υ_1 > υ_2$. Ἂν δηλ. ἀμφότεραι αἱ ταχύτητες εἶναι θετικαί, πρέπει μεγαλητέρα νὰ εἶναι ἡ $υ_1$. Ἂν ἀμφότεραι εἶναι ἀρνητικαὶ (ἀντίθετοι πρὸς τὸ βέλος) πρέπει ἡ $υ_2$ νὰ εἶναι ἀπολύτως μεγαλητέρα, ἢ τέλος πρέπει νὰ εἶναι ἡ $υ_1$ θετικὴ καὶ ἡ $υ_2$ ἀρνητική.

Ἕνεκα τῆς συμμετρίας τοῦ συστήματος ὡς πρὸς τὴν εὐθεῖαν ΑΒ εἶναι φανερὸν ὅτι καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν αἱ νέαι ταχύτητες V_1, V_2 θὰ εὑρίσκωνται καὶ πάλιν ἐπ' αὐτῆς.



Σχ. 134.

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν δύο σφαιρῶν εἶναι πρὸ τῆς κρούσεως (πρβλ. § 73):

$$\frac{1}{2} m_1 υ_1^2 + \frac{1}{2} m_2 υ_2^2$$

καὶ μετὰ τὴν κροῦσιν:

$$\frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} m_2 V_2^2.$$

Ἐπειδὴ δὲ κατὰ τὴν κροῦσιν ἕνεκα τῆς τελείας ἐλαστικότητος δὲν ἐπῆλθε μεταβολὴ κινητικῆς ἐνεργείας εἰς θερμικήν, ἔχομεν ἐκ τοῦ νόμου τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας τὴν σχέσιν:

$$m_1 υ_1^2 + m_2 υ_2^2 = m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2 \quad (1)$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐπειδὴ κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς κρούσεως ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν σφαιρῶν δυνάμεις ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, ἕπεται ὅτι αἱ εἰς τὰς σφαίρας προσδιδόμεναι *ὠθήσεις* (πρβλ. § 59) εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, καὶ ἑπομένως καὶ αἱ μεταβολαὶ τῆς ποσότητος κινήσεως αὐτῶν εἶναι ἐπίσης ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Τὸ ἄθροισμα λοιπὸν τῶν ποσοτήτων κινήσεως πρὸ τῆς κρούσεως καὶ μετ' αὐτὴν εἶναι σταθερόν. Εἶναι δηλ.:

$$m_1 υ_1 + m_2 υ_2 = m_1 V_1 + m_2 V_2. \quad (2)$$

Τὰς ἐξισώσεις (1), (2) γράφομεν ὡς ἑξῆς:

$$m_1 (υ_1^2 - V_1^2) = m_2 (V_2^2 - υ_2^2) \quad (3)$$

$$m_1 (υ_1 - V_1) = m_2 (V_2 - υ_2) \quad (4)$$

καὶ ἂν διαιρέσωμεν κατὰ μέλη, εὑρίσκομεν:

$$υ_1 + V_1 = V_2 + υ_2 \quad (5)$$

Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (4), (5) εὑρίσκομεν τώρα εὐκόλως τὴν τιμὴν τῶν νέων ταχυτήτων:

$$V_1 = \frac{2 m_2 υ_2 + υ_1 (m_1 - m_2)}{m_1 + m_2}$$

$$V_2 = \frac{2 m_1 υ_1 + υ_2 (m_2 - m_1)}{m_1 + m_2} \quad (6)$$

Μερικαὶ περιπτώσεις.

α') Ἂν αἱ μᾶζαι τῶν δύο σφαιρῶν εἶναι ἴσαι, $m_1 = m_2$, αἱ ἐξισώσεις (6) γίνονται: $V_1 = υ_2$ $V_2 = υ_1$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Αἱ σφαῖραι ἀνταλλάσσουν ἁπλῶς τὰς ταχύτητάς των. Ἂν δὲ ἡ σφαῖρα 1 ἠρεμῇ πρὸ τῆς κρούσεως, μετὰ τὴν κροῦσιν λαμβάνει τὴν ταχύτητα τῆς σφαίρας 2, αὕτη δὲ μένει μετὰ τὴν κροῦσιν ἀκίνητος.

β') Ἂν ἡ μᾶζα τῆς μιᾶς τῶν σφαιρῶν εἶναι πολὺ μεγάλη ἐν σχέσει πρὸς τὴν μᾶζαν τῆς ἄλλης, εἶναι δηλ.:

$$m_1 \gg m_2 \qquad \text{καὶ κατὰ προσέγγισιν} \qquad \frac{m_2}{m_1} \simeq 0$$

αἱ ἐξισώσεις (6) γίνονται, ἀφοῦ διαιρέσωμεν ἀριθμητὴν καὶ παρονομαστὴν τοῦ δευτέρου μέλους διὰ m_1:

$$V_1 = \frac{2\frac{m_2}{m_1}v_2 + v_1\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)}{1+\frac{m_2}{m_1}} = v_1 \qquad V_2 = 2v_1 - v_2$$

Ἂν εἶναι: $v_2 = 0$, ἔχομεν: $V_1 = v_1$, $V_2 = 2v_1$

Σφαῖρα δηλ. μὲ πολὺ μεγάλην μᾶζαν, συγκρουομένη κεντρικῶς πρὸς ἀκίνητον σφαῖραν μάζης πολὺ μικροτέρας, προσδίδει εἰς αὐτὴν ταχύτητα διπλασίαν τῆς ἰδικῆς της.

Ἂν δὲ εἶναι $v_1 = 0$ ἔχομεν: $V_1 = 0$, $V_2 = -v_2$.

Σφαῖρα δηλ. συγκρουομένη κεντρικῶς πρὸς ἀκίνητον σφαῖραν πολὺ μεγαλητέρας μάζης, ἢ, ὅπερ τὸ αὐτό, προσπίπτουσα καθέτως ἐπὶ ἐλαστικοῦ ἀκλονήτου ἐπιπέδου, ἀνακλᾶται μὲ τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς ταχύτητα.

ΤΡΙΒΗ

§ 161. Ὀνομάζομεν *τριβὴν* τὴν αἰτίαν, ἡ ὁποία ἀνθίσταται εἰς τὴν πρὸς ἄλληλα μετακίνησιν σωμάτων, ὅταν ταῦτα ἐφάπτωνται ἀλλήλων καὶ ἡ ἐπαφὴ διατηρεῖται στενὴ ὑπὸ δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι συμπιέζουν αὐτά.

Πρὸς ἔρευναν τῶν φαινομένων τῆς τριβῆς τῶν στερεῶν χρησιμεύει ἡ ὑπὸ τοῦ σχήματος 135 παριστωμένη συσκευή, τὴν ὁποίαν ὀνομάζομεν *Τριβόμετρον*. Ἐπὶ τῆς τραπέζης Τ θέτομεν τὸ σῶμα Σ, οὕτως ὥστε ἡ ἄνω ἐπιφάνεια αὐτοῦ, ἐπίπεδος κατὰ τὸ δυνατόν, νὰ εἶναι ὁριζοντία. Ἐπιθέτομεν τὸ δεύτερον τῶν ἐξεταζομένων σωμάτων σ, φορτίζοντες αὐτὸ διὰ καταλλήλου προσθέτου βάρους, ἐφαρμόζομεν δὲ ὁριζοντίαν δύναμιν εἰς τὸ σῶμα σ, ἐξαρτῶντες ἀπὸ αὐτὸ διὰ νήματος, τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τῆς αὐλακος τῆς σταθερᾶς τροχαλίας τ, τὰ βάρη β.

Ὅταν τὰ βάρη β εἶναι ἱκανὰ ὥστε νὰ προκαλέσουν τὴν κίνησιν τοῦ σώματος σ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, ὅθεν συμπεραίνομεν ὅτι ἡ δύναμις ἡ παράγουσα

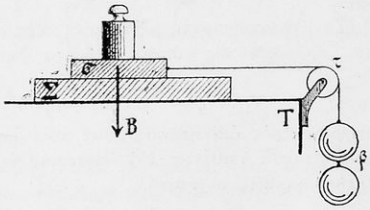
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὴν κίνησιν εἶναι σταθερὰ (πρβλ. § 56). Ἀλλ' ἡ δύναμις αὕτη εἶναι συνισταμένη τοῦ βάρους β καὶ τῆς ἐκ τῆς τριβῆς ἀντιστάσεως, καὶ ἐπειδὴ τὸ βάρος β εἶναι σταθερόν, ἕπεται ὅτι καὶ ἡ ἐκ τῆς τριβῆς ἀντίστασις εἶναι δύναμις σταθερά, ἀνεξάρτητος δηλ. ἀπὸ τὴν ταχύτητα τῆς κινήσεως τοῦ σ ὡς πρὸς τὸ Σ.

Ἂν ὀνομάσωμεν M τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος σ καὶ τοῦ ἐπ' αὐτοῦ βάρους, m τὴν μᾶζαν τῶν βαρῶν β, γ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς παραγομένης κινήσεως καὶ f τὴν ἐκ τῆς τριβῆς ἀντίστασιν, εἶναι:

$$Mg = B, \qquad mg = \beta$$

καὶ ἐπειδὴ ἡ δύναμις ἡ παράγουσα τὴν κίνησιν εἶναι ἡ διαφορὰ τοῦ βάρους β καὶ τῆς ἀντιστάσεως f, ἔχομεν κατὰ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς (1 § 57) τὴν σχέσιν:



Σχ. 135.

(1) $\qquad (M+m)\,\gamma = mg - f$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν τὸ f ὅταν γνωρίζωμεν τὰ λοιπὰ ποσά.

Καὶ τὰ μὲν M, m προσδιορίζομεν διὰ ζυγίσεως, τὴν δὲ ἐπιτάχυνσιν γ προσδιορίζομεν μετροῦντες τὸν χρόνον t, κατὰ τὸν ὁποῖον τὸ σύστημα σ διήνυσεν ἀπὸ τῆς *ἀρχικῆς* του θέσεως τὸ διάστημα s κατὰ τὴν ἐξίσωσιν:

$$s = \frac{1}{2}\,\gamma\, t^2 \qquad \text{(πρβλ. § 34).}$$

Ὅταν ἡ δύναμις β εἶναι ἴση ἢ μικροτέρα τῆς ἐκ τῆς τριβῆς ἀντιστάσεως, τὸ σῶμα σ μένει ἀκίνητον, μόλις ὅμως ἡ β ὑπερβῇ κατ' ἐλάχιστον τὴν ἀντίστασιν τῆς τριβῆς, ἀρχίζει τὸ σῶμα σ νὰ κινῆται. Διὰ τοῦτο μετροῦμεν τὴν ἀντίστασιν ταύτην προσδιορίζοντες τὴν δύναμιν β, ἡ ὁποία μόλις προκαλεῖ τὴν κίνησιν τοῦ σώματος σ, ὅταν ἡ ὁλικὴ δύναμις, ἡ ὁποία πιέζει αὐτὸ ἐπὶ τοῦ Σ (ἴδιον βάρος τοῦ σ καὶ πρόσθετον βάρος), εἶναι B.

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) εἶναι τότε $f = 0$ καὶ ἑπομένως:

$$mg - f = 0 \qquad \text{ἤτοι:} \qquad f = mg = \beta \ (*)$$

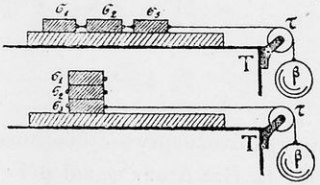
(*) Ἡ μέθοδος αὕτη δὲν εἶναι ἀκριβής, διότι πολλάκις ἡ ἀντίστασις *ἐκκινήσεως* εἶναι μεγαλητέρα τῆς ἀντιστάσεως κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης εὑρέθη ὁ ἑξῆς κατὰ προσέγγισιν νόμος:

Ἡ ἐκ τῆς τριβῆς ἀντίστασις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν Β, ἀνεξάρτητος δὲ ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς τῶν σωμάτων σ καὶ Σ.

Τὸ πρῶτον μέρος τοῦ νόμου τούτου ἐξελέγχομεν φορτίζοντες μὲ διάφορα βάρη τὸ σῶμα σ, ὅτε παρατηροῦμεν, ὅτι διὰ νὰ ἀρχίσῃ τοῦτο νὰ κινῆται, πρέπει νὰ ἐξαρτήσωμεν βάρη β, ἀνάλογα πάντοτε πρὸς τὴν ὁλικὴν δύναμιν Β. Τὸ δὲ δεύτερον μέρος τοῦ νόμου ἀποδεικνύεται ἁπλούστατα διὰ τῆς ἑξῆς διατάξεως: Λαμβάνομεν τρία ἢ περισσότερα παραλληλεπίπεδα σ_1, σ_2, σ_3 ἐντελῶς ὅμοια πρὸς ἄλληλα (ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ καὶ μὲ ὁμοίως κατειργασμένας ἐπιφανείας) καὶ ἐπιθέτομεν αὐτὰ ἐπὶ τῆς πλακὸς τοῦ τριβομέτρου ἄνευ προσθέτου βάρους πρῶτον μὲν τὸ ἓν *κατόπιν* τοῦ ἄλλου (σχ. 136), ἔπειτα δὲ τὸ ἓν *ἐπὶ* τοῦ ἄλλου. Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις, μολονότι ἡ ἐπιφάνεια ἐπαφῆς εἶναι ἐντελῶς διάφορος, χρειάζεται τὸ αὐτὸ βάρος β διὰ νὰ προκαλέσῃ τὴν κίνησιν.



Σχ. 136.

Ὁ λόγος: (2) $$\eta = \frac{\beta}{B}$$

σταθερός, καθὼς εἴδομεν, καὶ ἐξαρτώμενος μόνον ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν ἐξεταζομένων ἐπιφανειῶν, ὀνομάζεται *συντελεστὴς τριβῆς*, εἶναι δὲ καθαρὸς ἀριθμὸς ὡς πηλίκον δυνάμεως διὰ δυνάμεως.

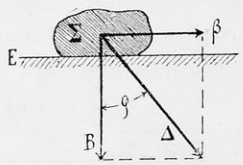
Οὕτω εἶναι διὰ τὴν τριβὴν χυτοσιδήρου ἐπὶ χυτοσιδήρου $\eta = 0{,}14$, δι' ὀρείχαλκον ἐπὶ χυτοσιδήρου $\eta = 0{,}19$, διὰ σίδηρον ἐπὶ πάγου (παγοπέδιλα) $\eta = 0{,}016$ ἕως $0{,}032$.

Σημειωτέον ὅτι κατὰ τὴν τελευταίαν ταύτην περίπτωσιν, ἕνεκα τῆς τήξεως τοῦ πάγου ὡς ἐκ τῆς μεγάλης πιέσεως, δέν ἔχομεν τὸ καθαρὸν φαινόμενον τῆς τριβῆς δύο στερεῶν, ἀλλὰ τὸ μικτὸν τῆς τριβῆς *λιπαινομένων* ἐπιφανειῶν. Κατὰ ταύτην μεταξὺ τῶν στερεῶν παρεντίθεται λεπτὸν στρῶμα τοῦ λιπαίνοντος ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον ἐμποδίζει αὐτὰ νὰ ἔλθουν εἰς ἄμεσον ἐπαφήν.

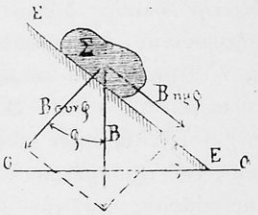
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οὕτω ἄξονες μηχανῶν φέροντες χαραγμένας λεπτὰς γραμμὰς ὁπωσδήποτε προελθούσας, διατηροῦν αὐτὰς ἐπὶ ἔτη, ἐφ' ὅσον λιπαίνονται καλῶς, ἀπόδειξις ὅτι κατὰ τὴν κίνησίν των δὲν ἔρχονται εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ στερεὸν ἔδρανον.

§ 162. ***Γωνία τριβῆς.*** Ἔστω τὸ σῶμα Σ (σχ. 137) στηριζόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας Ε καὶ ἡ δύναμις Δ ἐνεργοῦσα ἐπ' αὐτοῦ καὶ σχηματίζουσα μὲ τὴν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας κάθετον τὴν γωνίαν φ. Τὴν δύ-



Σχ. 137.



Σχ. 138.

ναμιν Δ ἀναλύομεν εἰς δύο συνιστώσας· μίαν κάθετον ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν Ε, Β=Δ συν φ, καὶ μίαν παράλληλον πρὸς αὐτήν, β=Δ ημ φ.

Διὰ νὰ ἐπέλθῃ κίνησις τοῦ Σ πρέπει νὰ εἶναι:

$$\frac{\beta}{B} > \eta \quad \text{ἢ} \quad \text{εφ } \varphi > \eta \tag{3}$$

Ἂν ὁρίσωμεν μίαν γωνίαν Φ τὴν καλουμένην *γωνίαν τριβῆς*, διὰ τῆς σχέσεως:

$$\text{εφ } \Phi = \eta$$

καὶ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι $\varphi \leq 90^0$, αἱ ἐξισώσεις (3) γίνονται:

$$\varphi > \Phi \tag{4}$$

ἤτοι: Ἡ δύναμις Δ θὰ ἐπιφέρῃ κίνησιν τοῦ σώματος Σ μόνον ὅταν σχηματίζῃ μὲ τὴν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας Ε κάθετον γωνίαν φ μεγαλητέραν τῆς γωνίας τριβῆς.

Θεωροῦμεν π. χ. (σχ. 138) τὸ βαρὺ σῶμα Σ στηριζόμενον ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ΕΕ, τὸ ὁποῖον σχηματίζει μὲ τὸ ὁριζόντιον ΟΟ γωνίαν φ. Τὸ βάρος Β τοῦ σώματος ἐνεργεῖ κατὰ τὴν κατακόρυφον, ἡ ὁποία σχηματίζει μὲ τὴν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου Ε κάθετον τὴν αὐτὴν γωνίαν φ. Ἡ συνιστῶσα Β συν φ πιέζει τὸ σῶμα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἡ δὲ συνιστῶσα Β ημ φ τείνει νὰ κινήσῃ αὐτό. Κίνησις θὰ ἐπέλθῃ ὅταν εἶναι:

$$\text{Β ημ φ : Β συν φ} > \eta$$

ἤτοι ὅταν εἶναι: $\varphi > \Phi$.

Ἐφ' ὅσον τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον σχηματίζει μὲ τὸ ὁριζόντιον γωνίαν φ ἴσην ἢ μικροτέραν τῆς γωνίας τριβῆς Φ, τὸ σῶμα Σ στηρίζεται ἐπ' αὐτοῦ. Ἅμα ὅμως ἡ γωνία φ γίνῃ μεγαλητέρα τῆς γωνίας τριβῆς, τὸ σῶμα Σ δὲν ἠμπορεῖ πλέον νὰ στηριχθῇ, ἀλλ' ἕνεκα τοῦ βάρους του ὀλισθαίνει ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

§ 163. Ἡ τριβή, τὴν ὁποίαν ἐξητάσαμεν, εἶναι ἡ *ἐξ ὀλισθήσεως τριβή*. Διάφορος καὶ ἐν γένει πολὺ μικροτέρα αὐτῆς εἶναι ἡ *τριβὴ τῆς κυλίσεως*, παρουσιαζομένη ὅταν ἓν στερεὸν κυλίεται ἐπὶ ἄλλου. Εἰς ἕνα τροχὸν ἁμάξης π. χ. ἔχομεν τριβὴν μὲν ἐξ ὀλισθήσεως εἰς τὸν ἄξονα, τριβὴν δὲ κυλίσεως μεταξὺ τροχοῦ καὶ ἐδάφους.

§ 164. ***Ἐσωτερικὴ τριβὴ τῶν στερεῶν.*** Ἀνάλογος πρὸς τὴν μεταξὺ τῶν στερεῶν τριβὴν εἶναι καὶ ἡ λεγομένη *ἐσωτερικὴ τριβὴ* τῶν στερεῶν, ἡ αἰτία δηλ. ἡ ἀνθισταμένη εἰς τὴν ὡς πρὸς ἄλληλα μετακίνησιν τῶν μερῶν στερεοῦ σώματος ἀνεξαρτήτως τῶν ἀναπτυσσομένων ἐλαστικῶν ἀντιδράσεων.

Ἡ θεμελιώδης διαφορὰ μεταξὺ ἐλαστικῶν δυνάμεων καὶ ἐσωτερικῆς τριβῆς εἶναι ὅτι ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ παρουσιάζεται *μόνον ἐφ' ὅσον μετακινοῦνται τὰ μέρη τοῦ στερεοῦ ὡς πρὸς ἄλληλα*, καὶ ἑπομένως, ἐνῷ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον καταναλίσκομεν διὰ νὰ ὑπερνικήσωμεν τὰς ἐλαστικὰς δυνάμεις, ἀποταμιεύεται εἰς τὸ ἐλαστικῶς παραμορφωμένον σῶμα ὑπὸ μορφὴν ἐλαστικῆς ἐνεργείας (πρβλ. § 159) καὶ ἀποδίδεται ἀπὸ τὸ σῶμα, ὅταν τοῦτο ἀναλάβῃ τὴν ἀρχικὴν μορφήν, τὸ ἔργον, τὸ καταναλισκόμενον διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τῆς ἐσωτερικῆς τριβῆς δὲν εἶναι πλέον δυνατὸν νὰ ἀποδοθῇ, ἀλλὰ μεταβάλλεται ὁλόκληρον εἰς θερμότητα.

Ἕνεκα ἀκριβῶς τῆς ἐσωτερικῆς τριβῆς αἱ αἰωρήσεις π. χ. τοῦ εἰς τὴν § 153 περιγραφέντος ἐλαστικοῦ συστήματος δὲν εἶναι ἀμείωτοι ἀλλὰ φθίνουσαι. Διότι κατὰ τὰς αἰωρήσεις ταύτας ἔχομεν διαρκῆ μεταβολὴν τῆς ἐνεργείας θέσεως ἢ ἐλαστικῆς ἐνεργείας τοῦ συστήματος εἰς κινητικὴν καὶ τἀνάπαλιν, ἐπειδὴ δὲ κατὰ τὴν κίνησιν μέρος τῆς ἐνεργείας καταναλίσκεται διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τῆς ἐσω-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τερικῆς τριβῆς καὶ ἑπομένως μεταβάλλεται εἰς θερμότητα, ἕπεται ὅτι τὸ πλάτος τῶν αἰωρήσεων θὰ ἐλαττώνεται βαθμηδὸν μέχρις ὅτου ὁλόκληρος ἡ διὰ τῆς πρώτης ἐκτροπῆς τοῦ σώματος ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας ἀποταμιευθεῖσα ἐνέργεια μεταβληθῇ εἰς θερμότητα καὶ ἑπομένως ἡ κίνησις παύσῃ ἐντελῶς.

Ἡ ἀπόσβεσις τῶν αἰωρήσεων εἶναι τόσον ταχυτέρα, ὅσον μεγαλητέρα εἶναι ἡ ἐσωτερικὴ τριβή.

ΣΚΛΗΡΟΤΗΣ

§ 165. Ὀνομάζομεν σκληρότητα τὴν ἀντίστασιν, τὴν ὁποίαν παρουσιάζουν τὰ στερεὰ εἰς τὸν ἀπ' ἀλλήλων διαχωρισμὸν τῶν μερῶν αὐτῶν ἢ εἰς τὴν ἐντὸς αὐτῶν εἴσδυσιν ἄλλου σώματος. Πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς σκληρότητος στηριζόμεθα ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ὅτι *ἐκ δύο σωμάτων τὸ σκληρότερον χαράσσει τὸ ὀλιγώτερον σκληρόν*. Ἐὰν λοιπὸν λάβωμεν σειρὰν σωμάτων τοιούτων, ὥστε ἕκαστον ἐξ αὐτῶν νὰ χαράσσῃ ὅλα τὰ προηγούμενα, νὰ χαράσσεται δὲ ἀπὸ ὅλα τὰ ἑπόμενα, ἡ σειρὰ αὕτη θὰ ἀποτελῇ μίαν, αὐθαίρετον πάντως, κλίμακα σκληρότητος πρὸς τὴν ὁποίαν θὰ ἠμποροῦμεν νὰ συγκρίνωμεν τὰ ἐξεταζόμενα σώματα:

Ἐν χρήσει ἀπὸ τοῦ 1822 εἶναι ἡ σκληρομετρικὴ κλίμαξ τοῦ Mohs ἀποτελουμένη ἀπὸ 10 σώματα τὰ ἑξῆς:

1	Τάλκης	6	Ἄστριος
2	Ὀρυκτὸν ἅλας	7	Χαλαζίας
3	Ἀσβεστίτης	8	Τοπάζιον
4	Φθορίτης	9	Κορούνδιον
5	Ἀπατίτης	10	Ἀδάμας

Τὴν σκληρότητα δοθέντος σώματος προσδιορίζομεν χαράσσοντες τοῦτο διὰ τῶν ὀρυκτῶν τῆς κλίμακος ἀρχίζοντες ἀπὸ τοῦ ἀδάμαντος. Οὕτω ἂν εὕρωμεν ὅτι τὸ ἐξεταζόμενον σῶμα χαράσσεται ἀπὸ τὸν Ἀδάμαντα, τὸ Κορούνδιον, τὸ Τοπάζιον ἀλλὰ χαράσσει τὸν Χαλαζίαν, ἡ σκληρότης αὐτοῦ θὰ εἶναι 7,5 ἢ ἀκριβέστερον 7 ἕως 8. Ἂν δὲ μήτε χαράσσει τὸν Χαλαζίαν, μήτε χαράσσεται ἀπὸ αὐτόν, ἡ σκληρότης του θὰ εἶναι 7, ἀκριβῶς ἡ τοῦ Χαλαζίου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

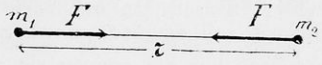
ΠΑΓΚΟΣΜΙΑ ΕΛΞΙΣ—ΔΥΝΑΜΙΚΟΝ

§ 166. ***Νόμος τοῦ Νεύτωνος.*** Τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος, τὰ ὁποῖα εἰς τὰς §§ 60 κ. ἑ. ἐξητάσαμεν, ἀποτελοῦν μέρος γενικωτέρας ὁμάδος φαινομένων, τῶν φαινομένων τῆς παγκοσμίας ἕλξεως.

Ὁ νόμος τῆς παγκοσμίας ἕλξεως ἢ τῆς γενικῆς βαρύτητος, ὀνομαζόμενος ἀπὸ τὸν θεμελιωτὴν αὐτοῦ καὶ *Νόμος τοῦ Νεύτωνος*, διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

Δύο ὑλικὰ σημεῖα ἕλκονται ἀναλόγως τοῦ γινομένου τῶν μαζῶν αὐτῶν καὶ ἀντιστρόφως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεώς των.

Ἂν λοιπὸν εἶναι m_1 καὶ m_2 αἱ μᾶζαι, καὶ r ἡ μεταξύ των ἀπόστασις (σχ. 139), ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς m_1 δύναμις F ἔχουσα τὴν διεύθυνσιν m_1 m_2 καὶ ἔντασιν:



Σχ. 139.

$$(1) \qquad F = k \frac{m_1 \, m_2}{r^2}$$

ὅπου k εἶναι παγκοσμία σταθερά, τῆς ὁποίας ἡ τιμή, θετικὴ πάντοτε, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς μονάδας τῆς δυνάμεως, τῆς μάζης καὶ τοῦ μήκους. Ἐννοεῖται ὅτι κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ ἐπὶ τῆς μάζης m_2 ἐνεργεῖ δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F.

Ἐὰν εἰς τὸν τύπον (1) θέσωμεν: $m_1 = m_2 = 1$, $r = 1$

εὑρίσκομεν: $F = k$

Ἤτοι: ἡ σταθερὰ τῆς παγκοσμίας ἕλξεως ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν ἔντασιν τῆς ἕλξεως δύο ὑλικῶν σημείων, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν μονάδα τῆς μάζης καὶ τῶν ὁποίων ἡ ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασις εἶναι ἴση πρὸς τὴν μονάδα τοῦ μήκους.

Ὁ νόμος οὗτος ἐξηγεῖ ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως τῶν οὐρανίων σωμάτων ὅπως καὶ τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος τῆς γῆς, καὶ μολονότι δὲν ἀποκλείεται ὅτι εἶναι μόνον πρώτη προσέγγισις

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ τὸ δεύτερον μέρος τῆς ἐξισώσεως (1) ἔχει πιθανῶς καὶ ἄλλους ὅρους, ἡ προσέγγισις ἐν τούτοις εἶναι ἐν πάσῃ περιπτώσει τόσον μεγάλη, ὥστε ἡ ἀστρονομία μὲ ὅλην τὴν ἀκρίβειαν τῶν παρατηρήσεών της δὲν κατώρθωσεν, ἐξαιρέσει ἀνωμαλίας τινὸς εἰς τὴν κίνησιν τοῦ Ἑρμοῦ, νὰ εὕρῃ διαφορὰν μεταξὺ τῶν ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ νόμου τούτου ὑπολογισμῶν καὶ τῆς παρατηρήσεως.

§ 167. Ἄλλο τὸ ζήτημα τῆς πραγματικῆς φύσεως τῆς παγκοσμίας ἕλξεως. Ἡ παγκοσμία ἕλξις, ὅπως διετυπώσαμεν τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος, μᾶς παρουσιάζεται ὡς τυπικὸν παράδειγμα τῆς *μακρόθεν ἐπιδράσεως*. Τὸ σῶμα Α ἕλκει τὸ Β, ἐξασκεῖ δηλ. ἐπίδρασιν εἰς σημεῖον τοῦ χώρου μακρὰν αὐτοῦ εὑρισκόμενον. Καὶ ναὶ μὲν εἰς παλαιότερα στάδια τῆς ἐξελίξεως τῆς Φυσικῆς παρεδέχοντο τὴν ὕπαρξιν παντοίων τοιούτων δυνάμεων, π. χ. τῶν ἠλεκτρικῶν καὶ μαγνητικῶν ἕλξεων καὶ ἀπώσεων, ἀλλὰ κατωρθώθη διὰ διαφόρων ὑποθέσεων, αἱ ὁποῖαι βαθμηδὸν προσέλαβον τὸ κῦρος μιᾶς ἐνιαίας θεωρίας (πρβλ. § 2) νὰ ἀναχθοῦν αἱ *μακρόθεν ἐπιδράσεις* αὗται εἰς ἐπιδράσεις τοῦ σώματος κατὰ πρῶτον εἰς τὸ ἀμέσως περιβάλλον αὐτὸ μέσον καὶ διὰ τούτου εἰς τὸ σῶμα, τὸ ὁποῖον εἰς τὰς αἰσθήσεις μας παρουσιάζεται ὡς ὑφιστάμενον τὴν ἐπίδρασιν.

Ἡ δευτέρα αὕτη ἀντίληψις περὶ τῆς ἀμοιβαίας ἐπενεργείας δύο σωμάτων εὑρισκομένων εἰς ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων συμβιβάζεται μὲ τὸ πνεῦμα τὸ ἐν γένει διέπον τὴν σημερινὴν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν, διότι εἶναι δύσκολον νὰ φαντασθῶμεν ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ παρουσιασθῇ ἐπίδρασις σώματός τινος εἰς σημεῖον τοῦ χώρου, ὅπου τοῦτο δὲν εὑρίσκεται.

Μεταξὺ τῶν δύο τρόπων τῆς ἐπενεργείας ἑνὸς σώματος Α ἐπὶ ἄλλου Β ὑφίστανται αἱ ἑξῆς θεμελιώδεις διαφοραί.

Ἂν τὸ σῶμα Α ἐπιδρᾷ ἐπὶ τοῦ Β ἁπλῶς καὶ μόνον ἐπειδὴ ὑφίσταται, χωρὶς νὰ λαμβάνῃ μέρος εἰς τὴν ἐπίδρασιν τὸ διάμεσον περιβάλλον, ἡ μετάδοσις τῆς ἐπιδράσεως εἶναι στιγμιαία, καὶ πᾶσα μεταβολὴ τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐπενεργοῦν ἐπὶ τοῦ Β, προερχομένη π. χ. ἐκ μετακινήσεως τοῦ σώματος Α, εἶναι ἀπολύτως σύγχρονος πρὸς τὴν αἰτίαν της, μεταδίδεται δηλ. ἡ ἐπίδρασις ἀπὸ τοῦ Α εἰς τὸ Β μὲ ἄπειρον ταχύτητα, εἶναι δὲ αἱ μεταξὺ Α καὶ Β ἐπενεργοῦσαι δυνάμεις ἐντελῶς ἀνεξάρτητοι τοῦ περιβάλλοντος.

Τουναντίον, ἂν ἡ ἐπίδρασις τοῦ Α ἐπὶ τοῦ Β μεταδίδεται διὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοῦ διαμέσου περιβάλλοντος, ἡ μετάδοσις θὰ γίνεται μὲ πεπερασμένην ταχύτητα. Οὕτω διὰ νὰ ἐπέλθῃ μεταβολὴ τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ σώματος Β, προερχομένη π. χ. ἐκ μεταβολῆς τῆς θέσεως τοῦ Α, πρέπει νὰ παρέλθῃ αἰσθητὸς χρόνος, τὸ δὲ πηλίκον τοῦ χρόνου τούτου διὰ τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο σωμάτων μᾶς δίδει τὴν ταχύτητα τῆς μεταδόσεως τῆς θεωρουμένης ἐπιδράσεως (*). Προσέτι δὲ ἡ ἀμοιβαία ἐπενέργεια τῶν δύο σωμάτων θὰ ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ διαμέσου περιβάλλοντος.

Καὶ ὅσον μὲν ἀφορᾷ τὰς ἠλεκτρικὰς καὶ μαγνητικὰς ἐπιδράσεις, ἀπεδείχθη πειραματικῶς ὅτι ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸ περιβάλλον καὶ μεταδίδονται μὲ πεπερασμένην ταχύτητα, ἡ δὲ ταυτότης τῆς ταχύτητος ταύτης πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτὸς ἤγαγεν εἰς τὴν θαυμαστὴν ἠλεκτρομαγνητικὴν θεωρίαν τοῦ Maxwell, ἡ ὁποία περιλαμβάνει τὰ ἠλεκτρικά, μαγνητικὰ καὶ φωτεινὰ φαινόμενα εἰς μίαν ἐνιαίαν ἐξήγησιν.

Περὶ τῆς παγκοσμίας ἕλξεως δὲν κατωρθώθη μέχρι τοῦδε νὰ δειχθῇ ἀμέσως οὔτε πεπερασμένη ταχύτης μεταδόσεως, οὔτε ἐπίδρασις τοῦ περιβάλλοντος, καὶ οὕτω μένει ἀκόμη μυστηριώδης ἡ φύσις αὐτῆς, μολονότι κατὰ τοὺς τελευταίους χρόνους πλεῖστοι ἐρευνηταί, θεωρητικοὶ ἰδίως, ἀσχολοῦνται ἐπιμόνως μὲ τὴν λύσιν τοῦ θεμελιώδους τούτου προβλήματος (**). Ἡμεῖς θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὸ νὰ θεωρήσωμεν τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος ὡς *ἐμπειρικὸν κανόνα* περιγράφοντα μὲ ὅλην τὴν ἐπιθυμητὴν ἀκρίβειαν τὰ μέχρι τοῦδε γνωστὰ φαινόμενα.

§ 168. ***Ἕλξις σφαιρῶν.*** Ἂν θεωρήσωμεν σφαῖραν ἀποτελουμένην ἀπὸ ὁμογενῆ συγκεντρικὰ στρώματα, ἀποδεικνύεται ὅτι διὰ τὰ ἐξωτερικὰ σημεῖα ἡ ἕλξις, ὑπολογιζομένη κατὰ τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος, εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν ἕλξιν ὑλικοῦ σημείου εὑρισκομένου εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας καὶ ἔχοντος μᾶζαν ἴσην πρὸς τὴν ὅλην μᾶζαν τῆς σφαίρας. Δι' οἱονδήποτε ἐσωτερικὸν σημεῖον θὰ χωρίσωμεν τὴν σφαῖραν εἰς μίαν ἐσωτερικὴν σφαῖραν καὶ μίαν ἐξωτερικὴν σφαιρικὴν στιβάδα διὰ συγκεντρικῆς σφαιρικῆς διερχομένης διὰ τοῦ θεωρουμένου σημείου· αἱ ἐντὸς τῆς ἐπιφανείας ταύτης

(*) Ὑποτιθεμένου ὅτι ἡ μετάδοσις γίνεται μὲ σταθερὰν ταχύτητα.

(**) Γενικὴ θεωρία τῆς σχετικότητος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μᾶζαι ἕλκουν ὡς ἂν ἦσαν ἐν ὑλικὸν σημεῖον εὑρισκόμενον εἰς τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τῶν δὲ ἐκτὸς τῆς ἐπιφανείας ταύτης μαζῶν ἡ συνισταμένη ἕλξις εἶναι μηδέν.

§ 169. ***Ἔργον τῶν ἑλκτικῶν δυνάμεων.*** Ἔστω ἡ μᾶζα m εὑρισκομένη εἰς τὴν περιοχὴν τῆς ἕλξεως τῆς μάζης M. Ἂν μεταφέρωμεν τὴν μᾶζαν m ἀπὸ τῆς θέσεως A εἰς τὴν θέσιν B, ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ ἔργον W τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ *καταναλώσωμεν* εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς τροχιᾶς, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἐκ τῆς ἀρχικῆς ἀποστάσεως $MA = r_A$ καὶ τῆς τελικῆς $MB = r_B$ καὶ εἶναι:

$$W_A^B = m \cdot k \left(\frac{M}{r_A} - \frac{M}{r_B} \right) \tag{1}$$

Τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ καταναλώσωμεν διὰ νὰ μετακινήσωμεν ἐπὶ αἰασδήποτε τροχιᾶς μᾶζαν m ἑλκομένην ὑπὸ ἄλλων μαζῶν M_1, M_2, M_3,... ἰσοῦται πρὸς τὸ *ἀλγεβρικὸν* ἄθροισμα τῶν ἔργων, τὰ ὁποῖα θὰ κατηναλίσκομεν ἂν ἡ μᾶζα m εἵλκετο ὑπὸ μόνης ἑκάστης τῶν θεωρουμένων μαζῶν.

§ 170. ***Δυναμικόν.*** Ἂν ἡ μᾶζα m, ἡ ἑλκομένη ἀπὸ τὴν M, εἶναι ἴση πρὸς τὴν μονάδα καὶ θεωρήσωμεν τὸ ἔργον V, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ *καταναλώσωμεν* διὰ νὰ τὴν μεταφέρωμεν ἀπὸ τὸ ἄπειρον ($r = \infty$), ὅπου ἡ ἕλξις τῆς μάζης M εἶναι μηδέν, εἰς τὸ σημεῖον A, εὑρίσκομεν:

$$V_A = -k \frac{M}{r_A}. \tag{2}$$

Ἡ ποσότης αὕτη ὀνομάζεται *δυναμικὸν* τῆς μάζης M εἰς τὸ σημεῖον A τοῦ χώρου. Κατὰ τὸν ὁρισμὸν τοῦτον λοιπὸν *δυναμικὸν εἴς τι σημεῖον τοῦ χώρου ὀνομάζεται τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ καταναλώσωμεν διὰ νὰ μεταφέρωμεν τὴν μονάδα τῆς μάζης ἀπὸ μέρος τοῦ χώρου, ὅπου δὲν ὑφίσταται αὕτη τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, μέχρι τοῦ θεωρουμένου σημείου. (Ἀκριβέστερον, τὸ πηλίκον τοῦ ἔργου, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ καταναλώσωμεν διὰ νὰ μεταφέρωμεν τὴν μᾶζαν m διὰ τῆς μάζης ταύτης*(*).

Τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον σημαίνει ὅτι κατὰ τὴν ἐν λόγῳ μενακίνησιν δὲν *καταναλίσκομεν ἀλλ' ἀπολαμβάνομεν* ἔργον.

§ 171. ***Δυναμικὸν πολλῶν μαζῶν.*** Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ δυναμικοῦ ἕπεται ὡς ἄμεσον πόρισμα τῆς προτάσεως τῆς § 169 ὅτι τὸ δυναμικὸν πολλῶν μαζῶν εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τοῦ χώρου ἰσοῦται πρὸς τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν δυναμικῶν τῶν θεωρουμένουν μαζῶν.

(*) Εἰς τὴν θεωρίαν τῆς παγκοσμίας ἕλξεως ὁρίζεται συνήθως τὸ δυναμικὸν ὡς τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ *καταναλώσωμεν* διὰ νὰ μεταφέρωμεν τὴν μονάδα τῆς μάζης *ἀπὸ τὸ θεωρούμενον σημεῖον εἰς τὸ ἄπειρον*, ἤτοι:

$$V_A = +k \frac{M}{r_A}.$$

Ἐπροτιμήσαμεν ἐν τούτοις νὰ ὁρίσωμεν τὸ δυναμικὸν μὲ τὸ ἀντίθετον σημεῖον διὰ νὰ συμφωνοῦν αἱ ἰδιότητες τοῦ δυναμικοῦ τῆς παγκοσμίας ἕλξεως πρὸς τὰς ἰδιότητας τοῦ δυναμικοῦ τῶν ἠλεκτρικῶν καὶ μαγνητικῶν μαζῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐὰν λοιπὸν εἶναι M_1, M_2, M_3,... αἱ μᾶζαι καὶ r_1, r_2, r_3,... αἱ ἀποστάσεις αὐτῶν ἀπὸ τοῦ θεωρουμένου σημείου τοῦ χώρου, τὸ δυναμικὸν εἶναι:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots = -k\left(\frac{M_1}{r_1} + \frac{M_2}{r_2} + \frac{M_3}{r_3} + \ldots\right)$$

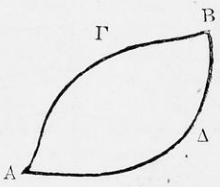
ἤτοι:

$$V = -k\sum\frac{M}{r} \tag{3}$$

Αἱ ἐξισώσεις (1) καὶ (2) γράφονται ἤδη ὡς ἑξῆς:

$$W_A^B = m\left(V_B - V_A\right) \tag{4}$$

ἤτοι: *Τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ καταναλώσωμεν διὰ νὰ μεταφέρωμεν τὴν μᾶζαν* m *ἑλκομένην ἀπὸ ὁσασδήποτε ἀκινήτους μάζας* M_1, M_2,... *ἐκ τῆς θέσεως* A *εἰς τὴν θέσιν* B, *ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς* m *ἐπὶ τὴν διαφορὰν τοῦ δυναμικοῦ τῶν δύο ἄκρων θέσεων.* Μειωτέος εἶναι τὸ δυναμικὸν τῆς τελικῆς θέσεως.



Σχ. 140.

Τὸ δὲ ἔργον τὸ ὁποῖον *ἀπολαμβάνομεν* κατὰ τὴν μεταφορὰν τῆς μάζης m ἀπὸ τὴν θέσιν A εἰς τὴν θέσιν B, τὸ ἔργον δηλ. τὸ ὁποῖον παράγεται ἀπὸ τὰς ἐπὶ τῆς μάζης m ἐνεργούσας ἑλκτικὰς δυνάμεις, εἶναι:

$$-W_A^B = m\left(V_A - V_B\right) \tag{5}$$

ἰσοῦται δηλ. πρὸς τὸ γινόμενον τῆς m *ἐπὶ τὴν ὁλικὴν πτῶσιν ἢ ἐλάττωσιν τοῦ δυναμικοῦ.*

Παρατηροῦμεν ὅτι αἱ ἐξισώσεις (4) καὶ (5) εἶναι ἐντελῶς ἀνεξάρτητοι τοῦ δρόμου AB, ἑπομένως ἂν μεταφέρωμεν τὴν μᾶζαν m ἀπὸ τὸ σημεῖον A εἰς τὸ B διὰ τῆς τροχιᾶς AΓB (σχ. 140) καὶ ἔπειτα τὴν ἐπαναφέρωμεν εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν A διὰ τοῦ δρόμου BΔA, τὸ ὁλικὸν ἔργον, τὸ ὁποῖον θὰ καταναλώσωμεν, εἶναι:

$$W = W_A^B + W_B^A = m\left(V_B - V_A\right) + m\left(V_A - V_B\right) = 0 \tag{6}$$

Ἤτοι: Ὅταν ματακινοῦμεν *βραδέως* οἱανδήποτε μᾶζαν ἐπὶ κλειστῆς τροχιᾶς, οὕτως ὥστε νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸ σημεῖον τῆς ἐκκινήσεως, τὸ καταναλισκόμενον ἔργον εἶναι μηδὲν (πρβλ. § 72).

ΔΥΝΑΜΙΚΟΝ ΠΕΔΙΟΝ

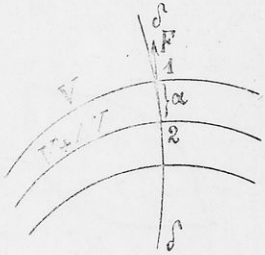
§ 172. *Ἰσοδυναμικαὶ ἐπιφάνειαι.—Δυναμικαὶ γραμμαί.*—Ὁ χῶρος εἰς τὸν ὁποῖον φερομένη μᾶζα ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων ὀνομάζεται *δυναμικὸν πεδίον.* Ἔντασις δὲ τοῦ δυναμικοῦ πεδίου καλεῖται ὁ λόγος τῆς ἐπὶ ὑλικοῦ τινος σημείου ἐνεργούσης δυνάμεως πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτοῦ, ἢ, κατ' ὀλιγώτερον ἀκριβῆ διατύπωσιν, ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τῆς μονάδος τῆς μάζης. Τὸ δυναμικὸν πεδίον εἶναι ἐντελῶς ὡρισμένον, ὅταν γνωρίζωμεν εἰς ἕκαστον σημεῖον αὐτοῦ τὴν ἔντασιν καὶ τὴν διεύθυνσιν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παραστατικωτέρα γίνεται ἡ ἔννοια τοῦ δυναμικοῦ πεδίου, ὅταν ἡ ἔντασις αὐτοῦ παρασταθῇ διὰ τῆς βαθμίδος ἢ τῆς πτώσεως δυναμικοῦ. Πρὸς τοῦτο εἰσάγομεν δύο βοηθητικὰς ἐννοίας, τὰς ἰσοδυναμικὰς ἐπιφανείας καὶ τὰς δυναμικὰς γραμμάς.

Ὀνομάζομεν ἰσοδυναμικὰς ἐπιφανείας τοὺς γεωμετρικοὺς τόπους τῶν σημείων τοῦ χώρου, εἰς τὰ ὁποῖα τὸ δυναμικὸν εἶναι τὸ αὐτό. Οὕτω π. χ. ἂν θεωρήσωμεν ἓν μόνον ὑλικὸν σημεῖον, αἱ ἰσοδυναμικαὶ ἐπιφάνειαι εἶναι συγκεντρικαὶ σφαῖραι περὶ αὐτό.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4) § 169 ἕπεται ὅτι ἡ μετακίνησις μάζης ἐπὶ ἰσοδυναμικῆς ἐπιφανείας δὲν καταναλίσκει ἔργον. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ προβολὴ τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ἰσοδυναμικὴν ἐπιφάνειαν εἶναι μηδέν, ἤτοι *ἡ δύναμις εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ χώρου εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν δι' αὐτοῦ διερχομένην ἰσοδυναμικὴν ἐπιφάνειαν.*



Σχ. 141.

Ὀνομάζομεν *δυναμικὰς γραμμὰς* πεδίου τινὸς τὰς καμπύλας, τῶν ὁποίων ἡ ἐφαπτομένη ἔχει πάντοτε τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως τοῦ θεωρουμένου πεδίου εἰς τὸ ἀντίστοιχον σημεῖον. Αἱ δυναμικαὶ γραμμαὶ τέμνουν λοιπὸν καθέτως τὸ σύστημα τῶν ἰσοδυναμικῶν ἐπιφανειῶν, εἶναι δηλ. αἱ ὀρθογώνιοι τροχιαὶ τοῦ συστήματος τούτου. Οὕτω εἰς τὸ πεδίον ἑνὸς καὶ μόνου ὑλικοῦ σημείου αἱ δυναμικαὶ γραμμαὶ εἶναι εὐθεῖαι συνερχόμεναι εἰς τὸ ὑλικὸν σημεῖον.

Ἔστω ἤδη δ δ (Σχ. 141) μία δυναμικὴ γραμμὴ καὶ δύο ἰσοδυναμικαὶ ἐπιφάνειαι πολὺ πλησίον ἀλλήλων τέμνουσαι τὴν δ δ εἰς τὰ σημεῖα 1, 2, εἰς τὰς ὁποίας τὸ δυναμικὸν ἔχει τὰς τιμὰς V καὶ V+ΔV. Τὸ μεταξὺ τῶν ἐπιφανειῶν τούτων μέρος τῆς δυναμικῆς γραμμῆς ἠμπορεῖ κατὰ προσέγγισιν νὰ θεωρηθῇ ὡς εὐθὺ καὶ ἔστω τὸ μῆκος αὐτοῦ α.

Ἐκ τῶν στοιχείων τούτων εὑρίσκομεν εὐκόλως τὴν ἔντασιν F τοῦ πεδίου. Διότι, ἂν μᾶζα m μετακινηθῇ ἀπὸ τὸ σημεῖον 2 εἰς τὸ σημεῖον 1, τὸ ὑπὸ τῆς δυνάμεως mF ἀποδιδόμενον ἔργον εἶναι ἴσον πρὸς mFα (πρβλ. § 69 ἐξίσ. 2). Ἀλλ' ἀφ' ἑτέρου κατὰ τὸν ὁρισμὸν τοῦ δυναμικοῦ, τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον *ἀπολαμβάνομεν* μετακινοῦντες τὴν μᾶζαν m ἀπὸ τὸ σημεῖον 2 εἰς τὸ 1, εἶναι:

$$m(V_2 - V_1) = m\Delta V$$

Ἐξισοῦντες τὰς δύο ταύτας τιμὰς τοῦ ἔργου εὑρίσκομεν διὰ τὴν ἀπόλυτον τιμὴν τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου:

$$F = \frac{\Delta V}{\alpha} \tag{14}$$

ἡ δὲ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως εἶναι ἐκ τοῦ μεγαλητέρου δυναμικοῦ πρὸς τὸ μικρότερον.

Ἂν λοιπὸν κατασκευάσωμεν ὅλας τὰς ἰσοδυναμικὰς ἐπιφανείας, τὰς ἀντιστοίχους εἰς τιμὰς τοῦ δυναμικοῦ ἴσον διαφερούσας ἀπ' ἀλλήλων, ἡ ἔντασις τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πεδίου θὰ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀποστάσεως δύο γειτονικῶν ἐπιφανειῶν.

Ἀλλὰ καὶ διὰ τῶν δυναμικῶν γραμμῶν ἠμποροῦμεν νὰ παραστήσωμεν ὄχι μόνον τὴν διεύθυνσιν, ἀλλὰ καὶ τὴν ἔντασιν τοῦ πεδίου. Παραδεχόμεθα δηλ. ὅτι δι' ἑκάστου τετραγωνικοῦ ἑκατοστοῦ τῆς ἰσοδυναμικῆς ἐπιφανείας διέρχονται τόσαι δυναμικαὶ γραμμαί, ὅσος εἶναι ὁ ἀριθμὸς ὁ ἐκφράζων τὴν ἔντασιν τοῦ πεδίου. Οὕτω διὰ τοῦ στοιχείου Δσ τῆς ἰσοδυναμικῆς ἐπιφανείας ἂν ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου εἶναι F, θὰ διέρχωνται F Δσ δυναμικαὶ γραμμαὶ καὶ ἐπὶ τῆς μάζης m θὰ ἐνεργῇ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν δυναμικῶν γραμμῶν καὶ ἐκ τῶν μεγαλητέρων τιμῶν τοῦ δυναμικοῦ πρὸς τὰς μικροτέρας, δυνάμεις $f = m F$.

Τὸ ποσὸν τῶν δυναμικῶν γραμμῶν, τῶν διερχομένων δι' ἐπιφανείας τινὸς ὀνομάζομεν *δυναμικὴν ροήν* διὰ τῆς ἐπιφανείας ταύτης, εἶναι δὲ ἡ δυναμικὴ ροὴ θετικὴ ἢ ἀρνητική, καθ' ὅσον αἱ δυναμικαὶ γραμμαὶ διαπεροῦν τὴν ἐπιφάνειαν κατὰ τὴν θετικὴν ἢ τὴν ἀρνητικὴν φοράν.

Ἔστω π. χ. σφαῖρα ἀκτῖνος ἴσης πρὸς τὴν μονάδα, εἰς τὸ κέντρον τῆς ὁποίας εὑρίσκεται ἡ μονὰς τῆς μάζης. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου εἶναι k, διέρχονται λοιπὸν διὰ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας k δυναμικαὶ γραμμαὶ καὶ διὰ τῆς ὅλης ἐπιφανείας, ἴσης πρὸς 4π, ἡ δυναμικὴ ροὴ εἶναι $4\pi k$. Ἡ διεύθυνσις τῶν δυναμικῶν γραμμῶν εἶναι ἐκ τῶν ἔξω πρὸς τὸ κέντρον. Ἂν ἑπομένως ὡς θετικὴν φορὰν θεωρήσωμεν τὴν ἐκ τοῦ ἐσωτερικοῦ πρὸς τὰ ἔξω τῆς σφαίρας, ἡ δυναμικὴ ροὴ εἶναι κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην ἀρνητική. Ἂν ἤδη θεωρήσωμεν συγκεντρικὴν σφαῖραν ἀκτῖνος r, ἡ μὲν ἔντασις τοῦ πεδίου εἰς τὴν ἐπιφάνειάν της εἶναι $\frac{k}{r^2}$, ἡ ὅλη ἐπιφάνεια εἶναι $4\pi r^2$ ὅθεν ἡ ὁλικὴ ροὴ πάλιν $4\pi k$.

Εἰς τὴν μονάδα τῆς μάζης καταλήγουν $4\pi k$, εἰς δὲ τὴν μᾶζαν m καταλήγουν $4\pi k m$ δυναμικαὶ γραμμαί. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι μόνον εἰς ὑλικὰ σώματα καταλήγουν αἱ δυναμικαὶ γραμμαὶ τοῦ δυναμικοῦ πεδίου τῆς παγκοσμίας ἕλξεως τὰ ὑλικὰ δηλ. σώματα εἶναι, καὶ μόνον αὐτά, *ἀρνητικαὶ πηγαὶ* δυναμικῶν γραμμῶν.

Οὕτω ἂν θεωρήσωμεν οἱανδήποτε κλειστὴν ἐπιφάνειαν μὴ περιλαμβάνουσαν μάζας, ἡ ὁλικὴ δι' αὐτῆς δυναμικὴ ροπὴ θὰ εἶναι μηδέν, αἱ εἰσερχόμεναι δηλ. δυναμικαὶ γραμμαὶ θὰ εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς ἐξερχομένας. Ἂν ὅμως περιέχεται ἐντὸς τῆς κλειστῆς ἐπιφανείας ὁλικὴ μᾶζα m, θὰ ἔχωμεν δι' αὐτῆς ὁλικὴν ἀρνητικὴν ροὴν $4\pi k m$, αἱ εἰσερχόμεναι δηλ. δυναμικαὶ γραμμαὶ εἶναι κατὰ $4\pi k m$ περισσότεραι τῶν ἐξερχομένων.

Τὸ δυναμικὸν πεδίον ὀνομάζεται ὁμογενὲς ὅταν ἡ ἔντασις εἶναι εἰς ὅλα τὰ σημεῖα ἡ αὐτή. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι τότε αἱ δυνάμεις ἔχουν καὶ διεύθυνσιν σταθεράν, αἱ δυναμικαὶ γραμμαὶ εἶναι δηλ. παράλληλοι, καὶ ταὐτάπαλιν, ἂν ἡ διεύθυνσις τοῦ πεδίου εἶναι παντοῦ ἡ αὐτή, εἶναι δηλ. τὸ πεδίον παράλληλον, τότε καὶ ἡ ἔντασις αὐτοῦ εἶναι παντοῦ ἡ αὐτή (*).

(*) Σημειωτέον ὅτι ἡ εἰκὼν τῶν δυναμικῶν γραμμῶν, ἀναπτυχθεῖσα πρὸς ἐξήγησιν κυρίως τῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν φαινομένων, ἰδιαιτέρως προσαρμόζεται πρὸς τὰς ἠλεκτρομαγνητικὰς ἐπιδράσεις καὶ ἡ ἀναλογία τῆς εἰκόνος πρὸς τὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παράδειγμα ὁμογενοῦς πεδίου ἔχομεν τὸ πεδίον τῆς γηΐνης βαρύτητος ἐντὸς περιωρισμένου χώρου, πολὺ μικροῦ ὡς πρὸς τὰς διαστάσεις τῆς γῆς. Ἡ διεύθυνσις τῆς βαρύτητος εἶναι ἐντὸς τοῦ περιωρισμένου τούτου χώρου παντοῦ ἡ αὐτή, καὶ ἑπομένως καὶ ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου εἶναι σταθερά.

Σημ. Ὅταν δὲν περιοριζώμεθα εἰς μικρὸν χῶρον, δὲν δικαιούμεθα νὰ θεωρήσωμεν τὸ πεδίον τῆς βαρύτητος ὡς ὁμογενές, διότι τότε καὶ ἡ διεύθυνσις τοῦ πεδίου καὶ ἡ ἔντασις εἶναι *ἀλλοῦ ἄλλη*.

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΣΤΑΘΕΡΑΣ κ ΤΗΣ ΠΑΓΚΟΣΜΙΑΣ ΕΛΞΕΩΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΤΗΣ ΓΗΣ

§ 173. ***Μέθοδος τοῦ Bouguer.*** Εἰς τὸν Bouguer ἀνήκει ἡ τιμὴ ὅτι πρῶτος ἔδειξε πειραματικῶς τὴν ἕλξιν γηΐνων μαζῶν καὶ ἐπεχείρησε νὰ προσδιορίσῃ τὴν μέσην πυκνότητα τῆς γῆς. Ἡ μέθοδός του ἔχει εἰς γενικωτάτας γραμμὰς ὡς ἑξῆς: Δύο τόποι Α, Β (σχ. 142) εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ μεσημβρινοῦ ἑκατέρωθεν μεμονωμένου ὄρους, τοῦ ὁποίου αἱ διαστάσεις, τὸ σχῆμα καὶ ἡ πετρογραφικὴ κατασκευὴ εἶναι ὅσον τὸ δυνατὸν ἀκριβέστερον γνωστά.

Ἡ διαφορὰ τῶν *πραγματικῶν* γεωγραφικῶν πλατῶν τῶν τόπων Α καὶ Β ἰσοῦται πρὸς τὴν γωνίαν ΑΚΒ, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς γῆς Κ ἀγόμεναι ἀκτῖνες ΚΑ καὶ ΚΒ. Ἂν ἔλειπε τὸ ὄρος, ἡ διεύθυνσις τῶν ἀκτίνων τούτων θὰ συνέπιπτε μὲ τὴν διεύθυνσιν τοῦ νήματος τῆς στάθμης εἰς τοὺς τόπους Α καὶ Β. Ἕνεκα ὅμως τῆς ἕλξεως τοῦ ὄρους τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἀποκλίνει καὶ ἔχει εἰς μὲν τὸ Α τὴν διεύθυνσιν Ακ, εἰς δὲ τὸ Β τὴν Βκ. Οὕτω ἂν *δι' ἀστρονομικῶν παρατηρήσεων* προσδιορίσωμεν τὰ πλάτη τῶν τόπων Α καὶ Β, ἡ διαφορὰ αὐτῶν ἰσοῦται πρὸς τὴν γωνίαν $\varphi' = \text{Α}\kappa\text{Β}$ καὶ εἶναι διάφορος τῆς *πραγματικῆς* διαφορᾶς τῶν πλατῶν $\varphi = \text{ΑΚΒ}$, τὴν ὁποίαν ἠμποροῦμεν νὰ εὕρωμεν διὰ *γεωδαιτικῶν* μετρήσεων. Ἂν ὑποθέσωμεν κατὰ πρώτην προσέγγισιν ὅτι ἡ ἀπόκλισις τοῦ νήματος τῆς στάθμης εἶναι εἰς τοὺς δύο τόπους ἡ αὐτή, ἴση πρὸς ψ, εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ σχήματος 142, συμμετρικοῦ ὡς πρὸς τὴν εὐθεῖαν Κκ:

$$\psi = \frac{1}{2}(\varphi' - \varphi)$$

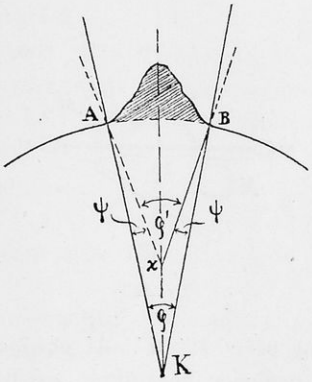
παρατηρούμενα φαινόμενα προχωρεῖ τόσον, ὥστε νὰ δικαιοῦται σχεδὸν κανεὶς νὰ ἀποδώσῃ εἰς τὰς δυναμικὰς γραμμὰς πραγματικὴν ὑπόστασιν.

Ἡ ἐπέκτασις τῆς εἰκόνος εἰς τὸ πεδίον τῆς ἕλξεως τοῦ Νεύτωνος εἶναι ἐν μέρει τεχνητὴ καὶ βιασμένη.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ ἐπειδὴ γνωρίζομεν τὸ σχῆμα καὶ τὴν μᾶζαν τοῦ ὄρους, εὑρίσκομεν ἐκ τῆς συγκρίσεως τῆς ἕλξεως τούτου πρὸς τὴν ἕλξιν ὅλης τῆς γῆς, τὸν λόγον τῆς μέσης πυκνότητος τῆς γῆς πρὸς τὴν μέσην πυκνότητα τοῦ ὄρους.

Ὁ Bouguer ἐμέτρησε κατὰ πρῶτον τὸ 1740 τὴν ἀπόκλισιν τοῦ νήματος τῆς στάθμης ἐκατέρωθεν τοῦ ὄρους Chimborazo εἰς τὸ Περού, ἀλλ᾽ ἕνεκα τῶν ἐκτάκτως δυσμενῶν συνθηκῶν τῶν παρατηρήσεων δὲν ἐπέτυχεν ἀκριβῆ ἀποτελέσματα. Ἔδειξεν ὅμως ὅτι πράγματι τὸ νῆμα τῆς στάθμης ἀποκλίνει ὡς ἐκ τῆς ἕλξεως τοῦ ὄρους, καὶ ὅτι ἡ μέση πυκνότης τῆς γῆς εἶναι μεγαλητέρα τῆς τῶν ἐξωτερικῶν στρωμάτων.



Σχ. 142.

Τὸ 1774 ὁ Maskelyne διὰ παρατηρήσεων εἰς τὸ ὄρος Schiehallion (Perthshire) εὗρε διὰ τὴν πυκνότητα τῆς γῆς τὸν ἀριθμὸν 4,5 ὁ ὁποῖος δὲν ἀπέχει πάρα πολὺ τοῦ ἀκριβοῦς.

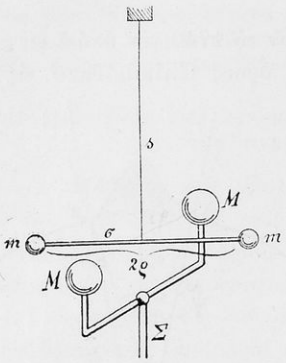
§ 174. ***Μέθοδος Michell-Cavendish.*** Τὸ 1798 κατώρθωσεν ὁ Ἄγγλος Φυσικὸς Cavendish νὰ προσδιορίσῃ τὴν σταθερὰν τῆς ἕλξεως μετρήσας τὴν ἕλξιν δύο γνωστῶν μαζῶν. Ἡ διάταξίς του, τῆς ὁποίας ἡ πρώτη ἰδέα ὀφείλεται εἰς τὸν John Michell, ἦτο ἡ ἑξῆς (σχ. 143):

Ἐλαφρότατον στέλεχος σ μήκους 2ρ φέρον εἰς τὰ ἄκρα δύο μικρὰς σφαίρας μάζης m, m κρέμαται ἐκ τοῦ μέσου του διὰ λεπτοῦ σύρματος s ἀπὸ ἀκλόνητον στήριγμα. Δύο ἄλλαι σφαῖραι μεγάλης μάζης M, M στηρίζονται ἐπὶ καταλλήλου στηρίγματος οὕτως ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὑρίσκωνται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον μὲ τὰ κέντρα τῶν m, m. Τὰ κέντρα τῶν σφαιρῶν M, M ἀπέχουν ἐπίσης ἀπ᾽ ἀλλήλων ἀπόστασιν 2ρ, καὶ τὸ σύστημα περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονα Σ, εὑρισκόμενον κατὰ τὴν προέκτασιν τοῦ σύρματος s.

Ὅταν αἱ τέσσαρες σφαῖραι ἔχουν τὰς θέσεις m m M M (σχ. 144), αἱ ἕλξεις τῶν M M ἐπὶ τῶν m m ἀναιροῦνται ἕνεκα τῆς συμμε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τρίας τῆς διατάξεως, καὶ ἂν στρέψωμεν ἐπ' ἐλάχιστον τὸ στέλεχος, θὰ ἐκτελέσῃ τὸ σύστημα σ αἰωρήσεις περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας,



Σχ. 143.

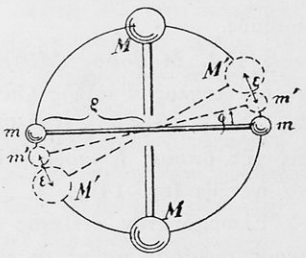
ὁ δὲ χρόνος μιᾶς *ὁλοκλήρου* αἰωρήσεως θὰ εἶναι (πρβλ. 9 § 153):

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{D}}$$

ἔνθα K ἡ ροπὴ ἀδρανείας τοῦ συστήματος καὶ D τὸ κατευθῦνον ζεῦγος τοῦ σύρματος τῆς ἐξαρτήσεως. Ἀλλ' ἐπειδὴ τὸ στέλεχος εἶναι πολὺ ἐλαφρὸν καὶ ἡ διάμετρος τῶν σφαιρῶν m m μικρὰ ὡς πρὸς τὸ μῆκος ρ, εἶναι: $K = 2 m \rho^2$

ὅθεν: $$D = \frac{8\pi^2 m \rho^2}{T^2}$$

Στρέφομεν ἤδη τὸ σύστημα M M οὕτως ὥστε αἱ σφαῖραι νὰ ἔλθουν εἰς τὴν θέσιν M′ M′. Αἱ σφαῖραι m m ἑλκόμεναι ὑπὸ τῶν M M θὰ πλησιάσουν πρὸς αὐτὰς καὶ θὰ ἰσορροπήσουν εἰς τὴν θέσιν m′ m′. Τὸ στέλεχος σ ἐκτρέπεται τῆς ἀρχικῆς θέσεως κατὰ τὴν μικρὰν γωνίαν φ, τὴν ὁποίαν μετροῦμεν διὰ τῆς κατοπτρικῆς μεθόδου, ἔστω δὲ ε ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων τῶν σφαιρῶν m′ M′.



Σχ. 144.

Ἡ ἕλξις τὴν ὁποίαν ἡ M′ ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς m′ εἶναι:

$$f = k\frac{m M}{\varepsilon^2}$$

καὶ ἑπομένως ἐπὶ τοῦ στελέχους σ ἐνεργεῖ ἡ ροπή:

$$P = 2\rho f = 2\rho k\frac{m M}{\varepsilon^2}$$

ἡ ὁποία ἀντισταθμίζεται ἀπὸ τὸ ζεῦγος τὸ ἀναφαινόμενον ἐκ τῆς στρέψεως τοῦ σύρματος, τοῦ ὁποίου ἡ ροπὴ εἶναι D.φ.

Ἔχομεν λοιπὸν τὴν ἰσότητα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅθεν: $$D \cdot \varphi = 2 \varrho k \frac{m M}{\varepsilon^2}$$

$$k = \frac{D \cdot \varphi \cdot \varepsilon^2}{2 \varrho m M} = \frac{4 \pi^2 \varrho \varphi \varepsilon^2}{T^2 M}$$

Ἐκ τῶν πειραμάτων τοῦ Cavendisch εὑρέθη διὰ τὴν σταθερὰν k ἡ τιμή:

$$k = 6{,}717 \cdot 10^{-8} \text{ C.G.S.}$$

§ 175. ***Μᾶζα καὶ πυκνότης τῆς γῆς.*** Ἐὰν θεωρήσωμεν κατὰ μεγίστην προσέγγισιν τὴν γῆν ὡς ἀποτελουμένην ἀπὸ συγκεντρικὰ ὁμογενῆ σφαιρικὰ στρώματα, ἡ ἕλξις αὐτῆς ἐπὶ μάζης m εὑρισκομένης εἰς τὴν ἐπιφάνειάν της θὰ εἶναι:

(1) $$F = k \frac{M m}{R^2}$$

ὅπου k ἡ σταθερὰ τῆς ἕλξεως, M ἡ ὅλη μᾶζα τῆς γῆς καὶ R ἡ ἀκτὶς αὐτῆς.

Ἀφ' ἑτέρου κατὰ τὸν θεμελιώδη τύπον τῆς δυναμικῆς, εἶναι:

(2) $$F = m g$$

ἔνθα g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος.

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) εὑρίσκομεν:

$$k \frac{M}{R^2} = g \quad \text{ἢ} \quad M = \frac{g R^2}{k}$$

καὶ ἂν διαιρέσωμεν τὴ μᾶζαν M διὰ τοῦ ὄγκου $\frac{4}{3} \pi R^3$ τῆς γῆς, εὑρίσκομεν τὴν *μέσην πυκνότητα τῆς γῆς*:

$$d_\mu = \frac{3}{4 \pi} \frac{g}{k R}$$

Ἀλλ' εἶναι:

$$g = 981 \text{ CGS} \qquad k = 6{,}72 \cdot 10^{-8}$$

$$R = 6\,370 \text{ km} = 6{,}37 \cdot 10^8 \text{ cm}$$

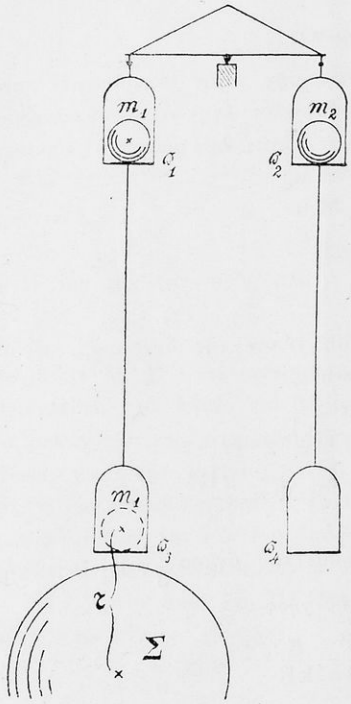
ὅθεν: $$d_\mu = \frac{3}{4 \pi} \cdot \frac{981}{6{,}72 \times 6{,}37} \simeq 5{,}5 \text{ gr} \cdot \text{cm}^{-3}$$

Ἡ *μέση πυκνότης τῆς γῆς εἶναι 5,5*. Σημειωτέον ὅτι τὰ πετρώματα ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται τὰ ἀνώτατα στρώματα τῆς γῆς, ἔχουν πολὺ μικροτέραν πυκνότητα (περίπου 2,5 κατὰ μέσον ὅρον).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι ἡ πυκνότης αὐξάνεται καθ' ὅσον προχωροῦμεν ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν πρὸς τὸ κέντρον τῆς γῆς.

§ 176. ***Μέθοδος τοῦ Jolly*** *(Μόναχον 1881).* Ὁ Jolly μετεχειρίσθη ζυγὸν (σχ. 145) τοποθετημένον εἰς τὴν κορυφὴν ὑψηλοῦ πύργου, ἀπὸ τὰς πλάστιγγας τοῦ ὁποίου π_1, π_2 ἐκρέμαντο διὰ λεπτῶν συρμάτων, μήκους 21 περίπου μέτρων, αἱ δύο ἄλλαι πλάστιγγες π_3, π_4. Αἱ σφαῖραι m_1 m_2 ἔχουσαι τὴν αὐτὴν μᾶζαν m ἰσορροποῦν ἐπὶ τῶν πλαστίγγων π_1 καὶ π_2. Ἂν ὅμως μεταφέρωμεν τὴν m_1, εἰς τὴν κατωτέραν πλάστιγγα π_3, ἡ ἰσορροπία διαταράσσεται, διότι ἡ m_1, εὑρισκομένη τώρα πλησιέστερα πρὸς τὸ κέντρον τῆς γῆς, εἶναι βαρυτέρα κατὰ τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως. Τὴν ἰσορροπίαν ἐπαναφέρομεν διὰ σταθμῶν μάζης μ_1 ἐπὶ τῆς πλάστιγγος π_2. Φέρομεν ἤδη ὑπὸ τὴν πλάστιγγα π_3 τὴν μεγάλην μολυβδίνην σφαῖραν Σ καὶ θέτοντες τὴν σφαῖραν m_1 εἰς τὴν πλάστιγγα π_1 ἐπιφέρομεν πάλιν καταλλήλως τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ζυγοῦ. Ἂν τώρα μεταφέρωμεν ἐκ νέου τὴν σφαῖραν m_1 εἰς τὴν πλάστιγγα π_3 ἡ ἰσορροπία καὶ πάλιν διαταράσσεται, ἐπαναφέρομεν δὲ αὐτὴν προσθέτοντες εἰς τὴν πλάστιγγα π_2 σταθμὰ μάζης μ_2, εἶναι δὲ $\mu_2 > \mu_1$ διότι τώρα εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ βάρους τῆς m_1 ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς θέσεως προστίθεται καὶ ἡ ἕλξις τῆς μολυβδίνης σφαίρας Σ, ἡ ὁποία ἀντισταθμίζεται ἀπὸ τὸ βάρος τῆς μάζης $\mu_2 - \mu_1 = \mu$.



Σχ. 145.

(Ἡ ἕλξις μεταξὺ τῶν σφαιρῶν Σ καὶ μ_2 εἶναι ἀνεπαίσθητος ἕνεκα τῆς μεγάλης σχετικῶς ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεως αὐτῶν).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν εἶναι M ἡ μᾶζα τῆς σφαίρας Σ καὶ r ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων m_1 καὶ Σ, ἡ ἕλξις μεταξὺ αὐτῶν εἶναι κατὰ τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος:

$$F = k\frac{mM}{r^2}$$

Τὸ βάρος τῆς μάζης μ εἶναι:

$$\beta = k\frac{\mu M'}{R^2}$$

ὅπου M′ ἡ ὅλη μᾶζα τῆς γῆς καὶ R ἡ ἀκτὶς αὐτῆς ἤ, ἂν ἐκφράσωμεν τὴν μᾶζαν M′ διὰ τοῦ γινομένου τοῦ ὄγκου $\frac{4}{3}\pi R^3$ τῆς γῆς ἐπὶ τὴν μέσην πυκνότητα αὐτῆς d,

$$\beta = \frac{4}{3}\pi k \mu R d$$

Ἐκ τῆς ἰσορροπίας τοῦ ζυγοῦ ἔχομεν λοιπὸν τὴν σχέσιν:

$$k\frac{mM}{r^2} = \frac{4}{3}\pi k \mu R d$$

ὅθεν:

$$d = \frac{3}{4\pi}\cdot\frac{mM}{\mu r^2 R}$$

Εἰς τὰ πειράματα τοῦ Jolly ἦτο:

$m = 5{,}00945$ kg $\quad M = 5775{,}200$ kg

$\mu = 0{,}589$ mg $\quad r = 56{,}86$ cm

καὶ διὰ τὸν τόπον τῆς παρατηρήσεως (Μόναχον):

$$R = 6365\,722 \text{ m} = 636\,572\,200 \text{ cm}$$

ὅθεν:

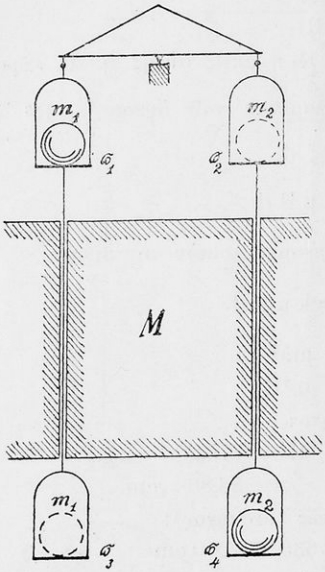
$$d = 5{,}69$$

§ 177. Οἱ Richarz καὶ Krigar-Menzel ἐτροποποίησαν (1898) τὴν μέθοδον τοῦ Jolly ὡς ἑξῆς:

Μετεχειρίσθησαν ζυγὸν ὅμοιον πρὸς τὸν τοῦ Jolly μὲ 4 πλάστιγγας (σχ. 146) μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι τὰ σύρματα ἐξαρτήσεως τῶν κατωτέρων πλαστίγγων ἦσαν πολὺ μικρότερα, μήκους ὀλίγον ἀνωτέρου τῶν 2 μέτρων. Δύο σφαῖραι m_1, m_2 μάζης ἑνὸς χιλιογράμμου ἑκάστη ἰσορροποῦν τῇ βοηθείᾳ προσθέτου βάρους, ὅταν τεθοῦν ἡ μὲν m_1 εἰς τὴν πλάστιγγα π_1 ἡ δὲ m_2 εἰς τὴν π_4. Ἂν μεταφέρωμεν τὴν m_1 εἰς τὴν πλάστιγγα π_3 τὴν δὲ m_2 εἰς τὴν π_2, ἡ ἰσορροπία διαταράσσεται καὶ διὰ νὰ τὴν ἐπαναφέρωμεν πρέπει νὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

προσθέσωμεν εἰς τὴν πλάστιγγα π_2 βάρος β (εἰς τὸ πείραμα τῶν R & K-M 1,2453 mg). Τὸ ἥμισυ τοῦ βάρους τούτου παριστᾷ τὴν αὔξησιν τοῦ βάρους μάζης 1 kg κατὰ τὴν μεταφορὰν ἀπὸ τῆς ἀνωτέρας εἰς τὴν κατωτέραν πλάστιγγα. Μεταξὺ τῶν πλαστίγγων π_1, π_2 καὶ π_3, π_4 τοῦ ζυγοῦ παρεντίθεται τώρα μέγα μολύβδινον ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον M (βάσις 2,1 m × 2,1 m καὶ ὕψος 2 m) κατεσκευασμένον ἀπὸ πολλὰς πλίνθους καὶ φέρον κατάλληλα ἀνοίγματα διὰ τὴν δίοδον τῶν συρμάτων.



Σχ. 146.

Ὅταν ἡ μᾶζα m_1 εὑρίσκεται εἰς τὴν πλάστιγγα π_1, ἐνεργεῖ ἐπ' αὐτῆς ἡ ἕλξις τῆς γῆς καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν ἡ ἕλξις τοῦ μολυβδίνου παραλληλεπιπέδου, ὅταν δὲ εὑρίσκεται εἰς τὴν πλάστιγγα π_3 αὐξάνει μὲν τὸ βάρος αὐτῆς, ἐπειδὴ εὑρίσκεται πλησιέστερα πρὸς τὴν γῆν, ἀλλ' ἡ ἕλξις τοῦ μολυβδίνου παραλληλεπιπέδου ἐνεργεῖ ἀντιθέτως, ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω.

Ἂς ὑποτεθῇ ὅτι τίθεται ἡ σφαῖρα m_1 εἰς τὴν πλάστιγγα π_1 ἡ δὲ m_2 εἰς τὴν π_4 καὶ διὰ προσθέτων βαρῶν ἐπιτυγχάνεται ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ. Ἂν ἤδη μεταφερθῇ ἡ μᾶζα m_1 εἰς τὴν πλάστιγγα π_3 ἡ δὲ m_2 εἰς τὴν π_2, ἡ ἰσορροπία διαταράσσεται καὶ εἰς τὸ πείραμα τῶν Richarz & Krigar-Menzel ἡ ἐπίδρασις τοῦ μολυβδίνου παραλληλεπιπέδου ἦτο μεγαλητέρα τῆς ἐκ τῆς καταβιβάσεως τῆς μάζης αὐξήσεως τοῦ βάρους, οὕτως ὥστε ἐχρειάσθη νὰ προστεθῇ εἰς τὴν πλάστιγγα π_1 βάρος 0,1211 mg πρὸς ἐπαναφορὰν τῆς ἰσορροπίας. Ἡ ἐπίδρασις λοιπὸν τοῦ μολυβδίνου παραλληλεπιπέδου ἀντισταθμίζεται ἀπὸ βάρος:

$$0{,}1211 + 1{,}2453 = 1{,}3664 \text{ mg}^*$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καί, ἂν αἱ θέσεις τῶν σφαιρῶν εἶναι συμμετρικαὶ ὡς πρὸς τὸ παραλληλεπίπεδον, τὸ τέταρτον τοῦ βάρους τούτου εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἕλξιν τοῦ μολυβδίνου παραλληλεπιπέδου ἐπὶ μάζης ἑνὸς χιλιογράμμου.

Τὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων τούτων ἦσαν:

$$k = 6{,}685 \times 10^{-8}$$

$$d = 5{,}505$$

§ 178. Τὸ κεντρικὸν γραφεῖον τῆς Διεθνοῦς Γεωδαιτικῆς Ἑνώσεως παρεδέχθη ἐκ τῆς συγκρίσεως ὅλων τῶν μέχρι τοῦ 1913 μετρήσεων ὡς πιθανωτάτας τὰς ἑξῆς τιμάς:

Σταθερὰ τῆς παγκοσμίας ἕλξεως	$k = 6{,}667 . 10^{-8}$	CGS
Μέση πυκνότης τῆς γῆς	$d_\mu = 5{,}52$	CGS
Ὁλικὴ μᾶζα τῆς Γῆς	$M = 5{,}99733 . 10^{27}$	CGS

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΠΛΑΝΗΤΩΝ ΠΕΡΙ ΤΟΝ ΗΛΙΟΝ

§ 179 ***Νόμοι τοῦ Kepler.*** Ὁ Kepler ἐκ τῶν ἀστρονομικῶν παρατηρήσεων ἰδίως τοῦ Tycho Brahe συνήγαγε τοὺς περιφήμους αὐτοῦ νόμους, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ Νεύτων εὗρεν ἀργότερον τὸν νόμον τῆς παγκοσμίας ἕλξεως.

Οἱ νόμοι τοῦ Kepler εἶναι οἱ ἑξῆς:

1) *Αἱ τροχιαὶ τῶν πλανητῶν εἶναι ἐπίπεδοι, ἡ δὲ ἐπιβατικὴ ἀκτὶς ἡ συνδέουσα τὸν Ἥλιον πρὸς τὸν πλανήτην (θεωρουμένους ὡς ὑλικὰ σημεῖα, πρβλ. § 24) διαγράφει ἐμβαδὰ ἀνάλογα τοῦ χρόνου.*

2) *Αἱ τροχιαὶ τῶν πλανητῶν εἶναι ἐλλείψεις, τῶν ὁποίων τὴν μίαν ἑστίαν κατέχει τὸ κέντρον τοῦ Ἡλίου.*

3) *Οἱ κῦβοι τῶν μεγάλων ἀξόνων τῶν τροχιῶν εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων περιφορᾶς τῶν ἀντιστοίχων πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον, ἢ καὶ ἄλλως, ὁ λόγος τῆς τρίτης δυνάμεως τοῦ μεγάλου ἄξονος τῆς τροχιᾶς πρὸς τὴν δευτέραν δύναμιν τοῦ χρόνου περιφορᾶς τοῦ πλανήτου εἶναι σταθερὸς δι' ὅλους τοὺς πλανήτας.*

§ 180. ***Ταυτότης τῆς γηΐνης βαρύτητος καὶ τῆς παγκοσμίας ἕλξεως.*** Περὶ τῆς ταυτότητος τῆς γηΐνης βαρύτητος πρὸς τὴν παγκοσμίαν ἕλξιν πειθόμεθα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑπολογίζοντες κατὰ προσέγγισιν τὴν φυγόκεντρον δύναμιν τὴν ἀναπτυσσομένην ἐκ τῆς κινήσεως τῆς Σελήνης περὶ τὴν Γῆν καὶ τὴν κατὰ τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος ἕλξιν τῆς Γῆς, ἡ ὁποία ἰσορροπεῖ τὴν φυγόκεντρον ταύτην δύναμιν.

Ὁ χρόνος τῆς ἀστρικῆς περιφορᾶς τῆς Σελήνης περὶ τὴν Γῆν εἶναι:

$$T = 27\text{ήμ. } 7^{\omega}\ 43' \simeq 2{,}36 . 10^{6}\ \text{sec}$$

Ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς της, τὴν ὁποίαν κατὰ πρώτην προσέγγισιν θεωροῦμεν κυκλικήν, εἶναι $\rho = 60{,}3\ R$, ὅπου $R = 6{,}37 . 10^{8}$ cm ἡ ἀκτὶς τῆς Γῆς.

Ἡ φυγόκεντρος δύναμις κατὰ τὸν τύπον (3) τῆς § 68 εἶναι:

$$F = m\frac{4\pi^2\rho}{T^2} = m\,\frac{4\pi^2 . 6{,}37 . 10^{8}}{(2{,}36)^2 . 10^{12}} \simeq m . 0{,}27\ \text{CGS}$$

ὅπου m ἡ μᾶζα τῆς Σελήνης.

Ἂν τώρα ὑπολογίσωμεν τὴν ἔντασιν τῆς γηΐνης βαρύτητος ἐπὶ τῆς τροχιᾶς τῆς Σελήνης, εἰς ἀπόστασιν δηλ. 60,3 γηΐνων ἀκτίνων ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς Γῆς, εὑρίσκομεν κατὰ τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος:

$$\gamma = g . \frac{1}{(60{,}3)^2} = \frac{981}{(60{,}3)^2} \simeq 0{,}27\ \text{CGS}$$

καὶ διὰ τὴν ὁλικὴν ἕλξιν m. 0,27.

Εὑρίσκομεν δηλ. ὅτι τὸ βάρος τῆς Σελήνης συγκρατεῖ αὐτὴν ἐπὶ τῆς τροχιᾶς της, ἤτοι ὅτι ἡ γηΐνη βαρύτης εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν παγκοσμίαν ἕλξιν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΔΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΣΤΕΡΕΑ—ΥΓΡΑ—ΑΕΡΙΑ

§ 181. Τὰ σώματα τὰ ὁποῖα μέχρι τοῦδε ἐξητάσαμεν, τὰ *στερεά*, χαρακτηρίζονται ὑπὸ τῆς ἰδιότητος τὴν ὁποίαν ἔχουν, νὰ παρουσιάζουν ὡρισμένον σχῆμα καὶ ὄγκον, καὶ νὰ ἀνθίστανται διὰ τῶν ἀναπτυσσομένων ἐλαστικῶν δυνάμεων εἰς κάθε ἐξωτερικὴν αἰτίαν τείνουσαν νὰ μεταβάλῃ εἴτε τὸ σχῆμα αὐτῶν, εἴτε τὸν ὄγκον εἴτε καὶ ἀμφότερα. Παρουσιάζουν δηλ. τὰ στερεὰ ἐλαστικότητα ὄγκου καὶ ἐλαστικότητα σχήματος χαρακτηριζομένας ἀπὸ δύο ἀνεξαρτήτους ἀλλήλων σταθεράς, εἴδομεν δὲ (§ 157) ὅτι αἱ δύο αὗται σταθεραί, τὸ μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου κ καὶ τὸ μέτρον στρέψεως F, ἀρκοῦν διὰ νὰ καθορίσουν ἐντελῶς ὅλας τὰς ἐλαστικὰς ἰδιότητας τῶν ἰσοτρόπων καὶ ὁμογενῶν στερεῶν.

Ἐκτὸς ὅμως τῶν στερεῶν ὑπάρχουν σώματα, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν ἐλαστικότητα ὄγκου μόνον, ὄχι δὲ καὶ ἐλαστικότητα σχήματος. Δὲν παρουσιάζουν δηλ. οὐδεμίαν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος ἐφ' ὅσον ὁ ὄγκος των μένει ἀμετάβλητος (*).

Τὰ σώματα ταῦτα ὀνομάζομεν γενικῶς *ρευστά*, τὰ ὑποδιαιροῦμεν δὲ εἰς δύο μεγάλας τάξεις:

Ὀνομάζομεν *ὑγρὰ* τὰ ρευστά, τὰ ὁποῖα ἔχουν ὄγκον ὡρισμένον, τὰ ὁποῖα δηλ. ἀνθίστανται καὶ εἰς τὴν ἐλάττωσιν καὶ εἰς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου των. *Ἀέρια* δὲ ὀνομάζομεν τὰ ρευστὰ τὰ ὁποῖα τείνουν νὰ καταλάβουν πάντοτε μεγαλήτερον ὄγκον, τῶν ὁποίων δηλ. ὁ ὄγκος μόνον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν *ἐξωτερικῶν* δυνάμεων περιορίζεται εἰς πεπερασμένην τιμήν.

(*) Δυνατὸν ἐν τούτοις καὶ τὰ σώματα ταῦτα νὰ ἀνθίστανται *ἐμμέσως* εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος, ἐφ' ὅσον αὕτη συνοδεύεται ἀπὸ μεταβολὴν τῆς ἐπιφανείας των (πρβλ. § 275).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ στερεὰ μορφή, ἡ ὑγρὰ καὶ ἡ ἀέριος εἶναι αἱ τρεῖς θεμελιώδεις μορφαὶ ἢ *καταστάσεις* ὑπὸ τὰς ὁποίας παρουσιάζεται ἡ ὕλη, εἶναι δὲ δυνατὸν σῶμα τῆς αὐτῆς χημικῆς συνθέσεως νὰ παρουσιάζεται ὑπὸ τὰς τρεῖς φυσικὰς καταστάσεις. Ἐπειδὴ ἐν τούτοις ἡ μεταβολὴ τῆς φυσικῆς καταστάσεως συνδέεται ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον μὲ μεταβολὴν τοῦ μορίου (πολυμερισμὸς) εἶναι ζήτημα ἂν ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν ὡς τὰ αὐτὰ χημικὰ σώματα τὰ σώματα τὰ ἀποτελούμενα ἐκ τῶν αὐτῶν μὲν καὶ κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογίαν συστατικῶν, ἀλλὰ παρουσιαζόμενα ὑπὸ διαφόρους φυσικὰς μορφὰς (πρβλ. § 3).

Σημειωτέον ὅτι σαφὴς διάκρισις μεταξὺ στερεᾶς, ὑγρᾶς καὶ ἀερίου μορφῆς δὲν ὑπάρχει, ἀλλ' ὑπάρχουν ἄπειροι διάμεσοι βαθμίδες μεταξὺ τῶν διαφόρων μορφῶν.

Οὕτω πολλὰ σώματα, στερεὰ εἰς ταπεινὴν θερμοκρασίαν, μεταβάλλονται θερμαινόμενα εἰς ὑγρά ἀλλ' εἰς μερικὰ μὲν ἡ μετάβασις ἀπὸ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν εἶναι ἀπότομος καὶ σαφὴς (πάγος-ὕδωρ), εἰς ἄλλα δὲ εἶναι βαθμιαία, ὅπως π. χ. εἰς τὸν κηρόν, τὰς ρητίνας κτλ.

Πολλὰ σώματα, π. χ. αἱ ρητίναι παρουσιάζουν καὶ ἄλλην ἀξιοσημείωτον ἰδιότητα. Ἐνῷ δηλ. ὡς πρὸς τὰς ἀποτόμους μεταβολὰς τοῦ σχήματος εἶναι στερεά, θραύονται π. χ. ἅμα ὑπερβῶμεν τὸ ὅριον θραύσεως, ἂν ἐφαρμόσωμεν ἐπ' αὐτῶν μικρὰς δυνάμεις, ἀλλὰ διαρκῶς καὶ ἐπὶ μακρὸν ἐνεργούσας, ἠμποροῦμεν νὰ προκαλέσωμεν πολὺ μεγάλας μεταβολὰς σχήματος χωρὶς νὰ ἐπέλθῃ θραῦσις. Τὰ σώματα ταῦτα ὀνομάζομεν *πλαστικά*.

Ἀλλὰ καὶ μεταξὺ ὑγρᾶς καὶ ἀερίου καταστάσεως δὲν ὑπάρχει σαφὴς διάκρισις, διότι ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας, περὶ τῶν ὁποίων ἐκτενῶς θὰ πραγματευθῶμεν εἰς τὸ περὶ *Θερμότητος* μέρος, αἱ δύο καταστάσεις τελείως συγχέονται.

Τὰ ὑγρὰ καὶ ἀέρια, ἕνεκα τοῦ κοινοῦ χαρακτηριστικοῦ τῆς ἐλλείψεως ἐλαστικότητος σχήματος ἔχουν πλείστας κοινὰς ἰδιότητας. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ ἐλαστικότης ὄγκου εἶναι διάφορος εἰς τὰς δύο τάξεις τῶν σωμάτων καὶ ἐκ τούτου πολλαὶ ἰδιότητες διαφέρουν, θὰ ἐξετάσωμεν χωριστὰ τὰ ὑγρὰ (ὑδρομηχανικὴ) καὶ τὰ ἀέρια (ἀερομηχανική).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

§ 182. ***Υδροστατικὴ πίεσις.*** Ἐὰν ὑγρόν τι εὑρίσκεται ἐντὸς περιωρισμένου χώρου πληροῦν αὐτὸν ἐντελῶς καὶ θελήσωμεν νὰ ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον αὐτοῦ, θὰ χρειασθῇ νὰ καταβάλωμεν δύναμιν, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ ἀντιδράσουν αἱ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἀναπτυσσόμεναι ἐλαστικαὶ δυνάμεις, τείνουσαι νὰ μετατοπίσουν τὰ τοιχώματα καὶ αὐξήσουν οὕτω τὸν ὄγκον τοῦ ὑγροῦ.

Αἱ δυνάμεις αὗται ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ περιέχοντος τὸ ὑγρὸν δοχείου. Ἀλλὰ καὶ ἂν φαντασθῶμεν ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ οἱανδήποτε ἐπιφάνειαν ε, τοιαύτην ὥστε τὸ ἓν αὐτῆς μέρος νὰ εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑγρόν, τὸ δὲ ἄλλο νὰ εἶναι ἐλεύθερον (τὴν ἐπιφάνειαν π. χ. ε (σχ. 147), ἡ ὁποία ἀποτελεῖ μέρος τῆς ἐπιφανείας τοῦ *ἐντελῶς κλειστοῦ* δοχείου δ, βυθισμένου ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ) ἡ ἐπιφάνεια αὕτη ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ὑγροῦ δύναμιν ἐκ τῶν ἔσω τοῦ ὑγροῦ πρὸς τὰ ἔξω.



Σχ. 147.

Ἀποδεικνύεται δὲ θεωρητικῶς καί, ἐφ' ὅσον τοῦτο εἶναι δυνατὸν προκειμένου περὶ θεμελιώδους νόμου, καὶ πειραματικῶς, ὅτι ἡ ἐπί τινος ***ἐλαχίστης*** *ἐπιφανείας ἐνεργοῦσα ἐκ μέρους τοῦ ὑγροῦ δύναμις, εἴτε ἡ ἐπιφάνεια αὕτη ἀποτελεῖ μέρος τῶν ἐξωτερικῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου εἴτε εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας, κάθετος ἐπ' αὐτήν, καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν θέσιν τοῦ κέντρου βάρους αὐτῆς.*

Τὸ πηλίκον τῆς ἐπί τινος ἐλαχίστης ἐπιφανείας ε ἐνεργούσης δυνάμεως f διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ὀνομάζομεν ***ὑδροστατικὴν πίεσιν*** *τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον* καὶ παριστῶμεν διὰ τοῦ συμβόλου p.

Εἶναι λοιπόν:

$$(1) \qquad p = \frac{f}{\varepsilon}$$

καὶ αἱ διαστάσεις τῆ πιέσεως:

$$[p] = \frac{[f]}{[\varepsilon]} = \frac{M\,L\,T^{-2}}{L^2} = ML^{-1}\,T^{-2}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Φανερὸν ὅτι ὅταν ἡ πίεσις p εἶναι ὁμοιόμορφος ἐπί τινος ἐπιπέδου ἐπιφανείας E, ἡ ὁλικὴ δύναμις F ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν, εἶναι δηλ.

$$F = Ep \tag{2}$$

§ 183. ***Μονάδες πιέσεως.*** Ὡς θεωρητικὴ μονὰς πιέσεως λαμβάνεται ἡ πίεσις ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἑκάστη μονὰς ἐπιφανείας ὑφίσταται ὁλικὴν δύναμιν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα τῆς δυνάμεως, ἤτοι ἡ πίεσις μιᾶς dyne κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον.

$$\text{πίεσις } 1 \text{ CGS} = \frac{1 \text{ dyne}}{\text{cm}^2} = 1 \text{ Barye}$$

Ἡ μονὰς CGS εἶναι πολὺ μικρὰ καὶ διὰ τοῦτο ἀντ' αὐτῆς μεταχειριζόμεθα τὸ Bar ἢ τὸ Millibar, μονάδας ὁριζομένας ὡς ἑξῆς:

$$1 \text{ Bar} = 10^6 \text{ CGS}$$

$$1 \text{ Millibar} = \frac{1}{1000} \text{ Bar} = 1000 \text{ CGS}.$$

Ὡς πρακτικὴ ὅμως μονὰς πιέσεως λαμβάνεται ἡ πίεσις ἑνὸς χιλιογράμμου βάρους κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστὸν καὶ ἔχομεν τὴν σχέσιν:

$$\frac{1 \text{ kg}^*}{\text{cm}^2} = \frac{981000 \text{ dyne}}{\text{cm}^2} = 9{,}81 \cdot 10^5 \text{ CGS} = 0{,}981 \text{ Bar}$$

Ἐκτὸς τῆς μονάδος ταύτης ἔχομεν εἰς τὴν πρᾶξιν καὶ τὴν *πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας* ἴσην πρός:

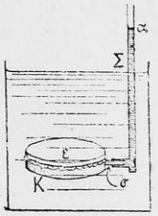
$$1{,}0333 \frac{\text{kg}^*}{\text{cm}^2} = 1{,}0137 \cdot 10^6 \text{ CGS} = 1{,}0137 \text{ Bar}$$

Πολλάκις, ὅταν δὲν ἀπαιτεῖται μεγάλη ἀκρίβεια, λέγοντες πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας ἐννοοῦμεν τὴν πολὺ πρὸς ταύτην προσεγγίζουσαν πίεσιν 1 kg^* κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστόν.

§ 184. Πειραματικῶς δεικνύομεν ὅτι ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς: Ἡ κυλινδρικὴ κάψα K (σχ. 148), τῆς ὁποίας ἡ μία βάσις ἀποτελεῖται ἀπὸ φύλλον ἐλαστικοῦ κόμμεως ε, συνδέεται ὑδατοστεγῶς διὰ τοῦ σωληνίσκου σ μὲ τὸν κατακόρυφον σωλῆνα Σ κλειστὸν πρὸς τὰ κάτω ἀνοικτὸν δὲ κατὰ τὸ ἄνω ἄκρον. Πληροῦμεν ὕδατος τὴν κάψαν καὶ μέχρι τινὸς καὶ τὸν σωλῆνα Σ καὶ βυθίζομεν τὴν συ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

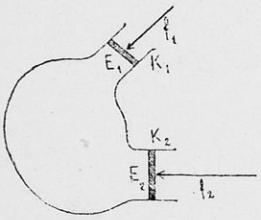
σκευὴν ἐντὸς ὑγροῦ, οὕτως ὥστε τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ σωλῆνος Σ νὰ ὑπερέχῃ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας αὐτοῦ. Τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὕδωρ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐπὶ τῆς ἐλαστικῆς μεμβράνης ε ἐνεργούσης ὑδροστατικῆς πιέσεως καὶ τῆς ἐλαστικότητος τῆς μεμβράνης ἀνέρχεται μέχρι τῆς θέσεως α. Ἂν τώρα κρατοῦντες ἀκίνητον τὸν σωλῆνα Σ περιστρέψωμεν ὁπωσδήποτε τὴν κάψαν περὶ τὸν σωληνίσκον σ ὡς ἄξονα, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕψος τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ δὲν μεταβάλλεται, ἀπόδειξις ὅτι ἡ ἐπὶ τῆς μεμβράνης ε ἐνεργοῦσα ὑδροστατικὴ πίεσις δὲν μετεβλήθη.



Σχ. 148.

§ 185. ***Ὑδροστατικὴ ἀρχὴ (Pascal).*** *Ὅταν ἐπὶ ἰσορροποῦντος ὑγροῦ δὲν ἐνεργεῖ δυναμικὸν πεδίον, (π. χ. τὸ πεδίον τῆς βαρύτητος) ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἶναι καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν αὐτοῦ σταθερά.*

Ἡ θεμελιώδης αὕτη ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς καλουμένη καὶ ἀρχὴ τοῦ Pascal ἀποδεικνύεται εὐκόλως θεωρητικῶς μὲ τὴν βοήθειαν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.



Σχ. 149.

Ἔστω (σχ. 149) δοχεῖον πανταχόθεν κλειστὸν καὶ πλῆρες ὑγροῦ πρακτικῶς ἀσυμπιέστου, φέρον δὲ προσηρμοσμένους δύο κυλίνδρους k_1, k_2 ἐντὸς τῶν ὁποίων τὰ ἐπίπεδα ἔμβολα E_1, E_2, κλείοντα αὐτοὺς ὑδατοστεγῶς ἀλλὰ δυνάμενα νὰ κινοῦνται ἄνευ τριβῆς, συγκρατοῦνται ἐν ἰσορροπίᾳ ὑπὸ τῶν δυνάμεων f_1, f_2, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν κατὰ τοὺς ἄξονας τῶν κυλίνδρων.

Συμφώνως πρὸς τὰ ἐκτεθέντα εἰς τὴν § 102 περὶ τῶν ἁπλῶν μηχανῶν θὰ εὕρωμεν τὴν σχέσιν τῶν δυνάμεων f_1 καὶ f_2 ἂν γνωρίζωμεν τὴν μετακίνησιν x_1 τοῦ ἐμβόλου E_1 τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν μετακίνησιν x_2 τοῦ ἐμβόλου E_2, διότι ὑφίσταται ἡ σχέσις:

(4) $$f_1 : f_2 = x_2 : x_1$$

Ἀλλ' ἂν ὀνομάσωμεν σ_1, σ_2 τὰς τομὰς τῶν δύο κυλίνδρων καὶ ἐπομένως καὶ τὰς ἐπιφανείας τῶν ἀντιστοίχων ἐμβόλων, ὅταν τὸ ἔμβολον E_1 μετακινηθῇ κατὰ τὸ διάστημα x_1 (ἔστω κατὰ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως f_1) θὰ εἰσωθηθῇ εἰς τὸ δοχεῖον ὄγκος ὑγροῦ ἴσος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πρὸς σ_1 x_1, ὅταν δὲ τὸ ἔμβολον E_2 κινηθῇ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν τῆς f_2 κατὰ τὸ διάστημα x_2, θὰ ἐξέλθῃ ἐκ τοῦ δοχείου ὄγκος ὑγροῦ ἴσος πρὸς σ_2 x_2. Ἕνεκα τοῦ ἀσυμπιέστου τοῦ ὑγροῦ οἱ δύο ὄγκοι πρέπει νὰ εἶναι ἴσοι, καὶ ἑπομένως θὰ εἶναι:

$$\sigma_1 x_1 = \sigma_2 x_2 \qquad \text{ἢ} \qquad x_2 : x_1 = \sigma_1 : \sigma_2$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης καὶ τῆς (4) εὑρίσκομεν:

$$f_1 : f_2 = \sigma_1 : \sigma_2.$$

Ἀλλ' ἂν ὀνομάσωμεν p_1 τὴν πίεσιν εἰς τὸ ἔμβολον E_1 καὶ p_2 εἰς τὸ E_2 θὰ ἔχωμεν κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (2):

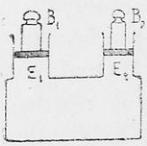
$$f_1 = p_1 \sigma_1 \qquad f_2 = p_2 \sigma_2$$

ὅθεν:

$$p_1 = p_2$$

Ἤτοι ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς τὰ δύο θεωρούμενα μέρη τοῦ ὑγροῦ.

§ 186. ***Πειραματικὴ ἀπόδειξις.*** Ἡ στοιχειώδης πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal γίνεται διὰ συσκευῆς ὁμοίας πρὸς ἐκείνην, ἡ ὁποία μᾶς ἐχρησίμευσεν εἰς τὴν θεωρητικὴν ἀπόδειξιν. Δοχεῖον πανταχόθεν κλειστὸν (σχ. 150) φέρει δύο κατακορύφους κυλίνδρους κλειομένους ὑδατοστεγῶς διὰ τῶν ἐμβόλων E_1, E_1, τὰ ὁποῖα κινοῦνται μὲ ἐλαχίστην τριβὴν καὶ τῶν ὁποίων τὰ βάρη β_1, β_2 εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰς τομὰς σ_1, σ_2 τῶν κυλίνδρων.



Σχ. 150.

Ἂν πληρώσωμεν τὸ δοχεῖον ὑγροῦ καὶ φορτίσωμεν τὰ δύο ἔμβολα διὰ βαρῶν B_1, B_2, παρατηροῦμεν ὅτι ἰσορροπία ὑπάρχει ὅταν ὑφίσταται ἡ σχέσις:

$$B_1 : B_2 = \sigma_1 : \sigma_2.$$

Αἱ ἐπὶ τῶν ἐμβόλων ἐνεργοῦσαι ὁλικαὶ δυνάμεις εἶναι:

$$f_1 = \beta_1 + B_1 \qquad f_2 = \beta_2 + B_2$$

ἐπειδὴ δὲ εἶναι $\beta_1 : \beta_2 = \sigma_1 : \sigma_2$

ἕπεται: $f_1 : f_2 = \sigma_1 : \sigma_2.$

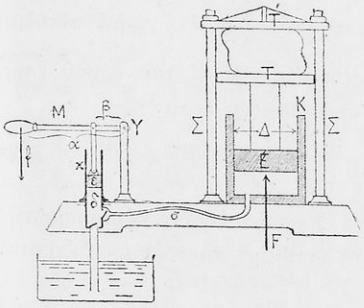
Ἤτοι αἱ ὁλικαὶ δυνάμεις εἶναι κατὰ τὴν ἰσορροπίαν ἀνάλογοι πρὸς τὰς τομὰς τῶν κυλίνδρων καὶ ἑπομένως ἡ πίεσις εἶναι εἰς ἀμφοτέρους τοὺς κυλίνδους ἡ αὐτή (*).

(*) Σημειωτέον ὅτι ὁ νόμος τοῦ Pascal εἶναι νόμος πειραματικός. Καὶ ἀπεδείξαμεν μὲν αὐτὸν θεωρητικῶς βασισθέντες ἐπὶ τοῦ ἀξιώματος τῆς διατη-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 187. *Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.* Ἂν εἰς τὴν συσκευὴν τὴν περιγραφεῖσαν εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον λάβωμεν τὴν τομὴν σ_2 πολὺ μεγαλητέραν τῆς σ_1, θὰ εἶναι καὶ ἡ δύναμις f_2 κατὰ τὴν ἰσορροπίαν πολὺ μεγαλητέρα τῆς f_1 καὶ ἑπομένως ἠμποροῦμεν διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης νὰ ἰσορροπήσωμεν διὰ μικρᾶς δυνάμεως f_1 ἄλλην πολὺ μεγαλητέραν, τὴν f_2. Οὕτω χρησιμοποιουμένη ἡ συσκευὴ ὀνομάζεται *Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.*

Τὸ ὑδραυλικὸν πιεστήριον (σχ. 151) ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κυλίνδρους κατακορύφους Κ, κ ἀνίσου διαμέτρου συγκοινωνοῦντας πρὸς ἀλλήλους διὰ τοῦ σωλῆνος σ. Ἐντὸς τοῦ μεγαλητέρου κινεῖται ἔμβολον Ε τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ ἓν σῶμα μετὰ τῆς πλακὸς Τ. Ἄνωθεν τῆς πλακὸς ταύτης εὑρίσκεται ἄλλη πλὰξ Τ′ στερεωμένη ἐπὶ τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου διὰ τῶν στύλων Σ. Ἐντὸς τοῦ στενοῦ κυλίνδρου κινεῖται ἐπίσης ἔμβολον ε, τὸ ὁποῖον πιέζομεν πρὸς τὰ κάτω διὰ τοῦ μοχλοῦ Μ κινουμένου περὶ τὸ ὑπομόχλιον Υ (**).



Σχ. 151.

Ὅταν οἱ δύο κύλινδροι καὶ ὁ ἑνώνων αὐτοὺς σωλὴν εἶναι πλήρεις ὑγροῦ καὶ διὰ τῆς δυνάμεως f, ἐνεργούσης εἰς τὸ ἄκρον τοῦ μοχλοῦ Μ, πιέσωμεν τὸ ἔμβολον ε, μεταδίδομεν εἰς τὸ ὑγρὸν ὑδροστατικὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν ὑπολογίζομεν ὡς ἑξῆς:

Ἔστω α ὁ μοχλοβραχίων τῆς δυνάμεως f, β ἡ ἀπόστασις τοῦ ὑπομοχλίου ἀπὸ τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον ἀρθροῦται τὸ στέλεχος τοῦ ἐμβόλου ε, καὶ δ ἡ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου κ, ἑπομένως $\frac{1}{4}\pi\delta^2$ ἡ τομὴ αὐτοῦ. Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις $f.\frac{\alpha}{\beta}$ ἡ

ρήσεως τῆς ἐνεργείας, πράγματι ὅμως ἡ σταθερότης τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως εἶναι ἓν τῶν πειραματικῶν δεδομένων τὰ ὁποῖα ἔφερον εἰς τὴν θέσιν τοῦ ἀξιώματος τούτου.

(**) Ὁ κύλινδρος οὗτος φέρει καταλλήλους βαλβῖδας ὥστε νὰ ἀποτελῇ πιεστικὴν ἀντλίαν (πρβλ. § 249).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὁποία κατὰ τὴν ἰσορροπίαν ἀντισταθμίζεται ἀπὸ τὴν ἐπὶ τῆς κάτω ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου ἐνεργοῦσαν ὑδροστατικὴν πίεσιν. Ἂν ἡ πίεσις αὕτη εἶναι p, ἡ ὁλικὴ δύναμις εἶναι $p.\frac{1}{4}\pi\delta^2$

ὅθεν: $$p\frac{1}{4}\pi\delta^2 = f\frac{\alpha}{6}$$

καὶ $$p = 4f\frac{\alpha}{6}.\frac{1}{\pi\delta^2}$$

Ἂν τώρα εἶναι Δ ἡ διάμετρος τοῦ μεγάλου κυλίνδρου καὶ ἑπομένως $\frac{1}{4}\pi\Delta^2$ ἡ τομὴ αὐτοῦ, ἡ ὁλικὴ δύναμις F ἡ ἐκ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως τοῦ ὑγροῦ ἐπιφερομένη ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω εἶναι:

$$F = \frac{1}{4}\pi\Delta^2 p = f.\frac{\alpha}{6}.\frac{\Delta^2}{\delta^2}.$$

Σώματα λοιπὸν εὑρισκόμενα μεταξὺ τῶν πλακῶν T καὶ T′ συμπιέζονται μὲ τὴν ὁλικὴν δύναμιν.

$$F = f\frac{\alpha}{6}.\frac{\Delta^2}{\delta^2}.$$

Ἂν π. χ. εἶναι:

$$\alpha = 100 \text{ cm} \qquad 6 = 10 \text{ cm}$$
$$\Delta = 50 \text{ cm} \qquad \delta = 5 \text{ cm}$$
$$f = 50 \text{ kg}^*$$

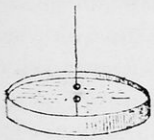
θὰ εἶναι: $$F = 50.\frac{100}{10}.\frac{2500}{25} = 50000 \text{ kg}^*.$$

ΠΙΕΣΙΣ ΥΓΡΩΝ ΕΥΡΙΣΚΟΜΕΝΩΝ ΕΝΤΟΣ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

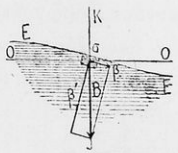
§ 188. Ἐὰν ἐπὶ ἰσορροποῦντος ὑγροῦ ἐνεργοῦν ἐξωτερικαὶ δυνάμεις, ἡ πίεσις δὲν εἶναι πλέον πανταχοῦ ἡ αὐτή, ἀλλὰ διάφορος εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ ὑγροῦ. Τὸ συνηθέστατον δυναμικὸν πεδίον εἶναι τὸ πεδίον τῆς γηΐνης βαρύτητος καὶ διὰ τοῦτο θὰ ἀσχοληθῶμεν κυρίως μὲ τὴν κατανομὴν τῆς πιέσεως ἐντὸς βαρέος ὑγροῦ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 189. ***Σχῆμα τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας βαρέος ὑγροῦ.*** *Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια βαρέος ὑγροῦ εἶναι ὁριζόντιον ἐπίπεδον.* Πειραματικῶς ἀποδεικνύεται ἡ πρότασις αὕτη διὰ τῆς παρατηρήσεως τοῦ ὑπὸ τῆς ἀνακλώσης ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ σχηματιζομένου εἰδώλου τοῦ νήματος τῆς στάθμης. Παρατηροῦμεν δηλ. ὅτι τὸ νῆμα καὶ τὸ εἴδωλον αὐτοῦ εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, ἐξ οὗ συμπεραίνομεν κατὰ τοὺς γνωστοὺς στοιχειώδεις νόμους τῆς ἀνακλάσεως τοῦ φωτός, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ νῆμα. Ἐπειδὴ δὲ ὅλα τὰ στοιχεῖα τῆς ἐπιφανείας εἶναι κάθετα ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου, ἕπεται ὅτι ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ἐπίπεδος (*).



Σχ. 152.



Σχ. 153.

Ἀλλὰ καὶ δι' ἁπλοῦ συλλογισμοῦ ἄνευ πειράματος πειθόμεθα ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ δὲν ἠμπορεῖ παρὰ νὰ εἶναι ἐπίπεδος καὶ ὁριζοντία κατὰ τὴν ἰσορροπίαν. Διότι ἂν εἶναι Ε Ε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια (σχ. 153), διάφορος τῆς ὁριζοντίας Ο Ο, καὶ Κ ἡ κατακόρυφος, ἡ ἐπὶ τοῦ στοιχείου σ τοῦ ὑγροῦ ἐνεργοῦσα ἐκ τῆς βαρύτητος δύναμις Β ἀναλύεται εἰς τὰς δύο συνιστώσας β καὶ β′ καὶ βλέπομεν ὅτι, ἐπειδὴ τὸ ὑγρὸν δὲν ἔχει σταθερὸν σχῆμα, τὸ στοιχεῖον σ θὰ κινηθῇ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς συνιστώσης β. Ἰσορροπία λοιπὸν δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπάρξῃ, ἐφ' ὅσον ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια δὲν εἶναι ὁριζοντία.

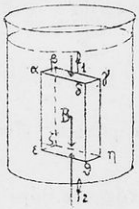
§ 190. ***Μεταβολὴ τῆς πιέσεως μετὰ τοῦ βάθους.*** Ἔστω δοχεῖον πλῆρες βαρέος ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐν ἰσορροπίᾳ. Θεωροῦμεν (σχ. 154) μέρος τοῦ ὑγροῦ τὸ α β γ δ ε ζ η θ ἔχον μορφὴν ὀρθοῦ πρίσματος μὲ ἄξονα κατακόρυφον, τὰς δὲ δύο ὁριζοντίας βάσεις πολὺ μικρὰς καὶ ἴσας πρὸς σ. Τὸ πρίσμα τοῦτο ἠμποροῦμεν νὰ φαντασθῶμεν πρὸς στιγμὴν ὡς στερεοποιηθὲν ἄνευ μεταβολῆς τοῦ σχήματος ἢ τῆς πυκνότητος. Εὐνόητον ὅτι ἡ ἰσορροπία δὲν θὰ δια-

(*) Ἡ πρότασις αὕτη ἰσχύει διὰ περιωρισμένας ἐπιφανείας ὑγρῶν. Αἱ ἐπιφάνειαι λιμνῶν καὶ θαλασσῶν ἔχουν ἄλλο σχῆμα, πλησιάζον πρὸς τὸ ἐλλειψοειδὲς ἐκ περιστροφῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ταραχθῇ. Ἀλλ' ἐπὶ τῶν ἑδρῶν τοῦ καθ' ὑπόθεσιν στερεοῦ πρίσματος ἐνεργοῦν δυνάμεις ἐκ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως, κάθετοι ἐπ' αὐτάς. Καὶ ὅσον μὲν ἀφορᾷ τὰς ἐπὶ τῶν κατακορύφων ἑδρῶν ἐνεργούσας, ἐκ τῆς ἀκινησίας τοῦ πρίσματος ἐξάγομεν τὸ συμπέρασμα ὅτι ἐξουδετεροῦνται ἀμοιβαίως.

Θεωροῦμεν ἤδη τὰς κατακορύφους δυνάμεις τὰς ἐπὶ τῶν ὁριζοντίων ἑδρῶν ἐνεργούσας. Ἐὰν εἶναι p_1 ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς τὴν ἄνω ἕδραν καὶ p_2 εἰς τὴν κάτω, ἔχομεν ἐπὶ μὲν τῆς ἄνω ἕδρας ὁλικὴν δύναμιν $f_1 = \sigma p_1$ ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω ἐπὶ δὲ τῆς κάτω ἕδρας τὴν δύναμιν $f_2 = \sigma p_2$ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ἐπειδὴ τὸ πρίσμα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, ἕπεται ὅτι αἱ δυνάμεις f_1 f_2 καὶ τὸ βάρος B τοῦ πρίσματος ἰσορροποῦν, ἀφοῦ δὲν ὑπάρχει καμμία ἄλλη κατακόρυφος δύναμις.



Σχ. 154.

Εἶναι λοιπόν:

(1) $$f_1 + B = f_2.$$

Ἀλλὰ τὸ βάρος B ἰσοῦται μὲ τὸν ὄγκον τοῦ πρίσματος ἐπὶ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐπὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος, εἶναι δηλ. $B = D\sigma hg$ ὅπου h τὸ ὕψος τοῦ πρίσματος, καὶ ἑπομένως ἡ σχέσις (1) γίνεται:

(2) $$\sigma p_1 + D\sigma hg = \sigma p_2$$

καὶ ἁπλοποιήσωμεν διὰ σ:

(3) $$p_2 = p_1 + Dhg.$$

Ἂν ἡ ἄνω βάσις τοῦ πρίσματος ἀποτελεῖ μέρος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἡ ἐπ' αὐτῆς ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ ὑδροστατικὴ δύναμις εἶναι μηδέν, εἶναι δηλ. $p_1 = 0$ καὶ αἱ ἐξισώσεις γίνονται:

(4) $$\sigma p_2 = D\sigma hg$$

(5) $$p_2 = Dhg.$$

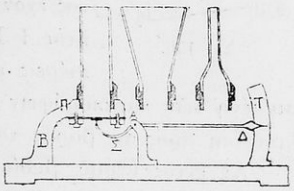
Ἡ πρώτη τῶν ἐξισώσεων τούτων ἐκφράζει ὅτι ἡ ἐπί τινος μικρᾶς ἐπιφανείας ὁλικὴ ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ δύναμις ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἐχούσης βάσιν μὲν τὴν ἐπιφάνειαν ταύτην, ὕψος δὲ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν αὐτῆς ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

Ἄμεσον πόρισμα τῆς προτάσεως ταύτης εἶναι ὅτι ἡ ὑδροστα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τική πίεσις ἐντὸς βαρέος ἰσορροποῦντος ὑγροῦ εἶναι σταθερὰ εἰς ὅλα τὰ ὁριζόντια ἐπίπεδα καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τοῦ βάθους τοῦ θεωρουμένου σημείου.

§ 191. ***Πίεσις ἐπὶ οἱασδήποτε ἐπιφανείας.*** Ἡ ἐπὶ οἱασδήποτε ἐπιπέδου ἐπιφανείας ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ ἐξασκουμένη ὁλικὴ δύναμις εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης ἡ ὁποία ἔχει βάσιν μὲν τὴν θεωρουμένην ἐπιφάνειαν ὕψος δὲ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ *κέντρου βάρους* αὐτῆς ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 155.

§ 192. ***Πειραματικὴ ἀπόδειξις.*** Ὅτι ἡ ἐπὶ τοῦ πυθμένος δοχείου τινὸς ὁλικὴ πίεσις ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς ἐπιφανείας τοῦ πυθμένος καὶ ἀπὸ τὴν κατακόρυφον αὐτοῦ ἀπόστασιν ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ καὶ ὄχι ἀπὸ τὸ ὁλικὸν ποσὸν τοῦ ἐν τῷ δοχείῳ ὑγροῦ ἀποδεικνύεται διὰ τοῦ ὑπὸ τὸ ὄνομα τοῦ *ὑδροστατικοῦ παραδόξου* γνωστοῦ πειράματος. Ὁ μετάλλινος πυθμὴν Π (σχ. 155), καταλλήλως ἐπὶ τῆς βάσεως Β στερεωμένος φέρει ὀπὴν κλειομένην διὰ φύλλου ἐλαστικοῦ κόμμεως. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ φύλλου τούτου εἶναι προσκολλημένος δίσκος μεταλλικός, εἰς τὸν ὁποῖον ἀρθροῦται τὸ ἓν ἄκρον τοῦ στελέχους Σ, στρεπτοῦ περὶ τὸν ἄξονα Α, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον Δ τοῦ στελέχους τούτου, χρησιμεῦον ὡς δείκτης, κινεῖται ἐνώπιον τοῦ τόξου Τ. Εἰς τὸν πυθμένα Π κοχλιοῦνται δοχεῖα διαφόρου σχήματος. Ἂν εἰς ταῦτα χύσωμεν ὑγρὸν (πάντοτε τὸ αὐτὸ) παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις τοῦ ἐλαστικοῦ φύλλου καὶ ἐπομένως καὶ ἡ θέσις τοῦ δείκτου Δ ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ ὕψος τοῦ ὑγροῦ ὑπὲρ τὸν πυθμένα καὶ εἶναι ἐντελῶς ἀνεξάρτητος τοῦ σχήματος τοῦ δοχείου.

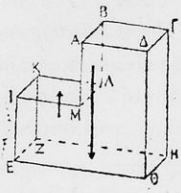
Τὸ ἄθροισμα ὅμως τῶν ἐπὶ *ὅλων τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου* κατακορύφων συνιστωσῶν τῶν πιέσεων εἶναι ἴσον πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ ὑγροῦ.

Οὕτω ἔστω τὸ δοχεῖον τοῦ σχήματος 156 πλῆρες ὕδατος, τοῦ ὁποίου ὅλαι αἱ γωνίαι εἶναι ὀρθαί, αἱ δὲ πλευραὶ εἶναι:

$$AB = B\Gamma = AM = IM = 10 \text{ cm}$$
$$\Delta\Theta = \Gamma H = E\Theta = ZH = 20 \text{ cm}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ ὄγκος τοῦ δοχείου τούτου εἶναι 3 κυβικὰ δέκατα τοῦ μέτρου καὶ ἑπομένως τὸ ἐν αὐτῷ περιεχόμενον ὕδωρ ἔχει βάρος 3 kg*. Ἡ ἐπὶ τοῦ πυθμένος ΕΖΗΘ ὁλικὴ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος ὑγροῦ πρίσματος ἔχοντος βάσιν μὲν τὴν ΕΖΗΘ ὕψος δὲ τὴν ΔΘ ἤτοι 4 kg*. Ἀλλ' ἐπὶ τῆς ἕδρας ΙΚΛΜ ἐνεργεῖ ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω δύναμις ἴση πρὸς τὸ βάρος ὑδατίνου πρίσματος ἔχοντος βάσιν τὴν ΙΚΛΜ καὶ ὕψος τὴν ΑΜ ἤτοι 1 kg*. Ὅλαι δὲ αἱ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἑδρῶν πιέσεις εἶναι ὁριζόντιαι. Ἑπομένως ἡ ὁλικὴ συνισταμένη τῶν κατακορύφων πιέσεων εἶναι ἴση πρὸς $4-1=3$ kg* ἤτοι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ὕδατος.



Σχ. 156.

Ἂν ἐντὸς ὑγροῦ βυθίσωμεν σωλῆνα ἄνωθεν ἀνοικτόν, κλειόμενον δὲ κάτωθεν ὑδατοστεγῶς δι' ἐπιτεθειμένης λεπτοτάτης ὑαλίνης πλακὸς (σχ. 157), συγκρατεῖται ἡ πλὰξ αὕτη ὑπὸ τῆς πιέσεως τοῦ ὑγροῦ καὶ δὲν πίπτει. Ἂν ἤδη χύσωμεν εἰς τὸν κύλινδρον ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑγροῦ, συγκρατεῖται μὲν ἡ πλὰξ ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι χαμηλοτέρα τῆς ἐξωτερικῆς, πίπτει δὲ μόλις τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑγρὸν ἔλθῃ εἰς τὸ ὕψος τοῦ ἐν τῷ δοχείῳ, καὶ τοῦτο ἀνεξαρτήτως τῆς θέσεως ἢ κλίσεως τοῦ σωλῆνος.


Σχ. 157.

§ 193. ***Μέτρησις τῆς πιέσεως διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης.*** Ἡ σχέσις 5 τῆς § 190:

$$p = D\,h\,g$$

ὅπου p ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις, D ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ, h ἡ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας κατακόρυφος ἀπόστασις τοῦ θεωρουμένου σημείου καὶ g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος, μᾶς ὑποδεικνύει τρόπον ἐκφράσεως τῆς πιέσεως διὰ τοῦ ὕψους τῆς ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία θὰ ἦτο ἱκανὴ νὰ παραγάγῃ τὴν πίεσιν ταύτην.

Οὕτω ἐντὸς τοῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4^0 εἰς βάθος 1 cm ἔχομεν πίεσιν ἴσην πρὸς 1 gr* κατὰ τετραγωνικὸν ἑκατοστὸν ἢ πρὸς

$$981\ \frac{\text{dyne}}{\text{cm}^2} = 981\ \text{CGS}.$$

Πίεσις 1 kg* κατὰ τετραγ. ἑκατοστὸν ἀπαιτεῖ βάθος 1000 cm ἤτοι 10 μέτρων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν ἀντὶ ὕδατος λάβωμεν ὑδράργυρον, τοῦ ὁποίου ἡ πυκνότης εἰς 0^0 εἶναι $D = 13{,}596$, εἰς βάθος 1 ἑκατοστομέτρου θὰ ἔχωμεν πίεσιν:

$$p = Dg = 13{,}596 \frac{gr^*}{mc^2} = 13337{,}7 \text{ CGS}$$

Εἰς βάθος 76 cm ἡ πίεσις θὰ εἶναι:

$p = 76 . 13{,}596 . 981 = 1{,}0137 . 10^6$ CGS $= 1$ Ἀτμόσφαιρα.

Οὕτω ἐκφράζομεν τὰς πιέσεις διὰ τοῦ ὕψους ὑγρᾶς στήλης, συνήθως ὕδατος ἢ ὑδραργύρου, καὶ ἔχομεν τὰς ἑξῆς σχέσεις:

πίεσις Στήλης 1 cm ὕδατος $= \frac{1 \text{ gr}^*}{\text{cm}^2} = 981$ CGS

» » 1 cm Hg $= 13{,}596 \frac{\text{gr}^*}{\text{cm}^2} = 13{,}338$ CGS

» » 10 μέτρων ὕδατος $= \frac{1 \text{ kg}^*}{\text{cm}^2} = 9{,}81 . 10^5$ CGS

» » 76 cm Hg $= \frac{1{,}033 \text{ kg}^*}{\text{cm}^2} = 1{,}0137 . 10^6$ CGS $=$

$=$ πίεσις 1 ἀτμοσφαίρας.

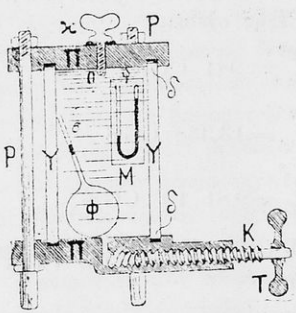
§ 194. ***Συμπίεσις τῶν ὑγρῶν.*** Τὰ ὑγρά, μολονότι δὲν παρουσιάζουν ἐλαστικότητα σχήματος, ἔχουν ἐν τούτοις πολὺ μεγάλην ἐλαστικότητα ὄγκου, καὶ χρειάζονται πολὺ μεγάλαι πιέσεις διὰ νὰ παρατηρηθῇ αἰσθητὴ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου αὐτῶν. Συνήθως ἐπιφέρομεν τὴν ἀναγκαιοῦσαν πίεσιν διὰ τοῦ *πιεσιμέτρου*, συσκευῆς τὴν ὁποίαν ὁ Oersted πρῶτος μετεχειρίσθη.

Δύο μεταλλικαὶ ἀνθεκτικαὶ πλάκες Π Π (σχ. 158) φέρουν κυκλικὰς ἐνσκαφὰς ἐντὸς τῶν ὁποίων εἰσέρχονται τὰ ἐπίπεδα ἄκρα ἀνθεκτικοῦ ὑαλίνου κυλίνδρου Υ Υ. Αἱ δύο πλάκες συνδέονται πρὸς ἀλλήλας διὰ τῶν τριῶν ράβδων Ρ, τῶν ὁποίων τὰ ἄκρα διαμορφοῦνται εἰς κοχλίας, δερμάτινοι δὲ δακτύλιοι δ, δ εὑρισκόμενοι ἐντὸς τῶν ἐνσκαφῶν ἐξασφαλίζουν τὴν στεγανότητα τοῦ οὕτω σχηματιζομένου δοχείου. Ἐκ τῶν δύο πλακῶν ἡ μὲν μία ἔχει ὀπὴν Ο κλειομένην ὑδατοστεγῶς διὰ τοῦ κοχλίου κ, ἡ δὲ ἄλλη ἔχει ἐπίσης ὀπὴν ἄγουσαν εἰς μακρὸν περικόχλιον ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἐφαρμόζεται ἀεροστεγῶς ὁ κοχλίας Κ. Τὸ ἐξεταζόμενον ὑγρὸν τίθεται ἐντὸς φιάλης Φ ἡ ὁποία ἔχει γνωστὸν ὄγκον καὶ ἀπολήγει εἰς βαθμολογημένον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στενὸν σωλῆνα σ, ἀποκλείεται δὲ τὸ ὑγρὸν διὰ σταγόνος ὑδραργύρου.

Ἡ φιάλη τίθεται ἐντὸς τοῦ πιεσιμέτρου ἀφαιρουμένης πρὸς τοῦτο τῆς μιᾶς τῶν πλακῶν Π, συντίθεται πάλιν τὸ πιεσίμετρον, πληροῦται ὕδατος καὶ ἀφοῦ ἐκδιωχθοῦν καὶ αἱ τελευταῖαι φυσαλίδες ἀέρος, κλείεται ἡ ὀπὴ Ο διὰ τοῦ κοχλίου κ. Ἂν τώρα περιστρέψωμεν τὸν κοχλίαν Κ διὰ τοῦ τροχοῦ Τ, ἐλαττώνομεν τὸν ἐντὸς τοῦ πιεσιμέτρου διαθέσιμον χῶρον καὶ οὕτω προκαλοῦμεν αὔξησιν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ ὕδατος, ἡ ὁποία μεταδίδεται καὶ εἰς τὸ ἐντὸς τῆς φιάλης ὑγρόν. Ἡ σταγὼν σ κατέρχεται καὶ ἐκ τῆς μετακινήσεως αὐτῆς εὑρίσκομεν τὴν ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν μετροῦμεν διὰ κλειστοῦ μανομέτρου Μ (πρβλ. § 242) εὑρισκομένου ἐπίσης ἐντὸς τοῦ πιεσιμέτρου.



Σχ. 158.

Ἔστω π. χ. V ὁ ὄγκος τῆς φιάλης, ω ὁ ὄγκος μιᾶς ὑποδιαιρέσεως τοῦ σωλῆνος σ, καὶ ν ὁ ἀριθμὸς τῶν ὑποδιαιρέσεων κατὰ τὰς ὁποίας μετεκινήθη ἡ ὑδραργυρικὴ σταγών. Ἡ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου εἶναι $\beta = \omega\nu$ καὶ ἂν εἶναι p ἡ ὑπὸ τοῦ μανομέτρου δεικνυομένη αὔξησις τῆς πιέσεως, εὑρίσκομεν τὸ *μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου* κ τοῦ ὑγροῦ ἐκ τῆς ἐξισώσεως (πρβλ. § 150).

$$\varkappa = \frac{Vp}{\beta}$$

Ὁ *συντελεστὴς συμπιεστότητος* k, ἴσος πρὸς τὸ ἀντίστροφον τοῦ κ εἶναι:

$$(1) \qquad k = \frac{1}{\varkappa} = \frac{\beta}{Vp}$$

ὁ δὲ ὄγκος V ὑπὸ πίεσιν $p_0 + p$ εὑρίσκεται ἐκ τοῦ ὑπὸ πίεσιν p_0 ὄγκου V_0 ἐκ τῆς σχέσεως:

$$(2) \qquad V = V_0\left(1 - \frac{p}{\varkappa}\right) = V_0(1 - kp).$$

§ 195. Ὁ διὰ τῆς μεθόδου ταύτης εὑρισκόμενος συντελεστὴς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

συμπιέσεως δὲν εἶναι ὁ πραγματικός. Ὁ ὄγκος τῆς φιάλης δὲν μένει ἀμετάβλητος ἀλλὰ γίνεται καὶ αὐτὸς μικρότερος ἐκ τῆς παντοχόθεν, ἔξωθεν καὶ ἔσωθεν, ἐπιφερομένης ὑδροστατικῆς πιέσεως. Διότι ὁ ὄγκος στερεοῦ σώματος ὑπὸ πανταχόθεν ὁμοιόμορφον πίεσιν ἐλαττώνεται, τὸ δὲ στερεόν, ἐφ' ὅσον εἶναι ἰσότροπον καὶ ὁμογενές, μένει ὅμοιον πρὸς ἑαυτό. Ἂν λοιπὸν ἐντὸς τοῦ στερεοῦ ὑπάρχῃ κοίλωμα συγκοινωνοῦν πρὸς τὸ ὑγρὸν οὕτως ὥστε ἡ ὑδροστατικὴ αὐτοῦ πίεσις νὰ ἀντικαθιστᾷ τὴν ἐλαστικὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἐλλείποντος στερεοῦ, τὸ κοίλωμα θὰ ὑποστῇ τὴν αὐτὴν ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου, τὴν ὁποίαν θὰ ὑφίστατο ἴσος ὄγκος τοῦ στερεοῦ ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας. Διὰ τοῦτο ὁ διὰ τῆς ἐκτεθείσης μεθόδου εὑρισκόμενος συντελεστὴς συμπιέσεως εἶναι πράγματι ἡ διαφορὰ τῶν συντελεστῶν τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ δοχείου καὶ θὰ ἦτο δυνατόν, ἂν ὁ συντελεστὴς τοῦ ὑγροῦ ἦτο μικρότερος τοῦ τοῦ δοχείου, αὐξανομένης τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως νὰ ἀνέρχεται ὁ ὑδραργυρικὸς δείκτης, ὁ ὄγκος δηλ. τοῦ ὑγροῦ *φαινομενικῶς* νὰ αὐξάνεται.

Ἔστω πράγματι k_1 ὁ πραγματικὸς συντελεστὴς συμπιέσεως τοῦ ὑγροῦ καὶ k_2 ὁ τοῦ δοχείου καὶ V_0 ὁ ἀρχικὸς ὄγκος τοῦ ὑγροῦ ὑπὸ πίεσιν p_0.

Ὅταν ἡ πίεσις γίνῃ p_0+p, ὁ μὲν ὄγκος τοῦ ὑγροῦ γίνεται πραγματικῶς

$$V'=V_0(1-k_1 p)$$

ἡ δὲ μονὰς τοῦ ὄγκου τοῦ δοχείου γίνεται ἴση πρὸς $1-k_2 p$. Ἑπομένως ὁ ὄγκος V' μετρούμενος μὲ τὴν μεταβληθεῖσαν τώρα μονάδα $1-k_2 p$ εἶναι φαινομενικῶς:

$$V=\frac{V'}{1-k_2 p}=V_0\frac{1-k_1 p}{1-k_2 p}$$

καὶ ἐπειδὴ k_1 καὶ k_2 εἶναι πολὺ μικροὶ ἀριθμοί:

$$V=V_0\{1-(k_1-k_2)p\} \tag{3}$$

Παραβάλλοντες τὴν ἐξίσωσιν ταύτην πρὸς τὴν (2) εὑρίσκομεν:

$$k=k_1-k_2 \tag{4}$$

ἤτοι: ὁ φαινομενικὸς συντελεστὴς συμπιέσεως τοῦ ὑγροῦ ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν τῶν ἀπολύτων συντελεστῶν τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ δοχείου.

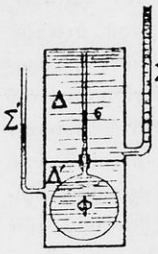
Ἂν εἶναι $k_2>k_1$ θὰ εἶναι $k<0$, ἤτοι ὁ ὄγκος τοῦ ὑγροῦ *φαινομενικῶς* θὰ αὐξάνεται ὅταν ἡ πίεσις γίνεται μεγαλητέρα.

Πολλαὶ μέθοδοι ἔχουν προταθῇ πρὸς εὕρεσιν τοῦ *πραγματικοῦ ἢ ἀπολύτου* συντελεστοῦ συμπιεστότητος, ἐκ τῶν ὁποίων θὰ ἐκθέσωμεν μίαν ἀπὸ τὰς σχετικῶς ἁπλουστέρας, τὴν τοῦ Jamin.

Ἐντὸς τοῦ κυρίως πιεσιμέτρου Δ (σχ. 159) εὑρίσκεται μόνον ὁ στενὸς σωλὴν σ τῆς φιάλης Φ, ἐντὸς τῆς ὁποίας τίθεται τὸ ἐξεταζόμενον ὑγρόν, ἡ δὲ φιάλη εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ δευτέρου δοχείου Δ', πλήρους ἐπίσης ὕδατος, τὸ ὁποῖον φέρει πλευρικῶς κατακόρυφον σωλῆνα Σ' ἀνοικτὸν πρὸς τὰ ἄνω, ἐντελῶς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅμοιον πρὸς τὸν σ καὶ ὁμοίως διηρημένον. Τὰ δοχεῖα Δ καὶ Δ′ εἶναι ὑδατοστεγῶς ἀποκλεισμένα ἀπ' ἀλλήλων. Ὅταν αὐξήσωμεν τὴν πίεσιν ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ, π. χ. διὰ στήλης ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐντὸς τοῦ κατακορύφου σωλῆνος Σ, κατέρχεται ἡ σταγὼν ἐντὸς τοῦ σωλῆτος σ κατὰ ν διαιρέσεις. Ὁ ὄγκος ὅμως τῆς φιάλης ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως, ἡ ὁποία τώρα μόνον ἔσωθεν ἐνεργεῖ, αὐξάνεται καὶ τὸ ὕδωρ *ἀνέρχεται* ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ′ κατὰ ν′ διαιρέσεις.



Σχ. 159.

Ἂν λοιπὸν εἶναι ω ὁ ὄγκος μιᾶς διαιρέσεως, ἡ *πραγματικὴ* ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ εἶναι $\beta = (\nu - \nu')\,\omega$, καὶ αὐτὴν τὴν τιμὴν τοῦ β πρέπει νὰ θέσωμεν εἰς τὸν τύπον (1).

Ὁ συντελεστὴς συμπιεστότητος τῶν ὑγρῶν εἶναι ἐν γένει τόσον μικρός, ὥστε πρακτικῶς δικαιούμεθα νὰ θεωρήσωμεν αὐτὰ ὡς ἀσυμπίεστα, νὰ δεχθῶμεν δηλ. ὅτι ὁ ὄγκος των δὲν μεταβάλλεται μετὰ τῆς πιέσεως.

Οὕτω, ἂν ὡς μονάδα πιέσεως λάβωμεν τὴν πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας, ὁ συντελεστὴς συμπιεστότητος τοῦ ὕδατος εἶναι περίπου $5.10-5$, τοῦ οἰνοπνεύματος $9{,}5.10-5$ καὶ τοῦ ὑδραργύρου $4.10-6$. Ἂν δηλ. ἡ πίεσις αὐξήσῃ κατὰ μίαν ἀτμόσφαιραν, ὁ ὄγκος τοῦ ὕδατος ἐλαττώνεται κατὰ τὰ $\frac{5}{100000}$ ὁ δὲ ὄγκος τοῦ ὑδραργύρου κατὰ τὰ $\frac{4}{1\,000000}$.

Τὴν μεταβολὴν ταύτην βεβαίως δικαιούμεθα νὰ θεωρήσωμεν πρακτικῶς ἴσην πρὸς μηδέν. Ἀξιοσημείωτος εἶναι ἡ ἰδιαιτέρως μικρὰ τιμὴ τοῦ συντελεστοῦ συμπιεστότητος τοῦ ὑδραργύρου.

ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

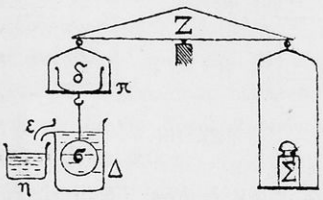
§ 196. *Πᾶν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς βαρέος ὑγροῦ ὑφίσταται κατακόρυφον ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.*

Θεωρητικὴ ἀπόδειξις. Θεωρήσωμεν ἐντὸς ἰσορροποῦντος ὑγροῦ τὸ ὑγρὸν τὸ καταλαμβάνον τὸν ὄγκον Ω. Ἂν φαντασθῶμεν τὸ ὑγρὸν Ω στερεοποιηθὲν χωρὶς μεταβολὴν τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ σχήματος, φανερὸν ὅτι δὲν ὑπάρχει κανεὶς λόγος διαταράξεως τῆς ἰσορροπίας. Ἀλλ' ἤδη ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ Ω ἐνεργεῖ πανταχόθεν ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις, ἐνῷ ἀφ' ἑτέρου τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ Ω τείνει νὰ κινήσῃ αὐτὸ πρὸς τὰ κάτω. Διὰ νὰ ὑφίσταται ἰσορροπία πρέπει ἡ συνισταμένη τῶν ἐκ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως δυνάμεων νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίρροπος πρὸς τὸ βάρος τοῦ Ω καὶ νὰ ἐνεργῇ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, νὰ διέρχεται δηλ. διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ ὁμογενοῦς στερεοῦ Ω. Ἐπειδὴ δὲ αἱ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τινὸς ἐξασκού-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μεται πιέσεις ἐξαρτῶνται μόνον ἀπὸ τὴν θέσιν καὶ τὸ μέγεθος αὐτῆς, ἕπεται ὅτι καὶ οἱονδήποτε ἄλλο σῶμα περιοριζόμενον ὑπὸ ἐπιφανείας τῆς αὐτῆς μὲ τὴν τοῦ Ω ὑφίσταται τὴν αὐτὴν ἄνωσιν, ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, τῆς ὁποίας σημεῖον ἐφαρμογῆς ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν τὸ κέντρον βάρους τοῦ *ὁμογενοῦς* σώματος Ω.

§ 197. ***Πειραματικὴ ἀπόδειξις.*** Ἀπὸ τὸ κάτω μέρος τῆς μιᾶς πλάστιγγος π τοῦ ζυγοῦ Ζ (σχ. 160) κρεμῶμεν διὰ λεπτοτάτου νήματος τὸ σῶμα σ καὶ διὰ τῶν σταθμῶν Σ ἐπιφέροπεν τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ζυγοῦ, ἀφοῦ προηγουμένως θέσωμεν εἰς τὴν πλάστιγγα π τὸ ποτήριον δ. Φέρομεν ἤδη ὑπὸ τὸ σῶμα σ δοχεῖον Δ πλῆρες ὑγροῦ μέχρι τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς ε (τὸ ὑγρὸν πρέπει νὰ ἔχῃ μικροτέραν πυκνότητα τοῦ σώματος σ) οὕτως ὥστε τὸ σῶμα σ ὁλόκληρον νὰ βυθισθῇ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, συλλέγομεν δὲ τὸ ἐκρέον ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου η. Ἡ ἰσορροπία διαταράσσεται καὶ ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῶν σταθμῶν, ἐπανέρχεται δὲ ἡ ἰσορροπία ὅταν εἰς τὸ ποτήριον δ χύσωμεν τὸ εἰς τὸ δοχεῖον η συλλεγὲν ὑγρόν, ἀπόδειξις ὅτι ἡ ἄνωσις, τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ὑφίσταται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.



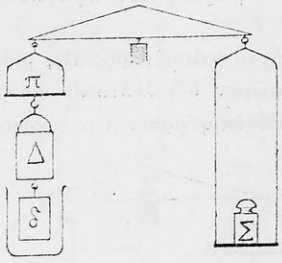
Σχ. 160.

Τὸ πείραμα ἐκτελοῦμεν καὶ κατὰ διάφορον κάπως τρόπον ὡς ἑξῆς: Ἐκ τοῦ κάτω μέρους τῆς πλάστιγγος π ἐξαρτῶμεν δοχεῖον κυλινδρικὸν Δ ἀνοικτὸν ἄνωθεν, κάτωθεν δὲ αὐτοῦ τὸν πλήρη κύλινδρον δ, ἐντελῶς ἐφαρμοζόμενον εἰς τὸ δοχεῖον Δ, ἐπιφέρομεν δὲ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ζυγοῦ διὰ τῶν σταθμῶν Σ (σχ. 161). Ἂν τώρα φέρωμεν ὑπὸ τὸν κύλινδρον δ δοχεῖον πλῆρες ὑγροῦ, οὕτως ὥστε νὰ βυθισθῇ οὗτος ἐντὸς αὐτοῦ, ἡ ἰσορροπία διαταράσσεται, ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὰ σταθμὰ Σ, ἐπαναφέρομεν δὲ τὴν ἰσορροπίαν ἂν πληρώσωμεν ὑγροῦ τὸ δοχεῖον Δ.

Σημειωτέον ὅτι ἡ ἄνωσις τοῦ Ἀρχιμήδους εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν πανταχόθεν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπιφερομένων πιέσεων. Ἂν τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σῶμα δὲν περιβρέχεται κάτωθεν ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ δὲν ὑπάρχει ὑδροστατικὴ ἄνωσις. Τὸ ἑξῆς χαρακτηριστικώτατον πείραμα μᾶς πείθει περὶ τούτου. Λαμβάνομεν κύλινδρον ἐκ φελλοῦ φέροντα εἰς τὸ κάτω μέρος προσκολλημένην ὕαλον ὡρολογίου μὲ τὸ κοῖλον μέρος πρὸς τὰ ἔξω, τῆς ὁποίας τὰ χείλη εἶναι *ἐντελῶς ἐπίπεδα*. Θέτομεν τὸν κύλινδρον ἐπὶ τοῦ *ἐντελῶς ἐπιπέδου* πυθμένος τοῦ ποτηρίου Π ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 162 φαίνεται καὶ κρατοῦντες αὐτὸν προσηρμοσμένον ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἐπιχύνομεν ὕδωρ, μέχρις ὅτου ὁ κύλινδρος τελείως καλυφθῇ. Ἂν τώρα ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸν ἐκ φελλοῦ κύλινδρον, παρατηροῦμεν ὅτι δὲν ἀνέρχεται, ἀλλὰ μένει εἰς τὸν πυθμένα, διότι, ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει ὕδωρ εἰς τὸ μεταξὺ τοῦ πυθμένος τοῦ ποτηρίου καὶ τῆς ἐπὶ τοῦ φελλοῦ προσηρμοσμένης κοίλης ὑάλου διάστημα, ὄχι μόνον ἄνωσις δὲν ὑφίσταται, ἀλλὰ ἡ ἐπὶ τῆς ἄνω ἐπιφανείας τοῦ φελλοῦ ἐνεργοῦσα ὑδροστατικὴ πίεσις ὠθεῖ αὐτὸν πρὸς τὰ κάτω.



Σχ. 161.

Μόλις ὅμως ἀνεγείρωμεν ὀλίγον τὸν φελλὸν οὕτως ὥστε νὰ εἰσχωρήσῃ ὕδωρ εἰς τὸν μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου χῶρον, ἀναπτύσσεται ἡ ἄνωσις τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ ὁ φελλὸς ἀνέρχεται.


Σχ. 162.

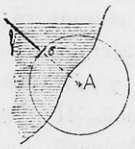
Τὸ ἀκόλουθον ἐπίσης παράδειγμα εἶναι χαρακτηριστικώτατον καὶ δεικνύει μὲ πόσην προσοχὴν πρέπει νὰ ἐφαρμόζεται ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους.

Ἔστω κύλινδρος πλήρης στερεπτὸς περὶ τὸν ὁριζόντιον ἄξονα Α καὶ δοχεῖον τοῦ ὁποίου τὸ τοίχωμα φέρει ἄνοιγμα (σχ. 163). Τὸ ἄνοιγμα τοῦτο κλείεται ὑδατοστεγῶς διὰ τοῦ ὁριζοντίου κυλίνδρου, οὕτως ὥστε μέρος μὲν τοῦ κυλίνδρου εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ δοχείου, μέρος δὲ ἐκτός. Ἂν ἤδη χύσωμεν εἰς τὸ δοχεῖον βαρὺ ὑγρόν, ἐρωτᾶται: Θὰ ἀναπτυχθῇ ἐκ τῶν ὑδροστατικῶν πιέσεων ζεῦγος τεῖνον νὰ περιστρέψῃ τὸν κύλινδρον περὶ τὸν ἄξονά του;

Ἡ δύναμις f ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ στοιχείου σ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου ὡς ἐκ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως εἶναι κάθετος ἐπὶ

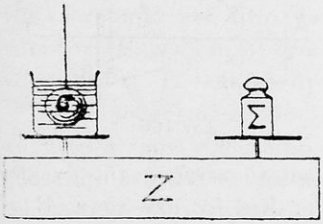
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὴν ἐπιφάνειαν, ἔχει λοιπὸν τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀκτῖνος καὶ ἑπομένως ἡ ροπὴ αὐτῆς ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Α εἶναι μηδέν. Ἐπειδὴ δὲ δι' ὅλας τὰς στοιχειώδεις δυνάμεις συμβαίνει τὸ ἴδιον, ἕπεται ὅτι ἡ ὁλικὴ ροπὴ τῶν ὑδροστατικῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα Α εἶναι μηδέν. Ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου δὲν ἐνεργεῖ ζεῦγος τεῖνον νὰ τὸν περιστρέψῃ, οἱονδήποτε σχῆμα καὶ ἂν ἔχῃ τὸ ἄνοιγμα τοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου.



Σχ. 163.

Τὸ σῶμα τὸ ὁποῖον βυθιζόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ὑφίσταται τὴν ὑδροστατικὴν ἄνωσιν, ἐξασκεῖ, κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς ἀντιδράσεως, ἐπὶ τοῦ δοχείου τοῦ περιέχοντος τὸ ὑγρὸν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν ἄνωσιν, ἴσην δηλ. πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ διευθυνομένην ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω. Δεικνύομεν δὲ τὴν δύναμιν ταύτην πειραματικῶς ὡς ἑξῆς:



Σχ. 164.

Ἐπὶ τῆς μιᾶς πλάστιγγος τοῦ ζυγοῦ Ζ (σχ. 164) θέτομεν ποτήριον πλῆρες ὑγροῦ καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸ διὰ τῶν σταθμῶν Σ. Ἂν εἰς τὸ ὑγρὸν βυθίσωμεν τὸ σῶμα σ ἐξηρτημένον διὰ νήματος, παρατηροῦμεν ὅτι, μολονότι τὸ σῶμα σ δὲν ἐπικάθηται ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ ποτηρίου, ὁ ζυγὸς ρέπει πρὸς τὸ μέρος τοῦτο. Ἡ ἰσορροπία δὲν διαταράσσεται, ἂν τὸ ποτήριον φέρῃ σωλῆνα ἐκροῆς καὶ εἶναι πλῆρες μέχρις αὐτοῦ, οὕτως ὥστε τὸ ὑπὸ τοῦ σώματος σ ἐκτοπιζόμενον ὑγρὸν νὰ ἐκρέῃ ἔξω τῆς πλάστιγγος.

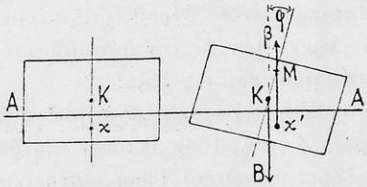
§ 198. ***Ἰσορροπία στερεῶν ἐντὸς ὑγρῶν.*** α΄) Τὸ στερεὸν εἶναι πυκνότερον τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ὑδροστατικὴ ἄνωσις εἶναι μικροτέρα τοῦ βάρους τοῦ στερεοῦ καὶ ἑπομένως τοῦτο βυθίζεται μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου.

β΄) Τὸ στερεὸν ἔχει τὴν αὐτὴν πυκνότητα μὲ τὸ ὑγρόν. Ἡ ἄνωσις τοῦ Ἀρχιμήδους εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ καὶ ἑπομένως ἰσορροπεῖ τοῦτο ἀδιαφόρως ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Ἂν τὸ στερεὸν δὲν εἶναι ὁμογενές, ἀλλ' ἡ *μέση* αὐτοῦ *πυκνότης* εἶναι ἴση πρὸς τὴν τοῦ ὑγροῦ, ἰσορροπεῖ μὲν ἡ ὁλικὴ ὑδρο-

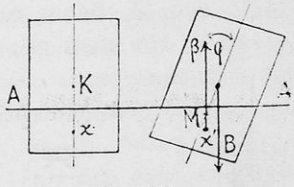
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στατικὴ ἄνωσις τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ, ἀλλὰ διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ τὸ σῶμα πρέπει νὰ μὴ ἐνεργῇ ἐπ' αὐτοῦ ζεῦγος, ἤτοι τὸ κέντρον βάρους καὶ τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως πρέπει νὰ εὑρίσκωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου. Καὶ ἂν μὲν τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται ὑπὸ τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως, ἡ ἰσορροπία εἶναι *εὐσταθὴς* ἂν δὲ ὑπὲρ τὸ κέντρον ἀνώσεως, ἡ ἰσορροπία εἶναι *ἀσταθής*. (Πρβλ. § 96).

γ') Ἡ μέση πυκνότης τοῦ στερεοῦ εἶναι μικροτέρα τῆς τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ἄνωσις, ὅταν τὸ στερεὸν εἶναι τελείως βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, εἶναι μεγαλητέρα τοῦ βάρους τοῦ στερεοῦ καὶ ἐπομένως τοῦτο θὰ ἀνέλθῃ μέχρις ὅτου μέρος αὐτοῦ ἐξέλθῃ τοῦ ὕδατος. Ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ὅταν ἡ ἄνωσις εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ καὶ τὸ ζεῦγος τῶν δύο τούτων δυνάμεων εἶναι μηδέν, δηλ.



Σχ. 165.



Σχ. 166.

ὅταν τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος καὶ τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως εὑρίσκωνται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου. Καὶ ἂν μὲν τὸ κ. Β εὑρίσκεται ὑπὸ τὸ κ. ἀνώσεως ἡ ἰσορροπία εἶναι πάντως εὐσταθής· ἀλλ' εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι εὐσταθὴς ἡ ἰσορροπία καὶ ὅταν ἀκόμη τὸ κέντρον βάρους εἶναι ὑπεράνω τοῦ κέντρου ἀνώσεως, καὶ τοῦτο διότι μετακινουμένου τοῦ σώματος ἀλλάσσει τὸ σχῆμα τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ἐπομένως ἀλλάσσει καὶ ἡ θέσις τοῦ κέντρου ἀνώσεως, οὕτως ὥστε δυνατὸν τὸ ἀναφαινόμενον ζεῦγος νὰ τείνῃ νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν (ζεῦγος ἀνορθώσεως) ἀντὶ νὰ τείνῃ νὰ τὸ ἀπομακρύνῃ ἀπ' αὐτῆς (ζεῦγος ἀνατροπῆς).

Θεωροῦμεν π. χ. (σχ. 165) ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ μέχρι τοῦ ἐπιπέδου Α Α, καὶ ἔστω Κ τὸ κ. Β. καὶ κ. τὸ κ. ἀνώσεως. Ἂν κλίνωμεν τὸ σῶμα κατὰ τὴν γωνίαν φ τὸ κ. ἀνώσεως ἔρχεται εἰς τὸ σημεῖον κ΄ καὶ τὸ ἀναφαινόμενον ζεῦγος Β β εἶναι ζεῦγος ἀνορθώσεως. Ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής. Ἂν ὅμως ἡ ἀρχικὴ θέσις τοῦ παραλληλεπιπέδου εἶναι ἡ εἰς τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

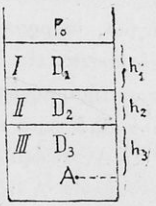
σχῆμα 166 παριστωμένη καὶ κλίνωμεν πάλιν αὐτὸ κατὰ τὴν γωνίαν φ, τὸ κέντρον ἀνώσεως ἔρχεται εἰς τὴν θέσιν κ′ καὶ τὸ ἀναφαινόμενον ζεῦγος Β β εἶναι ζεῦγος ἀνατροπῆς.

Ἂν ἐκ τοῦ νέου κέντρου ἀνώσεως κ′ (σχ. 165 καὶ 166) φέρωμεν τὴν κατακόρυφον, τὸ σημεῖον Μ ἔνθα αὕτη τέμνει τὴν Κκ ὀνομάζεται *μετάκεντρον*. Ἐκ τῶν σχημάτων βλέπομεν ἀμέσως ὅτι ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθὴς ἢ ἀσταθής, καθόσον τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος εἶναι χαμηλότερα ἢ ὑψηλότερα τοῦ μετακέντρου. Ἂν κέντρον βάρους καὶ μετάκεντρον συμπίπτουν, ἡ ἰσορροπία εἶναι ἀδιάφορος ὅπως π. χ. εἰς σφαῖραν ὁμογενῆ ἐπιπλέουσαν.

Εἰς τὰ πλοῖα τὸ κ. Β. εἶναι πάντοτε ὑψηλότερα τοῦ κ. ἀνώσεως, ἀλλ' ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθὴς διότι τὸ σχῆμα τοῦ σκάφους εἶναι τοιοῦτον, ὥστε τὸ μετάκεντρον νὰ εἶναι ὑψηλότερα τοῦ κ. Β. Ἐννοεῖται ὅτι τὸ μετάκεντρον εἶναι διάφορον διὰ τὰς διαφόρους γωνίας ἐκτροπῆς καὶ εἶναι δυνατὸν ὅταν ἡ γωνία ὑπερβῇ ὡρισμένην τιμήν, τὴν *κρίσιμον ἢ ὁρικὴν γωνίαν*, τὸ μετάκεντρον νὰ κατέλθῃ κάτω τοῦ κ. Β. καὶ νὰ ἀναπτυχθῇ ζεῦγος ἀνατροπῆς.

Τὰ ὑποβρύχια, ἐφόσον μὲν ἐπιπλέουν ἰσορροποῦν εὐσταθῶς ὅταν τὸ μετάκεντρον εὑρίσκεται ὑπεράνω τοῦ κ. Β. Ἐν καταδύσει ὅμως εὐσταθὴς στατικὴ ἰσορροπία ὑφίσταται μόνον, ὅταν τὸ κ. Β. εὑρίσκεται *ὑπὸ τὸ κέντρον τῆς ἀνώσεως*.

§ 199. ***Ἰσορροπία πολλῶν ὑγρῶν μὴ μιγνυομένων ἐν τῷ αὐτῷ δοχείῳ.*** Πολλὰ ὑγρὰ μὴ μιγνύμενα καὶ εὑρισκόμενα ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ δοχείου (ὑδράργυρος, ὕδωρ, ἔλαιον), ὑπερτίθενται ἀλλήλων, οὕτως ὥστε ἡ πυκνότης νὰ βαίνῃ ἐλαττουμένη ἀπὸ τοῦ κατωτάτου πρὸς τὸ ἀνώτατον, αἱ δὲ ἐπιφάνειαι αἱ διαχωρίζουσαι αὐτὰ εἶναι ὁριζόντια ἐπίπεδα.



Σχ. 167.

Ὑποθέσωμεν ὅτι ἔχομεν τὰ ὑγρὰ I, II, III ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ δοχείου τῶν ὁποίων αἱ πυκνότητες εἶναι $D_1 < D_2 < D_3$ καὶ ζητοῦμεν τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν εἰς τὸ σημεῖον Α τοῦ ὑγροῦ III εὑρισκομένου εἰς βάθος h_3 ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς διαχωριζούσης τὰ ὑγρὰ III καὶ II. Ἔστω h_1 τὸ βάθος τοῦ ὑγροῦ I καὶ h_2 τὸ βάθος τοῦ ὑγροῦ II.

Εἰς τὸ σημεῖον Α ἡ ἐκ τοῦ ὑγροῦ III πίεσις εἶναι ἴση πρὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$h_3 D_{III} g$. Εἰς ταύτην πρέπει νὰ προστεθῇ ἡ ἐκ τοῦ ὑγροῦ II, ἴση πρὸς $h_2 D_2 g$ καὶ ἡ ἐκ τοῦ I, ἴση πρὸς $h_1 D_1 g$. Ἂν δὲ ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ I ἐνεργεῖ ἐξωτερικὴ πίεσις ἴση πρὸς P_0, ἡ ὅλη πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A εἶναι:

$$P_A = P_0 + g(D_1 h_1 + D_2 h_2 + D_3 h_3)$$

Ἔστω π. χ.:

I ἔλαιον . .	$D_1 = 0{,}91$	$h_1 = 20$ cm.
II ὕδωρ . .	$D_2 = 1$	$h_2 = 30$ cm.
III ὑδράργυρος	$D_3 = 13{,}6$	$h_3 = 15$ cm.

P_0 = πίεσις μιᾶς ἀτμοσφ. = 1033×981 CGS.

Εἰς τὸ σημεῖον A θὰ εἶναι:

$$P_A = 981\ (1033 + 20 \cdot 0{,}91 + 30 \cdot 1 + 15 \cdot 13{,}6)$$
$$= 981\ (1033 + 18{,}2 + 30 + 204) = 981 \cdot 1285{,}2 \text{ CGS}$$
$$= 1{,}2852 \frac{\text{kg}^*}{\text{cm}^*} = \frac{1285{,}2}{1033} = 1{,}244 \text{ Ἀτμ.}$$

Ἡ πίεσις αὕτη ἰσοδυναμεῖ πρὸς τὴν πίεσιν στήλης ὕδατος ὕψους 12,852 μέτρων ἢ 1285,2 cm, ἢ καὶ πρὸς τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου ὕψους:

$$\frac{1235{,}2}{D_{Hg}} = \frac{1285{,}2}{13{,}6} = 94{,}5 \text{ cm}$$

§ 200. ***Συγκοινωνοῦντα ἀγγεῖα.*** Ἐὰν δύο ἢ περισσότερα δοχεῖα συγκοινωνοῦν πρὸς ἄλληλα καὶ χύσωμεν εἰς αὐτὰ οἱονδήποτε ὑγρόν, ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκεται εἰς ὅλα τὰ δοχεῖα εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἡ παρατήρησις ἐπιβεβαιοῖ τὸν νόμον τοῦτον, ἀλλὰ καὶ ἡ θεωρητική του ἀπόδειξις εἶναι ἁπλουστάτη.

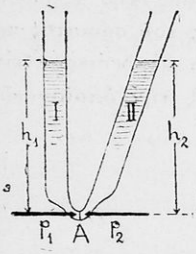
Ἂν θεωρήσωμεν λεπτοτάτην νοητὴν μεμβράναν κλείουσαν κατὰ τὴν θέσιν A τὸν σωλῆνα τὸν ἑνοῦντα τὰ δύο δοχεῖα (σχ. 168) καὶ ὀνομάσωμεν h_1 τὸ ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης μετρούμενον ὕψος τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ δοχεῖον I, h_2 τὸ ὕψος εἰς τὸ δοχεῖον II, ἡ μεμβράνα αὕτη θὰ δέχεται ἐκ μὲν τοῦ ὑγροῦ τοῦ δοχείου I πίεσιν $p_1 = D h_1 g$ ὅπου D ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ, ἐκ δὲ τοῦ ὑγροῦ τοῦ δοχείου II πίεσιν $p_2 = D h_2 g$. Διὰ νὰ ὑπάρχῃ ἰσορροπία πρέπει αἱ δύο πιέσεις

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

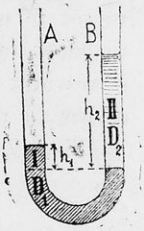
νὰ εἶναι ἴσαι ἤτοι νὰ εἶναι $h_1 = h_2$. Τὸ ὑγρὸν θὰ εὑρίσκεται εἰς ἀμφότερα τὰ δοχεῖα εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

Ἐὰν εἰς τὸ ἓν τῶν συγκοινωνούντων ἀγγείων ὑπάρχει ἐκτὸς τοῦ εἰς ὅλα κοινοῦ ὑγροῦ καὶ ἄλλο ἀραιότερον, εὔκολον πάλιν εἶναι νὰ εὕρωμεν τὴν συνθήκην τῆς ἰσορροπίας.

Ἔστω (σχ. 169) D_1 ἡ πυκνότης τοῦ πυκνοτέρου ὑγροῦ I καὶ D_2 ἡ τοῦ ἀραιοτέρου II, h_1 τὸ ὕψος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ I ὑπὲρ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον E τῆς διαχωριστικῆς τῶν δύο ὑγρῶν ἐπιφανείας, h_2 τὸ ὕψος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ II ὑπὲρ τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον E. Ἐπειδὴ ἐντὸς ὁμογενοῦς ὑγροῦ ἡ πίεσις εἶναι σταθερὰ ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου (πρβλ. § 190), ἕπεται ὅτι εἰς τὸ ἐπίπεδον E ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ἀμφότερα τὰ δοχεῖα. Ἀλλ' εἰς μὲν τὸ δοχεῖον A ἡ πίεσις εἶναι $p = h_1 D_1 g$, εἰς δὲ τὸ B $p = h_2 D_2 g$, ὅθεν $h_1 D_1 = h_2 D_2$ ἢ καὶ $h_1 : h_2 = D_2 : D_1$. Τὰ ὕψη τῶν δύο ὑγρῶν ὑπὲρ τὴν διαχωριστικὴν των ἐπιφάνειαν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς πυκνότητας αὐτῶν.



Σχ. 168.



Σχ. 169.

Οὕτω ἂν τὰ ὑγρὰ εἶναι ὕδωρ ($D_1 = 1$) καὶ ὑδράργυρος ($D_2 = 13{,}6$) καὶ τὸ ὕψος τοῦ Hg εἶναι 1,2 cm. ὑπὲρ τὴν διαχωρίζουσαν τὰ δύο ὑγρὰ ἐπιφάνειαν, τὸ ὕψος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος θὰ εἶναι $1{,}2 \cdot 13{,}6 = 16{,}3$ cm.

ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΚΑΙ ΥΓΡΩΝ

§ 201 Τὴν πυκνότητα τῶν σωμάτων, στερεῶν καὶ ὑγρῶν, εὑρίσκομεν συγκρίνοντες τὸ βάρος αὐτῶν πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (πρβλ. § 93 σελ. 94):

$$D = \frac{B}{B_{Y,1}}$$

ὅπου D ἡ πυκνότης, B τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ $B_{Y,1}$ τὸ βάρος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἴσου ὄγκου ὕδατος(*) θερμοκρασίας 4°. Ἡ σύγκρισις γίνεται συνήθως ὄχι εἰς τὴν κανονικὴν θερμοκρασίαν τῶν 4° ἀλλ᾽ εἰς ἄλλην, π. χ. τὴν θερμοκρασίαν τοῦ δωματίου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἐκτελεῖται ἡ μέτρησις, ἀλλ᾽ ἐκ τῆς οὕτω εὑρισκομένης πυκνότητος εὑρίσκομεν εὐκόλως τὴν πραγματικήν. Διότι ἂν εἶναι $B_{Y,\vartheta}$ τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος εἰς θερμοκρασίαν θ, ἡ πραγματικὴ πυκνότης εἶναι:

$$D = \frac{B}{B_{Y,4}} = \frac{B}{B_{Y,\vartheta}} \cdot \frac{B_{Y,\vartheta}}{B_{Y,\vartheta}}$$

Ἐκ τῶν δύο κλασμάτων τοῦ δευτέρου μέλους τῆς ἐξισώσεως ταύτης τὸ μὲν πρῶτον εἶναι ὁ λόγος τοῦ βάρους τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος θερμοκρασίας θ, τὸ δὲ δεύτερον εἶναι ἡ πυκνότης $D_{Y,\vartheta}$ τοῦ ὕδατος εἰς θερμοκρασίαν θ, τὴν ὁποίαν εὑρίσκομεν ἐκ τῶν πινάκων.

Εἶναι λοιπόν:

$$D = \frac{B}{B_{Y,\vartheta}} \cdot D_{Y,\vartheta}$$

καὶ ἑπομένως πρὸς εὕρεσιν τῆς πυκνότητος οἱουδήποτε σώματος ἀρκεῖ νὰ εὕρωμεν τὸ βάρος τοῦ σώματος τούτου, ἔπειτα δι᾽ οἱασδήποτε μεθόδου τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῆς μετρήσεως καὶ τὸ πηλίκον τῶν δύο τούτων ποσῶν (διαιρέτης πάντοτε τὸ βάρος τοῦ ὕδατος) νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ τὴν ἐκ τῶν πινάκων εὑρισκομένην πυκνότητα τοῦ ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῆς μετρήσεως. Τὴν τελευταίαν ταύτην διόρθωσιν παραλείπομεν ὁσάκις δὲν ἀπαιτεῖται πάρα πολὺ μεγάλη ἀκρίβεια.

ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΣΤΕΡΕΩΝ

§ 202. ***Μέθοδος τῆς Ληκύθου.*** Τὸ κατὰ τὴν μέθοδον ταύτην χρησιμοποιούμενον ὄργανον, ἡ Λήκυθος, εἶναι φιάλη εὐρύστομος κλειομένη διὰ πώματος καλῶς προσαρμοζομένου, τὸ ὁποῖον φέρει κατὰ τὸ ἄνω μέρος λεπτὸν σωλῆνα καταλήγοντα εἰς διεύρυνσιν. Ἐπὶ τοῦ σωλῆνος εἶναι χαραγμένη γραμμή, μέχρι τῆς ὁποίας ἑκάστοτε

(*) Ὕδωρ λέγοντες ἐννοοῦμεν πάντοτε τὸ ἀπεσταγμένον, τὸ σῶμα δηλ. τὸ ἔχον τὴν χημικὴν σύστασιν H_2O.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πληροῦμεν τὴν λήκυθον. Ζυγίζομεν τὸ ἐξεταζόμενον σῶμα, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἔχῃ τοιαύτας διαστάσεις, ὥστε νὰ ἠμπορῇ νὰ εἰσέλθῃ εἰς τὴν λήκυθον, καὶ ἔστω τὸ βάρος αὐτοῦ Β. Ζυγίζομεν ἔπειτα τὴν λήκυθον πλήρη ὕδατος, καὶ ἔστω τὸ βάρος β. Μετὰ ταῦτα θέτομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τῆς ληκύθου, πωματίζομεν αὐτὴν καὶ ἀφοῦ τὴν καθαρίσωμεν καλῶς τὴν ζυγίζομεν ἐκ νέου. Ἔστω β′ τὸ εὑρεθὲν βάρος. Ἡ διαφορὰ $B+\beta-\beta'$ εἶναι τὸ βάρος τοῦ ὑπὸ τοῦ σώματος ἐκτοπισθέντος ὕδατος καὶ ἑπομένως ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἶναι ἄνευ τῆς ἐκ τῆς θερμοκρασίας διορθώσεως:



Σχ. 170.

$$D = \frac{B}{B+\beta-\beta'}.$$

Ἂν τὸ σῶμα προσβάλλεται ὑπὸ τοῦ ὕδατος, π. χ. διαλύεται ὑπ' αὐτοῦ, πληροῦμεν τὴν λήκυθον ἄλλου ἀδιαφόρου ὑγροῦ καὶ ἐκτελοῦμεν τὴν περιγραφεῖσαν μέτρησιν, διὰ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν τὸν λόγον $\frac{B}{B_{\varrho,\vartheta}}$ ὅπου Β τὸ βάρος τοῦ σώματος καὶ $B_{\varrho,\vartheta}$ τὸ βάρος ἴσου ὄγκου τοῦ βοηθητικοῦ ὑγροῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ. Τὸν λόγον τοῦτον ὀνομάζομεν *σχετικὴν πυκνότητα* τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ βοηθητικὸν ὑγρόν.

Ἀλλ' ἡ ἀπόλυτος πυκνότης εἶναι:

$$D = \frac{B}{B_{Y,4}} = \frac{B}{B_{\varrho,\vartheta}} \cdot \frac{B_{\varrho,\vartheta}}{B_{Y,4}} = \frac{B}{B_{\varrho,\vartheta}} \cdot D_{\varrho,\vartheta}$$

ὅπου $D_{\varrho,\vartheta}$ ἡ πυκνότης τοῦ βοηθητικοῦ ὑγροῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ, τὴν ὁποίαν ἢ ἰδιαιτέρως προσδιορίζομεν ἢ εὑρίσκομεν ἐκ τῶν πινάκων. Οὕτω εὑρίσκομεν τὴν πυκνότητα τῶν ὑπὸ τοῦ ὕδατος προσβαλλομένων σωμάτων προσδιορίζοντες τὴν σχετικὴν αὐτῶν πυκνότητα ὡς πρὸς ἀδιάφορον ὑγρὸν καὶ πολλαπλασιάζοντες αὐτὴν ἐπὶ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ τούτου.

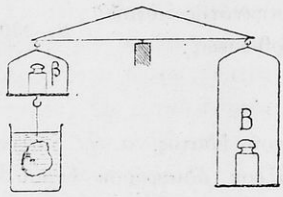
§ 203. ***Μέθοδος τῆς ἀνώσεως.*** Ἐξαρτῶμεν τὸ ἐξεταζόμενον σῶμα διὰ λεπτοτάτου νήματος ἀπὸ τὸ πρὸς τοῦτο ἄγγιστρον τῆς πλάστιγγος ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν αὐτὸ διὰ σταθμῶν. Ἔστω Β τὸ βάρος αὐτοῦ. Φέρομεν μετὰ ταῦτα ὑπὸ τὸ σῶμα δοχεῖον πλῆρες ὕδατος, οὕτως ὥστε νὰ βυθισθῇ τὸ σῶμα χωρὶς νὰ ἐγγίζῃ τὸν πυθ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μένα τοῦ δοχείου. Τὸ σῶμα βυθιζόμενον ἐντὸς τοῦ ὕδατος ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος, καὶ τὴν ἄνωσιν ταύτην ἀντισταθμίζομεν διὰ τῶν σταθμῶν β.

Ὁ λόγος $\frac{B}{\beta}$ εἶναι ἡ ζητουμένη πυκνότης ἄνευ τῆς διορθώσεως τῆς θερμοκρασίας.

Ἐννοεῖται ὅτι καὶ κατὰ τὴν μέθοδον ταύτην ἠμποροῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν σχετικὴν πυκνότητα ὡς πρὸς οἱονδήποτε ὑγρὸν καὶ ἐκ ταύτης νὰ εὕρωμεν τὴν ἀπόλυτον, ὅπως ἐξετέθη εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον.



Σχ. 171.

ΣΗΜ. Ἡ μέθοδος αὕτη ἐφαρμόζεται μόνον ἐφ' ὅσον τὰ ἐξεταζόμενα σώματα εἶναι πυκνότερα τοῦ ὕδατος καὶ ἑπομένως βυθίζονται ἐντὸς αὐτοῦ. Ἂν τὸ σῶμα εἶναι ἀραιότερον τοῦ ὕδατος ἐκτελοῦμεν τὴν μέτρησιν ὡς ἑξῆς: Ἔστω B τὸ βάρος τοῦ σώματος. Συνδέομεν τοῦτο μὲ ἄλλο σῶμα πυκνότερον τοῦ ὕδατος, οὕτως ὥστε τὰ δύο ὁμοῦ νὰ βυθίζωνται ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἔστω B′ τὸ βάρος καὶ D′ ἡ πυκνότης τοῦ δευτέρου τούτου σώματος καὶ β ἡ ὁλικὴ δι' ἀμφότερα τὰ σώματα ὑδροστατικὴ ἄνωσις. Τὸ βοηθητικὸν σῶμα ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς $\frac{B'}{D'}$ καὶ ἑπομένως ἡ εἰς τὸ ἐξεταζόμενον σῶμα ἀντιστοιχοῦσα ἄνωσις εἶναι ἴση πρὸς $\beta - \frac{B'}{D'}$ ὅθεν ἡ πυκνότης:

$$D = \frac{B}{\beta - \frac{B}{D'}}.$$

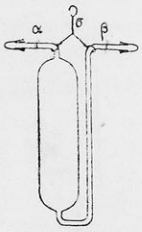
ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΥΓΡΩΝ

§ 204. ***Μέθοδος τῆς Δηκύθου.*** Κατὰ τὴν μέθοδον ταύτην ἐκτελοῦμεν τὴν μέτρησιν διὰ δοχείου καταλλήλου σχήματος, τῆς *Δηκύθου*, ἡ ὁποία ἠμπορεῖ νὰ εἶναι ὁμοία πρὸς τὴν εἰς τὴν § 202 περιγραφεῖσαν ἢ καὶ διάφορος, ὁποία π. χ. παρίσταται εἰς τὸ σχ. 172.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ λήκυθος τοῦ σχήματος 172, τῆς ὁποίας τὸ κύριον σῶμα εἶναι κυλινδρικόν, φέρει ἑκατέρωθεν δύο τριχοειδεῖς σωλῆνας καταλλήλως κεκαμμένους, πληροῦται δὲ δι' ἀναρροφήσεως, οὕτως ὥστε τὸ ὑγρὸν νὰ φθάνῃ μέχρι τῶν ἐπὶ τῶν σωλήνων χαραγμένων γραμμῶν α, β. Τὸ σύρμα σ χρησιμεύει διὰ τὴν ἐξάρτησιν αὐτῆς ἀπὸ τὸ ἄγκιστρον τοῦ ζυγοῦ, κατάλληλα δὲ πώματα ἐμποδίζουν τὴν ἐξάτμισιν τῶν πτητικῶν ὑγρῶν.

Ἡ μέτρησις ἐκτελεῖται διὰ τῆς ληκύθου, οἱουδήποτε σχήματος καὶ ἂν εἶναι, ὡς ἑξῆς: Ζυγίζομεν τὴν κενὴν λήκυθον καὶ ἔστω τὸ βάρος αὐτῆς Α. Πληροῦμεν ἔπειτα αὐτὴν ὕδατος ἀπεσταγμένου καὶ ζυγίζομεν ἐκ νέου. Ἂν τὸ ὁλικὸν βάρος εἶναι β, τὸ βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι $\beta - A$. Ἔπειτα ἀφοῦ κενώσωμεν τὴν λήκυθον καὶ καθαρίσωμεν αὐτὴν καλῶς τὴν πληροῦμεν διὰ τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ καὶ ζυγίζομεν, ἔστω δὲ τὸ ὁλικὸν βάρος Β. Τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ εἶναι $B - A$ καὶ ἑπομένως ἡ πυκνότης (ἄνευ τῆς διορθώσεως τῆς θερμοκρασίας) εἶναι $\frac{B-A}{\beta-A}$. Ἡ ἀκριβὴς τιμὴ τῆς πυκνότητος εἶναι:



Σχ. 172.

$$D = \frac{B-A}{\beta-A} \cdot D_{\gamma,\vartheta} \quad \text{(Πρβλ. § 201)}$$

§ 205. ***Μέθοδος τῆς ἀνώσεως.*** Ἀπὸ τῆς πλάστιγγος ζυγοῦ ἐξαρτῶμεν, ὅπως εἰς τὴν παράγραφον 203 περιεγράψαμεν, σῶμα στερεόν, πυκνότερον τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ, συνήθως ἐξ ὑάλου, καὶ ἰσορροποῦμεν διὰ σταθμῶν (πρβλ. σχ. 171). Φέρομεν μετὰ ταῦτα ὑπὸ τὸ σῶμα δοχεῖον πλῆρες ὕδατος ὥστε νὰ βυθισθῇ τοῦτο ἐντελῶς καὶ ἀποκαθιστῶμεν διὰ σταθμῶν β τὴν διαταραχθεῖσαν ἰσορροπίαν· β εἶναι τὸ βάρος τοῦ ὑπὸ τοῦ σώματος ἐκτοπισθέντος ὕδατος. Ἀφαιροῦμεν ἔπειτα τὰ σταθμὰ β, φέρομεν ὑπὸ τὸ σῶμα δοχεῖον περιέχον τὸ ἐξεταζόμενον ὑγρόν, ὥστε πάλιν τοῦτο νὰ βυθισθῇ καὶ ἐπαναφέρομεν τὴν ἰσορροπίαν διὰ σταθμῶν Β, τὰ ὁποῖα παριστοῦν τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ. Ἡ πυκνότης εἶναι ἴση πρὸς τὸν λόγον τῶν βαρῶν τῶν δύο ἴσων ὄγκων τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ ὕδατος, ἤτοι εἶναι ἴση πρὸς $\frac{B}{\beta}$ (ἄνευ τῆς διορθώσεως τῆς θερμοκρασίας).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ κατὰ τὴν διεξαγωγὴν τῆς μετρήσεως ταύτης χρησιμεῦον σῶμα εἶναι συνήθως ὑάλινος κύλινδρος ἔχων ὄγκον 10 κυβ. ἑκ. καὶ ὑφιστάμενος ἐπομένως ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἄνωσιν ἴσην πρὸς 10 gr*.

Ἂν εἶναι Β ἡ ἄνωσις ἐντὸς τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ, ἡ πυκνότης αὐτοῦ εἶναι $\frac{B}{10}$.

ΑΡΑΙΟΜΕΤΡΑ

§ 206. ***Ἀραιόμετρα σταθεροῦ βάρους.*** Ἡ πυκνότης τῶν ὑγρῶν εὑρίσκεται εὐκολώτατα διὰ τῶν ἀραιομέτρων. Εἶναι δὲ τὸ ἀραιόμετρον πλωτήρ, ὑάλινος συνήθως, τοῦ ὁποίου τὸ κύριον σῶμα εἶναι σωλὴν Σ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον εὐρὺς φέρων εἰς τὸ κάτω μέρος κατάλληλον ἔρμα Ε, καταλήγων δὲ πρὸς τὰ ἄνω εἰς λεπτότερον σωλῆνα σ. Τὸ ἔρμα κανονίζεται οὕτως ὥστε τὸ ὄργανον νὰ βυθίζεται μέχρι σχεδὸν τοῦ ἀνωτάτου ἄκρου εἰς τὰ *ἀραιότατα* ὑγρά, τῶν ὁποίων τὴν πυκνότητα πρόκειται δι' αὐτοῦ νὰ μετρήσωμεν. Ἐπειδὴ κατὰ τὸν νόμον τοῦ Ἀρχιμήδους ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ὅταν τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ὅλον βάρος τοῦ ἀραιομέτρου, ἕπεται ὅτι τοῦτο θὰ βυθίζεται ἐπὶ τοσοῦτον ὀλιγώτερον, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρόν.



Σχ. 173.

Τὸ ἀραιόμετρον βαθμολογοῦμεν ἀφίνοντες αὐτὸ νὰ ἐπιπλεύσῃ εἰς ὑγρὰ διαφόρων πυκνοτήτων καὶ σημειώνοντες τοὺς ἀντιστοίχους ἀριθμοὺς ἐπὶ τοῦ σωλῆνος σ ἐπεκτείνοντες δὲ τὴν διαίρεσιν μεταξὺ καὶ πέραν τῶν οὕτω εὑρισκομένων σημείων ἐπὶ ὅλου τοῦ σωλῆνος σ.

Διὰ νὰ εὕρωμεν διὰ τοῦ ἀραιομέτρου τὴν πυκνότητα δοθέντος ὑγροῦ, θέτομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ παρατηροῦμεν μέχρι ποίας διαιρέσεως τῆς κλίμακος βυθίζεται. Ὁ ἀντίστοιχος ἀριθμὸς μᾶς δεικνύει τὴν πυκνότητα.

Προκειμένου περὶ ἀκριβῶν μετρήσεων μεταχειριζόμεθα ἀραιόμετρα μὲ πολὺ λεπτὸν σωλῆνα σ, διότι κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον εἰς μικρὰς διαφορὰς πυκνότητος ἀντιστοιχεῖ μεγάλη διαφορὰ εἰς τὴν βύθισιν τοῦ ὀργάνου. Ἐννοεῖται ὅτι ἡ *περιοχὴ* τοῦ ὀργάνου εἶναι εἰς αὐτὴν τὴν περίπτωσιν μικρὰ καὶ χρειαζόμεθα σειρὰν ὁλόκληρον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀραιομέτρων, εἰς τὰ ὁποῖα κατανέμεται ἡ κλίμαξ τῶν πυκνοτήτων. Διὰ νὰ ἀποφεύγωμεν δὲ τὰς πολλὰς δοκιμὰς συνοδεύεται συνήθως ἡ σειρὰ ἀπὸ ἓν ἀραιόμετρον μὲ εὐρὺν σωλῆνα σ, τὸ ὁποῖον περιλαμβάνει ὁλόκληρον τὴν κλίμακα. Διὰ τοῦ δοκιμαστικοῦ τούτου ἀραιομέτρου εὑρίσκομεν κατὰ προσέγγισιν τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ καὶ οὕτω γνωρίζομεν ποῖον ἐκ τῶν ἀραιομέτρων τῆς σειρᾶς πρέπει νὰ μεταχειρισθῶμεν διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ἀκριβῆ πυκνότητα.

Πρακτικαὶ κλίμακες. Εἰς τὴν πρᾶξιν καὶ ἰδίως τὰς βιομηχανικὰς ἐφαρμογὰς βαθμολογοῦνται πολλάκις τὰ ἀραιόμετρα ὄχι οὕτως ὥστε νὰ μᾶς δεικνύουν τὴν ἀπόλυτον πυκνότητα, ἀλλὰ κατ' ἄλλον ἐντελῶς αὐθαίρετον τρόπον. Αἱ πρακτικαὶ αὗται κλίμακες ἐκτοπίζονται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ὑπὸ τῆς μόνης ὀρθῆς καὶ λογικῆς κλίμακος τῶν πυκνοτήτων. Αἱ περισσότερον ἐκ τούτων ἐνδιαφέρουσαι εἶναι αἱ κλίμακες Baumé διὰ τὰ πυκνότερα καὶ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά.

Τὰ διὰ τὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος ὑγρὰ προωρισμένα ἀραιόμετρα Baumé ἐρματίζονται οὕτως ὥστε εἰς τὸ καθαρὸν ὕδωρ (θερμοκρασίας 12,5° Κελσίου) νὰ βυθίζωνται μέχρι περίπου τοῦ ἀνωτάτου ἄκρου τοῦ σωλῆνος σ, ὅπου σημειοῦται ὁ ἀριθμὸς 0. Τίθεται εἶτα τὸ ἀραιόμετρον εἰς διάλυμα 15 μερῶν μαγειρικοῦ ἅλατος ἐντὸς 85 μερῶν ὕδατος καὶ εἰς τὸ σημεῖον μέχρι τοῦ ὁποίου βυθίζεται σημειοῦται ὁ ἀριθμὸς 15. Τὸ μεταξὺ 0 καὶ 15 διάστημα χωρίζεται εἰς 15 ἴσα μέρη, ἐπεκτείνεται δὲ ἡ διαίρεσις καὶ πέραν τοῦ 15.

Τὸ διὰ τὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος ὑγρὰ ἀραιόμετρον Baumé ἐρματίζεται οὕτως ὥστε εἰς διάλυμα μαγειρικοῦ ἅλατος 10 % νὰ βυθίζεται μέχρι σχεδὸν τοῦ κατωτάτου ἄκρου τοῦ σωλῆνος σ, ὅπου σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 0. Θέτομεν ἔπειτα τὸ ἀραιόμετρον εἰς καθαρὸν ὕδωρ καὶ εἰς τὸ σημεῖον μέχρι τοῦ ὁποίου βυθίζεται σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 10. Τὸ διάστημα 0-10 διαιροῦμεν εἰς 10 ἴσα μέρη καὶ ἐπεκτείνομεν τὴν διαίρεσιν πέραν τοῦ 10.

Ἡ σχέσις τῶν βαθμῶν Baumé πρὸς τὴν πυκνότητα παρέχεται ἀπὸ τὸν ἑπόμενον πίνακα:

Ἀραιόμετρον διὰ τὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά.

Βαθμοὶ Baumé	0,0	13,2	24,2	33,5	41,5	48,4	54,4	59,8	64,5	68,6	72,6
Πυκνότης	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2

Ἀραιόμετρον διὰ τὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά.

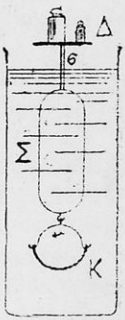
Βαθμοὶ Baumé	10,0	17,7	26,1	35,6	46,3	58,4
Πυκνότης	1,0	0,95	0,90	0,85	0,80	0,75

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 207. ***Αραιόμετρα σταθεροῦ ἐκτοπίσματος.*** Τὰ ἀραιόμετρα τὰ ὁποῖα περιεγράψαμεν εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον ἔχουν σταθερὸν βάρος καὶ βυθίζονται διαφόρως εἰς τὰ διάφορα ὑγρὰ ἀναλόγως τῆς πυκνότητος αὐτῶν. Ἐκτὸς τούτων ὑπάρχει καὶ ἄλλος τύπος ἀραιομέτρων, ὁ τύπος σταθεροῦ ὄγκου ἢ καλήτερον σταθεροῦ ἐκτοπίσματος, περιγράφομεν δὲ ὡς ἀντιπρόσωπον τοῦ τύπου τούτου τὸ ἀραιόμετρον τοῦ Nicholson (σχ. 174). Ὁ πλωτὴρ Σ φέρει κατὰ μὲν τὸ κάτω μέρος ἔρμα ὅπως τὰ ἀραιόμετρα σταθεροῦ βάρους, κατὰ δὲ τὸ ἄνω τὸ στέλεχος σ τὸ ὁποῖον ὑποβαστάζει τὸν δίσκον Δ. Τὸ ὅλον βάρος Α τοῦ ὀργάνου εἶναι μικρότερον τοῦ ὑπὸ τοῦ ἔρματος καὶ τοῦ πλωτῆρος μέχρι τῆς γραμμῆς γ ἐκτοπιζομένου ὕδατος ἢ τοῦ ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου τὴν πυκνότητα πρόκειται νὰ εὕρωμεν. Θέτομεν τὸ ἀραιόμετρον ἐντὸς τοῦ ὕδατος καὶ ἐπιθέτομεν ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ τὰ σταθμὰ β μέχρις ὅτου βαπτισθῇ τὸ ὄργανον μέχρι τῆς γραμμῆς γ. Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος εἶναι Α + β. Θέτομεν ἔπειτα τὸ ἀραιόμετρον εἰς τὸ ἐξεταζόμενον ὑγρὸν καὶ ἔστω Β τὸ βάρος τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐπιθέσωμεν διὰ νὰ βυθισθῇ μέχρι τῆς γραμμῆς γ. Τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, ἴσου κατ' ὄγκον πρὸς τὸ πρὶν ἐκτοπισθὲν ὕδωρ, εἶναι Α + Β καὶ ἑπομένως ἡ πυκνότης εἶναι:



Σχ. 174.



Σχ. 175.

$$D = \frac{A + B}{A + \beta}.$$

Τὸ ἀραιόμετρον τοῦ Nicholson χρησιμεύει καὶ εἰς τὴν εὕρεσιν τῆς πυκνότητος στερεῶν. Πρὸς τοῦτο ἀντὶ τοῦ συνήθους ἔρματος ἐφοδιάζομεν αὐτὸ διὰ καλάθου μεταλλικοῦ Κ (σχ. 175). Θέτομεν τὸ ἀραιόμετρον ἐντὸς ὕδατος καὶ φορτίζομεν διὰ σταθμῶν α ἕως ὅτου βυθισθῇ μέχρι τῆς γραμμῆς γ. Ἀφαιροῦμεν ἔπειτα τὰ σταθμά, θέτομεν ἐπὶ τοῦ δίσκου τὸ ἐξεταζόμενον στερεὸν καὶ προσθέτομεν σταθμὰ Β μέχρις ὅτου τὸ ἀραιόμετρον λάβῃ τὴν κανονικὴν βύθισιν· α − Β εἶναι τότε τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ. Θέτομεν μετὰ ταῦτα τὸ στερεὸν εἰς τὸν κάλαθον ὑποκάτω τοῦ πλωτῆρος κρεμάμενον Κ καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διὰ σταθμῶν β ἐν ὅλῳ τιθεμένων ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ ἐπιτυγχάνομεν πάλιν τὴν κανονικὴν βύθισιν.

Ἡ διαφορὰ β—B παριστᾷ τὴν ἄνωσιν τοῦ Ἀρχιμήδους καὶ ἑπομένως ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι:

$$D = \frac{\alpha - B}{\beta - B}$$

Τὰ ἀραιόμετρα σταθεροῦ ἐκτοπίσματος εἶναι πολὺ ὀλιγώτερον εὔχρηστα τῶν τοῦ ἄλλου τύπου, τοῦ σταθεροῦ βάρους.

ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

§ 208. ***Γραμμαὶ ροῆς — ὑγραὶ φλέβες.*** Ἂν ἡ στατικὴ τῶν ὑγρῶν δὲν παρουσιάζει οὔτε πειραματικὰς οὔτε θεωρητικὰς δυσκολίας, ἡ κινητικὴ καὶ δυναμικὴ αὐτῶν εἶναι ἀπὸ τὰ πολυπλοκώτερα ζητήματα τῆς φυσικῆς. Κατὰ τὴν κίνησιν τῶν ὑγρῶν ἕκαστον ἐλάχιστον αὐτῶν μέρος ἀκολουθεῖ ἰδίαν τροχιὰν μὲ ταχύτητα πολυπλόκως μεταβαλλομένην κατὰ μῆκος αὐτῆς καὶ ἠμποροῦμεν νὰ εἴπωμεν ὅτι κατέχομεν ἐντελῶς τὸ φαινόμενον, ὅταν ὑπὸ δοθείσας συνθήκας γνωρίζωμεν εἰς πᾶν σημεῖον τοῦ ὑγροῦ τὴν ταχύτητα καὶ τὴν πίεσιν.

Τὰς τροχιὰς τῶν ἐλαχίστων τμημάτων τοῦ ὑγροῦ ὀνομάζομεν *γραμμὰς ροῆς*, ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν οἱανδήποτε ἐπιφάνειαν τέμνουσαν τὰς γραμμὰς ροῆς καὶ φέρωμεν ἐκ τῆς περιμέτρου αὐτῆς ὅλας τὰς ἀντιστοίχους γραμμὰς ροῆς, παράγεται σωληνοειδὴς ἐπιφάνεια περικλείουσα τὴν διὰ τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας διερχομένην *ὑγρὰν φλέβα*. Ἐννοεῖται ὅτι ὅταν μόνιμος κατάστασις κινήσεως ἀποκατασταθῇ, δι' ὅλων τῶν τομῶν μιᾶς φλεβὸς ἡ αὐτὴ ποσότης ὑγροῦ ρέει κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον.

ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΤΡΙΒΗ

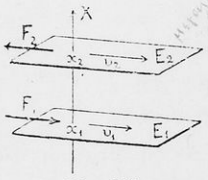
§ 209. ***Ἰξῶδες τῶν ὑγρῶν. — Συντελεστὴς ἐσωτερικῆς τριβῆς.*** Κατὰ τὴν κίνησιν τῶν ὑγρῶν ἐκτὸς τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως ἐπὶ πάσης ἐπιφανείας, ἔχομεν καὶ ἄλλας δυνάμεις, ἐνεργούσας κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἐπιφανείας, αἱ ὁποῖαι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

προέρχονται ἐκ τῆς *διαφορᾶς τῆς ταχύτητος* εἰς δύο γειτονικὰς θέσεις

Ἔστω π. χ. (σχ. 176) ἡ ἐπιφάνεια E_1 παράλληλος πρὸς τὰς γραμμὰς ροῆς, εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ὁποίας ἡ ταχύτης εἶναι v_1, ἡ αὐτὴ κατ' ἀπόλυτον τιμὴν καὶ διεύθυνσιν, καὶ ἡ ἐπιφάνεια E_2 παράλληλος καὶ ἴση πρὸς τὴν E_1, εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ὁποίας ἡ ταχύτης εἶναι v_2 μεγαλητέρα τῆς v_1 ἀλλὰ παράλληλος πρὸς αὐτήν.

Ἐὰν τὰ μέρη τοῦ ὑγροῦ δὲν εἶχον καμμίαν συνοχὴν πρὸς ἄλληλα ἡ διαφορὰ τῆς ταχύτητος δὲν θὰ ἐπροκάλει δυνάμεις. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ μέρη τῶν πραγματικῶν ὑγρῶν ἔχουν συνοχὴν πρὸς ἄλληλα, τὰ ὑγρὰ δηλ. εἶναι *ἰξώδη*, ἡ ταχύτης εἰς τὰς δύο ἐπιφανείας E_1 καὶ E_2 τείνει νὰ ἐξισωθῇ καὶ οὕτω ἐπὶ μὲν τοῦ ἄνω μέρους τῆς ἐπιφανείας E_1 ἐνεργεῖ δύναμις F_1 ὁμόρροπος πρὸς τὴν ταχύτητα ἐπὶ δὲ τοῦ κάτω μέρους τῆς ἐπιφανείας E_2 ἐνεργεῖ δύναμις F_2 ἴση καὶ ἀντίρροπος πρὸς τὴν F_1.



Σχ. 176.

Αἱ δυνάμεις F_1, F_2 εἶναι βεβαίως ἀνάλογοι πρὸς τὰς ἐπιφανείας E_1, E_2, εἶναι τόσον μεγαλήτεραι ὅσον μεγαλητέρα εἶναι ἡ διαφορὰ τῆς ταχύτητος ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἀπόστασιν τῶν δύο ἐπιφανειῶν καὶ ἐξαρτῶνται καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ κινουμένου ὑγροῦ. Ἂν λοιπὸν φέρωμεν ἄξονα X κάθετον ἐπὶ τὰς ἐπιφανείας E_1, E_2 καὶ ὀνομάσωμεν x_1 καὶ x_2 τὰς θέσεις εἰς τὰς ὁποίας ὁ ἄξων τέμνεται ἀπὸ τὰς ἐπιφανείας ταύτας, ἠμποροῦμεν νὰ θέσωμεν κατ' ἀπόλυτον τιμήν:

$$F_1 = \eta \, E \cdot \frac{v_2 - v_1}{x_2 - x_1} \qquad (1)$$

ὅπου E εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας E_1 ἢ E_2 καὶ η σταθερὸς συντελεστὴς χαρακτηριστικὸς τοῦ ρέοντος ὑγροῦ, *ὁ συντελεστὴς τοῦ ἰξώδους* ἢ *συντελεστὴς ἐσωτερικῆς τριβῆς*.

Ἡ ἐπαλήθευσις τῆς ἐξισώσεως (1) μόνον δι' ἐμμέσων μεθόδων εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ, καὶ εὑρίσκεται πράγματι ὅτι αἱ κατὰ τὴν ἐφαπτομένην ἐνεργοῦσαι δυνάμεις ἀποδίδονται ἐντελῶς ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, ὁ συντελεστὴς η εἶναι πράγματι σταθερὸς καὶ ἐντὸς ὡρισμένων ὁρίων (πρβλ. § 214) ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος τῆς ροῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΟΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΤΡΙΒΗΣ

§ 210. Καθὼς καὶ εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον εἴπομεν, ὁ συντελεστὴς ἐσωτερικῆς τριβῆς η μόνον δι' ἐμμέσων μεθόδων εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ, διὰ τῆς παρατηρήσεως δηλαδὴ τῆς κινήσεως ὑγρῶν ὑπὸ ὡρισμένας, ὅσον τὸ δυνατὸν ἁπλᾶς συνθήκας. Μία τῶν ἁπλουστάτων περιπτώσεων, τῆς ὁποίας καὶ ἡ θεωρία δὲν παρουσιάζει καμμίαν δυσκολίαν, καὶ ἡ ὁποία καὶ πειραματικῶς πολὺ εὔκολα πραγματοποιεῖται, εἶναι ἡ ροὴ διὰ σωλήνων κυκλικῆς τομῆς καὶ περὶ αὐτῆς εἰδικώτερον θὰ ἐνασχοληθῶμεν.

§ 211. ***Ροὴ ἐξωδῶν ὑγρῶν διὰ στενῶν σωλήνων. Νόμος τοῦ Poiseuille.*** Τοὺς νόμους τῆς ροῆς τῶν ὑγρῶν διὰ στενῶν σωλήνων ἐμελέτησε πειραματικῶς ὁ Poiseuille, ὁ ὁποῖος ἐκ τῶν μετρήσεών του ἤχθη εἰς τὸν φερώνυμον αὐτοῦ νόμον. Κατὰ τοῦτον ὁ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διερχόμενος δι' ὁριζοντίου σωλῆνος ὄγκος τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀνάλογος τῆς τετάρτης δυνάμεως τῆς ἀκτῖνος τοῦ σωλῆνος, ἀνάλογος τῆς διαφορᾶς πιέσεως εἰς τὰ δύο ἄκρα, ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος, διάφορος δὲ εἰς τὰ διάφορα ὑγρά.

Ἂν λοιπὸν ὀνομάσωμεν l τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος, R τὴν ἀκτῖνα αὐτοῦ, P_0, P_1 τὰς πιέσεις εἰς τὰ ἄκρα τοῦ σωλῆνος καὶ v τὸν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκρέοντα ὄγκον, θὰ εἶναι:

$$v = C \frac{P_0 - P_1}{l} R^4 \tag{2}$$

ὅπου τὸ C εἶναι σταθερὰ ἐξαρτωμένη ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ (καὶ τῆς θερμοκρασίας). Ἀποδεικνύεται δὲ θεωρητικῶς ὅτι εἶναι:

$$C = \frac{\pi}{8\eta}$$

ὅπου η ἡ εἰς τὴν παράγραφον 209 ὁρισθεῖσα σταθερὰ ἐσωτερικῆς τριβῆς καὶ ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις (2) γίνεται:

$$v = \frac{\pi}{8\eta} \cdot \frac{P_0 - P_1}{l} R^4 \tag{3}$$

Ἂν δὲ ὁ σωλὴν εἶναι κατακόρυφος καὶ τὸ ὑγρὸν ἔχῃ πυκνότητα D, ἀντὶ τῆς ἐξισώσεως (3) ἔχομεν τὴν ἑξῆς:

$$v = \frac{\pi}{8\eta} \left(\frac{P_0 - P_1}{l} + D\,g \right) R^4 \tag{4}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅπου P_0 εἶναι ἡ πίεσις εἰς τὸ ἀνώτατον ἄκρον τοῦ σωλῆνος καὶ P_1 εἰς τὸ κατώτατον, τὸ δὲ g σημαίνει ὡς συνήθως τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος.

§ 212. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (4) εὑρίσκομεν ὅτι ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ ἐκρεύσῃ ὁ ὄγκος V εἶναι:

$$t = \frac{V}{v} = V \frac{8}{\pi} \frac{\eta}{\frac{P_0 - P_1}{l} + Dg} \cdot \frac{1}{R^4} \tag{5}$$

Ἂν θεωρήσωμεν δεύτερον ὑγρὸν τοῦ ὁποίου ἡ πυκνότης εἶναι D′ ἡ δὲ σταθερὰ ἐσωτερικῆς τριβῆς η′ καὶ τὸ ὁποῖον ἐκρέει διὰ τοῦ αὐτοῦ σωλῆνος ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας τῶν ἄκρων πιέσεων, ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ νὰ ἐκρεύσῃ ὁ αὐτὸς ὄγκος V εἶναι:

$$t' = V \frac{8}{\pi} \frac{\eta'}{\frac{P_0 - P_1}{l} + D'g} \cdot \frac{1}{R^4} \tag{6}$$

Ἐκ τῶν δύο ἐξισώσεων λαμβάνομεν:

$$\frac{t}{t'} = \frac{\eta}{\eta'} \frac{P_0 - P_1 + l\,D'g}{P_0 - P_1 + l\,Dg} \tag{7}$$

Ἡ ἐξίσωσις (5) μᾶς χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ προσδιορίζωμεν τὴν σταθερὰν η ἀπολύτως διὰ τῆς μετρήσεως τοῦ χρόνου ἐκροῆς δοθέντος ὄγκου ἡ δὲ (7) εἰς τὴν σύγκρισιν τῶν συντελεστῶν ἐσωτερικῆς τριβῆς δύο ὑγρῶν ἄνευ μετρήσεως τῆς διαμέτρου τοῦ σωλῆνος τῆς ἐκροῆς. Ἡ ἐξίσωσις (7) γίνεται πολὺ ἁπλουστέρα ὅταν ἡ διαφορὰ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως εἰς τὰ ἄκρα τοῦ σωλῆνος $P_1 - P_0$ εἶναι πολὺ μικρὰ ἐν σχέσει πρὸς τὰ $l\,D\,g$, $l\,D'\,g$. Τότε παραλείποντες τὸ $P_0 - P_1$ ἔχομεν:

$$\frac{t}{t'} = \frac{\eta}{\eta'} \cdot \frac{D'}{D}$$

ὅθεν:

$$\frac{\eta}{\eta'} = \frac{t}{t'} \frac{D}{D'} \tag{8}$$

Ἡ μέτρησις γίνεται διὰ σωλῆνος μικρᾶς ἐσωτερικῆς διαμέτρου, ὁ ὁποῖος κατὰ τὸ ἄνω ἄκρον φέρει σφαιρικὴν διόγκωσιν συνεχιζομένην πάλιν εἰς ὅμοιον σωλῆνα (σχ. 177). Ἀφοῦ στερεώσωμεν τὸν

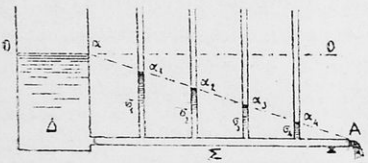
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σωλῆνα κατακορύφως φέρομεν κάτωθεν αὐτοῦ δοχεῖον περιέχον τὸ ἐξεταζόμενον ὑγρὸν καὶ ἀναρροφῶμεν μέχρις ὅτου πληρωθῇ ἡ σφαῖρα καὶ ἀνέλθῃ τὸ ὑγρὸν καὶ εἰς τὸν ἄνωθεν αὐτῆς σωλῆνα. Ἀφίνοντες ἔπειτα ἐλεύθερον τὸ ὑγρὸν νὰ ἐκρεύσῃ μετροῦμεν τὸν χρόνον ὁ ὁποῖος παρέρχεται ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν διέρχεται ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ διὰ τῆς ἐπὶ τοῦ σωλῆνος χαραγμένης γραμμῆς Α μέχρι τῆς διόδου αὐτῆς διὰ τῆς γραμμῆς Β. Οὕτω ἡ παρατήρησις γίνεται δι' ἀμφότερα τὰ ὑγρὰ ὑπὸ τὰς αὐτὰς ἀκριβῶς συνθήκας καὶ ἀπὸ τοὺς χρόνους ἐκροῆς t, t′ καὶ τὰς πυκνότητας D, D′ εὑρίσκομεν τὸν λόγον τῶν συντελεστῶν ἐσωτερικῆς τριβῆς κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (8).



Σχ. 177.

§ 213. ***Μεταβολὴ τῆς πιέσεως κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος.*** Κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος ἡ πίεσις βαίνει ἐλαττουμένη κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ροῆς τοῦ ὑγροῦ, ἡ δὲ ἐλάττωσις εἶναι κανονική, ἡ διαφορὰ δηλ. τῆς πιέσεως εἰς δύο σημεῖα εἶναι ἀνάλογος τοῦ μεταξὺ τῶν σημείων τούτων περιλαμβανομένου μήκους τοῦ σωλῆνος ἐφ' ὅσον ὁ σωλὴν ἔχει παντοῦ τὴν ἰδίαν διάμετρον καὶ δὲν παρουσιάζει ἀποτόμους καμπάς.



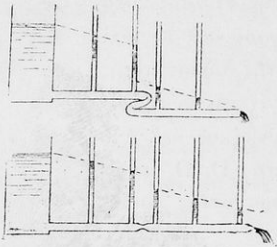
Σχ. 178.

Ἀποδεικνύεται τοῦτο πειραματικῶς διὰ τῆς ὑπὸ τοῦ σχήματος 178 παριστωμένης συσκευῆς. Τὸ δοχεῖον Δ φέρει κατὰ τὸ κάτω μέρος προσηρμοσμένον τὸν *ὁριζόντιον* σωλῆνα Σ, εὐθὺν καὶ σταθερᾶς ἐσωτερικῆς τομῆς, ἐπὶ δὲ τούτου εἶναι προσηρμοσμένοι οἱ κατακόρυφοι σωλῆνες σ_1, σ_2 κλπ. Ἂν πληρώσωμεν τὸ δοχεῖον Δ ὑγροῦ καὶ τὸ ἄκρον Α τοῦ σωλῆνος Σ εἶναι κλειστόν, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ θὰ εὑρίσκεται καὶ εἰς τὸ δοχεῖον καὶ εἰς τοὺς σωλῆνας σ_1, σ_2 εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον Ο Ο συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῶν συγκοινωνούντων δοχείων. Ἂν ὅμως ἀνοίξωμεν τὸ ἄκρον Α τοῦ σωλῆνος καὶ τὸ ὑγρὸν ἀρχίσῃ νὰ ἐκρέῃ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τῶν κατακορύφων σωλήνων κατέρχεται εἰς τὰς θέσεις α_1, α_2, α_3, α_4, τὰ δὲ κέντρα τῶν τομῶν α_1, α_2 κλπ. τῶν σωλήνων εὑρίσκονται κατὰ μεγίστην προσέγ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

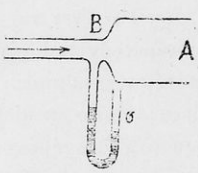
γισιν ἐπὶ τῆς εὐθείας α Α, ἀπόδειξις ὅτι ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις ἐλαττοῦται κανονικῶς κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος τῆς ἐκροῆς.

Ἂν ὅμως ὁ σωλὴν παρουσιάζῃ ἀπότομον καμπὴν ἢ στένωμα εἴς τι μέρος (σχ. 179), παρατηροῦμεν ὅτι διαφορὰ τῆς πιέσεως ἑκατέρωθεν τῆς ἐξαιρετικῆς ταύτης θέσεως εἶναι πολὺ μεγαλητέρα ἡ ὅση θὰ ἦτο ἄνευ τοῦ στενώματος ἢ τῆς ἀποτόμου καμπῆς. Αἰτία τούτου εἶναι ὅτι εἰς μὲν τὴν καμπὴν τὸ ὑγρὸν ἀναγκάζεται νὰ ἀλλάξῃ ἀποτόμως διεύθυνσιν, εἰς δὲ τὸ στένωμα νὰ κινηθῇ ταχύτερον, πρέπει δηλ. εἰς ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις νὰ προσλάβῃ ἐπιτάχυνσιν καὶ διὰ τοῦτο εἶνε ἀνάγκη ἡ διαφορὰ τῆς πιέσεως νὰ εἶναι μεγαλητέρα παρὰ ἐὰν ὁ σωλὴν δὲν εἶχε καμμίαν ἀνωμαλίαν καὶ μόνον ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ ἔπρεπε νὰ ὑπερνικηθῇ.

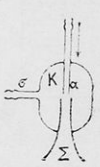


Σχ. 179.

Ἂν τοὐναντίον ὁ σωλὴν παρουσιάζῃ ἀπότομον διεύρυνσιν (σχ. 180) ἐλαττοῦται ἡ ταχύτης τοῦ ὑγροῦ, διότι καὶ διὰ τῆς στενῆς τομῆς καὶ διὰ τῆς εὐρείας ἡ αὐτὴ ποσότης ρέει εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἀλλὰ διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ ταχύτης πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις ἀντίθετος πρὸς αὐτήν, ἤτοι πρέπει ἡ πίεσις ἀμέσως *πρὸ τῆς διευρύνσεως* νὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ἀμέσως *μετ' αὐτήν*. Οὕτω ἂν ὁ εὐρὺς σωλὴν ἀπολήγῃ ἐλευθέρως καὶ ἔχωμεν ἑπομένως εἰς τὴν θέσιν Α πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, δυνατὸν εἰς τὴν θέσιν Β νὰ εἶναι ἡ πίεσις πολὺ μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, οὕτως ὥστε εἰς τὸν μανομετρικὸν σωλῆνα σ ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται εἰς τὸ ἐλεύθερον σκέλος καὶ ἀνέρχεται εἰς τὸ μὲ τὸν σωλῆνα συνδεόμενον.



Σχ. 180.



Σχ. 181.

Ἂν ἀφήσωμεν τὸν *στενὸν* σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου ρέει ὕδωρ μὲ μεγάλην ταχύτητα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους (σχ. 181) νὰ καταλήγῃ ἐλευθέρως ἐντὸς τῆς κοιλότητος Κ, οὕτως ὥστε τὸ ὕδωρ νὰ ἐκχύνεται διὰ τοῦ χωνοειδῶς διευρυνομένου σωλῆνος Σ εἰς τὸν ἀέρα, θὰ ἔχωμεν εἰς τὴν θέσιν α πίεσιν μικροτέραν τῆς ἀτμοσφαι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρικῆς, καὶ ἑπομένως ὁ ἐντὸς τῆς κοιλότητος Κ ἀὴρ θὰ ἀραιωθῇ παρασυρομένου μέρους αὐτοῦ ὑπὸ τοῦ ὕδατος. Ἂν δὲ προσαρμόσωμεν εἰς τὴν κοιλότητα Κ τὸν σωλῆνα σ, ἡ συσκευὴ ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ ὡς ἀεραντλία. Καὶ πράγματι τοιαῦται δι' ὕδατος ἀεραντλίαι εἶναι ἐν χρήσει ὁσάκις δὲν χρειάζεται πάρα πολὺ μεγάλη ἀραίωσις τοῦ ἀέρος ἢ ὅταν θέλωμεν νὰ παράγωμεν δι' ἀναρροφήσεως συνεχὲς ρεῦμα ἀέρος.

ΗΡΕΜΟΣ ΚΑΙ ΣΤΡΟΒΙΛΩΔΗΣ ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

§ 214. *Ὑδροδυναμικὴ καὶ ὑδραυλική.* Ὁ νόμος τοῦ Poiseuille, τὸν ὁποῖον ἐξεθέσαμεν εἰς τὴν § 211, δὲν ἰσχύει εἰμὴ ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας, ὅταν δηλ. ὁ σωλὴν δὲν εἶναι πολὺ εὐρὺς καὶ ἡ ταχύτης δὲν ὑπερβαίνει ὡρισμένα ὅρια. Δι' εὐρεῖς σωλῆνας καὶ μεγάλας ταχύτητας ροῆς τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκρέον ὑγρὸν εἶναι πολὺ ὀλιγώτερον ἢ ἂν ἡ ἐκροὴ ἠκολούθει τὸν νόμον τοῦ Poiseuille. Πράγματι τὸ ἐκρέον ποσὸν εἶναι ἀνάλογον ὄχι τῆς τετάρτης δυνάμεως τῆς ἀκτῖνος, τοῦ τετραγώνου δηλ. τῆς τομῆς, ἀλλὰ μικροτέρας δυνάμεως, ἀνάλογον περίπου πρὸς τὴν τομὴν (*), καὶ ἡ ὑδραυλικὴ ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἁπλῆς ταύτης ἀναλογίας ὑπολογίζει τοὺς εἰς τὴν διοχέτευσιν ὑγρῶν χρησιμεύοντας σωλῆνας. Τὸ ἐκ πρώτης ὄψεως παράδοξον τοῦτο φαινόμενον ἠρεύνησε μεταξὺ ἄλλων κυρίως ὁ Osborne Reynolds, ὁ ὁποῖος παρηκολούθησε τὴν κίνησιν τῶν ὑγρῶν μὲ τὴν βοήθειαν προστιθεμένης χρωστικῆς οὐσίας, οὕτως ὥστε νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ παρακολουθῆται ἡ μορφὴ τῶν ὑγρῶν νημάτων εἰς τὰ ὁποῖα ἡ ὅλη φλὲψ ἀναλύεται.

Παρετήρησε λοιπὸν ὁ Reynolds ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ διάμετρος τοῦ σωλῆνος καὶ ἡ ταχύτης τῆς ροπῆς δὲν ὑπερβαίνουν ὡρισμένας τιμάς, τὰ νήματα εἶναι παράλληλα πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ σωλῆνος. Ὅταν ὅμως ἡ ταχύτης ἢ ἡ διάμετρος τοῦ σωλῆνος γίνουν ἀρκετὰ μεγάλαι οὕτως ὥστε νὰ παύσῃ ἰσχύων ὁ νόμος τοῦ Poiseuille, τὰ ὑγρὰ νήματα περιπλέκονται, λαμβάνουν συνεστραμμένην καὶ διαρκῶς μεταβαλλομένην μορφὴν καὶ ἐν γένει ἡ κίνησις δὲν εἶναι πλέον ἤρεμος καὶ παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, ἀλλὰ πολύπλοκος καὶ στροβιλώδης. Ἡ ἐμφάνισις τῶν στροβίλων τούτων ἀποτελεῖ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τῆς ὑδροδυναμικῆς κινήσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν ἰσχύουν οἱ νόμοι τοῦ Poiseuille, εἰς τὴν ὑδραυλικὴν κίνησιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἄλλοι νόμοι ἰσχύουν. Τὰς δὲ ὁριακὰς τιμὰς τῆς ταχύτητος καὶ τῆς διαμέτρου τοῦ σωλῆνος εὗρεν ὁ Reynolds δι' ἐντελῶς ἰδιορρύθμου μεθόδου ὡς ἑξῆς:

Τὰ ποσὰ ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἐξαρτᾶται τὸ θεωρούμενον φανόμενον καὶ αἱ διαστάσεις αὐτῶν εἶναι τὰ ἑξῆς:

Ἀκτὶς τοῦ σωλῆνος	$[R] = L$
Μέση ταχύτης	$[v] = L\ T^{-1}$
Σταθερὰ ἐσωτερικῆς τριβῆς .	$[\eta] = M\ L^{-1}\ T^{-1}$
Πυκνότης τοῦ ὑγροῦ	$[D] = M\ L^{-3}$ (*)

(*) Ἀνάλογον πρὸς τὴν δύναμιν $\frac{1}{2}$ τῆς ἀκτῖνος.

(*) Τὸ φαινόμενον ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τῆς πτώσεως τῆς πιέσεως, ἀλλ' ἐπειδὴ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν ἐκ τῶν ποσῶν τούτων σχηματίσωμεν τὴν παράστασιν:

$$\frac{D\,R\,v}{\eta}$$

παρατηροῦμεν ὅτι αἱ διαστάσεις αὐτῆς εἶναι:

$$\left[\frac{D\,R\,v}{\eta}\right] = \frac{ML^{-3}.L.LT^{-1}}{ML^{-1}T^{-1}} = M^0\,L^0\,T^0$$

ἤτοι ἡ παράστασις αὕτη εἶναι *καθαρὸς ἀριθμός*, τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ εἶναι ἀνεξάρτητος τῶν μονάδων, ἐφ' ὅσον αὗται ἀποτελοῦν λογικὸν σύστημα ἀνάλογον πρὸς τὸ CGS, καὶ ἑπομένως ἡ *ἀριθμητικὴ τιμὴ* τῆς παραστάσεως εἶναι πολὺ πιθανὸν νὰ ἔχῃ σχέσιν μὲ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τὴν ὑδροδυναμικὴν εἰς τὴν ὑδραυλικὴν ροήν.

Καὶ πράγματι εὑρέθη ὅτι ἐφ' ὅσον ὁ *ἀριθμὸς* $\frac{D\,R\,v}{\eta}$, ὁ ἀριθμὸς τοῦ Reynolds, δὲν ὑπερβαίνει τὴν τιμὴν 1000 προκειμένου περὶ κυλινδρικῶν σωλήνων, ἰσχύουν οἱ νόμοι τοῦ Poiseuille, ἄλλως ἔχομεν ὑδραυλικὴν ροήν.

Προκειμένου περὶ ροῆς ἐντὸς σωλήνων ἢ ὀχετῶν ἄλλου σχήματος ἄλλη εἶναι ἡ ὁρικὴ τιμὴ τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ Reynolds, προσδιοριζομένη ἑκάστοτε πειραματικῶς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἀντὶ τῆς ἀκτῖνος R εἰσέρχεται εἰς τὴν παράστασιν μία ἄλλη οἱαδήποτε ἐκ τῶν γραμμικῶν διαστάσεων τῆς τομῆς τοῦ ἀγωγοῦ.

Ἡ συνθήκη λοιπὸν ἡ ἀναγκαία διὰ νὰ ἰσχύουν οἱ νόμοι τοῦ Poiseuille κατὰ τὴν ροὴν ὑγροῦ ἐντὸς *κυλινδρικοῦ* σωλῆνος εἶναι:

$$\frac{D\,R\,v}{\eta} < 1000.$$

Οὕτω προκειμένου περὶ ὕδατος θερμοκρασίας 0^0 ἔχομεν:

$$D \simeq 1 \qquad \eta = 0{,}018 \text{ CGS}$$

καὶ ἑπομένως ἡ ἀνισότης γίνεται: $R\,v < 18$.

Ἂν π. χ. ἡ ἀκτὶς τοῦ σωλῆνος εἶναι 1 cm, οἱ νόμοι τοῦ Poiseuille ἰσχύουν μόνον ἐφ' ὅσον ἡ μέση ταχύτης δὲν ὑπερβαίνει τὴν τιμὴν $18\ \frac{cm}{sec}$. Ἂν ὅμως ἡ ἀκτὶς εἶναι μόνον 1 mm=0,1 cm, ἡ ταχύτης δύναται νὰ φθάσῃ τὰ $180\ \frac{cm}{sec}$ χωρὶς νὰ παύσουν ἰσχύοντες οἱ νόμοι τοῦ Poiseuille.

Ἂν δὲ τὸ ὑγρὸν εἶναι ἔλαιον πυκνότητος 0,9 τοῦ ὁποίου ἡ σταθερὰ ἐσωτερικῆς τριβῆς εἰς 0^0 εἶναι $\eta_0 = 6$, ἡ συνθήκη γίνεται:

$$\frac{0.9.R.v}{6} < 1000 \qquad \text{ἢ} \qquad R\,v < 6667$$

καὶ ἂν ὁ σωλὴν ἔχῃ διάμετρον 2 μέτρων, R = 100 cm, ἡ μέση ταχύτης τῆς ροῆς ἠμπορεῖ νὰ φθάσῃ τὴν τιμὴν $67\ \frac{cm}{sec}$ χωρὶς νὰ παύσῃ ἰσχύων ὁ νόμος τοῦ Poiseuille.

τὰ πέντε ποσὰ συνδέονται διὰ μιᾶς ἐξισώσεως, τὰ ἀνεξάρτητα εἶναι μόνον τέσσαρα.

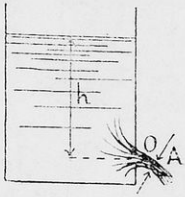
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΕΚΡΟΗ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ ΕΞ ΟΠΗΣ

§ 215. ***Ἐκροὴ τῶν ὑγρῶν ἐξ ὀπῆς ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως.*** Ἔστω ὑγρὸν ἐντὸς δοχείου τὸ ὁποῖον ἔχει εἰς τὰ τοιχώματά του τὴν μικρὰν ὀπὴν Ο (σχ. 182). Ὑποθέτομεν ὅτι τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου δὲν ἔχουν αἰσθητὸν πάχος εἰς τὸ μέρος τῆς ὀπῆς καὶ ὀνομάζομεν h τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ κέντρου τῆς ὀπῆς ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ.

Τὸ ὑγρὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐκ τοῦ βάρους αὐτοῦ ὑδροστατικῆς πιέσεως ἐκρέει ἐκ τῆς ὀπῆς, τὴν δὲ ταχύτητα τῆς ἐκροῆς εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ νόμου τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ὡς ἑξῆς:

Ἂν ἡ μᾶζα m ἐκρεύσῃ ἐκ τῆς ὀπῆς κατέρχεται τὸ ἐπίπεδον τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας, οὕτως ὥστε ἴσον ποσὸν πρὸς τὸ ἐκρέον ὑγρὸν ἀφαιρεῖται πράγματι ἀπὸ τὴν ἀνωτάτην στιβάδα. Ἡ μᾶζα m εὑρίσκομένη εἰς ὕψος h ὑπεράνω τῆς ὀπῆς Ο ἔχει ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον τοῦ κέντρου τῆς ὀπῆς δυναμικὴν ἐνέργειαν ἴσην πρὸς m g h, ὅπου g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος. Ἡ ἐκ τῆς ὀπῆς Ο ἐκρέουσα μᾶζα m δὲν ἔχει πλέον τὴν δυναμικὴν ταύτην ἐνέργειαν, ἀντ' αὐτῆς ὅμως ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν ἴσην πρὸς $\frac{1}{2} m v^2$, ὅπου υ ἡ ταχύτης τῆς ἐκροῆς. Ἐξισοῦντες συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας τὴν δυναμικὴν καὶ τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν εὑρίσκομεν:



Σχ. 182.

$$m g h = \frac{1}{2} m v^2$$

ἤτοι:

(1) $$v = \sqrt{2 g h}$$

Ἐὰν εἶναι D ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς βάθος h εἶναι:

$$p = g h D$$

καὶ ἡ ἐξίσωσις (1) γίνεται:

(2) $$v = \sqrt{\frac{2 p}{D}}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ τύπος οὗτος μᾶς δίδει τὴν ταχύτητα τῆς ἐκροῆς ὅταν εἶναι γνωστὴ ἡ πίεσις p ἀδιάφορον πόθεν προερχομένη.

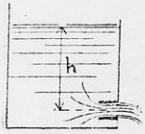
Πολλαπλασιάζοντες τὴν ταχύτητα ἐκροῆς ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν E τοῦ ἀνοίγματος εὑρίσκομεν τὸν ὄγκον ω τοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκρέοντος ὑγροῦ:

$$\omega = v\,E = E\sqrt{2gh} = E\sqrt{\frac{2p}{D}} \qquad (3)$$

ὁ δὲ ὄγκος οὗτος πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ τὴν πυκνότητα D ἰσοῦται πρὸς τὴν μᾶζαν M τὴν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκρέουσαν:

$$M = \omega\,D = E\,D\sqrt{2gh} = E\sqrt{2pD} \qquad (4)$$

Ἡ πραγματικῶς ἐκρέουσα ποσότης ὑγροῦ εἶναι πάντοτε μικροτέρα τῆς ἐκ τοῦ τύπου τούτου ὑπολογιζομένης. Αἰτία τούτου εἶναι ἀφ' ἑνὸς μὲν ἡ τριβή, ἡ μεταξὺ τοῦ ὑγροῦ καὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου καὶ ἡ ἐσωτερικὴ τοῦ ὑγροῦ, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ συστολὴ τῆς ὑγρᾶς φλεβὸς μετὰ τὴν ἐκ τῆς ὀπῆς ἔξοδον.



Σχ. 183.

Αἰτία τῆς συστολῆς ταύτης εἶναι ὅτι αἱ τροχιαὶ τῶν στοιχείων τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου συγκλίνουν πρὸς τὴν ὀπήν, ὅπως ποιοτικῶς δεικνύεται εἰς τὸ σχῆμα 182, ἡ δὲ σύγκλισις αὕτη διαρκεῖ ἕνεκα τῆς ἀδρανείας τοῦ ὑγροῦ καὶ μετὰ τὴν ἐκ τῆς ὀπῆς ἔξοδον. Οὕτω τὸ πραγματικὸν ἄνοιγμα, διὰ τοῦ ὁποίου ἐκρέει τὸ ὑγρόν, δὲν εἶναι ἡ ὀπὴ τοῦ δοχείου ἀλλὰ ἡ πέραν αὐτῆς εὑρισκομένη ἐλαχίστη τομὴ A τῆς ἐλευθέρας ὑγρᾶς φλεβός.

Ὁ Borda προσαρμόσας εἰς τὴν παρειὰν τοῦ δοχείου κατάλληλον ἐπιστόμιον ἀποτελούμενον ἀπὸ βραχὺν σωλῆνα, ὁ ὁποῖος ἀρχόμενος ἀπὸ τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου καταλήγει εἰς τὸ τοίχωμα (σχ. 183), κατώρθωσεν ὥστε ἡ ἐξερχομένη φλὲψ νὰ μὴ παρουσιάζῃ συστολὴν καὶ οὕτω τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκρέον ποσὸν τοῦ ὑγροῦ νὰ εἶναι περίπου ὅσον τὸ ἐκ τοῦ τύπου ὑπολογιζόμενον.

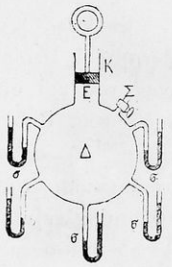
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΑΕΡΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

§ 216. **Ἀεροστατικὴ πίεσις.** Τὰ ἀέρια, ἐπειδὴ δὲν ἔχουν ἐλαστικότητα σχήματος, παρουσιάζουν ὅπως καὶ εἰς τὴν § 181 ἐλέχθη πολλὰς κοινὰς ἰδιότητας μὲ τὰ ὑγρά. Οὕτω ἐντὸς τῆς μάζης ἀερίου τινὸς ὑπάρχει εἰς πᾶν σημεῖον πίεσις, ἡ *ἀεροστατικὴ πίεσις*, ἐντελῶς ἀνάλογος πρὸς τὴν ὑδροστατικὴν καὶ ἔχουσα ἀκριβῶς τὰς εἰς τὴν § 182 ἐκτεθείσας ἰδιότητας. Ἕνεκα τῆς τελείας αὐτῆς ταυτότητος πολλάκις ὑπὸ τὴν γενικὴν ἔννοιαν τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως περιλαμβάνεται καὶ ἡ ἀεροστατική.

§ 217. **Ἀεροστατικὴ ἀρχή.** *Ὅπως εἰς τὰ ὑγρὰ οὕτω καὶ εἰς τὰ ἀέρια, ἐφ' ὅσον ταῦτα δὲν εἶναι ἐκτεθειμένα εἰς τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικοῦ δυναμικοῦ πεδίου, ἡ ἀεροστατικὴ πίεσις εἶναι σταθερά.*



Σχ. 184.

Πειραματικῶς ἀποδεικνύεται ἡ ἀρχὴ αὕτη διὰ τῆς ὑπὸ τοῦ σχήματος 184 παριστωμένης συσκευῆς. Εἰς τὸ δοχεῖον Δ εἶναι προσηρμοσμένος ὁ κύλινδρος Κ, ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ἀεροστεγῶς τὸ ἔμβολον Ε. Εἰς διάφορα μέρη τοῦ δοχείου εἶναι προσηρμοσμένοι σωλῆνες ὑάλινοι σ, σ, καταλήγοντες πάντες εἰς σχῆμα υ, θέτομεν δὲ εἰς αὐτοὺς ὑδράργυρον ἀποκλείοντα τὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου ἀέριον κρατοῦντες ἀνοικτὴν τὴν στρόφιγγα Σ. Ὁ ὑδράργυρος, κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν συγκοινωνούντων ἀγγείων, εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ἐντὸς τῶν δύο σκελῶν τῶν σωλήνων. Ἂν κλείσωμεν τὴν στρόφιγγα καὶ εἰσωθήσωμεν τὸ ἔμβολον Ε εἰς τὸν σωλῆνα Κ, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸ ἐξωτερικὸν σκέλος τῶν ἐν σχήματι υ σωλήνων, ἡ δὲ διαφορὰ τοῦ ὕψους τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη ὅλων τῶν σωλήνων εἶναι ἡ αὐτή, ἀπόδειξις ὅτι ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου ἀερίου ηὐξήθη, καὶ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν σκέλος ὅλων τῶν σωλήνων ἡ πίεσις κατὰ τὸ αὐτὸ ποσὸν ὑπερβαίνει τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, ἀφοῦ συγκρατεῖ εἰς ὅλους

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοὺς σωλῆνας στήλην ὑδραργύρου τοῦ αὐτοῦ κατακορύφου ὕψους(*).

§ 218. ***Πίεσις ἀερίων εὑρισκομένων ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικοῦ δυναμικοῦ πεδίου.*** Ὅπως εἰς τὰ ὑγρὰ οὕτω καὶ εἰς τὰ ἀέρια ἡ ἀεροστατικὴ πίεσις δὲν εἶναι πλέον σταθερὰ ὅταν ταῦτα εἶναι ἐκτεθειμένα εἰς τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικοῦ δυναμικοῦ πεδίου. Προκειμένου περὶ τοῦ σπουδαιοτάτου δυναμικοῦ πεδίου, τοῦ τῆς γηΐνης βαρύτητος, ἀποδεικνύεται ὅπως καὶ εἰς τὴν § 190, ὅτι ἡ διαφορὰ τῆς πιέσεως εἰς δύο σημεῖα ἰσοῦται πρὸς τὸ βάρος ἀερίας στήλης, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τὴν μονάδα τῆς ἐπιφανείας καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν δύο σημείων.

Σημειωτέον ὅτι ἕνεκα τῆς μεγάλης μεταβολῆς τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων μετὰ τῆς πιέσεως δὲν ἰσχύει δι' αὐτὰ ὁ τύπος 3 τῆς § 190, ἀλλ' ἀντ' αὐτοῦ ἄλλος πολυπλοκώτερος.

ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

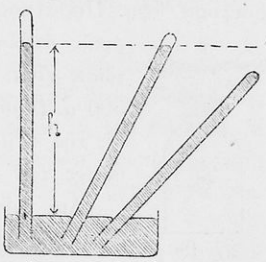
§ 190. Ὁ ἀὴρ ὁ περιβάλλων τὴν γῆν εὑρισκόμενος ἐντὸς τοῦ δυναμικοῦ πεδίου τῆς βαρύτητος πιέζει αὐτὸς ἑαυτὸν διὰ τοῦ βάρους του καὶ οὕτω ἔχομεν ἐντὸς αὐτοῦ πίεσιν μεταβαλλομένην μετὰ τοῦ ὕψους ἀπὸ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. Ἡ ὕπαρξις τῆς πιέσεως ταύτης, τῆς *ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως*, κατεδείχθη πρῶτον διὰ τοῦ γνωστοῦ πειράματος τοῦ Torricelli. Σωλὴν ὑάλινος μήκους ὑπὲρ τὰ 80 cm, κλειστὸς κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον, πληροῦται ὑδραργύρου καθαροῦ καὶ ἄνευ φυσαλίδων ἀέρος καὶ ἀναστρέφεται ἐντὸς λεκάνης πλήρους ἐπίσης ὑδραργύρου (σχ. 185). Ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος μέχρις ὅτου ἡ ἐλευθέρα αὐτοῦ ἐπιφάνεια εὑρεθῇ εἰς ὕψος 76 περίπου ἑκατοστῶν τοῦ μέτρου ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐντὸς τῆς λεκάνης ὑδραργύρου, ἐὰν τὸ πείραμα ἐκτελεσθῇ εἰς τὸ ὕψος περίπου τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει ἀφ' ἑνὸς μὲν τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, διότι διὰ νὰ συγκρατηθῇ ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑψηλότερα τοῦ ἐντὸς τῆς λεκάνης ὑδραργύρου, χρειά-

(*) Τὸ ἀέριον εὑρίσκεται πράγματι ἐντὸς τοῦ πεδίου τῆς βαρύτητος, ἀλλ' ἕνεκα τῆς πολὺ μικρᾶς πυκνότητος τοῦ ἀερίου ἡ ἐπίδρασις τῆς βαρύτητος εἶναι εἰς τὴν συσκευὴν ταύτην ἀνεπαίσθητος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ζεται αἰτία, καὶ τοιαύτη αἰτία μόνον ἐξωτερικὴ πίεσις ἠμπορεῖ νὰ εἶναι, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ στοιχειώδης αὕτη διάταξις παρέχει τὸν ἄριστον τρόπον πρὸς μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Καὶ πράγματι ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρος εἶναι κενός(*) καὶ ἑπομένως ἡ ἐν αὐτῷ πίεσις εἶναι μηδέν. Ἀφ' ἑτέρου γνωρίζομεν ὅτι ἐντὸς τῆς μάζης ἰσορροποῦντος ὑγροῦ ἡ πίεσις εἶναι σταθερὰ εἰς ἓν καὶ τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἂν λοιπὸν θεωρήσωμεν σημεῖον τι τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑδραργύρου εὑρισκόμενον εἰς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον τῆς ἐξωτερικῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας, ἡ πίεσις εἶναι εἰς αὐτὸ ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, εἶναι δὲ ἐξ ἄλλου κατὰ τὰ εἰς τὴν § 190 ἐκτεθέντα ἀριθμητικῶς ἴση πρὸς τὸ βάρος στήλης ὑδραργύρου, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τὴν μονάδα τῆς ἐπιφανείας, ὕψος δὲ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Οὕτω τὸ ὕψος τῆς ἐντὸς τοῦ σωλῆνος τοῦ Torricelli ὑδραργυρικῆς στήλης εἶναι τὸ μέτρον τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ Torricelli εἶναι κατὰ μέσον ὅρον ἴσον πρὸς 76 cm καὶ ἑπομένως ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἰσοῦται πρὸς τὴν πίεσιν 76 cm Hg καὶ διὰ τοῦτο ἀκριβῶς τὴν πίεσιν ταύτην ὠνομάσαμεν (§ 193) *πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας*. Εἴδομεν δὲ ὅτι ἡ πίεσις αὕτη εἶναι ἴση πρὸς $\frac{1{,}033 \text{ kg}^*}{\text{cm}^2}$ ἢ κατὰ προσέγγισιν πρὸς $\frac{1 \text{ kg}^*}{\text{cm}^2}$.



Σχ. 185.

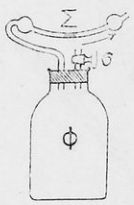
Ἐννοεῖται ὅτι τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης μετροῦμεν *κατακορύφως*. Οὕτω ἂν κλίνωμεν τὸν σωλῆνα τοῦ Torricelli παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται φαινομενικῶς ἐντὸς αὐτοῦ, διότι ἡ ἐλευθέρα του ἐπιφάνεια μένει εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον (σχ. 185 II).

(*) Πράγματι ὁ χῶρος οὗτος περιέχει ἀτμοὺς ὑδραργύρου, τῶν ὁποίων ὅμως ἡ πίεσις εἰς συνήθη θερμοκρασίαν ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς μηδαμινή.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 220. ***Μεταβολὴ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.*** Ἂν θεωρήσωμεν δύο σημεῖα κείμενα εἰς διάφορον ὕψος, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις θὰ εἶναι εἰς αὐτὰ διάφορος, μεγαλητέρα εἰς τὸ χαμηλότερον καὶ μικροτέρα εἰς τὸ ὑψηλότερον, ἡ δὲ διαφορὰ τῶν πιέσεων θὰ εἶναι ἀριθμητικῶς ἴση (πρβλ. § 190) πρὸς τὸ βάρος στήλης ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν μὲν τὴν μονάδα τῆς ἐπιφανείας, ὕψος δὲ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν τῶν δύο σημείων.

Πειραματικῶς εὑρίσκομεν τὴν μετὰ τοῦ ὕψους μεταβολὴν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἐκτελοῦντες τὸ πείραμα τοῦ Torricelli εἰς διάφορα ὕψη. Παρατηροῦμεν ὅτι πράγματι τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐλαττοῦται ἐφ' ὅσον ἀνερχόμεθα. Ἡ ἐλάττωσις εἶναι 9 mm Hg κατὰ 100 μέτρα διὰ τὰ πρῶτα 500 μ. (πρβλ. Πίν. II) χρησιμεύει δὲ ἀκριβῶς ἡ μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως πρὸς προσδιορισμὸν τοῦ ὕψους τοῦ τόπου τῆς παρατηρήσεως.



Σχ. 186.

Διὰ τοῦ ἐξῆς χαρακτηριστικωτάτου πειράματος (Hefner-Alteneck) ἠμποροῦμεν νὰ δείξωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους καὶ ἐντὸς τοῦ δωματίου. Ὑαλίνη φιάλη χωρητικότητος ἑνὸς λίτρου περίπου (σχ. 186) περιβάλλεται ὑπὸ παχέος μαλλίνου ὑφάσματος διὰ νὰ ἀποφεύγωμεν ἀποτόμους μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας, κλείεται δὲ διὰ πώματος μὲ δύο ὀπάς.

Διὰ τῆς μιᾶς τῶν ὀπῶν τούτων διέρχεται ἀεροστεγῶς σωλὴν Σ κεκαμμένος ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 186 φαίνεται, διὰ δὲ τῆς ἄλλης διέρχεται σωλὴν φέρων στρόφιγγα σ.

Θέτομεν εἰς τὸν σωλῆνα Σ σταγόνα χρωματισμένου ὑγροῦ καὶ ἀνοίγομεν τὴν στρόφιγγα σ οὕτως, ὥστε ἡ πίεσις ἐντὸς τῆς φιάλης νὰ ἐξισωθῇ πρὸς τὴν ἐξωτερικήν, ἡ δὲ σταγὼν νὰ σταθῇ εἰς τὸ κατώτατον μέρος τοῦ σωλῆνος Σ. Ἂν τώρα, ἀφοῦ κλείσωμεν τὴν στρόφιγγα σ ὑψώσωμεν τὴν φιάλην κατὰ 1 ἢ 2 μέτρα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σταγὼν μετακινεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους, ἀπόδειξις ὅτι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς τὴν νέαν θέσιν εἶναι μικροτέρα τῆς ἐντὸς τῆς φιάλης. Ἂν καταβιβάσωμεν τὴν φιάλην ἡ σταγὼν ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικήν της θέσιν.

Ἐννοεῖται ὅτι πρέπει νὰ μετακινοῦμεν τὴν φιάλην παραλλήλως

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πρὸς ἑαυτήν, διότι ἄλλως ἡ σταγὼν μετακινεῖται ὡς ἐκ τῆς διαφόρου κλίσεως τοῦ σωλῆνος Σ.

§ 221. Ἡ γνῶσις τῆς μεταβολῆς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους ἀπέκτησε τελευταίως θεμελιώδη σημασίαν ἕνεκα τῆς ἀναπτύξεως τῆς ἀεροπορίας, διότι ἐπὶ τῶν ἀεροστάτων καὶ ἀεροπλάνων δὲν ἔχομεν ἄλλο μέσον πρὸς προσδιορισμὸν τοῦ ὕψους παρὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως.

Διὰ τοῦτο δὲν εἶναι ἄσκοπον νὰ ἐκτεθῇ ἁπλοῦς τρόπος ὑπολογισμοῦ τῆς ἐλαττώσεως τῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους, ὁ ὁποῖος, ἂν καὶ ἐντελῶς στοιχειώδης, παρέχει ἐν τούτοις ἀρκετὴν προσέγγισιν διὰ τὰς πλείστας ἐφαρμογάς (*).

Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν 0^0 εἶναι $1{,}293 . 10^{-3}$. Ἂν λοιπὸν ὁ ἀὴρ εἶχε καθ' ὅλον τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαίρας τὴν αὐτὴν πυκνότητα, στήλη ὕψους x cm θὰ ἐπέφερε πίεσιν ἴσην πρὸς $1{,}293 . g . x . 10^{-3}$. Διὰ νὰ εἶναι ἡ πίεσις αὕτη ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, $p_0 = 1{,}033 . g . 10^3$. θὰ ἔπρεπε νὰ ἔχωμεν τὴν ἰσότητα:

$$1{,}293 . g . x . 10^{-3} = p_0 = 1{,}033\, g . 10^3 \tag{6}$$

ὅθεν: $$x = 800000 \text{ cm} = 8000 \text{ m}.$$

Ἂν δηλ. ἡ ἀτμόσφαιρα εἶχε καθ' ὅλον αὐτῆς τὸ ὕψος τὴν αὐτὴν πυκνότητα, ἴσην πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν 0^0, θὰ ἐχρειάζετο στήλη ἀερία 8000 μέτρων διὰ νὰ ἐπιφέρῃ τὴν κανονικὴν πίεσιν τῶν 760 m m Hg.

Ἀλλ' ἂς θεωρήσωμεν ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0^0 ἀέρα ὑπὸ ἄλλην πίεσιν p. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι τώρα, κατὰ τὸν νόμον τοῦ Mariotte, $D = \dfrac{1{,}293 . 10^3 . p}{p_0}$ ὅπου p_0 ἡ κανονικὴ πίεσις (πρβλ. § 227 ἐξίσ. 3).

Ἡ πίεσις στήλης ὕψους x μὲ σταθερὰν πυκνότητα D εἶναι $\dfrac{1{,}293 . 10^3 . p}{p_0} . g . x$ καὶ διὰ νὰ εἶναι ἡ πίεσις αὕτη ἴση πρὸς τὴν πίεσιν p πρέπει τὸ ὕψος νὰ ἐπαληθεύῃ τὴν ἐξίσωσιν:

$$\frac{1{,}293 . 10^3 . p}{p_0} g\, x = p$$

(*) Πρβλ. Emden, Grundlagen der Ballonführung.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἁπλοποιουμένη διὰ p εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν (6) καὶ ἑπομένως τὸ x εἶναι πάλιν ἴσον πρὸς 8000 μέτρα.

Ἂν λοιπὸν ὑποτεθῇ ὅτι ἀπὸ τοῦ θεωρουμένου σημείου καὶ ἄνω ὁ ἀὴρ ἔχει πυκνότητα σταθερὰν ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν 0^0, τὸ ὕψος τῆς ὁμογενοῦς ταύτης ἀτμοσφαίρας πρέπει νὰ εἶναι 8 000 μέτρα διὰ νὰ ἐπιφέρῃ εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον τὴν παρατηρουμένην πίεσιν.

Τοῦτο ἐκφράζομεν λέγοντες, ὅτι *τὸ κανονικὸν ὕψος τῆς ἰσοπύκνου ἀτμοσφαίρας ὑπὸ θερμοκρασίαν* 0^0 *εἶναι 8 000 μέτρα.*

Ἐντὸς τῆς ἰσοπύκνου ταύτης ἀτμοσφαίρας ἡ σχέσις τῆς πιέσεως πρὸς τὸ ὕψος εἶναι ἁπλουστάτη. Οὕτω ἂν ἀνέλθωμεν κατὰ 8 μέτρα ἡ πίεσις θὰ ἐλαττωθῇ κατὰ τὸ $\frac{1}{1\,000}$ αὐτῆς, ἂν δὲ ἀνέλθωμεν κατὰ 80 μέτρα, θὰ ἐλαττωθῇ κατὰ τὸ $\frac{1}{100}$. Ἀλλ' ἐπειδὴ καὶ ἐντὸς τῆς πραγματικῆς ἀτμοσφαίρας ἡ μεταβολὴ τῆς πυκνότητος δὲν εἶναι σημαντικὴ ἐφ' ὅσον θεωροῦμεν μικρὰν μεταβολὴν τοῦ ὕψους, ἠμποροῦμεν νὰ δεχθῶμεν ὅτι καὶ εἰς τὴν πραγματικὴν ἀτμόσφαιραν ἡ πίεσις ἐλαττοῦται κατὰ 1 % ὅταν ἀνερχώμεθα κατὰ 80 μέτρα (ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0^0) καὶ οὕτω ὑπολογίζομεν καθ' ἁπλῆν ἀναλογίαν τὴν ἐλάττωσιν τῆς πιέσεως, ἐφ' ὅσον ἡ διαφορὰ ὕψους δὲν ὑπερβαίνει τὰ 500 ἢ 800 μέτρα καὶ ἡ θερμοκρασία δὲν διαφέρει πολὺ τοῦ 0^0.

Οὕτω εἰς ὕψος 600 μέτρων ἡ πίεσις ὑπὸ θερμοκρασίαν 10^0 εἶναι 707 mm Hg. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν πίεσιν εἰς ὕψος 1 000 μέτρων ἤτοι εἰς ὕψος ἀνώτερον κατὰ 400 μέτρα, πρέπει νὰ ἐλαττώσωμεν τὴν ἀρχικὴν τιμὴν κατὰ $\frac{400}{80}$. 1 % = 5 % ἤτοι κατὰ 35 mm καὶ εὑρίσκομεν οὕτω 707 — 35 = 672, ἐνῷ ἐκ τοῦ πίνακος ἡ ἀντίστοιχος πίεσις εὑρίσκεται ἴση πρὸς 674. Ἡ προσέγγισις εἶναι ἐπαρκεστάτη δι' ὅλας τὰς συνήθεις ἐφαρμογάς.

§ 222. Τὸ ὕψος τῶν 8000 μέτρων τῆς ἰσοπύκνου ἀτμοσφαίρας χαρακτηρίζει τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Ἂν ἀντὶ τούτου εἴχομεν ἄλλο ἀέριον, ἄλλο θὰ ἦτο καὶ τὸ εὑρισκόμενον ὕψος.

Ἔστω π. χ. ἀτμόσφαιρα φωταερίου, τοῦ ὁποίου ἡ πυκνότης

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑπὸ πίεσιν $p_0 = 760$ mm Hg $= 1{,}033 . g . 10^3$ εἶναι 0,0006 CGS. Ὑπὸ πίεσιν p ἡ πυκνότης θὰ εἶναι $d = 0{,}0006 \frac{p}{p^0}$ καὶ στήλη ἰσόπυκνος ὕψους x cm θὰ ἐξήσκει πίεσιν ἴσην πρὸς $0{,}0006 \frac{p}{p^0} . x\ g$. Διὰ νὰ εἶναι ἡ πίεσις αὕτη ἴση πρὸς τὴν p πρέπει νὰ ὑφίσταται ἡ ἰσότης $0{,}0006 \frac{p}{p_0} x\ g = p$ ὅθεν τὸ κανονικὸν ὕψος τῆς ἐκ φωταερίου ἰσοπύκνου ἀτμοσφαίρας εἶναι:

$$x = \frac{p_0}{g . 0{,}0006} = \frac{1{,}033 . 10^3}{0{,}0006} \sim 1\,700\,000 \text{ cm} = 17\,000 \text{ μέτρα.}$$

Διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ πίεσις κατὰ 1 % ἐντὸς ἀτμοσφαίρας φωταερίου πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν κατὰ 170 μέτρα ἀντὶ τῶν 80, τὰ ὁποῖα χρειάζονται εἰς τὸν ἀέρα.

Οὕτω ἂν ἔχωμεν ἀεριοφυλάκιον πλῆρες φωταερίου ὑπὸ πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν τοῦ περιβάλλοντος ἀέρος, ἔστω 760 mm Hg. καὶ θέσωμεν τοῦτο εἰς συγκοινωνίαν μὲ σωλῆνα καταλήγοντα 100 μέτρα ὑψηλότερα, οὕτως ὥστε ὁ σωλὴν νὰ πληρωθῇ φωταερίου, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος τούτου ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου θὰ εἶναι κατὰ $\frac{100}{170}\% = 0{,}59\%$ μικροτέρα τῆς ἐν τῷ ἀεροφυλακίῳ, ἤτοι ἴση πρὸς

$$760 - 760 . \frac{0{,}59}{100} = 760 - 4{,}5 = 755{,}5$$

Ἡ δὲ τοῦ περιξ ἀέρος θὰ εἶναι κατὰ $\frac{100}{80}\% = 1{,}25\ \%$ μικροτέρα τῆς ἀρχικῆς ἤτοι ἴση πρός:

$$760 - 760 \frac{1{,}25}{100} = 760 - 9{,}5 = 751{,}5$$

Ἡ πίεσις τοῦ φωταερίου εἰς τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος θὰ εἶναι κατὰ 4 mm Hg μεγαλητέρα τῆς τοῦ περιξ ἀέρος. Καὶ ὅσον ὑψηλότερα ἀνερχόμεθα τόσον ἡ ὑπεροχὴ τῆς πιέσεως τοῦ φωταερίου ὑπὲρ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν θὰ γίνεται μεγαλητέρα.

Διὰ τοῦτο δὲν εἶναι δυνατὸν τὸ φωταέριον νὰ διοχετεύεται ἐκ τοῦ αὐτοῦ ἀεριοφυλακίου εἰς τὰς διαφόρους συνοικίας μιᾶς πόλεως ἀλλὰ διάφορα ἀεριοφυλάκια μὲ διάφορον ἀρχικὴν πίεσιν χρησιμο-

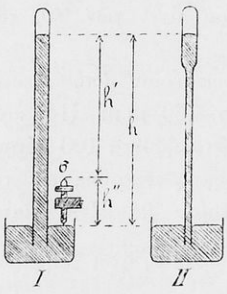
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ποιοῦνται, οὕτως ὥστε εἰς τὸ ὕψος τῆς καταναλώσεως ἡ ὑπεροχὴ τῆς πιέσεως τοῦ φωταερίου ὑπὲρ τὴν τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐκ τῶν συμβάσεων ὁριζομένην.

ΒΑΡΟΜΕΤΡΑ

§ 223. Τὰ ὄργανα, διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ὀνομάζονται ἐν γένει *βαρόμετρα*. Ἕνεκα τῆς μεγάλης σπουδαιότητος τῆς μετρήσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως πλεῖστοι τύποι βαρομέτρων διεμορφώθησαν, οἱ ὁποῖοι ἠμποροῦν νὰ ἀναχθοῦν εἰς δύο τάξεις. Τὰ *ὑδραργυρικὰ* καὶ τὰ *μεταλλικὰ* βαρόμετρα.

§ 224. *Ὑδραργυρικὰ βαρόμετρα.* Τὰ βαρόμετρα ταῦτα οὐδὲν ἄλλο εἶναι ἢ σωλῆνες τοῦ Torricelli τῶν ὁποίων ἡ διάταξις εἶναι ἄλλοτε ἄλλη, πρὸς ἐπίτευξιν ἀκριβείας εἰς τὴν ἀνάγνωσιν τοῦ βαρομετρικοῦ ὕψους ἢ εὐκολίας διὰ τὴν μεταφορὰν καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.



Σχ. 187.

Τὴν ἁπλουστάτην μορφὴν τοῦ ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου παριστᾷ τὸ σχῆμα 187. Εἶναι ἀκριβῶς ἡ ἀρχικὴ διάταξις τοῦ Torricelli. Ὁ σωλὴν εἶναι ἀρκετὰ εὐρύς, ὥστε ἡ ἐντὸς αὐτοῦ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου νὰ ἔχῃ καὶ ἐπίπεδον μέρος, καὶ τοῦτο πρὸς ἀποφυγὴν τῆς ἐπιδράσεως τῆς *τάσεως τῆς ἐπιφανείας* ἐπὶ τοῦ βαρομετρικοῦ ὕψους (πρβλ. § 281).

Τὸ ὕψος μετροῦμεν διὰ καθετομέτρου, ἐπειδὴ δὲ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ σκοπεύσωμεν ἄνευ σφάλματος τὴν ἐντὸς τῆς λεκάνης ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου, ἔστω καὶ ἂν ἡ λεκάνη φέρῃ ὑαλίνην θυρίδα, φέρομεν εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸν ὑδράργυρον τὴν κάτω ἀκίδα τοῦ κατακορύφου στελέχους σ, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος h′′ εἶναι ἀκριβῶς γνωστόν, καὶ μετροῦμεν διὰ τοῦ καθετομέτρου τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν h′ τῆς ἄνω ἀκίδος τοῦ στελέχους τούτου ἀπὸ τῆς ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου. Τὸ βαρομετρικὸν ὕψος h ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα $h'+h''$.

Εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα δίδομεν πολλάκις τὴν μορφὴν τὴν παριστωμένην ἀπὸ τὸ σχῆμα 187 II χάριν οἰκονομίας ὑδραργύρου.

Τὰ *σιφωνοειδῆ* λεγόμενα βαρόμετρα ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἕνα καὶ μόνον σωλῆνα κεκαμμένον εἰς σχῆμα υ, τοῦ ὁποίου τὸ μὲν μεγα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

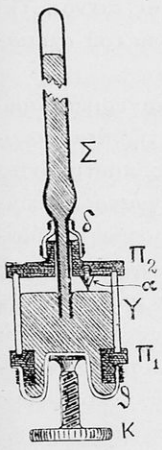
λήτερον σκέλος εἶναι κλειστόν, τὸ δὲ βραχύτερον ἀνοικτόν. Εἰς τὸν σωλῆνα δίδεται συνήθως ἡ μορφὴ τοῦ σχήματος 188, ὥστε τὸ ἀνοικτὸν σκέλος νὰ εὑρίσκεται κατακορύφως ὑπὸ τὸ κλειστόν. Ἡ ἀνάγνωσις τοῦ ὕψους h γίνεται ἢ διὰ καθετομέτρου ἢ διὰ τῆς βοηθείας κλίμακος χαραγμένης ἐπὶ τῆς σανίδος, εἰς τὴν ὁποίαν εἶναι στερεωμένος ὁ σωλήν.



Σχ. 188

Ὅταν τὸ βαρόμετρον δὲν εἶναι μόνιμον ἀλλὰ πρόκειται νὰ μεταφέρεται, ὑπάρχει κίνδυνος νὰ θραυσθῇ τὸ ὄργανον ἐκ τῶν κρούσεων τοῦ βαρέος ὑδραργύρου ἢ τοὐλάχιστον νὰ εἰσέλθουν φυσαλίδες ἀέρος εἰς τὸ βαρομετρικὸν κενόν, καθιστῶσαι τὸ βαρόμετρον ἄχρηστον.

Πρὸς ἀποφυγὴν τῶν κινδύνων τούτων τὰ φορητὰ ὑδραργυρικὰ βαρόμετρα εἶναι καταλλήλως κατεσκευασμένα, ἀναφέρομεν δὲ τὴν συνηθεστάτην διάταξιν, τὴν τοῦ Fortin (σχ. 189). Ἡ λεκάνη τοῦ βαρομέτρου ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν ὑάλινον κύλινδρον Υ ὁ ὁποῖος φέρει ἑκατέρωθεν τὰ διάτρητα ξύλινα πώματα Π_1, Π_2. Καὶ τὸ μὲν Π_2 συνδέεται πρὸς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα Σ διὰ τεμαχίου δέρματος, τὸ ὁποῖον διὰ νήματος προσδένεται στερεῶς, ἀφ' ἑνὸς μὲν ἐπὶ τοῦ πώματος, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἐπὶ τοῦ σωλῆνος Σ, τὸ δὲ Π_1 καταλήγει εἰς τὸν δερμάτινον ἐπίσης θύλακον θ, τοῦ ὁποίου ὁ πυθμὴν μετακινεῖται διὰ τοῦ κοχλίου Κ. Τοῦ κοχλίου τούτου τὸ περικόχλιον στηρίζεται ἐπὶ τῆς ὀρειχαλκίνης θήκης, ἐντὸς τῆς ὁποίας εὑρίσκεται ὅλον τὸ ὄργανον, ἀφινομένων μόνον θυρίδων, ὥστε νὰ φαίνεται ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου Υ καὶ ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος. Διὰ νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸ ὄργανον ἐξαρτῶμεν αὐτὸ κατακορύφως καὶ μετακινοῦμεν διὰ τοῦ κοχλίου Κ τὸν πυθμένα τῆς λεκάνης μέχρις ὅτου ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου Υ ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν μὲ τὴν ἐξ ἐλεφαντόδοντος ἀκίδα α, προσηρμοσμένην εἰς τὸ πῶμα Π_2. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταδιδομένη διὰ τῶν πόρων τοῦ δερματίνου συνδέσμου δ συγκρατεῖ τὸν ὑδράργυρον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ εἰς τὸ βαρομετρικὸν ὕψος, τὸ ὁποῖον μετροῦμεν μὲ τὴν βοήθειαν βερνιέ-



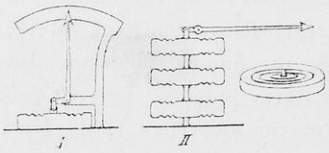
Σχ. 189.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρου ἐπὶ κλίμακος χαραγμένης ἐπὶ τῆς ὀρειχαλκίνης θήκης τοῦ ὀργάνου, τῆς ὁποίας τὸ μηδὲν εὑρίσκεται ἀκριβῶς εἰς τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος α. Διὰ νὰ μεταφέρωμεν τὸ βαρόμετρον ἀναβιβάζομεν διὰ τοῦ κοχλίου Κ τὸν πυθμένα τῆς λεκάνης μέχρις ὅτου πληρωθῇ ὁ κύλινδρος Υ καὶ ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν Σ. Ὁ ὑδράργυρος τότε μένει τελείως ἀκίνητος καὶ ἠμποροῦμεν νὰ ἀναστρέψωμεν τὸ ὄργανον ἢ νὰ τὸ κινήσωμεν ὁπωσδήποτε, χωρὶς κίνδυνον εἰσόδου ἀέρος ἢ θραύσεως.

Εἰς ὅλα τὰ ὑδραργυρικὰ βαρόμετρα πρέπει ὁ ὑδράργυρος νὰ εἶναι χημικῶς καθαρός, καὶ νὰ μὴ περιέχεται ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος οὐδὲν ἴχνος ἀέρος. Εἰς τὸ ἐκ τοῦ βαρομέτρου ἀπ᾽ εὐθείας ἀναγινωσκόμενον ὕψος ἐπιφέρομεν διαφόρους διορθώσεις, λαμβάνοντες ὑπ᾽ ὄψιν τὴν μεταβολὴν τῆς πυκνότητος τοῦ ὑδραργύρου, καὶ ἐπομένως καὶ τοῦ εἰς ὡρισμένην πίεσιν ἀντιστοιχοῦντος βαρομετρικοῦ ὕψους, μετὰ τῆς θερμοκρασίας, τὴν μεταβολὴν τοῦ μήκους τῆς κλίμακος μετὰ τῆς θερμοκρασίας, τὴν μεταβολὴν τῆς ἐντάσεως τῆς βαρύτητος μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους καὶ τοῦ ὕψους ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης, καί, ὅταν ὁ σωλὴν εἶναι στενός, τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τοῦ ὑδραργύρου ἕνεκα τοῦ σχηματιζομένου μηνίσκου.

§ 225. ***Μεταλλικὰ βαρόμετρα.*** Μολονότι τὰ ὑδραργυρικὰ βαρόμετρα εἶναι τὰ ἀκριβέστατα ὄργανα διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, πολλάκις προτιμῶνται ἀντ᾽ αὐτῶν, ἂν καὶ ὀλιγώτερον ἀκριβῆ, τὰ *μεταλλικὰ* λεγόμενα βαρόμετρα, τὰ ὁποῖα ἕνεκα τῆς ἐλλείψεως τοῦ ὑγροῦ ὑδραργύρου καὶ τῶν μικρῶν αὐτῶν διαστάσεων εἶναι πολὺ περισσότερον εὐμετακόμιστα. Τὸ κυριώτερον μέρος τῶν μεταλλικῶν βαρομέτρων ἀποτελεῖ κυλινδρικὸν ἀεροστεγὲς δοχεῖον (σχ. 190 Ι), τοῦ ὁποίου τὸ μὲν κάτω μέρος στηρίζεται ἐπὶ καταλλήλου βάσεως, ὁ δὲ ἄνω πυθμὴν ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαστικὸν μετάλλινον ἔλασμα, φέρον συγκεντρικὰς κυματοειδεῖς εἰσοχὰς καὶ ἐξοχὰς πρὸς αὔξησιν τῆς εὐκαμψίας. Τὸ ἔλασμα τοῦτο παραμορφώνεται περισσότερον ἢ ὀλιγώτερον ὑπὸ τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως, αἱ δὲ μετακινήσεις αὐτοῦ μεταδίδονται διὰ συστήματος μοχλῶν καὶ ὀδον-



Σχ. 190.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τωτῶν τροχῶν εἰς δείκτην κινούμενον ἐνώπιον κλίμακος. Πρὸς αὔξησιν τῆς εὐαισθησίας μεταχειριζόμεθα ἀντὶ ἑνὸς περισσότερα δοχεῖα, τῶν ὁποίων ἀμφότεροι οἱ πυθμένες εἶναι εὔκαμπτοι, ἐν σειρᾷ ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 190 Η φαίνεται.

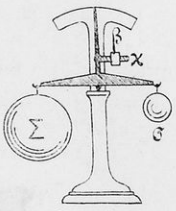
Τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα βαθμολογοῦνται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικά.

ΑΡΧΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

§ 226. Ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἀέρια ὅπως διὰ τὰ ὑγρά. Οὕτω ἡ γενικὴ διατύπωσις αὐτῆς εἶναι ἡ ἑξῆς:

Πᾶν σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς βαρέος ρευστοῦ ὑφίσταται κατακόρυφον ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ρευστοῦ.

Ἡ στοιχειώδης θεωρητικὴ ἀπόδειξις εἶναι ἐντελῶς ἡ αὐτὴ πρὸς τὴν τῆς § 196.



Σχ. 191.

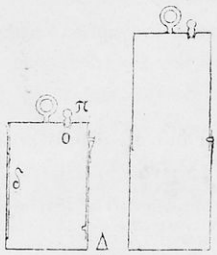
Πειραματικῶς δεικνύομεν συνήθως τὴν ἄνωσιν τοῦ Ἀρχιμήδους διὰ τῆς ὑπὸ τὸ ὄνομα *βαροσκόπιον* γνωστῆς συσκευῆς. Τὸ βαροσκόπιον (σχ. 191) εἶναι ζυγός, ὁ ὁποῖος εἰς τὰ ἄκρα τῆς φάλαγγος φέρει ἀντὶ πλαστίγγων δύο σφαίρας μεταλλίνας ἢ ὑαλίνας, τὴν μὲν σ πλήρη, τὴν δὲ Σ κοίλην ἀλλ' ἀεροστεγῶς κλειστήν, οὕτως ὥστε μὲ τὴν αὐτὴν μᾶζαν ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας Σ εἶναι πολὺ μεγαλήτερος τοῦ τῆς σ. Φέρομεν τὸν ζυγὸν εἰς ἰσορροπίαν μετακινοῦντες τὸ βάρος β ἐπὶ τοῦ κοχλίου κ. Ἂν τώρα θέσωμεν τὴν συσκευὴν ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας καὶ ἀραιώσωμεν τὸν ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία διαταράσσεται καὶ ὁ ζυγὸς ρέπει πρὸς τὸ μέρος τῆς σφαίρας Σ, ἀπόδειξις ὅτι ἡ Σ εἶναι πραγματικῶς βαρυτέρα τῆς σ, ἀλλ' ἕνεκα τοῦ μεγαλητέρου ὄγκου ὑφίσταται εἰς τὸν ἀέρα μεγαλητέραν ἄνωσιν καὶ οὕτω ἐπέρχεται ἡ ἰσορροπία. Αἰρομένης ἐν μέρει τῆς ἀνώσεως διαταράσσεται ἡ ἰσορροπία, ἀποκαθίσταται δὲ πάλιν ὅταν ἀφήσωμεν ἐκ νέου νὰ εἰσέλθῃ εἰς τὸν κώδωνα ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ὅπως καὶ πρίν.

Ἡ ἑξῆς διάταξις χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ δείξωμεν ὄχι μόνον τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀνώσεως, ἀλλὰ καὶ ὅτι αὕτη εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου.

Ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἐφαρμόζει ἀεροστεγῶς τὸ δοχεῖον δ, τὸ ὁποῖον φέρει ὀπὴν Ο κλειομένην διὰ τοῦ πώματος π. Εἰσωθοῦμεν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ δοχεῖον δ ἐντὸς τοῦ Δ, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 192 I φαίνεται, καὶ ἀφοῦ κλείσωμεν τὴν ὀπὴν διὰ τοῦ πώματος π θέτομεν τὴν ὅλην συσκευὴν ἐπὶ τῆς ἑτέρας πλάστιγγος εὐπαθοῦς ζυγοῦ καὶ ἰσορροποῦμεν διὰ σταθμῶν. Ἀνασύρομεν ἔπειτα τὸ δοχεῖον δ χωρὶς νὰ ἀνοίξωμεν τὴν ὀπὴν Ο μέχρι τῆς εἰς τὸ σχῆμα 192 II παριστωμένης θέσεως, εἰς τὴν ὁποίαν συγκρατεῖται ἀπὸ κατάλληλον ἐλατήριον, καὶ θέτομεν πάλιν τὴν συσκευὴν εἰς τὴν πλάστιγγα. Ὁ ζυγὸς ρέπει τώρα πρὸς τὰ σταθμά, ἀπόδειξις ὅτι ἡ συσκευὴ καταλαμβάνουσα μεγαλήτερον ὄγκον καὶ ἐκτοπίζουσα περισσότερον ἀέρα, ὑφίσταται μεγαλητέραν ἄνωσιν. Ἂν ἀνοίξωμεν τὴν ὀπὴν Ο, ὅτε θὰ εἰσέλθῃ εἰς τὸ δοχεῖον ὄγκος ἀέρος ἴσος πρὸς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου τῆς συσκευῆς, ἡ ἰσορροπία ἐπανέρχεται.



Σχ. 192.

ΣΥΜΠΙΕΣΙΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ—ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ MARIOTTE-BOYLE

§ 227. Τὰ ἀέρια, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰ ὑγρά, πάσχουν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν πιέσεων σημαντικῆς μεταβολῆς ὄγκου. Τὴν σχέσιν τοῦ ὄγκου πρὸς τὴν πίεσιν (ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν) ἀνευρίσκομεν διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς.

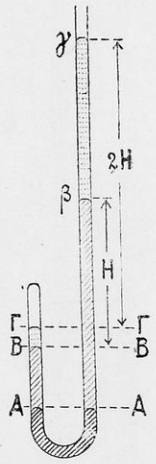
Σωλὴν ὑάλινος κεκαμμένος εἰς σχῆμα υ ἔχει τὸ μὲν ἓν σκέλος, τὸ βραχύτερον, κλειστόν, τὸ δὲ ἄλλο, τὸ μακρότερον ἀνοικτὸν (σχ. 193). Εἰσάγομεν εἰς τὸ βραχύτερον σκέλος, τὸ ὁποῖον φέρει ὑποδιαιρέσεις δεικνυούσας τὴν χωρητικότητα αὐτοῦ, οἱονδήποτε ἀέριον καὶ χύνοντες εἰς τὸ ἀνοικτὸν σκέλος ὑδράργυρον ἀποκλείομεν τὸ ἀέριον ἀπὸ τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, κανονίζομεν δὲ τὸ ποσὸν τοῦ ἀερίου καὶ τοῦ ὑδραργύρου ὥστε εἰς ἀμφότερα τὰ σκέλη ὁ ὑδράργυρος νὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον Α Α. Τότε τὸ εἰς τὸ βραχὺ σκέλος ἀποκλεισμένον ἀέριον εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν πίεσιν τῆς ἀτμοσφαίρας, ἡ ὁποία μετρουμένη διὰ τοῦ βαρομέτρου ἔστω ὅτι εἶναι ἴση πρὸς τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου ὕψους Η.

Χύνομεν ἔπειτα ὑδράργυρον εἰς τὸν ἀνοικτὸν σωλῆνα μέχρις ὅτου τὸ ἀέριον καταλάβῃ τὸ ἥμισυ τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου. Ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸ ἀνοικτὸν σκέλος μέχρι τοῦ σημείου β, τὸ δὲ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κατακόρυφον ὕψος τοῦ σημείου τούτου ἀπὸ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ΒΒ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ κλειστὸν σκέλος εἶναι ἴσον πρὸς Η. Τὸ ἀέριον λοιπὸν καταλαβὸν τὸ ἥμισυ τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον κατεῖχεν ὑπὸ τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου Η, ἰσορροπεῖ τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου Η καὶ τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ἤτοι πίεσιν στήλης ὑδραργύρου 2 Η.

Ὁμοίως βλέπομεν ὅτι διὰ νὰ γίνῃ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου τὸ τρίτον τοῦ ἀρχικοῦ, πρέπει ὁ ὑδράργυρος νὰ ἀνέλθῃ εἰς τὸ ἀνοικτὸν σκέλος μέχρι τοῦ σημείου γ, τοῦ ὁποίου τὸ ὕψος ὑπὲρ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ΓΓ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ κλειστὸν σκέλος εἶναι 2 Η. Ἤτοι τὸ ἀέριον εὑρίσκεται ὑπὸ ὁλικὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου 3 Η.



Σχ. 193.

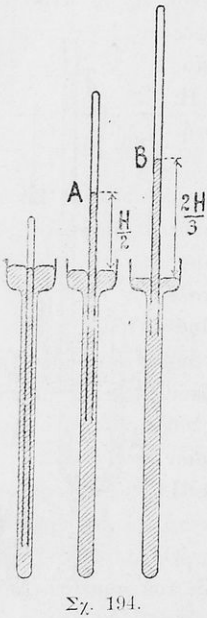
Λαμβάνομεν τώρα σωλῆνα εὐθὺν κλειστὸν κατὰ τὸ ἓν ἄκρον καὶ ἀνοικτὸν κατὰ τὸ ἄλλο, πληροῦμεν αὐτὸν ὑδραργύρου καὶ ἀφοῦ ἀναστρέψωμεν βυθίζοντες τὸ ἀνοικτὸν ἄκρον ἐντὸς λεκάνης καταλλήλου σχήματος (σχ. 194) πλήρους ὑδραργύρου, εἰσάγομεν ἐντὸς αὐτοῦ ποσότητά τινα ἀερίου καὶ βυθίζομεν τὸν σωλῆνα ἐντὸς τῆς λεκάνης μέχρις ὅτου ὁ ὑδράργυρος ἔλθῃ εἰς τὸ αὐτὸ ἐπίπεδον ἐντὸς καὶ ἐκτὸς τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀέριον εὑρίσκεται τότε ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν Η. Ἀνασύρομεν ἔπειτα τὸν σωλῆνα μέχρις ὅτου τὸ ἀέριον καταλάβῃ ὄγκον διπλάσιον τοῦ ἀρχικοῦ. Ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀνέρχεται μέχρι τοῦ σημείου Α εἰς ὕψος $\frac{1}{2}$ Η ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὴν λεκάνην. Ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀερίου καὶ ἡ πίεσις τῆς στήλης $\frac{1}{2}$ Η ἰσορροποῦν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἴσην πρὸς Η. Ἑπομένως ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου εἶναι $\frac{1}{2}$ Η.

Διὰ νὰ καταλάβῃ τὸ ἀέριον τριπλάσιον ὄγκον τοῦ ἀρχικοῦ πρέπει νὰ ἀνασύρωμεν τὸν σωλῆνα μέχρις ὅτου ὁ ὑδράργυρος ἀνέλθῃ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἰς ὕψος $\frac{2}{3}$ H ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν ἐντὸς τῆς λεκάνης. Ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου καὶ ἡ πίεσις τῆς στήλης $\frac{2}{3}$ H ἰσορροποῦν τὴν πίεσιν τῆς ἀτμοσφαίρας, ἑπομένως ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἰσοῦται πρὸς $\frac{H}{3}$.

Ἐκ τῶν μετρήσεων τούτων εὑρίσκομεν τὸν ὑπὸ τὸ ὄνομα τῶν Mariotte καὶ Boyle γνωστὸν νόμον: *ὁ ὄγκος ποσότητός τινος ἀερίου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν πίεσιν ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία δὲν μεταβάλλεται.*



Σχ. 194.

Ἂν λοιπὸν ὀνομάσωμεν v καὶ v_0 τοὺς ὄγκους τοῦ ἀερίου ὑπὸ τὰς πιέσεις p καὶ p_0 ἔχομεν τὴν σχέσιν:

(1) $$v_0 : v = p : p_0$$

ἢ καὶ:

(2) $$p\,v = p_0\,v_0 = \text{Const.}$$

Τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον μένει σταθερὸν ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία δὲν μεταβάλλεται.

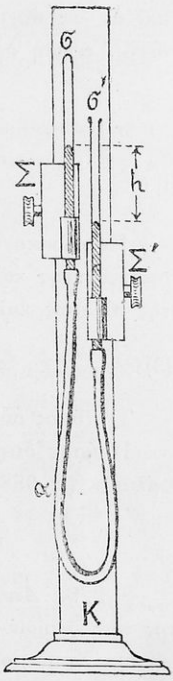
Ὑπὸ τὴν μορφὴν ταύτην ἐπαληθεύομεν τὸν νόμον διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς (σχ. 195).

Κατὰ μῆκος τοῦ κατακορύφου κανόνος K φέροντος τὰς ὑποδιαιρέσεις τοῦ μέτρου μετακινοῦνται οἱ σύρται Σ Σ′, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ μὲν Σ φέρει προσηρμοσμένον κατακόρυφον ὑάλινον σωλῆνα σ κλειστὸν ἄνωθεν καὶ ἔχοντα διαιρέσεις δεικνυούσας τὴν χωρητικότητά του, ὁ δὲ Σ′ σωλῆνα ὑάλινον ἐπίσης κατακόρυφον ἀλλ' ἀνοικτὸν ἄνωθεν. Οἱ δύο σωλῆνες σ καὶ σ′ συγκοινωνοῦν πρὸς ἀλλήλους διὰ τοῦ εὐκάμπτου σωλῆνος α, ὁ ὁποῖος προσαρμόζεται στεγανῶς εἰς τὰ κάτω ἄκρα αὐτῶν.

Ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ ἀποκλείομεν ποσόν τι ἀερίου δι' ὑδραργύρου, τὸν ὁποῖον χύνομεν ἐκ τοῦ σωλῆνος σ′ καὶ μετροῦμεν τὸν ὄγκον v τοῦ ἀερίου, τὴν διαφορὰν ὕψους h τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς σωλῆνας σ καὶ σ′ καὶ τὸ ὕψος H τῆς βαρο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μετρικῆς στήλης. Ἡ πίεσις p τοῦ ἀερίου εἶναι ἴση πρὸς $H \pm h$ καθ' ὅσον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου εὑρίσκεται ὑψηλότερα εἰς τὸν σωλῆνα σ΄ ἢ εἰς τὸν σ. Μετακινοῦντες τοὺς σύρτας Σ καὶ Σ΄ καὶ λαμβάνοντες τὰς ἀντιστοίχους τιμὰς τοῦ v καὶ p ἐπαληθεύομεν ὅτι τὸ γινόμενον p v μένει σταθερόν.



Σχ. 195.

Ἂν ὀνομάσωμεν D_0, D τὴν πυκνότητα τοῦ ἀερίου ὑπὸ πίεσιν p_0 καὶ p, καὶ m τὴν μᾶζαν αὐτοῦ, ἔχομεν:

$$V_0 = \frac{m}{D_0} \qquad V = \frac{m}{D}$$

καὶ ἡ ἐξίσωσις 2 γίνεται

$$\frac{D}{p} = \frac{D_0}{p_0} \tag{3}$$

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ GAY-LUSSAC

§ 228. Ὁ ὄγκος καὶ ἡ πίεσις τῶν ἀερίων μεταβάλλονται τόσον πολὺ μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ὥστε εἶναι ἀδύνατον νὰ μὴ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ ἐπίδρασις αὐτῆς, μολονότι βραδύτερον θὰ ὁρισθῇ ἡ ἔννοια τῆς θερμοκρασίας. Ἐνταῦθα θερμοκρασίαν λέγοντες θὰ ἐννοοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν τὴν ἐνδεικνυομένην ἀπὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον, ἀπὸ τὴν διαστολὴν δηλ. ὑδραργύρου εὑρισκομένου ἐντὸς ὑαλίνου δοχείου, ὡς κλίμακα δὲ θερμομετρικὴν θὰ ἔχωμεν τὴν ἑκατοντάβαθμον τοῦ Κελσίου, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ μὲν θερμοκρασία τῆς πήξεως τοῦ ὕδατος ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg τίθεται 0^0, ἡ δὲ τῆς ζέσεως τοῦ ὕδατος ὑπὸ πίεσιν ἐπίσης 760 m m Hg τίθεται 100^0.

Ἐκ τῶν γενομένων μετρήσεων ἐδείχθη ὅτι τὸ γινόμενον p v, σταθερὸν κατὰ τὸν νόμον Mariotte-Boyle ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία δὲν μεταβάλλεται, αὐξάνει μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἡ δὲ εἰς αὔξησιν θερμοκρασίας κατὰ ἕνα βαθμὸν ἀντιστοιχοῦσα αὔξησις τοῦ γινομένου τούτου εἶναι ἴση πρὸς τὸ $\frac{1}{273}$ τῆς τιμῆς τὴν ὁποίαν ἔχει εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ μηδενός. Ἂν λοιπὸν εἶναι θ_1 ἡ ἀρχικὴ θερμο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κρασία καὶ θ_2 ἡ τελική, ἡ διαφορὰ τῶν τιμῶν τοῦ γινομένου pv διὰ τὰς θερμοκρασίας ταύτας εἶναι:

$$(p\,v)_{\theta_2} - (p\,v)_{\theta_1} = \frac{1}{273}\cdot(\theta_2 - \theta_1)\,(p\,v)_0$$

καὶ ἂν ὡς ἀρχικὴ θερμοκρασία θ_1 ληφθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ μηδενός, τελικὴ δὲ ἡ θ (εἰς βαθμοὺς Κελσίου) ὁ τύπος γίνεται:

$$(p\,v)_{\theta} - (p\,v)_0 = \frac{1}{273}\,\theta\,(p\,v)_0$$

ἢ

$$(pv)_{\theta} = (pv)_0\left\{1 + \frac{1}{273}\,\theta\right\}$$

Παραλείποντες τὸν δείκτην θ εἰς τὸ πρῶτον μέλος τῆς ἐξισώσεως ταύτης καὶ θέτοντες $(p\,v)_0 = p_0\,v_0$ ὅπου p_0 καὶ v_0 αἱ τιμαὶ τῆς πιέσεως καὶ τοῦ ὄγκου εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0^0 εὑρίσκομεν:

$$(3) \qquad p\,v = p_0\,v_0\left\{1 + \frac{1}{273}\,\theta\right\}$$

Ὁ τύπος οὗτος εἶναι γνωστὸς ὑπὸ τὸ ὄνομα τοῦ Gay-Lussac. Πλήρης διερεύνησις αὐτοῦ θὰ γίνῃ εἰς τὸ περὶ θερμότητος κεφάλαιον (§ 388 κ. ἑ.)

ΕΥΡΕΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

§ 229. ***Ἀπόλυτος πυκνότης.*** Ὁ προσδιορισμὸς τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων γίνεται διὰ μεθόδου ἀναλόγου πρὸς τὴν τῆς Ληκύθου. Χρησιμοποιοῦμεν πρὸς τοῦτο δοχεῖον ὑάλινον, τὸ ὁποῖον κλείεται ἀεροστεγῶς διὰ στρόφιγγος. Δι' ἀραιτλίας ἀφαιροῦμεν ὅσον τὸ δυνατὸν τελειότερον τὸν ἀέρα ἐκ τῆς συσκευῆς, καὶ ἀφοῦ κλείσωμεν τὴν στρόφιγγα ζυγίζομεν αὐτὴν καὶ ἔστω τὸ βάρος β. Ἔπειτα πληροῦμεν τὴν συσκευὴν διὰ τοῦ ἀερίου, τοῦ ὁποίου τὴν πυκνότητα ζητοῦμεν, μετροῦντες συγχρόνως τὴν πίεσιν p καὶ τὴν θερμοκρασίαν θ καὶ ζυγίζομεν ἐκ νέου, ἔστω δὲ τὸ βάρος β′. Ἡ διαφορὰ τῶν δύο βαρῶν β′—β μᾶς δίδει τὸ βάρος τοῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου περιεχομένου ἀερίου.

Ζυγίζομεν ἔπειτα τὸ δοχεῖον πλῆρες ὕδατος θερμοκρασίας θ καὶ ἔστω τὸ βάρος β″. Τὸ βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι β″—β καὶ ἐπομέ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νως ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ πίεσιν p καὶ θερμοκρασίαν θ εἶναι (πρβλ. § 204):

$$(1) \qquad D_{p,\theta} = \frac{\beta' - \beta}{\beta'' - \beta} \cdot D_{Y,\theta}$$

ὅπου $D_{Y,\theta}$ ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς θερμοκρασίαν θ.

Ἡ πυκνότης D_0 ὑπὸ κανονικὴν πίεσιν $p_0 = 760$ m m Hg καὶ θερμοκρασίαν 0^o Κελσίου εὑρίσκεται κατὰ τὸν νόμον Mariotte-Boyle ὡς ἑξῆς:

Ἔστω V ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ὑπὸ πίεσιν p καὶ θερμοκρασίαν θ, V_0 ὁ ὄγκος ὑπὸ πίεσιν $p_0 = 760$ καὶ θερμοκρασίαν 0^o καὶ m ἡ μᾶζα αὐτοῦ.

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς πυκνότητος ἔχομεν τὴν ἰσότητα:

$$m = V \cdot D_{p,\theta} = V_0 \, D_0$$

ὅθεν:

$$D_0 = D_{p,\theta} \frac{V}{V_0}$$

καὶ ἂν εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ἀντικαταστήσωμεν τὸν λόγον $V : V_0$ διὰ τῆς τιμῆς του ἐκ τῆς ἐξισώσεως 3 τῆς § 228, εὑρίσκομεν:

$$(2) \qquad D_0 = D_{p,\theta} \cdot \frac{p_0}{p} \left(1 + \frac{1}{273} \theta \right) = D_{p,\theta} \; \frac{760}{p} \cdot \frac{273 + \theta}{273}$$

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ἡ πίεσις p μετρεῖται εἰς m m Hg ἡ δὲ θερμοκρασία εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

§ 230. ***Σχετικὴ πυκνότης.*** Ἡ κατὰ τὰς ἐξισώσεις 1, 2 ὑπολογιζομένη πυκνότης εἶναι ἡ *ἀπόλυτος πυκνότης* τοῦ ἀερίου, ὁ λόγος δηλ. τῆς μάζης αὐτοῦ πρὸς τὸν ὄγκον, καὶ εἶναι διάφορος ὑπὸ διαφόρους συνθήκας. Ἐκτὸς ὅμως ταύτης μεταχειριζόμεθα πολλάκις τὴν *σχετικὴν πυκνότητα*, τὸν λόγον δηλ. τῆς μάζης τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν. Ἂν εἶναι D ἡ ἀπόλυτος πυκνότης τοῦ ἀερίου καὶ D′ ἡ ἀπόλυτος πυκνότης τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, αἱ μᾶζαι ὑπὸ ὄγκον V θὰ εἶναι V D καὶ V D′ ὅθεν ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ἀερίου:

$$(3) \qquad \delta = \frac{D}{D'}$$

Παρατηροῦμεν ὅτι ἐφ᾽ ὅσον ἀμφότερα τὰ ἀέρια ἀκολουθοῦν τοὺς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

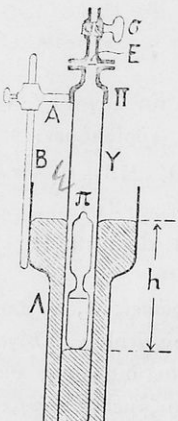
νόμους Mariotte-Boyle καὶ Gay-Lussac αἱ ἀπόλυτοι πυκνότητες D καὶ D′ μεταβάλλονται ὁμοίως μετὰ τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας, ἑπομένως ὁ λόγος αὐτῶν μένει ἀμετάβλητος. Ἤτοι: *Ἡ σχετικὴ πυκνότης τῶν ἀερίων εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας.*

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3) λαμβάνομεν:

$$D = \delta\, D' \tag{4}$$

ἤτοι: ἡ ἀπόλυτος πυκνότης ἀερίου ἰσοῦται πρὸς τὴν σχετικὴν αὐτοῦ πυκνότητα ἐπὶ τὴν ἀπόλυτον πυκνότητα τοῦ ἀέρος. Ἡ ἐξίσωσις (4) εἶναι ἡ αὐτὴ πρὸς τὴν τελευταίαν ἐξίσωσιν τῆς § 202.

Ἡ εὕρεσις τῆς σχετικῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων γίνεται εὐκολώτατα διὰ μεθόδου, τὴν ὁποίαν ὁ Bunsen ὑπέδειξε, καὶ τὴν ὁποίαν, ἂν καὶ ἀναγομένην εἰς τὴν ἀεροδυναμικήν, θὰ ἐκθέσωμεν ἐνταῦθα διὰ νὰ μὴ ἐπανερχώμεθα εἰς τὸ ζήτημα τοῦτο.



Σχ. 196.

Εἰς τὴν § 215 εἴδομεν ὅτι ἡ ταχύτης ἐκροῆς ὑγροῦ ἐκ μικρᾶς ὀπῆς εἶναι $v = \sqrt{\frac{2\,p}{D}}$, ὅπου p ἡ πίεσις καὶ D ἡ πυκνότης. Ἀλλ' ἐπειδὴ αἱ σκέψεις, αἱ ὁποῖαι μᾶς ἔφεραν εἰς αὐτὸν τὸν τύπον δὲν συνδέονται μὲ τὴν φύσιν τοῦ ὑγροῦ ὡς ὑγροῦ, ἀλλ' ἁπλῶς ὡς *ρευστοῦ*, ἔπεται ὅτι ἐφαρμόζονται καὶ ἐπὶ τῶν ἀερίων, καὶ ἑπομένως ὁ τύπος ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἀέρια. Ἂν λοιπὸν ἔχωμεν δύο ἀέρια, τῶν ὁποίων αἱ πυκνότητες εἶναι D, D′, αἱ ταχύτητες ἐκροῆς διὰ τῆς αὐτῆς ὀπῆς καὶ ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν θὰ εἶναι:

$$v = \sqrt{\frac{2\,p}{D}} \quad , \quad v' = \sqrt{\frac{2\,p}{D'}}$$

ὅθεν:

$$v : v' = \sqrt{D : D'} \tag{5}$$

Αἱ ταχύτητες ἐκροῆς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν τετραγωνικῶν ριζῶν τῶν πυκνοτήτων.

Οἱ χρόνοι T, T′ οἱ ἀπαιτούμενοι διὰ νὰ ἐκρεύσῃ ὁ αὐτὸς ὄγκος τῶν δύο ἀερίων εἶναι ἀντιστρόφως ἀναλογοι τῶν ταχυτήτων ἐκροῆς, ὅθεν:

$$T : T' = v' : v = \sqrt{D : D'}$$

καὶ:

$$D : D' = T^2 : T'^2$$

Αἱ πυκνότητες τῶν ἀερίων εἶναι ἀνάλογοι τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων κατὰ τοὺς ὁποίους ἐκρέουν ἴσοι ὄγκοι αὐτῶν ἐκ τῆς αὐτῆς ὀπῆς ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης στηριζόμενος διεμόρφωσεν ὁ Bunsen τὴν ἑξῆς μέθοδον μετρήσεως.

Ὁ σωλὴν Σ (σχ. 196) ἀνοικτὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον κλείεται κατὰ τὸ ἄλλο ἀεροστεγῶς διὰ μεταλλίνου πώματος Π, τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς σωλῆνα κλειόμενον διὰ τῆς στρόφιγγος σ. Εἰς τὴν θέσιν Ε παρεμβάλλεται λεπτὸν ἔλασμα ἐκ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λευκοχρύσου, τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἀεροστεγῶς εἰς τὸ μετάλλινον πῶμα καὶ φέρει κατὰ τὸ μέσον μικροτάτην ὀπήν.

Θέτομεν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος τὸν ὑάλινον πλωτῆρα π, καὶ ἀφοῦ πληρώσωμεν τὸν σωλῆνα ἀερίου, τὸν βυθίζομεν, μὲ κλειστὴν τὴν στρόφιγγα σ, ἐντὸς λεκάνης Λ καταλλήλου σχήματος καὶ πλήρους ὑδραργύρου, φέρομεν δὲ πάντοτε αὐτὸν εἰς τὴν ἰδίαν θέσιν, ὁριζομένην ἀπὸ τὸ ὕψος τοῦ στηρίγματος Α ἐπὶ τοῦ στελέχους Β. Ἀνοίγομεν μετὰ ταῦτα τὴν στρόφιγγα σ, ὅτε τὸ ἀέριον ὡς ἐκ τῆς πιέσεως τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης h ἐκρέει ἐκ τῆς ὀπῆς τοῦ ἐλάσματος Ε καὶ ἡ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου ἀνέρχεται.

Διὰ διόπτρας παρατηροῦμεν τὴν ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου ἐμφάνισιν τοῦ ἀνωτάτου ἄκρου τοῦ πλωτῆρος καὶ μιᾶς γραμμῆς χαραγμένης ἐπ' αὐτοῦ καὶ μετροῦμεν τὸν μεταξὺ τῶν δύο ἐμφανίσεων χρόνον. Ὁ χρόνος οὗτος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἐκροὴν ὡρισμένου ὄγκου ἀερίου ὑπὸ τὰς αὐτὰς πάντοτε συνθήκας.

Οὕτω μετροῦντες τὸν χρόνον ἐκροῆς ἴσων ὄγκων τοῦ ἐξεταζομένου ἀερίου καὶ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας πιέσεως, εὑρίσκομεν τὴν σχετικὴν πυκνότητα τοῦ ἀερίου. Ἔχοντες δὲ τὴν σχετικὴν πυκνότητα, εὑρίσκομεν κατὰ τὸν τύπον (4) τὴν ἀπόλυτον πυκνότητα διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἐπὶ τὴν γνωστὴν ἀπόλυτον πυκνότητα τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ὑπὸ πίεσιν 760 m m Hg καὶ θερμοκρασίαν 0^{0} εἶναι ἴση πρὸς $1{,}2932 \cdot 10^{-3}$ CGS.

ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

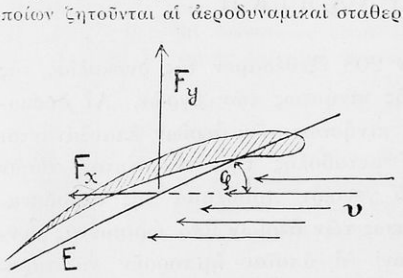
§ 231. Εἰς τὴν παράγραφον 208 ἐξεθέσαμεν τὰς δυσκολίας, τὰς ὁποίας παρουσιάζει ἡ ἔρευνα τῆς κινήσεως τῶν ὑγρῶν. Αἱ δυσκολίαι αὗται προκειμένου περὶ τῆς κινήσεως τῶν ἀερίων ἐπαυξάνονται ἔτι μᾶλλον ὡς ἐκ τῆς μεγάλης μεταβολῆς τῆς πυκνότητος αὐτῶν μετὰ τῆς πιέσεως. Καὶ ὅμως τὸ γενικὸν πρόβλημα τῆς ἀεροδυναμικῆς, ἡ ἐξέτασις δηλ. τῆς κινήσεως τῶν ἀερίων ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας καθὼς καὶ τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἠμποροῦν νὰ παραγάγουν δοθεῖσαν κίνησιν ἢ αἱ ὁποῖαι ὑπὸ τοῦ κινουμένου ἀερίου ἐξασκοῦνται ἐπὶ σωμάτων ἐντὸς αὐτοῦ εὑρισκομένων, μολονότι πρὸ μικροῦ σχετικῶς χρόνου θεωρητικὴν εἶχε κυρίως σημασίαν, σήμερον, ὡς ἐκ τῆς καταπληκτικῆς ἀναπτύξεως τῆς ἀεροπορίας, κατέλαβεν ἐντελῶς πρωτεύουσαν θέσιν μεταξὺ τῶν ἀντικειμένων τῆς φυσικῆς ἐρεύνης. Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης ἐνδιαφέρουν πρὸ παντὸς αἱ δυνάμεις αἱ ἐξασκούμεναι ὑπὸ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν σχετικὴν αὐτοῦ κίνησιν ὡς πρὸς ὡρισμένον σῶμα, διότι τὰς δυνάμεις ταύτας πρέπει

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νὰ ὑπερνικήσωμεν διὰ νὰ κινήσωμεν τὸ ἀερόπλοιον ἐντὸς τοῦ ἀέρος, αὐτὰς θὰ χρησιμοποιήσωμεν διὰ νὰ μεταδώσωμεν διὰ τῆς ἕλικος τὴν κίνησιν εἰς τὴν ἱπταμένην μηχανήν, αὐτὰς τέλος θὰ χρησιμοποιήσωμεν διὰ νὰ στηρίξωμεν εἰς τὸν ἀέρα τὴν βαρυτέραν εἰδικῶς τοῦ ἀέρος συσκευήν, ἀεροπλάνον ἢ ἑλικόπτερον. Ἀλλὰ καὶ ἡ χρησιμοποίησις τοῦ ἀνέμου ὡς κινητηρίου δυνάμεως εἴτε εἰς τοὺς ἀνεμομύλους εἴτε εἰς τὴν ἱστιοπλοΐαν προϋποθέτει γνῶσιν, κατὰ προσέγγισιν τοὐλάχιστον, τῶν στοιχειωδῶν ἀεροδυναμικῶν νόμων.

Ἂν ἦτο δυνατὸν νὰ λύσωμεν τὸ γενικὸν πρόβλημα τῆς ἀεροδυναμικῆς, ὅπως τοῦτο ἐτέθη εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς παραγράφου ταύτης, θὰ προέκυπτεν ἀφ' ἑαυτῆς ἡ γνῶσις τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι πρακτικῶς μᾶς ἐνδιαφέρουν. Δυστυχῶς ὅμως καὶ τὰ μέχρι τοῦδε πειραματικὰ δεδομένα δὲν ἀρκοῦν διὰ νὰ τεθοῦν στερεαὶ βάσεις ἀεροδυναμικῆς θεωρίας, ἀλλὰ καὶ αἱ μέθοδοι τῆς μαθηματικῆς ἐρεύνης δὲν εἶναι τόσον ἀνεπτυγμέναι, ὥστε ἡ ἀντιμετώπισις τοῦ γενικοῦ προβλήματος νὰ ἔχῃ ἐλπίδα ἐπιτυχίας. Διὰ τοῦτο ἡ ἔρευνα, πειραματικὴ ἰδίως, περιορίζεται πρὸς τὸ παρὸν εἰς εἰδικὰ προβλήματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἄμεσον σχέσιν μὲ τὰς ἐπιδιωκομένας ἐφαρμογάς.

§ 232. ***Πειραματικὸς προσδιορισμὸς τῶν δυνάμεων.*** Αἱ ἐπιφάνειαι, τῶν ὁποίων ζητοῦνται αἱ ἀεροδυναμικαὶ σταθεραί, ἐκτίθενται ὑπὸ διαφόρους κλίσεις εἰς ρεῦμα ἀέρος γνωστῆς ταχύτητος καὶ διὰ καταλλήλων δυναμομέτρων μετρεῖται ἡ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ρεύματος συνιστῶσα τῆς δυνάμεως καὶ ἡ κάθετος ἐπ' αὐτήν. Ἂν ζητεῖται καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης (ἐφ' ὅσον ὑπάρχει συνισταμένη, πρβλ. § 87) μεταχειριζόμεθα διάφορα δυναμόμετρα, διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὰς ροπὰς τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς γνωστοὺς ἄξονας, καὶ ἐκ τούτων εὐκόλως εὑρίσκομεν τὸ ζητούμενον σημεῖον ἐφαρμογῆς.



Σχ. 197.

Αἱ ἐπιφάνειαι εἴτε κινοῦνται ἐντὸς ἠρεμοῦντος ἀέρος εἴτε, ἀκίνητοι αὐταί, ἐκτίθενται εἰς τὸ ρεῦμα. Ἠμποροῦμεν π. χ. νὰ θέσωμεν τὴν ἐξεταζομένην ἐπιφάνειαν καὶ τὰ ὄργανα τῆς μετρήσεως ἐπὶ αὐτοκινήτου, τὸ ὁποῖον κινεῖται ἐπὶ εὐθείας ὁδοῦ, ἢ νὰ στερεώσωμεν τὴν ὅλην διάταξιν εἰς τὸ ἄκρον ὁριζοντίας δοκοῦ περιστρεφομένης περὶ κατακόρυφον ἄξονα, ἢ νὰ θέσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν ἐντὸς σωλῆνος ἀρκετὰ εὐρείας τομῆς, διὰ τοῦ ὁποίου διοχετεύομεν ρεῦμα ἀέρος γνωστῆς ταχύτητος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τῶν μετρήσεων, αἱ ὁποῖαι ἕνεκα τῆς πρακτικῆς σπουδαιότητος αὐτῶν τελευταίως ἐκτελοῦνται εἰς εὐρυτάτην κλίμακα, ἐδείχθη ὅτι αἱ συνιστῶσαι F_y (ἄνωσις), κάθετος ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ρεύματος, καὶ F_x (ἀντίστασις), παράλληλος πρὸς τὸ ρεῦμα (πρβλ. σχ. 197), εἶναι ἀνάλογοι πρὸς τὸ ἐμβαδὸν Ε τῆς ἐπιφανείας καὶ πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος υ ἐφ' ὅσον ἡ τιμὴ τῆς ταχύτητος δὲν ὑπερβαίνει τὰ 50—60 μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον.

Ἠμποροῦμεν λοιπὸν νὰ θέσωμεν:

$$(1) \qquad F_x = K_x E v^2 \qquad F_y = K_y E v^2$$

ὅπου K_x, K_y εἶναι συντελεσταὶ ἐξαρτώμενοι ἀπὸ τὴν γωνίαν τῆς προσπτώσεως φ, τὴν γωνίαν δηλ. τοῦ ρεύματος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν (*) ἀπὸ τὸ γεωμετρικὸν σχῆμα τῆς ἐπιφανείας καθὼς καὶ ἀπὸ τὸν προσανατολισμὸν αὐτῆς ὡς πρὸς τὸ ρεῦμα. Οὕτω ἐπὶ ὀρθογωνίας ἐπιφανείας ἄλλοι εἶναι οἱ συντελεσταὶ ὅταν ἡ μικρὰ πλευρὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ρεύματος καὶ ἄλλοι (μεγαλήτεροι) ὅταν ἡ μεγάλη.

Καθ' ὅσον αὐξάνει ἡ γωνία προσπτώσεως ὁ μὲν συντελεστὴς K_x διαρκῶς αὐξάνει ὁ δὲ K_y αὐξάνει κατ' ἀρχὰς καὶ ἀφοῦ φθάσῃ μεγίστην τινὰ τιμὴν ἔπειτα ἐλαττώνεται. Διὰ τὰς εἰς τὴν ἀεροπορίαν χρησιμοποιουμένας γωνίας προσπτώσεως (μέχρι 15° συνήθως) ἀμφότεροι οἱ συντελεσταὶ αὐξάνουν μετὰ τῆς γωνίας προσπτώσεως.

Ἐὰν ἡ θεωρουμένη ἐπιφάνεια δὲν εἶναι ἐπίπεδος θεωροῦμεν ἓν νοητὸν ἐπίπεδον συνδεδεμένον μὲ αὐτὴν εἰς τὸ ὁποῖον ἀνάγομεν τὴν γωνίαν προσπτώσεως (πρβλ. σχ. 197). Τὸ ἐπίπεδον τοῦτο λαμβάνεται συνήθως οὕτως ὥστε εἰς γωνίαν προσπτώσεως μηδὲν νὰ ἀντιστοιχῇ ἡ τιμὴ 0 τοῦ συντελεστοῦ τῆς ἀνώσεως K_y, πολλάκις ὅμως καὶ κατ' ἄλλον τρόπον λαμβάνεται τὸ ἐπίπεδον τοῦτο (**).

Σημειωτέον ὅτι αἱ ἐπιφάνειαι περὶ τῶν ὁποίων ὁμιλοῦμεν εἶναι *φυσικαὶ* ἐπιφάνειαι, δηλ. λεπτὰ ἐλάσματα. Ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον μάλιστα αἱ ἐξεταζόμεναι ἐπιφάνειαι ἢ ἀκριβέστερον αἱ πλάκες, ἔχουν εἰς διάφορα αὐτῶν μέρη διάφορον πάχος. Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει ἡ τομὴ τῆς πλακὸς ἔχει μεγίστην ἐπίδρασιν ἐπὶ τῆς τιμῆς τῶν συντελεστῶν K_x, K_y.

§ 233. ***Γραφικὴ παράστασις τῶν συντελεστῶν K_x. K_y.*** Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) φαίνεται ἀμέσως ὅτι, ἐφ' ὅσον πρόκειται περὶ γεωμετρικῶς ὁμοίων ἐπιφανειῶν ἢ πλακῶν, ἀρκεῖ ἡ γνῶσις τῶν συντελεστῶν K_x, K_y τῶν ἀντιστοιχούντων εἰς τὰς διαφόρους τιμὰς τῆς γωνίας προσπτώσεως φ διὰ νὰ ἔχωμεν τὰς δυνάμεις, τὴν ἄνωσιν καὶ τὴν ἀντίστασιν (***).

Τοὺς συντελεστὰς τούτους παριστῶμεν γραφικῶς κατὰ ἕνα τῶν ἑξῆς δύο τρόπων:

α') Σημειώνομεν ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἄξονος τοῦ διαγράμματος τὰς γωνίας

(*) Εἰς τὴν ἀεροδυναμικὴν οὕτως ὁρίζεται ἡ γωνία προσπτώσεως· εἶνα λοιπὸν ἡ ἀεροδυναμικὴ γωνία προσπτώσεως συμπλήρωμα τῆς ὀπτικῆς.

(**) Πρβλ. τὴν ὑποσημείωσιν τῆς ἑπομένης σελίδος.

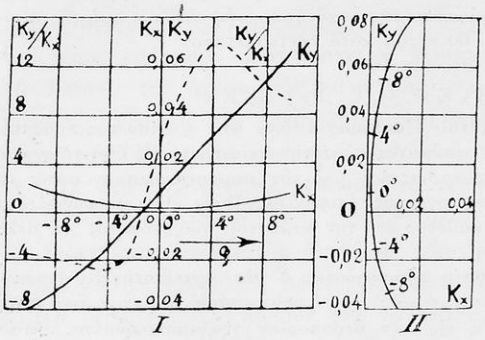
***) Ὅταν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι πολὺ μικρὰ αἱ ἐξισώσεις (1) δὲν ἰσχύουν, διότ ἡ ἐπίδρασις τῆς περιμέτρου γίνεται πολὺ αἰσθητή.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

προσπτώσεως, τὸν δὲ κατακόρυφον ἄξονα λαμβάνομεν ὡς ἄξονα τῶν τιμῶν τῶν συντελεστῶν. Οὕτω ἔχομεν δύο καμπύλας, ἐκ τῶν ὁποίων, ἡ μὲν παριστᾷ τὰς τιμὰς τοῦ K_x, ἡ δὲ τὰς τοῦ K_y (πρβλ. σχ. 198 I). Ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ διαγράμματος κατασκευάζομεν, ὑπὸ ἄλλην ἐννοεῖται κλίμακα, τὴν καμπύλην τοῦ λόγου:

$$K_y : K_y.$$

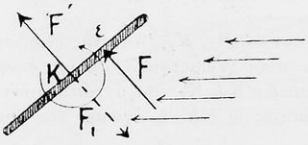
ὁ ὁποῖος εἶναι σπουδαιότατος διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογάς (*).



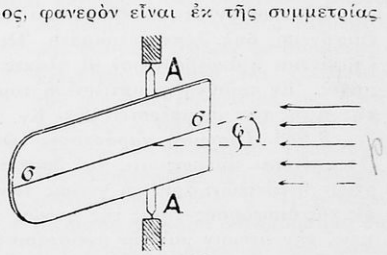
Σχ. 198.

β') Ἐπὶ τοῦ διαγράμματος λαμβάνομεν τὸν μὲν ὁριζόντιον ἄξονα ὡς ἄξονα τῶν K_x, τὸν δὲ κατακόρυφον ὡς ἄξονα τῶν K_y. Εἰς ἑκάστην γωνίαν προσπτώσεως $\varphi = 0^0, 1^0, 2^0 \ldots$ ἀντιστοιχοῦν ὡρισμέναι τιμαὶ τῶν K_x, K_y, αἱ ὁποῖαι ὁρίζουν ἐπὶ τοῦ διαγράμματος ἓν σημεῖον. Σημειώνομεν τὰ ἐκ τῶν παρατηρήσεων προσδιοριζόμενα σημεῖα ταῦτα γράφοντες παραπλεύρως τὴν τιμὴν τῆς γωνίας προσπτώσεως, ἑνώνομεν δὲ ὅλα τὰ σημεῖα διὰ συνεχοῦς καμπύλης ἡ ὁποία ὀνομάζεται ἡ *πολικὴ* τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας ἢ πλακός. Οὕτω εἰς τὸ διάγραμμα 198 I ἀντιστοιχεῖ ἡ ὑπὸ τοῦ σχήματος 198 II παριστανομένη πολική.

§ 234 ***Σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως.*** Ὅταν ἐπίπεδος ἐπιφάνεια ἔχουσα κέντρον ἐκλίθεται καθέτως εἰς ρεῦμα ἀέρος, φανερὸν εἶναι ἐκ τῆς συμμετρίας



Σχ. 199.



Σχ. 200.

ὅτι ἡ συνισταμένη δύναμις θὰ ἔχῃ τὸ κέντρον τοῦτο ὡς σημεῖον ἐφαρμογῆς. Ὅταν ὅμως ἡ γωνία προσπτώσεως ἐλαττώνεται, ἡ θέσις τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς ε τῆς δυνάμεως F μεταβάλλεται καὶ πλησιάζει ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον πρὸς τὸ πρόσθιον χεῖλος τῆς ἐπιφανείας, ἐκεῖνο δηλαδὴ τὸ ὁποῖον πρῶτον συναντᾷ τὸ ρεῦμα.

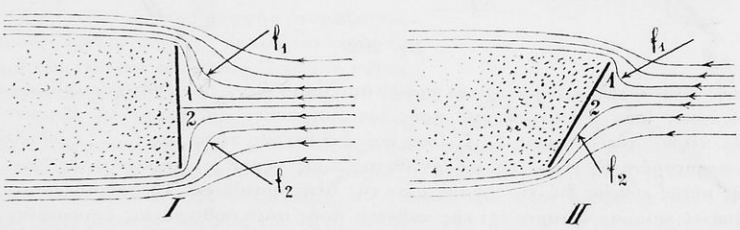
(*) Εἰς τὸ σχῆμα 198 I (N. Joukowski, Aérodynamique) τὸ ἐπίπεδον ὡς πρὸς τὸ ὁποῖον μετροῦνται ἡ γωνία προσπτώσεως ἐλήφθη οὕτως ὥστε ἡ ἄνωσις μηδενίζεται διὰ γωνίαν $\varphi = 1\ ^1/_2{}^0$.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Καθώς ὅμως εἰς τὴν § 135 ἐξεθέσαμεν, ὅταν τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως δὲν συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον τῆς μάζης Κ τοῦ σώματος (σχ. 199) ἡ δύναμις ἰσοδυναμεῖ μὲ μίαν δύναμιν F′ ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ Κ καὶ τὸ ζεῦγος F F$_1$, τὸ ὁποῖον, καθὼς ἀπὸ τὸ σχῆμα ἀμέσως φαίνεται, τείνει νὰ προσανατολίσῃ τὴν πλάκα καθέτως πρὸς τὸ ρεῦμα. Οὕτω ἂν ἡ πλὰξ κινῆται ἐλευθέρως καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρους της συμπίπτει μὲ τὸ γεωμετρικὸν αὐτῆς κέντρον ὄχι μόνον θὰ μετακινηθῇ αὕτη ὑπὸ τὴν ὥθησιν τοῦ ρεύματος, ἀλλὰ καὶ θὰ στραφῇ τείνουσα νὰ γίνῃ κάθετος ἐπὶ τὸ ρεῦμα. Ἂν δὲ τὸ κέντρον βάρους δὲν συμπίπτῃ μὲ τὸ γεωμετρικὸν κέντρον ἢ ἡ ἐπιφάνεια δὲν ἔχῃ κέντρον, ἡ θέσις τῆς ἰσορροπίας τῆς ἐλευθέρας πλακὸς εἶναι εἰς ἐκείνην τὴν γωνίαν προσπτώσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ συνισταμένη δύναμις διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους.

Πειραματικῶς προσδιορίζομεν τὴν θέσιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς στερεώνοντες τὴν ἐπιφάνειαν ἐπὶ τοῦ ἄξονος Α Α (σχ. 200) καὶ μετροῦντες τὴν γωνίαν τῆς προσπτώσεως ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἰσορροπεῖ ὅταν ἐκτεθῇ εἰς τὸ ρεῦμα Ρ. Ἡ συνισταμένη διέρχεται βεβαίως διὰ τοῦ ἄξονος, καὶ ἂν ἡ ἐπιφάνεια ἔχῃ εὐθεῖαν συμμετρίας σ σ, θὰ διέρχεται ἡ συνισταμένη καὶ δι' αὐτῆς, ὥστε τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς εἶνε τὸ ε. Μεταβάλλοντες τὴν θέσιν τοῦ ἄξονος Α Α εὑρίσκομεν τὴν εἰς διαφόρους γωνίας προσπτώσεως ἀντιστοιχοῦσαν θέσιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως. Ὅταν ἡ ἐπιφάνεια δὲν εἶναι ἐπίπεδος ἀλλὰ κυρτὴ ἢ κοίλη, μὴ ἀπομακρυνομένη ὅμως πολὺ τοῦ ἐπιπέδου, τὰ φαινόμενα εἶναι ἐντελῶς παραπλήσια. Ἐννοεῖται ὅμως ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν ἐνταῦθα νὰ ἐξαντληθῇ τὸ θέμα τοῦτο.

§ 235. ***Κίνησις τοῦ ἀερίου περὶ τὸ σῶμα.*** Τὴν κίνησιν τοῦ ἀερίου περὶ τὴν πλάκα ἐρευνῶμεν προσδιορίζοντες διὰ μικρῶν ἀνεμοδεικτῶν, δηλ. ἐλαφρῶν



Σχ. 201.

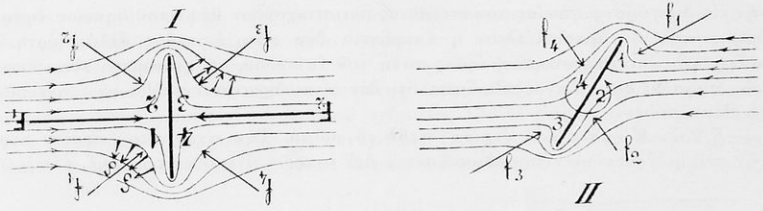
νημάτων προσηρμοσμένων εἰς λεπτὰς βελόνας, τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀερίου ρεύματος εἰς διάφορα σημεῖα τοῦ χώρου περὶ τὴν πλάκα. Οὕτω λαμβάνομεν τὸ διάγραμμα τῆς κινήσεως σχεδιάζοντες τὰς γραμμὰς ροῆς οὕτως, ὥστε ἡ ἐφαπτομένη των νὰ συμπίπτῃ εἰς ἕκαστον σημεῖον πρὸς τὴν πειραματικῶς προσδιορισθεῖσαν διεύθυνσιν τοῦ ρεύματος. Προκειμένου π. χ. περὶ πλακὸς ἐπιπέδου καὶ ὀρθογωνίας τὸ διάγραμμα παρίσταται ὑπὸ τοῦ σχήματος 201.

Παρατηροῦμεν ὅτι ὄπισθεν τῆς πλακὸς ὑπάρχει χῶρος, εἰς τὸν ὁποῖον ἡ κίνησις τοῦ ρευστοῦ δὲν ἔχει σταθερὰν διεύθυνσιν, ἀλλ' εἶναι στροβιλώδης, οὕτως ὥστε εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδιορίσωμεν γραμμὰς ροῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ σημασία τοῦ χώρου τούτου τῆς στροβιλώδους κινήσεως εἶναι θεμελιώδης. Ἂν θελήσωμεν θεωρητικῶς νὰ εὕρωμεν τὴν κίνησιν ρευστοῦ περὶ λεπτὴν ἐπίπεδον ἐπιμήκη ὀρθογωνίαν πλάκα ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τὸ ρευστὸν εἶναι ἀσυμπίεστον καὶ δὲν ὑπάρχει τριβή, οὔτε ἐσωτερικὴ οὔτε μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τῆς πλακός, εὑρίσκομεν τὰ διαγράμματα τοῦ σχήματος 202 τὰ ὁποῖα διαφέρουν ἀπὸ τὰ τοῦ σχήματος 201 ὡς πρὸς τὸ ὄπισθεν τῆς πλακὸς μέρος. Λείπει δηλ. ἀπὸ αὐτὰ ὁ χῶρος τῆς στροβιλώδους κινήσεως καὶ τὸ διάγραμμα ὄπισθεν τῆς πλακὸς εἶναι ἐντελῶς συμμετρικὸν πρὸς τὸ ἔμπροσθεν.

Εἰς τὸ διάγραμμα 202 I, ἡ ὑγρὰ φλὲψ 1 ἀναγκάζεται νὰ ἀλλάξῃ διεύθυνσιν, λαμβάνει δηλ. ἐπιτάχυνσιν, τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις παρίσταται ὑπὸ τῶν βελῶν. Διὰ νὰ προσδοθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη χρειάζονται δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι δὲν ἠμποροῦν νὰ προέρχωνται παρὰ ἀπὸ τὴν ἐμποδίζουσαν τὴν κίνησιν τοῦ ρευστοῦ ἐπιφάνειαν. Τὸ δὲ ρευστόν, κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς πλακὸς δυνάμεις ἴσας καὶ ἀντιθέτους, τῶν ὁποίων ἡ ὁλικὴ συνισταμένη εἶναι ἡ f_1. Τὸ μέρος 2 τοῦ ρεύματος ἐξασκεῖ ὁμοίως ἐπὶ τῆς πλακὸς τὴν δύναμιν f_2, αἱ δὲ δύο αὗται δυνάμεις f_1 f_2 συντιθέμεναι παρέχουν τὴν ὁλικὴν ὤθησιν F_1. Ἀλλὰ εἰς τὸ ὄπισθεν μέρος τῆς πλακός, ὅπου αἱ γραμμαὶ



Σχ. 202.

ροῆς εἶναι ἐντελῶς συμμετρικαὶ πρὸς τὰς ἔμπροσθεν, τὸ ρευστὸν λαμβάνει ἐπιταχύνσεις ἴσας καὶ ἀντιθέτους πρὸς τὰς ἔμπροσθεν καὶ ἑπομένως ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς πλακὸς τὰς δυνάμεις f_3, f_4 ἴσας καὶ ἀντιθέτους πρὸς τὰς f_1, f_2, τῶν ὁποίων ἡ συνισταμένη F_2 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_1 εὑρίσκεται δὲ καὶ ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας διὰ τὴν συμμετρίαν τῆς ὅλης διατάξεως. Τὸ ρεῦμα λοιπὸν δὲν ἐξασκεῖ καμμίαν δύναμιν ἐπὶ τῆς καθέτου πρὸς αὐτὸ ὀρθογωνίας ἐπιφανείας καὶ ἑπομένως δὲν τείνει νὰ παρασύρῃ αὐτήν, ἢ καὶ ἄλλως ἡ ὀρθογωνία ἐπιφάνεια κινεῖται καθέτως πρὸς ἑαυτὴν ἐντὸς τοῦ ρευστοῦ ἄνευ ἀντιστάσεως.

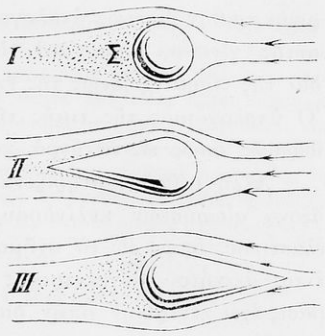
Εἰς τὸ διάγραμμα 202 II ἔχομεν ἐπίσης τὰς δυνάμεις f_1, f_2 ἴσας καὶ παραλλήλους ἀντιστοίχως πρὸς τὰς f_3, f_4. Ἀλλ' ἐπειδὴ εἰς τὰς θέσεις 1, 3 ἡ μεταβολὴ τῆς κινήσεως εἶναι πολὺ μεγαλητέρα ἢ εἰς τὰς θέσεις 2, 4 αἱ δυνάμεις f_1, f_3 εἶναι μεγαλήτεραι τῶν f_2, f_4 καὶ οὕτω ἡ μὲν ὁλικὴ συνισταμένη εἶναι μηδέν, ὑπάρχει ὅμως, καθὼς ὁ ἀκριβὴς ὑπολογισμὸς δεικνύει, συνιστάμενον ζεῦγος κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους τεῖνον νὰ καταστήσῃ τὴν ἐπιφάνειαν κάθετον ἐπὶ τὸ ρεῦμα.

Καὶ πλαγίως λοιπὸν κινούμενον τὸ ὀρθογώνιον δὲν εὑρίσκει ἀντίστασιν εἰς τὴν μετακίνησίν του, ἀλλ' ἁπλῶς τείνει νὰ καταστῇ κάθετον ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεώς του.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἄλλως ἔχουν τὰ πράγματα εἰς τὴν κίνησιν πραγματικοῦ ρευστοῦ, ὑγροῦ ἢ ἀερίου, ἡ ὁποία παρίσταται ἀπὸ τὸ διάγραμμα 279. Αἱ δυνάμεις f_1, f_2 ὑπάρχουν ὅπως καὶ κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ ἰδανικοῦ ρευστοῦ, ἀλλὰ τὸ διάγραμμα τῆς ροῆς ὄπισθεν τοῦ κωλύματος δὲν εἶναι πλέον συμμετρικὸν πρὸς τὸ ἔμπροσθεν ἕνεκα τῆς ἀναπτύξεως τῶν στροβίλων. Αἱ δυνάμεις f_3, f_4 αἱ ἐξουδετερώνουσαι τὰς f_1, f_2 λείπουν, καὶ ὄχι μόνον τοῦτο ἀλλά, καθὼς ἡ παρατήρησις δεικνύει εἰς τὸν στροβιλώδη χῶρον ἔχομεν ὤφεσιν τῆς πιέσεως, ἕνεκα τῆς ὁποίας ἐπὶ τῆς πλακὸς ἐνεργοῦν δυνάμεις *κατὰ τὴν φορὰν* τῶν f_1 f_2.

§ 236. ***Ἰχθυοειδῆ σώματα.*** Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταφαίνεται ὅτι, ἡ ἀντίστασις τὴν ὁποίαν εὑρίσκει σῶμα κινούμενον ἐντὸς ρευστοῦ προέρχεται κυριώτατα ἐκ τῶν στροβίλων, οἱ ὁποῖοι σχηματίζονται ὄπισθεν αὐτοῦ καὶ ἑπομένως, ἂν ἦτο δυνατὸν νὰ ἀποφύγωμεν τὸν σχηματισμὸν τῶν στροβίλων τούτων, θὰ ἠλαττοῦτο κατὰ πολὺ ἡ ἀντίστασις. Τοῦτο κατορθώνομεν διαμορφώνοντες καταλλήλως τὸ ὀπίσω μέρος τοῦ σώματος οὕτως ὥστε τοῦτο νὰ καταλαμβάνῃ ὅλον τὸν χῶρον, τὸν ὁποῖον ἄλλως θὰ κατελάμβανον οἱ ἐπιβλαβεῖς στρόβιλοι, ἡ δὲ ἐπιφάνειά του νὰ προσαρμόζεται ὅσον τὸ δυνατὸν καλήτερον πρὸς σαφῶς ἐκδηλωμένας γραμμὰς ροῆς. Ἡ κυρία αἰτία τῆς ἀντιστάσεως εἶναι τώρα ἡ τριβὴ μεταξὺ τοῦ ρευστοῦ καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος καὶ οἱ κατὰ μῆκος τῆς ἐπιφανείας ταύτης ἀναπτυσσόμενοι μικροὶ στρόβιλοι.



Σχ. 203.

Σώματα τοιαύτης μορφῆς ὀνομάζονται γενικῶς ἰχθυοειδῆ κατ' ἀναλογίαν πρὸς τὸ σῶμα τῶν ἰχθύων, τὸ ὁποῖον ἐξειλίχθη οὕτως ὥστε νὰ παρουσιάζῃ κατὰ τὴν ἐντὸς τοῦ ὕδατος κίνησιν τὴν ἐλαχίστην ἀντίστασιν.

Ἂν π. χ. ἔχωμεν σφαῖραν κινουμένην ἐντὸς ρευστοῦ, ἤ, ὅπερ τὸ αὐτό, ρευστὸν κινούμενον ὡς πρὸς ἀκίνητον σφαῖραν, σχηματίζονται ὄπισθεν τῆς σφαίρας στρόβιλοι Σ καταλαμβάνοντες χῶρον, ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν μορφὴν ἐπιμήκους κώνου (σχ. 203 I). Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν εὑρίσκει ἡ σφαῖρα κατὰ τὴν ἐντὸς τοῦ ρευστοῦ κίνησίν της, ἢ ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν τὸ ρεῦμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς ἀκινήτου σφαίρας, ἐλαττώνεται κατὰ πολὺ ἂν προσαρμόσωμεν εἰς τὸ ὀπίσω μέρος τῆς σφαίρας κῶνον, ὅπως εἰς τὸ σχ. 203 II δεικνύεται, ὁ ὁποῖος ἐμποδίζει κατὰ τὸ πλεῖστον τὸν σχηματισμὸν τῶν στροβίλων. Ἂν ἀναστρέψωμεν τὸ σῶμα οὕτως, ὥστε ἡ κορυφὴ τοῦ κώνου νὰ εἶναι ἐστραμμένη πρὸς τὸ ρεῦμα, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 203 III, οἱ στρόβιλοι σχηματίζονται ὄπισθεν αὐτοῦ ὅπως καὶ ὄπισθεν τῆς ἁπλῆς σφαίρας καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἀντίστασις δὲν ἐλαττοῦται αἰσθητῶς.

Ἐκ τῆς συντόμου καὶ ποιοτικῆς ταύτης ἐκθέσεως τῶν φαινομένων τῆς ροῆς ρευστοῦ περὶ ἀκίνητον κώλυμα, ἢ τῆς κινήσεως στερεοῦ ἐντὸς ἠρεμοῦντος ρευστοῦ καταφαίνεται, ὅτι τὸ ὀπίσω κυρίως μέρος τοῦ σώματος ἔχει σημασίαν καὶ εἰς τούτου τὴν διαμόρφωσιν πρέπει νὰ ἐπιστήσωμεν τὴν προσοχήν μας καθὼς καὶ εἰς τὸ ὅσον τὸ δυνατὸν λεῖον τῆς ἐπιφανείας, διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀντιστάσεως. Οὕτω εἰς τὰ πλοῖα μεγαλητέραν σημασίαν ἔχει διὰ τὴν ταχυπλοΐαν ἡ διαμόφωσις τῆς πρύμνης ἢ ἡ τῆς πρώρας, καθὼς δὲ κατωτέρω θὰ ἴδωμεν, εἰς τὸ σῶμα τῶν ἀεροπλοίων δίδεται ἰχθυοειδὴς μορφή, αἱ φέρουσαι ἐπιφάνειαι τῶν ἀεροπλάνων ἔχουν τομὴν ἰχθυοειδῆ, εἶνε δὲ γνωστὴ ὅτι καὶ τῶν αὐτοκινήτων τὸ σῶμα καὶ τὰ ἐξαρτήματαἐξελίσσονται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον συμφώνως πρὸς τὸν ἰχθυοειδῆ τύπον. Οὕτω κατωρθώθη, δι' ἐνισχύσεως βεβαίωστοῦ κινητῆρος ἀλλ' ἐπίσης διὰ καταλλήλου διαμορφώσεως τοῦ σχήματος, νὰ ὑπερβῇ ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου τὰ 200 χιλιόμετρα τὴν ὥραν, τοῦ δὲ ἀεροπλάνου τὰ 300.

ΕΣΩΤΕΡΙΚΗ ΤΡΙΒΗ

§ 237. Τὰ ἀέρια παρουσιάζουν κατὰ τὴν κίνησίν των ἐσωτερικὴν τριβὴν ἐντελῶς ἀνάλογον πρὸς τὴν τῶν ὑγρῶν, ἡ δὲ μέτρησις αὐτῆς γίνεται, ὅπως καὶ εἰς τὰ ὑγρά, δι' ἐμμέσων μεθόδων, π. χ. διὰ τῆς παρατηρήσεως τῆς ἐκροῆς διὰ μακρῶν καὶ στενῶν σωλήνων. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς τιμῆς τῆς σταθερᾶς ἐσωτερικῆς τριβῆς γίνεται ἀκριβῶς ὅπως εἰς τὰ ὑγρὰ κατὰ τοὺς τύπους τῆς § 212.

Ἄλλη μέθοδος στηρίζεται ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως τῶν περὶ τὸν ἄξονα αἰωρήσεων κυλίνδρου ἢ δίσκου ἐξηρτημένου διὰ σύρματος ἐλαστικοῦ, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 131 (§ 155 σελ. 156) καὶ κινουμένου ἐντὸς ἀκινήτου συγκεντρικῆς κυλινδρικῆς θήκης, τῆς ὁποίας ἡ ἄνω βάσις ἔχει κεντρικὴν ὀπὴν διὰ τὴν δίοδον τοῦ σύρματος ἐξαρτήσεως.

Ἕνεκα τῆς ἐσωτερικῆς τριβῆς τοῦ μεταξὺ τοῦ αἰωρουμένου κυλίνδρου καὶ τῆς ἀκινήτου θήκης ἀερίου αἱ αἰωρήσεις εἶναι ὄχι ἀμείωτοι ἀλλὰ φθίνουσαι, ἐκ δὲ τοῦ πειραματικῶς εὑρισκομένου νόμου τῆς ἀποσβέσεως εὑρίσκομεν τὴν σταθερὰν ἐσωτερικῆς τριβῆς τοῦ ἀερίου. Εἰς τὴν θεωρίαν τῆς μετρήσεως ταύτης δὲν θὰ εἰσέλθωμεν.

Ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ τῶν ἀερίων, διάφορος διὰ τὰ διάφορα ἀέρια, ἐξαρτᾶται ὅπως καὶ ἡ τῶν ὑγρῶν ἐκ τῆς θερμοκρασίας καὶ αὐξάνεται αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας ἀντιθέτως πρὸς τὴν τῶν ὑγρῶν, ἡ ὁποία ἐλαττώνεται αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας. Εἶναι ὅμως ἀνεξάρτητος τῆς πυκνότητος. Τὴν ἐκ πρώτης ὄψεως παράδοξον ἴσως ταύτην ἰδιότητα προεῖπεν ὁ Maxwell ὡς συνέπειαν τῆς κινητικῆς θεωρίας τῶν ἀερίων, ἡ δὲ πειραματικὴ ἔρευνα ἐπεβεβαίωσε τὴν πρόρρησιν ταύτην.

Οὕτω εὑρέθη, ὅτι ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος καὶ τοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος δὲν παρουσιάζει καμμίαν σχεδὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μεταβολὴν ὅταν ἡ πίεσις μεταβάλλεται ἀπὸ 2 μέχρι 750 mm Hg.

Ὅταν ὅμως ἡ πίεσις γίνῃ πολὺ μικρά, μικροτέρα τοῦ 0,1 mm Hg ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ ἐλαττοῦται, ἐπίσης δὲ αὐξάνεται ὅταν ἡ πίεσις γίνῃ πολὺ μεγάλη ὑπερβαίνουσα κατὰ πολὺ τὴν πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας.

Ὁ ἑπόμενος πίναξ παρέχει τὰς τιμὰς τοῦ συντελεστοῦ ἐσωτερικῆς τριβῆς διά τινα ἀέρια ὑπὸ θερμοκρασίαν 15°.

Ἀτμοσφ. ἀὴρ	η=0,000 179
H	0,000 0923
CO^2	0,000 152.

Σημ. ***Ὀλίσθησις.*** Κατὰ τὴν θεωρητικὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τοῦ Poiseulle προϋποτίθεται ὅτι τὸ διὰ τοῦ σωλῆνος ἐκρέον ὑγρὸν μένει ἀκίνητον ἐκεῖ ὅπου ἐγγίζει τὴν παρειὰν τοῦ σωλῆνος. Ἀκριβεῖς μετρήσεις ἔδειξαν, ὅτι ἡ ὑπόθεσις αὕτη, τόσον διὰ τὰ ὑγρὰ ὅσον καὶ διὰ τὰ ἀέρια δὲν εἶναι ὀρθή. Πράγματι τὸ εἰς ἄμεσον ἐπαφὴν πρὸς τὴν παρειὰν εὑρισκόμενον ρευστὸν ὀλισθαίνει κατὰ μῆκος αὐτῆς, ἡ δὲ ὀλίσθησις αὕτη ἐπιδρᾷ βεβαίως ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἐκροῆς, καὶ ἡ ἐκ τῆς παρατηρήσεως τῆς ἐκροῆς εὑρισκομένη σταθερὰ ἐσωτερικῆς τριβῆς κατὰ τὸν νόμον τοῦ Poiseulle χρειάζεται διόρθωσιν. Ἐνταῦθα ἀρκούμενοι εἰς τὴν ὑπόδειξιν ταύτην δὲν θὰ εἰσέλθωμεν εἰς περισσοτέρας λεπτομερείας.

ΜΙΚΤΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΑΙ

ΜΑΝΟΜΕΤΡΑ

§ 238. Τὰ μανόμετρα εἶναι ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὴν ὑδροστατικὴν ἢ ἀεροστατικὴν πίεσιν. Οἱ τύποι τῶν ὀργάνων τούτων εἶναι ποικίλοι, ἀναλόγως τῆς φυσικῆς ἀρχῆς, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηριζόμεθα διὰ τὴν μέτρησιν, καὶ τοῦ μεγέθους τῆς μετρουμένης πιέσεως.

§ 239. ***Μανόμετρα ἀνοικτὰ μὲ ὑγρὰν στήλην.*** Εἰς τὰ ὄργανα ταῦτα ἰσορροποῦμεν τὴν μετρητέαν πίεσιν μὲ τὴν πίεσιν στήλης ὑγροῦ, τῆς ὁποίας τὸ κατακόρυφον ὕψος πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ μᾶς παρέχει τὸ μέτρον τῆς πιέσεως (πρβλ. § 193). Τὸ κύριον μέρος τοῦ ὀργάνου ἀποτελεῖ σωλὴν κεκαμμένος εἰς σχῆμα υ μὲ κατακόρυφα σκέλη (σχ. 204), στερεωμένος ἐπὶ κατακορύφου σανίδος, ἡ ὁποία φέρει κλίμακα διηρημένην εἰς χιλιοστὰ τοῦ μέτρου.

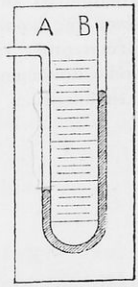
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ σκέλη εἶναι ἀμφότερα ἀνοικτὰ καὶ τὸ μὲν Α συγκοινωνεῖ ἀεροστεγῶς μὲ τὸν χῶρον, τοῦ ὁποίου ἡ πίεσις πρόκειται νὰ μετρηθῇ, τὸ δὲ Β καταλήγει ἐλευθέρως εἰς τὸν ἀέρα. Εἰς τὸν σωλῆνα χύνομεν ὑγρὸν καταλλήλου πυκνότητος, (ὕδωρ, ἔλαιον, πυκνὸν θειϊκὸν ὀξύ, ὑδράργυρον) καὶ μετροῦμεν τὴν διαφορὰν τοῦ ὕψους εἰς τὰ δύο σκέλη.

Αὕτη ἀναγομένη εἰς ὕψος ὑδραργυρικῆς στήλης καὶ προστιθεμένη ἀλγεβρικῶς εἰς τὴν ταὐτοχρόνως μετρουμένην βαρομετρικὴν πίεσιν μᾶς παρέχει τὴν ζητουμένην πίεσιν.

Ἔστω π. χ. ὕδωρ τὸ ὑγρὸν τοῦ μανομέτρου καὶ ἡ διαφορὰ ὕψους + 25,3 cm (τὸ ὕδωρ εἶναι ὑψηλότερα εἰς τὸ σκέλος Β).

Κατὰ τὰ εἰς τὴν § 193 ἐκτεθέντα, στήλη ὕδατος 25 cm ὕψους ἰσοδυναμεῖ μὲ στήλην ὑδραργύρου ὕψους 25,3 : 13,596 = 18,61 cm.



Σχ. 204.

Ἂν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι 758,35, ἡ ζητουμένη πίεσις θὰ εἶναι 758,35 + 18,61 = 776,96 mm Hg.

Ἂν τὸ ὕδωρ ἦτο ὑψηλότερα εἰς τὸ σκέλος Α, θὰ ἔπρεπε νὰ *ἀφαιρέσωμεν* τὴν ὑπὸ τοῦ ὀργάνου δεικνυομένην πίεσιν ἀπὸ τὴν βαρομετρικήν. Προκειμένου περὶ ἀκριβῶν μετρήσεων ὁ προσδιορισμὸς τῆς διαφορᾶς ὕψους γίνεται διὰ καθετομέτρου.

Διὰ τῶν ἀνοικτῶν μανομέτρων μὲ ὑδράργυρον ἠμποροῦμεν νὰ μετρήσωμεν πολὺ μεγάλας πιέσεις ὅταν εἶναι δυνατὸν τὸ σκέλος Β νὰ ἀνέλθῃ εἰς μεγάλα ὕψη, π. χ. κατὰ μῆκος τῶν τοιχωμάτων μεταλλευτικοῦ φρέατος, ἢ ὑψηλοῦ πύργου. Οὕτω στήλη ὑδραργυρικὴ θερμοκρασίας 0° καὶ ὕψους 300 μέτρων (Πύργος Eiffel) μᾶς δεικνύει πίεσιν:

$$\frac{300 \text{ m}}{760 \text{ mm}} = \frac{300\,000}{760} = 395 \text{ ἀτμοσφαιρῶν.}$$

Ἂν εἰς ταύτην προσθέσωμεν καὶ τὴν πίεσιν τῆς ἀτμοσφαίρας, εὑρίσκομεν ὅτι δι' ἀνοικτοῦ μανομέτρου ὕψους 300 μέτρων ἠμποροῦμεν νὰ μετρήσωμεν πιέσεις μέχρι 396 ἀτμοσφαιρῶν ἤτοι 409 $\frac{\text{kg}^*}{\text{cm}^2}$

Ὅταν ἡ μετρητέα πίεσις δὲν διαφέρῃ πολὺ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, μεταχειριζόμεθα ἀντὶ ὑδραργύρου ἀραιότερον ὑγρόν, ὕδωρ ἢ

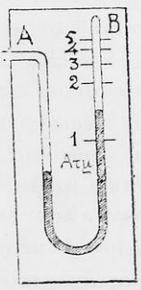
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θειϊκὸν ὀξύ, διότι διὰ δοθεῖσαν διαφορὰν πιέσεως ἡ διαφορὰ τοῦ ὕψους εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἑπομένως τὸ σχετικὸν λάθος κατὰ τὴν μέτρησιν εἶναι μικρότερον.

Ἐπίσης αὐξάνομεν τὴν ἀκρίβειαν τῆς μετρήσεως δίδοντες εἰς τὸν μανομετρικὸν σωλῆνα σχῆμα ἀνοικτοῦ V, οὕτως ὥστε εἰς μικρὰν μεταβολὴν τῆς κατακορύφου ἀποστάσεως τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑγροῦ νὰ ἀντιστοιχῇ μεγάλη μετακίνησις τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος.

§ 240. ***Μανόμετρα κλειστὰ μὲ ἔγκλειστον ἀέριον.*** Τὰ μανόμετρα ταῦτα διαφέρουν τῶν ἀνοικτῶν κατὰ τοῦτο, ὅτι τὸ σκέλος B (σχ. 205) ἀντὶ νὰ καταλήγῃ ἐλευθέρως εἰς τὸν ἀέρα εἶναι κλειστὸν καὶ περιέχει ποσότητά τινα ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ἢ ἄλλου ἀερίου, τοῦ ὁποίου ὁ ὄγκος ἐλαττοῦται συμφώνως μὲ τὸν νόμον Mariotte-Boyle καθ' ὅσον ἡ πίεσις εἰς τὸ σκέλος A αὐξάνεται. Τὰ κλειστὰ μανόμετρα μεταχειριζόμεθα συνήθως μόνον ὅταν δὲν ἐπιζητῶμεν μεγάλην ἀκρίβειαν. Προκειμένου ἐν τούτοις νὰ μετρηθοῦν μεγάλαι πιέσεις μεταχειριζόμεθα πολλάκις κλειστὰ μανόμετρα βαθμολογηθέντα ἐν συγκρίσει πρὸς ἀνοικτὸν ὑδραργυρικόν. Πρέπει ὅμως κατὰ τὴν χρῆσιν νὰ λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν θερμοκρασίαν, διότι ἡ πίεσις τῶν ἀερίων μεταβάλλεται ἰσχυρῶς μετὰ τῆς θερμοκρασίας (πρβλ. § 228).

§ 241. ***Μανόμετρα διὰ μικρὰς πιέσεις.*** Πρὸς μέτρησιν πιέσεων πολὺ μικροτέρων τῆς ἀτμοσφαιρικῆς μεταχειριζόμεθα κλειστὰ μανόμετρα, τὰ ὁποῖα εἰς τὸ κλειστὸν σκέλος δὲν περιέχουν οὐδὲν ἴχνος ἀερίου, δηλ. βαρόμετρα σιφωνοειδῆ μὲ βραχὺν σωλῆνα (σχ. 206). Εἰς τὰ μανόμετρα ταῦτα ἡ πίεσις εἰς τὸν μὲ τὸ σκέλος A συγκοινωνοῦντα χῶρον μετρεῖται ἀπ' εὐθείας ἀπὸ τὴν διαφορὰν ὕψους τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δύο σκέλη, τὴν ὁποίαν μετροῦμεν ἐπὶ τῆς κλίμακος K. Τὰ δύο σκέλη τοῦ μανομέτρου πρέπει νὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς διάμετρον διὰ νὰ ἀποφεύγωμεν τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως, ἡ ὁποία, προκειμένου περὶ πολὺ μικρῶν πιέσεων, ἠμπορεῖ σπουδαῖα σφάλματα νὰ προκαλέσῃ.



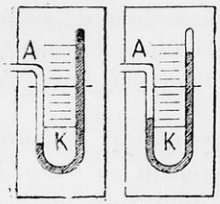
Σχ. 205.

Διὰ τοῦ κλειστοῦ ἄνευ ἀέρος μανομέτρου μετροῦμεν πιέσεις μέχρι 1 mm Hg. Ὅταν ὅμως ἡ πίεσις εἶναι πολὺ μικροτέρα, ἀναγκαζόμεθα νὰ καταφύγωμεν εἰς ἐμμέσους τρόπους μετρήσεως.

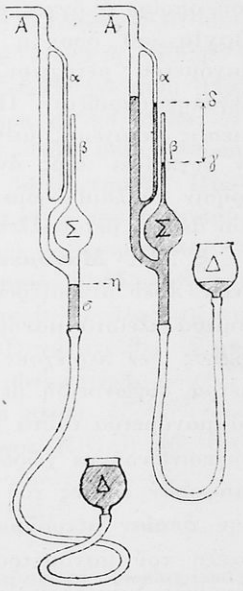
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ συνηθέστερον τῶν διὰ πολὺ μικρὰς πιέσεις μανομέτρων εἶναι τὸ τοῦ Mac Leod (σχ. 207).

Ὁ σωλὴν Α συγκοινωνῶν μὲ τὸν χῶρον, τοῦ ὁποίου ἡ πίεσις (μικροτέρα ἐν γένει τοῦ 0,1 mm Hg) πρόκειται νὰ μετρηθῇ, φέρει συντετηγμένον πλευρικῶς τὸν στενὸν σωλῆνα α, κατερχόμενος δὲ κατωτέρω καταλήγει εἰς τὸν σωλῆνα σ, ὁ ὁποῖος ἄνωθεν μὲν φέρει τὴν σφαῖραν Σ, κάτωθεν δὲ ἔχει προσηρμοσμένον σωλῆνα ἐξ ἐλαστικοῦ, διὰ τοῦ ὁποίου συγκοινωνεῖ μὲ τὸ δοχεῖον Δ πλῆρες ὑδραργύρου. Ἡ σφαῖρα Σ καταλήγει εἰς τὸν σωλῆνα β, ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν αὐτὴν ἀκριβῶς διάμετρον μὲ τὸν σωλῆνα α, εἶναι ἄνωθεν κλειστὸς καὶ φέρει διαιρέσεις δεικνυούσας τὴν χωρητικότητα αὐτοῦ εἶναι δὲ γνωστὴ καὶ ἡ χωρητικότης Ω τῆς σφαίρας καὶ τοῦ σωλῆνος μέχρι τῆς διακλαδώσεως τοῦ σωλῆνος σ. Ἡ συνήθης θέσις τοῦ δοχείου Δ εἶναι τοιαύτη ὥστε τὸ ἄνω χεῖλος αὐτοῦ νὰ ἀπέχῃ κατακορύφως ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς διακλαδώσεως τοῦ σωλῆνος σ περισσότερον τῶν 760 χιλιοστῶν. Ὅταν εἰς τὸν χῶρον τὸν συγκοινωνοῦντα μὲ τὸν σωλῆνα Α ἡ πίεσις γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρά, ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα σ καὶ τέλος ὅταν ἡ πίεσις γίνῃ μικροτέρα τοῦ 0,1 mm Hg ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου φθάνει εἰς τὴν θέσιν η. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν μικρὰν ταύτην πίεσιν p ἀνυψώνομεν βαθμηδὸν τὸ δοχεῖον Δ μέχρι τῆς θέσεως Δ΄. Ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸν σωλῆνα σ, ἀποκλείει ἐντὸς τῆς σφαίρας ὄγκον ἀερίου Ω ὑπὸ τὴν πίεσιν p καὶ ἐφ' ὅσον τὸ δοχεῖον Δ ἀνυψώνεται πληροῦται ἡ σφαῖρα Σ ὑδραργύρου, οὕτως ὥστε τὸ εἰς αὐτὴν ἐγκλεισθὲν ἀέριον περιορίζεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος β. Ὁ ὑδράργυρος εὑρίσκεται τώρα ἐντὸς μὲν τοῦ σωλῆνος α εἰς τὴν θέσιν δ,



Σχ. 206.



Σχ. 207.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐντὸς δὲ τοῦ β εἰς τὴν θέσιν γ, οὕτως ὥστε τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος β ἀέριον εὑρίσκεται ὑπὸ πίεσιν p_0 ἴσην πρὸς τὴν πίεσιν τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης γ δ καὶ τὴν πίεσιν p. Ἀλλ' ἡ τελευταία αὕτη πίεσις εἶναι πολὺ μικρὰ ὡς πρὸς τὴν p_0 καὶ ἑπομένως δὲν τὴν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν. Ἂν τώρα εἶναι ω ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος β θὰ ἔχωμεν, κατὰ τὸν νόμον Mariotte-Boyle, τὴν σχέσιν:

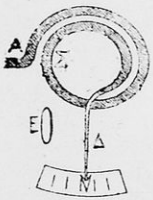
$$\Omega\, p = \omega\, p_0 \qquad \text{ὅθεν} \qquad p = \frac{\omega}{\Omega}\, p_0.$$

Ἂν π. χ. εἶναι $\Omega = 875\ cm^3$. $\omega = 12\ mm^3 = 0{,}012\ cm^3$

$\gamma\,\delta = 14\ mm$ δηλ. $p_0 = 14\ mm\ Hg$

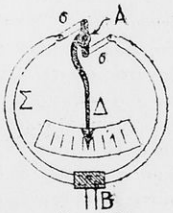
εὑρίσκομεν: $p = \frac{0{,}012}{875} \cdot 14 = 0{,}000192\ mm\ Hg.$

Πρὸς ἀποφυγὴν τῶν ὑπολογισμῶν, οἱ ὁποῖοι, ἰδίως ὁσάκις πρόκειται περὶ σειρᾶς μετρήσεων, εἶναι πολὺ ἀνιαροί, ἀναβιβάζομεν τὸ δοχεῖον Δ εἰς τόσον πάντοτε ὕψος, ὥστε ὁ ὑδράργυρος νὰ ἔρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος α εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν δ, ἐπὶ κλίμακος δὲ στερεωμένης κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος β σημειώνομεν ἅπαξ διὰ παντὸς τὰς εἰς ἕκαστον ὕψος τοῦ ὑδραργύρου ἀντιστοιχούσας πιέσεις. Οὕτω τὸ ὄργανον καθίσταται εὔχρηστον ὅσον καὶ σύνηθες ὑδραργυρικὸν μανόμετρον.



Σχ. 208.

§ 242. ***Μεταλλικὰ μανόμετρα.*** Τὰ μανόμετρα μὲ ὑγρὸν εἶναι βεβαίως τὰ μόνα, τὰ ὁποῖα παρέχουν ἀκριβῆ ἐξαγόμενα, καὶ διὰ τοῦτο πάντοτε αὐτὰ μεταχειριζόμεθα ὁσάκις ἐντὸς τοῦ ἐργαστηρίου θέλομεν νὰ ἐκτελέσωμεν ἀκριβῆ μέτρησιν. Ἡ παρουσία ὅμως τοῦ ὑγροῦ καὶ τὸ εὔθραυστον τῶν ὑαλίνων μερῶν καθιστοῦν τὰ ὄργανα ταῦτα κάπως δύσχρηστα, καὶ διὰ τοῦτο, ὁσάκις δὲν ἐπιδιώκομεν μεγάλην ἀκρίβειαν, μεταχειριζόμεθα ἀντ' αὐτῶν τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα, εἰς τὰ ὁποῖα ἡ μέτρησις γίνεται διὰ τῆς παραμορφώσεως ἐλαστικοῦ σωλῆνος.



Σχ. 209.

Τὸ γνωστότερον τῶν μανομέτρων τούτων εἶναι τὸ τοῦ Bourdon

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

(σχ. 208), τοῦ ὁποίου τὸ κύριον μέρος ἀποτελεῖ ἐλαστικὸς μετάλλινος σωλὴν Σ ἐλλειπτικῆς τομῆς Ε κεκαμμένος καθὼς τὸ σχῆμα δεικνύει. Τὸ ἓν ἄκρον Α ἀκλονήτως στερεωμένον ἐπὶ τῆς βάσεως συγκοινωνεῖ μὲ τὸν χῶρον, τοῦ ὁποίου ἡ πίεσις πρόκειται νὰ μετρηθῇ, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον καταλήγει εἰς δείκτην Δ κινούμενον ἐνώπιον κλίμακος. Ὅταν ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ σωλῆνος αὐξάνῃ, ἡ τομὴ τοῦ σωλῆνος τείνει νὰ γίνῃ ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον κυκλικὴ καὶ ἑπομένως αἱ σπεῖραι αὐτοῦ ἀνοίγουν, ὅταν δὲ ἡ πίεσις ἐλαττώνεται, αἱ σπεῖραι γίνονται στενώτεραι καὶ οὕτω εἰς ἑκάστην πίεσιν ἀντιστοιχεῖ μία ὡρισμένη θέσις τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς κλίμακος. Ἡ βαθμολογία τοῦ ὀργάνου γίνεται ἐμπειρικῶς ἐν συγκρίσει πρὸς ἄλλο μανόμετρον.

Τὸ σχῆμα 209 παριστᾷ ἄλλην μορφήν, συνήθη ἐπίσης, τοῦ μεταλλικοῦ μανομέτρου. Ὁ μανομετρικὸς σωλὴν Σ ἔχων σχῆμα πλήρους περίπου περιφερείας στηρίζεται ἐπὶ τῆς βάσεως κατὰ τὸ μέσον αὐτοῦ, φέρει δὲ ἀεροστεγῶς προσηρμοσμένον τὸν σωλῆνα Β καὶ διὰ τούτου συγκοινωνεῖ μὲ τὸν χῶρον, τοῦ ὁποίου τὴν πίεσιν πρόκειται νὰ μετρήσωμεν. Εἰς τὰ ἄκρα τοῦ σωλῆνος Σ ἀρθροῦνται τὰ λεπτὰ στελέχη σ σ, διὰ τῶν ὁποίων πᾶσα παραμόρφωσις τοῦ σωλῆνος Σ ἐπιφέρει μετακίνησιν τοῦ δείκτου Δ, κινητοῦ περὶ τὸν ἄξονα Α. Καὶ τοῦ ὀργάνου τούτου ἡ βαθμολογία γίνεται ἐμπειρικῶς.

ΟΓΚΟΜΕΤΡΟΝ

§ 243. Ἐπὶ τοῦ νόμου τοῦ Mariotte στηρίζεται ἡ κατασκευὴ ὀργάνου, τοῦ *ὀγκομέτρου*, διὰ τοῦ ὁποίου προσδιορίζομεν τὸν ὄγκον στερεῶν σωμάτων καὶ ἑπομένως καὶ τὴν πυκνότητα αὐτῶν, τὸ πηλίκον τῆς μάζης διὰ τοῦ ὄγκου. Τὸ ὄργανον ἀποτελεῖται ἀπὸ τοὺς δύο ὑαλίνους σωλῆνας Α καὶ Β, συγκοινωνοῦντας διὰ τῆς στρόφιγγος Σ. Ἐκ τούτων ὁ μὲν Α εἶναι πρὸς τὰ ἄνω ἀνοικτός, ὁ δὲ Β, φέρων ἐξόγκωσιν μεταξὺ τῶν γραμμῶν η καὶ ζ, κάμπτεται δὶς καὶ φέρει κατὰ τὸ ἄκρον δίσκον μεταλλικόν, ἐπὶ τοῦ ὁποίου διὰ κοχλιῶν στερεώνεται ὅμοιος μεταλλικὸς δίσκος προσηρμοσμένος εἰς τὸ σφαιρικὸν δοχεῖον Δ, τὸ ὁποῖον οὕτω συγκοινωνεῖ ἀεροστεγῶς μὲ τὸν σωλῆνα Β. Μεταξὺ τῶν δύο δίσκων παρεντίθεται διὰ τὴν στεγανότητα δακτύλιος δερμάτινος. Ἡ ἁπλῆ στρόφιγξ σ χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ θέτωμεν εἰς συγκοινωνίαν τὸν σωλῆνα Β μὲ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Ἡ στρόφιγξ Σ εἶναι τρίπορος, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 210 φαίνεται.

Ἀφοῦ προσαρμόσωμεν τὴν σφαῖραν Δ εἰς τὸν σωλῆνα Β προσδιορίζομεν κατὰ πρῶτον τὸν ὄγκον ω τῆς μεταξὺ η καὶ ζ ἐξογκώσεως. Πρὸς τοῦτο ἀνοίγομεν τὴν στρόφιγγα σ, θέτομεν δὲ τὴν στρόφιγγα Σ εἰς τὴν θέσιν α καὶ χύνομεν εἰς τὸν σωλῆνα Α ἄνωθεν ὑδράργυρον, μέχρις ὅτου εἰς τὸν σωλῆνα Β ἔλθῃ εἰς τὴν θέσιν ζ. Φέρομεν ἔπειτα τὴν στρόφιγγα εἰς τὴν θέσιν ε καὶ ἐκεῖ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

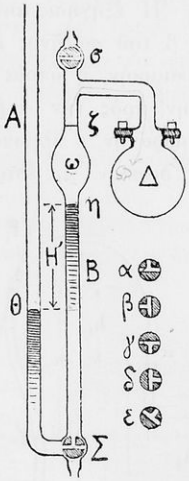
θεν βαθμηδὸν εἰς τὴν θέσιν δ καὶ ἀφίνομεν νὰ ἐκρεύσῃ ὑδράργυρος ἐκ μόνου τοῦ σωλῆνος Β μέχρις ὅτου ἡ ἐπιφάνειά του φθάσῃ εἰς τὴν γραμμὴν η. Τὸν ἐκρέοντα ὑδράργυρον συλλέγομεν εἰς ποτήριον καὶ ζυγίζομεν, διαιροῦντες δὲ τὴν μᾶζαν διὰ τῆς πυκνότητος, εὑρίσκομεν τὸν ὄγκον ω.

Ἐπαναφέρομεν τώρα τὴν στρόφιγγα Σ εἰς τὴν θέσιν α καὶ ἀφοῦ χύσωμεν πάλιν ὑδράργυρον μέχρις ὅτου ἀνέλθῃ εἰς τὸν σωλῆνα Β μέχρι τῆς γραμμῆς ζ, κλείομεν τὴν στρόφιγγα σ. Εἰς τὴν σφαῖραν Δ καὶ τὸ συνορεῦον μέρος τοῦ σωλῆνος μέχρι τοῦ ζ, ἔχομεν τώρα ἀέρα ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἔστω δὲ Ω ὁ ὄγκος τοῦ δοχείου καὶ τοῦ σωλῆνος μέχρι τοῦ ζ καὶ Η ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς mm Hg. Φέροντες ἔπειτα τὴν στρόφιγγα διαδοχικῶς εἰς τὰς θέσεις α καὶ β ἀφίνομεν νὰ ἐκρεύσῃ ὑδράργυρος μέχρις ὅτου ἡ ἐπιφάνεια εἰς τὸν σωλῆνα Β φθάσῃ πάλιν εἰς τὴν γραμμὴν η. Εἰς τὸν σωλῆνα Α ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου θὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Θ καὶ ἔστω Η′ ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις Θη εἰς χιλιοστὰ τοῦ μέτρου. Ὁ ἀὴρ κατέχει τώρα τὸν ὄγκον Ω+ω ὑπὸ πίεσιν Η—Η′ καὶ κατὰ τὸν νόμον τοῦ Mariotte εἶναι:

$$\Omega \cdot H = (\Omega + \omega)(H - H')$$

ὅθεν:

$$(1) \qquad \Omega = \omega \cdot \frac{H - H'}{H'}$$



Σχ. 210.

Ἂν τώρα θέλωμεν νὰ εὕρωμεν τὸν ὄγκον x στερεοῦ σώματος, θέτομεν αὐτὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας Δ καὶ προσδιορίζομεν πάλιν τὸν ὄγκον μέχρι τῆς γραμμῆς, ὁ ὁποῖος τώρα εἶναι Ω—x. Ἂν εἶναι Η″ ἡ διαφορὰ ὕψους τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς σωλῆνας Α καὶ Β θὰ ἔχωμεν:

$$\Omega - x = \omega \frac{H - H''}{H''}$$

καὶ ἂν θέσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ Ω ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1):

$$\omega \frac{H - H'}{H'} - x = \omega \frac{H - H''}{H''}$$

ὅθεν:

$$x = \omega \left\{ \frac{H - H'}{H'} - \frac{H - H''}{H''} \right\} = \omega H \cdot \frac{H' - H}{H'' H'}$$

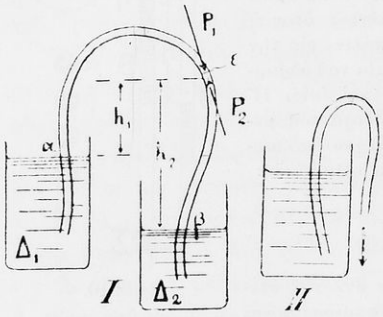
Σ Ι Φ Ω Ν

§ 244 Ἂν ἔχωμεν δύο δοχεῖα Δ_1, Δ_2 (σχ. 211) περιέχοντα τὸ αὐτὸ ὑγρὸν καὶ ἐμβυθίσωμεν εἰς αὐτὰ τὸν κεκαμμένον σωλῆνα Σ πλήρη ἐπίσης τοῦ αὐτοῦ ὑγροῦ καὶ τοιούτων διαστάσεων, ὥστε τὸ ἀνώτατον αὐτοῦ σημεῖον νὰ ἀπέχῃ κατακορύφως ἀπὸ τὴν χαμηλοτέραν τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δοχεῖα Δ_1, Δ_2 ὀλιγώτερον τοῦ εἰς τὸ ὑγρὸν ἀντιστοιχοῦντος βαρομετρικοῦ ὕψους, παρατηροῦ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ρέει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἐκ τοῦ δοχείου, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκεται ὑψηλότερα, πρὸς ἐκεῖνο, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἐπιφάνεια εὑρίσκεται χαμηλότερα.

Ἡ ἐξήγησις τοῦ φαινομένου εἶναι ἁπλουστάτη. Εἰς τὰ σημεῖα α, β τοῦ σωλῆνος ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ἡ ὁποία δὲν μεταβάλλεται αἰσθητῶς διὰ διαφορὰν ὕψους ἴσην πρὸς τὴν α β. Ἂς θεωρήσωμεν τώρα τὴν νοητὴν ἐπίπεδον μεμβράνην ε κλείουσαν τὸν σωλῆνα Σ. Ἡ πίεσις p_1 εἰς τὸ πρὸς τὸ δοχεῖον Δ_1 ἐστραμμένον (ἄνω) μέρος τῆς ἐπιφανείας εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ἠλαττωμένην κατὰ τὴν εἰς ὑγρὰν στήλην ὕψους h_1 ἀναλογοῦσαν πίεσιν, ἡ δὲ εἰς τὸ ἀντίθετον μέρος τῆς ἐπιφανείας ἐνεργοῦσα πίεσις p_2 εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν ἠλαττωμένην κατὰ τὴν εἰς ὑγρὰν στήλην ὕψους h_2 ἀναλογοῦσαν. Ἐπειδὴ δὲ εἶναι $h_1 < h_2$ ἕπεται $p_1 > p_2$ καὶ ἑπομένως ἡ νοητὴ ἐπιφάνεια καὶ μετ' αὐτῆς τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ ὑγρὸν θὰ κινηθῇ ἐκ τοῦ δοχείου Δ_1 πρὸς τὸ Δ_2. Ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἰς ἀμφότερα τὰ δοχεῖα ἔλθῃ εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον.



Σχ. 211.

Ἂν τὸ ἓν ἄκρον τοῦ σωλῆνος Σ καταλήγῃ ἐλευθέρως εἰς τὸν ἀέρα (σχ. 211 II), τὸ ὑγρὸν ἐκρέει ἐξ αὐτοῦ ἐφ' ὅσον ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἐντὸς τοῦ δοχείου εὑρίσκεται ὑψηλότερα τοῦ ἄκρου τούτου. Ἐννοεῖται ὅτι ὁ ἐλευθέρως ἐκβάλλων σίφων πρέπει νὰ εἶναι ἀρκετὰ στενός, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν νὰ εἰσέλθῃ ἀὴρ διὰ τοῦ ἐλευθέρου ἄκρου καὶ διακόψῃ τὴν συνέχειαν τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ ὑγροῦ.

ΟΜΟΙΟΜΟΡΦΟΣ ΡΟΗ ΥΓΡΩΝ

§ 245. ***Δοχεῖον Mariotte. — Δοχεῖον ὑπέρπληρες.*** Εἰς τὴν παράγραφον 215 εἴδομεν ὅτι ἡ ταχύτης ἐκροῆς ὑγροῦ ἐξ ὀπῆς εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως. Ἀλλὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ ἂν τὸ ὑγρὸν δὲν ἐκρέῃ ὑπὸ τὰς εἰς τὴν § 215 ὁρισθείσας συνθήκας, ἀλλ' ὁπωσδήποτε διὰ σωλῆνος προσηρμοσμένου εἰς τὸ ἄνοιγμα τοῦ δοχείου, ἡ ταχύτης ἐκροῆς εἶναι ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλητέρα, ὅσον μεγαλήτερον εἶναι τὸ ὕψος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἢ ὅσον μεγαλητέρα ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις. Ἂν λοιπὸν θέλωμεν νὰ ἔχωμεν ὁμοιόμορφον ἐκροήν, πρέπει ἡ πίεσις νὰ μὴ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ χρόνου.

Τοῦτο κατορθώνομεν κατὰ διαφόρους τρόπους, ἐκ τῶν ὁποίων περιγράφομεν δύο, τοὺς συνηθεστέρους.

α΄) *Δοχεῖον τοῦ Mariotte* (σχ. 212). Ἡ φιάλη Φ, πλήρης ὑγροῦ μέχρις ὕψους τινός, κλείεται ἀεροστεγῶς διὰ τοῦ πώματος π, διὰ τοῦ ὁποίου διέρχεται ἐφαρμοζόμενος ἀεροστεγῶς ὁ ἀμφοτέρωθεν ἀνοικτὸς σωλὴν σ. Τοῦ σωλῆνος τούτου τὸ κάτω ἄκρον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 212.

Ἂν ἀνοίξωμεν τὴν ὀπὴν Ο, τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει νὰ ἐκρέῃ, ὁ ἐντὸς τῆς φιάλης ἀὴρ Α ἀραιοῦται, καὶ ὅταν ἡ πίεσις αὐτοῦ γίνῃ τόσον μικρά, ὥστε προστιθεμένη εἰς πίεσιν τῆς ὑγρᾶς στήλης h_1 νὰ δίδῃ ἄθροισμα κατ' ἐλάχιστον μικρότερον τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς τὸ κάτω ἄκρον α τοῦ σωλῆνος σ δὲν ἀρκεῖ διὰ νὰ ἀντισταθμίσῃ τὴν ἀτμοσφαιρικήν, καὶ μία φυσαλὶς ἀέρος εἰσέρχεται εἰς τὴν φιάλην διὰ τοῦ σωλῆνος σ. Διὰ τῆς προσθήκης τῆς φυσαλίδος ταύτης, ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τῆς φιάλης ἀέρος αὐξάνεται κατά τι, ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς τὴν θέσιν α γίνεται κατά τι μεγαλητέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς καὶ διακόπτεται ἡ εἴσοδος τοῦ ἀέρος. Καθ' ὅσον ὅμως ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ ἐξακολουθεῖ, ἡ ἀραίωσις τοῦ ἐντὸς τῆς φιάλης ἀέρος ἐξακολουθεῖ, νέα φυσαλὶς εἰσέρχεται καὶ οὕτω εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ σωλῆνος σ ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις διατηρεῖται πάντοτε ἴση περίπου πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, γινομένη ἐναλλὰξ κατά τι μεγαλητέρα ἢ κατά τι μικροτέρα αὐτῆς.

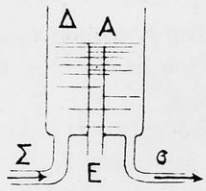
Εἰς τὸ ἄνοιγμα Ο ἡ πίεσις ἰσοῦται πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, εἰς τὴν ὁποίαν προστίθεται ἡ εἰς ὑγρὰν στήλην ὕψους h ἀντιστοιχοῦσα. Οὕτω ἡ ἐκροὴ γίνεται ὡς ἂν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκετο διαρκῶς εἰς τὸ ὕψος τοῦ κάτω ἄκρου τοῦ σωλῆνος σ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀναβιβάζοντες ἢ καταβιβάζοντες τὸν σωλῆνα τοῦτον κανονίζομεν τὴν ταχύτητα τῆς ἐκροῆς τοῦ ὑγροῦ ἐκ τῆς ὀπῆς Ο.

β΄) *Δοχεῖον ὑπέρπληρες* (σχ. 213). Εἰς τὸ δοχεῖον τοῦ Mariotte ἡ πίεσις κατὰ προσέγγισιν μόνον διατηρεῖται σταθερά, πράγματι δὲ ὑφίσταται περιοδικὰς διακυμάνσεις, καὶ διὰ τοῦτο ἡ ἐκροὴ δὲν εἶναι ἀπολύτως ὁμοιόμορφος.

Ἀπολύτως σταθερὰν ὑδροστατικὴν πίεσιν καὶ ἑπομένως ἐντελῶς ἰσοταχῆ ἐκροὴν ἐπιτυγχάνομεν διὰ τοῦ ὑπερπλήρους δοχείου. Εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου Δ καταλήγει ὁ σωλὴν Σ, διὰ τοῦ ὁποίου εἰσρέει τὸ ὑγρόν, καὶ ὁ σωλὴν σ, στενώτερος τοῦ Σ, διὰ τοῦ ὁποίου τὸ ὑγρὸν ἐκρέει. Τρίτος δὲ σωλὴν Ε διερχόμενος διὰ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου καταλήγει ἐντὸς αὐτοῦ εἰς τὸ σημεῖον Α.



Σχ. 213.

Κανονίζομεν τὴν ἐκ τοῦ σωλῆνος Σ εἰσροὴν τοῦ ὑγροῦ οὕτως, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὸν *ὅλον* νὰ ἐκρεύσῃ διὰ τοῦ σωλῆνος σ. Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ μέχρις ὅτου φθάσῃ τὸ ἄκρον Α τοῦ σωλῆνος Ε, διὰ τοῦ ὁποίου ἐκρέει ἡ περίσσεια. Οὕτω ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ διατηρεῖται πάντοτε ἀκριβῶς εἰς τὸ ὕψος Α καὶ ἑπομένως ἡ διὰ τοῦ σωλῆνος σ ἐκροὴ εἶναι ἐντελῶς ἰσοταχής.

Ἐννοεῖται ὅτι ὁ σωλὴν ἐκροῆς τῆς περισσείας Ε ἀντὶ νὰ εἰσέρχεται διὰ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου ἠμπορεῖ ἁπλῶς νὰ εἶναι προσηρμοσμένος εἰς τὴν παρειὰν αὐτοῦ, ἢ, καὶ ἁπλούστερον, ἡ περίσσεια ἠμπορεῖ νὰ ἐκρέῃ ἀπὸ στόμιον εὑρισκόμενον εἰς τὰ χείλη τοῦ δοχείου.

ΑΝΤΛΙΑΙ

§ 246. Αἱ ἀντλίαι εἶναι συσκευαί, διὰ τῶν ὁποίων θέτομεν εἰς κίνησιν τὰ ρευστὰ καὶ μεταγγίζομεν αὐτὰ ἀπὸ ἑνὸς χώρου εἰς ἄλλον. Πλεῖστοι τύποι ἀντλιῶν ὑπάρχουν, διάφοροι ἀναλόγως τοῦ ρευστοῦ, τὸ ὁποῖον πρόκειται νὰ μεταγγισθῇ (ὑγροῦ ἢ ἀερίου), καὶ τῶν πιέσεων, τὰς ὁποίας κατὰ τὴν κίνησιν πρόκειται νὰ ὑπερνικήσωμεν, θὰ ἐξετάσωμεν δὲ ἰδιαιτέρως τοὺς κυριωτέρους τύπους τῶν ἀντλιῶν, αἱ ὁποῖαι χρησιμεύουν εἰς τὴν κίνησιν τῶν ὑγρῶν (ὑδραντλίαι) καὶ τῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

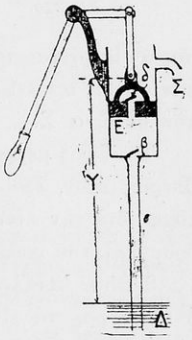
ἀντλιῶν αἱ ὁποῖαι χρησιμεύουν εἰς τὴν κίνησιν, καὶ ἑπομένως συμπύκνωσιν ἢ ἀραίωσιν, τῶν ἀερίων (ἀεραντλίαι).

ΥΔΡΑΝΤΛΙΑΙ

Ἀντλίαι μὲ ἔμβολον.

§ 247. Εἰς τὴν ἀρχαιοτάτην μορφὴν τῆς ὑδραντλίας τὸ κύριον μέρος τῆς συσκευῆς ἀποτελεῖ κοῖλος κύλινδρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ὑδατοστεγῶς ἔμβολον, τούτου δὲ ἡ κίνησις, διὰ τῆς βοηθείας συστήματος βαλβίδων, μεταδίδεται εἰς τὸ ὑγρόν. Διακρίνομεν δύο κυρίως τύπους, τὴν *ἀναρροφητικὴν* ἀντλίαν καὶ τὴν *καταθλιπτικὴν* ἢ *πιεστικήν*, καὶ ἕνα ἀκόμη *μικτὸν τύπον* προκύπτοντα ἐκ τοῦ συνδυασμοῦ τῶν δύο πρώτων.

§ 248. ***Ἀναρροφητικὴ ἀντλία.*** Εἰς τὴν ἀναρροφητικὴν ἀντλίαν (σχ. 214) ὁ πυθμὴν τοῦ κυλίνδρου φέρει ὀπὴν κλειομένην διὰ βαλβῖδος β, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω, καὶ τὸ ἔμβολον δὲ Ε φέρει ὁμοίαν βαλβῖδα δ, ἀνοίγουσαν ἐπίσης ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ ὀπὴ τοῦ πυθμένος τοῦ κυλίνδρου ἐκβάλλει εἰς σωλῆνα, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς δεξαμενὴν Δ πλήρη ὑγροῦ. Ὅταν ἀνασύρωμεν τὸ ἔμβολον πρὸς τὰ ἄνω, ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ σωλῆνος σ ἀὴρ ἀραιοῦται, ἡ πίεσίς του ἐλαττοῦται καὶ τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται ὑπὸ τὴν ὤθησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ. Κατὰ τὴν κάθοδον τοῦ ἐμβόλου ἡ βαλβὶς β κλείει, μέρος δὲ τοῦ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀέρος ἐκφεύγει διὰ τῆς ἀνοιγμένης βαλβῖδος δ. Κατὰ τὴν νέαν ἄνοδον τοῦ ἐμβόλου ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ καὶ τοῦ κυλίνδρου ἀὴρ ἀραιώνεται περισσότερον, τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται ὑψηλότερα εἰς τὸν σωλῆνα σ καὶ οὕτω τέλος, ἂν τὸ ὕψος Υ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς Δ μέχρι τοῦ ἀνωτάτου σημείου τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου Ε, εἶναι μικρότερον τοῦ εἰς τὸ ὑγρὸν ἀντιστοιχοῦντος βαρομετρικοῦ ὕψους, θὰ πληρωθῇ ὁ κύλινδρος ὑγροῦ καὶ καθ' ἑκάστην ἄνοδον τοῦ ἐμβόλου θὰ ἐκρέῃ τὸ ὑγρὸν ἐκ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος Σ.

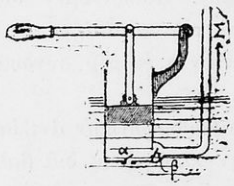


Σχ. 214.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὰς ἀναρροφητικὰς ἀντλίας τὸ ὕψος μέχρι τοῦ ὁποίου ἠμποροῦμεν νὰ ἀνυψώσωμεν τὸ ὑγρὸν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω διὰ τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg τὸ θεωρητικὸν ὕψος εἶναι 10,33 μέτρα. Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως, ἐπειδὴ αἱ βιομηχανικαὶ ἰδίως ἀντλίαι δὲν εἶναι τελείως ἀεροστεγεῖς, τὸ ὕψος εἶναι πολὺ μικρότερον.

§ 249. ***Καταθλιπτικὴ ἀντλία.*** Εἰς τὴν καταθλιπτικὴν ἀντλίαν (σχ. 215) τὸ μὲν ἔμβολον εἶναι πλῆρες ὁ δὲ πυθμὴν φέρει ἓν μὲν ἄνοιγμα α, κλειόμενον διὰ βαλβῖδος ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔξω πρὸς τὰ ἔσω, διὰ τοῦ ὁποίου συγκοινωνεῖ μὲ τὴν δεξαμενήν, ἐντὸς τῆς ὁποίας εἶναι βυθισμένος, ἓν δὲ δεύτερον ἄνοιγμα β, κλειόμενον διὰ βαλβῖδος ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔσω πρὸς τὰ ἔξω, τὸ ὁποῖον ἐκβάλλει εἰς τὸν σωλῆνα Σ. Κατὰ τὴν ἄνοδον τοῦ ἐμβόλου ἡ μὲν βαλβὶς β κλείει, διὰ δὲ τοῦ ἀνοίγματος α εἰσέρχεται τὸ ὑγρὸν εἰς τὸν κύλινδρον, κατὰ δὲ τὴν κάθοδον ἡ μὲν βαλβὶς α κλείει, τὸ δὲ ὑγρὸν ἐξωθεῖται διὰ τοῦ ἀνοίγματος β εἰς τὸν σωλῆνα Σ.



Σχ. 215.

Τὸ ὕψος μέχρι τοῦ ὁποίου ἠμπορεῖ νὰ ἀνυψωθῇ τὸ ὑγρὸν εἶναι ἀπεριόριστον, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἀπὸ δύναμιν τὴν ὁποίαν διαθέτομεν διὰ τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου, ἀπὸ τὴν στερεότητα τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ σωλῆνος καὶ ἀπὸ τὴν στεγανότητα τῶν βαλβίδων.

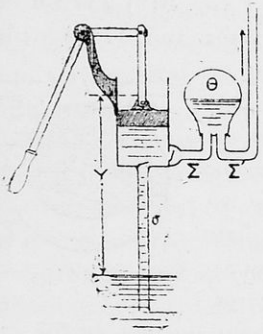
§ 250. ***Ἀντλία μικτή.*** Ἂν εἰς τὴν καταθλιπτικὴν ἀντλίαν ἀντὶ ὁ κύλινδρος νὰ εἶναι βυθισμένος ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς συγκοινωνεῖ μὲ αὐτὴν διὰ τοῦ σωλῆνος σ (σχ. 216), ἔχομεν τὸν μικτὸν τύπον, εἰς τὸν ὁποῖον κατὰ μὲν τὴν ἄνοδον τοῦ ἐμβόλου γίνεται ἀναρρόφησις διὰ τοῦ σωλῆνος σ, κατὰ δὲ τὴν κάθοδον ἐξώθησις εἰς τὸν σωλῆνα Σ. Τὸ ὕψος Υ εἶναι μικρότερον τοῦ βαρομετρικοῦ, ἀλλὰ τὸ ὕψος τοῦ σωλῆνος Σ εἶναι ἀπεριόριστον.

Ἡ κίνησις τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ εἶναι πολὺ ἀνώμαλος καὶ σπασμωδική, καθιστῶμεν δὲ αὐτὴν ὁμαλωτέραν διὰ τῆς παρεμβολῆς τοῦ θαλάμου Θ. Εἰς τὸν πυθμένα τοῦ ἀεροστεγοῦς τούτου θαλάμου ἐκβάλλει ὁ σωλὴν Σ, ἀπὸ τὸν ἴδιον δὲ πυθμένα ἀναχωρεῖ ὁ σωλὴν Σ′, διὰ τοῦ ὁποίου ἐξακολουθεῖ ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ.

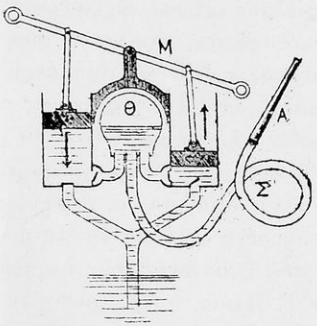
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὅταν κατὰ τὴν κάθοδον τοῦ ἐμβόλου ἔρχεται ἄφθονον τὸ ὑγρὸν διὰ τοῦ σωλῆνος Σ, συμπιέζεται ὁ ἐντὸς τοῦ θαλάμου ἀήρ, ὅταν δὲ κατὰ τὴν ἄνοδον τοῦ ἐμβόλου ἡ διὰ τοῦ σωλῆνος Σ ροὴ παύῃ, ὁ συμπιεσθεὶς ἀὴρ τοῦ θαλάμου διατεινόμενος ἐξωθεῖ εἰς τὸν σωλῆνα Σ΄ τὴν περίσσειαν τοῦ ὑγροῦ, οὕτως ὥστε ἡ διὰ τοῦ σωλῆνος τούτου ροὴ εἶναι συνεχής.

§ 251. ***Πυροσβεστικὴ ἀντλία.*** Ἡ πυροσβεστικὴ ἀντλία (σχ. 217) εἶναι μικτὴ ἀντλία μὲ δύο κυλίνδρους, οἱ ὁποῖοι τροφοδοτοῦνται ἀπὸ



Σχ. 216.



Σχ. 217.

τὴν αὐτὴν δεξαμενήν, καὶ τῶν ὁποίων οἱ ἐκφορητικοὶ σωλῆνες ἐκβάλλουν εἰς τὸν αὐτὸν θάλαμον Θ. Ἐκ τούτου ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ γίνεται δι' ἑνὸς μόνου εὐκάμπτου σωλῆνος Σ καταλήγοντος εἰς τὸν αὐλὸν Α.

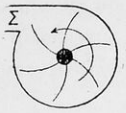
Ἡ κίνησις μεταδίδεται εἰς τὰ ἔμβολα τῶν δύο κυλίνδρων διὰ τοῦ μοχλοῦ Μ, οὕτως ὥστε ὅταν εἰς τὸν ἕνα κύλινδρον ἔχομεν ἀναρρόφησιν, εἰς τὸν ἄλλον ἔχομεν ἐξώθησιν. Εἰς τὴν δικύλινδρον ἀντλίαν ἡ κίνησις τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ εἶναι πολὺ ὁμαλωτέρα παρὰ εἰς τὴν μονοκύλινδρον, διότι ἡ ἐξώθησις παύει μόνον κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀναστροφῆς τῆς κινήσεως τοῦ μοχλοῦ Μ.

Ἄλλοι τύποι ἀντλιῶν.

§ 252. ***Ἀντλία φυγοκεντρική.*** Ἐντὸς κυλινδρικοῦ τυμπάνου φέροντος προσηρμοσμένον κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῆς περιφερείας

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸν σωλῆνα Σ περιστρέφεται σύστημα ἐλασμάτων ὅπως εἰς τὸ σχῆμα 218 φαίνεται. Τὸ ἐντὸς τοῦ τυμπάνου ὑγρὸν παρασυρόμενον εἰς τὴν περιστροφικὴν κίνησιν ὑπόκειται εἰς φυγοκεντρικὴν δύναμιν καὶ ἐξωθεῖται μὲ ὁρμὴν εἰς τὸν σωλῆνα Σ, ἀναπληροῦται δὲ διαρκῶς δι' ἀναρροφήσεως ὑπὸ ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον ἔρχεται διὰ σωλῆνος καταλήγοντος εἰς τὸ κέντρον τοῦ τυμπάνου.



Σχ. 218.

§ 253. *Ἀντλία μὲ ἔκκεντρον τύμπανον φέρον κινητοὺς σύρτας.* Ἐντὸς τοῦ κυλινδρικοῦ κοίλου τυπάνου Τ (σχ. 219) κινεῖται περὶ τὸν ἄξονά του, ἐκκέντρως τοποθετημένον ἐντὸς τοῦ Τ, τὸ πλῆρες τύμπανον τ ἔχον τὸ αὐτὸ ἀκριβῶς ὕψος πρὸς τὸ Τ καὶ ἐφαπτόμενον αὐτοῦ εἰς τὴν θέσιν Α, ἑκατέρωθεν τῆς ὁποίας ἐκβάλλουν οἱ σωλῆνες σ καὶ Σ. Τὸ τύμπανον τ φέρει ἐντομήν, ἐντὸς τῆς ὁποίας κινοῦνται οἱ σύρται α, β, τοὺς ὁποίους τείνει νὰ ἀπομακρύνῃ ἀλλήλων τὸ ἐλατήριον ε, οὕτως ὥστε διαρκῶς ἐφάπτονται τῶν τοιχωμάτων τοῦ τυμπάνου Τ. Ὅταν τὸ ἐσωτερικὸν τύμπανον περιστρέφεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους, φαίνεται ἀμέσως ἐκ τοῦ σχήματος ὅτι διὰ τοῦ σωλῆνος σ ἔχομεν ἀναρρόφησιν τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον καταθλιβόμενον ἐξωθεῖται διὰ τοῦ σωλῆνος Σ.



Σχ. 219.

§ 254. *Ὑδραυλικὸς κριός.* Εἰς τὴν τάξιν τῶν ὑδραντλιῶν πρέπει νὰ περιληφθῇ καὶ ὁ ὑδραυλικὸς κριός, ὁ ὁποῖος χρησιμεύει εἰς τὴν ἀνύψωσιν ὕδατος ὑπεράνω τοῦ ἐπιπέδου τῆς δεξαμενῆς, ἐντὸς τῆς ὁποίας τοῦτο εὑρίσκεται.

Ἂν ὕδωρ ρέῃ ἐντὸς σωλῆνος μακροῦ καὶ εὐρέος καὶ αἰφνιδίως κλείσωμεν τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ ὕδατος, μηδενιζομένης τῆς ταχύτητος, θὰ μεταβληθῇ ἀποτόμως εἰς ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας, ἡ ὁποία δὲν ἠμπορεῖ νὰ εἶναι, ἐφ' ὅσον ὁ σωλὴν κλείεται ἐντελῶς, παρὰ ἐνέργεια ἐλαστικῆς παραμορφώσεως τοῦ σωλῆνος καὶ τοῦ ὕδατος. Ἕνεκα τοῦ πρακτικῶς ἀσυμπιέστου τοῦ ὕδατος ὁ σωλὴν κυρίως διευρύνεται, καὶ ἂν ἡ ἀντοχή του δὲν εἶναι ἐπαρκὴς ἠμπορεῖ καὶ νὰ διαρραγῇ.

Παράγεται λοιπόν, ὅταν ἀποτόμως κλείωμεν τὸν σωλῆνα, τὸ λεγόμενον ὑδραυλικὸν κτύπημα κριοῦ, τὸ ὁποῖον εἶναι τόσον ἰσχυρό-

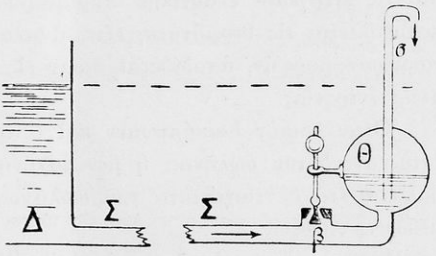
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τερον, ὅσον ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ κινουμένου ὕδατος εἶναι μεγαλητέρα, ὅσον δηλ. ὁ σωλὴν εἶναι μακρότερος καὶ εὐρύτερος καὶ ὅσον μεγαλητέρα εἶναι ἡ ταχύτης τῆς ροῆς.

Ἂν τὸ ὕδωρ, τοῦ ὁποίου τὴν ροὴν ἀποτόμως ἐμποδίζομεν, εὕρῃ διέξοδον διὰ λεπτοτέρου σωλῆνος προσηρμοσμένου εἰς τὸν κύριον σωλῆνα, εἰσέρχεται εἰς αὐτὸν μὲ ὁρμὴν καὶ εἶναι δυνατὸν νὰ ἀνέλθῃ εἰς ὕψος μεγαλήτερον τοῦ τῆς δεξαμενῆς ἐκ τῆς ὁποίας προέρχεται.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης στηρίζεται ἡ κατασκευὴ τοῦ ὑδραυλικοῦ κριοῦ.

Ἐκ τῆς δεξαμενῆς Δ (σχ. 220) ἀναχωρεῖ ὁ μακρὸς καὶ εὐρὺς σωλὴν ΣΣ, ὁ ὁποῖος κατὰ τὴν θέσιν β ἔχει ὀπὴν ἀρκετὰ μεγάλην κλειομένην διὰ βαλβῖδος ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔξω πρὸς τὰ ἔσω, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται. Μετὰ τὴν βαλβῖδα καταλήγει ὁ σωλὴν εἰς τὸν θάλαμον Θ ἐκ τοῦ ὁποίου ἀναχωρεῖ ὁ σωλὴν σ φθάνων σχεδὸν μέχρι τοῦ πυθμένος. Ὅταν δὲν ρέῃ τὸ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ, ἡ βαλβὶς β μένει ἐκ τοῦ βάρους της ἀνοικτή. Ἅμα ὅμως ἀφήσωμεν τὸ ὕδωρ νὰ ρέῃ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ, ἐκρέει τοῦτο διὰ τῆς ἀνοικτῆς βαλβῖδος, ἀλλὰ μόλις ἡ ταχύτης γίνῃ ἀρκετὰ μεγάλη, παρασυρομένη ὑπὸ τοῦ ρεύματος ἡ βαλβὶς κλείεται, τὸ δὲ ὕδωρ ὑπὸ τὴν ὥθησιν τῆς κτηθείσης ταχύτητος εἰσέρχεται μὲ ὁρμὴν εἰς τὸν θάλαμον Θ καὶ ἐκρέει διὰ τοῦ σωλῆνος σ, ὁ ὁποῖος ἐκβάλλει ὑψηλότερα τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῆς δεξαμενῆς Δ. Ἐν τῷ μεταξὺ ὅμως ἡ ταχύτης τῆς ροῆς ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ ἐλαττοῦται κατά τι, ἡ βαλβὶς β ἀνοίγει, τὸ ὕδωρ ρέει ἐκ νέου διὰ τοῦ ἀνοίγματος καὶ μόλις ἡ ταχύτης πάλιν γίνῃ ἀρκετὰ μεγάλη παρασύρεται ἡ βαλβίς, κλείει τὸ ἄνοιγμα καὶ τὸ κτύπημα τοῦ κριοῦ ἐπαναλαμβάνεται καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἡ βαλβὶς ρυθμίζεται διὰ προσθέτων βαρῶν.



Σχ. 220.

Ἡ λειτουργία τοῦ θαλάμου Θ εἶναι ἐντελῶς ἡ ἰδία ὅπως καὶ εἰς τὰς καταθλιπτικὰς ἀντλίας (πρβλ. § 250, 251).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Σημειωτέον ὅτι διὰ τοῦ ὑδραυλικοῦ κριοῦ ἀνυψώνομεν μὲν ποσόν τι ὕδατος εἰς ὕψος ἀνώτερον τοῦ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τῆς δεξαμενῆς Δ, ἀλλὰ πρὸς τοῦτο εἶναι ἀνάγκη μέγα ποσὸν ὕδατος νὰ ἐκρεύσῃ διὰ τοῦ ἀνοίγματος τῆς βαλβῖδος β. Οὕτω ὄχι μόνον δὲν κερδίζομεν ἐκ τοῦ μηδενὸς δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἀλλ᾽ ἡ σπατάλη ἐνεργείας εἰς τὴν βαλβῖδα β εἶναι ἀρκετὰ μεγάλη. Ὁ κριὸς δὲν εἶναι διόλου οἰκονομικὴ μηχανή.

§ 255. Τὸ ὑδραυλικὸν κτύπημα τοῦ κριοῦ παράγεται, καθὼς εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον εἴδομεν, ὁσάκις ἀποτόμως κλείσωμεν σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου ρέει ὑγρόν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια παράγει ἔργον παραμορφώνουσα τὸν σωλῆνα, τὸ δὲ ἔργον τοῦτο μεταβάλλεται εἰς ἐνέργειαν ἐλαστικῆς παραμορφώσεως, ἡ ὁποία εἴτε πάλιν μεταβάλλεται εἰς θερμότητα, εἴτε, ἀναλαμβάνοντος τοῦ σωλῆνος τὴν προτέραν μορφήν, ἀποδίδεται πάλιν εἰς τὸ ὑγρὸν ὑπὸ μορφὴν κινητικῆς ἐνεργείας.

Ὅταν λοιπὸν διακόπτωμεν καὶ ἀποκαθιστῶμεν τὴν ροὴν ὑγροῦ ἐντὸς ἀνενδότου σωλῆνος, ἡ μὲν ταχύτης τῆς ροῆς ἀποτόμως μεταβάλλεται, τὰ δὲ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος ὑφίστανται μεγάλας αὐξομειώσεις πιέσεως.

Ἀλλὰ τὸ ἔργον ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν μετακίνησιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς αὐτῆς. Ἑπομένως ὅσον περισσότερον ἀνένδοτα εἶναι τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος, ὅσον δηλ. μικροτέρα ἡ ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας παραμόρφωσις, τόσον ἰσχυρότεραι αἱ ἀναπτυσσόμεναι τάσεις.

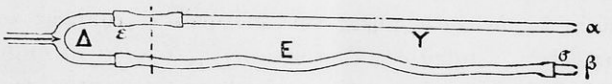
Ἂν τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος εὐκόλως ἐνδίδουν, εἶναι δηλ. τὸ μέτρον ἐλαστικότητος μικρὸν καὶ ὁ σωλὴν εἶναι ἐλαστικὸς ὑπὸ τὴν λαϊκὴν ἐκδοχὴν τῆς λέξεως, αἱ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι μικραί, συγχρόνως δέ, ἐπειδὴ ὁλόκληρος ὁ σωλὴν διευρύνεται καὶ συστέλλεται διαδοχικῶς, ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικροτέρα ἐφ᾽ ὅσον ἀπομακρυνόμεθα τῆς θέσεως, ὅπου διακόπτομεν καὶ ἀποκαθιστῶμεν τὸ ρεῦμα. Διότι, ὅταν ἀποκαθιστῶμεν τὴν ροήν, τὸ ἀποτόμως εἰσερχόμενον εἰς τὸν σωλῆνα ὑγρὸν δὲν ἠμπορεῖ νὰ θέσῃ εἰς κίνησιν ἀμέσως ὁλόκληρον τὴν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑγρὰν μᾶζαν, ἀλλὰ συσωρεύεται ἐντὸς τοῦ διευρυνομένου σωλῆνος, ὅταν πάλιν διακόψωμεν τὸ ρεῦμα, ὁ σωλὴν ἀνα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λαμβάνων τὴν ἀρχικὴν μορφὴν ἐξωθεῖ τὸ ὑγρὸν καὶ διατηρεῖ οὕτω τὴν κίνησιν, ἡ ὁποία καθίσταται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ὁμοιόμορφος, ὅσον μεγαλήτερον μέρος σωλῆνος μεσολαβεῖ μεταξὺ τῆς θεωρουμένης θέσεως καὶ τῆς θέσεως εἰς τὴν ὁποίαν γίνονται αἱ διακοπαί. Τὰς διαδοχικὰς διαστολὰς καὶ συστολὰς τοῦ σωλῆνος ἀντιλαμβανόμεθα ὡς *σφυγμόν*, ὁ ὁποῖος γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀσθενέστερος ὅσον ἀπομακρυνόμεθα τῆς θέσεως, εἰς τὴν ὁποίαν τὸ ρεῦμα διακόπτεται καὶ ἀποκαθίσταται.

Τὸ ἑξῆς χαρακτηριστικώτατον πείραμα δεικνύει τὴν διαφορὰν τῆς ροῆς ὑγροῦ ἐντὸς ἀνενδότου καὶ ἐντὸς ἐλαστικοῦ (*) σωλῆνος.

Εἰς τὸ ἓν σκέλος τοῦ διχαλωτοῦ ὑαλίνου σωλῆνος Δ (σχ. 221)



Σχ. 221.

προσαρμόζομεν διὰ τεμαχίου ἐλαστικοῦ σωλῆνος ε τὸν ὑάλινον σωλῆνα Υ στενούμενον κάπως κατὰ τὸ ἄκρον α, εἰς δὲ τὸ ἄλλο τὸν λεπτότοιχον ἐξ ἐλαστικοῦ κόμμεως σωλῆνα Ε, ὁ ὁποῖος κατὰ τὸ ἄλλο αὐτοῦ ἄκρον καταλήγει εἰς τὸν ὑάλινον σωληνίσκον σ, στενούμενον κατὰ τὸ β ὅπως ὁ Υ εἰς τὸ α.

Διαβιβάζομεν διὰ τοῦ σωλῆνος Δ ρεῦμα ὕδατος καὶ πιέζοντες διὰ κανόνος κατὰ τὴν θέσιν, ἡ ὁποία εἰς τὸ σχῆμα σημειώνεται διὰ τῆς στικτῆς γραμμῆς, διακόπτομεν καὶ ἀποκαθιστῶμεν ἐναλλὰξ τὸ ρεῦμα. Ἡ ἐκροὴ εἰς μὲν τὸ ἄκρον α εἶναι διακεκομμένη, εἰς δὲ τὸ β συνεχὴς ἢ τὸ πολὺ ἁπλῶς αὐξομειοῦται, αἱ δὲ μεταβολαὶ τῆς ταχύτητος τῆς ροῆς εἶναι τόσον μικρότεραι, ὅσον ὁ σωλὴν εἶναι μακρότερος καὶ ἐνδοτικώτερος.

Σημειωτέον ὅτι ἡ κατὰ τὸ β τυχὸν παρατηρουμένη αὐξομείωσις τῆς ταχύτητος τῆς ροῆς δὲν εἶναι σύγχρονος πρὸς τὰς διακοπὰς εἰς τὴν στικτὴν θέσιν.

---

*) Ἡ ἐκδοχὴ τοῦ ὅρου ὅπως καὶ ἀνωτέρω ὑπὸ τὴν ἔννοιαν τῆς ἐλαστικότητος μὲ μικρὰν τιμὴν τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ φάσις (πρβλ. § 35 σελ. 32) τῆς περιοδικῶς μεταβαλλομένης ροῆς ὑπολείπεται τῆς φάσεως τῆς κατὰ τὴν στικτὴν θέσιν μεταβολῆς, καὶ τόσον περισσότερον ὅσον μικρότερος εἶναι ὑπὸ τὰς αὐτὰς ἄλλως συνθήκας ὁ σωλὴν Ε. Ὁ δὲ σφυγμός, τὸν ὁποῖον ἀντιλαμβανόμεθα κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος Ε εἶναι τόσον ἀσθενέστερος, ὅσον πλησιάζομεν πρὸς τὸ ἄκρον β, καὶ ἡ φάσις δὲ αὐτοῦ ὑπολείπεται ὅσον πλησιάζομεν πρὸς τὸ ἄκρον β, ἂν δὲ ὁ σωλὴν Ε εἶναι ἀρκετὰ μακρός, εἶναι δυνατὸν εἰς σημεῖα τινα ἡ φάσις νὰ ὑπολείπεται κατὰ 360^0, 2×360^0,... τῆς φάσεως τῆς ἀμέσως μετὰ τὴν θέσιν τῶν διακοπῶν. Εἰς τὰ σημεῖα ταῦτα αἱ μεταβολαὶ τῆς ἐντάσεως τῆς ροῆς εἶναι σύγχρονοι πρὸς τὰς διακοπὰς καὶ ἀποκαταστάσεις τοῦ ρεύματος εἰς τὴν στικτὴν θέσιν.

Ἔχομεν λοιπὸν κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος Ε τοπικῶς καὶ χρονικῶς περιοδικὴν μεταβολὴν τῆς πιέσεως, τῆς ὁποίας αἱ ὅμοιαι φάσεις προχωροῦν κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος, τὸ δὲ πλάτος τῆς μεταβολῆς ἐλαττοῦται καθ' ὅσον πλησιάζομεν πρὸ τὸ ἄκρον β. Διαδίδονται δηλ. κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος Ε κύματα πιέσεως περιοδικὰ μὲ πλάτος ἐλαττούμενον καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν πηγὴν τῶν μεταβολῶν, ἡ δὲ ταχύτης τῆς ροῆς ὑφίσταται περιοδικὰς αὐξομειώσεις, τῶν ὁποίων τὸ πλάτος ἐπίσης ἐλαττοῦται καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν πηγὴν τῶν μεταβολῶν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταφαίνεται πόσην σημασίαν ἔχει ἡ ποιότης τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος ἐπὶ τῆς ροῆς ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον περιοδικῶς εἰς αὐτὸν εἰσωθεῖται, καὶ ὅτι ἐκ τοῦ πλάτους τῶν μεταβολῶν τῆς πιέσεως, δηλ. τῆς μεγίστης καὶ ἐλαχίστης τιμῆς αὐτῆς, εἷς τι σημεῖον τῆς περιφερικῆς κυκλοφορίας τοῦ ἀνθρώπου ἠμποροῦμεν νὰ ἐξαγάγωμεν ἀσφαλῆ συμπεράσματα περὶ τῆς ποιότητος τῶν ἀρτηριῶν, εἰς τὰς ὁποίας τὸ αἷμα περιοδικῶς εἰσωθεῖται ὑπὸ τῆς καρδίας.

ΑΕΡΑΝΤΛΙΑΙ

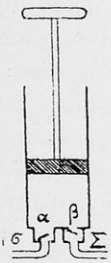
Ἀεραντλίαι μὲ ἔμβολον.

§ 256. Ἡ κατασκευὴ καὶ ἡ λειτουργία τῆς μὲ ἔμβολον ἀεραντλίας εἶναι ἐντελῶς ἀνάλογος πρὸς τὴν τῆς ὑδραντλίας. Ὁ κύλινδρος φέρει εἰς τὸν πυθμένα δύο ἀνοίγματα καταλήγοντα εἰς τοὺς σωλῆνας σ καὶ Σ καὶ κλείοντα διὰ τῶν βαλβίδων α, β, ἐκ τῶν ὁποίων

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

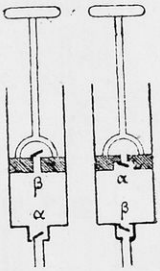
ἡ μὲν α ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔξω πρὸς τὰ ἔσω, ἡ δὲ β ἀντιστρόφως.

Ὅταν ἀνασύρωμεν τὸ ἔμβολον ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀὴρ ἀραιοῦται, ἡ πίεσίς του ἐλαττώνεται, ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ καὶ τοῦ μὲ αὐτὸν συγκοινωνοῦντος χώρου ἀὴρ ἀνοίγει τὴν βαλβῖδα α καὶ εἰσέρχεται εἰς τὸν κύλινδρον. Ὅταν ἔπειτα τὸ ἔμβολον εἰσωθεῖται, ἡ βαλβὶς α κλείει καὶ ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀὴρ συμπιεζόμενος ἀνοίγει τὴν βαλβῖδα β καὶ ἐξέρχεται διὰ τοῦ σωλῆνος Σ. Ἂν λοιπὸν οἱ δύο σωλῆνες συγκοινωνοῦν μὲ κλειστοὺς χώρους, εἰς μὲν τὸν χῶρον τὸν συγκοινωνοῦντα μὲ τὸν σωλῆνα σ θὰ ἔχωμεν προϊοῦσαν ἀραίωσιν τοῦ ἀέρος, εἰς δὲ τὸν μὲ τὸν σωλῆνα Σ συγκοινωνοῦντα συμπύκνωσιν.



Σχ. 222.

Ὅταν ἡ ἀντλία πρόκειται νὰ χρησιμεύσῃ μόνον πρὸς ἀραίωσιν, ἢ μόνον πρὸς συμπύκνωσιν τοῦ ἀέρος, ἠμπορεῖ ἡ μία τῶν βαλβίδων α, β νὰ τεθῇ εἰς τὸ ἔμβολον καὶ τότε ἡ ἀντλία λαμβάνει μίαν τῶν ὑπὸ τοῦ σχήματος 223 παριστωμένων μορφῶν, τῶν ὁποίων ἡ λειτουργία εἶναι καταφανής.



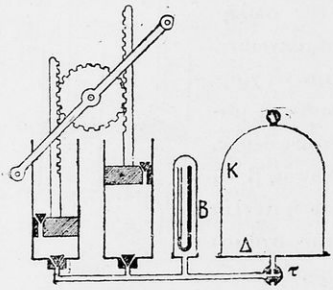
Σχ. 223.

Πολλάκις ἡ ἀντλία ἔχει δύο κυλίνδρους, τῶν ὁποίων τὰ ἔμβολα λαμβάνουν τὴν κίνησιν διὰ συστήματος δύο ὀδοντωτῶν ῥάβδων καὶ ἑνὸς ὀδοντωτοῦ τροχοῦ κινουμένου διὰ καταλλήλου μοχλοῦ (πρβλ. σχῆμα 224). Ὁ ἀναρροφητικὸς σωλὴν τῶν ἀεραντλιῶν καταλήγει πολλάκις εἰς τὸ κέντρον ὑαλίνου ἐπιπέδου δίσκου Δ, ἐπὶ τοῦ ὁποίου τίθεται κώδων ὑάλινος Κ μὲ ἐπίπεδα ἐπίσης χείλη. Ἡ ἀεροστεγὴς ἐφαρμογὴ ἐπιτυγχάνεται διὰ καταλλήλου ἐπιχρίσματος, π. χ. λίπους. Ὁ ἐντὸς τοῦ κώδωνος ἀὴρ ἀραιοῦται διὰ τῆς ἀντλίας, ἡ δὲ πίεσις αὐτοῦ, καὶ ἑπομένως ὁ βαθμὸς τῆς ἀραιώσεως, μετρεῖται διὰ βαρομέτρου εὑρισκομένου ἐντὸς τοῦ ἀεροστεγῶς κλειστοῦ ὑαλίνου σωλῆνος Β, ὁ ὁποῖος συγκοινωνεῖ μὲ τὸν κώδωνα. Διὰ τῆς τριπόρου στρόφιγγος τ ἠμποροῦμεν νὰ θέσωμεν εἰς συγκοινωνίαν εἴτε τὸν κώδωνα μὲ τὴν ἀντλίαν, εἴτε τὸν κώδωνα μὲ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα εἴτε καὶ τὸν κώδωνα καὶ τὴν ἀντλίαν μὲ τὸν ἀέρα. Ἐννοεῖται ὅτι δὲν ἀποκλείεται καὶ οἱοσδήποτε ἄλλος τρόπος ἀεροστεγοῦς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

συνδέσεως τῆς συσκευῆς, ἀπὸ τὴν ὁποίαν πρόκειται νὰ ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, μὲ τὸν ἀναρροφητικὸν σωλῆνα τῆς ἀεραντλίας.

Ἂν ὀνομάσωμεν Ω τὸν ὄγκον τῆς μετὰ τῆς ἀντλίας συνδεομένης συσκευῆς ἀπὸ τῆς βαλβῖδος καὶ πέραν, καὶ ω τὸν ὄγκον τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῆς βαλβῖδος μέχρι τῆς ἄκρας θέσεως τοῦ ἐμβόλου, εὑρίσκομεν εὐκόλως τὴν ὑπὸ μιᾶς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου ἐπιφερομένην μεταβολὴν τῆς πιέσεως ὡς ἑξῆς: Κατὰ τὴν κατωτάτην θέσιν τοῦ ἐμβόλου, ὅτε τοῦτο ἐφάπτεται τῆς βαλβῖδος, ὁ ὅλος χῶρος τῆς συσκευῆς εἶναι Ω καὶ εἶναι πλήρης ἀέρος (ἢ ἀερίου) ὑπὸ πίεσιν p_0. Ὅταν τὸ ἔμβολον ἀνασυρθῇ, ὁ χῶρος γίνεται Ω + ω καὶ ἡ νέα πίεσις p′ εὑρίσκεται κατὰ τὸν νόμον Mariotte-Boyle ἐκ τῆς σχέσεως:



Σχ. 224.

$$p_0 : p' = (\Omega + \omega) : \Omega$$

$$p' = p_0 \cdot \frac{\Omega}{\Omega + \omega}$$

Ὅταν εἰσωθήσωμεν τὸ ἔμβολον, ἡ βαλβὶς α (σχ. 222) θὰ κλείσῃ, θὰ ἐξέλθῃ δὲ ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀὴρ διὰ τῆς βαλβίδος β.

Ὅταν δὲ πάλιν ἀνασύρωμεν τὸ ἔμβολον, ἡ νέα πίεσις p″ θὰ εἶναι:

$$p'' = p' \cdot \frac{\Omega}{\Omega + \omega} = p_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega + \omega} \right)^2.$$

καὶ μετὰ ν πλήρεις παλινδρομικὰς κινήσεις τοῦ ἐμβόλου ἡ πίεσις θὰ εἶναι:

$$p = p_0 \left(\frac{\Omega}{\Omega + \omega} \right)^\nu$$

Τὸ κλάσμα $\frac{\Omega}{\Omega + \omega}$ εἶναι μικρότερον τῆς μονάδος καί, ὅταν ὁ ἐκθέτης ν αὐξάνῃ, τὸ ὅριον τῆς δυνάμεως εἶναι τὸ μηδέν. Ἡ πίεσις δηλ. γίνεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικροτέρα τείνουσα πρὸς τὸ μηδέν. Ἐν τούτοις ἡ πίεσις εἰς τὴν ἀντλίαν ταύτην δὲν ἠμπορεῖ νὰ κατέλθῃ κάτω ὡρισμένου ὁρίου ἕνεκα τοῦ λεγομένου *ἐπιβλαβοῦς χώρου*. Ὅταν δηλ. τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς τὴν κατωτάτην θέσιν μένει πάντοτε μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τῆς βαλβῖδος χῶρος τις ω′. Εἰς τὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χῶρον αὐτὸν συμπυκνώνεται ὑπὸ τῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀήρ, καὶ διὰ νὰ ἀνοιχθῇ ἡ βαλβὶς β πρέπει ἡ πίεσις τοῦ οὕτω συμπιεσθέντος ἀέρος νὰ εἶναι τουλάχιστον ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν.

Ἂν λοιπὸν εἶναι ω ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου, ω′ ὁ ἐπιβλαβὴς χῶρος, P ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ p ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ὅταν τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς τὴν ἀνωτάτην αὐτοῦ θέσιν, θὰ ἔχωμεν:

$$p \cdot \frac{\omega}{\omega'} > P$$

καὶ ἐπειδὴ ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ πέραν τῆς βαλβῖδος α χώρου δὲν ἠμποροῦσε νὰ εἶναι μικροτέρα τῆς p, διότι ἄλλως ἡ βαλβὶς δὲν θὰ ἤνοιγε καὶ ἀὴρ δὲν θὰ ἐξήρχετο ἐκ τῆς συσκευῆς, ἕπεται ὅτι τὸ κατώτατον ὅριον τῆς πιέσεως, τὴν ὁποίαν ἠμποροῦμεν νὰ ἐπιτύχωμεν μὲ τὴν συνήθη μὲ ἔμβολον ἀντλίαν, εἶναι:

$$p = P \frac{\omega'}{\omega}$$

ὅπου P ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ω ὁ ὄγκος τοῦ κυλίνδρου καὶ ω′ ὁ ἐπιβλαβὴς χῶρος.

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου ἀμέσως φαίνεται, ὅτι τόσον καλήτερα λειτουργεῖ ἡ ἀντλία ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ ἐπιβλαβὴς χῶρος καὶ ὅσον μικροτέρα ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις P, ἑπομένως πᾶσα τελειοποίησις τῆς ἀντλίας ἐκτὸς τῆς στεγανότητος πρέπει νὰ ἀποβλέπῃ εἰς τὴν ἐλάττωσιν ἢ τὴν τελείαν ἄρσιν τοῦ ἐπιβλαβοῦς χώρου.

Ἐν τούτοις ὅταν ἔχωμεν δύο ὁμοίας ἀντλίας A, B, ἠμποροῦμεν νὰ ἐλαττώσωμεν τὸ ὅριον τῆς πιέσεως συνδέοντες τὰς δύο ἀντλίας *κατὰ σειράν*, δηλ. οὕτως ὥστε ὁ ἐκφορητικὸς σωλὴν τῆς A νὰ ἐκβάλλῃ εἰς χῶρον X, ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἀφαιρεῖται ὁ ἀὴρ διὰ τῆς B.

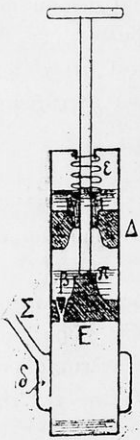
Ἂν ἡ ὁρικὴ πίεσις εἰς τὸν χῶρον X εἶναι $p_1 = P \frac{\omega'}{\omega}$, διὰ τῆς ἀντλίας A θὰ ἐπιτύχωμεν πίεσιν $p = p_1 \frac{\omega'}{\omega} = P \left(\frac{\omega'}{\omega}\right)^2$ (Babinet).

§ 257. ***Ἀντλίαι μὲ ἔλαιον.*** Εἰς τὰς λεγομένας *ἀντλίας μὲ ἔλαιον* (π. χ. ἀντλία Geryk) αἴρεται ὁ ἐπιβλαβὴς χῶρος διὰ τῆς παρεμβολῆς ἐλαίου μεταξὺ τοῦ ἐμβόλου καὶ τῆς βαλβῖδος. Ὁ κύλινδρος τῆς ἀν-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τλίας φέρει διάφραγμα ἐγκάρσιον, τὸ Δ, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰς τὸ κέντρον κωνικὴν ὀπήν. Ἡ ὀπὴ αὕτη κλείεται διὰ κωνικῆς βαλβῖδος, ἡ ὁποία συγκρατεῖται ὑπὸ τοῦ ἐλατηρίου ε, ἔχει δὲ κατὰ τὸν ἄξονα κυλινδρικὴν ὀπήν, διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται ἀεροστεγῶς τὸ στέλεχος τοῦ ἐμβόλου Ε, τὸ δὲ ἔμβολον τοῦτο ἔχει ἐπίσης ὀπὴν κλειομένην διὰ τῆς βαλβῖδος β.

Ὁ σωλὴν τῆς ἀναρροφήσεως Σ καταλήγει εἰς τὸν κύλινδρον πλευρικῶς καὶ ὀλίγον ὑψηλότερα τοῦ πυθμένος. Ἄνωθεν τοῦ διαφράγματος Δ, τοῦ ἐμβόλου Ε, καθὼς καὶ εἰς τὸν πυθμένα τοῦ κυλίνδρου ὑπάρχει στιβὰς ἐλαίου. Ὅταν τὸ ἔμβολον ὠθεῖται πρὸς τὰ κάτω, τὸ ἔλαιον τὸ εὑρισκόμενον εἰς τὸν πυθμένα τοῦ κυλίνδρου ἀνυψώνει τὴν βαλβῖδα β καὶ μέρος αὐτοῦ ἀνέρχεται ὑπὲρ τὸ ἔμβολον, οὕτως ὥστε ὑποκάτω τοῦ ἐμβόλου δὲν μένει οὔτε ἴχνος ἀέρος, μέρος δὲ τοῦ ἀέρος τοῦ περιεχομένου εἰς τὸν χῶρον τὸν συγκοινωνοῦντα μὲ τὸν σωλῆνα Σ εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον. Κατὰ τὴν ἄνοδον τοῦ ἐμβόλου μέρος τοῦ ἐλαίου εἰσέρχεται εἰς τὸ διάκενον δ καὶ ἐκ τούτου ἐκρέει πάλιν εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, ὁ δὲ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀὴρ συμπιέζεται ὑπὸ τοῦ ἐμβόλου καί, ὅταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὴν ἀνωτάτην αὐτοῦ θέσιν, ἡ προεξοχὴ π ἀνυψώνει τὴν βαλβῖδα τοῦ διαφράγματος Δ καὶ ὅλος ὁ ἀὴρ καὶ μέρος τοῦ ὑπὲρ τὸ ἔμβολον ἐλαίου ἐξέρχεται διὰ τῆς ὀπῆς. Οὕτω ἐκδιώκεται κάθε ἴχνος ἀέρος. Κατὰ δὲ τὴν κάθοδον τοῦ ἐμβόλου κλείει ἡ ὀπὴ τοῦ διαφράγματος Δ, πρὶν ὅμως κλείσῃ ἐντελῶς μέρος τοῦ ἐλαίου εἰσρέει πάλιν εἰς τὸν κύλινδρον, ὥστε ὑπεράνω τοῦ ἐμβόλου ὑπάρχει πάντοτε ἡ ἀναγκαία περίσσεια.



Σχ. 225.

Ὅταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς διαδρομῆς του, ὁ σωλὴν Σ συγκοινωνεῖ μὲ τὸν κύλινδρον τῆς ἀντλίας, ἀὴρ εἰσέρχεται εἰς τὸν κενὸν χῶρον, ὁ ὁποῖος κατὰ τὴν ἄνοδον τοῦ ἐμβόλου ἐκδιώκεται πάλιν *ἐντελῶς* καὶ οὕτω ἡ ἀραίωσις ἐξακολουθεῖ. Καλὴ ἀντλία μὲ ἔλαιον, δικύλινδρος, ἠμπορεῖ νὰ ἀραιώσῃ τὸν ἀέρα μέχρι πιέσεως 0,0002 mm Hg.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Περιστροφικαὶ ἀντλίαι.

§ 258. Πολὺ ἐνδιαφέρουσαι διὰ τὴν μεγάλην ἰδίως ἀπόδοσιν καὶ τὸ εὔχρηστον αὐτῶν εἶναι αἱ περιστροφικαὶ ἀεραντλίαι. Καὶ ὅταν μὲν πρόκειται ἁπλῶς νὰ θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ ἀέριον ἐντὸς σωλήνων χωρὶς νὰ ζητοῦμεν νὰ ἐπιτύχωμεν μεγάλας διαφορὰς πιέσεως, ἠμποροῦμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν *φυγοκεντρικὴν* ἀντλίαν, ἐντελῶς ἀνάλογον πρὸς τὴν εἰς τὴν § 252 περιγραφεῖσαν ὑδραντλίαν.

Προκειμένου ὅμως νὰ ἀραιώσωμεν τὸν ἀέρα μέχρι πιέσεως ἴσης πρὸς κλάσμα mm Hg, πρέπει νὰ μεταχειρισθῶμεν ἀντλίαν, εἰς τὴν ὁποίαν ὁ χῶρος ὁ περιέχων τὸν ἀραιὸν ἀέρα νὰ ἀποκλείεται στεγανῶς ἀπὸ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Καταλληλοτάτη ἀντλία πρὸς τοῦτο εἶναι ἡ εἰς τὴν § 253 περιγραφομένη *ἀντλία μὲ ἔκκεντρον τύμπανον φέρον κινητοὺς σύρτας* (σχ. 219).

Καλῶς κατασκευαζομένη τοιαύτη ἀντλία (π. χ. ἀντλία Gädе) ἀραιώνει ἐντὸς ἐλαχίστου χρονικοῦ διαστήματος τὸν ἀέρα ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου συγκοινωνοῦντος μὲ τὸν σωλῆνα σ μέχρι πιέσεως 0,01 mm Hg. Ἂν δὲ ὁ σωλὴν σ εἶναι ἀνοικτὸς εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, ἔχομεν διὰ τοῦ σωλῆνος Σ φύσημα συνεχὲς καὶ εἰς χῶρον κλειστὸν συγκοινωνοῦντα μὲ τὸν σωλῆνα τοῦτον ἠμποροῦμεν νὰ συμπιέσωμεν τὸν ἀέρα μέχρι πιέσεως 2 περίπου ἀτμοσφαιρῶν.

Ἀντλίαι ὑδραργυρικαί.

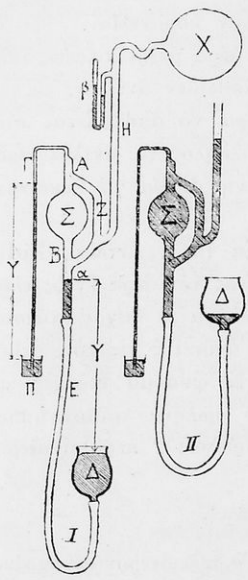
§ 259. ***Ἀντλία Geissler-Töpler.*** Τὸ τελειότερον κενὸν εἶναι τὸ κενὸν τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου, διότι δὲν περιέχεται εἰς τὸν ὑπὲρ τὸν ὑδράργυρον χῶρον ἴχνος ἀερίου ἐκτὸς ἀτμῶν τοῦ ὑδραργύρου, τῶν ὁποίων ὅμως τὴν πυκνότητα, ἐλαχίστην εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν, ἠμποροῦμεν νὰ ἐλαττώσωμεν πρακτικῶς μέχρι τοῦ μηδενὸς ψύχοντες καταλλήλως τὸν θάλαμον.

Ἂν λοιπὸν θέτωμεν ἐπανειλημμένως χῶρον κλειστὸν εἰς συγκοινωνίαν μὲ βαρομετρικὸν θάλαμον, ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀὴρ θὰ ἀραιώνεται διαρκῶς, ἡ δὲ ἀραίωσις θεωρητικῶς δὲν θὰ ἔχῃ ὅριον. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης στηρίζεται ἡ λειτουργία τῆς ὑδραργυρικῆς ἀντλίας Geissler-Töpler (σχ. 226).

Ἡ σφαῖρα Σ καταλήγει πρὸς τὰ ἄνω εἰς σωλῆνα Α, ὁ ὁποῖος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

συνεχίζεται ἀπὸ τὸν στενώτατον σωλῆνα Γ. Τούτου τὸ κάτω ἄκρον βυθίζεται εἰς τὸ πλῆρες ὑδραργύρου ποτήριον Π, τὸ δὲ μῆκος τοῦ κατακορύφου σκέλους τοῦ σωλῆνος Γ εἶναι μεγαλήτερον τῶν 80 cm. Πρὸς τὰ κάτω ἡ σφαῖρα ἀπολήγει εἰς τὸν σωλῆνα Β, ὁ ὁποῖος διὰ τοῦ ἐλαστικοῦ σωλῆνος Ε συγκοινωνεῖ μὲ τὸ πλῆρες ὑδραργύρου δοχεῖον Δ. Οἱ σωλῆνες Α καὶ Β συγκοινωνοῦν πρὸς ἀλλήλους διὰ τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος Ζ, ἐκ τούτου δὲ καὶ ὀλίγον χαμηλοτέρα τοῦ κάτω στομίου τῆς σφαίρας Σ ἀναχωρεῖ ὁ σωλὴν Η, ὁ συνδέων τὴν ἀντλίαν μὲ τὸν χῶρον Χ, ἀπὸ τὸν ὁποῖον θὰ ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ. Ὅταν τὸ δοχεῖον Δ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν τοῦ σχήματος 226 Ι, ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Ε Β θὰ εὑρίσκεται εἰς ὕψος Υ ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ, ἐπὶ τοσοῦτον μεγαλήτερον, ὅσον ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ χώρου Χ καὶ τῆς ἀντλίας εἶναι μικροτέρα. Εἰς τὸ αὐτὸ δὲ ὕψος Υ ὑπὲρ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ποτήριον Π θὰ εὑρίσκεται ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Γ. Ἀνυψώνομεν τώρα τὸ δοχεῖον Δ (σχ. 226 ΙΙ). Ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται ἐντὸς τῶν σωλήνων Α, Β, ἀποκλείει τὴν συγκοινωνίαν τοῦ σωλῆνος Η μὲ τὴν λοιπὴν ἀντλίαν, πληροῖ τὴν σφαῖραν Σ καὶ τὸν σωλῆνα Ζ, ὁ δὲ ἐντὸς αὐτῶν ἀὴρ ἐκφεύγει διὰ τοῦ σωλῆνος Γ, τέλος δὲ καὶ ὁ ὑδράργυρος ἀρχίζει νὰ ἐκρέῃ διὰ τοῦ σωλῆνος Γ (σχ. 226 ΙΙ). Τότε ἐπαναφέρομεν τὸ δοχεῖον εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν Ι. Καὶ εἰς μὲν τὸν σωλῆνα Γ ὁ ὑδράργυρος μένει εἰς ὕψος ἴσον πρὸς τὸ βαρομετρικόν, εἰς δὲ τὴν σφαῖραν Σ καὶ τὸν σωλῆνα Ζ σχηματίζεται βαρομετρικὸν κενόν. Ὅταν ὁ ὑδράργυρος κατερχόμενος φθάσῃ εἰς τὴν συνένωσιν τῶν σωλήνων Ζ καὶ Η, μέρος τοῦ ἐντὸς τοῦ χώρου Χ ἀέρος εἰσρέει εἰς τὴν ἀντλίαν διὰ τοῦ σωλῆνος Ζ, ὁ δὲ ὑδράργυρος εἰς τὸν σωλῆνα Γ κατέρχεται εἰς τὸ εἰς τὴν νέαν πίεσιν ἀντιστοιχοῦν ὕψος. Ὁ σωλὴν



Σχ. 226.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ζ χρησιμεύει ἀκριβῶς διὰ νὰ εἰσέρχεται ὁ ἀὴρ εἰς τὴν σφαῖραν Σ ἐκ τῶν ἄνω. Ἂν ἔλειπεν ὁ σωλὴν Ζ, ὁ ἀὴρ θὰ εἰσήρχετο εἰς τὴν σφαῖραν, πρὶν ἀκόμη αὕτη ἐντελῶς κενωθῇ ὑδραργύρου, ἐκ τῶν κάτω διὰ τοῦ σωλῆνος Β ὑπὸ μορφὴν φυσαλίδων καὶ ἡ ἐξ ὑάλου κατεσκευασμένη συσκευὴ θὰ ἐκινδύνευε νὰ θραυσθῇ.

Ἀνυψοῦντες καὶ καταβιβάζοντες ἐπανειλημμένως τὸ δοχεῖον Λ ἀραιοῦμεν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον τὸν ἐντὸς τοῦ Χ ἀέρα. Τὴν πίεσιν αὐτοῦ μετροῦμεν διὰ τῆς διαφορᾶς τοῦ ὕψους Υ ἀπὸ τοῦ βαρομετρικοῦ ἢ καλήτερον διὰ τοῦ βαρομέτρου β καί, ὅταν ἡ ἀραίωσις προχωρήσῃ πολύ, διὰ μανομέτρου Mac Leod.

§ 260. *Ἀντλία Sprengel.* Ἐπὶ ἄλλης ἐντελῶς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῆς ὑδραργυρικῆς ἀντλίας τοῦ Sprengel. Ἐκ τοῦ δοχείου Δ (σχ. 227) ἐκρέει ὑδράργυρος διὰ τοῦ στενοῦ σωλῆνος Σ ἐκβάλλοντος εἰς τὸ πλῆρες ὑδραργύρου ποτήριον Π, εἶναι δὲ ὁ σωλὴν τόσον στενός, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ ἡ δι' αὐτοῦ παρὰ τὸν ὑδράργυρον δίοδος τοῦ ἀέρος, καὶ τὸ μῆκος ἀπὸ τῆς θέσεως Α μέχρι τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸ ποτήριον Π εἶναι μεγαλήτερον τοῦ βαρομετρικοῦ.



Σχ. 227.

Εἰς τὴν θέσιν Α ἐκβάλλει ὁ πλευρικὸς σωλὴν σ φέρων εἰς τὸν χῶρον Χ, τὸν ὁποῖον θέλομεν νὰ κενώσωμεν. Ὁ ὑδράργυρος ἐκρέων ἐκ τοῦ δοχείου Δ κατὰ σταγόνας εἰς τὴν μικρὰν διεύρυνσιν Α, συμπαρασύρει φυσαλίδας τοῦ ἀερίου, οὕτω δὲ ὁ ἀὴρ ἐκ τοῦ χώρου Χ θὰ εἰσρέῃ διαρκῶς διὰ τοῦ σωλῆνος σ καὶ εἰς τὸν σωλῆνα Σ θὰ ἔχωμεν ἐναλλὰξ σταγόνας ὑδραργύρου καὶ φυσαλίδας ἀέρος. Τὸ δοχεῖον Χ λοιπὸν βαθμηδὸν θὰ κενωθῇ, πρέπει δὲ νὰ εἶναι τόσον μακρὸς ὁ σωλὴν Σ, ὥστε τὸ μῆκος ὅλων τῶν σταγόνων τοῦ ὑδραργύρου ἀθροιζόμενον, νὰ μὴ εἶναι μικρότερον τοῦ βαρομετρικοῦ.

Ἡ πρώτη αὐτὴ μορφὴ τῆς ἀντλίας Sprengel ἐτροποποιήθη καὶ ἐτελειοποιήθη πολλαπλῶς, κατορθωθείσης ἰδίως διὰ βοηθητικῶν ἀντλιῶν τῆς αὐτομάτου ἀνυψώσεως τοῦ ἐκρέοντος ὑδραργύρου ἀπὸ τὸ ποτήριον Π εἰς τὸ δοχεῖον Δ, οὕτως ὥστε ἡ ἀντλία νὰ λειτουργῇ ἄνευ ἐπιβλέψεως ἐπὶ πολλὰς ὥρας ἢ καὶ ἡμέρας.

Ὁ Bunsen κατεσκεύασεν ὁμοίαν ἀντλίαν μεταχειρισθεὶς ὕδωρ ἀντὶ ὑδραργύρου. Ἐννοεῖται ὅτι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος Σ πρέπει εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην νὰ εἶναι μεγαλήτερον τοῦ εἰς τὸ ὕδωρ ἀντιστοιχοῦντος βαρομετρικοῦ ὕψους.

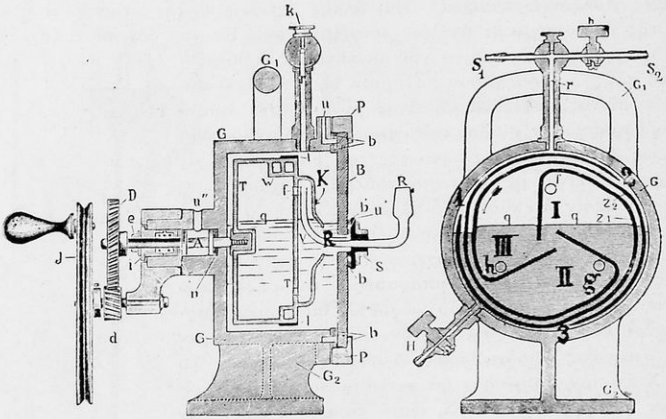
§ 261. *Περιστροφικαὶ ἀντλίαι.* Τελευταίως μεγάλην διάδοσιν ἔλαβον αἱ περιστροφικαὶ ὑδραργυρικαὶ ἀντλίαι. Τὸ περιστρεφόμενον σύστημα, τύμπανον ἢ κεκαμμένος σωλήν, πληροῦται ἀερίου προερχομένου ἀπὸ τὸ δοχεῖον, εἰς τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὁποῖον πρόκειται νὰ κάμωμεν τὸ κενόν, καὶ κατὰ τὴν ἐξακολούθησιν τῆς περιστροφῆς τὸ ἀέριον ἐκδιώκεται ὑπὸ εἰσρέοντος ὑδραργύρου. Διὰ νὰ μὴ ἔχῃ δὲ μεγάλας διαστάσεις ἡ ἀντλία, τὸ ἀέριον ἐκδιώκεται εἰς χῶρον, εἰς τὸν ὁποῖον διὰ βοηθητικῆς ἀντλίας ἡ πίεσις ἔχει ἐλαττωθῇ εἰς ὀλίγα m m Hg ἢ καὶ εἰς κλάσμα τοῦ m m Hg.

Θὰ περιγράψωμεν συντόμως μίαν ἐκ τῶν περιστροφικῶν τούτων ἀντλιῶν, τὴν ἀντλίαν Gäde (σχ. 228).

Ἐντὸς τοῦ ἀεροστεγοῦς κυλινδρικοῦ δοχείου G στρέφεται περὶ τὸν ἄξονά του τύμπανον ἐκ πορσελάνης T ἀποτελούμενον ἀπὸ ἓν μέρος κυλινδρικόν, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐπικάθηται κάλυμμα K φέρον κατὰ τὸ κέντρον κυκλικὸν ἄνοιγμα. Τὸ κυλινδρικὸν μέρος τοῦ τυμπάνου δι' ἐγκαρσίων χωρισμάτων χωρίζεται εἰς τρία διαμερίσματα I, II, III, τὰ ὁποῖα διὰ μὲν τῶν ὀπῶν f, g, h συγκοινωνοῦν



Σχ. 228.

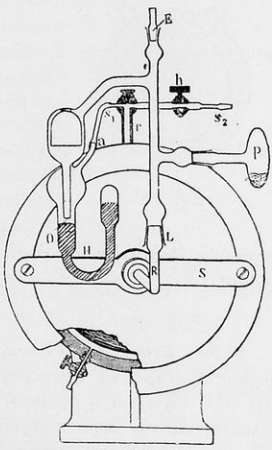
μὲ τὸν ὑπὸ τοῦ καλύμματος K περιοριζόμενον χῶρον ν, καταλήγουν δὲ εἰς αὐλοὺς ἀκολουθοῦντας τὴν κυρτὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τυμπάνου καὶ διὰ τῶν ἀνοιγμάτων 1, 2, 3 ἐκβάλλουν πρὸς τὰ ἔξω. Τὸ ἐμπρόσθιον τοίχωμα τοῦ κυλινδρικοῦ δοχείου G, ἀποτελούμενον ἀπὸ παχεῖαν ὑαλίνην πλάκα, φέρει κεντρικὴν ὀπήν, διὰ τῆς ὁποίας εἰσέρχεται ἀεροστεγῶς ὁ σιδηροῦς σωλὴν R καταλήγων εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ καλύμματος K τοῦ τυμπάνου, τὸ δὲ δοχεῖον G συγκοινωνεῖ διὰ τοῦ σωλῆνος r s_2 μὲ ἀντλίαν μεγάλης ἀποδόσεως, διὰ τῆς ὁποίας ἀραιώνομεν τὸν ἐντὸς αὐτοῦ ἀέρα μέχρι πιέσεως πολὺ μικρᾶς, ὀλίγων χιλιοστῶν ἢ κλάσματος χιλιοστοῦ ὑδραργύρου, εἶναι δὲ τὸ δοχεῖον G καθὼς καὶ τὸ τύμπανον πλῆρες ὑδραργύρου μέχρι τῆς θέσεως q q, ὀλίγον ἀνωτέρω τοῦ ἄξονος.

Ὅταν τὸ τύμπανον εὑρίσκεται εἰς τὴν εἰς τὸ σχῆμα παριστωμένην θέσιν, τὸ διαμέρισμα I συγκοινωνεῖ διὰ τῆς ὀπῆς f μὲ τὴν κοιλότητα ν καὶ δι' αὐτῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μὲ τὸν σιδηροῦν σωλῆνα R καὶ τὴν μὲ αὐτὸν συνδεομένην συσκευήν. Ἂν τὸ τύμπανον περιστραφῇ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους, ἡ ὀπὴ f ἔρχεται ὑπὸ τὸν ὑδράργυρον καὶ οὕτω διακόπτεται ἡ συγκοινωνία τοῦ διαμερίσματος I μὲ τὸν σωλῆνα R, συγχρόνως ὅμως ἡ ὀπὴ g ἀναδύεται, τὸ διαμέρισμα II συγκοινωνεῖ μὲ τὸν σωλῆνα R καὶ ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ὑδράργυρος ἐκρέων διὰ τοῦ στομίου 2 ἀντικαθίσταται δι' ἀερίου ἐκ τοῦ χώρου, τὸν ὁποῖον θέλομεν νὰ κενώσωμεν, τὸ δὲ διαμέρισμα I πληροῦται ὑδραργύρου καὶ ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀὴρ διὰ τοῦ αὐλοῦ καὶ τοῦ στομίου του 1 ἐκδιώκεται εἰς τὸ δοχεῖον G, ἐκεῖθεν δὲ διὰ τοῦ σωλῆνος $r s_2$ μεταβαίνει εἰς τὴν βοηθητικὴν ἀντλίαν.

Καθ' ὅσον ἡ περιστροφὴ προχωρεῖ ἔρχεται ἡ ὀπὴ β ὑπὸ τὸν ὑδράργυρον, ἀναδύεται δὲ ἡ γ καὶ οὕτω τὰ διαμερίσματα τίθενται διαδοχικῶς εἰς συγκοινωνίαν μὲ τὸν σωλῆνα R, εἰσρέει εἰς αὐτὰ μέρος τοῦ ἀέρος τῆς εἰς τὸν σωλῆνα προσηρμοσμένης συσκευῆς, ὁ ὁποῖος ἔπειτα ἐκδιώκεται εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου G καὶ ἐκ τούτου διὰ τῆς βοηθητικῆς ἀντλίας εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα.



Σχ. 229 (*).

Ὁ χῶρος, ἀπὸ τὸν ὁποῖον θέλομεν νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, κατ' ἀρχὰς συγκοινωνεῖ ἀπ' εὐθείας μὲ τὴν βοηθητικὴν ἀντλίαν, ὅταν δὲ ἀρκούντως ἀραιωθῇ ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀὴρ ἀποκλείομεν τὴν μετὰ τῆς βοηθητικῆς ἀντλίας συγκοινωνίαν.

Τοῦτο κατορθοῦται αὐτομάτως διὰ τῆς ὑαλίνης συσκευῆς LOH, (σχ. 229) ἡ ὁποία παρεντίθεται μεταξὺ τοῦ σωλῆνος R καὶ τοῦ σωλῆνος E, ὁ ὁποῖος φέρει εἰς τὸ δοχεῖον, ὅπου ζητοῦμεν νὰ ἀραιώσωμεν τὸν ἀέρα. Τὸ κύριον μέρος τῆς συσκευῆς ταύτης ἀποτελεῖ τὸ βραχὺ βαρόμετρον OH. Ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου καὶ τῆς ἀντλίας ἀέρος εἶναι ἀρκετὰ μεγάλη, ὁ ὑδράργυρος τοῦ βαρομέτρου εὑρίσκεται χαμηλὰ εἰς τὸ σκέλος O καὶ οὕτω τὸ εἰς τὸν σωλῆνα E προσηρμοσμένον δοχεῖον συγκοινωνεῖ ὄχι μόνον μὲ τὸν σωλῆνα R, ἀλλὰ καὶ διὰ τοῦ σωλῆνος a s_1, ἀπ' εὐθείας μὲ τὸν σωλῆνα s_2 καὶ δι' αὐτοῦ μὲ τὴν βοηθητικὴν ἀντλίαν. Ὅταν ἡ διὰ τῆς βοηθητικῆς ἀντλίας ἀραίωσις προχωρήσῃ, ὁ ὑδράργυρος ἀνερχόμενος εἰς τὸ σκέλος O διακόπτει τὴν συγκοινωνίαν τῆς συσκευῆς μὲ τὸν σωλῆνα a s_1, οὕτω μόνον ἡ συγκοινωνία μὲ τὸν σωλῆνα R ἀπομένει καὶ ἡ ὑδραργυρικὴ ἀντλία ἄρχεται λειτουργοῦσα. Ἐπειδὴ ἡ ἐντὸς τοῦ δοχείου G πίεσις εἶναι πολὺ μικρά, ὁ ὑδράργυρος ὀλίγον μόνον ὑψηλότερα εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ τυμπάνου ἢ ἐντὸς τοῦ δοχείου G. Ἡ ἀπόδοσις τῆς ἀντλίας ταύτης εἶναι πολὺ καλὴ καὶ εὐκόλως ἐπιτυγχάνομεν πίεσιν πολὺ μικροτέραν τοῦ 0,00001 mm Hg.

(*) Τὰ σχήματα 228-229 ἐλήφθησαν ἐν τοῦ καταλόγου τοῦ καταστήματος E. Leybold's Nachf.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΜΟΡΙΑΚΗ ΑΝΤΛΙΑ ΤΟΥ Gäde.

§ 262. Ἂν πλῆρες τύμπανον στρέφεται ταχέως κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους (σχ. 230) ἐντὸς κυλινδρικῆς ὀπῆς, εἰς τὴν ὁποίαν ἐφαρμόζει σχεδὸν ἀεροστεγῶς, καὶ ἡ ὀπὴ φέρῃ ἀβαθῆ ἐνσκαφήν, εἰς τὰ ἄκρα τῆς ὁποίας καταλήγουν οἱ σωλῆνες σ καὶ Σ, ὁ ἀὴρ παρασύρεται ὑπὸ τοῦ κινουμένου τυμπάνου καὶ μεταξὺ τῶν δύο σωλήνων παρουσιάζεται διαφορὰ πιέσεως. Ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα εἰς τὸν σωλῆνα Σ.

Ὁ Gäde κατεσκεύασεν ἀντλίαν, τῆς ὁποίας τὸ κύριον μέρος ἀποτελεῖ τοιοῦτον τύμπανον στρεφόμενον μὲ ταχύτητα 800 στροφῶν κατὰ λεπτὸν ἐντὸς περιβλήματος ἔχοντος ἐνσκαφάς, εἰς τὰ ἄκρα τῶν ὁποίων καταλήγουν οἱ σωλῆνες Σ, Σ′, Σ″... πρὸς τὸ ἓν μέρος καὶ σ, σ′ σ″ ... πρὸς τὸ ἄλλο ὅπως καὶ εἰς τὸ σχῆμα 230, ἐκ τούτων δὲ ὁ σ ἑνοῦται μὲ τὸν Σ′, ὁ σ′ μὲ τὸν Σ″, ὁ σ″ μὲ τὸν Σ‴ καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἂν θέσωμεν τὸν τελευταῖον τῶν σωλήνων σ εἰς συγκοινωνίαν μὲ ἀντλίαν παρέχουσαν κενὸν 0,01 mm Hg, δοχεῖον 6 λίτρων συγκοινωνοῦν μὲ τὸν σωλῆνα Σ ἐκκενοῦται ἐντὸς ὀλίγων λεπτῶν μέχρι πιέσεως 0,00001 mm Hg.



Σχ. 230.

Ἡ λειτουργία τῆς ἀντλίας ταύτης στηρίζεται ἐπὶ τῶν μοριακῶν ἰδιοτήτων τῶν ἀερίων. Διὰ τοῦτο ὁ Gäde ὠνόμασεν αὐτὴν μοριακὴν ἀντλίαν.

ΑΕΡΟΠΛΟΪΑ

§ 263. ***Στατικὴ καὶ δυναμικὴ ἀνύψωσις.*** Κατὰ δύο θεμελιωδῶς διαφόρους τρόπους ἠμπορεῖ νὰ ἀνυψωθῇ συσκευὴ εἰς τὸν ἀέρα. Στατικῶς καὶ δυναμικῶς. Εἴτε δηλ. θὰ εἶναι ἡ συσκευὴ ἐλαφροτέρα τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος καὶ θὰ ἀνυψωθῇ εἰς τὸν ἀέρα συμφώνως μὲ τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους, εἴτε θὰ εἶναι βαρυτέρα τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος καὶ θὰ ἀνυψώνεται ἢ θὰ στηρίζεται ἕνεκα τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται ὅταν ὁ ἀὴρ κινεῖται ἐν σχέσει πρὸς τὴν συσκευήν.

Εἰς τὴν πρώτην κατηγορίαν ὑπάγονται τὰ *ἀερόστατα*, εἰς δὲ τὴν δευτέραν ὅλαι αἱ βαρύτεραι τοῦ ἀέρος μηχαναί, *χαρταετοί*, *ἀεροπλάνα* καὶ *ἑλικόπτερα*, ὅλα τὰ πετῶντα ζῷα καὶ τὰ ἐντὸς τοῦ ἀέρος αἰωρούμενα σώματα.

ΕΛΕΥΘΕΡΑ ΑΕΡΟΣΤΑΤΑ

§ 264. Τὸ ἀερόστατον εἶναι σάκκος περιέχων ἀέριον ἀραιότερον τοῦ περιβάλλοντος ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος καὶ ὑφιστάμενος ἑπομένως ἄνωσιν ἀρκετήν, ὥστε νὰ ἀνυψωθῇ καὶ αὐτὸς καὶ ἄλλα βαρέα σώματα συνδεόμενα μετ' αὐτοῦ.

Ἡ πρώτη μορφὴ τοῦ ἀεροστάτου εἶναι ἡ Μογγολφιέρα (Ἀδελφοὶ Mongolfier, 1783), σφαῖρα ἐκ χάρτου ἢ ἀεροστεγοῦς ὑφάσματος, φέρουσα πρὸς τὰ κάτω ἄνοιγμα, ὑπὸ τὸ ὁποῖον στερεώνεται ἐλαφρὸν πύραυνον. Ὅταν ὁ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀὴρ θερμανθεὶς διασταλῇ, γίνεται τόσον ἀραιότερος τοῦ περιξ ἀέρος, ὥστε ἡ ἄνωσις τοῦ Ἀρχιμήδους εἶναι μεγαλητέρα τοῦ ὅλου βάρους τῆς συσκευῆς καὶ τὸ ἀερόστατον ἀνέρχεται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ Μογγολφιέρα ἔχει σήμερον ἱστορικὴν μόνον σημασίαν, τὰ δὲ ἐν χρήσει ἀερόστατα εἶναι σάκκοι, σχήματος σφαιρικοῦ ἢ ἄλλου, ἐξ ὑφάσματος ἀεροστεγοῦς καὶ πλήρεις κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον ἀερίου ἀραιοτέρου τοῦ ἀέρος ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Οἱ σάκκοι οὗτοι περιβάλλονται συνήθως ὑπὸ δικτύου ἐκ σχοινίων, ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται καταλλήλως ὁ κάλαθος ἢ ἡ λέμβος ἡ περιλαμβάνουσα τοὺς ἀεροναύτας, φέρουν δὲ κατὰ τὸ ἀνώτατον μέρος βαλβῖδα, τὴν ὁποίαν ἀνοίγων διὰ σχοινίου ὁ ἀεροναύτης, ἐκδιώκει ὅταν θέλει μέρος τοῦ ἀερίου. Τὸ ἐν χρήσει ἀέριον εἶναι τὸ φωταέριον ἢ τὸ ὑδρογόνον.

Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς 0^0 εἶναι	0,001293
Τοῦ χημικῶς καθαροῦ ὑδρογόνου	0,000089
Τοῦ ἀκαθάρτου ὑδρογόνου	0,000150
Τοῦ φωταερίου κατὰ μέσον ὅρον	0,0006

Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου ἐξάγομεν, ὅτι ἓν κυβικὸν μέτρον τῶν ἀερίων τούτων ἔχει εἰς 0^0 βάρος:

Ἀὴρ . . .	1,293 kg*	Ἡ ἀκάθαρτον . .	0,15 kg*
Ἡ καθαρὸν	0,015 »	Φωταέριον	0,6 »

Ἂν ἑπομένως ἀφαιρέσωμεν τὸ βάρος τοῦ ἐλαφροῦ ἀερίου ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ ἀέρος, ἔχομεν τὴν περίσσειαν τῆς ἀνώσεως τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς ἓν κυβικὸν μέτρον ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0.

Ἡ καθαρὸν	$1{,}293 - 0{,}089 = 1{,}204$	kg*
Ἡ ἀκάθαρτον	$1{,}293 - 0{,}150 = 1{,}143$	»
Φωταέριον	$1{,}29 - 0{,}60 = 0{,}69$	»

Ἓν κυβικὸν μέτρον ὑδρογόνου καθαροῦ ἠμπορεῖ λοιπὸν ἐκτὸς τοῦ ἰδικοῦ του βάρους νὰ στηρίξῃ εἰς τὸν ἀέρα 1,2 kg*, ἓν δὲ κ. μ. φωταερίου στηρίζει πρόσθετον βάρος περίπου 700 γραμμαρίων.

§ 265. ***Πλῆρες καὶ ἡμίπληρες ἀερόστατον.*** Τὸ ἀερόστατον πληροῦται εἴτε ὁλόκληρον εἴτε ἐν μέρει διὰ τοῦ ἐλαφροῦ ἀερίου, ὁ δὲ σωλὴν τῆς πληρώσεως εὑρισκόμενος εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ ἀεροστάτου δὲν κλείεται ἀλλὰ μένει ἀνοικτός. Διότι ἂν τὸ περίβλημα ἦτο ἀεροστεγῶς κλειστόν, ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ ἀερίου θὰ ἐγίνετο κατὰ τὴν ἀνύψωσιν ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλητέρα τῆς ἐξωτερικῆς καὶ τέλος μετ' ἀνύψωσιν ὀλίγων ἑκατοντάδων μέτρων ἀφεύκτως θὰ διερρήγνυε τὸ περίβλημα. Εἰς εἰδικὰς μόνον περιπτώσεις κλείεται ὁ σωλὴν τῆς πληρώσεως (πρβλ. § 268), ἀλλὰ τότε ἀσφαλιστικὴ βαλβὶς αὐτομάτως λειτουργοῦσα ἀφίνει διέξοδον εἰς τὸ ἀέριον, ὁσάκις ἡ πίεσίς του ὑπερβῇ σημαντικῶς τὴν τοῦ περιβάλλοντος ἀέρος.

Καθόσον τὸ ἀερόστατον εἶναι πλῆρες ἀερίου ἢ ἡμίπληρες, διάφοροι εἶναι αἱ ἰδιότητες αὐτοῦ.

Α' τύπος. Πλῆρες ἀερόστατον. Ἔστω τὸ ἀερόστατον τελείως πλῆρες, Β τὸ βάρος αὐτοῦ εἰς χιλιόγραμμα (ἐκτὸς τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ἀερίου), Ω ὁ διὰ τὸ ἀέριον διαθέσιμος ὄγκος εἰς κυβικὰ μέτρα, D ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος καὶ d ἡ ἀπόλυτος πυκνότης τοῦ ἀερίου εἰς $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ (*).

Ἡ ἄνωσις τοῦ Ἀρχιμήδους ἰσοῦται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς πρὸς

(*) Ἡ οὕτως ὁριζομένη πυκνότης ἔχει ἀριθμητικὴν τιμὴν 1000 φορὰς μεγαλητέραν τῆς C G S.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$\Omega . D$ kg* καί, ἂν ἀπ' αὐτῆς ἀφαιρέσωμεν τὸ βάρος Β τοῦ ἀεροστάτου καὶ Ω d τοῦ πληροῦντος αὐτὸ ἀερίου, θὰ ἔχωμεν τὴν ἀνυψωτικὴν δύναμιν:

$$F = \Omega(D - d) - B$$

καὶ ἂν εἰσαγάγωμεν τὴν ὡς πρὸς τὸν ἀέρα *σχετικὴν πυκνότητα* τοῦ ἀερίου, τὸν λόγον δηλ. τῆς μάζης αὐτοῦ πρὸς τὴν μᾶζαν ἴσου ὄγκου ἀέρος (πρβλ. § 230):

$$\delta = \frac{d}{D}$$

θὰ ἔχωμεν:

(1) $$F = \Omega D (1 - \delta) - B.$$

Τὸ ἀερόστατον θὰ ἀνυψωθῇ ἐὰν τὸ F εἶναι θετικόν, ἐφ' ὅσον δὲ ὑψώνεται ἡ μὲν πυκνότης D καὶ d ἐλαττώνεται ἐλαττουμένης τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἀέριον διαρκῶς ἐκφεύγει, ἀλλ' ὁ λόγος $\delta = \frac{d}{D}$ μένει σταθερὸς διότι ἀμφότερα τὰ ἀέρια ἀκολουθοῦν τὸν νόμον Mariotte - Gay Lussac (πρβλ. § 227, 228).

Ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις λοιπὸν ἐλαττοῦται, ἐφ' ὅσον τὸ ἀερόστατον ὑψώνεται, ἐλαττουμένου τοῦ D καὶ εἰς ὕψος ἐξαρτώμενον ἐκ τοῦ ὄγκου Ω, τοῦ βάρους Β καὶ τοῦ χρησιμοποιουμένου ἀερίου θὰ γίνῃ ἴση μὲ τὸ μηδέν.

Τὸ ὕψος τοῦτο ὀνομάζομεν *κανονικὸν ὕψος* τοῦ ἀεροστάτου μὲ τὰ στοιχεῖα Ω, Β καὶ δ, εἶναι δὲ τόσον μεγαλήτερον, ὅσον, ὑπὸ τὰς αὐτὰς ἄλλως συνθήκας, εἶναι μικρότερον τὸ βάρος Β, καθὼς ἀμέσως ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) φαίνεται· Ἀλλὰ τὸ ἀερόστατον ἕνεκα τῆς κτηθείσης ταχύτητος θὰ ὑπερβῇ κατά τι τὸ κανονικὸν ὕψος, θὰ χάσῃ περισσότερον τοῦ δέοντος ἀέριον, ἡ δύναμις F θὰ γίνῃ ἀρνητική, ἡ ἄνωσις δηλ. τοῦ Ἀρχιμήδους θὰ εἶναι μικροτέρα τοῦ ὅλου βάρους, καὶ ἑπομένως τὸ ἀερόστατον θὰ ἀρχίσῃ νὰ καταπίπτῃ. Κατερχόμενον ὅμως δὲν εἶναι πλέον πλῆρες, διότι τὸ ἀέριον ὑπὸ τὴν αὐξανομένην ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καταλαμβάνει ὄγκον διαρκῶς μικρότερον, τὸ δὲ ὑπόλοιπον τοῦ ὄγκου Ω ἀναπληροῦται ἀπὸ ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Οὕτω τὸ ἀερόστατον μεταπίπτει εἰς τὸν δεύτερον τύπον τὸν ὁποῖον τώρα θὰ ἐξετάσωμεν.

Β' τύπος. Ἡμίπληρες ἀερόστατον. Ἔστω ἀερόστατον βάρους Β ὅπως καὶ τὸ προηγούμενον, Ω ὁ ὁλικὸς διαθέσιμος ὄγκος, D, d ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀερίου $\delta = \frac{d}{D}$ ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ἀερίου· ὡς πρὸς τὸν ἀέρα, ὑποθέτομεν δὲ ὅτι μέρος μόνον τοῦ ὄγκου Ω, ἴσον πρὸς ω, κατέχεται ὑπὸ τοῦ ἀερίου.

Ἡ ἄνωσις τοῦ Ἀρχιμήδους εἶναι ω D ἡ δὲ ἀνυψωτικὴ δύναμις

$$F = \omega D (1 - \delta) - B.$$

Ὅταν τὸ ἀερόστατον ἀνέρχεται ἢ κατέρχεται, τὰ μὲν δ καὶ Β μένουν ἀμετάβλητα, ὁ ὄγκος ω, ὁ καταλαμβανόμενος ὑπὸ τοῦ ἀερίου, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν πίεσιν, ἡ δὲ πυκνότης D εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν πίεσιν, ἑπομένως τὸ γινόμενον ω D μένει ἀμετάβλητον.

Ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις εἶναι λοιπὸν ἀνεξάρτητος τοῦ ὕψους εἰς τὸ ἡμίπληρες ἀερόστατον.

Ἐὰν τὸ F εἶναι ἀρνητικόν, ἐὰν δηλ. τὸ βάρος εἶναι καὶ ἐπ' ἐλάχιστον μεγαλήτερον τῆς ἀνώσεως τοῦ Ἀρχιμήδους, τὸ ἀερόστατον θὰ κατέλθῃ ὑπὸ τὴν ὥθησιν σταθερᾶς δυνάμεως μέχρι τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς. Ἂν τὸ F εἶναι θε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τικόν, τὸ ἀερόστατον θὰ ἀνυψωθῇ καὶ ἡ πρὸς τὰ ἄνω ὠθοῦσα ὁλικὴ δύναμις θὰ εἶναι σταθερά, μέχρις ὅτου ὡς ἐκ τῆς ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως τὸ ἀέριον καταλάβῃ ὁλόκληρον τὸν διαθέσιμον χῶρον Ω. Εἰς τὸ ὕψος τοῦτο, *τὸ ὕψος πληρώσεως*, τὸ ἀερόστατον μεταβάλλεται εἰς πλῆρες καὶ ἐξακολουθεῖ ἀνυψούμενον μέχρι τοῦ κανονικοῦ ὕψους, ὑπερβαίνει αὐτὸ ἕνεκα τῆς κτηθείσης ταχύτητος, ἡ δύναμις F γίνεται ἀρνητική, τὸ ἀερόστατον κατέρχεται ὡς ἡμίπλῆρες πλέον καί, ἐπειδὴ ἡ δύναμις F εἰς τὸ ἡμίπλῆρες ἀερόστατον εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ὕψους, θὰ κατέλθῃ μέχρι τῆς γῆς, ἂν δὲν ἐλαττωθῇ τὸ βάρος B ἀπορριπτομένου μέρους τοῦ ἕρματος.

Ἐλάττωσις ὅμως τοῦ βάρους B σημαίνει αὔξησιν τοῦ κανονικοῦ ὕψους (ὑποτιθεμένου ὅτι τὸ ἀερόστατον δὲν ἔχασεν αἰσθητὸν μέρος τοῦ ἀερίου) καὶ ἑπομένως τὸ ἀερόστατον θὰ ἀνέλθῃ ὡς ἡμίπλῆρες μέχρι τοῦ ὕψους τῆς πληρώσεως, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ αὐτὸ περίπου μὲ τὸ πρῴην κανονικὸν ὕψος, θὰ ἐξακολουθήσῃ ἀνερχόμενον ὡς πλῆρες μέχρι τοῦ νέου κανονικοῦ ὕψους, θὰ ὑπερβῇ αὐτὸ ἕνεκα τῆς κτηθείσης ταχύτητος, θὰ ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται πάλιν ὡς ἡμίπλῆρες, θὰ γίνῃ ἀνάγκη νέας ἀπορρίψεως ἕρματος καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, μέχρις ὅτου ἐξαντλουμένου τοῦ ἕρματος ἀναγκασθῇ ὁριστικῶς νὰ προσγειωθῇ.

Ἔστω π. χ. ἀερόστατον χωρητικότητος $\Omega = 500$ m³ πλῆρες κατὰ τὰ 9/10 ($\omega = 450$) ἀκαθάρτου ὑδρογόνου:

$$p = 0{,}15\,\frac{kg}{m^3}\,, \qquad \delta = \frac{0{,}15}{1{,}293} = 0{,}116$$

τὸ δὲ βάρος αὐτοῦ $B = 510$ kg*.

Ἐκ τοῦ τύπου (2) εὑρίσκομεν τὴν ἀνυψωτικὴν δύναμιν:

$$F = 450 \,.\, 1{,}293\,(1 - 0{,}116) - 510 = 4{,}35 \text{ kg}^*.$$

Ἂν εἰς τὸ ὕψος τῆς πληρώσεως ἡ πίεσις εἶναι p, εἰς δὲ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς γῆς p_0, θὰ ἔχωμεν κατὰ τὸν νόμον τοῦ Mariotte:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\omega}{\Omega} = \frac{450}{500} = 0{,}9\,.$$

Ἐκ τοῦ πίνακος II εὑρίσκομεν ὅτι τὸ εἰς τὸν λόγον $p/p_0 = 0{,}9$ ἀντιστοιχοῦν ὕψος εἶναι 875 μέτρα. Καὶ ναὶ μὲν ὁ πίναξ ὑπελογίσθη μὲ ἀρχικὴν πίεσιν $p_0 = 760$, ἀλλ' ἐπειδή, καθὼς εἰς τὴν § 221 ἐξετέθη, εἰς δοθεῖσαν διαφορὰν ὕψους ἀντιστοιχεῖ ὡρισμένη ἑκατοστιαία ἐλάττωσις τῆς πιέσεως ἀνεξαρτήτως τοῦ ἀπολύτου ὕψους, ἡ εἰς τοὺς λόγους p/p_0 ἀντίστοιχος διαφορὰ ὕψους ἡ εὑρισκομένη ἐκ τοῦ πίνακος II εἶναι ὀρθὴ καὶ δι' οἱανδήποτε ἀρχικὴν πίεσιν p_0.

Ἑπομένως, οἱαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ πίεσις εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους, τὸ ὕψος πληρώσεως εἶναι 875 μέτρα ὑπὲρ αὐτό.

Εἰς τὸ κανονικὸν ὕψος εἶναι $F = 0$ καὶ ἡ ἐξίσωσις (1) γίνεται:

$$D = \frac{B}{\Omega\,(1 - \delta)} \tag{3}$$

καὶ ἂν θέσωμεν τὰς ἀριθμητικὰς τιμάς:

$$D = \frac{510}{500\,(1 - 0{,}116)} = 1{,}154$$

Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς τὸ κανονικὸν ὕψος θὰ εἶναι 1.154, ἑπομένως θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{D}{D_0} = \frac{1{,}154}{1{,}293} = 0{,}892 \tag{4}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ τὸ ἀντίστοιχον ὕψος εὑρίσκεται ἐκ τοῦ πίνακος II ἴσον πρὸς 950 μέτρα περίπου.

Τὸ κανονικὸν ὕψος τοῦ ἀεροστάτου εἶναι 950 μέτρα ὑπὲρ τὸν τόπον τῆς ἀνυψώσεως.

Ἂν ρίψωμεν τώρα ἔρμα 10 kg, τὸ βάρος γίνεται 500 kg*, αἱ ἐξισώσεις (3, 4) γίνονται:

$$D = \frac{500}{500\ (1-0{,}116)} = 1{,}131 \qquad \frac{p}{p_0} = \frac{1{,}131}{1{,}293} = 0{,}875$$

καὶ τὸ κανονικὸν ὕψος εὑρίσκεται ἐκ τοῦ πίνακος II ἴσον πρὸς 1110 μέτρα.

Ἂν ἀντὶ ὑδρογόνου μετεχειριζόμεθα φωταέριον πυκνότητος 0,6: $\left(\delta = \frac{0{,}6}{1{,}293} = 0{,}464\right)$, διὰ νὰ ἔχωμεν τὴν αὐτὴν ἀρχικὴν ἀνυψωτικὴν δύναμιν ἴσην πρὸς 4.35 kg* μὲ τὸ ἀερόστατον πλῆρες κατὰ τὰ $^9/_{10}$, θὰ ἔπρεπε τὸ βάρος Β νὰ εἶναι πολὺ μικρότερον, εὑρίσκομεν δὲ αὐτὸ ἐκ τοῦ τύπου:

$$F = 4{,}35 = 450.1.293\ (1-0{,}464) - B$$

$$B = 307{,}5\ \text{kg}^*$$

Τὸ ὕψος πληρώσεως τοῦ ἀεροστάτου τούτου εἶναι ὅπως καὶ τὸ τοῦ πρώτου ἴσον πρὸς 875 μέτρα.

Τὸ κανονικὸν ὕψος εὑρίσκεται ἐκ τῶν ἐξισώσεων:

$$500\,.\,D\ (1-0{,}464) - 307{,}5 = 0$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1{,}147}{1{,}293} = 0{,}887\,.$$

Ἐκ τοῦ πίνακος II εὑρίσκομεν τὸ ἀντίστοιχον ὕψος ἴσον πρὸς 990 μέτρα.

Ἂν ρίψωμεν 10 kg. ἔρματος τὸ νέον κανονικὸν ὕψος θὰ εὑρεθῇ ἐκ τῶν σχέσεων.

$$500\,.\,D\ (1-0{,}464) - 297{,}5 = 0 \qquad D = 1{,}10$$

$$\frac{p}{p_0} = \frac{1{,}110}{1{,}293} = 0{,}851$$

Τὸ ἀντίστοιχον ὕψος εὑρίσκεται ἐκ τοῦ πίνακος II ἴσον πρὸς 1300 μέτρα.

Ἐνῷ δηλ. εἰς τὸ πλῆρες ὑδρογόνου ἀερόστατον ἐλάττωσις τοῦ βάρους κατὰ 10 kg ἐπέφερεν αὔξησιν τοῦ κανονικοῦ ὕψους ἴσην πρὸς $1025 - 950 = 75$ μέτρα ἡ αὐτὴ ἐλάττωσις βάρους εἰς ἀερόστατον τῆς αὐτῆς χωρητικότητος ἀλλὰ πλῆρες φωταερίου ἐπιφέρει αὔξησιν τοῦ κανονικοῦ ὕψους κατὰ $1300 - 990 = 310$ μέτρα.

Ἐκ τῶν δύο τούτων παραδειγμάτων φαίνεται σαφέστατα πόσον μεταβάλλονται αἱ ἰδιότητες τοῦ ἀεροστάτου ὅταν μεταβληθῇ τὸ ἀέριον, διὰ τοῦ ὁποίου τὸ πληροῦμεν.

§ 266. ***Νόμος τοῦ ἔρμαγος.*** Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν 3, § 265 τοῦ κανονικοῦ ὕψους:

$$D = \frac{B}{\Omega\ (1-\delta)}$$

εὑρίσκομεν εὐκόλως τὸν γενικὸν νόμον τῆς ἐπιδράσεως τοῦ ἔρματος.

Ἂν ἀπορρίψωμεν ποσὸν ἔρματος ἴσον πρὸς δοθὲν κλάσμα α τοῦ βάρους Β τοῦ ἀεροστάτου, δηλ. α Β, ἡ ἐξίσωσις τοῦ νέου κανονικοῦ ὕψους θὰ εἶναι:

$$D' = \frac{B\ (1-\alpha)}{\Omega\ (1-\delta)}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ ἂν εἶναι p ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς τὸ παλαιὸν κανονικὸν ὕψος καὶ p′ εἰς τὸ νέον, θὰ ἔχωμεν:

$$\frac{p'}{p} = \frac{D'}{D} = 1 - \alpha.$$

Ἡ πίεσις εἰς τὸ νέον κανονικὸν ὕψος ἐλαττοῦται κατὰ τὸ αὐτὸ κλάσμα. Ὁ λόγος τῶν πιέσεων καὶ ἑπομένως ἡ διαφορὰ τοῦ ὕψους ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τοῦ α.

Ἂν δηλ. ἀπορρίψωμεν ἕρμα ἴσον πρὸς κλάσμα α τοῦ βάρους τοῦ ἀεροστάτου, τὸ κανονικὸν ὕψος αὐξάνει κατὰ ποσὸν ἐξαρτώμενον μόνον ἐκ τοῦ α, ἀνεξάρτητον δὲ τοῦ ὄγκου καὶ τοῦ ἀερίου τοῦ ἀεροστάτου.

Ἂν π. χ. εἶναι $\alpha = \frac{1}{100}$, θὰ ἔχωμεν: $\frac{p'}{p} = 0{,}99$.

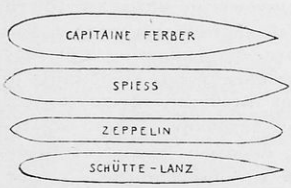
Ἡ πίεσις ἐλαττώνεται ἐπίσης κατὰ 1 % καὶ ἑπομένως τὸ κανονικὸν ὕψος αὐξάνεται κατὰ 80 περίπου μέτρα (πρβλ. § 221).

Ἐννοεῖται ὅτι τὰ φαινόμενα εἶναι πολυπλοκώτερα ὅταν ὁ ἀεροναύτης χειριζόμενος τὴν εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ ἀεροστάτου ὑπάρχουσαν βαλβίδα ἀφίνῃ ἀέριον νὰ ἐξέλθῃ, ἐπίσης δὲ ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας περιπλέκει τὰ φαινόμενα.

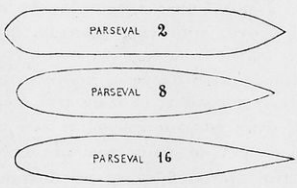
Ἀλλ' ἡ διερεύνησις ὅλων τούτων τῶν ὅρων ἐξέρχεται τῶν ὁρίων τοῦ παρόντος βιβλίου.

ΠΗΔΑΛΙΟΥΧΟΥΜΕΝΑ ΑΕΡΟΣΤΑΤΑ

§ 267. Διὰ νὰ κυβερνήσωμεν ἀερόστατον ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας πρέπει νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὸ ταχύτητα μεγαλητέραν τῆς ἑκάστοτε ταχύτητος τοῦ ἀνέ-



Σχ. 231.



Σχ. 232.

μου, νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν κατὰ τὴν κίνησιν εὐστάθειαν αὐτοῦ καὶ τέλος νὰ κατορθώσωμεν νὰ διευθύνωμεν αὐτὸ ὁριζοντίως καὶ καθ' ὕψος.

§ 268. ***Ταχύτης.*** Τὴν ταχύτητα προσδίδομεν διὰ μιᾶς ἢ περισσοτέρων ἑλίκων, κινουμένων ὑπὸ μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως, τὸ δὲ σῶμα τοῦ ἀεροπλοίου διαμορφοῦται συμφώνως πρὸς τὸν ἰχθυοειδῆ τύπον (σχ. 231) (*), οὕτως ὥστε νὰ παρουσιάζῃ τὴν ἐλαχίστην δυνατὴν ἀντίστασιν κατὰ τὴν ἐντὸς τοῦ ἀέρος μετακίνησιν. Πρέπει λοιπὸν τὸ σῶμα τοῦ ἀεροπλοίου νὰ ἔχῃ σχῆμα ἐντελῶς ὡρισμένον καὶ ἀμετάβλητον, ἐπιτυγχάνομεν δὲ τοῦτο εἴτε διὰ μεταλλικοῦ σκελετοῦ κα-

(*) Εἰς τὸ σχ. 231 δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν τὸ πραγματικὸν μέγεθος τῶν ἀεροπλοίων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λυπτομένου ὑπὸ ὑφάσματος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τοποθετοῦνται σφαῖραι ἐξ ὑφάσματος ἀεροστεγοῦς περιέχουσαι ὑδρογόνον (Zeppelin, Schütte - Lanz, Spiess), εἴτε καὶ ἄνευ σκελετοῦ διὰ τοῦ λεγομένου ἀεροθαλάμου (Ballonet). Ἐντὸς δηλ. τοῦ κυρίου περιβλήματος τοῦ ἀεροστάτου τὸ ὁποῖον εἶναι *κλειστόν*, περικλείεται δεύτερος μικρότερος σάκκος, εἰς τὸν ὁποῖον δι' ἀνεμιστῆρος ἐμφυσᾶται ἀήρ, οὕτως ὥστε ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ ἀεροστάτου ἀερίου νὰ εἶναι κατά τι μεγαλητέρα τῆς τοῦ περιβάλλοντος ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος. Ἡ πίεσις αὕτη τείνουσα τὸ περίβλημα προσδίδει εἰς αὐτὸ στερεότητα καὶ μόνιμον σχῆμα (Parseval). Μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἄκρων τύπων ὑπάρχει καὶ διάμεσος, εἰς τὸν ὁποῖον τὸ σταθερὸν σχῆμα ἐπιτυγχάνεται κυρίως διὰ τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου, ὑπάρχει ὅμως καὶ κεντρικὴ δοκός, εἴτε κάτωθεν τοῦ περιβλήματος, εἴτε ἐντὸς αὐτοῦ (Lebaudy, Gross).

Χαρακτηριστικωτάτη εἶναι ἡ ἐξέλιξις τοῦ σχήματος τῶν ἀεροπλοίων, τὸ ὁποῖον ὁλονὲν πλησιάζει πρὸς τὸν τέλειον ἰχθυοειδῆ τύπον, μὲ μεγίστην τομὴν πλησίον τῆς πρῴρας καὶ πρύμνην ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ὀξυνομένην (πρβλ. σχ. 231 - 234).

§ 269. ***Δυναμικὴ εὐστάθεια. Οὐραῖον πτέρωμα.*** Εἰς τὴν § 235 εἴδομεν ὅτι ἐπίπεδος πλὰξ κινουμένη ἐντὸς ρευστοῦ τείνει νὰ γίνῃ κάθετος ἐπὶ τὴν ταχύτητά της, διότι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης δυνάμεως εὑρίσκεται πλησίον τοῦ προσθίου χείλους αὐτῆς (πρβλ σχ. 199). Ἀλλὰ καὶ ὅταν ρεῦμα προσπίπτῃ ὑπὸ μικρὰν γωνίαν ἐπὶ κυλινδρικοῦ ἢ ἰχθυοειδοῦς σώματος, τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, ἐφ' ὅσον ὑπάρχει συνισταμένη, εἶναι πλησίον τῆς πρῴρας καὶ ἐν γένει ἀναπτύσσεται, καθὼς ἐξετέθη ἀκριβέστερον εἰς τὴν § 235, ζεῦγος τεῖνον νὰ φέρῃ τὴν μεγίστην διάμετρον τοῦ σώματος καθέτως περίπου πρὸς τὸ ρεῦμα.

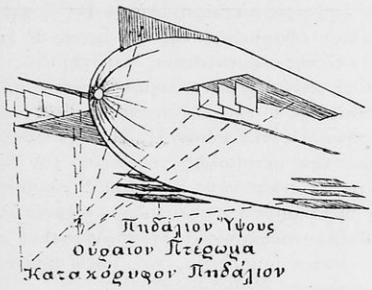
Σῶμα λοιπὸν ἰχθυοειδὲς ἐκ περιστροφῆς, κινούμενον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονός του ἐντὸς ρευστοῦ, δὲν εὑρίσκεται εἰς εὐσταθῆ κατάστασιν. Διότι ναὶ μέν, ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης συμπίπτει μὲ τὸν ἄξονα, δὲν ὑπάρχει, ἕνεκα τῆς συμμετρίας, αἰτία ἀλλαγῆς προσανατολισμοῦ, μόλις ὅμως ἕνεκα οἱασδήποτε αἰτίας ἀποκλίνῃ κατά τι ὁ ἄξων τοῦ σώματος ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος, ἀμέσως ἀναπτύσσεται ζεῦγος τεῖνον νὰ αὐξήσῃ τὴν ἐκτροπήν, ζεῦγος ἀνατροπῆς. Καὶ ἂν μὲν τὸ σῶμα κινεῖται *ἁπλῶς* ἕνεκα τῆς ἀδρανείας του μὲ κτηθεῖσαν ταχύτητα, ἠμποροῦμεν νὰ καταστήσωμεν εὐσταθῆ τὴν θέσιν αὐτοῦ ὡς πρὸς τὴν τροχιὰν συσσωρεύοντες τὸ πλεῖστον τῆς μάζης εἰς τὴν πρῴραν (ἀκόντιον) ἢ ἐφοδιάζοντες τὴν πρύμνην μὲ πτέρωμα (βέλη). Ὅταν ὅμως ἡ ταχύτης προσδίδεται ἀπὸ ἕλικας εὑρισκομένας κατὰ τὸ μέσον τοῦ σώματος ἢ καὶ πλησίον τῆς πρύμνης, μόνον κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον ἠμποροῦμεν νὰ ἐπιτύχωμεν τὴν *δυναμικὴν εὐστάθειαν*. Πρέπει δηλ. νὰ ἐφοδιάσωμεν τὴν πρύμνην μὲ σύστημα ἐπιφανειῶν τοιούτων, ὥστε, μόλις ὁ ἄξων τοῦ σώματος σχηματίσῃ γωνίαν μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος, νὰ ἀναπτύσσεται ἐκ τοῦ προσβάλλοντος τὰς ἐπιφανείας ταύτας ρεύματος ζεῦγος τεῖνον νὰ ἐπαναφέρῃ τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν, ζεῦγος ἀνορθώσεως, μεγαλήτερον τοῦ ἀναπτυσσομένου ζεύγους ἀνατροπῆς. Τὸ σύστημα τοῦτο τῶν ἐπιφανειῶν ἀποτελεῖ τὸ γενικῶς καλούμενον *οὐραῖον πτέρωμα* καὶ εἶναι διάφορον εἰς τὰ διάφορα ἀερόπλοια (πρβλ. σχ. 233).

Σημειωτέον ὅτι καὶ τὰ δέσμια ἀερόστατα ἐφοδιάζονται μὲ οὐραῖον πτέρωμα, οὕτως ὥστε νὰ λαμβάνουν ὡρισμένον προσανατολισμὸν ὡς πρὸς τὸν πνέοντα ἄνεμον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 270. ***Κυβέρνησις — Πηδάλια.*** Ἡ ὁριζοντία κυβέρνησις τῶν ἀεροπλοίων ἐπιτυγχάνεται διὰ τῶν *κατακορύφων πηδαλίων*. Εἶναι δὲ ταῦτα μία ἢ περισσότεραι κατακόρυφοι ἐπιφάνειαι στρεπταὶ περὶ κατακόρυφον ἄξονα (σχ. 233 Zeppelin παλαιοῦ τύπου, σχ. 234 πηδαλιουχούμενον R 34), αἱ ὁποῖαι ἐκτιθέμεναι ὑπὸ γωνίαν ἄλλοτε ἄλλην εἰς τὸ ρεῦμα ἀναπτύσσουν ζεύγη μεταβάλλοντα τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἀεροπλοίου. Ἡ λειτουργία τῶν πηδαλίων τούτων εἶναι ἐντελῶς ἀνάλογος πρὸς τὴν τοῦ πηδαλίου τῶν πλοίων.

Ἡ δὲ καθ' ὕψος κυβέρνησις ἐπιτυγχάνεται εἴτε στατικῶς, δι' ἀπορρίψεως ἔρματος ἢ ἐκδιώξεως ἀερίου διὰ τῆς βαλβῖδος, εἴτε καλήτερον δυναμικῶς διὰ



Σχ. 233.



Σχ. 234.

τῶν *ὁριζοντίων πηδαλίων* ἢ *πηδαλίων ὕψους*, συστήματος δηλ. ἐπιφανειῶν, συμμετρικῶς τοποθετημένων κατὰ τὴν πρῴραν καὶ τὴν πρύμνην, αἱ ὁποῖαι στρέφονται περὶ ὁριζόντιον ἄξονα (σχ. 233). Ὅταν τὰ πηδάλια ταῦτα λάβουν τοιαύτην κλίσιν, ὥστε τὸ πρόσθιον αὐτῶν χεῖλος νὰ εἶναι πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ρεῦμα εὑρίσκει τὴν κάτω αὐτῶν ἐπιφάνειαν καὶ ἡ κατακόρυφος συνιστῶσα τῆς ἀναπτυσσομένης δυνάμεως ἀνυψώνει τὸ ἀερόπλοιον. Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει ὅταν τὸ πρόσθιον χεῖλος τοῦ πηδαλίου κλίνῃ πρὸς τὰ κάτω.

Διὰ τῆς δυναμικῆς καθ' ὕψος κυβερνήσεως ἀποφεύγομεν τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ἀεροπλοίου μέχρι τοῦ κανονικοῦ ὕψους καὶ τὴν ὑπέρβασιν αὐτοῦ, ἐπιτυγχάνομεν οἰκονομίαν ἔρματος καὶ ἀερίου καὶ ἐπομένως αὐξάνομεν τὴν διάρκειαν τοῦ ἐναερίου ταξιδίου.

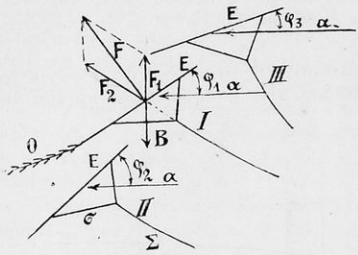
ΑΕΡΟΠΛΑΝΑ

§ 271. ***Ἀετός.*** Ἐκ τῶν εἰδικῶς βαρυτέρων τοῦ ἀέρος συσκευῶν θὰ ἐξετάσωμεν ἐνταῦθα μόνον τὰ ἀεροπλάνα, ἀφοῦ προηγουμένως ὡς εἰσαγωγὴν ἐκθέσωμεν συντόμως τὴν θεωρίαν τοῦ χαρταετοῦ. Ὁ ἀετὸς ὑπὸ τὴν ἁπλουστάτην αὐτοῦ μορφὴν εἶναι ἐπιφάνεια ἐπίπεδος Ε (σχ. 235), ἡ ὁποία ἐκτίθεται εἰς τὸν ἄνεμον συγκρατουμένη ὑπὸ καταλλήλων συνδετήρων σ, οἱ ὁποῖοι καταλήγουν εἰς ἓν σχοινίον Σ. Οὐρὰ Ο ἀποτελουμένη ἀπὸ σχοινίον, εἰς τὸ ὁποῖον προσδένονται λωρίδες χάρτου, παρασύρεται ὑπὸ τοῦ ἀνέμου καὶ ἀναγκάζει τὸν ἀετὸν νὰ ἐκτίθεται εἰς τὸ ρεῦμα ὑπὸ ὡρισμένον προσανατολισμόν, ἡ δὲ γωνία προσπτώσεως φ ὁρίζεται ἐκ τῶν διαστάσεων καὶ τῆς θέσεως τῶν συνδετήρων σ, τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κλίσεως τοῦ σχοινίου Σ καὶ ἐκ τῆς ἐπὶ τῆς οὐρᾶς ἐξασκουμένης ὑπὸ τοῦ ἀνέμου δυνάμεως.

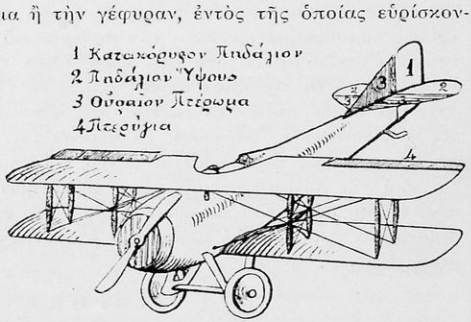
Ὅταν ὁ ἀετὸς εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν I ἐκτεθειμένος ὑπὸ γωνίαν φ_1 εἰς τὸν ἄνεμον α, ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ ἡ δύναμις F, κάθετος περίπου ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας Ε. Ἀναλύομεν τὴν δύναμιν ταύτην εἰς δύο συνιστώσας, τὴν μὲν F_1 κατὰ τὴν κατακόρυφον, τὴν δὲ F_2 κατὰ τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος Σ. Ὁ ἀετὸς θὰ ἰσορροπήσῃ, ὅταν ἡ συνιστῶσα F_1 εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς τὸ βάρος αὐτοῦ Β (*), τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως F κεῖται ἐπὶ τῆς προεκτάσεως τοῦ νήματος Σ. Ἂν ἡ ταχύτης τοῦ ἀνέμου ἐλαττωθῇ, ἡ ἔντασις τῆς F ἐλαττοῦται καὶ ὁ ἀετὸς κατέρχεται εἰς τὴν θέσιν ΙΙ, εἰς τὴν ὁποίαν ἕνεκα τῆς μεταβολῆς τῆς πρὸς τὸν ὁρίζοντα κλίσεως τοῦ σχοινίου Σ ἡ γωνία προσπτώσεως γίνεται μεγαλητέρα καὶ ἡ κατακόρυφος συνιστῶσα εἶναι πάλιν ἴση μὲ τὸ βάρος, ἂν δὲ ἡ ταχύτης τοῦ ἀνέμου αὐξήσῃ, ὁ ἀετὸς ἀνέρχεται εἰς τὴν θέσιν ΙΙΙ, ἡ γωνία προσπτώσεως φ_3 γίνεται μικροτέρα, καὶ οὕτω πάλιν ἡ κατακόρυφος συνιστῶσα τῆς δυνάμεως ἰσορροπεῖ τὸ βάρος Β.



Σχ. 235.

Ἡ συνιστῶσα F_2 τείνει ἁπλῶς τὸ νῆμα Σ.

§ 272. ***Ἀεροπλάνον***. Τὸ ἀεροπλάνον ὑπὸ τὴν σημερινὴν αὐτοῦ μορφὴν (σχ. 236) ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸ σῶμα ἢ τὴν γέφυραν, ἐντὸς τῆς ὁποίας εὑρίσκονται ὁ κινητὴρ καὶ αἱ θέσεις τῶν ἐπιβατῶν, τὰς φερούσας ἐπιφανείας ἢ πτέρυγας, αἱ ὁποῖαι στηρίζονται ἐπὶ τοῦ σώματος καὶ εἶναι μία (μονοπλάνα), δύο (διπλάνα) ἢ καὶ περισσότεραι, τὴν οὐράν, φέρουσαν τὸ οὐραῖον πτέρωμα, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ μίαν ἢ περισσοτέρας ἀκινήτους ἐπιφανείας περίπου ὁριζοντίας, (τὰς ἐπιφανείας εὐσταθείας ὕψους), μίαν ἢ περισσοτέρας κατακορύφους ἐπιφανείας ἐπίσης ἀκινήτους, (τὰς ἐπιφανείας εὐσταθείας διευθύνσεως), καὶ τέλος τὰ πηδάλια. Ἀπαραίτητον μέρος τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι τὸ σύστημα προσγειώσεως ἢ προσθαλασσώσεως, τροχοὶ δηλ. ἢ πλωτῆρες χρησιμεύοντες εἰς τὴν ἐπὶ τῆς γῆς ἢ τῆς θαλάσσης κίνησιν.



Σχ. 236.

Ἡ ἀναγκαία διὰ τὴν στήριξιν τοῦ ἀεροπλάνου τυχύτης προσδίδεται εἰς αὐτὸ

(*) Διὰ τὴν ἁπλότητα δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἐπὶ τῆς οὐρᾶς ἐνεργοῦσαν δύναμιν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διὰ τῆς ἕλικος, ἡ ὁποία κινεῖται ὑπὸ τοῦ κινητῆρος, εὑρίσκεται δὲ ἡ ἕλιξ ἢ ἔμπροσθεν τοῦ σώματος ἢ σπανιώτερον ὄπισθεν αὐτοῦ. Τὸ σῶμα ἐκτείνεται συνήθως μέχρι τῆς οὐρᾶς ὑπὸ μορφὴν ἰχθυοειδῆ, ὥστε ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος νὰ εἶναι ἐλαχίστη.

Τὸ σπουδαιότατον μέρος τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι αἱ φέρουσαι ἐπιφάνειαι, ἔχουσαι συνήθως σχῆμα περίπου ἐπιμήκους ὀρθογωνίου, τοῦ ὁποίου ἡ μακροτέρα πλευρὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν κίνησιν.

Ἡ τομὴ τῆς πτέρυγος εἶναι ἰχθυοειδὴς (πρβλ. σχ. 197, 237) καὶ κοίλη πρὸς τὰ κάτω, τὸ δὲ σχῆμα αὐτῆς, διάφορον εἰς διάφορα ἀεροπλάνα, προσδιορίζεται πειραματικῶς οὕτω: ὥστε ὁ λόγος τῶν συντελεστῶν K_y/K_x νὰ εἶναι ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλήτερος, νὰ ἀντιστοιχῇ δηλ. εἰς ὡρισμένην ἄνωσιν ὅσον τὸ δυνατὸν μικροτέρα ἀντίστασις (πρβλ. § 233).

Θεωροῦμεν τώρα τὸ ὑπὸ τοῦ σχ. 237 σχηματικῶς παριστώμενον ἀεροπλάνον, τοῦ ὁποίου αἱ φέρουσαι ἐπιφάνειαι, αἱ πτέρυγες δηλ. Π καὶ αἱ ἐπιφάνειαι εὐσταθείας ὕψους π, ἔχουν ὁλικὴν ἐπιφάνειαν Ε καὶ συντελεστὰς K_x, K_y πειραματικῶς προσδιορισθέντας διὰ διαφόρους γωνίας προσπτώσεως φ.

Τὸ ὑπόλοιπον μέρος τοῦ ἀεροπλάνου παρουσιάζει κατὰ τὴν κίνησιν ἀντίστασιν r, ἀνάλογον τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος υ καὶ ἔστω ρ ὁ συντελεστὴς αὐτῆς, ἤτοι $r = \rho v^2$.



Σχ. 237.

Ὅταν τὸ ἀεροπλάνον τοῦτο κινεῖται μὲ ταχύτητα υ, ἡ μὲν ἄνωσις εἶναι $F_y = K_y E v^2$, ἡ δὲ ὁλικὴ ἀντίστασις $R = r + F_x = (\rho + K_x E) v^2$.

Τὴν ἀντίστασιν ταύτην πρέπει διὰ τοῦ κινητῆρος καὶ τῆς ἕλικος νὰ ὑπερνικήσωμεν διὰ νὰ διατηρήσωμεν τὴν ταχύτητα υ, ἡ δὲ ἄνωσις F_y θὰ χρησιμεύσῃ διὰ τὴν στήριξιν τοῦ ἀεροπλάνου, τὸ ὁποῖον θὰ λάβῃ τοιαύτην θέσιν, ὥστε ἡ F_y νὰ διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρους αὐτοῦ.

Αἱ δυνάμεις F_y καὶ R ἐξαρτῶνται τὸ μὲν ἐκ τῆς ταχύτητος τοῦ ἀεροπλάνου, τὸ δὲ ἐκ τῆς γωνίας προσπτώσεως, ἡ δὲ γωνία προσπτώσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ σχήματος, τοῦ σχετικοῦ μεγέθους καὶ τῆς σχετικῆς θέσεως τῶν μονίμων ἐπιφανειῶν Ππ, ἐκ τῆς θέσεως τοῦ πηδαλίου ὕψους Υ καὶ ἐκ τῆς κατανομῆς τῶν μαζῶν τοῦ ἀεροπλάνου. Μεταβάλλοντες τὴν κλίσιν τοῦ πηδαλίου ὕψους μεταβάλλομεν τὴν γωνίαν προσπτώσεως, ἡ δὲ λειτουργία τοῦ πηδαλίου τούτου συνίσταται ἀκριβῶς εἰς τὸν ἑκάστοτε καθορισμὸν τῆς γωνίας προσπτώσεως.

Ἂν, ἐνῷ τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται μὲ ὡρισμένην ταχύτητα ἔχον ἀκριβῶς τὴν ἀπαιτουμένην στήριξιν διὰ νὰ ἀντισταθμίζεται τὸ βάρος του, ἐλαττωθῇ ἡ ταχύτης του (ἡ σχετικὴ πάντοτε ταχύτης ὡς πρὸς τὸν περιβάλλοντα ἀέρα), ἡ ἄνωσις γίνεται μικροτέρα, δὲν ἀντισταθμίζει πλέον τὸ βάρος τοῦ ἀεροπλάνου καὶ τὸ ἀεροπλάνον ἀρχίζει νὰ κατέρχεται. Οὕτω ἡ μὲν τροχιὰ ἀπὸ ὁριζοντίας γίνεται κατιοῦσα καὶ ἡ γωνία προσπτώσεως φ′ μεγαλητέρα (σχ. 237), συγχρόνως δὲ ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τῆς μάζης τοῦ ἀεροπλάνου μεταβάλλεται κατὰ τὴν κατάβασιν εἰς κινητικήν, αὐξάνεται δηλ. ἡ ταχύτης του.

Διὰ τοὺς δύο τούτους λόγους ἡ ἄνωσις γίνεται ἀρκετή, ὥστε νὰ ἀντισταθμίζῃ εἰς τὴν κατιοῦσαν τροχιὰν τὸ βάρος τοῦ ἀεροπλάνου. Ἐννοεῖται ὅμως ὅτι διὰ καταλλήλου χειρισμοῦ τοῦ πηδαλίου ὕψους πρέπει νὰ προσαρμοσθῇ ἀμέσως ἡ γωνία προσπτώσεως πρὸς τὰς νέας συνθήκας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οὕτω δυνατὸν νὰ στηριχθῇ τὸ ἀεροπλάνον καὶ ἄνευ κινητῆρος ἐπὶ κατιούσης τροχιᾶς καὶ νὰ ἔχῃ τὴν διὰ τὴν λειτουργίαν τῶν πηδαλίων ἀναγκαίαν ταχύτητα (ὀλισθαίνουσα πτῆσις, vol plané).

Ἂν τοὐναντίον ἡ ταχύτης αὐξήσῃ, αὐξανομένων π. χ. τῶν στροφῶν τῆς ἕλικος χωρὶς ἀλλαγὴν τῆς θέσεως τοῦ πηδαλίου ὕψους, ἡ ἄνωσις γίνεται μεγαλητέρα τοῦ βάρους τοῦ ἀεροπλάνου, ἡ τροχιὰ γίνεται ἀνιοῦσα, ἡ γωνία τῆς προσπτώσεως φ′ μικροτέρα συγχρόνως δὲ μέρος τῆς ἐνεργείας τοῦ κινητῆρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὸ ἔργον τῆς ἀνυψώσεως καὶ ἡ ταχύτης ἐλαττώνεται. Οὕτω ἐπέρχεται πάλιν ἰσορροπία μεταξὺ βάρους καὶ ἀνώσεως.

§ 273. Ἡ λειτουργία τοῦ κατακορύφου πηδαλίου εἶναι ἐντελῶς ὁμοία πρὸς τὴν τοῦ κατακορύφου πηδαλίου τῶν πηδαλιουχουμένων ἀεροστάτων. Τέλος τὰ πτερύγια, ἀρθρωταὶ ἐπιφάνειαι εἰς τὸ ὀπίσω μέρος τῶν πτερύγων (σχ. 235), εἶναι οὕτω συνδεδεμένα πρὸς ἄλληλα, ὥστε ὅταν τὸ ἓν κλίνει πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ἄλλο κλίνῃ πρὸς τὰ κάτω. Τὸ ρεῦμα τοῦ ἀέρος, προσβάλλον αὐτὰ τὸ μὲν κάτωθεν τὸ δὲ ἄνωθεν, ἀναπτύσσει ζεῦγος, τὸ ὁποῖον τείνει νὰ περιστρέψῃ τὸ ἀεροπλάνον περὶ τὸν κατὰ μῆκος ἄξονα αὐτοῦ καὶ οὕτω ὁ χειριστὴς χειριζόμενος καταλλήλως τὰ πτερύγια κανονίζει τὴν κλίσιν τοῦ ἐγκαρσίου ἄξονος τοῦ ἀεροπλάνου πρὸς τὸν ὁρίζοντα.

Διὰ νὰ ἀρχίσῃ ἡ πτῆσις πρέπει τὸ ἀεροπλάνον, κινούμενον ἐπὶ τῆς γῆς ἢ τῆς θαλάσσης, νὰ ἀποκτήσῃ τὴν διὰ τὴν στήριξιν καὶ ἀνύψωσίν του ἀναγκαίαν ταχύτητα.

ΠΡΟΩΣΤΙΚΑΙ ΕΛΙΚΕΣ

§ 274. Ἡ ταχύτης ἡ ἀναγκαία διὰ τὴν στήριξιν καὶ τὴν λειτουργίαν τῶν πηδαλίων προσδίδεται, καθὼς εἴδομεν, εἰς τὰ ἀερόπλοια καὶ ἀεροπλάνα διὰ προωστικῆς ἕλικος, κινουμένης ὑπὸ μηχανῆς ἐσωτερικῆς καύσεως. Εἶναι λοιπὸν ἡ ἕλιξ ἓν τῶν σπουδαιοτάτων μερῶν τοῦ ἀεροπλοίου καὶ ἐκ τῆς καλῆς κατασκευῆς καὶ τῆς προσαρμογῆς αὐτῆς πρὸς τὰς συνθήκας τῆς λειτουργίας της ἐξαρτᾶται κατὰ τὸ πλεῖστον ἡ ἀπόδοσις τοῦ κινητῆρος εἰς χρήσιμον ἔργον.

Εἰς τὴν § 14 (σελ. 14) ὡμιλήσαμεν περὶ τῆς γραμμῆς ἕλικος καὶ ἐξεθέσαμεν τὰς ἰδιότητας αὐτῆς. Ἂν τώρα ἀπὸ ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἕλικος φέρωμεν καθέτους ἐπὶ τὸν ἄξονα τοῦ κυλίνδρου, τὸν ὁποῖον ἡ ἕλιξ περιβάλλει (σχ. 238 I), σχηματίζομεν ἐπιφάνειαν καλουμένην *ἑλικοειδῆ*, ἡ ὁποία ἔχει ἐπίσης τὴν θεμελιώδη ἰδιότητα τῆς *ὁδηγητρίας* ἕλικος, περιστρεφομένη δηλ. περὶ τὸν ἄξονα καὶ προχωροῦσα κατὰ τὴν διεύθυνσιν αὐτοῦ ἐφαρμόζει ἐφ′ ἑαυτήν. Τὸ βῆμα τῆς ἑλικοειδοῦς ἐπιφανείας εἶναι τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ βῆμα τῆς ὁδηγητρίας ἕλικος (*).

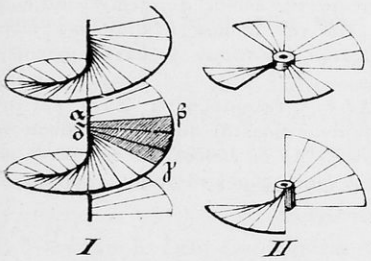
Τμῆμα ἑλικοειδὲς ὀνομάζομεν μέρος αβγδ τῆς ἑλικοειδοῦς ἐπιφανείας περιοριζόμενον ἀπὸ τόξον τῆς ὁδηγητρίας ἕλικος, τὰς δύο ἐκ τῶν ἄκρων αὐτοῦ καθέτους ἐπὶ τὸν ἄξονα καὶ τὸ μεταξὺ αὐτῶν περιλαμβανόμενον μέρος τοῦ ἄξονος. Δύο ἢ περισσότερα τοιαῦτα ἴσα τμήματα συμμετρικῶς διατεταγμένα περὶ κοινὸν ἄξονα ἀποτελοῦν τὴν προωστικὴν ἕλικα ὑπὸ τὴν ἁπλουστάτην αὐτῆς μορφὴν (σχ. 238 II). Ὅταν ἡ ἕλιξ αὕτη περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της

(*) Ὅλοι οἱ ὁμοαξονικοὶ κύλινδροι τέμνουν τὴν ἑλικοειδῆ ἐπιφάνειαν εἰς ἕλικας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν ὅλαι τὸ αὐτὸ βῆμα.

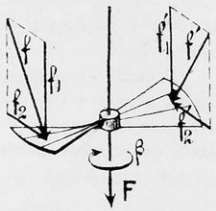
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὰ πτερύγια προσβάλλουν τὸν ἀέρα πλαγίως καὶ οὕτω ὑφίστανται δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι, καθὼς πρόχειρος ἀνάλυσις εὐκόλως δεικνύει, ἀνάγονται τὸ μὲν εἰς μίαν δύναμιν τείνουσαν νὰ κινήσῃ τὴν ἕλικα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος, (προωστικὴ δύναμις), τὸ δὲ εἰς ζεῦγος τεῖνον νὰ ἐμποδίσῃ τὴν περιστροφὴν τῆς ἕλικος (ἀντίστασις).

Καὶ πράγματι, ἂν θεωρήσωμεν δύο συμμετρικὰ πρὸς ἄλληλα στοιχεῖα τῶν πτερυγίων τῆς ἕλικος τοῦ σχ. 239, περιστρεφομένης κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους β, ἐπιδροῦν ἐπ' αὐτῶν ἐκ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος αἱ δυνάμεις f, f′, ἴσαι πρὸς ἀλλήλας καὶ συμμετρικαὶ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα. Ἀναλύομεν ἑκατέραν ἐκ τῶν δυνάμεων τούτων εἰς δύο συνιστώσας, τὴν μὲν παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα, τὴν δὲ ἐπὶ ἐπιπέδου καθέτου ἐπ' αὐτόν. Θὰ ἔχωμεν οὕτω τὰς συνιστώσας f_1, f'_1 ἴσας, παραλλήλους καὶ ὁμορρόπους, καὶ τὰς f_2, f'_2 ἴσας, παραλλήλους καὶ ἀντιρρόπους. Ἐκ τῶν δυνάμεων τούτων αἱ μὲν f_1, f'_1 συντιθέμεναι δίδουν τὴν δύναμιν F ἐνεργοῦσαν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος, αἱ δὲ f_2, f'_2 απο-



Σχ. 238.



Σχ. 239.

τελοῦν ζεῦγος κάθετον ἐπὶ τὸν ἄξονα καί, καθὼς ἀμέσως ἀπὸ τὸ σχῆμα φαίνεται, ἀντίρροπον πρὸς τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους β. Ἐπειδὴ δὲ ἕκαστον ζεῦγος συμμετρικῶν στοιχείων τῶν πτερυγίων παρέχει μίαν δύναμιν παράλληλον καὶ ὁμόρροπον πρὸς τὴν F καὶ ἓν ζεῦγος κάθετον ἐπὶ τὸν ἄξονα, ἕπεται ὅτι ὅλαι αἱ ἐπὶ τῆς ἕλικος ἐνεργοῦσαι δυνάμεις ἕνεκα τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἀνάγονται εἰς μίαν δύναμιν παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα, τείνουσαν νὰ κινήσῃ τὴν ἕλικα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους ὡς κοχλίαν ἐντὸς περικοχλίου καὶ ἓν ζεῦγος ἀνθιστάμενον εἰς τὴν περιστροφήν.

Ἡ προωστικὴ δύναμις προσδίδει εἰς τὸ ἀερόπλοιον ἢ ἀεροπλάνον τὴν ἐπιθυμητὴν ταχύτητα, τὸ δὲ ὑπὸ τοῦ κινητῆρος παραγόμενον ἔργον δαπανᾶται εἰς τὴν ὑπερνίκησιν τοῦ ἀνθισταμένου ζεύγους. Σημειωτέον ὅτι ὡς ἐκ τοῦ ζεύγους τούτου ὁλόκληρον τὸ ἀεροπλάνον τείνει νὰ περιστραφῇ περὶ τὸν ἄξονα τῆς ἕλικος ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως αὐτῆς, ἀποφεύγομεν δὲ τὴν ἐπιβλαβῆ ταύτην ἐπίδρασιν εἴτε μεταχειριζόμενοι δύο ἕλικας ἀντιθέτως κινουμένας, εἴτε στρεβλοῦντες καταλλήλως τὰς φερούσας ἐπιφανείας τοῦ ἀεροπλάνου, ὥστε νὰ ἀναπτύσσεται κατὰ τὴν κίνησιν ζεῦγος ἐξουδετερῶνον τὸ ἐκ τῆς ἕλικος ἀναπτυσσόμενον.

Ἡ πρόωσις καὶ ἡ ἀντίστασις εἶναι ἄλλη μὲν ὅταν ἡ ἕλιξ περιστρέφεται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χωρὶς νὰ προχωρῇ, καὶ ἄλλη ὅταν τὸ ἀεροπλάνον κινῆται. διότι ὡς ἐκ τῆς πρὸς τὰ πρόσω κινήσεως μεταβάλλεται ἡ εἰς ἕκαστον στοιχεῖον τῶν πτερυγίων ἀντιστοιχοῦσα γωνία προσπτώσεως, καθὼς καὶ ἡ σχετικὴ πρὸς τὸν ἀέρα ταχύτης. Οὕτω, ἂν ἡ ἕλιξ προχωρῇ εἰς ἑκάστην περιστροφήν της κατὰ ἓν βῆμα, θὰ κοχλιοῦται ἐντὸς τοῦ ἀέρος ὡς ἐντὸς στερεοῦ περικοχλίου, ἡ γωνία προσπτώσεως θὰ εἶναι δι' ὅλα τὰ στοιχεῖα ἴση πρὸς μηδὲν καὶ ἑπομένως μόνον ἀντίστασιν θὰ ἔχωμεν καὶ ὄχι πρόωσιν. Ἂν δὲ ἡ πρὸς τὰ πρόσω ταχύτης γίνῃ ἀκόμη μεγαλητέρα, ὄχι μόνον πρόωσιν δὲν θὰ ἔχωμεν, ἀλλ' ἐπειδὴ ἡ *ἐμπροσθία* ἐπιφάνεια τῶν πτερυγίων προσβάλλει τώρα τὸν ἀέρα, θὰ ἔχωμεν δύναμιν ἀνθισταμένην εἰς τὴν πρὸς τὰ πρόσω κίνησιν.

Διὰ τοῦτο κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῶν ἑλίκων, εἴτε αὗται πρόκειται νὰ κινηθοῦν ἐντὸς τοῦ ἀέρος εἴτε ἐντὸς τοῦ ὕδατος, λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὴν ταχύτητα, μὲ τὴν ὁποίαν θὰ κινῆται τὸ ὄχημα. Ἐπειδὴ δέ, καθὼς φαίνεται ἀπὸ τὸ σχ. 198 Ι, ὁ λόγος Εγ / Κχ παρουσιάζει ἓν μέγιστον δι' ὡρισμένην γωνίαν προσπτώσεως, ἕπεται ὅτι εἰς ἑκάστην περιστροφικὴν ταχύτητα τῆς ἕλικος ἀντιστοιχεῖ μία ὡρισμένη ταχύτης κινήσεως κατὰ τὸν ἄξονα, διὰ τὴν ὁποίαν ἡ ἀπόδοσις εἶναι μεγίστη, ὁ λόγος δηλ. τῆς προώσεως πρὸς τὴν ἀντίστασιν ἔχει τὴν μεγίστην τιμήν.

Ἡ ἕλιξ εἶναι μηχανὴ ἀντιστρεπτή. Ἂν δηλ. ἐφαρμόζοντες ζεῦγος ἐπὶ τοῦ ἄξονος θέσωμεν τὴν ἕλικα εἰς περιστροφὴν ἀναπτύσσεται δύναμις τείνουσα νὰ κινήσῃ αὐτὴν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος. Ἂν δὲ ἐκθέσωμεν τὴν ἕλικα εἰς ρεῦμα ἀέρος, ἀναπτύσσεται ζεῦγος τὸ ὁποῖον ἠμποροῦμεν νὰ χρησιμοποιήσωμεν διὰ τὴν παραγωγὴν ἔργου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 275. ***Ἐπιφανειακὴ τάσις.*** Εἰς τὴν ἀρχὴν τῆς ὑδρομηχανικῆς ἐχαρακτηρίσαμεν τὰ ὑγρὰ ὡς σώματα στερούμενα ἐλαστικότητος σχήματος. Ἂν ἐν τούτοις παρατηρήσωμεν μικρὰς μάζας ὑγροῦ, βλέπομεν ὅτι αὗται τείνουν ἐπί μᾶλλον καὶ μᾶλλον νὰ λάβουν σφαιρικὸν σχῆμα. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καὶ ἄλλα ἀνάλογα, τὰ ὁποῖα κατωτέρω θὰ ἀναφέρωμεν, μᾶς δεικνύουν ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν ἔχει ἰδιότητας ἐντελῶς παρομοίας πρὸς τὰς ἰδιότητας ἐλαστικῆς μεμβράνης, ἡ ὁποία τείνει νὰ συσταλῇ, ὥστε ὑπὸ τὰς δεδομένας συνθήκας τὸ ἐμβαδὸν αὐτῆς νὰ γίνῃ ἐλάχιστον, τὴν δὲ ὕπαρξιν τῆς μεμβράνης ταύτης ἐξηγοῦμεν διὰ τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ, τῶν *δυνάμεων συναφείας*.

Ἂν λοιπὸν θεωρήσωμεν δύο εὐθείας γραμμὰς μήκους l ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὑγροῦ εἰς ἐλαχίστην ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασιν, ἡ μεταξὺ αὐτῶν ὑγρὰ ἐπιφάνεια τείνει νὰ πλησιάσῃ αὐτὰς πρὸς ἀλλήλας, ἡ δὲ δύναμις F εἶναι ἀνάλογος τοῦ μήκους, ἤτοι εἶναι

$$F = \alpha l \tag{1}$$

ὅπου α εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος μόνον ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ πρὸς αὐτὸ συνορεύοντος σώματος καὶ ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν, ἀνεξάρτητος δὲ τοῦ σχήματος τῆς ἐπιφανείας.

Τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως F διὰ τοῦ μήκους τῆς γραμμῆς l, ἤτοι τὸν συντελεστὴν α, ὀνομάζομεν *ἐπιφανειακὴν τάσιν* τοῦ ὑγροῦ, εἶναι δὲ ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις ἀριθμητικῶς ἴση πρὸς τὴν δύναμιν τὴν ἐνεργοῦσαν ἐπὶ τῆς μονάδος τοῦ μήκους.

Τὴν ἐξίσωσιν (1) ἠμποροῦμεν νὰ ἑρμηνεύσωμεν καὶ ἄλλως. Ἂν δηλ. θεωρήσωμεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εὐθεῖαν μήκους, l, ἐνεργοῦν ἐπ' αὐτῆς ἑκατέρωθεν δυνάμεις κάθετοι ἐπ' αὐτήν, ἐφαπτόμεναι τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ καὶ ἴσαι πρὸς αl.

Ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις α μετρεῖται διὰ μεθόδων, τινὰς τῶν ὁποίων θὰ ἐκθέσωμεν εἰς τὴν § 285, τὰ δὲ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων τούτων ἐπιβεβαιώνουν τὴν ὀρθότητα τῆς ἐξισώσεως (1).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 276. *Ἄλλος ὁρισμὸς τῆς τάσεως; ἐπιφανείας.—Διαστάσεις αὐτῆς.* Ἐκ τῆς ὑπάρξεως τῶν δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι τείνουν νὰ ἐλαττώσουν τὴν ἐπιφάνειαν τῶν ὑγρῶν, ἀναγνωρίζομεν ἀμέσως ὅτι διὰ νὰ αὐξηθῇ ἡ ἐπιφάνεια ὑγροῦ πρέπει νὰ δαπανηθῇ ἔργον, τὸ ὁποῖον εὐκόλως ὑπολογίζομεν. Ἂν μετακινήσωμεν εὐθεῖαν μήκους l καθέτως πρὸς ἑαυτὴν κατὰ τὴν ἀπόστασιν λ, θὰ διαγράψῃ αὕτη ἐμβαδὸν $S=l\lambda$. Ἡ δύναμις ἡ ἀνθισταμένη εἰς τὴν κίνησιν(*) εἶναι $F=\alpha l$, ἑπομένως τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον καταναλίσκομεν εἶναι $W=\alpha l\lambda$. Ἐκ τῶν σχέσεων τούτων εὑρίσκομεν

$$\alpha=\frac{W}{S} \tag{2}$$

ἤτοι ἡ τάσις ἐπιφανείας ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τοῦ ἔργου, τὸ ὁποῖον καταναλίσκομεν διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ, διὰ τῆς ἀντιστοίχου αὐξήσεως τῆς ἐπιφανείας. Ἀριθμητικῶς δὲ ἰσοῦται ἡ τάσις ἐπιφανείας πρὸς τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ αὐξήσῃ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ κατὰ μίαν μονάδα.

Αἱ διαστάσεις τοῦ α εὑρίσκονται ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1, 2),

$$[\alpha]=\frac{[F]}{[l]}=\frac{LMT^{-2}}{L}=MT^{-2}$$

(3)

$$[\alpha]=\frac{[W]}{[S]}=\frac{L^2MT^{-2}}{L^2}=MT^{-2}$$

§ 277. *Φαινόμενα σχετικὰ μὲ τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν.* Ἐκτὸς τοῦ κατὰ προσέγγισιν σφαιρικοῦ σχήματος τῶν σταγόνων πλεῖστα ἄλλα φαινόμενα ἐξηγοῦνται, ἂν παραδεχθῶμεν τὴν ὕπαρξιν τῆς ἐπιφανειακῆς μεμβράνης τῶν ὑγρῶν.

Οὕτω αἱ πομφόλυγες αἱ ἐξ ὑγρῶν παραγόμεναι μᾶς παρέχουν ἁπτὴν τρόπον τινὰ τὴν ἐπιφανειακὴν μεμβράνην.

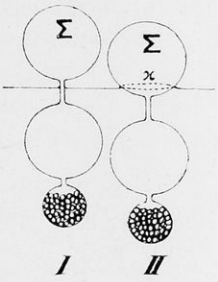
Ἐπίσης γνωστὸν εἶναι, ὅτι ἂν θέσωμεν μὲ προσοχὴν λεπτὴν σιδηρᾶν βελόνην, τὴν ὁποίαν ἐπαλείφομεν προηγουμένως διὰ λίπους, κατὰ τὸ μῆκος αὐτῆς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος, αὕτη δὲν καταδύεται, ἀλλ' ἐπιπλέει ὑποστηριζομένη ὑπὸ τῆς κοιλαινομένης ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

Ἂν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος ρίψωμεν κόνιν λυκοποδίου καὶ βυθίσωμεν ἔπειτα τὸν δάκτυλόν μας, παρατηροῦμεν ὅτι οὗτος δὲν βρέχεται, διότι ἡ ἐπιφανειακὴ μεμβράνα τοῦ ὕδατος ἡ φέρουσα τὸ λυκοπόδιον παρακολουθεῖ τὸν δάκτυλον κατὰ τὴν κατάδυσίν του ὡς χειρόκτιον.

(*) Ἀδιάφορον ἂν δύναμις ἴση καὶ ἀντίθετος ἐκ τοῦ ἄλλου μέρους τῆς εὐθείας *ὑποβοηθεῖ* τὴν κίνησιν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Χαρακτηριστικώτατα δεικνύεται ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος. Ὑαλίνη συσκευὴ ἐν εἴδει ἀραιομέτρου φέροντος εἰς τὸ ἄνω μέρος δευτέραν σφαῖραν ἑρματίζεται οὕτως, ὥστε νὰ ἐπιπλέῃ εἰς τὸ ὕδωρ, ὅπως εἰς τὸ σχ. 240 I φαίνεται. Ἂν ὠθήσωμεν τὴν συσκευὴν πρὸς τὰ κάτω, οὕτως ὥστε νὰ βραχῇ ἡ ἀνωτέρα σφαῖρα καὶ ἀφήσωμεν ἔπειτα αὐτὴν ἐλευθέραν, παρατηροῦμεν ὅτι δὲν ἀνέρχεται εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν, ἀλλὰ μένει εἰς τὴν θέσιν II, διότι ἡ ἄνωσις τοῦ Ἀρχιμήδους δὲν ἐπαρκεῖ διὰ νὰ ὑπερνικήσῃ τὰς ἐκ τῆς τάσεως τῆς ἐπιφανείας δυνάμεις, τὰς ἐξασκουμένας ἐπὶ τοῦ κύκλου κ. Ἂν ὅμως ἀνασύρωμεν τὴν συσκευήν, ὥστε ἡ σφαῖρα Σ νὰ ἐξέλθῃ τοῦ ὑγροῦ, ἔχομεν πάλιν ἰσορροπίαν εἰς τὴν θέσιν I. Διὰ τοῦτο χρειάζεται μεγάλη προσοχὴ εἰς τὴν χρῆσιν τῶν ἀραιομέτρων καὶ πρέπει πάντοτε νὰ βρέχωμεν ὁλόκληρον τὸν σωλῆνα, ὥστε νὰ ἀποφεύγωμεν κατὰ τὸ δυνατὸν τὰ ἐκ τῆς τάσεως ἐπιφανείας σφάλματα.



Σχ. 240.

§ 277. ***Πίεσις ἐκ τῆς καμπυλότητος τῆς ἐπιφανείας.*** Ἐφ' ὅσον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἐπίπεδος, αἱ ἐκ τῆς τάσεως τῆς ἐπιφανείας δυνάμεις κεῖνται ἐπ' αὐτῆς καὶ ἑπομένως δὲν ἔχουν συνισταμένην κάθετον ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν. Ἄλλως ὅμως ἔχει τὸ πρᾶγμα, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι καμπύλη. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἀποδεικνύεται ὅτι ἐξασκεῖται ἐκ μέρους τῆς ἐπιφανείας πίεσις ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ, θετικὴ ἢ ἀρνητική, καθ' ὅσον ἡ ἐπιφάνεια εἶναι κυρτὴ ἢ κοίλη, καὶ τόσον μεγαλητέρα, ὅσον ἡ ἐπιφάνεια ἔχει μεγαλητέραν καμπυλότητα.

Ἂν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι σφαιρικὴ καὶ R εἶναι ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος αὐτῆς, ἡ πίεσις εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν

$$p = \frac{2\alpha}{R} \tag{4}$$

Ἂν δὲ ἡ ἐπιφάνεια εἶναι κυλινδρικὴ καὶ ἡ ἀκτὶς τῆς βάσεως εἶναι R, θὰ ἔχωμεν

$$p = \frac{\alpha}{R} \tag{5}$$

Ἡ ὁλικὴ πίεσις τὴν ὁποίαν τὸ ὑγρὸν ὑφίσταται ἐκ μέρους τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐπιφανείας του ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν ὑπὸ τῶν ἐξισώσεων (2, 3) παρεχομένην πίεσιν p καὶ ἀπὸ μίαν ἄλλην ποσότητα K, ἀνεξάρτητον τοῦ σχήματος τῆς ἐπιφανείας, ἐξαρτωμένην δὲ μόνον ἀπὸ τὰς δυνάμεις τὰς ἐνεργούσας μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ. Εἶναι λοιπόν

$$P = K + \frac{2a}{R} \qquad \text{(σφαιρικὴ ἐπιφάνεια)} \tag{6}$$

$$P = K + \frac{a}{R} \qquad \text{(κυλινδρικὴ ἐπιφάνεια)} \tag{7}$$

Ἡ ποσότης K εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδιορισθῇ δι' ἀμέσου μετρήσεως, διότι ἀδυνατοῦμεν νὰ εἰσδύσωμεν δι' οἱουδήποτε ὀργάνου εἰς τὴν μᾶζαν ὑγροῦ χωρὶς νὰ μεσολαβῇ μεταξὺ τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ ὀργάνου διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια. Δι' ἐμμέσων ὅμως μεθόδων, ἐκ τῆς θεωρίας π. χ. τοῦ Van der Waals, ἡ ὁποία ἔφερεν εἰς τὸν φερώνυμον αὐτοῦ τύπον (πρβλ. § 397), εὑρίσκεται ὅτι ἡ πίεσις K εἶναι καταπληκτικῶς μεγάλη. Διὰ τὸ ὕδωρ π. χ. εὑρίσκομεν $K = 10700$ ἀτμοσφ.

Ἂν ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἐπίπεδος, ἔχομεν

$$\frac{1}{R} = 0, \qquad P = K.$$

Τὸ K λοιπὸν σημαίνει τὴν πίεσιν, ὑπὸ τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται τὸ ὑγρὸν (ἀνεξαρτήτως τῆς ἄλλης ὑδροστατικῆς πιέσεως), ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ εἶναι ἐπίπεδος.

§ 278. ***Σταγόνες, πομφόλυγες, ὑγρὰ ὑμένια.*** Τὸ σχῆμα τῶν σταγόνων, καθὼς ἀνωτέρω εἴδομεν, προέρχεται ἐκ τῆς ἐπιδράσεως τῆς ἐπιφανειακῆς μεμβράνης. Ἀλλ' εἰς τὰς συνήθεις σταγόνας τὸ σχῆμα περιπλέκεται ἕνεκα τοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ καὶ διὰ τοῦτο αἱ μὲν ἐπὶ ἐπιπέδου στηρίγματος εὑρισκόμεναι σταγόνες ἔχουν σχῆμα πλατυσμένον, αἱ δὲ κρεμάμεναι σχῆμα ἀπιοειδές. Καθαρὸν καὶ ἀνεπηρέαστον θὰ εἴχομεν τὸ ἐκ τῆς τάσεως ἐπιφανείας σχῆμα, ἂν ἦτο δυνατὸν νὰ ἀπαλλαγῶμεν τῆς βαρύτητος. Τοῦτο κατορθώνομεν ἀφίνοντες τὸ ὑγρὸν νὰ αἰωρῆται ἐντὸς ἄλλου ὑγροῦ, τῆς αὐτῆς ἀκριβῶς πυκνότητος, μὲ τὸ ὁποῖον δὲν ἀναμιγνύεται. Οὕτω ἂν εἰσαγάγωμεν ποσότητά τινα ἐλαίου εἰς μῖγμα ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος τῆς αὐτῆς ἀκριβῶς πυκνότητος, παρατηροῦμεν ὅτι σχηματίζεται στα-

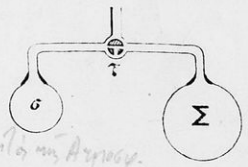
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γὼν σχήματος ἐντελῶς σφαιρικοῦ, τῆς ὁποίας ἡ διάμετρος ἠμπορεῖ νὰ ὑπερβῇ τὰ 10 cm. (Plateau).

Κατ' ἄλλον τρόπον ἠμποροῦμεν νὰ καταστήσωμεν τὴν ἐπίδρασιν τῆς βαρύτητος ἀνεπαίσθητον, ἂν λάβωμεν τὸ ὑγρὸν ὑπὸ μορφὴν εἴτε λεπτοτάτων σταγονιδίων εἴτε λεπτοτάτων ὑμενίων, ὅτε μὲ ἐλαχίστην μᾶζαν ἔχομεν σχετικῶς μεγάλην ἐπιφάνειαν.

Εἰς τὰ λεπτότατα σταγονίδια παρατηροῦμεν ὑπερισχύον τὸ σφαιρικὸν σχῆμα, ὅταν αἱ διαστάσεις γίνωνται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρότεραι, ἔστω καὶ ἂν ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ εἶναι σημαντικὴ (ὑδράργυρος), κυρίως ὅμως ἠμποροῦμεν νὰ παρατηρήσωμεν τὰς ἰδιότητας τῆς τάσεως ἐπιφανείας εἰς τὰς πομφόλυγας ἢ τὰ λεπτὰ ὑγρὰ ὑμένια, τὰ ὁποῖα παράγονται ἀπὸ πολλὰ ὑγρὰ ἐπὶ καταλλήλων ὑποστηριγμάτων.

Εἰς τὰς ὑγρὰς πομφόλυγας, αἱ ὁποῖαι, ὅταν δὲν ἐπηρεάζῃ τὸ σχῆμα των ὑγρὰ σταγὼν κρεμαμένη εἰς τὸ κάτω αὐτῶν μέρος, εἶναι σφαιρικαί, ἡ πίεσις τοῦ ἐγκλείστου ἀέρος εὑρίσκεται ὡς ἑξῆς. Ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ὑμενίου, ἡ ὁποία εἶναι κυρτή, ἔχομεν πίεσιν



Σχ. 241.

$$p_1 = K + \frac{2\alpha}{R}$$

ὅπου R ἡ ἀκτὶς τῆς σφαίρας, ἐκ δὲ τῆς ἐσωτερικῆς κοίλης ἐπιφανείας ἔχομεν τὴν πίεσιν *πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὑμενίου*, δηλ. ἐκ τοῦ κέντρου πρὸς τὰ ἔξω

$$p_2 = K - \frac{2\alpha}{R}$$

Ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τῆς πομφόλυγος ἀέρος εἶναι

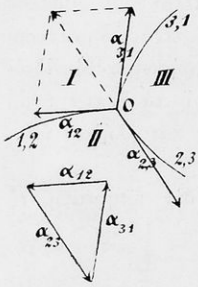
$$P = 1 \text{ ἀτμ.} + p_1 - p_2 = 1 \text{ ἀτμ.} + \frac{4\alpha}{R} \qquad (8)$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου ἐξάγομεν ὅτι τόσον μεγαλητέρα εἶναι ἡ πίεσις, ὅσον μικροτέρα ἡ ἀκτὶς τῆς πομφόλυγος. Δεικνύεται δὲ τοῦτο εὐκολώτατα δι' ἁπλουστάτου πειράματος. Σχηματίζομεν εἰς τὰ ἀκραῖα χωνία τῆς ὑαλίνης συσκευῆς, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχ. 241, πομφόλυγας διαφόρου μεγέθους ἐκ διαλύματος σάπωνος. Ἂν διὰ τῆς τριπόρου στρόφιγγος τ θέσωμεν εἰς συγκοινωνίαν τὰς δύο πομφό-

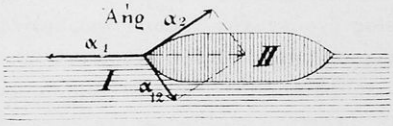
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λυγας ἀποκλείοντες τὴν συγκοινωνίαν μὲ τὸν ἔξω ἀέρα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μικροτέρα σ συστέλλεται καὶ ἐξαφανίζεται καταλήγουσα εἰς ἁπλοῦν κυρτὸν ὑμένιον κλεῖον τὸ ἄνοιγμα τοῦ χωνίου, ὅλος δὲ ὁ ἐντὸς αὐτῆς ἀὴρ ἐκδιώκεται εἰς τὴν Σ. Ἀπόδειξις ὅτι ἡ πίεσις εἶναι μεγαλητέρα εἰς τὴν μικροτέραν πομφόλυγα.

§ 279. ***Φαινόμενα κατὰ τὴν ἐπαφὴν δύο ἢ περισσοτέρων ὑγρῶν.*** Ἐθεωρήσαμεν μέχρι τοῦδε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ὡς χωρίζουσαν αὐτὸ ἀπὸ τὸν ἀέρα, ἢ ἐν γένει ἀπὸ ἀέριον (ἐξαιρουμένης τῆς εἰδικῆς διατάξεως τοῦ Plateau). Ὅταν τὸ ὑγρὸν συνορεύῃ πρὸς ἄλλο ὑγρὸν χωρὶς νὰ ἐπέρχεται μῖξις, ἡ διαχωρίζουσα ἐπιφάνεια ἔχει τάσιν διάφορον ἐν γένει τῆς τάσεως τῆς ἐπιφανείας τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἑκάτερον τῶν ὑγρῶν ἂν ἐσυνόρευε πρὸς τὸν ἀέρα. Θεωροῦμεν τώρα τρία ρευστὰ I, II, III (σχ. 242), τὰ ὁποῖα χωρίζονται ἀπ᾽ ἀλλήλων ἀνὰ δύο διὰ τῶν ἐπιφανειων (1, 2), (2, 3), (3, 1), τῶν ὁποίων αἱ τάσεις εἶναι α_{12}, α_{23}, α_{31}, καὶ αἱ τρεῖς αὗται ἐπιφάνειαι τέμνονται εἰς γραμμὴν τῆς ὁποίας τὸ ὕψος ἔστω τὸ O (τὸ ἕν τῶν ρευστῶν δυνατὸν νὰ εἶναι ἀέριον). Ἐπὶ τῆς μονάδος τοῦ μήκους τῆς κοινῆς ταύτης γραμμῆς ἐνεργοῦν καθέτως πρὸς αὐτὴν καὶ κατὰ τὴν ἐφαπτομένην τῶν διαχωριστικῶν ἐπιφανειῶν αἱ δυνάμεις α_{12}, α_{23}, α_{31}. Ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ἂν εἶναι δυνατὸν αἱ ἐπιφάνειαι νὰ λάβουν τοιαύτην πρὸς ἀλλήλας κλίσιν, ὥστε αἱ τρεῖς δυνάμεις νὰ ἔχουν συνισταμένην μηδέν, ἢ τὸ πολύγωνον αὐτῶν νὰ εἶναι κλειστὸν (πρβλ. § 53). Διὰ νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ συμβῇ τοῦτο, πρέπει ἕκαστον τῶν ποσῶν α_{12}, α_{23}, α_{31} νὰ εἶναι μικρότερον τοῦ ἀθροίσματος τῶν δύο ἄλλων καὶ μεγαλήτερον τῆς διαφορᾶς αὐτῶν.



Σχ. 242.



Σχ. 243.

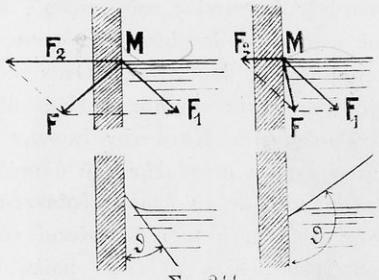
Ἂν π. χ. ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ I (σχ. 243) ρίψωμεν σταγόνα τοῦ ἀραιοτέρου καὶ μὴ μιγνυομένου πρὸς αὐτὸ ὑγροῦ II καὶ ἄνωθεν ὑπάρχῃ ἀήρ, ὑποτεθῇ δὲ ὅτι ἐκπληροῦται ἡ ἀνωτέρω συνθήκη, θὰ σχηματι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σθῇ σταγὼν τοιούτου σχήματος, ὥστε ἡ δύναμις α_1 νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν α_2 καὶ α_{12}. Ἂν εἶναι ὅμως $\alpha_1 > \alpha_2 + \alpha_{12}$, ἰσορροπία εἶναι ἀδύνατον νὰ ἐπέλθῃ, ἡ δὲ σταγὼν ἐκτείνεται καὶ σχηματίζει λεπτότατον στρῶμα καλύπτον ὅλην τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ Ι. Τοῦτο π χ. συμβαίνει ὅταν ρίψωμεν ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἔλαιον, τὸ ὁποῖον ἠμπορεῖ νὰ σχηματίσῃ στρῶμα πάχους μικροτέρου τοῦ 1 μμ.

ΤΡΙΧΟΕΙΔΕΣ

§ 280. ***Γωνία συνεπαφῆς.*** Ἂν φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν στερεὸν σῶμα μὲ ὑγρὸν παρατηροῦμεν, ὅτι εἴτε τὸ ὑγρὸν προσκολλᾶται ἐπὶ τοῦ στερεοῦ καὶ, ὅταν ἀνασύρωμεν τὸ στερεόν, μένει ἐπ' αὐτοῦ ὡς λεπτὸν στρῶμα, τὸ ὑγρὸν δηλ. διαβρέχει τὸ στερεόν, εἴτε δὲν προσκολλᾶται ἐπὶ τοῦ στερεοῦ καί, ὅταν ἀνασύρωμεν τοῦτο, δὲν μένει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας του οὐδὲν ἴχνος τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὑγρὸν δὲν διαβρέχει τὸ στερεόν· τὸ ὕδωρ π. χ. διαβρέχει τὴν καθαρὰν ὕαλον, δὲν διαβρέχει ὅμως τὴν παραφφίνην, ἐπίσης δὲ ὁ ὑδράργυρος δὲν διαβρέχει τὸν σίδηρον.



Σχ. 244.

Εἰς τὸ μέρος, ὅπου ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ συναντᾷ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ στερεοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη δὲν εἶναι πλέον ἐπίπεδος καὶ ὁριζοντία, ἀλλὰ κοίλη ἢ κυρτή. Τὸ φαινόμενον ἐξηγοῦμεν διὰ τῶν δυνάμεων συναφείας μεταξὺ τοῦ στερεοῦ καὶ τοῦ ὑγροῦ. Ἂν δηλ. θεωρήσωμεν (σχ. 244) ἓν μόριον Μ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ πλησίον τῆς κατακορύφου ἐπιφανείας στερεοῦ, τὸ ὁποῖον συνορεύει πρὸς τὸ ὑγρόν, ἐπὶ τοῦ μορίου τούτου ἐνεργεῖ ἀφ' ἑνὸς μὲν ἡ συνισταμένη F_1 τῶν δυνάμεων συναφείας τοῦ λοιποῦ ὑγροῦ, σχηματίζουσα ἔνεκα τῆς συμμετρίας γωνίαν 45° πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ συνισταμένη F_2 τῶν ἕλξεων τοῦ στερεοῦ πρὸς τὸ ὑγρόν, διευθυνομένη ἕνεκα τῆς συμμετρίας καθέτως πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ στερεοῦ. Ἀλλ' ἡ ἐλευθέρα ἐπιφά-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νεια τοῦ ὑγροῦ γνωρίζομεν ὅτι εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἐπ' αὐτῆς ἐνεργοῦντος δυναμικοῦ πεδίου (*), τὸ ὁποῖον εἰς τὴν θεωρουμένην περίπτωσιν συντίθεται ἐκ τοῦ πεδίου τῆς βαρύτητος καὶ τῆς συνισταμένης F τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Καθ' ὅσον ἡ δύναμις F ἔχει διεύθυνσιν πρὸς τὸ στερεὸν ἢ πρὸς τὸ ὑγρόν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ κλίνει πρὸς τὰ ἄνω ἢ πρὸς τὰ κάτω, ἡ δὲ γωνία θ, τὴν ὁποίαν σχηματίζει τὸ ἐφαπτόμενον ἐπίπεδον τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ εἰς τὴν ἄμεσον γειτονείαν τοῦ στερεοῦ μὲ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ στερεοῦ (πρβλ. σχ. 242), ὀνομάζεται *γωνία συνεπαφῆς*. Ἡ γωνία αὕτη ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ στερεοῦ καὶ τῆς θερμοκρασίας, εἶναι δὲ σχεδὸν ἀνεξάρτητος τῆς κλίσεως τῆς ἐπιφανείας τοῦ στερεοῦ, διότι εἰς τὴν ἄμεσον γειτονείαν τοῦ στερεοῦ αἱ δυνάμεις τῆς συναφείας εἶναι πολὺ ἰσχυρότεραι τῶν δυνάμεων τῆς βαρύτητος. Ὅταν τὸ στερεὸν διαβρέχεται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ, ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι ὀξεῖα, ἀμβλεῖα δὲ ὅταν τὸ στερεὸν δὲν διαβρέχεται. Κατὰ τὴν ἐπαφὴν λοιπὸν ὑγρῶν καὶ στερεῶν σωμάτων ἔχομεν μεταβολὴν τοῦ ἐπιπέδου σχήματος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας καί, ἂν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐντὸς στενοῦ σωλῆνος ἢ σχισμῆς, εἶναι δυνατὸν ἡ ἐπιφάνειά του νὰ μὴ παρουσιάζῃ κανὲν ἐπίπεδον μέρος ἀλλὰ νὰ εἶναι κοίλη ἢ κυρτή, καθ' ὅσον τὸ ὑγρὸν διαβρέχει ἢ δὲν διαβρέχει τὰ στερεὰ τοιχώματα. Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι καμπύλη ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἐξασκεῖ πίεσιν θετικὴν ἢ ἀρνητικὴν ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον περιορίζει. Οὕτω ἔχομεν διαταράξεις τῆς ὑδροστατικῆς ἰσορροπίας καὶ βλέπομεν π. χ. τὸ ὑγρὸν εὑρισκόμενον εἰς διάφορον ὕψος ἐντὸς συγκοινωνούντων δοχείων, ὅταν ταῦτα εἶναι στενοὶ σωλῆνες διαφόρου διαμέτρου.

Εἰς στενοὺς σωλῆνας συγκοινωνοῦντας μὲ εὐρὺ δοχεῖον ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκεται ὑψηλότερα μὲν ἢ ἐντὸς τοῦ εὐρέος δοχείου, ὅταν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ τὰ τοιχώματα τῶν σωλήνων, χαμηλότερα δέ, ὅταν δὲν τὰ διαβρέχῃ, ἡ δὲ διαφορὰ τοῦ ὕψους εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν διάμετρον τῶν σωλήνων.

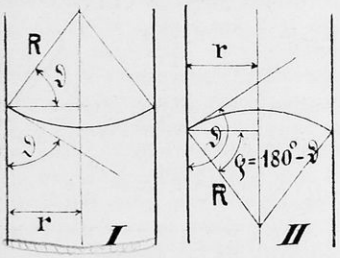
(*) Εἰς τὴν § 189 ἀπεδείξαμεν ὅτι ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν κατακόρυφον, ἀλλ' ὁ αὐτὸς συλλογισμὸς ἐφαρμόζεται καὶ δι' οἱονδήποτε ἄλλο δυναμικὸν πεδίον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

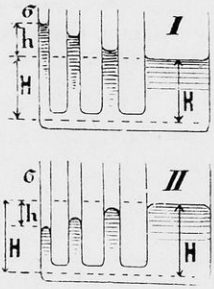
Τὰ φαινόμενα ταῦτα ἐμελετήθησαν κατ' ἀρχὰς ἐντὸς σωλήνων ἐλαχίστης διαμέτρου, *τριχοειδῶν σωλήνων*, καὶ διὰ τοῦτο ἐπεκράτησε νὰ ὀνομάζωνται *τριχοειδικὰ φαινόμενα*, τὸ δὲ σύνολον τῶν ἰδιοτήτων τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζονται κατὰ τὴν ἐπαφὴν στερεῶν καὶ ὑγρῶν, ἢ καὶ γενικώτερον αἱ ἰδιότητες αἱ προερχόμεναι ἐκ τῶν ὑποθετικῶν δυνάμεων συναφείας περιλαμβάνονται ὑπὸ τὸ γενικὸν ὄνομα *τριχοειδές*.

Ἐνταῦθα π. χ. ἀνάγεται ἡ διαβροχὴ πορωδῶν σωμάτων καὶ κόνεων ὑπὸ ὑγρῶν καὶ ἄλλα ἀνάλογα φαινόμενα.

§ 281. ***Ὑπολογισμὸς τῆς μεταβολῆς τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ ἐντὸς στενοῦ σωλῆνος.*** Ἔστω κατακόρυφος σωλὴν ἀκτῖνος r ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει ὑγρὸν διαβρέχον τὰ τοιχώματα μὲ γωνίαν συνεπαφῆς θ, ὑποθέ-



Σχ. 245.



Σχ. 246.

σωμεν δὲ ὅτι ἡ ἀκτὶς r τοῦ σωλῆνος εἶναι τόσον μικρά, ὥστε ὁλόκληρος ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ νὰ εἶναι καμπύλη. Ὑποθέτοντες ὅτι ἡ ἐπιφάνεια εἶναι σφαιρική, εὑρίσκομεν ἀμέσως ἐκ τοῦ σχ. 245 I ὅτι ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος αὐτῆς εἶναι

$$R = \frac{r}{\sigma\upsilon\nu\,\theta} \tag{9}$$

Ἂν τὸ ὑγρὸν δὲν διαβρέχῃ τὸν σωλῆνα, ἡ γωνία θ εἶναι ἀμβλεῖα καὶ ἐκ τοῦ σχ. 245 II εὑρίσκομεν

$$R = \frac{r}{\sigma\upsilon\nu\,(180 - \theta)} = -\frac{r}{\sigma\upsilon\nu\,\theta} \tag{10}$$

Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις λοιπὸν ἡ ἀκτὶς R ἰσοῦται μὲ τὴν ἀπόλυτον τιμὴν τῆς ἀκτῖνος τοῦ σωλῆνος διὰ τοῦ συνημιτόνου τῆς γωνίας συνεπαφῆς.

Θεωρήσωμεν τώρα (σχ. 246) στενὸν σωλῆνα σ συγκοινωνοῦντα πρὸς εὐρὺ δοχεῖον περιέχον ὑγρόν. Ἂν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος σ θὰ εὑρίσκεται ἐντὸς αὐτοῦ ὑψηλότερον παρὰ εἰς τὸ εὐρὺ δοχεῖον, τὸ δὲ ὕψος h τῆς ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ ἐπιφανείας ὑπὲρ τὴν ἐντὸς τοῦ εὐρυτέρου δοχείου εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς ὁριζόντιον ἐπίπεδον εὑρισκόμενον εἰς βάθος Η ὑπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ εὐρὺ δοχεῖον ἡ ἐκ τῆς βαρύτητος πίεσις εἶναι HDg, ὅπου D ἡ πυκνότης τοῦ ὑγροῦ καὶ g ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος (πρβ. § 190), εἰς ταύτην δὲ θὰ προστεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ καὶ εἰς τὴν § 277 ὁρισθεῖσα πίεσις Κ. Εἰς τὸν στενὸν σωλῆνα σ ἔχομεν, ἂν ὀνομάσωμεν R τὴν ἀκτῖνα καμπυλότητος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἐκ τῆς ἐπιφανείας τὴν πίεσιν $K-\frac{2\alpha}{R}$, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ προστεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ καὶ ἡ ἐκ τοῦ βάρους τῆς ὑγρᾶς στήλης ὕψους H+h, ἴση πρὸς (H+h)Dg.

Ἐπειδὴ κατὰ τὴν ἰσορροπίαν ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἶναι σταθερὰ ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ἔχομεν τὴν σχέσιν

$$K+HDg+1 \text{ ἀτμ.} = K-\frac{2\alpha}{R}+(H+h)\,Dg+1 \text{ ἀτμ.} \tag{11}$$

ὅθεν

$$h=\frac{2\alpha}{Dg}\cdot\frac{1}{R}$$

καὶ ἂν εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην θέσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ R ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (19) εὑρίσκομεν

$$h=\frac{2\alpha}{Dg}\cdot\frac{\sigma\upsilon\nu\,\theta}{r} \tag{12}$$

§ 282 Ἂν τὸ ὑγρὸν δὲν διαβρέχῃ τὸν σωλῆνα, ἡ ἐκ τῆς κυρτῆς ἐπιφανείας πίεσις εἰς τὸν σωλῆνα σ εἶναι $K+\frac{2\alpha}{R}$ καὶ ἑπομένως, ἂν ὀνομάσωμεν (σχ. 246 II) h τὴν ταπείνωσιν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ, θὰ ἔχωμεν τὴν ἐξίσωσιν

$$K+HDg+1 \text{ ἀτμ.} = K+\frac{2\alpha}{R}\,(H+h)\,Dg+1 \text{ ἀτμ.} \tag{13}$$

ὅθεν εὑρίσκομεν πάλιν

$$h=\frac{2\alpha}{Dg}\cdot\frac{1}{R}=\frac{2\alpha}{Dg}\cdot\frac{[\sigma\upsilon\nu\,\theta]}{r}$$

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην αἱ ἀγκύλαι σημαίνουν τὴν ἀπόλυτον τιμὴν τοῦ συνημιτόνου θ.

Παρατηροῦμεν ὅμως ὅτι ὁ τύπος (12) περιλαμβάνει ἀμφοτέρας τὰς περιπτώσεις. Διότι, ὅταν μὲν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ τὸν σωλῆνα, ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι ὀξεῖα, τὸ συνημίτονον αὐτῆς εἶναι θετικὸν καὶ ἑπομένως καὶ τὸ h ἐπίσης θετικόν. Ὅταν δὲ τὸ ὑγρὸν δὲν διαβρέχῃ τὸ στερεόν, ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι ἀμβλεῖα, τὸ συνημίτονον αὐτῆς ἀρνητικὸν καὶ ἑπομένως καὶ τὸ h εἶναι ἐπίσης ἀρνητικόν. Τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον σημαίνει ὅτι εἰς τὸν σωλῆνα σ ἔχομεν ταπείνωσιν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας.

§ 283. Ἁπλουστάτη γίνεται ἡ ἐξίσωσις (12), ὅταν ἡ γωνία συνεπαφῆς εἶναι 0, διότι τότε ἔχομεν

$$h=\frac{2\alpha}{D.g}\cdot\frac{1}{r} \tag{14}$$

Ἡ ποσότης $\frac{2\alpha}{D.g}$ παρίσταται συνήθως διὰ τοῦ συμβόλου a^2 καὶ ὀνομάζεται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σταθερὰ τριχοειδοῦς. Αἱ διαστάσεις αὐτῆς εὑρίσκονται ἐκ τῶν ἐξισώσεων

$$a^2 = \frac{2\alpha}{Dg} \tag{15}$$

$$\left[a^2 \right] = \left[\frac{2\alpha}{Dg} \right] = \frac{M.T^{-2}}{ML^{-3}.LT^{-2}} = L^2$$

Διὰ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς σταθερᾶς τριχοειδοῦς αἱ ἐξισώσεις (12, 14) λαμβάνουν τὴν ἁπλουστέραν μορφὴν

$$h = \frac{a^2}{r} \text{ συν } 0 = \frac{2a^2}{\delta} \text{ συν } 0 \tag{16}$$

$$h = \frac{a^2}{r} = \frac{2a^2}{\delta} \tag{17}$$

ὅπου r ἡ ἀκτὶς καὶ δ ἡ διάμετρος τοῦ σωλῆνος.

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων τούτων φαίνεται ἀμέσως ὅτι ἡ ἐκ τοῦ τριχοειδοῦς ἀνύψωσις ἢ ταπείνωσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἐντὸς στενῶν σωλήνων εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος ἢ τῆς διαμέτρου αὐτῶν (νόμος τοῦ Jurin).

Οὕτω ἂν ἔχωμεν (σχ. 246) εὐρὺ δοχεῖον συγκοινωνοῦν μὲ στενοὺς σωλῆνας διαφόρου διαμέτρου καὶ χύσωμεν ἐντὸς αὐτοῦ ὑγρόν, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀνύψωσις ἢ ἡ ταπείνωσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας εἶναι διάφορος εἰς τοὺς διαφόρους σωλῆνας καὶ τόσον μεγαλητέρα ὅσον οἱ σωλῆνες εἶναι στενώτεροι.

§ 284. ***Μεταβολὴ τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ ἐντὸς στενῆς σχισμῆς.*** Ἂν ἀντὶ σωλῆνος ἔχωμεν στενὴν σχισμὴν μὲ παράλληλα τοιχώματα, τῶν ὁποίων ἡ ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασις εἶναι δ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι κυλινδρικὴ καὶ ἡ μὲν κυρία τομὴ αὐτῆς, ἡ σχηματιζομένη ὑπὸ ἐπιπέδου παραλλήλου πρὸς τὰς γενετείρας, θὰ εἶναι εὐθεῖα ($R_1 = \infty$), ἡ δὲ σχηματιζομένη ὑπὸ ἐπιπέδου καθέτου ἐπὶ τὰ τοιχώματα θὰ ἔχῃ ἀκτῖνα καμπυλότητος

$$R = \frac{\delta}{2 \text{ συν } \theta}$$

καθὼς εὑρίσκομεν διὰ συλλογισμοῦ ἐντελῶς ἀναλόγου πρὸς ἐκεῖνον, τὸν ὁποῖον μετεχειρίσθημεν προκειμένου περὶ κυλινδρικοῦ σωλῆνος.

Εἰς τὰς ἐξισώσεις (11, 13) πρέπει λοιπὸν ἀντὶ τοῦ $\frac{2\alpha}{R}$ νὰ θέσωμεν $\frac{\alpha}{R}$ ἢ τὸ ἴσον αὐτοῦ $\frac{2\alpha \text{ συν } \theta}{\delta}$ καὶ αἱ ἐξισώσεις (16, 17) γίνονται

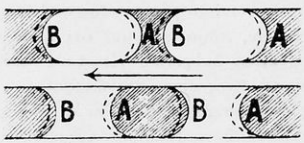
$$h = \frac{a^2}{\delta} \text{ συν } 0 \qquad\qquad h = \frac{a^2}{\delta}$$

Ἡ ἀνύψωσις ἢ ἡ ταπείνωσις ἐντὸς σχισμῆς μὲ παράλληλα τοιχώματα ἰσοῦται πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ἀνυψώσεως ἢ ταπεινώσεως εἰς κυλινδρικὸν σωλῆνα, ἔχοντα διάμετρον ἴσην πρὸς τὸ πλάτος τῆς σχισμῆς.

Ἂν ἡ σχισμὴ δὲν ἔχῃ παντοῦ τὸ ἴδιον πλάτος ἀλλ' εἶναι σφηνοειδής, εἰς ἑκάστην θέσιν τὸ ὑγρὸν θὰ ἔχῃ περίπου ὕψος ἀντιστοιχοῦν εἰς παράλληλον σχισμὴν τοῦ αὐτοῦ πλάτους. Ἡ ἐλευθέρα λοιπὸν ἐπιφάνεια θὰ ἀνυψώνεται μὲν καθ' ὅσον πλησιάζομεν πρὸς τὴν ἀκμὴν τῆς σφηνοειδοῦς σχισμῆς, ὅταν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ τὰ τοιχώματα, θὰ ταπεινώνεται δὲ ὅταν δὲν τὰ διαβρέχῃ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 285. ***Ἐπίδρασις φυσαλίδων ἀερίου ἐπὶ τῆς κινήσεως ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος.*** Ἐὰν ὑγρὸν εὑρισκόμενον ἐντὸς τριχοειδοῦς σωλῆνος διακόπτεται ὑπὸ φυσαλίδων ἀερίου καὶ θελήσωμεν νὰ κινήσωμεν αὐτό, εὑρίσκομεν ἀντίστασιν πολὺ μεγαλητέραν ἢ ἂν τὸ ὑγρὸν ἦτο συνεχὲς καὶ ἄνευ φυσαλίδων. Ἡ ἐξήγησις τοῦ φαινομένου εἶναι ἁπλουστάτη. Αἱ φυσαλίδες ἔχουν τὴν μορφὴν τοῦ σχ. 247 Ι ἢ ΙΙ καθ' ὅσον τὸ ὑγρὸν διαβρέχει ἢ δὲν διαβρέχει τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος. Ἂν θελήσωμεν νὰ κινήσωμεν τὸ ὑγρὸν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους, τὸ μέρος τὸ εὑρισκόμενον εἰς ἄμεσον ἐπαφὴν μὲ τὰ τοιχώματα δὲν κινεῖται, ἡ δὲ ὅλη ὑγρὰ ἐπιφανειακὴ μεμβράνη ἡ περιβάλλουσα ἑκάστην φυσαλίδα ἀερίου εἰς τὸ διαβρέχον τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος ὑγρόν, ἢ ἑκάστην σταγόνα εἰς τὸ μὴ διαβρέχον, παραμορφώνεται καὶ λαμβάνει τὴν στικτὴν μορφήν. Ἀλλ' ἐκ τοῦ σχήματος ἀμέσως φαίνεται ὅτι αἱ μὲν πρὸς τὰ δεξιὰ κυρταὶ ἐπιφάνειαι γίνονται ὀλιγώτερον κυρταὶ καὶ ἑπομένως αἱ δυνάμεις αἱ ἐνεργοῦσαι κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους ἐλαττώνονται, αἱ δὲ πρὸς τὰ ἀριστερὰ κυρταὶ ἐπιφάνειαι γίνονται κυρτότεραι καὶ ἑπομένως αἱ δυνάμεις αἱ ἐνεργοῦσαι ἀντιθέτως πρὸς τὸ βέλος αὐξάνονται. Οὕτω, μόλις αἱ ὑγραὶ σταγόνες μετακινηθοῦν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀναπτύσσονται ἐκ τῆς τάσεως τῆς ἐπιφανείας δυνάμεις ἀνθιστάμεναι εἰς τὴν κίνησιν, αἱ ὁποῖαι δὲν θὰ ἀνεπτύσσοντο ἄνευ τῆς παρουσίας τῶν φυσαλίδων τοῦ ἀερίου.



Σχ. 247.

§ 286. ***Μέτρησις τῆς τάσεως ἐπιφανείας καὶ τῆς σταθερᾶς τριχοειδοῦς.*** Ἐκ τῶν μεθόδων, αἱ ὁποῖαι χρησιμοποιοῦνται πρὸς μέτρησιν τῆς τάσεως ἐπιφανείας, θὰ ἀναφέρωμεν δύο μόνον, τῶν ὁποίων ἡ θεωρία ἐξάγεται ἀμέσως ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε ἐκτεθέντων.

Ἂν τὸ ἐξεταζόμεν ὑγρὸν σχηματίζῃ πομφόλυγας (διάλυμα σάπωνος), ἠμποροῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὸ α μετροῦντες διὰ καθετομέτρου τὴν διάμετρον τῆς πομφόλυγος καὶ δι' εὐπαθοῦς μανομέτρου τὴν ὑπεροχὴν τῆς πιέσεως τοῦ ἐντὸς αὐτῆς ἀέρος ὑπὲρ τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Ἂν εἶναι p ἡ μετρηθεῖσα διαφορὰ πιέσεως καὶ R

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡ ἀκτὶς τῆς πομφόλυγος, εὑρίσκομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως (8) § 278

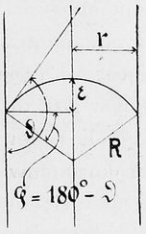
$$\alpha = \frac{pR}{4}$$

§ 287. Ὅταν τὸ ὑγρὸν δὲν σχηματίζῃ πομφόλυγας, προσδιορίζομεν τὰς σταθερὰς α καὶ a^2 διὰ τῆς ἕνεκα τοῦ τριχοειδοῦς ἀνυψώσεως ἢ ταπεινώσεως τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἐντὸς στενοῦ σωλῆνος.

Ἂν δηλ. εἶναι h ἡ διαφορὰ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἐντὸς εὐρέος δοχείου ἀφ' ἑνὸς καὶ ἀφ' ἑτέρου στενοῦ σωλῆνος συγκοινωνοῦντος μὲ αὐτὸ (πρβλ. σχ. 246), εἶναι δὲ r ἡ ἀκτὶς τοῦ στενοῦ σωλῆνος, ἔχομεν κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (16) § 282

$$a^2 = \frac{hr}{\sigma\upsilon\nu\,\theta}.$$

Ὅταν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ τὸν σωλῆνα καθιστῶμεν τὴν γωνίαν συνεπαφῆς θ ἴσην πρὸς μηδέν, διαβρέχοντες τὰ ἐσωτερικὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος εἰς ὕψος πολὺ μεγαλήτερον τοῦ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω μεταχειριζόμεθα πρὸς εὕρεσιν τοῦ a^2 τὸν ἁπλούστερον τύπον (17).



Σχ. 248.

Ὅταν ὅμως τὸ ὑγρὸν δὲν διαβρέχῃ τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος, ἡ γνῶσις τῆς γωνίας συνεπαφῆς εἶναι ἀπαραίτητος. Καὶ ναὶ μὲν εἶναι δυνατὸν νὰ μετρήσωμεν ἀπ' εὐθείας τὴν γωνίαν ταύτην παρατηροῦντες σταγόνα τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ ὁριζοντίας ἐπιφανείας, ἀλλ' ἐκτὸς τοῦ ὅτι ἡ μέτρησις αὕτη δὲν ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν, δὲν εἴμεθα ποτὲ βέβαιοι ὅτι ἡ οὕτω μετρηθεῖσα γωνία συνεπαφῆς εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν τοῦ ὑγροῦ καὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος, διότι ἐλαχίστη καὶ ὅλως ἀνεπαίσθητος μεταβολὴ τῆς ἐπιφανείας τοῦ στερεοῦ, παρουσία π. χ. ἴχνους ἀκαθαρσίας, ἐπιφέρει σημαντικὴν μεταβολὴν τῆς γωνίας συνεπαφῆς. Διὰ τοῦτο προσδιορίζομεν ἐμμέσως ἐντὸς αὐτοῦ τοῦ σωλῆνος τὴν γωνίαν συνεπαφῆς μετροῦντες διὰ καθετομέτρου τὸ ὕψος τῆς κορυφῆς τῆς σφαιρικῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑπὲρ τὴν περιφέρειαν, κατὰ τὴν ὁποίαν αὕτη ἐγγίζει τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος. Ἔστω (σχ. 248) ἡ γωνία συνεπαφῆς r ἡ ἀκτὶς τοῦ σωλῆνος, R ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος τῆς ἐπιφανείας καὶ ε τὸ ὕψος τοῦ σφαιρικοῦ τμήματος. Ἐκ τοῦ σχήματος εὑρίσκομεν, ἂν μεταχειρισθῶμεν τὴν βοηθητικὴν γωνίαν $\varphi = 180^\circ - \theta$,

$$\varepsilon = R\,(1 - \eta\mu\varphi) \qquad r = R\,\sigma\upsilon\nu\,\varphi$$

ὅθεν:

$$\frac{\sigma\upsilon\nu\,\varphi}{1 - \eta\mu\,\varphi} = \frac{r}{\varepsilon} \tag{18}$$

Ἀλλ' ἐκ τῆς τριγωνομετρίας εἶναι γνωστὴ ἡ σχέσις

$$\frac{\sigma\upsilon\nu\,\varphi}{1 - \eta\mu\,\varphi} = \varepsilon\varphi\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$$

καὶ ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις (18) γίνεται

$$\varepsilon\varphi\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) = \varepsilon\varphi\left(135^\circ - \frac{\theta}{2}\right) = \frac{r}{\varepsilon}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Διὰ τῆς ἐξισώσεως ταύτης εὑρίσκομεν ἐκ τῶν ἀπ' εὐθείας μετρουμένων r καὶ ε τὴν γωνίαν συνεπαφῆς θ καὶ ἔχοντες ταύτην εὑρίσκομεν ἐκ τῆς ταπεινώσεως τῆς ἐπιφανείας ἐντὸς τοῦ στενοῦ σωλῆνος τὴν σταθερὰν τριχοειδοῦς a^2. Ἐκ ταύτης δὲ καὶ τῆς γνωστῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκομεν κατὰ τὸν τύπον (16) τὴν τάσιν ἐπιφανείας α.

ΣΗΜ. Εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ h ἐθεωρήσαμεν τὸ ὕψος ε τῆς κορυφῆς τῆς σφαιρικῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑπὲρ τὴν βάσιν αὐτῆς ὡς μηδαμινόν. Πράγματι ὅμως εἰς τὴν ἀκριβῆ θεωρίαν του φαινομένου καὶ εἰς τὰς ἀκριβεῖς μετρήσεις πρέπει νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν τὸ πεπερασμένον μέγεθος τοῦ ε.

ΔΙΑΛΥΣΙΣ—ΔΙΑΧΥΣΙΣ—ΩΣΜΩΣΙΣ

§ 288. ***Διαλύματα.*** Ἂν φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν σῶμα οἱονδήποτε, στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον, πρὸς ὑγρόν, παρατηροῦμεν ὅτι πολλάκις μέρος αὐτοῦ ἢ καὶ ὁλόκληρον εἰσέρχεται εἰς τὴν μᾶζαν τοῦ ὑγροῦ ὁμοιομόρφως κατανεμόμενον καὶ οὕτω ἀποτελεῖται νέον ὁμογενὲς ὑγρὸν ἀποτελούμενον ἀπὸ τὸ ἀρχικὸν καὶ τὸ πρόσθετον σῶμα, χωρὶς ὅμως νὰ ἔχωμεν καὶ χημικὴν ἕνωσιν (*). Ἐν τοιαύτῃ περιπτώσει λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα διελύθη ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ.

Οἱ νόμοι τοῦ φαινομένου τούτου στενώτατα συνδέονται μὲ τὴν θερμοκρασίαν καὶ ἑπομένως ἡ πλήρης ἔκθεσις καὶ διερεύνησις αὐτῶν ἀνήκει εἰς τὸ περὶ θερμότητος μέρος τῆς φυσικῆς καὶ ἰδιαιτέρως εἰς τὴν θερμοδυναμικήν.

Ἐνταῦθα θὰ περιγράψωμεν συντόμως τὰς θεμελιώδεις μόνον ἰδιότητας τῶν διαλυμάτων καὶ μιγμάτων, τῶν ὁποίων ἡ ἔκθεσις εἶναι ἀπαραίτητος διὰ νὰ μὴ εἶναι ἡ εἰκὼν τῶν γενικῶν ἰδιοτήτων τῆς ὕλης ὅλως ἀτελής.

§ 289. ***Διαλύματα ἀερίων ἐντὸς ὑγρῶν.*** Ἐὰν ἀέριον εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν πρὸς ὑγρόν, μέρος αὐτοῦ διαλύεται, τὸ δὲ εἰς τὴν μονάδα τῆς μάζης τοῦ διαλυτικοῦ μέσου περιεχόμενον ἀέριον εὑρέθη διὰ πλείστων μετρήσεων ὅτι εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ πρὸς τὸ ὑγρὸν συνορεύοντος ἀερίου. Ἐὰν λοιπὸν ὁρίσωμεν ὡς *περιεκτικότητα* Π τοῦ διαλύματος τὸ πηλίκον τῆς μάζης m τοῦ διαλελυμένου ἀερίου διὰ τῆς μάζης M τοῦ διαλυτικοῦ μέσου καὶ ὀνομάσωμεν p τὴν πίεσιν τοῦ ἀδιαλύτου ἀερίου, θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν

$$\Pi = \frac{m}{M} = \delta \cdot p \qquad (1)$$

(*) Πρβλ. τὴν ἐπιφύλαξιν τῆς § 3.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅπου δ εἶναι ὁ *συντελεστὴς διαλυτότητος*, ἐξαρτώμενος ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου καὶ τοῦ διαλυτικοῦ μέσου καθὼς καὶ ἐκ τῆς θερμοκρασίας. Αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας ὁ συντελεστὴς δ ἐν γένει ἐλαττοῦται.

Τὸν ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως (1) παριστώμενον νόμον ἠμποροῦμεν καὶ ἄλλως νὰ διατυπώσωμεν.

Ἂν δηλαδὴ θεωρήσωμεν τὰς μάζας τοῦ ἀερίου m_1 καὶ m_2 τὰς διαλυομένας ἐντὸς τῆς αὐτῆς μάζης M τοῦ διαλυτικοῦ μέσου ὑπὸ τὰς πιέσεις p_1 καὶ p_2 καὶ ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, θὰ ἔχωμεν τὰς σχέσεις.

$$\frac{m_1}{M} = \delta \cdot p_1 \qquad \frac{m_2}{M} = \delta \cdot p_2$$

$$m_1 : m_2 = p_1 : p_2 \tag{2}$$

Ἀλλὰ κατὰ τὸν νόμον Boyle - Mariotte, ὅπως διετυπώσαμεν αὐτὸν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (3) τῆς § 227, ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν πίεσιν, καὶ ἐπομένως καὶ ἡ μᾶζα ἴσων ὄγκων τοῦ αὐτοῦ ἀερίου εἶναι ἐπίσης ἀνάλογος πρὸς τὰς πιέσεις. Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι αἱ μᾶζαι m_1, m_2 ὑπὸ τὰς πιέσεις P_1, P_2 καταλαμβάνουν, ἐφ' ὅσον ἰσχύει ἡ ἐξίσωσις (2), ἴσους ὄγκους.

Ἤτοι: Ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι σταθερά, εἰς τὴν μονάδα τῆς μάζης τοῦ διαλυτικοῦ μέσου διαλύεται ὑπὸ οἱανδήποτε πίεσιν ὁ αὐτὸς *ὄγκος* τοῦ ἀερίου.

Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται εἰς ἐπαφὴν πρὸς μῖγμα διαφόρων ἀερίων, τότε ἡ περιεκτικότης τοῦ διαλύματος εἰς ἕκαστον τῶν ἀερίων θὰ παρέχεται καὶ πάλιν ἀπὸ τὸν τύπον (1), εἰς τὸν ὁποῖον τὸ p θὰ σημαίνῃ τὴν μερικὴν τοῦ ἀερίου πίεσιν (πρβλ. § 395). Ἐπειδὴ δὲ ὁ συντελεστὴς διαλυτότητος εἶναι διάφορος διὰ τὰ διάφορα ἀέρια ἕπεται ὅτι τὸ μῖγμα τῶν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ διαλελυμένων ἀερίων ἔχει ἐν γένει ἄλλην σύνθεσιν ἢ τὸ μῖγμα τῆς ὑπεράνω τοῦ διαλύματος ἀτμοσφαίρας.

§ 290. ***Διαλύματα ὑγρῶν ἐντὸς ὑγρῶν. Μῖξις.*** Ὅταν δύο ὑγρὰ εὑρίσκωνται εἰς ἐπαφήν, δυνατὸν δύο τινὰ νὰ συμβοῦν· ἢ τὰ δύο ὑγρὰ καθ' οἱανδήποτε ἀναλογίαν ἀποτελοῦν ἓν καὶ μόνον ὁμοιομερὲς ὑγρόν, *μιγνύονται*, ἢ μένουν χωρισμένα ἀπ' ἀλλήλων

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τὸ ἀραιότερον εὑρίσκεται ὑπεράνω τοῦ πυκνοτέρου ἡ δὲ διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια εἶναι ὁριζόντιον ἐπίπεδον (πρβλ. § 199).

Κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην μέρος τοῦ ὑγροῦ Α διαλύεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ Β ἐπίσης δὲ μέρος τοῦ ὑγροῦ Β διαλύεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ Α, οὕτως ὥστε πραγματικῶς δὲν ἔχομεν πλέον τὰ ὑγρὰ Α καὶ Β, ἀλλὰ διάλυμα τοῦ Α ἐντὸς τοῦ Β καὶ διάλυμα τοῦ ὑγροῦ Β ἐν τοῦ Α. Ἡ δὲ περιεκτικότης ἑκατέρου τῶν διαλυμάτων, ὁ λόγος δηλαδὴ τῆς μάζης τοῦ διαλελυμένου ὑγροῦ πρὸς τὴν μᾶζαν τοῦ διαλυτικοῦ μέσου, ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας.

Ἡ διαλυτότης ὑγροῦ ἐντὸς ὑγροῦ ἠμπορεῖ νὰ εἶναι μεγάλη ἢ μικρά, πολλάκις δὲ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ δι' ἀναλύσεως οὐδὲ ἴχνος τοῦ ἑνὸς ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ ἄλλου· κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν ὅτι τὸ ἓν ὑγρὸν δὲν διαλύεται ἐντὸς τοῦ ἄλλου μόλον ὅτι πιθανώτερον εἶναι ὅτι δὲν πρόκειται περὶ ἀπολύτου ἐλλείψεως διαλυτότητος ἀλλ' ὅτι ἡ περιεκτικότης τοῦ διαλύματος εἶναι τόσον μικρὰ ὥστε δὲν εἶναι δυνατὸν πειραματικῶς νὰ καταδειχθῇ.

§ 291. ***Διαλύματα στερεῶν ἐντὸς ὑγρῶν.*** Καὶ τὰ στερεὰ σώματα εὑρισκόμενα εἰς ἐπαφὴν μὲ ὑγρὸν διαλύονται ἡ δὲ περιεκτικότης τοῦ διαλύματος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ στερεοῦ καὶ τοῦ διαλυτικοῦ μέσου καθὼς καὶ ἐκ τῆς θερμοκρασίας.

§ 292. ***Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ διαλυτικοῦ μέσου.*** Κατὰ τὴν διάλυσιν ὁ ὄγκος τοῦ διαλυτικοῦ μέσου αὐξάνει, ἀλλὰ κατὰ τρόπον πολύπλοκον. Ὁ ὄγκος δηλ. τοῦ διαλύματος εἶναι συνήθως μεγαλήτερος μὲν τοῦ ὄγκου τοῦ διαλυτικοῦ μέσου, μικρότερος δὲ τοῦ ἀθροίσματος τῶν ὄγκων τοῦ διαλυτικοῦ μέσου καὶ τῆς διαλελυμένης στερεᾶς ἢ ὑγρᾶς οὐσίας. Ἀλλ' ἡ σχέσις δὲν εἶναι ἁπλῆ, καὶ διὰ τοῦτο δὲν εἶναι δυνατὸν γενικὸς τύπος νὰ δώσῃ τὴν πυκνότητα (*) τοῦ διαλύματος ὅταν εἶναι γνωσταὶ ἡ πυκνότης τοῦ διαλυτικοῦ μέσου καὶ τοῦ διαλελυμένου σώματος καὶ ἡ περιεκτικότης.

Καὶ κατὰ τὴν διάλυσιν ἀερίων ἐντὸς ὑγροῦ ἔχομεν συνήθως αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ διαλυτικοῦ μέσου.

Κατὰ τὴν μίξιν δύο ὑγρῶν ἔχομεν πολλάκις ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου.

(*) Πυκνότητα ἐννοοῦμεν πάντοτε τὸν λόγον τῆς μάζης πρὸς τὸν ὄγκον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ ὄγκος δηλ. τοῦ μίγματος εἶναι μικρότερος τοῦ ἀθροίσματος τῶν ὄγκων τῶν δύο ἀναμιχθέντων ὑγρῶν. Χαρακτηριστικωτάτη εἶναι ἡ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν μίξιν ὕδατος καὶ οἰνοπνεύματος. Οὕτω, ἂν εἰς θερμοκρασίαν 20^0 ἀναμίξωμεν 50 ὄγκους ὕδατος καὶ 50 ὄγκους οἰνοπνεύματος, λαμβάνομεν 96,3 ὄγκους μίγματος. Τὸ φαινόμενον συνοδεύεται ἀπὸ ἔκλυσιν θερμότητος, καὶ ἐκ τούτου συμπεραίνομεν ὅτι δὲν πρόκειται περὶ ἁπλῆς μίξεως ἀλλὰ περὶ χημικῆς ἀντιδράσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν σχηματίζονται πολύπλοκα μόρια ἐξ οἰνοπνεύματος καὶ ὕδατος.

Ἐν γένει τὰ διαλύματα παρουσιάζουν τὰ φαινόμενα ἐκεῖνα, περὶ τῶν ὁποίων ἤδη εἴπομεν ὅτι εἶναι ἀδύνατον νὰ ἀποφανθῇ τις ἂν εἶναι φυσικὰ ἢ χημικά, καὶ ἡ ἔρευνα τῶν διαλυμάτων καὶ τῶν ἰδιοτήτων αὐτῶν ἀποτελεῖ τὸ κυριώτερον μέρος τῆς Φυσικῆς Χημείας, τῆς ἐπιστήμης, ἡ ὁποία ἀποτελεῖ τὸν συνδετικὸν κρίκον τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας.

§ 293. ***Ἀκριβέστερος ὁρισμὸς τῆς περιεκτικότητος.*** Τὴν περιεκτικότητα ὡρίσαμεν ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ διαλελυμένου σώματος διὰ τῆς μάζης τοῦ διαλυτικοῦ μέσου. Πολλάκις ὅμως ὁρίζεται ἡ περιεκτικότης ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ διαλελυμένου σώματος διὰ τῆς ὁλικῆς μάζης τοῦ διαλύματος. Ἡ οὕτω ὁριζομένη περιεκτικότης Π_1 εἶναι διάφορος τῆς προηγουμένως ὁρισθείσης, διότι, ἂν ὀνομάσωμεν m_1 τὴν μᾶζαν τοῦ διαλελυμένου σώματος καὶ M τὴν μᾶζαν τοῦ διαλυτικοῦ μέσου, θὰ ἔχωμεν.

$$\Pi = \frac{m}{M} \qquad \Pi_1 = \frac{m}{M+m}$$

Ἀλλὰ πολλάκις καὶ ἄλλως ὁρίζεται ἡ περιεκτικότης, δηλαδὴ ὡς τὸ πηλίκον τῆς μάζης m τοῦ διαλελυμένου σώματος διὰ τοῦ *ὄγκου* Ω τοῦ διαλύματος

$$\Pi_2 = \frac{m}{\Omega}$$

Ἐννοεῖται ὅτι ἡ οὕτω ὁριζομένη περιεκτικότης ὄχι μόνον κατ' ἀριθμητικὴν τιμὴν ἀλλὰ καὶ κατὰ τὰς διαστάσεις διαφέρει τῶν προηγουμένων. Διὰ τοῦτο πρέπει πάντοτε, ὁσάκις πρόκειται περὶ τῆς περιεκτικότητος διαλύματος, νὰ ἐξετάζωμεν ποία εἶναι ἡ νοουμένη περιεκτικότης.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 294. ***Διάχυσις.*** Ἂν φέρωμεν εἰς ἄμεσον ἐπαφὴν δύο ὑγρὰ μιγνύμενα καὶ ἀφήσωμεν αὐτὰ εἰς ἠρεμίαν ἐπί τινα καιρόν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἓν ὑγρὸν εἰσχωρεῖ ἐντὸς τοῦ ἄλλου καὶ οὕτω σχηματίζεται μεταξὺ αὐτῶν στιβὰς ἐκ μίγματος, ἡ ὁποία ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον εὐρύνεται, μέχρις ὅτου, μετὰ παρέλευσιν ἀρκετοῦ χρόνου, διαφόρου διὰ τὰ διάφορα ὑγρά, αἱ δύο οὐσίαι ἀποτελέσουν ἓν ὁμοιομερὲς μῖγμα.

Διὰ νὰ μὴ ἔχωμεν περιπλοκὰς ἐκ τῆς ἐπιδράσεως τῆς βαρύτητος, θέτομεν εἰς τὸ δοχεῖον πρῶτον τὸ πυκνότερον ὑγρὸν καὶ χύνομεν ἐπ' αὐτοῦ μὲ προσοχὴν τὸ ἀραιότερον, οὕτως ὥστε νὰ σχηματισθοῦν δύο χωριστὰ στρώματα.

Ἂν θέσωμεν εἰς συγκοινωνίαν δύο δοχεῖα περιέχοντα δύο διάφορα ἀέρια, παρατηροῦμεν ὅτι μετά τινα χρόνον τὰ δύο ἀέρια εἰσχωροῦντα τὸ ἓν ἐντὸς τοῦ ἄλλου ἀποτελοῦν ὁμοιομερὲς μῖγμα.

Τὴν βαθμιαίαν ταύτην διείσδυσιν ἑνὸς σώματος ἐντὸς ἄλλου ὀνομάζομεν *διάχυσιν*.

Ἡ διάχυσις εἶναι ἓν τῶν γενικωτάτων φυσικῶν φαινομένων. Κατὰ τὴν διάλυσιν π. χ. στερεοῦ ἐντὸς ὑγροῦ, σχηματίζεται εἰς τὴν ἄμεσον γειτονίαν τοῦ στερεοῦ διάλυμα μεγάλης περιεκτικότητος, τὸ ὁποῖον διαχύνεται εἰς τὸ πέριξ ὑγρὸν καὶ οὕτω νέα διαρκῶς ποσότης τοῦ στερεοῦ διαλύεται μέχρις ὅτου ἀποτελεσθῇ ὁμοιομερὲς διάλυμα ἔχον τὴν ἀνωτάτην ὑπὸ τὰς δεδομένας συνθήκας δυνατὴν περιεκτικότητα. Ἡ ἰσορροπία θὰ ἀποκατασταθῇ ὅταν ἢ ὁλόκληρον τὸ στερεὸν διαλυθῇ, ἢ ὅταν τὸ διάλυμα κορεσθῇ, διαλυθῇ δηλαδὴ τόσον μέρος τοῦ ἐν περισσείᾳ εὑρισκομένου στερεοῦ, ὅσον εἶναι δυνατὸν νὰ συγκρατηθῇ διαλελυμένον ὑπὸ τὴν δοθεῖσαν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν.

Ἐπίσης κατὰ τὴν διάλυσιν ἀερίου ἐντὸς ὑγροῦ τὸ ἀέριον διαλύεται κατ' ἀρχὰς εἰς τὴν πρὸς αὐτὸ συνορεύουσαν στιβάδα τοῦ ὑγροῦ, διαχύνεται δὲ βαθμηδὸν εἰς ὅλην τὴν μᾶζαν αὐτοῦ μέχρις ἀποκαταστάσεως τῆς ἰσορροπίας, ὅπως ἐξετέθη εἰς τὴν § 289.

Ἀλλὰ καὶ μεταξὺ στερεῶν παρετηρήθη τὸ φαινόμενον τῆς διαλύσεως. Ὁ Roberts-Austen συμπιέσας πρὸς ἀλλήλας δύο ῥάβδους ἐκ χρυσοῦ καὶ χαλκοῦ καὶ ἀφήσας αὐτὰς ἐπὶ 4 ἔτη ἀνεῦρε διὰ χημικῆς ἀναλύσεως μόλυβδον ἐντὸς τῆς χρυσῆς ῥάβδου καὶ χρυσὸν ἐντὸς τῆς μολυβδίνης.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 295. *Ὠσμωσις — Διαπίδυσις.* Τὸ φαινόμενον τῆς διαχύσεως παρατηρεῖται καὶ ὅταν αἱ δύο οὐσίαι χωρίζωνται ἀπ' ἀλλήλων διὰ πορώδους χωρίσματος ἢ μεμβράνης. Ὑπὸ τὰς συνθήκας ταύτας ἡ διάχυσις ὀνομάζεται *ὥσμωσις ἢ διαπίδυσις.*

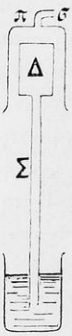
Ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν διέρχεται τὸ ρευστὸν διὰ τοῦ πορώδους διαφράγματος, ἢ καὶ ἄλλως τὸ ποσὸν τοῦ ρευστοῦ, τὸ ὁποῖον εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διέρχεται διὰ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας τοῦ διαφράγματος, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ρευστοῦ, ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ διαφράγματος, τὴν ἑκατέρωθεν πίεσιν καὶ τὴν θερμοκρασίαν, ὅταν δὲ πολλὰ ρευστὰ διαπιδύουν διὰ τοῦ αὐτοῦ πορώδους διαφράγματος κατὰ τὴν αὐτὴν ἢ κατ' ἀντίθετον φοράν, ἕκαστον ἐξ αὐτῶν διαπερᾷ τὸ διάφραγμα μὲ τὴν εἰς αὐτὸ ἰδιάζουσαν ταχύτητα. Οὕτω ἂν ἀφήσωμεν νὰ διαπιδύσῃ διὰ πορώδους χωρίσματος μῖγμα ὑγρῶν ἢ ἀερίων, τὸ διὰ τοῦ διαφράγματος διερχόμενον μῖγμα ἔχει σύνθεσιν διάφορον ἐν γένει τῆς τοῦ ἀρχικοῦ. Χαρακτηριστικώτατον εἶναι τὸ ἑξῆς πείραμα. Ἂν ἔχωμεν ἐντὸς κλειστῆς ζωϊκῆς κύστεως ὑγρὸν Α καὶ θέσωμεν τὴν κύστιν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ Β παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ ἐξωτερικὸν ὑγρὸν Β ὡσμοῦται διὰ τῆς κύστεως εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς, ἐνῶ συγχρόνως τὸ ἐσωτερικὸν ὑγρὸν Α ὡσμοῦται πρὸς τὰ ἔξω. Ἐπειδὴ ὅμως τὰ δύο ὑγρὰ διέρχονται διὰ τῆς κύστεως μὲ διάφορον ἐν γένει ταχύτητα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ κύστις ἢ διατείνεται ἢ ρικνοῦται, καθ' ὅσον εἰσέρχεται εἰς αὐτὴν περισσότερον ὑγρὸν τοῦ ἐξερχομένου ἢ τανάπαλιν.

Καθὼς καὶ ἀνωτέρω εἴπομεν, ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν τὰ ρευστὰ διέρχονται διὰ πορώδους μεμβράνης εἶναι διάφορος εἰς τὰ διάφορα σώματα. Καὶ διὰ μὲν τὰ ὑγρὰ δὲν ἔχει εὑρεθῇ νόμος γενικῶς ἐκφράζων τὴν σχέσιν τῆς ταχύτητος τῆς διαπιδύσεως πρὸς τὴν πυκνότητα καὶ τὰς λοιπὰς φυσικὰς σταθερὰς τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὰ ἀέρια ἡ σχέσις εἶναι ἁπλῆ. Εὑρέθη δηλ. ὅτι οἱ διὰ τοῦ αὐτοῦ διαφράγματος καὶ εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον διερχόμενοι ὄγκοι εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς πυκνότητος τῶν ἀερίων καὶ ἀνάλογοι πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἑκατέρωθεν τοῦ διαφράγματος μερικῶν πιέσεων (πρβλ. 395).

§ 296. Ἂν προσαρμόσωμεν ἀεροστεγῶς εἰς πορῶδες δοχεῖον Δ τὸν ἀνοικτὸν σωλῆνα Σ καὶ βυθίσωμεν τὸ κάτω ἄκρον αὐτοῦ ἐντὸς πο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τηρίου πλήρους ὕδατος (σχ. 249), καλύψωμεν δὲ ἔπειτα τὸ δοχεῖον Δ διὰ τοῦ ἀνεστραμμένου ποτηρίου π, εἰς τὸ ὁποῖον διὰ τοῦ σωλῆνος α διαβιβάζομεν ρεῦμα ὑδρογόνου, παρατηροῦμεν ὅτι, ἐπειδὴ διὰ τῶν τοιχωμάτων τοῦ πορώδους δοχείου εἰσέρχεται ὄγκος ὑδρογόνου τετραπλάσιος περίπου τοῦ ἐξερχομένου ὄγκου ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ δοχείου αὐξάνεται καὶ ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀὴρ ἐκφεύγει διὰ τοῦ κάτω ἄκρου τοῦ σωλῆνος Σ. Ἐντὸς ὀλίγου τὸ δοχεῖον Δ περιέχει κατὰ τὸ πλεῖστον ὑδρογόνον. Ἂν τώρα ἀφαιρέσωμεν τὸ ποτήριον π οὕτως ὥστε τὸ δοχεῖον Δ νὰ εὑρεθῇ ἐντὸς τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, τὸ ἐντὸς αὐτοῦ ὑδρογόνον ἐξέρχεται διὰ τῶν πόρων χωρὶς νὰ ἀντικαθίσταται ὑπὸ ἴσου ποσοῦ ἀέρος ἀφοῦ ὁ ἀὴρ μὲ πολὺ μικροτέραν ταχύτητα εἰσέρχεται ἔξωθεν εἰς τὸ δοχεῖον, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἐλαττοῦται, καὶ βλέπομεν τὸ ὕδωρ ἀνερχόμενον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ.



Σχ. 249.

Παρόμοιον πορῶδες δοχεῖον συγκοινωνοῦν μὲ ἀνοικτὸν ὑδραργυρικὸν μανόμετρον χρησιμεύει εἰς τὴν κατάδειξιν τῆς παρουσίας Μεθανίου ἐντὸς τῶν ἀνθρακωρυχείων.

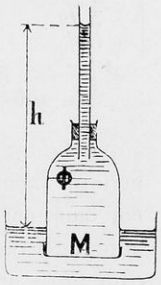
Ὅταν εἰς τὴν πέριξ ἀτμόσφαιραν ὑπάρχῃ ἐπικίνδυνος ποσότης μεθανίου (CH_4) αὐξάνεται ἕνεκα τῆς εἰσόδου τοῦ ἐλαφροῦ τούτου ἀερίου ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ πορώδους δοχείου, ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται εἰς τὸ ἀνοικτὸν σκέλος τοῦ μανομέτρου καὶ ἐρχόμενος εἰς ἐπαφὴν πρὸς μετάλλινον στέλεχος κλείει τὸ κύκλωμα ἠλεκτρικοῦ κώδωνος, ὁ ὁποῖος διὰ τοῦ ἤχου του γνωστοποιεῖ τὸν κίνδυνον.

Καὶ τὰ φαινόμενα ὅμως τῆς διαπιδύσεως τῶν ἀερίων περιπλέκονται πολλάκις ἕνεκα τῶν *ἐκλεκτικῶν* ἰδιοτήτων τῶν διαφραγμάτων. Οὕτω τὸ διάπυρον Παλλάδιον ἀφίνει κυρίως νὰ διέλθῃ δι' αὐτοῦ τὸ ὑδρογόνον, εἶναι δὲ σχεδὸν τελείως ἀδιαπέραστον διὰ τὸ μονοξείδιον τοῦ ἄνθρακος. Ἔλασμα λοιπὸν παλλαδίου διάπυρον ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ ὡς ἠθμός, διὰ τοῦ ὁποίου διαχωρίζομεν ἐντελῶς τὸ ὑδρογόνον ἀπὸ τοῦ μονοξειδίου τοῦ ἄνθρακος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΩΣΜΩΤΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

§ 297. Ἂν πληρώσωμεν διὰ πυκνοῦ διαλύματος, π. χ. σακχάρου, τὴν ἀπύθμενον φιάλην Φ (σχ. 250) κλειομένην κάτωθεν διὰ τῆς ζωϊκῆς μεμβράνης Μ φέρουσαν δὲ προσηρμοσμένον ἀεροστεγῶς εἰς τὸν λαιμὸν αὐτῆς ἀνοικτὸν σωλῆνα, καὶ θέσωμεν αὐτήν, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, ἐντὸς δοχείου πλήρους ὕδατος καὶ ἀφήσωμεν ἐπί τινα καιρόν, παρατηροῦμεν ὅτι ὄχι μόνον τὸ ἐντὸς τῆς φιάλης πυκνότερον ὑγρὸν δὲν ἐκρρέει διὰ τῶν πόρων τῆς μεμβράνης οὕτως ὥστε ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ νὰ ἔλθῃ εἰς τὴν κατὰ τὸν νόμον τῶν συγκοινωνούντων δοχείων θέσιν αὐτῆς, ἀλλὰ τουναντίον ὕδωρ εἰσέρχεται ἐντὸς τῆς φιάλης διὰ τῶν πόρων τῆς μεμβράνης, ἡ δὲ ἐπιφάνεια τοῦ διαλύματος ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, μέχρις ὅτου ἰσορροπήσῃ εἰς ὡρισμένον ὕψος h.



Σχ. 250.

Εὑρισκόμεθα πρὸ φαινομένου ἐντελῶς ἀναλόγου πρὸς τὴν ἀνύψωσιν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐντὸς στενοῦ σωλῆνος τὸν ὁποῖον διαβρέχει καὶ ὁ ὁποῖος συγκοινωνεῖ μὲ εὐρύτερον δοχεῖον. Καὶ ἐκεῖ μὲν ἐξηγήσαμεν τὴν ἀνύψωσιν διὰ τῆς ἀρνητικῆς πιέσεως, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ ὑπὸ τῆς κοίλης ἐπιφανειακῆς μεμβράνης. Εἰς τὸ θεωρούμενον φαινόμενον, τὸ ὁποῖον παρατηρεῖται καὶ ὅταν ὁ σωλὴν εἶναι ἀρκετὰ εὐρὺς ὥστε νὰ μὴ ἔχῃ ἐπίδρασιν τὸ τριχοειδές, πρέπει νὰ παραδεχθῶμεν τὴν ὕπαρξιν πιέσεως, ἡ ὁποία ἐκ τοῦ ἐσωτερικοῦ τοῦ ὑγροῦ ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἐπιφανείας καὶ οὕτω ἀναγκάζει τὸ ὑγρὸν νὰ ἀνυψωθῇ.

Ἡ πίεσις αὕτη, ἡ ὁποία βεβαίως προέρχεται ἐκ τοῦ διαλελυμένου σώματος, ὀνομάζεται *ὠσμωτικὴ πίεσις*, μετρεῖται δὲ διὰ τοῦ ὕψους τῆς ὑγρᾶς στήλης h ἢ καλλίτερον ἀκόμη διὰ μανομέτρου ὑδραργυρικοῦ ἀνοικτοῦ προσηρμοσμένου ἀντὶ τοῦ ἀνοικτοῦ σωλῆνος εἰς τὸν λαιμὸν τῆς φιάλης Φ.

§ 298. ***Σχέσεις τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως πρὸς τὴν περιεκτικότητα.*** Ἂν ἐπαναλάβωμεν τὸ εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον περιγραφὲν πείραμα μὲ διαλύματα σακχάρου διαφόρου περιεκτικότη-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τος εὑρίσκομεν, ὅτι κατὰ μεγίστην προσέγγισιν, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία μένει σταθερά, ἡ ὡσμωτικὴ πίεσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κατ' ὄγκον περιεκτικότητα Π_2 (πρβλ. τὸν ὁρισμὸν τῆς § 293).

Οὕτω π. χ. σειρὰ μετρήσεων ἔδωκε τὰ ἑξῆς ἀποτελέσματα(*).

Περιεκτικότης Π_1 κατὰ βάρος	Πυκνότης τοῦ διαλύματος	Περιεκτικότης Π_2 Gr/cm^3	Ὡσμωτικὴ πίεσις P mm Hg		$\frac{P}{\Pi_2}$
			Παρατ.	Ὑπολογ.	
1 %	1,0026	1,0026	55,5	52,6	55,35
2 %	1,0066	2,0132	101,6	105,6	50,46
4 %	1,0144	4,0576	208,2	212,9	51,31
6 %	1,0223	6,1338	307,5	321,8	50,13

Ἐκ τοῦ πίνακος τούτου παρατηροῦμεν, ὅτι ὁ λόγος $\frac{P}{\Pi_2}$ τῆς παρατηρηθείσης ὡσμωτικῆς πιέσεως πρὸς τὴν περιεκτικότητα εἶναι κατὰ μεγίστην προσέγγισιν σταθερός, αἱ δὲ διαφοραὶ τῶν τιμῶν αὐτοῦ διὰ διαφόρους περιεκτικότητας ἠμποροῦν νὰ ἀποδοθοῦν εἰς τὰ σφάλματα παρατηρήσεως, τὰ ὁποῖα ὡς ἐκ τῆς φύσεως τοῦ πειράματος εἶναι πολὺ μεγάλα.

§ 299. ***Ἀναλογία πρὸς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων.*** Ἡ σχέσις τῆς περιεκτικότητος πρὸς τὴν πίεσιν εἶναι ἐντελῶς ἡ αὐτὴ πρὸς τὸν διὰ τὰ ἀέρια ἰσχύοντα νόμον Mariotte-Boyle.

Καὶ πράγματι ἡ περιεκτικότης Π_2 εἶναι τὸ πηλίκον τῆς μάζης διὰ τοῦ ὄγκου καὶ ἑπομένως ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει ὡρισμένη μᾶζα τῆς διαλελυμένης οὐσίας. Ἡ εἰς τὴν προηγουμένην § ἐκτεθεῖσα σχέσις ἠμπορεῖ λοιπὸν νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἑξῆς. Ἡ ὡσμωτικὴ πίεσις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον ὡρισμένον ποσὸν τῆς διαλελυμένης οὐσίας καταλαμβάνει ἐντὸς τοῦ διαλύματος. Ὑπὸ τὴν διατύπωσιν ταύτην καταφαίνεται ἡ πλήρης ταυτότης, ἡ ποιοτικὴ τοὐλάχιστον, τῶν νόμων

(*) Οἱ ἀριθμοὶ ἐλήφθησαν ἐκ τῆς Φυσικῆς Riecke. Ὅσον ἀφορᾷ τὴν σημασίαν τῆς προτελευταίας στήλης πρβλ. § 398.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως, ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, πρὸς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων.

Ἀλλὰ καὶ ἡ ἐκ τῆς θερμοκρασίας ἐξάρτησις τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν τῆς πιέσεως τῶν ἀερίων.

Ἐκ τῆς ταυτότητος αὐτῆς τῶν νόμων τῆς πιέσεως τῶν ἀερίων καὶ τῆς ὡσμωτικῆς ἀγόμεθα εἰς τὸ νὰ θεωρήσωμεν τὰς διαλελυμένας οὐσίας ὡς εὑρισκομένας εἰς κατάστασιν προσομοιάζουσαν πρὸς τὴν ἀερίαν, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι τὰ μὲν ἀέρια πληροῦν τὸν κενὸν χῶρον, τὰ δὲ ἐν διαλύσει σώματα πληροῦν τὸν χῶρον τὸν καταλαμβανόμενον ὑπὸ τοῦ διαλυτικοῦ μέσου.

Σημειωτέον ὅτι πρῶτος ἐθεώρησε τὰ διαλύματα ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης ὁ δυστυχῶς εἰς νεαρωτάτην ἡλικίαν ἀποθανὼν Ἕλλην χημικὸς Λέανδρος Κ. Δόσιος(*).

Ὅπως λοιπὸν τὰ ἀέρια πιέζουν τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὑρίσκονται, καὶ τείνουν νὰ καταλάβουν ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλήτερον ὄγκον, οὕτω καὶ τὰ διαλελυμένα σώματα ἐξασκοῦν ἐπὶ τοῦ ἐπιφανειακοῦ ὑμένος τοῦ διαλυτικοῦ μέσου πίεσιν, τὴν ὡσμωτικήν, καὶ τείνουν νὰ καταλάβουν ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλήτερον ὄγκον. Τοῦτο ὅμως εἶναι μόνον δυνατὸν διὰ τῆς προσλήψεως περισσοτέρου διαλυτικοῦ ὑγροῦ. Διὰ τοῦτο, ὅταν τὸ διάλυμα χωρίζεται ἀπὸ τοῦ καθαροῦ διαλυτικοῦ μέσου διὰ μεμβράνης ἡμιπερατῆς, ζωϊκῆς δηλ. ἢ ἄλλης, ἡ ὁποία νὰ ἔχῃ τὴν ἰδιότητα νὰ διαπερᾶται μὲν ὑπὸ τοῦ διαλυτικοῦ μέσου, ὄχι ὅμως καὶ ὑπὸ τοῦ διαλελυμένου σώματος(**), διέρχεται τὸ διαλυτικὸν μέσον διὰ τῆς μεμβράνης καὶ οὕτω αὐξάνεται ὁ χῶρος ὁ καταλαμβανόμενος ὑπὸ τοῦ ἐν διαλύσει σώματος. Ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ὅταν ἡ ἐκ τῆς διαφορᾶς ὕψους h πίεσις (πρβλ. σχ. 250) ἰσορροπήσῃ τὴν ὡσμωτικήν.

Τὸ φαινόμενον περιπλέκεται καὶ ἡ μέτρησις τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως εἶναι κατὰ τὴν ἐκτεθεῖσαν μέθοδον δυσκολωτάτη ὡς ἐκ τοῦ ὅτι δὲν ὑπάρχουν τέλειαι ἡμιπεραταὶ μεμβράναι ἀλλὰ κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον καὶ ἡ ἐν διαλύσει οὐσία διέρχεται διὰ τῆς μεμβρά-

(*) Jahresschrift d. Naturf. Ges. Zürich. 1868.

(**) Τοιοῦτον ἡμιπερατὸν χώρισμα ἀποτελεῖ π. χ. πορῶδες πήλινον διάφραγμα, εἰς τοὺς πόρους τοῦ ὁποίου καθιζήθη σιδηροκυανικὸς χαλκός.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νης. Διὰ τοῦτο ἡ μέτρησις τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως γίνεται δι' ἄλλων ἐμμέσων μεθόδων, τῶν ὁποίων ὅμως ἡ ἔκθεσις ἀνάγεται εἰς τὴν θερμοδυναμικήν. (Ὕψωσις τοῦ σημείου ζέσεως, ταπείνωσις τοῦ σημείου πήξεως).

Ἐννοεῖται ὅτι ὄχι μόνον τὰ στερεὰ ἀλλὰ καὶ τὰ ὑγρὰ εὑρισκόμενα ἐν διαλύσει παρουσιάζουν ὠσμωτικὴν πίεσιν. Διὰ νὰ καταδειχθῇ ὅμως αὕτη ἀμέσως χρειάζεται κατάλληλον ἡμιπερατὸν χώρισμα. Οὕτω κατώρθωσεν ὁ Nernst νὰ δείξῃ τὴν ὠσμωτικὴν πίεσιν διαλύματος βενζόλης ἐντὸς αἰθέρος μεταχειρισθεὶς ὡς ἡμιπερατὸν χώρισμα πορῶδες διάφραγμα ἐμποτισμένον μὲ ὕδωρ. Ὁ αἰθὴρ διαλυόμενος εἰς μικρὰν ποσότητα ἐντὸς τοῦ ὕδατος διαπερᾷ τὸ ἐξ ὕδατος χώρισμα, τὸ ὁποῖον διὰ τὴν βενζόλην εἶναι τελείως ἀδιαπέραστον. Τὸ πορῶδες διάφραγμα χρησιμεύει ἁπλῶς ὡς στήριγμα τοῦ ὕδατος.

§ 300. Ἡ συμφωνία τῶν νόμων τῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως πρὸς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων δὲν εἶναι μόνον ποιοτικὴ ἀλλὰ καὶ ποσοτική. Ἀλλ' ἀρκούμεθα ἐνταῦθα εἰς τὴν ὑπόδειξιν ταύτην καὶ παραπέμπομεν εἰς τὴν § 398 τοῦ περὶ θερμότητος κεφαλαίου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

§ 301. Ἡ ***ἀκουστικὴ*** εἶναι τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον πραγματεύεται τὰ φαινόμενα τὰ σχετικὰ μὲ τὸν ἦχον. Ὀνομάζομεν δὲ ἦχον ἐν γένει τὸ αἴτιον τὸ ἐρεθίζον τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς καὶ προκαλοῦν τὸ ἀντίστοιχον αἴσθημα.

Ἡ ὕπαρξις ἀκριβῶς τοῦ εἰδικοῦ αἰσθητηρίου εἶναι ἡ αἰτία διὰ τὴν ὁποίαν ἡ Φυσικὴ περιγράφει ἰδιαιτέρως τὰ ἀκουστικὰ φαινόμενα τὰ ὁποῖα πράγματι εἶναι μηχανικὰ φαινόμενα ἔχοντα σχέσιν μὲ τὰς ἐλαστικὰς ἰδιότητας τῶν σωμάτων. Ἡ ἀκουστικὴ λοιπὸν εἶναι μέρος τῆς γενικῆς θεωρίας τῆς ἐλαστικότητος.

Καὶ πράγματι ἡ παρατήρησις δεικνύει, ὅτι ὁ ἦχος προέρχεται ἀπὸ σώματα ἐκτελοῦντα κινήσεις κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον περιοδικὰς π. χ. ἀπὸ παλλόμενα ἐλαστικὰ στερεὰ ἢ καὶ ἀπὸ ὑγρὰ ἢ ἀέρια, τὰ ὁποῖα καταλλήλως τίθενται εἰς περιοδικὴν κίνησιν, ἀναγκαῖος δὲ φορεὺς διὰ τὴν μετάδοσιν αὐτοῦ εἶναι πάλιν ἡ ὕλη ὑπὸ στερεάν, ὑγρὰν ἢ ἀερίαν μορφήν.

Τὴν ἀνάγκην ὑλικοῦ φορέως ἀποδεικνύομεν διὰ κώδωνος εὑρισκομένου ἐντὸς σφαίρας ὑαλίνης, ἀπὸ τὴν ὁποίαν ἠμποροῦμεν νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα. Παρατηροῦμεν ὅτι καθ' ὅσον προχωρεῖ ἀραίωσις τοῦ ἀέρος τόσον ἀσθενέστερος ἀκούεται ὁ ἦχος τοῦ κώδωνος καὶ τέλος παύει ἐντελῶς νὰ ἀκούεται, ἰδίως ὅταν ὁ κώδων εἶναι ἐξηρτημένος διὰ νημάτων κακῶν ἀγωγῶν τοῦ ἤχου (πρβλ. § 341) οὕτως ὥστε νὰ μὴ μεταδίδεται δι' αὐτῶν ὁ ἦχος εἰς τὴν σφαῖραν καὶ δι' αὐτῆς εἰς τὸν πέριξ ἀέρα.

§ 302. ***Μουσικὸς φθόγγος καὶ κρότος.*** Τὰ ἀκουστικὰ αἰσθήματα ἠμποροῦμεν νὰ διαιρέσωμεν ποιοτικῶς εἰς δύο τάξεις καὶ ὀνομάζομεν μουσικοὺς μὲν *φθόγγους* τὰ αἴτια τὰ προκαλοῦντα αἴσθημα ἔχον τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ *ὕψους* ἢ τῆς *ὀξύτητος*, *κρότους* δὲ ἢ *ψόφους* τὰ αἴτια τὰ προκαλοῦντα αἰσθήματα στερούμενα τοῦ χα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρακτηριστικοῦ τούτου. Ἡ ἔννοια τοῦ *ὕψους* μουσικοῦ φθόγγου εἶναι ἁπλῆ ἐμπειρικὴ ἔννοια καὶ ἑπομένως δὲν ἠμπορεῖ νὰ ὁρισθῇ δι' ἄλλων ἐννοιῶν, ἀκριβῶς ὅπως δὲν ἠμπορεῖ νὰ ὁρισθῇ ἡ ἔννοια τοῦ χρώματος εἰς τὴν ὀπτικήν. Κάθε ἄνθρωπος ὅμως ἔχει σαφῶς τὴν ἔννοιαν τοῦ τὶ σημαίνει ἦχος ὑψηλότερος ἢ ὀξύτερος ἑνὸς ἄλλου.

Οὕτω φθόγγος μουσικὸς εἶναι ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος ἀπὸ μουσικὸν ὄργανον ἔγχορδον ἢ πνευστὸν ἢ καὶ ἀπὸ τὸν ἀνθρώπινον λάρυγγα κατὰ τὴν ἐκφώνησιν τῶν φωνηέντων, ἰδίως εἰς τὸ ᾄσμα. Κρότος εἶναι ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος π. χ. κατὰ τὴν κένωσιν σάκκου γεμάτου ἀπὸ λίθους.

Σημειωτέον ὅτι δὲν ὑπάρχει σαφὲς ὅριον μεταξὺ μουσικῶν φθόγγων καὶ κρότων. Ἦχοι οἱ ὁποῖοι ἐπιπολαίως ἐξεταζόμενοι μᾶς φαίνονται ὡς κρότοι, ὅπως π. χ. κτύπημα σφύρας ἐπὶ σανίδος, ἠμποροῦν εἰς προσεκτικὴν ἐξέτασιν καὶ ἰδίως εἰς ἐξησκημένον οὖς νὰ παρουσιάσουν τὸ στοιχεῖον τοῦ ὕψους. Οὕτω εἶναι δυνατὸν μὲ σύστημα σανίδων διαφόρων διαστάσεων νὰ κατασκευάσωμεν μουσικὸν ὄργανον. Χαρακτηριστικὸν ἐπίσης παράδειγμα ἔχομεν τὸν ἦχον τοῦ τυμπάνου.

Ἡμεῖς θὰ ἐνασχοληθῶμεν κυρίως μὲ τοὺς μουσικοὺς φθόγγους τοὺς παρουσιάζοντας σαφὲς τὸ γνώρισμα τοῦ ὕψους καὶ θὰ ἐξετάσωμεν εἰς ποῖον φυσικὸν χαρακτηριστικὸν τῆς προκαλούσης τὸν ἦχον κινήσεως ἀντιστοιχεῖ τὸ στοιχεῖον τοῦ ὕψους εἰς τὸ ἀκουστικὸν αἴσθημα.

ΣΧΕΣΕΙΣ ΥΨΟΥΣ ΤΩΝ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΦΘΟΓΓΩΝ

§ 303. *Ὕψος καὶ συχνότης.* Ἡ συστηματικὴ ἐξέτασις τῶν πηγῶν μουσικῶν φθόγγων μᾶς δεικνύει, ὅτι διὰ νὰ ἔχῃ ὁ ἦχος τὸ γνώρισμα τοῦ ὕψους πρέπει ἡ κίνησις τοῦ ἠχογόνου σώματος ἢ ἐν γένει ἡ μηχανικὴ μεταβολὴ ἡ προκαλοῦσα τὸν ἦχον νὰ εἶναι σαφῶς περιοδική, τὸ δὲ ὕψος τοῦ φθόγγου ἐξαρτᾶται ἀποκλειστικῶς ἀπὸ τὴν συχνότητα τῆς προκαλούσης αὐτὸν περιοδικῆς μεταβολῆς. Τὸ ὕψος εἶναι τόσον μεγαλήτερον, ὁ φθόγγος δηλ. τόσον ὀξύτερος, ὅσον μεγαλητέρα ἡ συχνότης τῆς προκαλούσης αὐτὸν περιοδικῆς μεταβολῆς, ὅσον δηλ. μεγαλήτερος ὁ ἀριθμὸς τῶν περιόδων εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἀναφέρομεν μερικὰ ἐκ τῶν κυριωτέρων μέσων τὰ

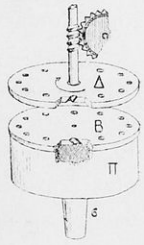
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὁποῖα μεταχειριζόμεθα εἰς τὴν Φυσικὴν πρὸς παραγωγὴν μουσικῶν φθόγγων καὶ τὸν τρόπον τοῦ προσδιορισμοῦ τῆς συχνότητος ιῆς περιοδικῆς μεταβολῆς.

§ 304. ***Σειρήν.*** Ἡ σειρὴν εἶναι ὄργανον διὰ τοῦ ὁποίου παράγομεν ἤχον διαφόρου κατὰ βούλησιν ὕψους διακόπτοντες καὶ ἀποκαθιστῶντες περιοδικῶς ρεῦμα ἀέρος.

Σειρὴν Seebeck. Ὑπὸ τὴν ἁπλουστάτην μορφήν της ἀποτελεῖται ἡ σειρὴν ἀπὸ δίσκον φέροντα ἐπὶ περιφερείας καὶ εἰς ἴσας ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεις ὀπάς. Ἂν περιστρέψωμεν ἰσοταχῶς τὸν δίσκον καὶ διευθύνωμεν πρὸς τὰς ὀπὰς διὰ σωλῆνος ρεῦμα ἀέρος, τοῦτο περιοδικῶς διακόπτεται καὶ ἀποκαθίσταται καθ' ὅσον πρὸ τοῦ σωλῆνος εὑρίσκεται ὀπὴ ἢ τὸ πλῆρες μέρος τοῦ δίσκου, καὶ ἑπομένως παράγεται φθόγγος μουσικός, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι ἴση πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ δίσκου κατὰ δευτερόλεπτον ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀπῶν.

§ 305. ***Σειρὴν Cagniard-Latour.*** Ἡ συνήθης διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ ὕψους μουσικῶν φθόγγων σειρὴν. ἀποτελεῖται ἀπὸ κυλινδρικὴν πυξίδα Π τῆς ὁποίας ἡ ἄνω βάσις ἀποτελεῖται ἀπὸ κυκλικὸν δίσκον Β φέροντα ὀπὰς ἴσον ἀπ' ἀλλήλων ἀπεχούσας καὶ διατεταγμένας ἐπὶ περιφερείας κύκλου.



Σχ. 251.

Πλησιέστατα πρὸς τὴν βάσιν ταύτην εὑρίσκεται δίσκος Δ στρεφόμενος περὶ ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ δίσκου Β τῆς πυξίδος καὶ φέρων ὀπὰς ἀντιστοιχούσας πρὸς τὰς ὀπὰς τῆς πυξίδος.

Ἂν διὰ τοῦ σωλῆνος σ ἐμφυσήσωμεν εἰς τὴν πυξίδα Π ἀέρα καὶ στρέψωμεν τὸν δίσκον Λ περὶ τὸν ἄξονά του, ἐξέρχεται μὲν ἐλευθέρως ὁ ἀὴρ ἐκ τῶν ὀπῶν τῆς βάσεως Β ὅταν εἰς αὐτὰς ἀντιστοιχοῦν αἱ ὀπαὶ τοῦ δίσκου Δ, διακόπτεται δὲ τὸ ρεῦμα ὅταν ἀπέναντι τῶν ὀπῶν τῆς πυξίδος εὑρίσκεται τὸ πλῆρες μέρος τοῦ περιστρεφομένου δίσκου Δ. Οὕτω παράγεται ἦχος, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν τοῦ δίσκου Δ κατὰ δευτερόλεπτον ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀπῶν. Πρὸς μέτρησιν τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν τοῦ δίσκου Δ χρησιμεύει στροφόμετρον ἐντελῶς ὅμοιον πρὸς τὸ εἰς τὴν σελ. 69 § 68 περιγραφέν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ περιστροφικὴ κίνησις μεταδίδεται εἰς τὸν δίσκον Δ ὑπ' αὐτοῦ τοῦ ρεύματος τοῦ ἀέρος. Αἱ ὀπαὶ δηλ. τῆς βάσεως Β καὶ τοῦ δίσκου Δ εἶναι πλάγιαι καὶ σχηματίζουν πρὸς ἀλλήλας γωνίαν (σχ. 251) οὕτως ὥστε τὸ ἐκ τῶν ὀπῶν Β ἐξερχόμενον ρεῦμα προσπίπτον ἐπὶ τῶν ἀπέναντι τοιχωμάτων τῶν ὀπῶν τοῦ Δ μεταδίδει εἰς τὸν δίσκον περιστροφικὴν κίνησιν. Ἡ ταχύτης ὅμως τῆς περιστροφικῆς ταύτης κινήσεως ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς ἐντάσεως τοῦ ἐμφυσωμένου ρεύματος καὶ εἶναι δύσκολον νὰ διατηρηθῇ σταθερά· διὰ τοῦτο εἰς τὰς σειρῆνας τὰς προωρισμένας δι' ἀκριβεῖς μετρήσεις αἱ ὀπαὶ εἶναι κάθετοι ἐπὶ τοὺς δίσκους Δ καὶ Β, ἡ δὲ περιστροφικὴ κίνησις προσδίδεται εἰς τὸν δίσκον Δ δι' ἀνεξαρτήτου κινητῆρος.

Διὰ νὰ προσδιορίσωμεν διὰ τῆς σειρῆνος τὴν συχνότητα μουσικοῦ φθόγγου ἐμφυσῶμεν εἰς τὴν σειρῆνα ἀέρα καὶ κανονίζομεν τὴν περιστροφικὴν ταχύτητα τοῦ δίσκου Δ οὕτως, ὥστε ὁ παραγόμενος ἦχος νὰ ἔχῃ τὸ αὐτὸ ὕψος μὲ τὸν ἐξεταζόμενον φθόγγον.

Μετροῦμεν τότε τὸν κατὰ δευτερόλεπτον ἀριθμὸν στροφῶν τοῦ δίσκου καὶ πολλαπλασιάζοντες ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀπῶν ἔχομεν τὴν ζητουμένην συχνότητα.

§ 306. ***Ὀδοντωτὸς τροχὸς τοῦ Savart.*** Ἀνάλογον πρὸς τὴν σειρῆνα ὄργανον εἶναι ὀδοντωτὸς τροχὸς στρεφόμενος ἰσοταχῶς περὶ ἄξονα, εἰς τοὺς ὀδόντας τοῦ ὁποίου πλησιάζομεν φύλλον χάρτου. Εἰς ἕκαστον πλῆγμα τῶν ὀδόντων τοῦ τροχοῦ τὸ φύλλον ἐκτελεῖ μίαν ἐξηναγκασμένην παλμικὴν κίνησιν καὶ οὕτω παράγεται ἦχος, τοῦ ὁποίου τὴν συχνότητα εὑρίσκομεν πολλαπλασιάζοντες τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ τροχοῦ κατὰ δευτερόλεπτον ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀδόντων.



Σχ. 252.

§ 307. ***Διαπασῶν.*** Τὸ διαπασῶν (σχ. 252) εἶναι χαλύβδινον δίχαλον στηριζόμενον ἐπὶ τοῦ στελέχους σ. Ὅταν ἀπομακρύνωμεν ἀπ' ἀλλήλων τὰ σκέλη ΣΣ΄ καὶ ἀφήσωμεν αὐτὰ ἔπειτα ἐλεύθερα, πάλλονται περιοδικῶς περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας καὶ παράγουν οὕτω μουσικὸν φθόγγον.

Ἡ κίνησις τῶν σκελῶν εἶναι ἁπλῆ ἁρμονική, τὴν δὲ συχνότητα αὐτῆς προσδιορίζομεν αὐτογραφικῶς.

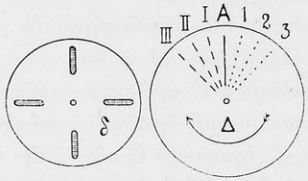
Ἐφοδιάζομεν δηλ. τὸ ἕτερον τῶν σκελῶν διὰ γραφίδος γ, ἡ ὁποία γράφει ἐπὶ τῆς αἰθαλωμένης ἐπιφανείας περιστρεφομένου τυμπάνου κυματοειδῆ γραμμήν. Ἄλλη γραφὶς γράφει παραλλή-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λως τὰ δευτερόλεπτα (πρβλ. § 10 σελ. 11). Οὕτω μετροῦμεν ἐπὶ τοῦ διαγράμματος πόσαι περίοδοι περιλαμβάνονται εἰς ἓν δευτερόλεπτον.

§ 308. ***Στροβοσκοπικὴ μέθοδος.*** Ἠμποροῦμεν ὅμως νὰ μεταχειρισθῶμεν γενικωτέραν μέθοδον, τὴν *στροβοσκοπικὴν* ἡ ὁποία ἔχει τὸ προσὸν ὅτι ἐφαρμόζεται εἰς τὴν ἐξέτασιν οἱασδήποτε περιοδικῆς κινήσεως. Ἡ ἀρχὴ τῆς μεθόδου εἶναι ἡ ἑξῆς.

Ἔστω ὁ δίσκος Δ φέρων τὴν ἀκτῖνα Α καὶ κινούμενος περὶ τὸ κέντρον αὐτοῦ μὲ σταθερὰν περιστροφικὴν ταχύτητα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους. Ἂν ὁ δίσκος φωτίζεται συνεχῶς, καὶ ἡ περιστροφὴ εἶναι ἀρκετὰ ταχεῖα, ἡ ἀκτίς, ὡς γνωστόν, δὲν διακρίνεται. Φωτίζομεν ὅμως τὸν δίσκον περιοδικῶς διὰ δέσμης φωτεινῆς, ἡ ὁποία διακόπτεται ὑπὸ τοῦ *στροβοσκοπικοῦ δίσκου* δ φέροντος συμμετρικὰς σχισμὰς καὶ περιστρεφομένου ὁμαλῶς περὶ τὸ κέντρον του. Ὁ δίσκος Δ φωτίζεται μόνον ὅταν ἡ δέσμη εὑρίσκῃ εἰς τὸν δρόμον της μίαν τῶν σχισμῶν τοῦ στροβοσκοπικοῦ δίσκου, διὰ μετρητοῦ δὲ ὁμοίου πρὸς τὸν περιγραφέντα εἰς τὴν σελ. 69 § 68 ἠμποροῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ δίσκου δ κατὰ δευτερόλεπτον, καὶ πολλαπλασιάζοντες τοῦτον ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν σχισμῶν εὑρίσκομεν πόσας φορὰς κατὰ δευτερόλεπτον φωτίζεται ὁ δίσκος Δ, τὴν συχνότητα δηλ. τοῦ περιοδικοῦ φωτισμοῦ ἢ τῶν ἀναλαμπῶν.



Σχ. 253.

Ἔστω τώρα ὅτι ἡ περίοδος τοῦ φωτισμοῦ εἶναι κατά τι μεγαλητέρα τῆς περιόδου τῆς κινήσεως τῆς ἀκτῖνος Α, τοῦ χρόνου δηλ. μιᾶς στροφῆς τοῦ δίσκου Δ. Ἂν κατά τινα ἀναλαμπὴν εὑρίσκεται ἡ ἀκτὶς εἰς τὴν θέσιν Α, κατὰ τὴν ἑπομένην ἀναλαμπήν, ἐπειδὴ ἐν τῷ μεταξὺ ὁ δίσκος Δ θὰ κάμῃ μίαν στροφὴν καὶ μέρος αὐτῆς ἀκόμη, θὰ εὑρίσκεται ἡ ἀκτὶς εἰς τὴν θέσιν 1, κατὰ τὴν ἑπομένην ἀναλαμπὴν θὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν 2 καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, θὰ φαίνεται δηλ. ἡ ἀκτὶς κινουμένη *βραδέως* κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους.

Ἂν τοὐναντίον ἡ περίοδος τῶν ἀναλαμπῶν εἶναι κατά τι μικροτέρα τοῦ χρόνου μιᾶς περιστροφῆς τοῦ δίσκου Δ καὶ ἡ ἀκτὶς εὑρίσκεται κατά τινα ἀναλαμπὴν εἰς τὴν θέσιν Α, κατὰ τὴν ἑπομένην

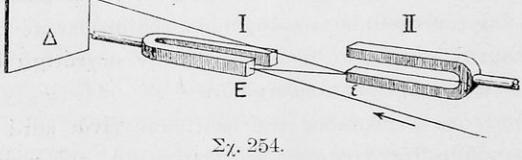
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀναλαμπήν, ἐπειδὴ ὁ δίσκος Δ ἐν τῷ μεταξὺ θὰ ἐκτελέσῃ κατά τι ὀλιγώτερον τῆς μιᾶς στροφῆς, θὰ εὑρίσκεται ἡ ἀκτὶς εἰς τὴν θέσιν I, κατὰ τὴν ἑπομένην ἀναλαμπὴν θὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν II καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, θὰ φαίνεται δηλ. περιστρεφομένη *βραδέως* ἀντιθέτως πρὸς τὸ βέλος.

Ἂν τέλος ἡ περίοδος τῶν ἀναλαμπῶν εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρὸς τὸν χρόνον περιστροφῆς τοῦ δίσκου Δ, ἡ ἀκτὶς θὰ φωτίζεται πάντοτε εἰς τὴν αὐτὴν θέσιν Α καὶ ἑπομένως θὰ φαίνεται *ἀκίνητος*.

Ἂν φωτίσωμεν διὰ περιοδικῶν ἀναλαμπῶν παλλόμενον διαπασῶν, θὰ φανῇ τοῦτο, ὅταν ἡ συχνότης τῶν ἀναλαμπῶν εἶναι περίπου ἴση πρὸς τὴν συχνότητα τῆς κινήσεως αὐτοῦ, βραδέως παλλόμενον, ἠμποροῦμεν δὲ αὐξάνοντες ἢ ἐλαττώνοντες τὴν περιστροφικὴν ταχύτητα τοῦ στροβοσκοπικοῦ δίσκου νὰ κάμωμεν, ὥστε τὰ σκέλη τοῦ διαπασῶν νὰ φαίνωνται ἐντελῶς ἀκίνητα. Τότε ἡ συχνότης τῶν ἀναλαμπῶν εἶναι ἴση ἀκριβῶς μὲ τὴν συχνότητα τῆς κινήσεως τοῦ διαπασῶν, καὶ ἐπειδὴ ἡ πρώτη εὐκόλως προσδιορίζεται, ὅπως ἐξεθέσαμεν, εὑρίσκομεν ἐξ αὐτῆς τὴν συχνότητα τῆς κινήσεως τοῦ διαπασῶν.

§ 309. ***Μέθοδος τοῦ Lissajoux.*** Ὅταν ἔχωμεν ἐν διαπασῶν



Σχ. 254.

γνωστῆς συχνότητος, ἠμποροῦμεν μὲ τὴν βοήθειαν αὐτοῦ νὰ προσδιορίσωμεν δι' ὀπτικῆς μεθόδου τὴν συχνότητα ἄλλου διαπασῶν, ἀρκεῖ αὕτη νὰ ἔχῃ ἁπλοῦν λόγον πρὸς τὴν τοῦ προτύπου.

Πρὸς τοῦτο λειαίνομεν τὴν ἄκραν ἐπιφάνειαν τοῦ ἑτέρου τῶν σκελῶν ἀμφοτέρων τῶν διαπασῶν ὥστε ν' ἀποτελέσῃ ἐπίπεδον κάτοπτρον καὶ στερεώνομεν αὐτὰ ὅπως εἰς τὸ σχ. 254 φαίνεται, οὕτως ὥστε τοῦ μὲν I τὰ σκέλη νὰ εἶναι ὁριζόντια καὶ εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, τοῦ δὲ II νὰ εἶναι ἐπίσης ὁριζόντια ἀλλὰ τὸ ἓν ὑπεράνω τοῦ ἄλλου.

Διευθύνομεν ἐπὶ τῆς κατοπτρικῆς ἐπιφανείας Ε φωτεινὴν δέσμην

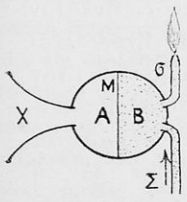
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡ ὁποία ἀνακλωμένη προσπίπτει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ε τοῦ διαπασῶν ΙΙ καὶ μετὰ δευτέραν ἀνάκλασιν προσπίπτει εἰς τὸ διάφραγμα Δ, ὅπου σχηματίζει φωτεινὸν σημεῖον.

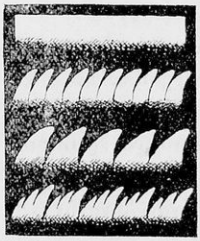
Ἂν τώρα θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ διαπασῶν Ι, τὸ ἐπὶ τοῦ διαφράγματος φωτεινὸν σημεῖον θὰ κινηθῇ ἁρμονικῶς ἐπὶ ὁριζοντίας τροχιᾶς περὶ τὴν μέσην θέσιν καὶ ἕνεκα τῆς διαρκείας τοῦ ὀπτικοῦ αἰσθήματος θὰ φανῇ διαγράφον φωτεινὴν ὁριζοντίαν γραμμήν. Ἂν διεγείρωμεν μόνον τὸ διαπασῶν ΙΙ, τὸ φωτεινὸν σημεῖον θὰ διαγράψῃ ἐπὶ τοῦ διαφράγματος κατακόρυφον γραμμήν. Ἂν δὲ διεγείρωμεν ἀμφότερα τὰ διαπασῶν συγχρόνως, θὰ διαγράψῃ τὸ φωτεινὸν σημεῖον, ὡς ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν δύο καθέτων πρὸς ἀλλήλας ἁρμονικῶν κινήσεων, τροχιὰν ἀνάλογον πρὸς τὰς τῶν σχημάτων 29 - 30 τῶν σελ. 41 - 43. Οὕτω εὐθεῖα, κύκλος ἢ ἔλλειψις μᾶς δεικνύουν ὅτι ἀμφότερα τὰ διαπασῶν ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα. Τροχιὰ εἰς σχῆμα 8 μᾶς δεικνύει ὅτι ἡ περίοδος τοῦ ΙΙ εἶναι διπλασία τῆς τοῦ Ι ἑπομένως ἡ συχνότης τοῦ Ι εἶναι διπλασία τῆς τοῦ ΙΙ καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

§ 310. ***Χορδαί.*** Ἡ συχνότης τῆς παλμικῆς κινήσεως τεταμένων χορδῶν εὑρίσκεται εὐκολώτατα διὰ τῆς στροβοσκοπικῆς μεθόδου.

§ 311. ***Μανομετρικαὶ φλόγες τοῦ Κönig.*** Ἐν τῶν συνηθεστάτων μέσων, τὰ ὁποῖα μεταχειριζόμεθα πρὸς ἐξέτασιν τῶν ἤχων ὄχι μόνον ἀπὸ ἀπόψεως τῆς συχνότητος ἀλλὰ καὶ ὅσον ἀφορᾷ ἄλλα αὐτῶν χαρακτηριστικά, εἶναι αἱ μανομετρικαὶ φλόγες τοῦ Κönig.



Σχ. 255.



Σχ. 256.

Σφαιρικὴ κάψα (σχ. 255) χωρίζεται διὰ τῆς ἐλαστικῆς λεπτῆς μεμβράνης Μ εἰς δύο θαλάμους, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ μὲν Α ἐκβάλλει διὰ τῆς χοάνης Χ εἰς τὸν ἀέρα, ὁ δὲ Β συγκοινωνεῖ διὰ τοῦ σωλῆνος Σ μὲ σάκκον πλήρη φωταερίου ἢ ἀκετυλενίου καὶ διὰ τοῦ σωληναρίου σ φέροντος κατὰ τὸ ἄκρον μικρὰν ὀπὴν ἐκβάλλει ἐπίσης εἰς τὸν ἀέρα. Διὰ τοῦ σωλῆνος Σ διαβιβάζομεν εἰς τὸν θάλαμον Β τὸ φωταέριον, τὸ ὁποῖον ἀνάπτομεν εἰς τὸ ἄκρον τοῦ σωληναρίου σ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ κανονίζομεν τὸ ὕψος τῆς φλογὸς διὰ βαρῶν τιθεμένων ἐπὶ τοῦ σάκκου τοῦ φωταερίου.

Ἂν παρατηρήσωμεν τὴν εἰκόνα τῆς φλογὸς ἐντὸς περιστρεφομένου κατόπτρου, βλέπομεν ἕνεκα τῆς διαρκείας τοῦ ὀπτικοῦ αἰσθήματος φωτεινὴν ταινίαν ὁμοιομόρφου πλάτους (σχ. 256α).

Ἂν τώρα ἐνώπιον τῆς χοάνης Χ παραχθῇ μουσικὸς φθόγγος, ἡ μεμβράνη Μ τίθεται εἰς παλμικὴν κίνησιν καὶ προκαλεῖ οὕτω περιοδικὰς μεταβολὰς εἰς τὴν ἐκροὴν τοῦ φωταερίου ἐκ τοῦ σωλῆνος σ καὶ ἐπομένως αὐξομειώσεις τῆς φλογός.

Ἡ φωτεινὴ ταινία, τὴν ὁποίαν παρατηροῦμεν ἐντὸς τοῦ κατόπτρου, ἔχει τώρα τὴν μορφὴν β, φέρει δηλ. πρὸς τὸ ἄνω μέρος γλώσσας, ἑκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς ἕνα παλμὸν τῆς μεβράνης Μ, δηλ. εἰς μίαν περίοδον τοῦ φθόγγου.

Τὰς συχνότητας δύο μουσικῶν φθόγγων συγκρίνομεν παρατηροῦντες συγχρόνως ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ περιστρεφομένου κατόπτρου τὰς εἰκόνας τῶν φλογῶν δύο μανομετρικῶν καψῶν, πρὸ τῶν χοανῶν τῶν ὁποίων παράγονται οἱ δύο φθόγγοι. Οὕτω π. χ. ἂν αἱ παρατηρούμεναι ταινίαι εἶναι αἱ β, γ τοῦ σχ. 256 συμπεραίνομεν ὅτι αἱ συχνότητες τῶν δύο φθόγγων ἔχουν λόγον 2 : 1.

§ 312. ***Ὅρια συχνότητος καὶ ἐλαχίστη διάρκεια τῶν ἀκουστῶν φθόγγων.*** Ὁ προσδιορισμὸς τῶν ὁρίων τῆς συχνότητος τῶν ἀκουστῶν φθόγγων δὲν εἶναι εὔκολος, ἀλλ' οὔτε καὶ εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ ἀπολύτως καὶ ἀντικειμενικῶς. Τὸ αἴσθημα τοῦ ἤχου εἶναι καθαρῶς ὑποκειμενικόν. Τὸ αἰσθητήριον δηλ. τῆς ἀκοῆς ἔχει τὴν ἰδιότητα νὰ ἐρεθίζεται ἰδιαζόντως ἀπὸ περιοδικοὺς κραδασμοὺς καταλλήλου συχνότητος. Ἐννοεῖται ὅτι ἡ περιοχὴ τῆς συχνότητος δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ὦτα, οὔτε κἂν ἡ αὐτὴ διὰ τὸν αὐτὸν παρατηρητὴν εἰς διαφόρους ἡλικίας. Ἐπομένως τὰ ὑπὸ διαφόρων παρατηρητῶν διδόμενα ὅρια τῶν συχνοτήτων τῶν ἀκουστῶν ἤχων εἶναι ἐντελῶς ὑποκειμενικά. Φαίνεται ὅμως ὅτι τὸ μὲν κατώτατον ὅριον τῆς συχνότητος εἶναι περὶ τοὺς 15 ἢ 16 παλμοὺς κατὰ δευτερόλεπτον τὸ δὲ ἀνώτατον περὶ τὰς 20 000, μολονότι διάφοροι παρατηρηταὶ ἀναφέρουν πολὺ μεγαλητέρας συχνότητας, μέχρι 40 000 καὶ ἄνω.

Ὅσον ἀφορᾷ τὸν ἀναγκαῖον ἀριθμὸν παλμῶν διὰ νὰ διαμορ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

φωθῇ τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ ὕψους, πειράματα τοῦ Pfaundler φέρουν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι δύο περίοδοι εἶναι ἀρκεταί Ἐννοεῖται ὅμως ὅτι ὅσον περισσότεραι εἶναι αἱ πραγματικῶς διαδεχόμεναι ἀλλήλας περίοδοι, τόσον σαφέστερον διαμορφοῦται τὸ ὕψος τοῦ ἤχου καὶ μὲ 5 ἢ 10 περιόδους τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ ὕψους εἶναι πλέον τελείως διαμορφωμένον.

Εὐκόλως εὑρίσκομεν τώρα καὶ τὸν ἐλάχιστον δυνατὸν χρόνον διαρκείας μουσικοῦ τινος φθόγγου.

Φθόγγος π. χ. συχνότητος 30, τοῦ ὁποίου ἡ περίοδος εἶναι $\frac{1}{30}$ τοῦ δευτερολέπτου, διὰ νὰ διαμορφωθῇ τελείως πρέπει νὰ διαρκέσῃ τουλάχιστον $\frac{1}{30} \times 5 = \frac{1}{6}$ τοῦ δευτερολέπτου. Ἐνῶ φθόγγος συχνότητος 2000 διαμορφώνεται ἐντὸς $\frac{1}{2000} \cdot 5 = \frac{1}{400}$ τοῦ δευτερολ.

ΜΟΥΣΙΚΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ — ΚΛΙΜΑΚΕΣ

§ 313. ***Μουσικὰ διαστήματα.*** Ὀνομάζομεν μουσικὸν διάστημα τὴν σχέσιν τοῦ ὕψους δύο φθόγγων. Ἡ σχέσις αὕτη ὑποκειμενικῶς γίνεται αἰσθητὴ ὡς *διαφορὰ ὕψους*, ἐννοεῖται δὲ ὅτι, ἀφοῦ τὸ ὕψος ἐξαρτᾶται *μόνον* ἐκ τῆς συχνότητος, ἕπεται ὅτι καὶ τὸ διάστημα ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς συχνότητος τῶν δύο φθόγγων, ἡ δὲ πειραματικὴ ἐξέτασις δεικνύει, ὅτι τὸ ὑποκειμενικὸν συναίσθημα τὸ ἀντιστοιχοῦν εἰς μουσικὸν διάστημα ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸν *λόγον* τῶν συχνοτήτων τῶν δύο φθόγγων. Ἀποδεικνύεται τοῦτο π. χ. διὰ δύο ἢ περισσοτέρων τροχῶν τοῦ Savart μὲ διάφορον ἀριθμὸν ὀδόντων, στερεωμένων ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος, ἢ διὰ σειρῆνος Seebeck μὲ πολλὰς σειρὰς ὀπῶν. Ἂν ἀκούσωμεν συγχρόνως ἢ διαδοχικῶς τοὺς φθόγγους τοὺς παραγομένους ἀπὸ δύο διαφόρους τροχοὺς ἢ ἀπὸ δύο διαφόρους σειρὰς ὀπῶν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑποκειμενικὸν συναίσθημα τοῦ διαστήματος εἶναι τὸ αὐτό, οἱαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ περιστροφικὴ ταχύτης τῶν τροχῶν ἢ τοῦ δίσκου, οἱονδήποτε δηλ. καὶ ἂν εἶναι τὸ ἀπόλυτον ὕψος τῶν φθόγγων.

Τὰ μουσικὰ διαστήματα χαρακτηρίζονται λοιπὸν ἀντικειμενικῶς ἀπὸ τοὺς λόγους τῶν συχνοτήτων τῶν μουσικῶν φθόγγων καὶ κατὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γενικὸν κανόνα ἡ σύγχρονος ἀκρόασις δύο φθόγγων εἶναι τόσον περισσότερον εὐχάριστος, τόσον περισσότερον ἁρμονική, ὅσον ἁπλούστερος εἶναι ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων αὐτῶν.

Κλίμακα μουσικὴν καλοῦμεν τὴν καθ' ὡρισμένους νόμους διαδοχὴν μουσικῶν φθόγγων, τοὺς ὁποίους ὀνομάζομεν *βαθμίδας τῆς κλίμακος*.

Προϋποθέτομεν ὡς γνωστὴν τὴν μείζονα διατονικὴν κλίμακα τὴν ἀποτελουμένην ἀπὸ ὀκτὼ φθόγγους, τῶν ὁποίων ὁ ὄγδοος ἔχει διπλασίαν συχνότητα τῆς τοῦ πρώτου, δηλ. τὴν κλίμακα:



Ἰταλικὴ ὀνομασία	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
Γαλλικὴ »	ut	re	mi	fa	sol	la	si	ut
Γερμανικὴ »	C	D	E	F	G	A	H	C
Ἀγγλικὴ »	C	D	E	F	G	A	B	C

Εἰς τὴν Ἑλληνικὴν ἐπεκράτησαν τὰ ἰταλικὰ ὀνόματα τῶν φθόγγων.

Οἱ φθόγγοι ἐξακολουθοῦν ἑκατέρωθεν μὲ τὰ αὐτὰ ὀνόματα, ἀλλὰ συχνότητας 2, 4, 8, 16 φορὰς μεγαλητέρας ἢ μικροτέρας.

Εἰς τὴν κλίμακα ταύτην μόνον τὸ διάστημα , τὸ διάστημα *ὀγδόης*, 2 : 1, εἶναι ἐντελῶς καθωρισμένον. Τὰ λοιπὰ διαστήματα, καὶ ἐπομένως καὶ ἡ ὀξύτης τῶν διαμέσων βαθμίδων ἐν σχέσει πρὸς τὴν πρώτην, τὴν *τονικήν*, ὁρίζονται ἐκ τοῦ νόμου τὸν ὁποῖον θὰ δεχθῶμεν διὰ τὴν κατασκευὴν τῆς κλίμακος.

Τὸ μετὰ τὸ διάστημα ὀγδόης ἁπλούστερον διάστημα εἶναι τὸ 3 : 2, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν διάστημα *πέμπτης*, τὸ διάστημα πρώτης καὶ πέμπτης βαθμίδος τῆς κλίμακος, do - sol. Τὸ διάστημα τοῦτο εἶναι σπουδαιότατον διὰ τὴν ἁρμονικότητά του, ἀλλὰ καὶ διότι ἐχρησίμευσεν ὡς βάσις διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν πρώτων ἑλληνικῶν μουσικῶν κλιμάκων.

§ 314. *Πυθαγόρειος κλῖμαξ*. Ἔστω, εἰς αὐθαιρέτους μονάδας, 1 ἡ συχνότης τῆς πρώτης βαθμίδος τῆς κλίμακος, τοῦ do. Ἡ συχνότης τῆς ὀγδόης βαθμίδος, τοῦ ἄνω do, εἶναι 2 καὶ αἱ συχνότητες τῶν διαμέσων βαθμίδων περιλαμβάνονται μεταξὺ 1 καὶ 2.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Προχωροῦντες ἐκ τῆς πρώτης βαθμίδος κατὰ μίαν πέμπτην εὑρίσκομεν τὸν φθόγγον sol μὲ συχνότητα $1.\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$. Ἂν προχωρήσωμεν κατὰ ἄλλην μίαν πέμπτην εὑρίσκομεν φθόγγον συχνότητος $\frac{3}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{4}>2$ δηλ. ὀξύτερον τοῦ ἄνω do. Διὰ νὰ ἐπανέλθωμεν εἰς τὴν περιοχὴν 1....2 καταβιβάζομεν τὸν φθόγγον κατὰ μίαν ὀγδόην, διαιροῦμεν δηλ. τὴν συχνότητα διὰ 2 καὶ εὑρίσκομεν οὕτω φθόγγον συχνότητος $\frac{9}{4}:2=\frac{9}{8}$, τὸν ὁποῖον ὀνομάζομεν re, τὴν δευτέραν βαθμίδα.

Προχωροῦντες κατὰ μίαν ἄλλην πέμπτην εὑρίσκομεν τὴν ἕκτην βαθμῖδα, τὸν φθόγγον la, συχνότητος $\frac{9}{8}\cdot\frac{3}{2}=\frac{27}{16}$. Ἐκ τούτου προχωροῦντες κατὰ μίαν πέμπτην καὶ ὀπισθοχωροῦντες κατὰ μίαν ὀγδόην εὑρίσκομεν τὸν φθόγγον mi συχνότητος $\frac{27}{16}\cdot\frac{3}{2}:2=\frac{81}{64}$, τὴν τρίτην βαθμίδα. Ἐκ τούτου εὑρίσκομεν τὴν ἑβδόμην βαθμίδα, τὸν φθόγγον si συχνότητος $\frac{81}{64}\cdot\frac{3}{2}=\frac{243}{128}$.

Τέλος κατερχόμενοι ἐκ τῆς πρώτης βαθμῖδος (συχνότης 1) κατὰ μίαν πέμπτην, καὶ ἀνερχόμενοι κατὰ μίαν ὀγδόην, διαιροῦντες δηλ. διὰ $\frac{3}{2}$ καὶ πολλαπλασιάζοντες ἐπὶ 2, εὑρίσκομεν τὴν τετάρτην βαθμίδα fa μὲ συχνότητα

$$\left(1:\frac{3}{2}\right).2=\frac{4}{3}.$$

Οὕτω ἔχομεν τὴν *πυθαγόρειον* λεγομένην μείζονα διατονικὴν κλίμακα μὲ ἑπτὰ βαθμίδας.

Βαθμὶς	1η	2α	3η	4η	5η	6η	7η	8η
	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
Συχνότης	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{81}{64}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{27}{16}$	$\frac{243}{128}$	2
Διάστημα	$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{256}{243}$ ἡμιτ.	$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{256}{243}$ ἡμιτ.	

Εἰς τὴν κλίμακα ταύτην παρουσιάζονται δύο διαστήματα. Τὸ διάστημα $\frac{9}{8}$ τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν τόνον, καὶ τὸ διάστημα $\frac{256}{343}$, τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν ἡμιτόνιον. Δύο ὅμως ἡμιτόνια δὲν ἀποτελοῦν ἀκριβῶς ἕνα τόνον.

Διότι, ἂν ὑψώσωμεν φθόγγον συχνότητος 1 κατὰ δύο ἡμιτόνια, εὑρίσκομεν φθόγγον συχνότητος $\frac{256}{243}\cdot\frac{256}{243}<\frac{9}{8}$, ἤτοι φθόγγον βαρύτερον ἐκείνου τὸν ὁποῖον εὑρίσκομεν ἂν ὑψώσωμεν τὸν ἀρχικὸν κατὰ ἕνα τόνον. Ἀλλ' ἐκτὸς τούτου ἡ Πυθαγόρειος κλῖμαξ ἔχει τὸ ἐλάττωμα ὅτι τὰ διαστήματα 3ης, 6ης καὶ 7ης ἐκφράζονται διὰ πολυπλόκων κλασμάτων.

§ 315. ***Φυσικὴ κλῖμαξ.*** Ἂν ἀντικαταστήσωμεν τὰ διαστήματα $\frac{81}{64}, \frac{27}{16}, \frac{243}{128}$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διὰ τῶν πολὺ πλησιαζόντων πρὸς αὐτὰ ἀλλὰ πολὺ ἁπλουστέρων $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{15}{8}$ λαμβάνομεν τὴν *Φυσικὴν κλίμακα*:

Βαθμὶς	1η	2α	3η	4η	5η	6η	7η	8η
	do	re	mi	fa	sol	la	si	do
Συχνότης	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
Διάστημα		$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{10}{9}$ τόν.	$\frac{16}{15}$ ἡμιτ.	$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{10}{9}$ τόν.	$\frac{9}{8}$ τόν.	$\frac{16}{15}$ ἡμιτ.

Εἰς τὴν φυσικὴν κλίμακα ἔχομεν τρία διαστήματα. Τὸν μέγαν τόνον, $9:8$, τὸν μικρὸν τόνον, $10:9$ καὶ τὸ ἡμιτόνιον, $16:15$. Ὁ μέγας τόνος διαφέρει τοῦ μικροῦ κατὰ τὸ διάστημα $\frac{9}{8}:\frac{10}{9}=\frac{81}{80}=1{,}0125$ τὸ ὁποῖον καλεῖται *συντονικὸν κόμμα*.

Τὸ ἡμιτόνιον τῆς φυσικῆς κλίμακος $\frac{16}{15}$ εἶναι μεγαλήτερον τοῦ ἡμιτονίου τῆς πυθαγορείου $\frac{256}{243}$ καὶ διαφέρει αὐτοῦ κατὰ τὸ διάστημα $\frac{16}{15}:\frac{256}{243}=\frac{81}{80}$ ἤτοι κατὰ ἓν κόμμα.

Δύο ἡμιτόνια ἀποτελοῦν διάστημα $\frac{16}{15}\cdot\frac{16}{15}=\frac{256}{225}>\frac{9}{8}>\frac{10}{9}$, μεγαλήτερον τοῦ τόνου μικροῦ ἢ μεγάλου.

§ 316. ***Χρωματικὴ κλῖμαξ***. Αἱ κλίμακες, Πυθαγόρειος καὶ Φυσική, μὲ τὰς 7 βαθμίδας ἐπαναλαμβανομένας κατὰ μίαν ἢ περισσοτέρας ὀγδόας ὑψηλότερα ἢ χαμηλότερα δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπαρκέσουν εἰς τὰς πολλαπλᾶς ἀνάγκας τῆς σημερινῆς εὐρωπαϊκῆς μουσικῆς. Διὰ τοῦτο αὐξάνομεν τὸ πλῆθος τῶν διαθεσίμων φθόγγων διὰ τῶν λεγομένων *ἀλλοιώσεων*, αἱ ὁποῖαι συνίστανται εἰς τὸ νὰ ἀνυψώνωμεν ἢ καταβιβάζωμεν φθόγγον τινὰ κατὰ ἓν ἡμιτόνιον πολλαπλασιάζοντες τὴν συχνότητα ἐπὶ $\frac{16}{15}$ ἢ $\frac{256}{243}$, ἢ διαιροῦντες διὰ τῶν ἀριθμῶν τούτων.

Ἀντὶ τοῦ λόγου $\frac{256}{243}$ λαμβάνεται πολλάκις ὁ ἁπλούστερος $25:24$, τὸ μικρὸν λεγόμενον ἡμιτόνιον.

Οὕτω π. χ. ἐκ τοῦ φθόγγου sol, ὁ ὁποῖος εἰς αὐθαιρέτους μονάδας ἔχει συχνότητα $\frac{3}{2}$ $\left(\text{do}=1\right)$, λαμβάνομεν τοὺς φθόγγους:

sol δίεσιν $\left(\text{sol}\,\sharp\right)$ $\frac{3}{2}\times\frac{16}{15}=\frac{16}{10}$ καὶ sol ὕφεσιν $(\text{sol}\,\flat)$ $\frac{3}{2}:\frac{16}{15}=\frac{45}{32}$ ἢ, ἂν μεταχειρισθῶμεν τὸ μικρὸν ἡμιτόνιον,

$$\frac{3}{2}\cdot\frac{25}{24}=\frac{25}{16} \quad \text{καὶ} \quad \frac{3}{2}:\frac{25}{24}=\frac{36}{25}.$$

Ἂν λοιπὸν εἰς τὴν φυσικὴν κλίμακα ὑψώσωμεν καὶ ταπεινώσωμεν ἑκάστην βαθμίδα κατὰ ἓν μικρὸν ἡμιτόνιον $(25:24)$, λαμβάνομεν κλίμακα μὲ 21 βαθμίδας, τὴν πλήρη χρωματικὴν φυσικὴν κλίμακα. (Πρβλ. τὸν πίνακα τῆς σελ. 327).

Αἱ ἀλλοιώσεις καθίστανται ἀναγκαῖαι διότι εἰς τὴν νεωτέραν εὐρωπαϊκὴν μουσικὴν ἀλλάσσει συχνότατα ὁ φθόγγος ἀπὸ τοῦ ὁποίου ἄρχεται ἡ κλῖμαξ, καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μάλιστα κάθε φθόγγος πρέπει νὰ δύναται νὰ χρησιμεύσῃ ὡς ἀρχὴ κλίμακος.

Δυστυχῶς εἶναι ἀδύνατον μεταχειριζόμενοι ὡς βασιν διὰ τὴν κατασκευὴν τῶν κλιμάκων οἱονδήποτε ἁρμονικὸν διάστημα νὰ ἐπιτύχωμεν πλῆρες σύστημα ἀποτελούμενον ἀπὸ *πεπερασμένον* ἀριθμὸν φθόγγων, τοιοῦτον, ὥστε ὅλοι οἱ φθόγγοι τοὺς ὁποίους εὑρίσκομεν δι' ἀλλοιώσεως τῶν φθόγγων τοῦ συστήματος καθὼς καὶ ὅλοι οἱ φθόγγοι τοὺς ὁποίους εὑρίσκομεν λαμβάνοντες ὡς ἀρχὴν τῆς κλίμακος οἱονδήποτε ἐκ τῶν φθόγγων τοῦ συστήματος νὰ ἀνήκουν εἰς τὸ σύστημα.

Ἡ εὕρεσις τοιούτου *κλειστοῦ* ἢ πεπερασμένου συστήματος εἶναι ἀδύνατος.

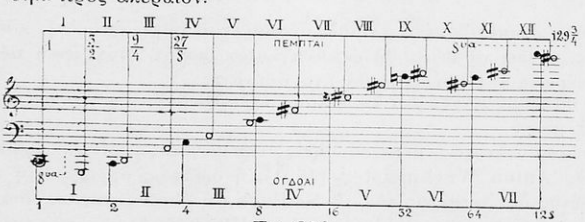
Οὕτω π. χ, ἂν θέσωμεν 1 τὴν συχνότητα τοῦ do, ὁ φθόγγος la, ἡ ἕκτη βαθμίς, ἔχει εἰς τὴν φυσικὴν κλίμακα τὴν συχνότητα $\frac{5}{3} = 1{,}6666\ \ldots$

Ἂν ὡς ἀρχὴν τῆς κλίμακος λάβωμεν τὸ re $\left(\frac{9}{8}\right)$, τὸ la, τὸ ὁποῖον εἶναι τώρα ἡ πέμπτη βαθμίς, θὰ ἔχῃ συχνότητα

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{3}{2} = \frac{27}{16} = 1{,}6875$$

Εἶναι λοιπὸν τὸ la τῆς κλίμακος do διάφορον τοῦ la τῆς κλίμακος re.

Ἀλλὰ καὶ ἂν λάβωμεν ὡς βάσιν τὸν πυθαγόρειον τρόπον τοῦ σχηματισμοῦ τῶν κλιμάκων, κατὰ τὸν ὁποῖον μόνον δύο διαστήματα μετεχειριζόμεθα, τὸ διάστημα τῆς ὀγδόης, 2:1, καὶ τὸ διάστημα τῆς πέμπτης, 3:2, βλέπομεν ἀμέσως ὅτι εἶναι ἀδύνατον προχωροῦντες ἀπό τινος φθόγγου κατὰ πέμπτας νὰ εὕρωμεν φθόγγον παραγόμενον ἐκ τοῦ ἀρχικοῦ διὰ τῆς ἐπαναλήψεως τοῦ διαστήματος τῆς ὀγδόης. Καὶ τοῦτο διότι κατὰ γνωστὸν θεώρημα τῆς ἀριθμητικῆς εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑπάρξῃ δύναμις τοῦ ἀναγώγου κλάσματος $\frac{3}{2}$ ἴση πρὸς δύναμιν τοῦ 2, δηλ. πρὸς ἀκέραιον.



Σχ. 250.

Οὕτω ἀναχωροῦντες ἀπὸ φθόγγου τινός, do, τοῦ ὁποίου τὴν συχνότητα θέτομεν 1, καὶ προχωροῦντες κατὰ 7 ὀγδόας εὑρίσκομεν 7 ἄλλα do μὲ συχνότητας 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 $= 2^7$. Προχωροῦντες δὲ ἐκ τοῦ αὐτοῦ do κατὰ 12 πέμπτας εὑρίσκομέν κατὰ σειρὰν τοὺς φθόγγους:

do (1), sol $\left(\frac{3}{2}\right)$, re $\left(\frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}\right)$, la $\left(\frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}\right)$, mi $\left(\frac{3^4}{2^4}\right)$,

si $\left(\frac{3^5}{2^5}\right)$, fa $\left(\frac{3^6}{2^6}\right)$, do♯ $\left(\frac{3^7}{2^7}\right)$, sol ♯ $\left(\frac{3^8}{2^8}\right)$, re ♯ $\left(\frac{3^9}{2^9}\right)$,

la ♯ $\left(\frac{3^{10}}{2^{10}}\right)$, mi ♯ $\left(\frac{3^{11}}{2^{11}}\right)$, si ♯ $\left(\frac{3^{12}}{2^{12}} = \frac{531441}{4096} = 129{,}74633\ldots\ldots\right)$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ φθόγγος si ♯ ὁ ὁποῖος ὡς κατὰ ἡμιτόνιον ὀξύτερος τοῦ si θὰ ἔπρεπε νὰ συμπίπτῃ μὲ τὸν do, εἶναι πράγματι ὀξύτερος αὐτοῦ καὶ τὸ διάστημα

$$\text{do} - \text{si}\,\sharp = \frac{129{,}746}{128} = 1{,}013643\ldots.$$

εἶναι μεγαλήτερον τοῦ κόμματος, 1,0125.

Ὁ κύκλος τῶν πέμπτων δὲν εἶναι λοιπὸν κλειστός, δηλ. 12 πέμπται δὲν ἰσοδυναμοῦν πρὸς 7 ὀγδόας. Προχωροῦντες κατὰ πέμπτας εὑρίσκομεν διαρκῶς νέους φθόγγους.

Ἀλλ' ἡ μουσική, καὶ μάλιστα ἡ ὀργανική, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιήσῃ παρὰ πεπερασμένον ἀριθμὸν φθόγγων. Διὰ τοῦτο πρέπει νὰ γίνῃ κατ' ἀνάγκην κάποιος συμβιβασμὸς καὶ μὲ μικρὰν παραφωνίαν νὰ ἐπιτευχθῇ *κλειστὸν* σύστημα περιλαμβάνον μικρὸν ἀριθμὸν φθόγγων.

§ 317. ***Συγκεκραμένη κλῖμαξ.*** Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ Πυθαγόρειος καὶ ἡ Φυσικὴ κλῖμαξ περιέχουν 5 τόνους καὶ 2 ἡμιτόνια. Ἂν λοιπὸν θεωρήσωμεν ὅλους τοὺς τόνους ἴσους πρὸς ἀλλήλους, καὶ ἕκαστον τόνον ἴσον πρὸς δύο ἡμιτόνια, ἔχομεν εἰς μιαν ὀγδόην 12 ἡμιτόνια. Ἑπομένως τὸ ἡμιτόνιον εἶναι τὸ δωδέκατον τῆς ὀγδόης, πρέπει δηλ. ὁ λόγος x ὁ χαρακτηρίζων τὸ ἡμιτόνιον ὑψούμενος εἰς τὴν 12ην δύναμιν νὰ δίδῃ τὸν λόγον 2, τὸν χαρακτηριστικὸν τῆς ὀγδόης. Ἤτοι εἶναι $x^{12} = 2$

$$x = \sqrt[12]{2} = 1{,}0594$$

Ὁ τόνος ἰσοῦται πρὸς δύο ἡμιτόνια καὶ ἑπομένως χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὸν λόγον:

$$x^2 = (\sqrt[12]{2})^2 = \sqrt[6]{2} = 1{,}1225$$

Ἡ οὕτω σχηματιζομένη κλῖμαξ ὀνομάζεται συγκεκραμένη καί, μολονότι παράφωνος, πρέπει νὰ θεωρηθῇ ὡς ἀναγκαῖον κακόν, διότι ἄνευ αὐτῆς ἡ ἐξέλιξις τῆς εὐρωπαϊκῆς μουσικῆς θὰ ἦτο ἀδύνατος.

Ἡ συγκεκραμένη χρωματικὴ κλῖμαξ ἔχει 12 βαθμῖδας, ὅλας ἴσον ἀπεχούσας ἀπ' ἀλλήλων.

Ὁ πρῶτος ἐπιτυχῶς μεταχειρισθεὶς τὴν συγκεκραμένην κλίμακα εἶναι ὁ ὀργανοποιὸς Anton Werkmeister (1691), ἡ διάδοσις ὅμως καὶ ἡ κοινὴ ἀναγνώρισις αὐτῆς ὀφείλεται εἰς τὸν J. S. Bach, ὁ ὁποῖος κυρίως διὰ τοῦ περιφήμου αὐτοῦ ἔργου, Das wohltemperirte Klavier, ἔδειξε τὴν μεγάλην πλαστικότητα τοῦ συστήματος καὶ συνετέλεσε τὰ μέγιστα εἰς τὴν ἐπικράτησιν αὐτοῦ.

Ὁ ἀπέναντι πίναξ ἐπιτρέπει τὴν σύγκρισιν τῆς συγκεκραμένης κλίμακος πρὸς τὴν Πυθαγόρειον καὶ τὴν Φυσικήν.

§ 318. ***Μείζων καὶ ἐλάσσων κλῖμαξ.*** Ἐκτὸς τῆς μείζονος διατονικῆς κλίμακος, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὰ ἡμιτόνια μεταξὺ τρίτης — τετάρτης καὶ ἑβδόμης — ὀγδόης βαθμίδος, εἰς τὴν νεωτέραν μουσικὴν γίνεται χρῆσις καὶ τῆς ἐλάσσονος λεγομένης κλίμακος, ἡ ὁποία χαρακτηρίζεται ὑπὸ ἡμιτονίου μεταξὺ δευτέρας — τρίτης βαθμίδος καὶ τόνου μεταξὺ τρίτης — τετάρτης. Τὸ διάστημα πρώτης — τρίτης βαθμίδος εἶναι εἰς τὴν φυσικὴν ἐλάσσονα κλίμακα ἴσον πρὸς 6 : 5 (μικρὰ τρίτη) ἀντὶ 5 : 4.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Πίναξ τῶν μουσικῶν διαστημάτων.

Φθόγγος	Ὄνομα διαστήματος πρὸς τὴν πρώτην βαθμίδα		Κλῖμαξ		
			Φυσικὴ	Πυθαγόρειος	Συγκεκραμένη
do	Πρώτη		1 : 1=1,000	1,000	1,000
do ♯	»	ηὐξημένη	25:24=1,042		1,059
re ♭	Δευτέρα	μικρὰ	27:25=1,080		
re	»	μεγάλη	9 : 8=1,125	9 : 8=1,125	1,122
re ♯	»	ηὐξημένη	75:64=1,172		1,189
mi ♭	Τρίτη	μικρὰ	6 : 5=1,200		
mi	»	μεγάλη	5 : 4=1,250	81:64=1,1266	1,260
fa ♭	Τετάρτη	ἠλαττωμένη	32:25=1,280		
mi ♯	Τρίτη	ηὐξημένη	125:96=1,302		1,335
fa	Τετάρτη	καθαρὰ	4 : 3=1,333	4 : 3=1,333	
fa ♯	»	ηὐξημένη	25:18=1,389		1,414
sol ♭	Πέμπτη	ἠλαττωμένη	36:25=1,440		
sol	»	καθαρὰ	3 : 2=1,500	3 : 2=1,500	1,498
sol ♯	»	ηὐξημένη	25:16=1,562		1,587
la ♭	Ἕκτη	μικρὰ	8 : 5=1,600		
la	»	μεγάλη	5 : 3=1,667	27:16=1,687	1,682
la ♯	»	ηὐξημένη	125:72=1,736		1,782
si ♭	Ἑβδόμη	μικρὰ	9 : 5=1,800		
si	»	μεγάλη	15 : 8=1,875	243:128=1,900	1,888
do ♭	Ὀγδόη	ἠλαττωμένη	48:25=1,920		
si ♯	Ἑβδόμη	ηὐξημένη	125:64=1,953		2,000
do	Ὀγδόη		2 : 1=2,000	2,000	

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὴν *ἁρμονικὴν* ἐλάσσονα κλίμακα ἔχομεν ἀκόμη ἡμιτόνιον μεταξὺ 5ης καὶ 6ης βαθμίδος καὶ ἕνα καὶ ἥμισυν τόνον μεταξὺ 6ης καὶ 7ης. Οὕτω ἡ φυσικὴ ἁρμονικὴ ἐλάσσων κλῖμαξ do ἀποτελεῖται ἀπὸ τὰς ἑξῆς βαθμίδας:

Βαθμὶς	1η	2α	3η	4η	5η	6η	7η	8η
	do	re	mi♭	fa	sol	la♭	si	do
Συχνότης	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{15}{8}$	2
Διάστημα		$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{75}{64}$	$\frac{16}{15}$
		τόν.	ἡμιτ.	τόν.	τόν.	ἡμιτ.	$1^1/_2$ τόν.	ἡμιτ.

Ἐκτὸς δὲ τῆς ἁρμονικῆς εἶναι ἐν χρήσει καὶ ἡ *μελῳδικὴ* λεγομένη ἐλάσσων κλῖμαξ, διαφέρουσα τῆς προηγουμένης κατὰ τοῦτο, ὅτι κατὰ μὲν τὴν ἄνοδον ἔχομεν τόνους μεταξὺ 5ης καὶ 6ης καθὼς καὶ 6ης καὶ 7ης βοημίδος, ἡμιτόνιον δὲ μεταξὺ 7ης καὶ 8ης, κατὰ δὲ τὴν κάθοδον τόνους μὲν μεταξὺ 8ης καὶ 7ης ὡς καὶ 7ης καὶ 6ης ἡμιτόνιον δὲ μεταξὺ 6ης καὶ 5ης.

Αἱ συχνότητες λοιπὸν τῶν βαθμίδων τῆς μελῳδικῆς ἐλάσσονος κλίμακος do εἶναι αἱ ἑξῆς:

Βαθμὶς	1η	2α	3η	4η	5η	6η	7η	8η
Ἀνοδοῦσα κλῖμαξ	do	re	mi♭	fa	sol	la	si	do
	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
Διάστημα		$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$
		τόν.	ἡμιτ.	τόν.	τόν.	τόν.	τόν.	ἡμιτ.

Βαθμὶς	8η	7η	6η	5η	4η	3η	2α	1η
Κατιοῦσα κλῖμαξ	do	si♭	la♭	sol	fa	mi♭	re	do
	2	$\frac{9}{5}$	$\frac{8}{5}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{9}{8}$	1
Διάστημα		$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$
		τόν.	τόν.	ἡμιτ.	τόν.	τόν.	τόν.	ἡμιτ.

Ἡ ἐξέτασις τῶν κλιμάκων τῆς ἀρχαίας Ἑλληνικῆς καὶ τῆς Βυζαντινῆς μουσικῆς καθὼς καὶ τῶν λοιπῶν ξένων πρὸς τὴν Εὐρωπαϊκὴν μουσικὴν συγχρόνων κλιμάκων θὰ ἐξήρχετο τῶν ὁρίων τοῦ παρόντος βιβλίου.

§ 319. ***Ἀπόλυτον ὕψος τῶν μουσικῶν φθόγγων.*** Μολονότι διὰ τὴν μουσικὴν ἔχουν σημασίαν κυρίως τὰ μουσικὰ διαστήματα, οἱ λόγοι δηλ. τῶν συχνοτήτων τῶν μουσικῶν φθόγγων, εἶναι ἐν τούτοις ἀνάγκη νὰ ὁρισθῇ καὶ ἡ ἀπόλυτος συχνότης τῶν εἰς ὡρισμένα μουσικὰ σύμβολα ἀντιστοιχούντων φθόγγων. Ἡ ἀντιστοιχία αὕτη ἦτο πρότερον διάφορος εἰς διαφόρους τόπους καὶ κατὰ διαφόρους χρό-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νους. Ἐν γένει δὲ ἐπεκράτει τάσις πρὸς ἀνύψωσιν τῶν φθόγγων τὸ μὲν ἕνεκα τῆς φιλοδοξίας τῶν ψαλτῶν καὶ ἀοιδῶν, οἵ ὁποῖοι ἤθελον μὲ ὅσον τὸ δυνατὸν ὑψηλοὺς φθόγγους νὰ ἐπιδεικνύουν τὴν φωνήν των, τὸ δὲ διότι, καθὼς κατωτέρω θὰ ἴδωμεν, δι' ὀξεῖς φθόγγους χρειάζονται μικροὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες καὶ ἑπομένως ἡ κατασκευὴ τῶν ἐκκλησιαστικῶν ὀργάνων γίνεται τόσον εὐθηνοτέρα ὅσον οἱ φθόγγοι εἶναι ὑψηλότεροι.

Διὰ τοῦτο εἰδικὸν συνέδριον συνελθὸν τὸ 1885 εἰς τὴν Βιέννην ὥρισε τὸ ὕψος τοῦ la εἰς 435 πλήρεις παλμοὺς (870 ἁπλοῦς παλμοὺς) κατὰ δευτερόλεπτον.

Οὕτω ἡ πραγματικὴ συχνότης τῶν φθόγγων τῆς κλίμακος εἶναι εἰς τὴν συγκεκραμένην μείζονα διατονικὴν κλίμακα:

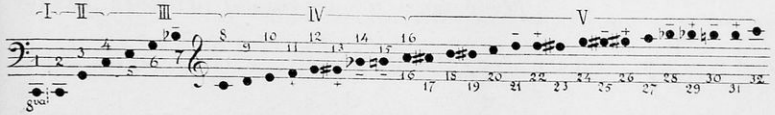
do	258,62	sol	387,41
re	290,17	la	435,00
mi	325,86	si	488,28
fa	345,26	do	517,24

Οἱ εἰς τὰς λοιπὰς ὀγδόας ἀντιστοιχοῦντες ὁμώνυμοι φθόγγοι εὑρίσκονται ἐκ τῶν ἀνωτέρω διὰ πολλαπλασιασμοῦ ἢ διαιρέσεως μὲ δυνάμεις τοῦ 2. Οὕτω οἱ διαδοχικοὶ φθόγγοι do ἔχουν τὰς συχνότητας:

16,16 32,33 64,66 129,31 258,62 517,24 κ.λ.

Τὰ εἰς τὰς φυσικὰς ἐρεύνας χρησιμεύοντα διαπασῶν τὰ φέροντα τὸ σύμβολον do ἔχουν συνήθως συχνότητα κάπως διάφορον δηλ. 16 32 64 128 256 512 κ.λ. Οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι ἔχουν τὸ προτέρημα ὅτι εἶναι δυνάμεις τοῦ 2.

§ 320. ***Ἁρμονικοὶ φθόγγοι.*** Ὀνομάζομεν ἁρμονικοὺς τοὺς



Σχ. 258.

φθόγγους, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἶναι ὡς οἱ ἀκέραιοι ἀριθμοὶ 1, 2, 3, 4, 5 . . . . Ὁ βαρύτατος τῶν φθόγγων, ὁ πρῶτος τῆς σειρᾶς, ὀνομάζεται καὶ *θεμελιώδης*, οἱ δὲ λοιποὶ δεύτερος ἁρμονικός, τρίτος ἁρμονικὸς κ.λ. Ὁ ἁρμονικὸς νῆς τάξεως ἔχει συχνότητα ν φορὰς μεγαλητέραν τῆς τοῦ θεμελιώδους.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὸν πίνακα σχ. 258 ἀναγράφονται οἱ πρῶτοι ἁρμονικοὶ οἱ ἀντιστοιχοῦντες εἰς θεμελιώδη φθόγγον do.

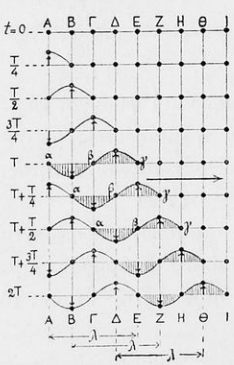
Οἱ φθόγγοι οἱ σημειούμενοι διὰ τῶν σημείων — ἢ + δὲν ἀνήκουν εἰς τὴν χρωματικὴν φυσικὴν κλίμακα τὴν ἔχουσαν ὡς πρώτην βαθμίδα τὸν θεμελιώδη φθόγγον τῆς σειρᾶς ἀλλ' εἶναι πραγματικῶς κατά τι χαμηλότεροι (—) ἢ ὑψηλότεροι (+) τοῦ εἰς τὸ σύμβολον ἀντιστοιχοῦντος φθόγγου.

Παρατηροῦμεν ὅτι ὅσον ὁ αὔξων ἀριθμὸς εἶναι μεγαλήτερος, τόσον πλησιέστερον εὑρίσκονται οἱ ἁρμονικοὶ πρὸς ἀλλήλους.

Ἐνῷ ὁ πρῶτος καὶ ὁ δεύτερος ἀπέχουν ἀλλήλων κατὰ μίαν ὀγδόην, εἰς τὴν περιοχὴν τῆς πέμπτης ὀγδόης ἔχομεν τοὺς ἁρμονικοὺς (16—32) τόσον πλησίον ἀλλήλων ὥστε, μὲ μικρὰς παραφωνίας, ἀποτελεῖται ὁλόκληρος ἡ χρωματικὴ κλῖμαξ.

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΚΥΜΑΤΩΝ

§ 321. Ὅταν εἷς τι σημεῖον ἐλαστικοῦ μέσου προκληθῇ περιοδικὴ μεταβολή, ἡ μεταβολὴ αὕτη μεταδίδεται καὶ εἰς τὰ ἀμέσως γειτονικὰ σημεῖα, ἐκ τούτων εἰς τὰ ἀμέσως ἑπόμενα καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἐπειδὴ δὲ τὸ ἀποτέλεσμα ὑπολείπεται πάντοτε κατά τι χρονικῶς τοῦ αἰτίου, ἡ φάσις τῆς περιοδικῆς μεταβολῆς ὑπολείπεται καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἕδραν τῆς ἀρχικῆς περιοδικῆς μεταβολῆς.



Σχ. 259.

Ἔστω π. χ. (σχ. 259), τὸ σημεῖον Α, εἰς τὸ ὁποῖον ἄρχεται κατὰ τὸν χρόνον $t=0$ ἁπλῆ περιοδικὴ μεταβολή, τὴν ὁποίαν παριστῶμεν γραφικῶς διὰ βέλους καὶ τῆς ὁποίας ἡ περίοδος εἶναι Τ. Εἰς τὸν χρόνον $t=0$ δὲν ὑπάρχει ἀκόμη καμμία μεταβολή. Εἰς τὸν χρόνον $\frac{T}{4}$ ἡ μεταβολὴ ἔχει φθάσῃ εἰς τὴν μεγίστην αὐτῆς τιμὴν κατὰ μίαν φορὰν (βέλος πρὸς τὰ ἐπάνω), εἰς τὸν χρόνον $\frac{T}{2}$ ἔχομεν ἐπάνοδον εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν (μῆκος τοῦ βέλους $=0$), εἰς τὸν χρόνον $\frac{3T}{4}$, μετὰ πάροδον δηλ. $\frac{3}{4}$ τῆς περιόδου, ἡ μεταβολὴ ἔχει τὴν μεγίστην αὐτῆς τιμὴν κατὰ φορὰν ἀντίθετον (βέλος πρὸς τὰ κάτω), εἰς τὸν χρόνον $t=T$, μετὰ πάροδον δηλ. μιᾶς ὁλοκλήρου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

περιόδου, ἔχομεν πάλιν τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν (βέλος μηδὲν) καὶ τὸ φαινόμενον ἐπαναλαμβάνεται ἐντελῶς ὅμοιον εἰς τοὺς χρόνους $T+\frac{T}{4}$, $T+\frac{T}{2}$ κ. λ. ἂν ἡ μεταβολὴ εἶναι ἀμείωτος ἢ μὲ βαθμιαίαν ἐλάττωσιν τοῦ πλάτους τῆς μεταβολῆς, ἂν πρόκειται περὶ *φθινούσης* περιοδικῆς μεταβολῆς.

Ἐκ τοῦ σημείου Α ἡ μεταβολὴ μεταδίδεται εἰς τὸ γειτονικὸν σημεῖον Β, ἀλλὰ μὲ ὑστέρησιν εἰς τὴν φάσιν. Ἔστω ὅτι εἰς τὸ Β *ἀρχίζει* ἡ μεταβολή, ὅταν εἰς τὸ Α ἔχῃ ἤδη φθάσῃ τὴν μεγίστην αὐτῆς τιμήν, δηλ. εἰς τὸν χρόνον $\frac{T}{4}$. Τὸ μέγιστον τῆς μεταβολῆς εἰς τὸ σημεῖον Β θὰ εἶναι λοιπὸν εἰς τὸν χρόνον $\frac{T}{2}$, δηλ. ὅταν εἰς τὸ Α ἤδη ἔχομεν ἐπάνοδον εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ἡ μεταβολὴ δηλ. εἰς τὸ Β ὑπολείπεται τῆς τοῦ Α κατὰ $\frac{1}{4}$ περιόδου, ἡ φάσις δηλ. εἰς τὸ Β ὑπολείπεται κατὰ 90^0 τῆς φάσεως τῆς μεταβολῆς εἰς τὸ Α.

Εἰς τὸ σημεῖον Γ, ἀπέχον τοῦ Β ὅσον τὸ Β ἀπὸ τοῦ Α, ἡ ἀρχὴ τῆς μεταβολῆς θὰ γίνῃ $\frac{1}{4}$ περιόδου μετὰ τὸ Β ἤτοι ἡμίσειαν περίοδον μετὰ τὸ Α καὶ ἡ φάσις τῆς κινήσεως θὰ ὑπολείπεται κατὰ 90^0 τῆς τοῦ Β καὶ κατὰ 180^0 τῆς τοῦ Α. Εὐκόλως δὲ ἐννοοῦμεν τί συμβαίνει εἰς τὰ σημεῖα Δ, Ε, Ζ κ. λ.

Ἔχομεν λοιπὸν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ χώρου *χρονικῶς* περιοδικὴν μεταβολήν. Ἀλλὰ καὶ ἂν θεωρήσωμεν τὸ σύνολον τῶν σημείων Α, Β, Γ, Δ, ... εἰς μίαν ὡρισμένην χρονικὴν στιγμήν, π. χ. τὴν στιγμὴν $t = T + \frac{T}{2}$ παρατηροῦμεν *τοπικῶς* περιοδικὴν μεταβολήν. Αἱ δὲ φάσεις τῆς μεταβολῆς ταύτης προχωροῦν ἀπὸ τοῦ Α εἰς τὸ Β, ἀπὸ τούτου εἰς τὸ Γ, Δ, Ε κ. λ. καθ' ὅσον παρέρχεται ὁ χρόνος.

Ἡ γραμμὴ δηλ. α β γ, ἡ συμβολίζουσα τὴν κατάστασιν τοῦ χώρου καὶ ἡ ὁποία κατὰ τὸν χρόνον Τ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Α Ε, μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου μεταβαίνει εἰς τὰς θέσεις ΒΖ, ΓΗ, ΔΘ κ. λ. π. προχωρεῖ δηλ. κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὴν τοιαύτην τοπικὴν καὶ χρονικὴν περιοδικὴν μεταβολήν, τῆς ὁποίας αἱ φάσεις μετατίθενται τοπικῶς, καθ' ὅσον παρέρχεται ὁ χρόνος, ὀνομάζομεν κῦμα.

Ἐκ τῆς γραφικῆς παραστάσεως τοῦ σχ. 259 προέκυψαν ὅροι τινές, τοὺς ὁποίους χρησιμοποιοῦμεν ὁσάκις ὁμιλοῦμεν περὶ κυμάτων. Οὕτω λέγομεν ὅτι εἰς τὸν χρόνον 2T ἔχομεν μεταξὺ Α καὶ Γ κοιλάδα, μεταξὺ Γ καὶ Ε ὄρος τοῦ κύματος. Εἰς τὸ Δ ἔχομεν τὴν κορυφὴν τοῦ ὄρους. Οἱ ὅροι οὗτοι εἶναι καθαρῶς συμβολικοί.

Τὸ ὄρος καὶ ἡ κοιλὰς ἀποτελοῦν τὰ δύο ἡμικύματα, τὰ δὲ δύο μαζὶ ἓν κῦμα.

Ὅταν λέγωμεν ὅτι τὸ κῦμα προχωρεῖ, ἐννοοῦμεν ὅτι ἡ κατανομὴ τῶν φάσεων εἰς τὸν χῶρον μετατίθεται, *χωρὶς αὕτη νὰ συνοδεύεται ἀπὸ συνεχῆ ροὴν τοῦ μέσου κατὰ τὴν φορὰν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος.*

Μόνον ροὴν ἐνεργείας ἔχομεν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς προχωρήσεως τοῦ κύματος.

Ἡ ἀπόστασις δύο πλησιεστάτων σημείων τοῦ χώρου, εἰς τὰ ὁποῖα ἡ φάσις τῆς μεταβολῆς εἶναι ἡ αὐτή, ὀνομάζεται *μῆκος* τοῦ κύματος. Εἰς τὸ σχ. 259 τὸ μῆκος κύματος λ εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἀπόστασιν ΑΕ ἢ ΒΖ ἢ ΔΘ διότι εἰς τὰ σημεῖα ταῦτα ἀνὰ δύο ἡ φάσις εἶναι ἡ αὐτή, καὶ δὲν ὑπάρχει μεταξύ των κανὲν ἄλλο εἰς τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι ἡ φάσις ἐπίσης ἡ αὐτή.

Ταχύτητα τοῦ κύματος ὀνομάζομεν τὴν ταχύτητα τῆς διαδόσεως τῶν φάσεων τῆς περιοδικῆς μεταβολῆς, δηλ. τὸ πηλίκον τοῦ διαστήματος κατὰ τὸ ὁποῖον προχωρεῖ ἡ φάσις διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου. (Σημειωτέον ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ μετώπου τοῦ κύματος εἶναι πολλάκις διάφορος τῆς ταχύτητος τῶν φάσεων, ἀλλ' ἡ ἔρευνα τοῦ ζητήματος τούτου θὰ παρεῖλκε).

Ἐκ τῶν σχ. 259 καὶ 260 βλέπομεν ἀμέσως ὅτι εἰς τὸν χρόνον Τ μιᾶς περιόδου ἡ φάσις προχωρεῖ κατὰ ἓν μῆκος κύματος λ. Ἑπομένως, ἂν ὀνομάσωμεν c τὴν ταχύτητα, θὰ εἶναι

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad \text{ἢ} \quad \lambda = cT \tag{1}$$

Ἡ συχνότης ν εἶναι ὡς γνωστὸν (§ 35) τὸ ἀντίστροφον τῆς περιό-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δου, ἑπομένως ἀντὶ τῶν ἀνωτέρω ἐξισώσεων ἠμποροῦμεν νὰ γράψωμεν :

$$c = \nu\lambda \tag{2}$$

Αἱ ἐξισώσεις αὗται εἶναι θεμελιώδεις.

§ 322. ***Διάδοσις τοῦ ἤχου ἐντὸς ἰσοτρόπου ἐλαστικοῦ μέσου.*** Θεωροῦμεν μέσον ἐλαστικὸν ὁμογενὲς καὶ ἰσότροπον, τοιοῦτον δηλ. ὥστε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα του καὶ καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις αἱ ἐλαστικαὶ καὶ λοιπαὶ ἰδιότητες νὰ εἶναι αἱ αὐταί, καὶ ἔστω ἐντὸς αὐτοῦ σῶμα παλλόμενον.

Τὸ παλλόμενον σῶμα μεταδίδει τὴν κίνησιν εἰς τὰ ἀμέσως γειτονεύοντα μέρη τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, ἐπειδὴ ὅμως τὰ ὀλίγον ἀπώτερα ἕνεκα τῆς ἀδρανείας δὲν παρακολουθοῦν ἀμέσως τὴν κίνησιν, ἔχομεν ὡς ἀποτέλεσμα εἰς τὴν ἄμεσον γειτονίαν τοῦ παλλομένου σώματος ἐλλασσομένας συμπυκνώσεις καὶ ἀραιώσεις τοῦ ἐλαστικοῦ περιβάλλοντος, ἄρα περιοδικὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως, καὶ ἑπομένως καὶ τῆς πυκνότητος, αἱ ὁποῖαι θὰ μεταδοθοῦν εἰς τὸ περιβάλλον ὑπὸ μορφὴν κυμάτων.

Θὰ ἔχωμεν δηλ. εἰς τὸν πέριξ χῶρον ἐναλλασσόμενα στρώματα μὲ πυκνότητα μεγαλητέραν ἢ μικροτέραν τῆς κανονικῆς πυκνότητος τοῦ περιβάλλοντος. Εἰς τὰ ὄρη τῆς συμβολικῆς εἰκόνος τοῦ κύματος ἀντιστοιχοῦν τὰ πυκνώματα, εἰς τὰς κοιλάδας τὰ ἀραιώματα. Μῆκος κύματος εἶναι ἡ ἀπόστασις (κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀπὸ τοῦ παλλομένου σώματος ἀγομένης ἀκτῖνος) δύο διαδοχικῶν πυκνωμάτων.

Ἂν τὸ παλλόμενον σῶμα εἶναι μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὸ μῆκος τοῦ κύματος, ἐπειδὴ ἡ ταχύτης διαδόσεως τῶν φάσεων εἶναι ἡ αὐτὴ καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις, τὰ σημεῖα τὰ ἔχοντα τὴν αὐτὴν φάσιν εὑρίσκονται ἐπὶ σφαιρικῶν συγκεντρικῶν ἐπιφανειῶν. Τοῦτο ἐκφράζομεν λέγοντες ὅτι τὰ κύματα εἶναι σφαιρικά. Τὰ πυκνώματα δηλ. καὶ ἀραιώματα ἀποτελοῦν συγκεντρικὰς σφαιρικὰς στιβάδας.

Ἂν ἡ ἀπόστασις ἀπὸ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς εἶναι μεγάλη ἐν σχέσει πρὸς τὰς διαστάσεις τοῦ θεωρουμένου μέρους τοῦ χώρου, ἠμποροῦμεν κατὰ μεγίστην προσέγγισιν νὰ θεωρήσωμεν τὰς ἰσοφασικὰς ἐπιφανείας ὡς ἐπίπεδα

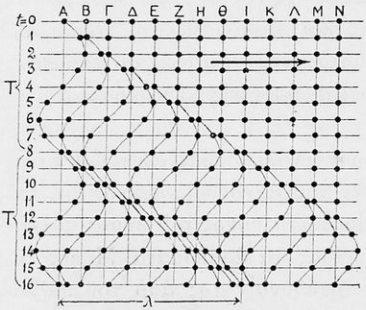
Ὅταν τοιαῦτα ἐναλλασσόμενα πυκνώματα καὶ ἀραιώματα τοῦ ἀέρος προσπέσουν εἰς τὸ οὖς ἡμῶν, ἀντιλαμβανόμεθα, ἂν ἡ συχνό-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

της περιλαμβάνεται μεταξὺ τῶν εἰς τὴν § 312 ὁρισθέντων ὁρίων, τὸ αἴσθημα τοῦ ἤχου.

Ἐννοεῖται ὅτι ἐντελῶς ὅμοιος εἶναι ὁ μηχανισμὸς τῆς παραγωγῆς καὶ διαδόσεως τῶν ἠχητικῶν κυμάτων ὅταν πηγὴ τοῦ ἤχου δὲν εἶναι παλλόμενον σῶμα, ἀλλὰ διακοπτόμενον καὶ ἀποκαθιστάμενον περιοδικῶς ρεῦμα, ὅπως π. χ. εἰς τὴν σειρῆνα.

Κατὰ τὴν διάδοσιν τῶν ἠχητικῶν κυμάτων τὰ μόρια ἢ τά, ὁπωσδήποτε καὶ ἂν ὀνομάσωμεν αὐτά, συστατικὰ τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου πάλλονται περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἠχητικῆς ἀκτῖνος. Ἑπομένως δὲν ἔχομεν ροὴν ὕλης ἀλλὰ μόνον προχώρησιν τῶν πυκνωμάτων καὶ ἀραιωμάτων. Εἰς τὸ σχ. 260 παρίστανται αἱ θέσεις τῶν μορίων A, B, Γ.... Κ κατὰ τοὺς διαδοχικοὺς χρόνους 0, 1, 2.... Παρατηροῦμεν ὅτι ἐνῶ κατὰ τὸν χρόνον 3 π. χ. τὰ μόρια ΒΓΔ εἶναι πλησίον ἀλλήλων, κατὰ τὸν χρόνον 6 εἶναι μακρὰν ἀλλήλων. Ἀντὶ πυκνώματος ἔχομεν εἰς τὴν θέσιν ΒΓΔ ἀραίωμα τὸ δὲ πύκνωμα ἔχει προχωρήσει εἰς τὴν θέσιν ΕΖΗ. Κατὰ τὸν χρόνον 11 εἰς τὴν θέσιν ΒΓΔ ἔχομεν πάλιν πύκνωμα, εἰς τὴν θέσιν ΕΖΗ ἔχομεν ἀραίωμα, τὸ δὲ πύκνωμα ἔφθασεν εἰς τὴν θέσιν ΚΛΜ, καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

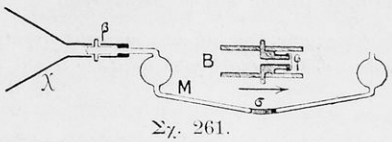


Σχ. 260.

§ 323. Τὴν ὕπαρξιν ἐναλλασσομένων χρονικῶς πυκνωμάτων καὶ ἀραιωμάτων ἀέρος κατὰ τὴν διάδοσιν τοῦ ἤχου δεικνύομεν εὐκόλως διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς. Χωνίον χ (σχ. 261) συγκοινωνεῖ διὰ τῆς βαλβῖδος β μὲ τὸ μικρομανόμετρον Μ, ἀποτελούμενον ἀπὸ σωλῆνα ὑάλινον ἐλαφρῶς κεκαμμένον καὶ ἔχοντα εἰς τὸ μέσον σταγόνα ὑγροῦ σ. Ἡ βαλβίς, καθὼς εἰς τὸ Β φαίνεται, ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρὰν λωρίδα σιγαροχάρτου φ κλείουσαν ἀξονικὴν ὀπὴν μεταλλικοῦ τεμαχίου. Ἂν ἡ βαλβὶς ἔχῃ τὴν θέσιν Β καὶ παραχθῇ ἦχος πρὸ τοῦ χωνίου χ, τὰ μὲν πυκνώματα εἰσάγουν διὰ τῆς βαλβῖδος ἀέρα εἰς τὸ μανόμετρον, ἐνῶ ὅταν ἔλθῃ ἀραίωμα ἡ βαλβὶς κλείει καὶ ἐμπο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

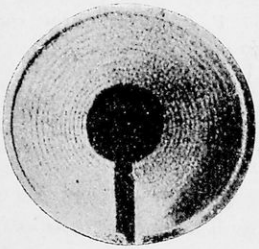
δίζει τὴν ἔξοδον τοῦ ἀέρος. Οὕτω παρατηροῦμεν τὴν σταγόνα σ κινουμένην κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους. Ἂν ἀναστρέψωμεν τὴν βαλβῖδα ὥστε νὰ λάβῃ τὴν θέσιν β, ἡ σταγὼν κινεῖται ἀντιθέτως πρὸς τὸ βέλος διότι τώρα, ὅταν μὲν ἔλθῃ ἀραίωμα εἰς τὸ χωνίον, ἐξέρχεται ἀὴρ ἐκ τοῦ μανομέτρου, ὅταν δὲ ἔλθῃ πύκνωμα, κλείει ἡ βαλβὶς καὶ δὲν ἐπιτρέπει τὴν εἴσοδον.



Σχ. 261.

Ἀλλὰ καὶ αἱ λεγόμεναι εὐαίσθητοι φλόγες δεικνύουν ὅτι κατὰ τὴν διάδοσιν τοῦ ἤχου ἔχομεν διαταραχὰς τῆς ἰσορροπίας τοῦ ἀέρος. Ἂν διὰ σωλῆνος καταλήγοντος εἰς στενὴν ὀπὴν διαβιβάσωμεν φωταέριον ὑπὸ ἀρκετὴν πίεσιν καὶ ἀνάψωμεν αὐτὸ ὥστε νὰ σχηματισθῇ ἐπιμήκης φλὸξ (σχ. 262 I) παρατηροῦμεν, ὅτι μόλις παραχθῇ ὀξὺς ἦχος, καὶ εἰς ἀρκετὰ μεγάλην ἀπὸ τῆς φλογὸς ταύτης ἀπόστασιν (10 καὶ 15 μέτρων), ἡ φλὸξ σμικρύνεται καὶ γίνεται πλατυτέρα (σχ. 262 II) πολλάκις δὲ παράγει καὶ χαρακτηριστικὸν συριγμόν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρατηρεῖται, χωρὶς νὰ εἶναι ἐπιθυμητόν, εἰς κακῶς λειτουργοῦντας λαμπτῆρας φωταερίου, τῶν ὁποίων τὸ φῶς ὑφίσταται δυσαρέστους διακυμάνσεις ὅταν ὁμιλοῦμεν ἢ περιπατοῦμεν καὶ ἐν γένει ὅταν παράγεται οἱοσδήποτε ἦχος.


I II
Σχ. 262.


Σχ. 263.

Τὸ σχ. 263, ἀπ' εὐθείας φωτογραφία (*) ἀκουστικῶν κυμάτων, παρέχει σαφεστάτην εἰκόνα τῆς καταστάσεως τοῦ ἀέρος κατὰ τὴν διάδοσιν αὐτῶν. Αἱ ἐναλλαγαὶ φωτεινῶν καὶ σκιερῶν μερῶν ἀνταποκρίνονται εἰς διαφορὰς τοῦ ὀπτικοῦ *δείκτου διαθλάσεως* τοῦ ἀέρος, προερχομένας ἐκ τῆς διαφόρου αὐτοῦ πυκνότητος καὶ οὕτω βλέπομεν ἐναργέστατα τὰ συγκεντρικὰ σφαιρικὰ στρώματα ἐναλλασσομένης πυκνότητος.

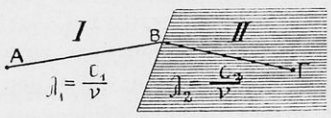
(*) Ἡ φωτογραφία αὕτη καθὼς καὶ αἱ δύο ἄλλαι, σχ. 270 καὶ 272, ἐλήφθησαν δι' ἰδίας διατάξεως ὑπὸ τοῦ κ. Κ. Πετροπούλου εἰς τὸ Ἐργαστήριον Φυσικῆς τοῦ Ἐθνικοῦ Πανεπιστημίου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 324. Ἂν θεωρήσωμεν δύο σημεῖα α, β, τοιαῦτα ὥστε ἡ εὐθεῖα α, β νὰ ἔχῃ τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος καὶ ὀνομάσωμεν Λ τὴν ἀπόστασιν α, β, μεταξὺ αὐτῶν περιέχονται $\frac{\Lambda}{\lambda} = N$ μῆκη κύματος καὶ ἑπομένως, ἀφοῦ εἰς ἀπόστασιν ἑνὸς μήκους κύματος ἀντιστοιχεῖ *κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμὴν* διαφορὰ φάσεως 360^0, μεταξὺ τῶν σημείων α καὶ β ἡ διαφορὰ φάσεως θὰ εἶναι

$$360^0 \frac{\Lambda}{\lambda} = N.360^0$$

Πολλάκις εἶναι χρήσιμον νὰ ἐκφράζωμεν τὸ μῆκος γραμμῆς ὄχι εἰς συνήθεις μονάδας ἀλλ' εἰς μήκη κύματος. Ἔστω, σχ. 264, ἡ γραμμὴ ΑΒΓ, τῆς ὁποίας τὸ μὲν μέρος ΑΒ εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον Ι, (ταχύτης διαδόσεως τοῦ κύματος c_1) τὸ δὲ μέρος ΒΓ εὑρίσκεται εἰς τὸ μέσον ΙΙ (ταχύτης κύματος c_2). Τὸ μῆκος κύματος εἰς τὸ μέσον Ι εἶναι $\lambda_1 = \frac{c_1}{\nu}$ (ὅπου ν ἡ συχνότης) καὶ ἑπομένως εἰς τὴν εὐθεῖαν ΑΒ περιέχονται $\frac{(AB)}{\lambda_1} = \frac{\nu.(AB)}{c_1}$ μῆκη κύματος.



Σχ. 264.

Ὁμοίως εὑρίσκομεν ὅτι εἰς τὴν εὐθεῖαν ΒΓ περιέχονται $\frac{\nu\,(B\Gamma)}{c_2}$ μῆκη κύματος. Ἑπομένως τὸ μῆκος τῆς τεθλασμένης ΑΒΓ εἶναι $\nu\left(\frac{AB}{c_1} + \frac{B\Gamma}{c_2}\right)$ μῆκη κύματος καὶ ἄρα ἂν κῦμα συχνότητος ν ἔρχεται ἐκ τοῦ Α εἰς τὸ Γ, ἡ φάσις τοῦ Γ θὰ ὑπολείπεται τῆς τοῦ Α κατὰ $\nu\left(\frac{AB}{c_1} + \frac{B\Gamma}{c_2}\right) 360^0$ ἢ κατὰ $\nu\left(\frac{AB}{c_1} + \frac{B\Gamma}{c_2}\right)$ περιόδους.

Ὁ δὲ χρόνος, τὸν ὁποῖον χρειάζεται τὸ κῦμα διὰ νὰ ἔλθῃ ἀπὸ τοῦ Α εἰς τὸ Γ διὰ τοῦ δρόμου ΑΒΓ, εἶναι $\frac{AB}{c_1} + \frac{B\Gamma}{c_2}$

§ 325. Σημειωτέον ὅτι ἡ ἀνάλυσις τῶν §§ 321 κ. ἑ. ἰσχύει κυρίως ὅταν ἡ περιοδικὴ μεταβολὴ εἶναι ἁπλῆ ἁρμονική, ἠμποροῦμεν δηλ. νὰ παρασταθῇ συμβολικῶς ἀπὸ τὴν κίνησιν τῆς ἐπὶ εὐθείας προβολῆς σημείου κινουμένου ὁμαλῶς ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς (πρβλ. § 35). Ἂν ἡ περιοδικὴ μεταβολή, τῆς ὁποίας ἡ συχνότης ἔστω ν, δὲν ἔχει τὴν ἁπλῆν ταύτην μορφήν, ἀναλύεται, καθὼς ἤδη εἰς τὴν § 41 ἐξετέθη, εἰς ἄθροισμα ἁπλῶν ἁρμονικῶν μεταβολῶν μὲ συχνότητας ν, 2ν, 3ν... κλ. ἤτοι εἰς τὴν θεμελιώδη καὶ τὰς ἀνωτέρας ἁρμονικὰς αὐτῆς περιοδικὰς μεταβολάς.

Οὕτω παράγεται σειρὰ κυμάτων, τῶν ὁποίων ἕκαστον μεταδίδεται ἀνεξαρτήτως τῶν ἄλλων καὶ μὲ τὴν αὐτὴν ἢ καὶ διάφορον τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῶν ἄλλων ταχύτητα. Εἰς ἕκαστον σημεῖον τοῦ χώρου ἡ πραγματικὴ περιοδικὴ μεταβολὴ εἶναι ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν εἰς τὰ συνιστῶντα κύματα ἀντιστοιχουσῶν μεταβολῶν. Καὶ ἂν μὲν ἡ ταχύτης τῆς μεταδόσεως εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ συνιστῶντα κύματα, ἀνεξάρτητος δηλ. τῆς συχνότητος, φανερὸν ὅτι εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ χώρου ἡ περιοδικὴ μεταβολὴ ἔχει τὴν αὐτὴν μορφὴν μὲ τὴν προκαλοῦσαν τὸ κῦμα ἀρχικὴν περιοδικὴν μεταβολήν. Ἂν ὅμως ἡ ταχύτης μεταδόσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν συχνότητα, εἶναι δηλ. διάφορος διὰ τὰ διάφορα συνιστῶντα κύματα, ἡ σχέσις τῶν φάσεων τῶν συνιστώντων κυμάτων μεταβάλλεται καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν πηγὴν τῶν κυμάτων καὶ ἐπομένως ἡ συνισταμένη περιοδικὴ μεταβολὴ εἶναι διάφορος εἰς διαφόρους ἀπὸ τῆς πηγῆς ἀποστάσεις. Ἔχομεν λοιπόν, καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα τῆς πηγῆς, παραμόρφωσιν τῆς περιοδικῆς μεταβολῆς καὶ μόνον ἡ θεμελιώδης συχνότης μένει ἀμετάβλητος.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἐκτεθεῖσαν σύνθεσιν τῶν ἁρμονικῶν κυμάτων, τὰ ὁποῖα προκαλοῦνται ἀπὸ πολύπλοκον περιοδικὴν μεταβολήν, ἔχομεν τὸ πρῶτον παράδειγμα σπουδαιοτάτου διὰ τὴν θεωρίαν τῶν κυμάτων φαινομένου, τοῦ φαινομένου τῆς συμβολῆς, τὸ ὁποῖον θὰ ἐξετάσωμεν κάπως λεπτομερέστερον.

ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

§ 326. Ὅταν εἴς τι σημεῖον τοῦ χώρου φθάνουν συγχρόνως δύο κύματα, θὰ ἔχωμεν συγχρόνως τὰς περιοδικὰς μεταβολὰς τὰς ἀντιστοιχούσας εἰς αὐτά, θὰ ἔχωμεν δηλ. εἰς τὸ σημεῖον ἐκεῖνο τοῦ χώρου περιοδικὴν μεταβολήν, ἡ ὁποία εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν εἰς τὰ δύο κύματα ἀντιστοιχουσῶν μεταβολῶν. Τὰ δύο κύματα λέγομεν ὅτι *συμβάλλουν* εἰς τὸ σημεῖον ἐκεῖνο καὶ τὸ φαινόμενον ὀνομάζεται *συμβολή*.

Κατὰ τὴν διάδοσιν τοῦ ἤχου ἐντὸς ἐλαστικοῦ μέσου ἡ περιοδικὴ μεταβολὴ συνίσταται εἰς αὔξομείωσιν τῆς πυκνότητος καὶ ἐπομένως τῆς πιέσεως. Ἂν λοιπὸν παραστήσωμεν διὰ θετικοῦ ἀριθμοῦ τὴν ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν αὔξησιν καὶ δι' ἀρνητικοῦ τὴν ἐλάττωσιν τῆς πυκνότητος, θὰ ἔχωμεν εἰς τὸ θεωρούμενον σημεῖον κατὰ τὴν συμβολὴν μεταβολὴν τῆς πυκνότητος, ἡ ὁποία θὰ παρίσταται κατὰ μέγεθος καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σημεῖον ἀπὸ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν μεταβολῶν τῆς πυκνότητος, αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ δύο κύματα.

Ἰδιαιτέρως ἐνδιαφέρει ἡ περίπτωσις κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ συχνότης τῶν δύο κυμάτων εἶναι ἡ αὐτή. Ἡ συνισταμένη μεταβολὴ τῆς πυκνότητος μᾶς δίδεται ἀπὸ τὴν διερεύνησιν τῆς § 38. Ἡ συχνότης δηλ. θὰ εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν τῶν συνιστωσῶν κυμάνσεων, τὸ δὲ πλάτος τῆς μεταβολῆς θὰ εἶναι μέγιστον μέν, ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν πλατῶν τῶν συνιστωσῶν κυμάνσεων, ὅταν αἱ φάσεις αὐτῶν εἶναι αἱ αὐταί (ἢ, ὅπερ τὸ αὐτό, διαφέρουν κατὰ ἀκέραιον ἀριθμὸν περιόδων) ἐλάχιστον δέ, ἴσον πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν πλατῶν τῶν συνιστωσῶν κυμάνσεων, ὅταν αἱ φάσεις διαφέρουν κατὰ 180^0 ἢ κατὰ περιττὸν ἀριθμὸν ἡμιπεριόδων. Ἂν τὰ πλάτη τῶν συνιστωσῶν κυμάνσεων εἶναι τὰ αὐτά, εἰς τὴν τελευταίαν περίπτωσιν τὸ πλάτος τῆς συνισταμένης μεταβολῆς εἶναι μηδέν. Ἀποτέλεσμα δηλ. τῆς συμβολῆς τῶν δύο κυμάτων εἶναι ἡ ἀμοιβαία ἀναίρεσις.

§ 327. ***Διάφορα εἴδη κυμάτων.*** Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω περιγραφέντων κυμάτων, τὰ ὁποῖα ἠμποροῦμεν νὰ ὀνομάσωμεν *κύματα πυκνότητος* καὶ εἰς τὰ ὁποῖα τὸ περιοδικῶς μεταβαλλόμενον εἶναι ἡ πυκνότης τοῦ μέσου, ἡ δὲ παλινδρομικὴ κίνησις τῶν μορίων εἶναι παράλληλος πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος, ἔχομεν εἰς τὰ στερεὰ μέσα καὶ ἄλλας κυματοειδῶς μεταδιδομένας ἐλαστικὰς παραμορφώσεις, κατὰ τὰς ὁποίας ἡ πυκνότης τοῦ μέσου μένει ἀμετάβλητος.

Τοιοῦτο κῦμα π. χ. εἶναι τὸ *ἐγκάρσιον κῦμα*, τὸ κῦμα δηλ. εἰς τὸ ὁποῖον ἡ κίνησις τῶν μορίων εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς διαδόσεως.

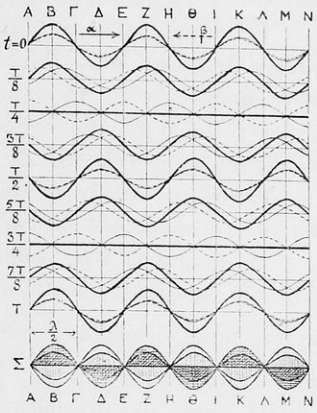
Ἐπίσης κατὰ μῆκος ἐλαστικοῦ σύρματος δυνατὸν νὰ ἔχωμεν *κῦμα περιστροφῆς*, κατὰ τὸ ὁποῖον αἱ διάφοροι τομαὶ τοῦ σύρματος στρέφονται περιοδικῶς ἑκατέρωθεν τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας.

Καὶ εἰς τὰ τοιαῦτα κύματα παρατηρεῖται τὸ χαρακτηριστικὸν φαινόμενον τῆς κυματώδους κινήσεως, τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς, ἐννοεῖται δὲ ὅτι ἡ συμβολὴ παρατηρεῖται μεταξὺ ὁμοειδῶν κυμάτων.

§ 328. ***Στάσιμα κύματα.*** Θεωροῦμεν τώρα δύο κύματα τῆς αὐτῆς περιόδου T καὶ τοῦ αὐτοῦ πλάτους, τὰ ὁποῖα διαδίδονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας κατ' ἀντιθέτους διευθύνσεις, π. χ. εἰς τὸ σχ. 265

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ διὰ λεπτῆς πλήρους γραμμῆς παριστάμενον, τὸ ὁποῖον διαδίδεται καιὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ πλήρους βέλους α, καὶ τὸ διὰ τῆς στικτῆς γραμμῆς παριστάμενον, τὸ ὁποῖον διαδίδεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ στικτοῦ βέλους β. Τὰ δύο κύματα, τὰ ὁποῖα διὰ τὴν συντομίαν ὀνομάζομεν κῦμα α καὶ β, συμβάλλουν καὶ εἰς ἕκαστον σημεῖον τῆς εὐθείας ΑΝ θὰ ἔχωμεν περιοδικὴν μεταβολήν, συνισταμένην τῶν εἰς τὰ δύο κύματα ἀντιστοίχων περιοδικῶν μεταβολῶν.



Σχ. 265.

Ἔστω ὅτι κατὰ τὸν χρόνον t=0 εἰς τὸ σημεῖον Ζ τὰ δύο κύματα ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν.

Ἐπειδὴ ἀμφότερα τὰ κύματα ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον, ἡ χρονικὴ μεταβολὴ τῆς φάσεως εἶναι δι' ἀμφότερα ἡ αὐτὴ καὶ ἑπομένως εἰς τὸ σημεῖον Ζ θὰ ἔχουν διαρκῶς τὰ δύο κύματα τὴν αὐτὴν φάσιν. Ἂν δὲ εἰς ἄλλο οἱονδήποτε σημεῖον κατά τινα χρονικὴν στιγμὴν ὑπάρχει διαφορὰ φάσεως μεταξὺ τῶν δύο κυμάτων, ἡ διαφορὰ μένει διαρκῶς ἡ αὐτή.

Τὸ σημεῖον Η ἀπέχει τοῦ Ζ κατὰ $\frac{1}{4}$ μήκους κύματος. Ἑπομένως διὰ μὲν τὸ κῦμα α ἡ φάσις *ὑπολείπεται* τῆς φάσεως τοῦ Ζ κατὰ 90° διὰ δὲ τὸ κῦμα β ἡ φάσις *προηγεῖται* κατὰ 90° τῆς φάσεως τοῦ Ζ. Ἑπομένως εἰς τὸ σημεῖον Ζ ἔχομεν διαφορὰν φάσεως τῶν δύο κυμάτων ἴσην πρὸς 180°. Εἰς τὸ σημεῖον Θ, τὸ ὁποῖον ἀπέχει τοῦ Ζ κατὰ ἥμισυ μῆκος κύματος, ἡ φάσις τοῦ κύματος α ὑπολείπεται κατὰ 180° ἡ δὲ τοῦ κύματος β προηγεῖται κατὰ 180° τῆς εἰς τὸ σημεῖον Ζ φάσεως. Ἑπομένως τὰ δύο κύματα ἔχουν εἰς τὸ Θ διαφορὰν φάσεως 360°, ἤτοι ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν. Εὑρίσκομεν οὕτω ὅτι εἰς τὰ σημεῖα Α, Γ, Ε, Η, Ι κ.λ. τὰ κύματα α, β ἔχουν διαφορὰν φάσεως 180° εἰς δὲ τὰ σημεῖα Β, Λ, Ζ Θ, Κ κ.λ. ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν. Ἑπομένως εἰς τὰ σημεῖα Α, Γ, Ε κ.λ. τὸ πλάτος τῆς μεταβολῆς θὰ εἶναι μηδέν, εἰς δὲ τὰ σημεῖα Β, Δ, Ζ κ.λ. τὸ πλάτος

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θὰ εἶναι μέγιστον. Ἡ κατάστασις τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου κατὰ τοὺς χρόνους 0, $\frac{T}{8}$, $\frac{T}{4}$ κ.λ. παρίσταται γραφικῶς ἀπὸ τὰς παχείας γραμμὰς τοῦ σχ. 265. Ἂν τὰς γραμμὰς ταύτας ἑνώσωμεν εἰς ἕν, λαμβάνομεν τὸ χαρακτηριστικὸν διάγραμμα Σ.

Ἐξ αὐτοῦ βλέπομεν ὅτι τὸ πλάτος τῆς περιοδικῆς μεταβολῆς μεταβάλλεται καὶ αὐτὸ περιοδικῶς κατὰ μῆκος τῆς εὐθείας A N καὶ εἶναι μηδὲν μὲν εἰς τὰ σημεῖα A, Γ, E . . . ., τὰ ὁποῖα ὀνομάζομεν ἕνεκα τῆς μορφῆς τοῦ συμβολικοῦ διαγράμματος *δεσμούς*, μέγιστον δὲ εἰς τὰ σημεῖα B, Δ, Z . . . τὰ ὁποῖα ὀνομάζομεν *κοιλίας*.

Ἐννοεῖται ὅτι, ἂν τὰ κύματα α, β δὲν ἔχουν τὸ αὐτὸ πλάτος, εἰς τοὺς δεσμοὺς δὲν θὰ ἔχωμεν πλάτος μηδὲν ἀλλὰ μόνον ἐλάχιστον.

Ἡ ἀπόστασις ἑνὸς δεσμοῦ ἀπὸ τοῦ προσεχοῦς, ἢ μιᾶς κοιλίας ἀπὸ τῆς προσεχοῦς εἶναι ἴση πρὸς ἥμισυ μῆκος κύματος, ἡ δὲ ἀπόστασις μιᾶς κοιλίας ἀπὸ τοῦ προσεχοῦς δεσμοῦ εἶναι ἴση πρὸς $\frac{1}{4}$ μήκους κύματος.

Ἡ φάσις τῆς μεταβολῆς εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ὅλον τὸ μεταξὺ δύο δεσμῶν περιεχόμενον διάστημα, διαφέρει δὲ κατὰ 180 μοίρας εἰς τὰ ὑπὸ ἑνὸς δεσμοῦ χωριζόμενα μέρη. Τὸ θεωρούμενον λοιπὸν κῦμα χαρακτηρίζεται ἀπὸ χρονικῶς περιοδικὴν μεταβολήν, τῆς ὁποίας τὸ πλάτος μεταβάλλεται τοπικῶς-περιοδικῶς καὶ εἶναι μέγιστον μὲν εἰς τὰς κοιλίας ἐλάχιστον δὲ εἰς τοὺς δεσμούς. Ἡ φάσις εἶναι ἡ αὐτὴ διὰ τὰ σημεῖα ἑκάστου κοιλιακοῦ διαστήματος.

Εἰς τὸ κῦμα τοῦτο δὲν ἔχομεν τοπικὴν μετακίνησιν τῶν φάσεων, τὸ κῦμα δὲν προχωρεῖ. Διὰ τοῦτο ὀνομάζομεν τὰ τοιαῦτα κύματα *στάσιμα*.

§ 329. Θεωροῦμεν π. χ. ***στάσιμον κῦμα πυκνότητος.*** Τὰ ὑλικὰ σημεῖα A B Γ . . . (σχ. 266) εἰς τὸν χρόνον $t = 0$ εὑρίσκονται εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας καὶ ἀπέχουν ἴσον ἀπ' ἀλλήλων.

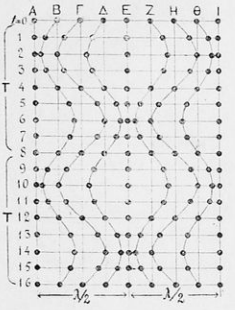
Ἀρχίζουν τώρα νὰ ἐκτελοῦν ἁρμονικὴν κίνησιν ἐπὶ τῆς εὐθείας A I περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας. Εἰς τὰς θέσεις A, E, I πλάτος μηδὲν (ἀκινησία). Εἰς τὰς θέσεις Γ καὶ H τὸ πλάτος εἶναι μέγιστον ἀλλ' ἡ κίνησις τοῦ Γ ἀντίθετος τῆς τοῦ H (διαφορὰ φάσεως 180^0) τὰ B, Δ, Z, Θ ἔχουν πλάτος κινήσεως μικρότερον τοῦ τῶν Γ καὶ H ἡ δὲ φάσις τῶν μὲν B καὶ Δ εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν τοῦ Γ, τῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δὲ Ζ, Θ ἡ αὐτὴ μὲ τὴν τοῦ Η. Αἱ θέσεις τῶν ὑλικῶν σημείων Α Β Γ. . . . κατὰ τοὺς χρόνους 0, 1, 2, 3. . . (περίοδος Τ = 8) παρίστανται ὑπὸ τοῦ διαγράμματος.

Ἔχομεν λοιπὸν στάσιμον κῦμα, εἰς τὸ ὁποῖον, ἂν θεωρήσωμεν ὡς τὸ μεταβαλλόμενον χαρακτηριστικὸν τὴν *θέσιν* τῶν ὑλικῶν σημείων Α Β Γ. ., εἰς μὲν τὰς θέσεις Α, Ε, Ι ἔχομεν δεσμοὺς τῆς κινήσεως εἰς δὲ τὰς θέσεις Γ, Η κοιλίας.

Παρατηροῦμεν τώρα, ὅτι ἡ μέση ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασις τῶν σημείων Β Γ Δ καὶ Ζ Η Θ μένει διαρκῶς ἡ αὐτή, ἐνῶ ἡ μέση ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασις τῶν σημείων Α Β, Δ Ε Ζ, Θ Ι περιοδικῶς μεταβάλλεται καὶ γίνεται ἡ Δ Ε Ζ μεγίστη κατὰ τοὺς χρόνους 2, 10, ἐλαχίστη δὲ κατὰ τοὺς χρόνους 6, 14, αἱ δὲ ἀποστάσεις Α Β, Θ Ι γίνονται μέγισται μὲν κατὰ τοὺς χρόνους 6, 14 (ὅταν ἡ ΔΕΖ γίνεται ἐλαχίστη) ἐλάχισται δὲ κατὰ τοὺς χρόνους 2, 10 (ὅταν ἡ Δ Ε Ζ γίνεται μεγίστη).



Σχ. 266.

Ἔχομεν λοιπὸν περιοδικὴν μεταβολὴν τῆς *πυκνότητος* τοῦ μέσου Α Β Γ Δ. . . τοῦ δὲ στασίμου τούτου κύματος δεσμοὶ μὲν εἶναι αἱ θέσεις Γ, Η, κοιλίαι δὲ αἱ θέσεις Α, Ε, Ι.

Εἰς τὰ στάσιμα κύματα πυκνότητος εἰς τοὺς δεσμοὺς τῆς πυκνότητος ἀντιστοιχοῦν κοιλίαι τῆς κινήσεως καὶ ταναπαλιν.

Ἂν ἡ διάδοσις τοῦ κύματος γίνεται ἐπὶ ἐπιφανείας, ἔχομεν ἀντὶ τῶν δεσμικῶν καὶ κοιλιακῶν σημείων δεσμικὰς καὶ κοιλιακὰς γραμμάς, ἂν δὲ τὰ κύματα διαδίδωνται εἰς τὸν χῶρον, ἔχομεν κοιλιακὰς καὶ δεσμικὰς ἐπιφανείας.

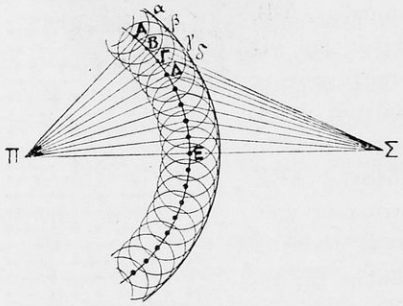
§ 330. ***Στοιχειώδης θεωρία τοῦ Huygens.*** Μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ φαινομένου τῆς συμβολῆς ἠμποροῦμεν νὰ εἰσδύσωμεν κάπως βαθύτερον εἰς τὸν μηχανισμὸν τοῦ κύματος καὶ νὰ ἐξηγήσωμεν τὴν εὐθύγραμμον διάδοσιν αὐτοῦ ἐντὸς ὁμογενοῦς μέσου.

Ἔστω (σχ. 267) Π ἠχητικὴ πηγὴ καὶ τὰ σημεῖα ΑΒΓΔ ἴσον ἀπέχοντα ἀπ' αὐτῆς. Ἡ χαρακτηριστικὴ τοῦ κύματος μεταβολὴ φθάνουσα μέχρι τῶν σημείων τούτων, μὲ μηχανισμὸν τὸν ὁποῖον πρὸς τὸ παρὸν δὲν ἐξετάζομεν, ἔχει εἰς ὅλα ἕνεκα τῆς συμμετρίας, τὴν αὐτὴν φάσιν. Ἕκαστον τῶν σημείων Α, Β, Γ, Δ καθίσταται δευτερογενὴς πηγὴ κυμάτων, τῆς ὁποίας ἡ φάσις εὑρίσκεται καθὼς ἐξετέθη εἰς τὴν § 324 σελ. 336.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Μετά τινα χρόνον αἱ ἰσοφασικαὶ ἐπιφάνειαι τῶν μερικῶν τούτων κυμάτων παρίστανται ἀπὸ σφαίρας μὲ κέντρα τὰ σημεῖα Α, Β κ. λ. Τὰ κύματα ταῦτα συμβάλλουν πρὸς ἄλληλα καὶ τὸ ἀποτέλεσμα εἶναι ὅτι παντοῦ ἡ μεταβολὴ τελείως ἀναιρεῖται ἐκτὸς τῶν σημείων α, β, γ ... τῆς περιβαλλούσης τὰς περιφερείας ταύτας ἐπιφανείας, ἡ ὁποία εἶναι σφαῖρα μὲ κέντρον Π. Ἡ φάσις λοιπὸν ἀπὸ τῆς θέσεως ΑΒΓ .... μετετοπίσθη εἰς τὴν θέσιν α, β, γ ... ἔχομεν δηλ. σφαιρικὰ κύματα μὲ κέντρον τὴν πηγὴν Π. Ὁμοίως δεικνύεται ὅτι, ἂν ἡ ἰσοφασικὴ ἐπιφάνεια εἶναι ἐπίπεδος μετατοπίζεται καθέτως πρὸς ἑαυτὴν μένουσα πάντοτε ἐπίπεδος.

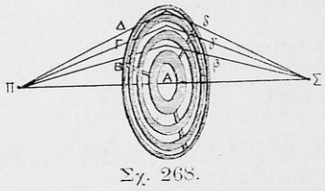
Θεωροῦμεν τώρα (σχ. 267) τὸ σημεῖον Σ. Εἰς αὐτὸ ἡ κυματώδης κίνησις ἐκ τοῦ Π ἠμπορεῖ νὰ φθάσῃ διὰ διαφόρων δρόμων ΠΑΣ, ΠΒΣ, ΠΓΣ κ. λ.



Σχ. 267.

Ἐπειδὴ ὅμως οἱ δρόμοι οὗτοι ἔχουν διάφορον μῆκος, τὸ κῦμα φθάνει εἰς τὸ Θ μὲ διαφόρους φάσεις. Οὕτω ἔχομεν συμβολήν, ἀποτέλεσμα τῆς ὁποίας εἶναι ὅτι ἡ κυματώδης κίνησις εἰς τὸ Θ εἶναι τοιαύτη ὡς ἂν προήρχετο ἀπὸ τὴν στενωτάτην περιοχὴν περὶ τὸ Ε, τὸ ὁποῖον κεῖται ἐπὶ τῆς εὐθείας Π Σ. Διὰ τοῦτο ἠμποροῦμεν νὰ ὁμιλοῦμεν περὶ τῆς *ἀκτῖνος* ΠΘ καὶ περὶ εὐθυγράμμου διαδόσεως τοῦ κύματος.

Ἂν μεταξὺ τῆς πηγῆς Π, ἡ ὁποία ἐκπέμπει ἦχον μήκους κύματος λ, καὶ τοῦ σημείου Σ, παρεμβάλωμεν διάφραγμα (σχ. 268) τοιοῦτον ὥστε νὰ ἀφίνῃ ἐλευθέρους τοὺς δρόμους ΠΑΣ, ΠΒβΣ, ΠΓγΣ κλπ. τοιούτους ὥστε ἕκαστος νὰ διαφέρῃ τοῦ προηγουμένου τοῦ κατὰ λ, παρατηροῦμεν εἰς τὸ Σ σημαντικὴν ἐνίσχυσιν τοῦ ἤχου.



Σχ. 268.

§ 331. ***Περίθλασις.*** Ἂν τὰ ἠχητικὰ κύματα συναντήσουν εἰς τὸν δρόμον των κώλυμα ΑΒ (σχ. 269) παρακάμπτουν αὐτό, οὕτως ὥστε ἔχομεν ἠχητικὰ κύματα καὶ εἰς σημεῖα τοῦ χώρου Σ τοιαῦτα, ὥστε ἡ εὐθεῖα Π Σ νὰ συναντᾷ τὸ κώλυμα. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ὀνομάζεται *περίθλασις* τοῦ ἤχου καὶ ἐξηγεῖται στοιχειωδῶς διὰ τῶν δευτερογενῶν κυμάτων τὰ ὁποῖα παράγονται κυρίως εἰς τὸ χεῖλος Α τοῦ κωλύματος.

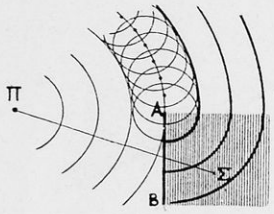
Εἰς τὸ σχ. 270 φαίνονται πολὺ καλὰ τὰ δευτερογενῆ ταῦτα κύματα. Τὰ ἠχητικὰ κύματα εὑρίσκουν εἰς τὸν δρόμον των τὸ διάφραγμα Δ Δ φέρον κατὰ τὸ μέσον ὀπήν. Ἐκ ταύτης ἐκπέμπονται τὰ κάτω τοῦ διαφράγματος φαινόμενα κύματα (Κ. Πετρόπουλος. J. de Physique II, 317, 1921).

§ 332. ***Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου.*** Θεωροῦμεν δύο ἐλαστικὰ μέσα Ι καὶ ΙΙ (σχ. 271) τὰ ὁποῖα διαχωρίζονται ἀπὸ ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ σχήματος καὶ ἔστω ΕΕ τὸ ἴχνος τοῦ ἐπιπέδου τούτου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἔστω προσέτι κῦμα ἠχητικόν, ἐπίπεδον διὰ τὴν ἁπλότητα, τὸ ὁποῖον διευθύνεται κατὰ τὴν ΛΟ, καὶ ἑπομένως αἱ ἐπιφάνειαι ἴσης φάσεως ἐπίπεδα κάθετα ἐπὶ τὴν ΛΟ, τῶν ὁποίων τὰ ἴχνη εἶναι παράλληλα πρὸς τὴν ΜΟ.

Ἡ ἐκ τοῦ ἰσοφασικοῦ ἐπιπέδου ΒΛ προερχομένη κυματώδης κίνησις, ἂν τὸ μέσον ἐξηκολούθει νὰ εἶναι τὸ αὐτό, θὰ ἔφθανε μετά τινα χρόνον Τ εἰς τὸ



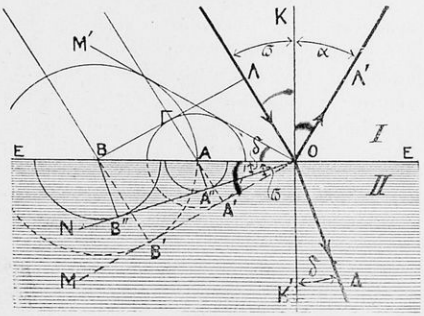
Σχ. 269.



Σχ. 270.

ἐπίπεδον ΜΟ. Ἐπειδὴ ὅμως εἰς τὸ ἐπίπεδον ΕΕ τελειώνει τὸ μέσον Ι, τὸ φαινόμενον περιπλέκεται.

Ἐκ τοῦ Β δηλ. ἀναχωρεῖ δευτερογενὲς κῦμα, τὸ ὁποῖον διαδιδόμενον ἐντὸς τοῦ μέσου Ι φθάνει εἰς χρόνον Τ εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ Β ἴσην πρὸς τὴν ΒΒ′, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ ἔφθανεν ἂν ἐξηκολούθει τὸ μέσον Ι. Ἡ ἐκ τοῦ Γ προερχομένη κίνησις, ἀφοῦ φθάσῃ εἰς τὸ Α, διεγείρει ἐκεῖ δευτερογενῆ κύμανσιν, ἡ ὁποία, διαδιδομένη ἐντὸς τοῦ μέσου Ι, φθάνει εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου Τ εἰς ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ Α ἴσην πρὸς τὴν ΑΑ′, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ ἔφθανεν ἂν ἐξηκολούθει τὸ μέσον Ι. Οὕτω κατὰ τὸ τέλος τοῦ χρόνου Τ ἡ ἰσοφασικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ἐκ τοῦ Β προερχομένου κύματος εἶναι σφαῖρα ἐντὸς τοῦ μέσου Ι μὲ ἀκτῖνα ΒΒ′, ἡ ἰσοφασικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ἐκ τοῦ προερχομένου κύματος σφαῖρα μὲ ἀκτῖνα ΑΑ″ καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς καὶ ἑπομένως τὸ μέτωπον τοῦ κύματος εἶναι ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ σχήματος καὶ τὸ ἴχνος αὐτοῦ εἶναι ἡ εὐθεῖα Μ′Ο. Τὸ κῦμα διαδίδεται *ἐντὸς τοῦ μέσου Ι* κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΟΛ′, κάθετον ἐπὶ τὴν ΟΜ′ καὶ εὑρισκομένην ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ σχήματος.



Σχ. 271.

Ἐκ τοῦ σχήματος εὑρίσκομεν ἀμέσως τὰς σχέσεις.

$$\alpha = M'OB = MOB = \omega$$

Ἡ ἠχητικὴ ἀκτὶς λοιπὸν ἐπιστρέφει πάλιν πρὸς τὸ μέσον Ι, *ἀνακλᾶται*, καὶ ἡ ἀνάκλασις ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς νόμους.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

1) Τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁριζόμενον ὑπὸ τῆς προσπιπτούσης καὶ τῆς ἀνακλωμένης ἀκτῖνος εἶναι κάθετον ἐπὶ τὴν ἀνακλῶσαν ἐπιφάνειαν.

2) Ἡ γωνία ἀνακλάσεως (γωνία ἀνακλωμένης ἀκτῖνος καὶ καθέτου) εἶναι ἴση πρὸς τὴν γωνίαν προσπτώσεως (γωνίαν προσπιπτούσης ἀκτῖνος καὶ καθέτου).

Ἂν τὸ κῦμα εἶναι σφαιρικόν, ἔρχεται δηλ. ἀπὸ πηγὴν εὑρισκομένην εἰς πεπερασμένην ἀπόστασιν, τὸ ἀνακλώμενον κῦμα φαίνεται προερχόμενον ἀπὸ σημεῖον συμμετρικὸν τῆς πηγῆς ὡς πρὸς τὸ ἀνακλῶν ἐπίπεδον.



Σχ. 272.

Τοῦτο φαίνεται σαφέστατα εἰς τὴν δι' ἀμέσου φωτογραφήσεως ληφθεῖσαν εἰκ. 272.

§ 333. ***Διάθλασις.*** Ἀλλὰ καὶ εἰς τὸ μέσον ΙΙ μεταδίδεται ἡ κυματώδης κίνησις. Ἔστω c_1 ἡ ταχύτης τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος εἰς τὸ μέσον Ι καὶ c_2 ἡ ταχύτης εἰς τὸ μέσον ΙΙ, μικροτέρα τῆς c_1. (Ἂν ἡ c_2 εἶναι μεγαλητέρα τῆς c_1 οἱ συλλογισμοὶ δὲν μεταβάλλονται).

Εἶναι φανερὸν ὅτι καθ' ὃν χρόνον ἐκ τοῦ Α ἡ κυματώδης κίνησις θὰ ἔφθανεν ἐντὸς τοῦ μέσου Ι εἰς ἀπόστασιν ΑΑ′, εἰς τὸ μέσον ΙΙ θὰ φθάσῃ εἰς ἀπόστασιν $AA'' = AA' \cdot \frac{c_2}{c_1}$ καὶ ἑπομένως εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου Τ ἡ ἰσοφασικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ἐκ τοῦ Α δευτερογενοῦς κύματος ἐντὸς τοῦ μέσου ΙΙ θὰ εἶναι σφαῖρα ἀκτῖνος ΑΑ′′ Ἐπίσης ἡ ἰσοφασικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ἐκ τοῦ Β δευτερογενοῦς κύματος θὰ εἶναι σφαῖρα ἀκτῖνος $BB'' = BB' \frac{c_2}{c_1}$. Ἡ περιβάλλουσα ἐπιφάνεια ὅλων τούτων τῶν σφαιρῶν εἶναι ἐπίπεδον κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τοῦ σχήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἴχνος εἶναι ἡ εὐθεῖα ΝΟ. Τὸ κῦμα λοιπὸν διαδίδεται ἐντὸς τοῦ μέσου Ι κατὰ τὴν διεύθυνσιν ΟΔ, (ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ σχήματος καὶ κάθετον ἐπὶ τὴν ΝΟ) διάφορον τῆς ΛΟ, ἀλλάσσει δηλ. διεύθυνσιν ἢ *διαθλᾶται*. Ἐκ τοῦ σχήματος εὑρίσκομεν:

$$\text{ΜΟΒ} = \text{ΛΟΚ} = \alpha \qquad \text{ΝΟΒ} = \text{Κ′ΟΔ} = \delta$$

$$\text{ΒΟ} = \frac{BB''}{\text{ημ}\,\delta} = \frac{BB'}{\text{ημ}\,\alpha}$$

ὅθεν

$$\frac{\text{ημ}\,\alpha}{\text{ημ}\,\delta} = \frac{BB'}{BB''} = \frac{c_1}{c_2}$$

Ἡ διάθλασις δηλ. ἀκολουθεῖ τοὺς ἑξῆς δύο νόμους:

1) Τὸ ἐπίπεδον τὸ ὁριζόμενον ὑπὸ τῆς προσπιπτούσης καὶ τῆς διαθλωμένης ἀκτῖνος εἶναι κάθετον ἐπὶ τὴν διαθλῶσαν ἐπιφάνειαν, καὶ

2) Ὁ λόγος τῶν ἡμιτόνων τῶν γωνιῶν προσπτώσεως (γωνίας προσπιπτούσης ἀκτῖνος καὶ καθέτου) καὶ διαθλάσεως (γωνίας διαθλωμένης ἀκτῖνος καὶ καθέτου) εἶναι ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν ταχυτήτων τῆς διαδόσεως τοῦ κύματος εἰς τὰ δύο μέσα, ἑπομένως σταθερὸς διὰ τὰ αὐτὰ περιέχοντα ἀνεξαρτήτως τῆς γωνίας προσπτώσεως.

Τὸν λόγον τοῦτον ὀνομάζομεν *δείκτην διαθλάσεως* τοῦ μέσου ΙΙ ὡς πρὸς τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μέσον I διὰ τὸ θεωρούμενον εἶδος τῶν κυμάτων καὶ παριστῶμεν διὰ τοῦ συμβόλου ν ἢ ἀκριβέστερον ν_{II}^{I}.

Σημειωτέον ὅτι οἱ νόμοι τῆς ἀνακλάσεως καὶ διαθλάσεως τῶν ἠχητικῶν κυμάτων δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπαληθευθοῦν πειραματικῶς εἰς τὸ ἐργαστήριον μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν, διότι τὸ μῆκος κύματος εἶναι ἐν γένει τοῦ αὐτοῦ περίπου μεγέθους πρὸς τὰ ὄργανά μας καὶ διὰ τοῦτο τὰ φαινόμενα τῆς περιθλάσεως γίνονται πολὺ αἰσθητὰ καὶ πολλάκις καλύπτουν τὴν κανονικὴν ἀνάκλασιν καὶ διάθλασιν.

§ 334. ***Μεταβολὴ τῆς φάσεως κατὰ τὴν ἀνάκλασιν.*** Θεωροῦμεν διὰ τὴν ἁπλότητα κῦμα προσπίπτον καθέτως ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν τὴν διαχωρίζουσαν δύο ἐλαστικὰ μέσα. Τὸ κῦμα, καθὼς εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον εἴδομεν ἐν μέρει εἰσέρχεται εἰς τὸ δεύτερον μέσον, ἐν μέρει δὲ (ἢ καὶ ἐν ὅλῳ ὑπὸ ὡρισμένας συνθήκας) ἀνακλᾶται. Σχηματίζονται λοιπὸν ἐντὸς τοῦ πρώτου μέσου στάσιμα κύματα ἐκ τῆς συμβολῆς τοῦ προσπίπτοντος κύματος καὶ τοῦ ἀνακλωμένου. Κατὰ τὴν ἀνάκλασιν δύο ἄκραι περιπτώσεις ἠμποροῦν νὰ παρουσιασθοῦν:

1) Ἡ φύσις τῆς διαχωριζούσης ἐπιφανείας εἶναι τοιαύτη ὥστε νὰ σχηματίζεται ἐκεῖ *κοιλία* τῶν στασίμων κυμάτων. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ προσπίπτον καὶ τὸ ἀνακλώμενον κῦμα ἔχουν ἐπὶ τῆς ἀνακλώσης ἐπιφανείας τὴν αὐτὴν φάσιν, ἤτοι ἡ κατανομὴ τῶν φάσεων κατὰ μῆκος τῆς προσπιπτούσης καὶ τῆς ἀνακλωμένης ἀκτῖνος εἶναι συνεχής, ὡς ἂν μὴ ὑπῆρχεν ἡ ἀνάκλασις.

2) Εἰς τὴν ἀνακλῶσαν ἐπιφάνειαν ἔχομεν *δεσμὸν* τῶν στασίμων κυμάτων. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ προσπίπτον καὶ τὸ ἀνακλώμενον κῦμα παρουσιάζουν ἐπὶ τῆς ἀνακλώσης ἐπιφανείας διαφορὰν φάσεως 180^0 ἤτοι ἡ κατανομὴ τῶν φάσεων κατὰ μῆκος τῆς προπιπτούσης καὶ τῆς ἀνακλωμένης ἀκτῖνος παρουσιάζει εἰς τὴν θέσιν τῆς ἀνακλάσεως ἀσυνέχειαν 180^0. Κατὰ τὴν ἀνάκλασιν ἔχομεν μεταβολὴν *„πήδημα,* τῆς φάσεως κατὰ 180^0.

Ἀποδεικνύεται ὅτι κατὰ τὴν ἀνάκλασιν τῶν κυμάτων πυκνότητος ἐντὸς τοῦ μέσου I συνορεύοντος μὲ τὸ μέσον II ἔχομεν συνέχειαν μὲν τῶν φάσεων τῆς μεταβολῆς τῆς *πυκνότητος,* ὅταν ἡ ταχύτης διαδόσεως εἶναι μεγαλητέρα εἰς τὸ μέσον I $\left(\nu_{II}^{I} > 1\right)$ μεταβολὴν δὲ τῆς φάσεως κατὰ 180^0 ὅταν ἡ ταχύτης εἶναι μεγαλητέρα εἰς τὸ μέσον II $\left(\nu_{II}^{I} < 1\right)$.

Ἰδιαιτέρως ἐνδιαφέρον ἐξαγόμενον τῆς διερευνήσεως τῶν φαινομένων τῆς ἀνακλάσεως καὶ διαθλάσεως τῶν κυμάτων πυκνότητος εἶναι, ὅτι ὑπὸ ὡρισμένην γωνίαν προσπτώσεως δὲν ἔχομεν ἀνάκλασιν ἀλλὰ μόνον διάθλασιν, ἀλλ' ὁ περαιτέρω περὶ τούτου λόγος θὰ παρεῖλκε.

ΤΑΧΥΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΕΩΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

§ 335. Ἡ ταχύτης c τῆς διαδόσεως τῶν ἐλαστικῶν κυμάτων ἀποδεικνύεται θεωρητικῶς ὅτι εἶναι

$$c = \sqrt{\frac{A}{D}} \tag{1}$$

ὅπου A σταθερὰ ἐλαστικότητος ἐξαρτωμένη ἀπὸ τὸ εἶδος καὶ τὸν τρόπον διαδόσεως τοῦ κύματος καὶ D ἡ πυκνότης τοῦ μέσου.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Προκειμένου περὶ κυμάτων πυκνότητος, ὁποῖα εἶναι τὰ ἠχητικὰ κύματα, ἂν ἡ διάδοσις γίνεται ἐλευθέρως ἐντὸς ἀπεριορίστου μέσου, εἰς τὴν θέσιν τοῦ Α πρέπει νὰ τεθῇ τὸ μέτρον ἐλαστικότητος ὄγκου κ (§ 150).

Τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἀέρος εὑρίσκομεν θεωρητικῶς ὡς ἑξῆς:

Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg καὶ εἰς θερμοκρασίαν 0° εἶναι $D = 1{,}2932 \cdot 10^{-3}$ CGS. Τὸ μέτρον ἐλαστικότητος κ εὑρίσκεται ὡς γνωστὸν ἐκ τῆς σχέσεως:

$$\beta = \frac{1}{\varkappa} V p_1 \tag{2}$$

ὅπου β ἡ μικρὰ ἐλάττωσις τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ὄγκος V ὅταν ἡ πανταχόθεν ὁμοιόμορφος πίεσις αὐξηθῇ κατὰ τὴν μικρὰν ποσότητα p. Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Mariotte εἶναι, ἂν ὀνομάσωμεν P τὴν ἀρχικὴν πίεσιν:

$$PV = (P+p)(V-\beta) = PV + pV - P\beta + p\beta$$

καὶ ἂν παραλείψωμεν τὸ γινόμενον pβ ὡς πολὺ μικρόν,

$$pV = P\beta.$$

Θέτοντες τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ Vp εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2) εὑρίσκομεν

$$\varkappa = P \tag{3}$$

καὶ ἑπομένως ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου θὰ εἶναι

$$c = \sqrt{\frac{P}{D}} \tag{4}$$

ὅπου P ἡ πίεσις καὶ D ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος (τύπος τοῦ Νεύτωνος).

Ἡ τιμὴ τῆς πιέσεως 760 mm Hg εἰς μονάδας C.G.S. εἶναι $1{,}0137\ 10^6$

ὅθεν $$c = \sqrt{\frac{1{,}0137}{1{,}2932} \cdot 10^6}\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 28\,000\ \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 280\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Πειραματικῶς εὑρίσκεται ἡ ταχύτης πολὺ μεγαλητέρα, ἴση πρὸς 330 περίπου μέτρα κατὰ δευτερόλεπτον.

Τὴν αἰτίαν τῆς ἀσυμφωνίας ταύτης εὗρεν ὁ Laplace (1816). Πράγματι ὁ νόμος τοῦ Mariotte - Boyle ἰσχύει διὰ τὰς ἰσοθέρμους μεταβολὰς τῶν ἀερίων. Κατὰ τὰς ταχείας ὅμως ἐναλλαγὰς τῆς πιέσεως τῶν ἠχητικῶν κυμάτων ἡ μεταβολὴ δὲν εἶναι ἰσόθερμος ἀλλ' ἀδιαβατική, δηλ. ἡ θερμοκρασία δὲν μένει σταθερά, ἀλλ' ἐπειδὴ δὲν προφθάνει νὰ γίνῃ ἐξίσωσις τῆς θερμοκρασίας μὲ τὰ πέριξ, κατὰ μὲν τὴν συμπίεσιν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία ἕνεκα τοῦ προσφερομένου ἔργου καὶ ἑπομένως ἡ πίεσις εἶναι μεγαλητέρα ἐκείνης, τὴν ὁποίαν θὰ εἴχομεν ἂν ἡ συμπίεσις ἦτο ἰσόθερμος, κατὰ δὲ τὴν ἀραίωσιν ἔχομεν, ἕνεκα τοῦ ὑπὸ τοῦ ἀερίου ἐκτελουμένου ἔργου, ἐλάττωσιν τῆς θερμοκρασίας. Ἡ σχέσις μεταξὺ πιέσεως καὶ ὄγκου εἶναι τώρα

$$PV^\gamma = \text{const.}$$

ὅπου γ ὁ λόγος τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀέρος, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον (πρβλ. § 412 κ. ἑ.). Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης εὑρίσκομεν

$$(P+p)(V-\beta)^\gamma = P V^\gamma$$

καὶ ἂν ἀναπτύξωμεν τὸ $(V-\beta)^\gamma$ κατὰ τὸν τύπον τοῦ διωνύμου, παραλείποντες ἀνωτέρας δυνάμεις τοῦ β,

$$(P+p)(V^\gamma - \gamma V^{\gamma-1}\beta + \dots) = P V^\gamma$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκτελοῦμεν τὰς πράξεις παραλείποντες ἀκόμη τὸ γεινόμενον pβ καὶ εὑρίσκομεν:

$$P V^{\gamma} + p\, V^{\gamma} - \gamma P\, V^{\gamma-1} \beta = P V^{\gamma}$$
$$p V = \gamma P \beta$$

ὅθεν:

(5) $$\varkappa = P \cdot \gamma \qquad c = \sqrt{\frac{P}{D}\gamma}$$

καὶ ἑπομένως, διὰ τὸν ἀέρα

$$c = 280 \sqrt{\gamma}\ \frac{m}{sec}$$

Ὁ λόγος γ εἶναι διὰ τὸν ἀέρα εἶναι ἴσος πρὸς 1,4

ὅθεν $$\sqrt{\gamma} = 1{,}183 \qquad \text{καὶ} \qquad c = 280 \cdot 1{,}183 = 332\ \frac{m}{sec}$$

Ἐκ τοῦ τύπου (5) εὑρίσκομεν, ἂν ἀντὶ τῆς πυκνότητος D θέσωμεν τὸ πηλίκον τῆς μάζης m διὰ τοῦ ὄγκου V,

$$c = \sqrt{PV\frac{\gamma}{m}}$$

Ἐπειδὴ τὸ γινόμενον PV εἶναι σταθερὸν ἐφ' ὅσον δὲν μεταβάλλεται ἡ θερμοκρασία, ἔπεται ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν.

Θέτοντες ἀντὶ τοῦ PV τὴν τιμήν του $P_0 V_0 \left(1+\frac{\theta}{273}\right)$ (πρβλ. ἐξίσ. 3 § 228) εὑρίσκομεν, ὑποδηλώνοντες διὰ δείκτου τὴν θερμοκρασίαν,

$$c_\vartheta = \sqrt{P_0 V_0 \frac{\gamma}{m}\left(1+\frac{\theta}{273}\right)}$$

ὅθεν

(6) $$c_\vartheta = c_0 \sqrt{1+\frac{\theta}{273}}$$

Ἡ ταχύτης c_1 ἐντὸς οἱονδήποτε ἀερίου, τοῦ ὁποίου ἡ πυκνότης εἶναι D_1, εἶναι

$$c_1 = \sqrt{\frac{P}{D_1}\gamma}$$

ἑπομένως ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν ἔχομεν

(7) $$\frac{c}{c_1} = \sqrt{\frac{D_1}{D}}$$

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ διάφορα ἀέρια εἶναι λοιπὸν ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς πυκνότητος.

Ἂν ὁ ἦχος διαδίδεται κατὰ μῆκος στερεᾶς ῥάβδου, πρέπει εἰς τὸν τύπον (1) νὰ θέσωμεν τὸ μέτρον τοῦ Young E (§ 140) καὶ ἔχομεν

$$c = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

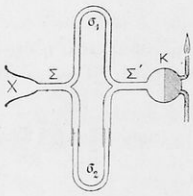
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟΣ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΧΥΤΗΤΟΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

§ 336. ***Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα.*** Τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα προσδιορίζομεν κατὰ πολλοὺς τρόπους. Π. χ. μετροῦντες τὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος παρέρχεται ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν βλέπομεν τὴν λάμψιν ἐκπυρσοκροτοῦντος πυροβόλου ὅπλου μέχρι τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἀκούομεν τὸν κρότον, καὶ διαιροῦντες διὰ τοῦ χρόνου τούτου τὴν ἀπόστασιν ἡμῶν ἀπὸ τοῦ πυροβόλου.

Οὕτω εὑρίσκεται ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ εἰς θερμοκρασίαν 0^0 εἶναι

$$c = 332{,}6 \text{ m/sec.}$$

Ἀλλὰ καὶ ἐντὸς τοῦ ἐργαστηρίου ἠμποροῦμεν διὰ πολλῶν μεθόδων νὰ προσδιορίσωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα.



Σχ. 273.

Μία τοιαύτη μέθοδος εἶναι ἡ τοῦ König. Ἐνώπιον τῆς χοάνης X (σχ. 273) παράγομεν ἦχον γνωστῆς συχνότητος, π. χ. διὰ διαπασῶν. Ἐκ τῆς χοάνης ἀναχωρεῖ ὁ σωλὴν Σ, ὁ ὁποῖος διχάζεται εἰς τοὺς σ_1, σ_2 οὗτοι δὲ ἑνούμενοι πάλιν εἰς τὸν Σ΄ καταλήγουν εἰς τὴν μανομετρικὴν κάψαν K. Ὁ σωλὴν σ_2, κατεσκευασμένος ἀπὸ μέρη εἰσερχόμενα ἐντὸς ἀλλήλων ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ βραχύτερος ἢ μακρότερος.

Ἂν οἱ σωλῆνες σ_1 καὶ σ_2 εἶναι ἐντελῶς ἴσοι, ὁ ἐκ τοῦ Σ ἦχος φθάνει διὰ τῶν δύο δρόμων σ_1 καὶ σ_2 εἰς τὸν Σ΄ μὲ τὴν αὐτὴν φάσιν, καὶ ἐπομένως ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν δύο κυμάτων ἔχομεν ἐνίσχυσιν καὶ παρατηροῦμεν ἐντὸς τοῦ περιστρεφομένου κατόπτρου τὰς χαρακτηριστικὰς γλώσσας (πρβλ. σχ. 256β σελ. 319).

Ἂν τώρα βαθμηδὸν ἐπιμηκύνωμεν τὸν σωλῆνα σ_2 ἐνῶ ἐξακολουθεῖ παραγόμενος ἐνώπιον τῆς χοάνης ὁ ἦχος, παρατηροῦμεν ὅτι εἰς ὡρισμένην θέσιν ἐξαλείφονται αἱ γλῶσσαι τῆς φλογὸς καὶ εἰς τὸ κάτοπτρον ἔχομεν ἀντὶ τοῦ σχήματος β τὴν ταινίαν α. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὰ ἠχητικὰ κύματα εἰς τὸν σωλῆνα Σ΄ συμβάλλοντα ἀναιροῦνται, ἔχουν ἐπομένως διαφορὰν φάσεως 180^0 καὶ ἐπομένως ὁ σωλὴν σ΄ εἶναι μακρότερος τοῦ σ κατὰ ἥμισυ μῆκος κύματος. Ἐπιμηκύνοντες ἀκόμη τὸν σωλῆνα σ΄ ἔχομεν ἐκ νέου ἐμφάνισιν τῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γλωσσῶν καὶ νέαν ἐξαφάνισιν. Κατὰ τὴν νέαν ταύτην ἐξαφάνισιν ἡ διαφορὰ τῶν δρόμων σ΄ καὶ σ εἶναι $1\frac{1}{2}$ μῆκος κύματος. Ἡ ἐπιμήκυνσις λοιπὸν τοῦ σωλῆνος σ΄ ἀπὸ τῆς πρώτης μέχρι τῆς δευτέρας ἐξαφανίσεως τῶν γλωσσῶν εἶναι ἴση πρὸς ἓν μῆκος κύματος.

Ἔχοντες τώρα ἐκ τοῦ πειράματος τὸ μῆκος κύματος λ καὶ γνωρίζοντες τὴν συχνότητα ν τοῦ ἤχου εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ θεμελιώδους τύπου τὴν ταχύτητα

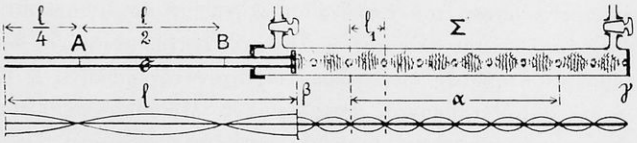
$$c = \nu \lambda.$$

Ἂν π. χ. τὸ διαπασῶν δίδῃ τὸ κανονικὸν 1a (ν = 435) μεταξὺ τῆς πρώτης καὶ τῆς δευτέρας ἐξαφανίσεως τῶν γλωσσῶν θὰ χρειασθῇ νὰ ἀνασύρωμεν τὸν σωλῆνα σ_2 κατὰ 38 cm περίπου ἑπομένως ἡ ὁλικὴ ἐπιμήκυνσις θὰ εἶναι 76 cm. Τοῦτο εἶναι τὸ μῆκος κύματος τοῦ φθόγγου 1a εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἑπομένως ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι

$$c = 435 \times 76 = 33060 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 330{,}6 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}.$$

Σημειωτέον ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς στενῶν σωλήνων δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν ἐντὸς τοῦ ἐλευθέρου ἀέρος, ἀλλὰ δὲν ἠμποροῦμεν νὰ ἐκταθῶμεν ἐπὶ τοῦ ζητήματος τούτου περισσότερον.

§ 337. ***Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς διάφορα ἀέρια.*** Τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου ἐντὸς διαφόρων ἀερίων ἠμποροῦμεν νὰ προσδιορίσωμεν



Σχ. 274.

διὰ τῆς μεθόδου τοῦ König, ἂν γεμίσωμεν τοὺς σωλῆνας Σ, σ_1, σ_2, Σ΄ μὲ τὸ ἐξεταζόμενον ἀέριον. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην κλείομεν τὸ πρὸς τὴν χοάνην Χ ἄκρον τοῦ σωλῆνος Σ διὰ λεπτοῦ διαφράγματος τὸ ὁποῖον δὲν ἐμποδίζει τὴν διάδοσιν τοῦ ἤχου. Ἡ εἰσαγωγὴ τοῦ ἀερίου γίνεται διὰ καταλλήλων στροφίγγων.

Κομψοτάτη μέθοδος προδιορισμοῦ τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς διάφορα ἀέρια εἶναι ἡ τοῦ Kundt. Ὁ ὑάλινος σωλὴν Σ (σχ. 274) κλειστὸς κατὰ τὸ ἄκρον γ εἶναι ἀνοικτὸς κατὰ τὸ ἄλλο καὶ διὰ τούτου εἰσέρχεται ἐντὸς αὐτοῦ, χωρὶς νὰ τὸν ἐγγίζῃ, τὸ ἄκρον στενωτέρου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σωλῆνος σ, ὁ ὁποῖος στηρίζεται στερεῶς ἐπὶ τῆς τραπέζης διὰ δακτυλίων κατὰ τὰς θέσεις Α καὶ Β, τῶν ὁποίων ἡ ἀπὸ τῶν ἄκρων ἀπόστασις εἶναι ἴση πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ μήκους τοῦ σ. Τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ ἄκρον β τοῦ σωλῆνος σ φέρει ἐλαφρὸν δίσκον ἐκ φελλοῦ, ὁ ὁποῖος φθάνει σχεδὸν μέχρι τῶν τοιχωμάτων τοῦ Σ, χωρὶς ὅμως νὰ τὰ ἐγγίζῃ. Τρίβοντες τὸν σωλῆνα σ κατὰ μῆκος δι' ὑφάσματος ἐμποτισμένου εἰς ἀραιὸν ὀξὺ κάμνομεν αὐτὸν νὰ δονῆται κατὰ μῆκος καὶ νὰ παράγῃ ἦχον ὀξύτατον.

Ἡ παλμικὴ κίνησις μεταδίδεται διὰ τοῦ εἰς τὸ ἄκρον γ προσηρμοσμένου φελλοῦ εἰς τὸν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ ἀέρα, τὸ παραγόμενον κῦμα ἀνακλᾶται εἰς τὸ γ καὶ οὕτω σχηματίζονται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ στάσιμα κύματα. Εἰς τὸ γ, ἐπειδὴ ὁ σωλὴν εἶναι κλειστὸς καὶ ὑπάρχει ἀνένδοτον κώλυμα, θὰ ἔχωμεν κατ' ἀνάγκην δεσμὸν τῆς κινήσεως τοῦ ἀέρος καὶ ἑπομένως κοιλίαν τῆς μεταβολῆς τῆς πυκνότητος. Εἰς τὸ β ἔχομεν κοιλίαν τῆς κινήσεως, ἑπομένως δεσμὸν τῆς μεταβολῆς τῆς πυκνότητος, Μεταξὺ λοιπὸν τοῦ β καὶ γ πρέπει νὰ σχηματισθῇ ἀκέραιος ἀριθμὸς στασίμων κυμάτων καὶ ἥμισυ ἀκόμη καὶ ἑπομένως, ἐπειδὴ ἡ ἀπόστασις δύο δεσμῶν εἶναι ἴση πρὸς ἥμισυ μῆκος κύματος, θὰ ἔχωμεν ἀκώλυτον σχηματισμὸν τῶν στασίμων κυμάτων ὅταν ἡ ἀπόστασις βγ εἶναι ἴση πρὸς περιττὸν ἀριθμὸν τετάρτων μήκους κύματος τοῦ ὑπὸ τοῦ σωλῆνος σ παραγομένου ἤχου.

Ἂν τώρα θέσωμεν εἰς τὸν σωλῆνα Σ λεπτὰ ρινήματα φελλοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν διεγείρωμεν εἰς ἦχον τὸν σωλῆνα σ, ἀναπηδοῦν ταῦτα καὶ διατάσσονται κατὰ σωρούς. Μετακινοῦμεν τὸν σωλῆνα Σ ὡς πρὸς τὸν σ καὶ μεταβάλλομεν τὴν ἀπόστασιν βγ μέχρις ὅτου ἐπιτύχωμεν τὴν ζωηροτάτην κίνησιν τῶν ρινημάτων τοῦ φελλοῦ καὶ τὸν σχηματισμὸν εὐκρινῶν σωρῶν. Ἕκαστος σωρὸς ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓν στάσιμον κῦμα, καὶ ἑπομένως τὸ μῆκος τοῦ l_1 εἶναι ἴσον πρὸς ἥμισυ μῆκος κύματος τοῦ ὑπὸ τοῦ σωλῆνος σ παραγομένου ἤχου. Τὸ μῆκος τοῦ ἑνὸς σωροῦ εὑρίσκομεν μετροῦντες τὸ μῆκος α πολλῶν σωρῶν καὶ διαιροῦντες διὰ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν σωρῶν.

Ἂν λοιπὸν εἶναι ν ἡ συχνότης τοῦ ἤχου τοῦ σωλῆνος σ καὶ c_1 ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου, ἔχομεν τὴν σχέσιν $c_1 = 2 l_1 \nu$.

Εἰσάγοντες διὰ καταλλήλων στροφίγγων οἱονδήποτε ἀέριον εἰς τὸν σωλῆνα Σ καὶ σχηματίζοντες πάλιν τοὺς σωροὺς εὑρίσκομεν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἄλλο μῆκος σωροῦ, l_2 καὶ ἂν εἶναι c_2 ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέριον, ἔχομεν πάλιν τὴν σχέσιν $c_2 = 2 l_2 \nu$

ὅθεν $c_2 : c_2 = l_2 : l_1$

Οὕτω ἐκ τῆς γνωστῆς ταχύτητος c_1 τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ ἐκ τῶν μετρουμένων μηκῶν l_1, l_2 εὑρίσκομεν τὴν ταχύτητα c_2 τοῦ ἤχου εἰς τὸ ἐξεταζόμενον ἀέριον.

§ 338. ***Ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς ὑγρῶν.*** Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἐμετρήθη κατὰ πρῶτον ὑπὸ τῶν Sturm καὶ Colladon εἰς τὴν λίμνην τῆς Γενεύης (1827).

Ὁ εἷς παρατηρητὴς εὑρισκόμενος ἐντὸς λέμβου ἔπληττε διὰ σφύρας κώδωνα κρεμάμενον ἐντὸς τοῦ ὕδατος, ἐνῶ συγχρόνως ἀνεφλέγετο ἐπὶ τῆς λέμβου πυρῖτις. Ὁ δεύτερος παρατηρητὴς ἤκουε τὸν ἦχον διὰ χωνίου κλειομένου διὰ λεπτῆς μεμβράνης καὶ βυθισμένου ἐντὸς τοῦ ὕδατος καὶ ἐμέτρει τὸν χρόνον ὁ ὁποῖος παρήρχετο ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἔβλεπε τὴν ἀνάφλεξιν τῆς πυρίτιδος μέχρι τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἤκουε τὸν ἦχον. Ἡ ἀπόστασις τῶν λέμβων ἦτο 13,5 χιλιόμετρα, ὁ χρόνος 9,4 δευτερόλεπτα, ὅθεν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ὕδατος (εἰς 8^0 Κελσίου)

$$c = \frac{13500}{9{,}4} = 1435 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

Ἐντὸς τοῦ ἐργαστηρίου ἠμποροῦμεν νὰ εὕρωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς διάφορα ὑγρὰ διὰ τῆς μεθόδου τοῦ Kundt ἂν γεμίσωμεν τὸν σωλῆνα Σ διὰ τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Ἀντὶ ρινημάτων φελλοῦ μεταχειριζόμεθα κόνιν κισήρεως (ἐλαφρόπετρας).

§ 339. ***Ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς στερεῶν.*** Διάδοσιν ἐλαστικῶν κυμάτων ἐντὸς στερεοῦ σώματος, ἀνάλογον περίπου πρὸς τὴν διάδοσιν τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἐλευθέρου ἀέρος, ἔχομεν τὴν διάδοσιν τῶν σεισμικῶν δονήσεων διὰ τῆς μάζης τῆς γῆς. Τὸ φαινόμενον ὅμως τοῦτο, ἕνεκα τοῦ ἀνομοιογενοῦς τῆς γῆς, εἶναι πολύπλοκον καὶ ἡ ἐξέτασις αὐτοῦ ἐνταῦθα θὰ παρεῖλκεν.

Εἶναι γνωστὸν ἐπίσης ὅτι ὁ ἦχος διαδίδεται διὰ τοῦ ἐδάφους, ἀλλὰ καὶ τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι πολύπλοκον καὶ δὲν θὰ ἀσχοληθῶμεν μὲ αὐτό.

Ὑπὸ τὴν ἁπλουστάτην αὐτοῦ μορφὴν παρουσιάζεται τὸ φαινόμενον τῆς διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐντὸς στερεῶν, ὅταν ταῦτα εἶναι σω-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λῆνες ἢ ράβδοι ὁμογενεῖς. Ἡ διάδοσις τοῦ ἤχου εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ὅμως εἶναι διάφορος τῆς διαδόσεως ἐντὸς στερεοῦ ἐκτεινομένου καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις (πρβλ. § 334. Εἰς τὸν τύπον τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου πρέπει νὰ θέσωμεν εἰς τὴν θέσιν τῆς σταθερᾶς A τὸ μέτρον τοῦ Young E).

Ὅταν διαθέτωμεν σωλῆνα ἢ ράβδον ἀρκετοῦ μήκους, ὥστε ὁ χρόνος τὸν ὁποῖον χρειάζεται ὁ ἦχος διὰ νὰ διαδοθῇ ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου εἰς τὸ ἄλλο νὰ δύναται νὰ μετρηθῇ μὲ ἀρκετὴν ἀκρίβειαν, μεταχειριζόμεθα πρὸς προσδιορισμὸν τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου μέθοδον ἀνάλογον μὲ ἐκείνην διὰ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν αὐτὴν εἰς τὸν ἐλεύθερον ἀέρα. Κτυπῶμεν δηλ. διὰ σφύρας τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος ἢ τῆς ράβδου καὶ δεύτερος παρατηρητής, ἔχων τὸ οὖς εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον, μετρεῖ τὸν χρόνον ὁ ὁποῖος παρέρχεται ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν βλέπει πίπτουσαν τὴν σφῦραν μέχρι τῆς στιγμῆς καθ' ἣν ἀκούει, διὰ τοῦ στερεοῦ διαδιδόμενον, τὸν ἦχον. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος ἢ τῆς ράβδου διὰ τοῦ χρόνου.

Ἀλλὰ καὶ διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ Kundt ἠμποροῦμεν νὰ εὕρωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς σωλῆνας ἢ ράβδους. Ὅταν τρίβοντες διὰ τοῦ ὑφάσματος τὸν σωλῆνα σ (σχ. 274) κάμνομεν αὐτὸν νὰ ἠχῇ, ἀναπτύσσονται εἰς αὐτὸν στάσιμα κύματα καὶ εἰς τὰ ἐλεύθερα ἄκρα ἔχομεν βεβαίως κοιλίας τῆς κινήσεως. Εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B, ἕκαστον τῶν ὁποίων ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἀντιστοίχου ἄκρου τοῦ σωλῆνος ἀπόστασιν ἴσην πρὸς τὸ τέταρτον τοῦ μήκους αὐτοῦ, ἔχομεν ἕνεκα τῆς στηρίξεως δεσμοὺς τῆς κινήσεως.

Ἔχομεν λοιπὸν $\frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} = 2$ στάσιμα κύματα εἰς τὸ μῆκος l τοῦ σωλῆνος σ καὶ ἑπομένως l εἶναι τὸ μῆκος κύματος τοῦ ὑπὸ τοῦ σωλῆνος (ἢ τῆς ράβδου) σ παραγομένου φθόγγου εἰς τὸ ὑλικὸν τοῦ σωλῆνος.

Ἂν εἶναι c_σ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν σωλῆνα σ καὶ ν ἡ συχνότης ἔχομεν τὴν σχέσιν

$$c_\sigma = \nu l$$

Συνδυάζοντες τὴν σχέσιν ταύτην μὲ τὴν § 337 εὑρεθεῖσαν

$$c_1 = 2\, l_1 \nu$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅπου c_1 ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ l_1 τὸ μῆκος ἑνὸς σωροῦ εἰς τὸν πλήρη ἀέρος σωλῆνα Σ, εὑρίσκομεν

$$c_\sigma = c_1 \frac{l}{2l_1}$$

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἴς τινα μέταλλα (εἰς σχῆμα ράβδου) παρέχεται ἀπὸ τὸν ἑπόμενον πίνακα.

Ἀργίλλιον	5105 m/sec	Ὀρείχαλκος	3235—3617 m/sec
Ἄργυρος	2605—2674	Σίδηρος	5016—5124
Κασσίτερος	2490—2640	Χαλκὸς	3825—3984
Μόλυβδος	1230—1320	Χάλυψ	4880—4980
Νικέλιον	4973	Ψευδάργυρος	3688—3699

Ἡ ταχύτης εὑρίσκεται διάφορος ἀναλόγως τῆς καθαρότητος τοῦ μετάλλου καὶ τοῦ τρόπου τῆς κατεργασίας αὐτοῦ.

Διὰ νὰ δείξωμεν κατὰ πόσον ἡ θεωρητικῶς ἐκ τοῦ τύπου

$$c = \sqrt{\frac{E}{D}}$$

ὑπολογιζομένη τιμὴ τῆς ταχύτητος συμφωνεῖ μὲ τὴν πειραματικῶς εὑρισκομένην ὑπολογίζομεν αὐτὴν διὰ τὸ ἀργίλλιον ἐκ τῶν σταθερῶν τοῦ πίνακος III. Ἔχομεν

$$E = 6500 \frac{kg^*}{mm^2} = 6500 . 9{,}81 . 10^7 \text{ CGS} = 64 . 10^{10} \text{ CGS}$$

$$D = 2{,}7 \text{ CGS}$$

$$c = \sqrt{\frac{64}{2{,}7}} . 10^{10} = 485\,000 \text{ CGS} = 4850 \frac{m}{sec}$$

ἀντὶ τῶν 5105 τοῦ ἀνωτέρω πίνακος.

Εἰς τὰ ξύλα ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου παραλλήλως πρὸς τὰς ἴνας εἶναι $3400 - 5250 \frac{m}{sec}$. Καθέτως πρὸς τὰς ἴνας διὰ τὸ αὐτὸ ξύλον εἶναι 1,35 ἕως 2,2 φορὰς μικροτέρα τῆς ταχύτητος παραλλήλως πρὸς τὰς ἴνας.

ΕΝΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

§ 340 ***Ἔντασις τοῦ ἤχου καὶ μεταβολὴ αὐτῆς κατὰ τὴν διάδοσιν.*** Οἱ μουσικοὶ ρθόγγοι ἐκτὸς τοῦ ὕψους ἔχουν καὶ τὸ χαρακτηριστικὸν τῆς ἐντάσεως, τὸ ὁποῖον ἔχουν καὶ οἱ στερούμενοι τοῦ χαρακτηριστικοῦ τοῦ ὕψους κρότοι. Εἷς ἦχος μᾶς φαίνεται ἰσχυρότερος, ἐντονώτερος ἑνὸς ἄλλου. Εἰς τὴν ὑποκειμενικὴν ταύτην διαφορὰν τῶν αἰσθημάτων ἀντιστοιχεῖ διαφορὰ τοῦ πλάτους τῶν μεταβολῶν τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν τὸ ἀκουστικὸν αἴσθημα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ ἠχητικὰ κύματα, καθὼς καὶ προηγουμένως εἴπομεν, ἀντιπροσωπεύουν ροὴν ἐνεργείας, τὴν δὲ *ἔντασιν* τῆς ροῆς ταύτης φυσικὸν εἶναι νὰ χαρακτηρίσωμεν διὰ τοῦ ποσοῦ τῆς ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διέρχεται διὰ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας, καθέτου ἐπὶ τὴν ἠχητικὴν ἀκτῖνα. Ἀποδεικνύεται δὲ ὅτι ἡ οὕτως ὁριζομένη ἔντασις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ πλάτους τῆς χαρακτηριζούσης τὸ κῦμα μεταβολῆς.

Ἰσχὺν ἠχητικῆς πηγῆς ὀνομάζομεν τὸ πηλίκον τῆς ὑπὸ τῆς πηγῆς ὑπὸ μορφὴν κυμάτων ἐκπεμπομένης ἐνεργείας διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου.

Ἡ ἰσχὺς τῆς ἠχητικῆς πηγῆς ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἠχογόνου σώματος, ἐκ τοῦ τρόπου τῆς διεγέρσεως αὐτοῦ καὶ ἐκ τῶν συνθηκῶν ὑπὸ τὰς ὁποίας ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἐκ τοῦ ἠχογόνου σώματος εἰς τὸ περιβάλλον ἐλαστικὸν μέσον.

Κώδων π. χ. ἀποτελεῖ ἠχογόνον πηγὴν τόσον ἰσχυροτέραν ὅσον μεγαλήτερος εἶναι καὶ ὅσον ἰσχυρότερον πλήττεται, διότι μεγαλήτερον ποσὸν ἐνεργείας ἀποταμιεύεται διὰ τοῦ κτυπήματος καὶ διὰ μεγαλητέρας ἐπιφανείας, παλλομένης μὲ μεγαλήτερον πλάτος, γίνεται ἡ μετάδοσις εἰς τὸν πέριξ ἀέρα. Ὁ αὐτὸς κώδων, ὁμοίως πληττόμενος, ἀποτελεῖ ἀσθενεστέραν πηγὴν ὅταν εὑρίσκεται ἐντὸς κιβωτίου συγκοινωνοῦντος μὲ τὸν πέριξ ἀέρα δι' ὀλίγων ἀνοιγμάτων παρὰ ὅταν εἶναι ἐλεύθερος καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

Ἂν εἶναι Ε ἡ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς ἐκπεμπομένη ἐνέργεια καὶ ἡ διάδοσις τοῦ ἤχου γίνεται ἐλευθέρως καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις, εἰς ἀπόστασιν r ἀπὸ τῆς πηγῆς, ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχει ἀπορρόφησις τοῦ ἤχου, μεταβολὴ δηλ. τῆς ἠχητικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα, ἡ ἐνέργεια αὕτη κατανέμεται εἰς σφαιρικὴν ἐπιφάνειαν $4\pi r^2$ καὶ ἑπομένως διὰ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διέρχεται ἐνέργεια

$$\frac{E}{4\pi r^2}$$

Τὸ ποσὸν τοῦτο εἶναι ἡ ἔντασις Ι τοῦ ἠχητικοῦ κύματος. Εἰς ἀπόστασιν r_1 ἡ ἔντασις θὰ εἶναι

$$I_1 = \frac{E}{4\pi r_1^2}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅθεν εὑρίσκομεν

$$I : I_1 = r_1^2 : r^2$$

Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου, ὅταν ἡ διάδοσις γίνεται ἐλευθέρως καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις καὶ δὲν ὑπάρχει ἀπορρόφησις, μεταβάλλεται κατὰ λόγον ἀντίστροφον τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως ἀπὸ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.

Ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἠχητικὴν πηγήν, τόσον ὁ ἦχος μᾶς φαίνεται ἀσθενέστερος. Μεταξὺ ὅμως δύο αἰσθημάτων μόνον σχέσιν ἰσότητος ἢ ἀνισότητος ἠμποροῦμεν νὰ πιστοποιήσωμεν. Ἂν λοιπὸν θέλωμεν νὰ ἐκφράσωμεν τὸν νόμον τῆς ἀποστάσεως ἐν σχέσει μὲ τὸ ὑποκειμενικὸν αἴσθημα τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου πρέπει νὰ διατυπώσωμεν αὐτὸν ὡς ἑξῆς:

Ἂν εὑρισκόμενοι εἰς ἀπόστασιν α ἀπὸ ἠχητικῆς τινος πηγῆς αἰσθανώμεθα ἦχον ὡρισμένης ἐντάσεως καὶ μεταβῶμεν εἰς ἀπόστασιν 2α, 3α . . . , διὰ νὰ αἰσθανθῶμεν ἦχον τῆς αὐτῆς ἐντάσεως πρέπει εἰς τὴν θέσιν τῆς μιᾶς πηγῆς νὰ θέσωμεν $2^2 = 4$, $3^2 = 9$ κ.λ. ἐντελῶς ὁμοίας ἠχητικὰς πηγάς· (ὑποτίθεται ὅτι δὲν περιπλέκεται τὸ φαινόμενον ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν ἐκ τῶν διαφόρων πηγῶν προερχομένων κυμάτων).

Ἂν ἡ διάδοσις τοῦ ἤχου δὲν γίνεται ἐλευθέρως πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις, φυσικὰ ἡ ἐλάττωσις τῆς ἐντάσεως εἶναι μικροτέρα. Οὕτω π. χ. ἂν ὁ ἦχος διαδίδεται ἐντὸς ἀέρος περιεχομένου εἰς στενὸν σωλῆνα μὲ λεῖα τοιχώματα ἡ ἐλάττωσις τῆς ἐντάσεως μετὰ τῆς ἀποστάσεως προέρχεται μόνον ἐκ τῆς ἀπορροφήσεως, καὶ διὰ τοῦτο εἶναι δυνατὴ ἡ μεταβίβασις τῆς φωνῆς εἰς ἀρκετὰ μεγάλας ἀποστάσεις (ἀκουστικοὶ σωλῆνες). Ἐπίσης ἐλάττωσιν τῆς ἐντάσεως μόνον ἐξ ἀπορροφήσεως ἔχομεν εἰς τὸ γνωστὸν τηλέφωνον μὲ νῆμα, τὸ ὁποῖον σύγκειται ἀπὸ δύο κυτία, τῶν ὁποίων οἱ ἐλαστικοὶ πυθμένες συνδέονται πρὸς ἀλλήλους διὰ τεταμένου νήματος.

§ 341. ***Ἀπορρόφησις τοῦ ἤχου.*** Ἡ ἀπορρόφησις τοῦ ἤχου, ὅπως γενικῶς ὀνομάζομεν πᾶσαν ἐλάττωσιν τῆς ἐντάσεως μὴ προερχομένην ἐξ εὐρύνσεως τοῦ κύματος, συνίσταται πάντοτε τελικῶς εἰς μεταβολὴν τῆς ἠχητικῆς ἐνεργείας εἰς θερμικήν.

Ὅσον τὸ μέσον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου διαδίδεται ὁ ἦχος, εἶναι ἐλαστικώτερον, ὅσον δηλ. τελειότερον αἴρονται αἱ παραμορφώσεις αὐτοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὅταν παύσουν ἐνεργοῦσαι αἱ προκαλοῦσαι αὐτὰς δυνάμεις, τόσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀπορρόφησις. Ἀλλὰ καὶ ἡ ὕφὴ τοῦ μέσου ἔχει μεγίστην σημασίαν. Οὕτω πᾶσα μεταβολὴ τῆς συστάσεως τοῦ μέσου προκαλεῖ μερικὴν ἀνάκλασιν τοῦ ἤχου, ἂν δὲ ἔχωμεν μέσον ἀνομογενές, εἰς τὸ ὁποῖον ὑπάρχουν πολλαὶ ἀνακλασικαὶ ἐπιφάνειαι, ὁ ἦχος, ἐπανειλημμένως ἀνακλώμενος καὶ διαθλώμενος, ἀπορροφᾶται ἰσχυρῶς.

Οὕτω ἔχομεν καλοὺς μὲν ἀγωγοὺς τοῦ ἤχου τὰ ὁμογενῆ ἐλαστικὰ σώματα καί, προκειμένου περὶ στερεῶν, τὸ σῶμα εἶναι ἐν γένει τόσον καλήτερος ἀγωγὸς ὅσον μεγαλήτερον τὸ μέτρον τῆς ἐλαστικότητος. Κακοὶ δὲ ἀγωγοὶ εἶναι τὰ σώματα τὰ ἔχοντα μικρὸν ὅριον ἐλαστικότητος, ἀλλὰ πρὸ παντὸς τὰ ἀνομογενῆ σώματα. Στρῶμα βάμβακος π. χ. ὄχι μεγάλου πάχους ἐμποδίζει τελείως τὴν διάβασιν τοῦ ἤχου.

ΠΟΙΟΝ Η ΧΡΟΙΑ ΤΩΝ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

§ 342. Ἐκτὸς τοῦ ὕψους καὶ τῆς ἐντάσεως οἱ μουσικοὶ ἤχοι ἔχουν καὶ τρίτον χαρακτηριστικόν, τὸ *ποιὸν* ἢ τὴν *χροιάν*.

Ὑποκειμενικῶς θὰ ὁρίσωμεν τὸ ποιὸν ὡς τὸ γνώρισμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς κάμνει νὰ θεωροῦμεν ὡς διαφόρους δύο φθόγγους τῆς αὐτῆς ἐντάσεως καὶ τοῦ αὐτοῦ ὕψους, καὶ τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ἀναγνωρίσωμεν τὴν προέλευσιν ἑνὸς ἤχου.

Ἡ ἀντικειμενικὴ ἐξέτασις δεικνύει ὅτι ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον ὑποκειμενικῶς ἀντιλαμβανόμεθα ὡς ποιόν, προέρχεται ἐκ τῆς μορφῆς τῆς περιοδικῆς μεταβολῆς, ἐκ τοῦ σχήματος δηλ. τῆς παριστώσης τὴν περιοδικὴν μεταβολὴν (π. χ. τῆς πυκνότητος τοῦ ἀέρος) καμπύλης ἢ καὶ ἄλλως ἐκ τοῦ πλήθους καὶ τῆς σχετικῆς ἐντάσεως τῶν ὀξυτέρων φθόγγων τῶν συνοδευόντων τὸν βαρύτατον θεμελιώδη, τοῦ ὁποίου τὸ ὕψος εἶναι τὸ χαρακτηριστικὸν τοῦ φθόγγου ὕψος.

Οἱ μουσικοὶ δηλ. φθόγγοι, ἐκτὸς σπανίων ἐξαιρέσεων, δὲν εἶναι ἁπλοῖ, ἡ προκαλοῦσα δηλ. αὐτοὺς περιοδικὴ μεταβολὴ δὲν εἶναι ἁπλῆ ἁρμονική, τοιαύτη ὥστε νὰ παρίσταται διὰ τοῦ τύπου 1 τῆς § 35 ἢ γραφικῶς διὰ καμπύλης ὁμοίας πρὸς τὰς τοῦ σχ. 21 (σελ. 33) ἀλλ' ἐν γένει εἶναι σύνθετοι, καὶ ἡ προκαλοῦσα αὐτοὺς περιοδικὴ μεταβολὴ παρίσταται διὰ πολυπλόκου καμπύλης, ὁμοίας πρὸς τὰς τοῦ σχ. 22 (σελ. 34).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀλλ' εἰς τὴν § 41 εἴδομεν ὅτι πᾶσα περιοδικὴ κίνησις δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς ἄθροισμα ἁπλῶν ἁρμονικῶν, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἶναι πολλαπλάσια τῆς θεμελιώδους συχνότητος τὰ δὲ πλάτη καὶ αἱ φάσεις εὑρίσκονται ἄνευ οὐδεμιᾶς ἀμφιβολίας ἐκ τῆς δοθείσης περιοδικῆς κινήσεως. Πᾶς σύνθετος φθόγγος ἠμπορεῖ λοιπὸν νὰ θεωρηθῇ ὡς τὸ σύνολον πολλῶν ἁπλῶν φθόγγων, ἑνὸς θεμελιώδους καὶ τῶν ἁρμονικῶν αὐτοῦ (πρβλ. § 320) τῶν ὁποίων αἱ φάσεις καὶ αἱ ἐντάσεις εἶναι τελείως ὡρισμέναι.

Τὴν ἀνάλυσιν ταύτην τοῦ συνθέτου φθόγγου ἐκτελεῖ τὸ αἰσθητήριόν μας, ὅπως θὰ ἴδωμεν, καὶ πολλάκις μὲν ἀντιλαμβανόμεθα ἐνσυνειδήτως τοὺς ἁρμονικούς, ὅταν ἡ ἔντασις αὐτῶν εἶναι ἀρκετή, πολλάκις ὅμως ἡ ἀνάλυσις μένει ὑποσυνείδητος καὶ εἰς τὴν συνείδησιν ἀναφαίνεται μόνον αὐτὸ ἀκριβῶς τὸ γνώρισμα, τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν ποιὸν τοῦ ἤχου.

Κάθε μουσικὸς φθόγγος εἶναι λοιπὸν ἄθροισμα ἑνὸς θεμελιώδους καὶ τῶν ἁρμονικῶν αὐτοῦ, *συγχορδία*, καθὼς λέγομεν, εἰδικῆς μορφῆς καὶ ὑποσυνείδητος. Ἐννοεῖται ὅτι σαφὲς ὅριον μεταξὺ ἐνσυνειδήτου συγχορδίας καὶ ὑποσυνειδήτου, φθόγγου δηλ. φαινομένου ὡς ἁπλοῦ μὲ χαρακτηριστικὴν χροιάν, δὲν ὑπάρχει, ἀλλ' εἶναι δυνατὸν μὲ ὀλίγην ἄσκησιν νὰ ἀντιληφθῶμεν ἐνσυνειδήτως τὰ ἄλλως ὑποσυνείδητα μένοντα συστατικὰ τῶν φθόγγων. Ἡ φάσις τῶν ἁρμονικῶν φαίνεται ὅτι δὲν ἔχει σημασίαν διὰ τὸ ποιὸν τοῦ ἤχου.

§ 343. ***Τὰ τρία χαρακτηριστικὰ τῶν μουσικῶν φθόγγων.*** Οἱ μουσικοὶ φθόγγοι ἔχουν, κατὰ τὰ ἀνωτέρω, τὰ ἑξῆς χαρακτηριστικά. *Ὕψος, ἔντασιν* καὶ *χροιὰν* ἢ *ποιόν*. Εἰς τὰ ὑποκειμενικὰ ταῦτα χαρακτηριστικὰ ἀντιστοιχοῦν ἀντικειμενικῶς ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους συστατικοῦ, τὸ πλάτος τῆς περιοδικῆς μεταβολῆς (π. χ. τῆς πυκνότητος τοῦ ἀέρος) καὶ τὸ ποσὸν καὶ αἱ σχετικαὶ ἐντάσεις τῶν ἁρμονικῶν ἁπλῶν φθόγγων οἱ ὁποῖοι συνοδεύουν τὸν θεμελιώδη.

ΑΡΧΗ DOPPLER—FIZEAU

§ 344. ***Ἐπίδρασις τῆς κινήσεως ἐπὶ τοῦ ὕψους τοῦ ἤχου.*** Ἔστω (σχ. 275 I) ἠχητικὴ πηγὴ Η κινουμένη κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους μὲ ταχύτητα V ἐπὶ τῆς εὐθείας ΗΠ καὶ ἐκπέμπουσα ἦχον μουσικὸν συχνότητος ν, τὸν ὁποῖον ἀκούει παρατηρητὴς ἀκίνητος Π.

Ἂν ἡ πηγὴ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Η κατὰ τὸν χρόνον t, τὸ κατὰ τὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στιγμὴν ἐκείνην ἐκπεμπόμενον κῦμα θὰ φθάσῃ εἰς τὸ Π κατὰ τὸν χρόνον $t+\frac{A}{c}$, ὅπου Α ἡ ἀπόστασις ΗΠ καὶ c ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου. Μετὰ μίαν χρονικὴν μονάδα ἡ ἠχογόνος πηγὴ θὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Η′, θὰ ἔχῃ δηλ. προχωρήσῃ κατὰ τὴν ἀπόστασιν V καὶ τὸ κατὰ τὴν στιγμὴν ταύτην (t+1) ἐκπεμπόμενον κῦμα θὰ φθάσῃ εἰς τὸ Π κατὰ τὸν χρόνον $t+1+\frac{A-V}{c}$. Ἑπομένως τὰς ν δονήσεις, τὰς ὁποίας εἰς μίαν χρονικὴν μονάδα ἐξέπεμψεν ἡ πηγὴ Η, θὰ δεχθῇ ὁ παρατηρητὴς Π εἰς χρόνον

$$\tau = t+1+\frac{A-V}{c}-\left(t+\frac{A}{c}\right)=1-\frac{V}{c}$$

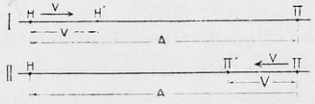
καὶ διὰ τὸν παρατηρητὴν τοῦτον ἡ συχνότης εἶναι

$$\nu'=\frac{\nu}{\tau}=\frac{\nu}{1-\frac{V}{c}} \qquad (1)$$

Ὁ ἦχος φαίνεται εἰς αὐτὸν ὀξύτερος ἢ ὅ,τι πραγματικῶς εἶναι.

Ἂν ἡ πηγὴ ἀπομακρύνεται τοῦ παρατηρητοῦ μὲ ταχύτητα V εὐκόλως εὑρίσκομεν ὅτι ἡ φαινομενικὴ συχνότης θὰ εἶναι

$$\nu'=\frac{\nu}{1+\frac{V}{c}} \qquad (1')$$



Σχ. 275.

ἤτοι ὁ ἦχος θὰ φαίνεται βαρύτερος.

Ἔστω τώρα (σχ. 275 ΙΙ) ἡ πηγὴ ἀκίνητος καὶ ὁ παρατηρητὴς κινούμενος μὲ ταχύτητα V ἐπὶ τῆς εὐθείας ΗΠ καὶ πλησιάζων πρὸς τὴν πηγήν.

Τὸ κῦμα, τὸ ὁποῖον δέχεται ὁ παρατηρητὴς εἰς τὴν θέσιν Π κατὰ τὸν χρόνον t, ἐξεκίνησεν ἀπὸ τὸ Η κατὰ τὸν χρόνον $t-\frac{A}{c}$. Μετὰ μίαν χρονικὴν μονάδα ὁ παρατηρητὴς ἔχει προχωρήσῃ κατὰ τὸ διάστημα V καὶ εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Η′. Τὸ κῦμα, τὸ ὁποῖον δέχεται τώρα (χρόνος t+1), ἔχει ἐκκινήσῃ ἀπὸ τὸ Η κατὰ τὸν χρόνον $t+1-\frac{A-V}{c}$. Ἑπομένως αἱ ν′ δονήσεις τὰς ὁποίας ὁ παρατηρητὴς Π δέχεται εἰς μίαν χρονικὴν μονάδα ἐξεπέμφθησαν πραγματικῶς ἀπὸ τὴν πηγὴν εἰς χρόνον

$$\tau = t+1-\frac{A-V}{c}-\left(\tau-\frac{A}{c}\right)=1+\frac{V}{c}$$

Ἡ πηγὴ λοιπὸν ἐκπέμπει ν′ δονήσεις εἰς χρόνον $1+\frac{V}{c}$, ἑπομένως εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκπέμπει $\nu=\frac{\nu'}{1+\frac{V}{c}}$ δονήσεις, καὶ ἔχομεν μεταξὺ τῆς πραγματικῆς συχνότητος ν καὶ τῆς φαινομενικῆς ν′ τὴν σχέσιν

$$\nu'=\nu\left(1+\frac{V}{c}\right) \qquad (2)$$

Ὁ ἦχος φαίνεται ὀξύτερος ἢ ὅ,τι πράγματι εἶναι.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν ὁ παρατηρητὴς ἀπομακρύνεται τῆς πηγῆς μὲ ταχύτητα V, ὁ τύπος γίνεται

$$\nu' = \nu\left(1 - \frac{V}{c}\right) \qquad (2')$$

Ὁ ἦχος φαίνεται βαρύτερος.

Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μεταβολὴ τοῦ ἤχου δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ ἂν ὁ παρατηρητὴς κινεῖται πρὸς τὴν πηγὴν ἢ ἡ πηγὴ κινεῖται πρὸς τὸν παρατηρητὴν μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα.

Ἂν π. χ. ἡ πηγή, ἐκπέμπουσα τὸν φθόγγον do, κινεῖται πρὸς τὸν παρατηρητὴν μὲ ταχύτητα ἴσην πρὸν τὸ $\frac{1}{3}$ τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου, εἶναι δηλ. $V = \frac{c}{3}$, θὰ ἔχωμεν κατὰ τὸν τύπον (1)

$$\nu' = \frac{3}{2}\,\nu$$

Ὁ παρατηρητὴς θὰ ἀκούῃ ἦχον κατὰ μίαν πέμπτην ὀξύτερον, δηλ. sol.

Ἂν δὲ ἡ πηγὴ εἶναι ἀκίνητος καὶ ὁ παρατηρητὴς κινεῖται πρὸς αὐτὴν μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, θὰ ἔχωμεν κατὰ τὸν τύπον (2)

$$\nu' = \frac{4}{3}\,\nu$$

Ὁ παρατηρητὴς θὰ ἀκούῃ ἦχον ὀξύτερον κατὰ μίαν τετάρτην, δηλ. fa.

Οἱ δύο τύποι 1 καὶ 2 γίνονται οἱ αὐτοὶ μόνον ὅταν αἱ ταχύτητες εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου, διότι τότε εἶναι

$$\frac{1}{1 - \frac{V}{c}} \sim 1 + \frac{V}{c}$$

ΠΗΓΑΙ ΤΩΝ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

ΧΟΡΔΑΙ

§ 345. ***Χορδὴν*** ὀνομάζομεν σῶμα στερεὸν κ[illegible]ρικόν, τοῦ ὁποίου ἡ τομή, κυκλικὴ καὶ παντοῦ ἡ αὐτή, ἔχει διάμετρον μικρὰν ὡς πρὸς τὸ ὅλον μῆκος. Ἡ χορδὴ θεωρεῖται ὡς μὴ παρουσιάζουσα ἀντίστασιν εἰς τὴν κάμψιν, τὸ δὲ εὐθὺ σχῆμα λαμβάνει μόνον ἕνεκα τῆς μεταξὺ δύο ἀκλονήτων στηριγμάτων τεινούσης αὐτὴν δυνάμεως.

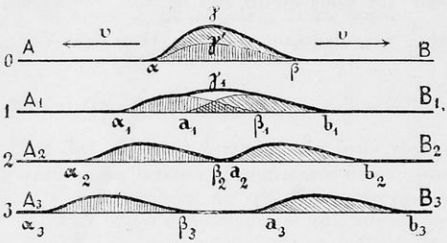
Ἡ χορδὴ χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν *γραμμικὴν πυκνότητα* δ, τὸν λόγον δηλ. τῆς μάζης πρὸς τὸ μῆκος, τὸ *μῆκος l* καὶ τὴν *τείνουσαν δύναμιν*.

Ἡ χορδὴ δύναται νὰ ἐκτελέσῃ δύο εἰδῶν δονήσεις. *Ἐπιμήκεις*, κατὰ τὰς ὁποίας διατρέχεται ἀπὸ κύματα πυκνότητος, καὶ *ἐγκαρσίας* κατὰ τὰς ὁποίας τὰ μέρη αὐτῆς κινοῦνται ἐπὶ τροχιῶν καθέτων πρὸς τὴν ἀρχικὴν αὐτῆς θέσιν. Αἱ τελευταῖαι αὗται ἐνδιαφέρουν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κυρίως διὰ τὰς χορδὰς θεωρουμένας ὡς ὄργανα παραγωγῆς μουσικῶν φθόγγων.

Ἔστω (σχ. 276) χορδὴ ΑΒ τεινομένη ὑπὸ δυνάμεως f καὶ τῆς ὁποίας ἡ γραμμικὴ πυκνότης εἶναι δ. Ἂν παραμορφώσωμεν τὴν χορδὴν οὕτως ὥστε εἰς τὸν χρόνον 0 νὰ ἔχῃ τὴν μορφὴν Ααγβ Β καὶ ἀφήσωμεν αὐτὴν ἐλευθέραν, ἀποδεικνύεται ὅτι ἡ παραμόρφωσις, ὅπως ἀκριβῶς εἶναι ἀλλὰ μὲ τὸ ἥμισυ πλάτος (καμπύλη αγ΄β) προχωρεῖ κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς πρὸς ἀμφοτέρας τὰς διευθύνσεις μὲ ταχύτητα

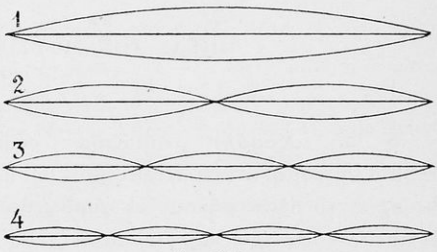


Σχ. 276.

$$c = \sqrt{\frac{f}{\delta}}$$

καὶ τὸ σχῆμα τῆς χορδῆς εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν δίδεται ἀπὸ τὴν συνισταμένην τῶν δύο παραμορφώσεων.

Οὕτω εἰς τὸν χρόνον 1 ἡ μὲν πρὸς τὰ ἀριστερὰ προχωροῦσα παραμόρφωσις ἔχει φθάσει εἰς τὴν θέσιν $\alpha_1\,\beta_1$ ἡ δὲ πρὸς τὰ δεξιὰ προχωροῦσα εἰς τὴν θέσιν $a_1\,b_1$ καὶ ἡ χορδὴ ἔχει τὸ σχῆμα $A_1\,a_1\,\gamma_1\,b_1\,B_1$. Εἰς τὸν χρόνον 2 αἱ δύο παραμορφώσεις ἔχουν πλέον χωρισθῇ ἀπ' ἀλλήλων καὶ ἡ χορδὴ ἔχει τὸ σχῆμα τῆς παχείας γραμμῆς, $A_2\,a_2\,\beta_2\,a_2\,b_2\,B_2$ καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.



Σχ. 277.

Ὅταν αἱ παραμορφώσεις φθάσουν εἰς τὰ στερεωμένα ἄκρα τῆς χορδῆς ἀνακλῶνται καὶ οὕτω σχηματίζονται στάσιμα κύματα. Εἰς τὰ πέρατα τῆς χορδῆς ἔχομεν ἕνεκα τῆς στηρίξεως δεσμοὺς τῆς κινήσεως, δυνατὸν δὲ νὰ ὑπάρχουν καὶ ἐν τῷ μεταξὺ διάμεσοι δεσμοί, οὕτως ὥστε ἡ χορδὴ πάλλεται κατὰ τὸ διάγραμμα 1, 2, 3, 4, κ. λ. σχ. 277, ἢ κατὰ διάγραμμα προκύπτον ἐκ τῆς συνθέσεως τῶν 1, 2, 3, ... μὲ διάφορα πλάτη.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν εἶναι l τὸ μῆκος τῆς χορδῆς καὶ n ὁ ἀριθμὸς τῶν στασίμων κυμάτων τὰ ὁποῖα σχηματίζονται, τὸ μῆκος ἑκάστου στασίμου κύματος εἶναι $L = \frac{l}{n}$ καὶ ἐπομένως, ἀφοῦ εἶναι $c = \sqrt{\frac{f}{\delta}}$ ἡ ταχύτης τῆς διαδόσεως τῶν παραμορφώσεων, καὶ τὸ μῆκος τοῦ προχωροῦντος κύματος εἶναι ἴσον πρὸς δύο στάσιμα κύματα, ἡ συχνότης ν θὰ εἶναι (πρβλ. ἐξ. 2 § 321)

$$(1) \qquad \nu = \frac{c}{2L} = \frac{n}{2l}\sqrt{\frac{f}{\delta}} \qquad (n = 1, 2, 3 \ldots .)$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου βλέπομεν ὅτι κάθε χορδὴ ἠμπορεῖ νὰ παραγάγῃ σειρὰν φθόγγων, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν πλήρη ἁρμονικὴν σειράν, ἡ δὲ συχνότης (τὸ ὕψος) τοῦ θεμελιώδους φθόγγου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς καὶ τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς γραμμικῆς πυκνότητος, ἀνάλογος δὲ τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς τεινούσης δυνάμεως.

Τὴν σχέσιν τῆς γραμμικῆς πυκνότητος δ τῆς χορδῆς πρὸς τὴν πυκνότητα D τοῦ ὑλικοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένη, εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς. Ἂν ἡ ἀκτὶς τῆς τομῆς τῆς χορδῆς εἶναι r, ἡ τομὴ αὐτῆς εἶναι πr^2 καὶ ὁ ὄγκος μέρους αὐτῆς τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος εἶναι λ, ἰσοῦται πρὸς $\pi r^2 \lambda$ ἡ δὲ ὁλικὴ μᾶζα $M = \pi r^2 \lambda D$.

Ἡ γραμμικὴ πυκνότης ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον τῆς μάζης διὰ τοῦ μήκους, ἐπομένως εἶναι $\delta = \frac{M}{\lambda} = \Pi r^2 D$

καὶ ἂν εἰσαγάγωμεν τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ δ εἰς τὸν τύπον 1 εὑρίσκομεν

$$(2) \qquad \nu = \frac{n}{2lr}\sqrt{\frac{f}{\pi D}} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots .$$

Ἡ συχνότης εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωγικῆς ρίζης τῆς τεινούσης δυνάμεως, ἀντιστρόφως δὲ ἀνάλογος τοῦ μήκους, τῆς διαμέτρου καὶ τῆς τετραγωγικῆς ρίζης τῆς πυκνότητος τῆς χορδῆς.

Ἔστω π. χ. χορδὴ χαλυβδίνη ($D = 7{,}8$) διαμέτρου 1 mm καὶ μήκους ἑνὸς μέτρου, τεινομένη ὑπὸ βάρους 20 kg*. Ζητεῖται ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους φθόγγου.

Εἰς τὸν τύπον 2 θὰ θέσωμεν:

$n = 1$, $l = 100$ cm, $r = 0{,}05$ cm, $D = 7{,}8$ $\quad f = 20$ kg* $= 20 \times 981000$ CGS

καὶ εὑρίσκομεν

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot 100 \cdot 0{,}05}\sqrt{\frac{20 \cdot 981000}{3{,}14 \cdot 7{,}8}} = 89{,}5 \quad (\approx \text{𝅘𝅥𝅮}\ \sharp\ \text{𝅗𝅥})$$

Ἔστω ἀκόμη χορδὴ ὀρειχαλκίνη ($D = 8{,}5$) διαμέτρου 0,6 mm καὶ μήκους

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

25 cm. Ζητεῖται τὸ βάρος μὲ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ τὴν τείνωμεν διὰ νὰ δώσῃ τὸ κανονικὸν la (ν = 435).

Ἀπὸ τὸν τύπον 2 εὑρίσκομεν:

$$f = \frac{\nu^2 4 l^2 r^2 \pi D}{n^2}.$$

θέτομεν λοιπόν:

$$\nu = 435 \qquad l = 25 \qquad r = 0{,}03 \qquad D = 8{,}5 \qquad n = 1$$

καὶ ἔχομεν

$$f = 435^2 \times 4 \times 25^2 \times (0{,}03)^2 \times 3{,}14 \times 8{,}5$$

$$= 1{,}136 \,.\, 10^7 \text{ CGS} = \frac{1{,}136 \,.\, 10^7}{0{,}981 \,.\, 10^6} = 11{,}6 \text{ kg}^*$$

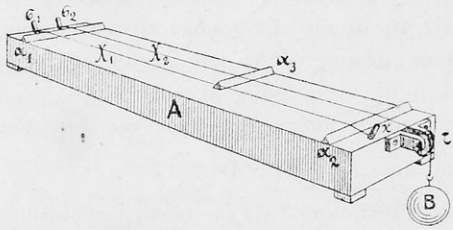
Ἡ τομὴ εἶναι $Q = 0{,}3^2 \pi = 0{,}283$ mm² καὶ ἑπομένως εἶναι

$$\frac{f}{Q} = \frac{11{,}6}{0{,}283} = 41 \frac{\text{kg}^*}{\text{mm}^2}$$

Τὸ σύρμα ἀντέχει εἰς αὐτὴν τὴν τάσιν διότι τὸ ὅριον ῥήξεως τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι 60 kg*/mm². (Πρβλ. Πίν. III).

§ 346. Πειραματικῶς ἐξετάζομεν τοὺς νόμους τῶν χορδῶν δι' ὀργάνου τὸ ὁποῖον ὀνομάζεται *ἠχόμετρον* ἢ, ἀναλόγως τοῦ ἀριθμοῦ τῶν χορδῶν του, *μονόχορδον* ἢ *πολύχορδον (Πυθαγόρας)*.

Τὸ σχ. 278 παριστᾷ δίχορδον ἀποτελούμενον ἀπὸ τὸ ξύλινον κιβώτιον Α ἐπὶ τοῦ ὁποίου τείνονται μεταξὺ τῶν ξυλίνων ἀκμῶν α_1, α_2 δύο χορδαὶ προσδενόμεναι εἰς τοὺς στυλίσκους σ_1, σ_2.



Σχ. 278.

Καὶ ἡ μὲν X_1 τείνεται διὰ τοῦ γόμφου κ, περὶ τὸν ὁποῖον περιτυλίσσεται καὶ τὸν ὁποῖον στρέφομεν διὰ καταλήλου κλειδός, ἡ δὲ X_2 διερχομένη διὰ τῆς αὔλακος τῆς τροχαλίας τ τείνεται διὰ τοῦ βάρους Β. Κινητὴ ξυλίνη ἀκμὴ α_3 χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ ἀποχωρίζωμεν διάφορα μήκη τῆς χορδῆς.

Τὸν νόμον τῶν μηκῶν ἐπαληθεύομεν ὡς ἑξῆς. Τείνομεν ἀμφοτέρας τὰς χορδὰς οὕτως ὥστε νὰ δίδουν τὸν αὐτὸν φθόγγον, ἔστω do. Ἂν τώρα θέσωμεν τὴν κινητὴν ἀκμὴν εἰς τὸ μέσον τῆς χορδῆς X_2, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ χορδὴ δίδει τὸ κατὰ ὀγδόην ὀξύτερον do, ἤτοι τόνον διπλασίας συχνότητος. Ἂν λάβωμεν τὰ $^2/_3$ τῆς χορδῆς X_2 θὰ ἔχωμεν τόνον sol, τὴν πέμπτην τοῦ do, συχνότητα δηλ. $^3/_2$ φορὰς μεγαλητέραν καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

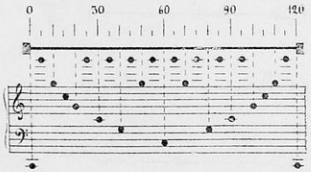
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ ἀπομένον μέρος τῆς χορδῆς ἐμποδίζομεν καθ' οἱονδήποτε τρόπον νὰ ἠχῇ, ἐπιθέτοντες π. χ. τὴν χεῖρα

Τὸν νόμον τῆς τεινούσης δυνάμεως ἐπαληθεύομεν ὡς ἑξῆς. Τείνομεν τὴν χορδὴν X_2 διὰ βάρους B καὶ χορδίζομεν τὴν X_1 ὥστε νὰ δίδῃ τὸν αὐτὸν φθόγγον. Διὰ νὰ λάβωμεν τώρα τόνον κατὰ μίαν πέμπτην ὀξύτερον (συχνότητα $^3/_2$ φορὰς μεγαλητέραν), πρέπει νὰ τείνωμεν τὴν X_2 διὰ βάρους $\frac{9}{4}$ B. Διὰ νὰ λάβωμεν τὴν ὀγδόην, συχνότητα δηλ. διπλασίαν, πρέπει νὰ τείνωμεν τὴν χορδὴν διὰ βάρους 4 B καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

Εὐνόητον εἶναι πῶς ἐπαληθεύομεν καὶ τοὺς ἄλλους νόμους.

§ 347. ***Ἁρμονικοὶ φθόγγοι.*** Διὰ νὰ κάμωμεν τὴν χορδὴν νὰ ἀποδώσῃ ὄχι τὸν θεμελιώδη ἀλλὰ οἱονδήποτε ἁρμονικὸν φθόγγον, ἀρκεῖ νὰ ἐγγίσωμεν ἐλαφρὰ διὰ τοῦ δακτύλου ἓν σημεῖον αὐτῆς. Τὸ σημεῖον τοῦτο κατ' ἀναγκην θὰ μένῃ ἀκίνητον ὅταν ἡ χορδὴ πάλλεται, θὰ εἶναι ἑπομένως δεσμὸς τῆς κινήσεως καὶ ἡ χορδὴ θὰ χωρισθῇ εἰς ἴσα μέρη παλλόμενα, τόσα ὥστε τὸ ἐγγιζόμενον σημεῖον νὰ εὑρίσκεται εἰς δεσμόν.



Σχ. 279.

Ἂν π. χ. ἡ χορδὴ ἔχῃ μῆκος 120 (σχ. 279) καὶ θεμελιώδη φθόγγον τὸ κάτω do, καὶ ἐγγίσωμεν αὐτὴν εἰς τὸ 60, θὰ πάλλεται κατὰ τὸ διάγραμμα 2 τοῦ σχ. 277, θὰ δώσῃ ἑπομένως τὸν δεύτερον ἁρμονικὸν ἤτοι τὴν ὀγδόην do, τοῦ θεμελιώδους φθόγγου. Ἂν ἐγγίσωμεν εἰς τὸ 30 καὶ διεγείρωμεν αὐτὴν εἴτε ἐκ δεξιῶν εἴτε ἐξ ἀριστερῶν, θὰ χωρισθῇ εἰς 4 παλλόμενα μέρη, (σχ. 277,4) καὶ θὰ δώσῃ τὸν τέταρτον ἁρμονικόν, ἤτοι τὸ κατὰ 2 ὀγδόας ὀξύτερον do.

Σημειωτέον ὅτι ἂν δὲν ἐγγίσωμεν ἁπλῶς διὰ τοῦ δακτύλου τὴν χορδὴν ἀλλὰ τὴν πιέσωμεν εἰς τὴν θέσιν 30 οὕτως ὥστε τὸ ὑπολειπόμενον μέρος, μήκους 90, νὰ πάλλεται μόνον του, θὰ δώσῃ φθόγγον συχνότητος $^4/_3$ φορὰς μεγαλητέρας τοῦ θεμελιώδους φθόγγου, ἤτοι τὴν τετάρτην (fa).

Ἂν ἐγγίσωμεν εἰς τὸ 50 ἡ χορδὴ θὰ χωρισθῇ εἰς 12 μέρη, διότι 50 καὶ 70 δὲν ἔχουν μεγαλήτερον κοινὸν διαιρέτην ἀπὸ τὸ 10 καὶ ἑπομένως τὰ τμήματα τῆς χορδῆς θὰ ἔχουν μῆκος 10. Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν τὸν 12ον ἁρμονικόν. Ἂν δὲ ἐγγίσωμεν εἰς τὴν θέσιν 55, ἡ χορδὴ (55 καὶ 65) θὰ χωρισθῇ εἰς μέρη μήκους 5 ἤτοι εἰς 24 μέρη καὶ θὰ δώσῃ τὸν 24ον ἁρμονικόν.

Τὸ σχ. 279 δεικνύει τοὺς ἁρμονικούς, τοὺς ὁποίους λαμβάνομεν ὅταν ἐγγίζωμεν εἰς διάφορα σημεῖα τὴν χορδήν.

Οἱ ἁρμονικοὶ τῶν χορδῶν εἶναι φθόγγοι σχετικῶς ἁπλοῖ, δὲν συνοδεύονται δηλ. ἀπὸ πολλοὺς καὶ ἰσχυροὺς ἀνωτέρους ἁρμονικοὺς καὶ διὰ τοῦτο ὁμοιάζουν ποιοτικῶς μὲ τοὺς φθόγγους τοῦ αὐλοῦ (flageolets).

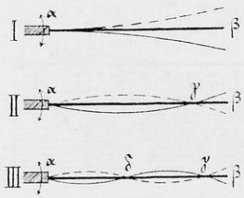
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 348. ***Χροιὰ τοῦ ἤχου τῶν χορδῶν.*** Ἡ ὀξύτης τοῦ θεμελιώδους φθόγγου τῶν χορδῶν ἐξαρτᾶται, καθὼς εἴδομεν, μόνον ἀπὸ τὰ γεωμετρικὰ καὶ φυσικὰ χαρακτηριστικὰ καὶ ἀπὸ τὴν τείνουσαν δύναμιν, εἶναι δὲ ἀνεξάρτητος τοῦ τρόπου τῆς διεγέρσεως. Ἐπιδρᾷ ὅμως ὁ τρόπος τῆς διεγέρσεως ἐπὶ τοῦ ποιοῦ τοῦ ἤχου, διότι ἐξ αὐτοῦ ἐξαρτᾶται ὁ ἀριθμὸς καὶ ἡ σχετικὴ ἔντασις τῶν ἁρμονικῶν οἱ ὁποῖοι συνοδεύουν τὸν θεμελιώδη φθόγγον, αὐτὰ δὲ εἶναι ἀκριβῶς τὰ στοιχεῖα τὰ χαρακτηρίζοντα τὴν χροιὰν ἢ τὸ ποιὸν τοῦ ἤχου.

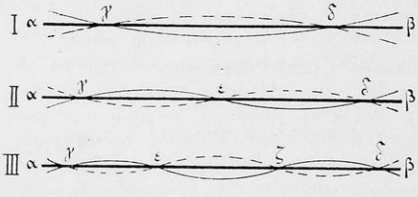
Ἐπειδὴ δὲ ὁ θεμελιώδης φθόγγος καὶ οἱ διάφοροι ἁρμονικοὶ δὲν φθίνουν κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον, αἱ σχετικαὶ αὐτῶν ἐντάσεις εἶναι ἄλλοτε ἄλλαι καὶ διὰ τοῦτο ἡ χροιὰ τοῦ ὑπὸ χορδῆς, ἅπαξ διεγερθείσης, παραγομένου ἤχου μεταβάλλεται καθ' ὅσον ἡ ἔντασις αὐτοῦ φθίνει μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου.

ΡΑΒΔΟΙ

§ 349. ***Ράβδους*** εἰς τὴν ἀκουστικὴν ὀνομάζομεν στερεὰ πρισματικά, τῶν ὁποίων αἱ ἐγκάρσιαι διαστάσεις εἶναι μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὸ μῆκος καὶ τὰ ὁποῖα ἀνθίστανται ἐλαστικῶς εἰς τὴν κάμψιν. Τὸ τελευταῖον τοῦτο γνώρισμα διακρίνει τὰς ράβδους ἀπὸ τῶν χορδῶν.



Σχ. 280.



Σχ. 281.

Εἴδομεν εἰς τὴν § 339 ὅτι αἱ ράβδοι ἠμποροῦν νὰ ἐκτελέσουν ἐπιμήκεις δονήσεις, κατὰ τὰς ὁποίας σχηματίζονται κανονικὰ στάσιμα κύματα μὲ κοιλίας τῆς κινήσεως εἰς τὰ πέρατα.

Αἱ ἐγκάρσιαι δονήσεις ἀκολουθοῦν νόμους ὄχι τόσον ἁπλοῦς. Διότι ναὶ μὲν σχηματίζονται ἐπίσης στάσιμα κύματα, ἀλλὰ τὸ μῆκος αὐτῶν δὲν εἶναι καθ' ὅλην τὴν ράβδον τὸ αὐτό. Τὰ σχ. 280 καὶ 281 παριστάνουν τὰς ἐγκαρσίας δονήσεις ράβδων. Εἰς τὸ σχ. 280 ἡ ράβδος εἶναι στερεωμένη κατὰ τὸ ἄκρον α ἐπὶ στελέχους τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ δονήσεις πολὺ μικροῦ *πλάτους* καὶ μεταδίδει τὴν κίνησιν εἰς τὴν ράβδον, τῆς ὁποίας οὕτω τὸ μὲν ἄκρον α εἶναι σχεδὸν ἀκίνητον, τὸ δὲ β ἐλεύθερον. Θὰ ἔχωμεν λοιπὸν δεσμὸν τῆς κινήσεως εἰς τὸ α καὶ κοιλίαν εἰς τὸ β. Ἀναλόγως τῆς συχνότητος τῆς κινήσεως τοῦ

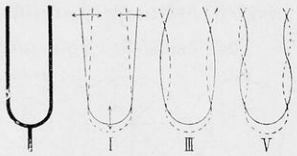
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στελέχους ἡ ῥάβδος ἐκτελεῖ κινήσεις τῆς μορφῆς I, II, III κ. λ. Τὰ στάσιμα ταῦτα κύματα διαφέρουν ἐκείνων τὰ ὁποῖα ἕως τώρα ἐγνωρίσαμεν καθ' ὅτι *δὲν ἰσχύουν* αἱ σχέσεις $\alpha\gamma = 2\gamma\beta$ (II), $\alpha\delta = \delta\gamma = 2\gamma\beta$ (III).

Τὸ σχ. 281 παριστᾷ δονήσεις ῥάβδου, τῆς ὁποίας ἀμφότερα τὰ ἄκρα εἶναι ἐλεύθερα καὶ ἡ ὁποία στηρίζεται π. χ. διὰ νημάτων εἰς τὰ δεσμικὰ σημεῖα γ, δ κ. λ. Ὁ ἐλάχιστος ἀριθμὸς τῶν δεσμικῶν σημείων εἶναι 2 (I). Καὶ ἐδῶ *δὲν ἰσχύουν* αἱ σχέσεις $\gamma\delta = 2\alpha\gamma = 2\delta\beta$ (I), $\gamma\varepsilon = \varepsilon\delta = 2\alpha\gamma = 2\delta\beta$ (II) κ. λ.

Διὰ τοῦτο οἱ διάφοροι ὑπὸ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ῥάβδου παραγόμενοι φθόγγοι δὲν ἀποτελοῦν ἁρμονικὴν σειράν.

Ἂν κάμψωμεν τὴν ῥάβδον εἰς σχῆμα U, ἔχομεν τὸ διαπασῶν (σχ. 282) τοῦ ὁποίου αἱ δονήσεις ἀντιστοιχοῦν ἐντελῶς πρὸς τὰς συμμετρικὰς πρὸς τὸ κέντρον δονήσεις τῆς εὐθείας ῥάβδου. Οὕτω ἡ δόνησις 282 I ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν 281 I, ἡ 282 III εἰς τὴν 281 III καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Εἰς τὰς δονήσεις ταύτας ἔχομεν πάντοτε κοιλίαν εἰς τὸ μέσον τῆς ῥάβδου δηλ. εἰς τὴν καμπὴν τοῦ διαπασῶν. Φαίνεται δὲ ὅτι δὲν εἶναι εὔκολον νὰ ἐκτελέσῃ τὸ διαπασῶν δονήσεις μὲ δεσμὸν εἰς τὴν καμπήν, δονήσεις δηλ. ἀντιστοιχούσας εἰς τὴν 276 II κ. λ. τῆς ῥάβδου.



Σχ. 282.

Αἱ δονήσεις τοῦ διαπασῶν δὲν ἀποτελοῦν ἁρμονικὴν σειράν, εἶναι δὲ συνήθως ἡ θεμελιώδης (282 I) τόσον πολὺ ἐντονωτέρα τῶν ἄλλων, ὥστε τὰ διαπασῶν θεωροῦνται ὡς πηγαὶ *ἁπλῶν φθόγγων* καὶ εἶναι ἀπὸ τὰ χρησιμώτερα ὄργανα τῆς ἐπιστημονικῆς ἀκουστικῆς.

ΜΕΜΒΡΑΝΑΙ ΚΑΙ ΠΛΑΚΕΣ

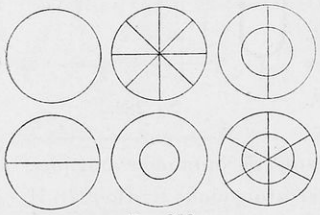
§ 350 ***Μεμβράνην*** εἰς τὴν ἀκουστικὴν ὀνομάζομεν στερεὸν πέταλον, τοῦ ὁποίου τὸ πάχος εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο ἄλλας διαστάσεις καὶ τὸ ὁποῖον δὲν ἀντιτάσσει καμμίαν ἀντίστασιν εἰς τὴν κάμψιν.

Ἡ μεμβράνη τεινομένη ἐπὶ ἀκάμπτου πλαισίου ἀποκτᾷ ἕνεκα ἀκριβῶς αὐτῆς τῆς τάσεως μόνιμον σχῆμα, τὸ ὁποῖον, ἂν παραμορφωθῇ, τείνει νὰ ἀναλάβῃ. Ἡ πλάξ διαφέρει τῆς μεμβράνης καθ' ὅτι ἀντι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τάσσει εἰς τὴν κάμψιν ἰδίας ἐλαστικὰς δυνάμεις καὶ ἑπομένως ἔχει ἴδιον σχῆμα χωρὶς τὴν βοήθειαν πλαισίου. Ἔχει δηλ. ἡ πλὰξ πρὸς τὴν μεμβράνην οἵαν σχέσιν ἡ ῥάβδος πρὸς τὴν χορδήν. Ἐννοεῖται ὅτι μεταξὺ τῶν θεωρητικῶν ἄκρων τύπων ὑπάρχουν ἄπειροι διάμεσοι μορφαί. Εἰς τὴν ἀκουστικὴν ἐνδιαφέρουν κυρίως αἱ ἐγκάρσιαι δονήσεις τῶν μεμβρανῶν καὶ πλακῶν, κατὰ τὰς ὁποίας σχηματίζονται στάσιμα κύματα πολύπλοκα μὲ *δεσμικὰς γραμμάς*, διαφόρων σχημάτων. Εἰς τὴν μεμβράνην π. χ. ἡ περίμετρος ἕνεκα τῆς ἐπὶ τοῦ πλαισίου στηρίξεως ἀποτελεῖ δεσμικὴν γραμμήν, εἶναι δυνατὸν ὅμως καὶ διάμεσοι δεσμικαὶ γραμμαὶ νὰ ὑπάρχουν ὅπως ἐπίσης εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ἐλεύθερον καὶ μέρος τῆς περιμέτρου. Εἰς τὰς πλάκας ἡ περίμετρος εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ἐλευθέρα καὶ ἑπομένως νὰ μὴ ἀποτελῇ δεσμικὴν γραμμήν.

Τὰς δεσμικὰς γραμμὰς προσδιορίζομεν εὐκόλως ῥίπτοντες ἐπὶ τῆς ὁριζοντίας μεμβράνης ἢ πλακὸς ἄμμον, ἡ ὁποία συναθροίζεται εἰς τὰς δεσμικὰς γραμμάς (Chladni).



Σχ. 283.

Ἡ πειραματικὴ ἐξέτασις τῶν δονήσεων τῶν μεμβρανῶν παρουσιάζει ἀρκετὰς δυσκολίας. Κατορθώνομεν ὅμως νὰ διεγείρωμεν αὐτὰς διὰ διαφόρων μέσων, π. χ. διὰ διαλείποντος ῥεύματος ἀέρος, διὰ διαπασῶν, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν σκέλος συνδέεται διὰ νήματος πρὸς ἓν σημεῖον τῆς μεμβράνης καὶ κατὰ ποικίλους ἄλλους τρόπους.

Τὸ σχ. 283 παριστᾷ δεσμικὰς γραμμὰς κυκλικῆς μεμβράνης.

Τὰς πλάκας στηρίζομεν συνήθως ἐπὶ καταλλήλου στηρίγματος (σχ. 284) μεταξὺ τοῦ στελέχους Σ καὶ τοῦ κοχλίου Κ τῶν ὁποίων τὰ ἄκρα φέρουν ὁπλισμοὺς ἐκ φελλοῦ.

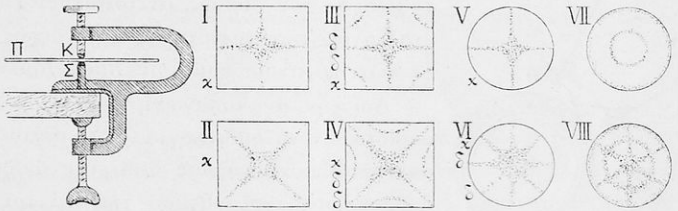
Τετραγωνικὴ πλὰξ στηριζομένη εἰς τὸ κέντρον καὶ διεγειρομένη διὰ τόξου εἴτε εἰς μίαν ἐκ τῶν γωνιῶν εἴτε εἰς τὸ μέσον μιᾶς πλευρᾶς παρέχει τὰ σχήματα I καὶ II. Τὸ σχ. III ἐπιτυγχάνομεν διεγείροντες εἰς τὸ κ καὶ ἐγγίζοντες διὰ τῶν δακτύλων τὴν πλάκα εἰς τὰ σημεῖα δ δ. Ὁμοίως ἐπιτυγχάνομεν τὸ σχ. IV. Κυκλικὴ πλὰξ στηριζομένη εἰς τὸ μέσον παρουσιάζει εἴτε ἀκτῖνας δεσμικάς, τοὐλάχιστον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τέσσαρας, πάντοτε δὲ ἄρτιον ἀριθμὸν (V, VI) εἴτε καὶ περιφερείας εἴτε καὶ σύστημα ἀκτίνων καὶ περιφερειῶν. Τὰ σχ. 284 VII, VIII παριστοῦν δεσμικὰς γραμμὰς πλακός, στερεωμένης ἐπὶ κυκλικοῦ πλαισίου, οὕτως ὥστε καὶ ἡ περιφέρεια νὰ εἶναι δεσμικὴ γραμμή.

Ἡ συχνότης τῆς θεμελιώδους δονήσεως μεμβράνης εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς τάσεως (1) (ὅταν ἡ τάσις εἶναι ὁμοιόμορφος), ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς πυκνότητος καὶ τοῦ πάχους τῆς μεμβράνης καὶ ἐξαρτᾶται προσέτι ἐκ τῶν διαστάσεων καὶ τοῦ γεωμετρικοῦ σχήματος αὐτῆς, εἶναι δὲ ἐν γένει μεγαλητέρα εἰς μικρὰς παρὰ εἰς μεγάλας μεμβράνας.

Εἰς τὰς πλάκας ἡ συχνότης τῆς θεμελιώδους δονήσεως εἶναι ἀνάλογος τοῦ πάχους, ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς πυκνότητος καὶ ἐξαρτᾶται ἀκόμη ἐκ τῶν ἐλαστικῶν σταθερῶν τῆς πλακός, τῶν διαστά-



Σχ. 284.

σεων καὶ τοῦ γεωμετρικοῦ σχήματος. Ὅπως εἰς τὰς μεμβράνας οὕτω καὶ εἰς τὰς πλάκας ἡ συχνότης εἶναι τόσον μεγαλητέρα, ὅσον αὗται εἶναι μικρότεραι. Εἰς κυκλικὰς πλάκας π. χ. ἡ συχνότης εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος.

Αἱ δονήσεις πλακῶν καὶ μεμβρανῶν δὲν ἀποτελοῦν ἐν γένει ἁρμονικὴν σειράν. Διὰ τοῦτο εἶναι τόσον δυσάρεστος ὁ ἦχος ὁ παραγόμενος ὅταν κρούωμεν ἐλάσματα.

Αἱ δονήσεις τῶν μεμβρανῶν ἐμελετήθησαν ἰδίως ἕνεκα τῆς σημασίας των διὰ τὴν φυσιολογίαν τῆς φωνῆς καὶ τῆς ἀκοῆς, αἱ δὲ τῶν πλακῶν, ἰδίως τῶν λεπτῶν κυκλικῶν πλακῶν, διὰ τὴν σημασίαν τὴν ὁποίαν ἀπέκτησαν αὗται ἕνεκα τῆς χρησιμοποιήσεώς των εἰς τὸν φωνογράφον καὶ τὸ τηλέφωνον.

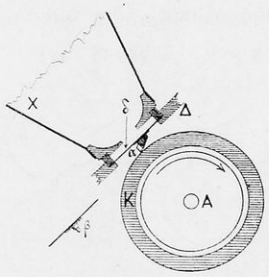
---

(1) Πρβλ. τὸν ὁρισμὸν τῆς τάσεως προκειμένου περὶ ἐπιφανειῶν § 275.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 351. *Ὁ φωνογράφος* (Edison 1877) εἶναι συσκευὴ χρησιμεύουσα εἰς τὴν ἀναπαραγωγὴν ἤχων, τοὺς ὁποίους αὐτομάτως καταγράφει.

Τὸ κυκλικὸν ἐλαστικὸν διάφραγμα δ σχ. (285) στερεωμένον ἐπὶ τοῦ δακτυλίου Δ φέρει πρὸς τὰ κάτω ραβδίον, συνήθως ἐκ σαπφείρου, καταλῆγον εἰς ὀξεῖαν ἀκμήν. Χοάνη Χ χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ συγκεντρώνῃ τὰ ἠχητικὰ κύματα ἐπὶ τοῦ διαφράγματος δ. Ἀπέναντι τῆς ἀκίδος α εὑρίσκεται κύλινδρος Κ ἐκ κηροῦ ὁ ὁποῖος στρέφεται περὶ τὸν ἄξονα Α καὶ συγχρόνως προχωρεῖ κατὰ μῆκος αὐτοῦ, οὕτως ὥστε ἡ ἀκὶς χαράσσει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας του ἑλικοειδῆ γραμμήν. Ἂν τώρα, ἐνῶ ὁ κύλινδρος στρέφεται, φθάσουν εἰς τὸ χωνίον Χ ἠχητικὰ κύματα, τὸ διάφραγμα δ πάλλεται καὶ ἡ ἀκὶς α χαράσσει ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου αὔλακα, τῆς ὁποίας αἱ ἐναλλαγαὶ τοῦ βάθους, ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς ἐναλλαγὰς τῆς πυκνότητος τοῦ ἀέρος τὰς ἐκ τῶν ἠχητικῶν κυμάτων προερχομένας.



Σχ. 285.

Διὰ τὴν ἀναπαραγωγὴν τοῦ ἤχου ἀντικαθιστῶμεν τὸ διάφραγμα δ δι' ἄλλου φέροντος ἀντὶ τῆς ὀξείας ἀμβλεῖαν ἀκίδα β, ἡ ὁποία παρακολουθοῦσα τὴν ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου αὔλακα μεταδίδει εἰς τὸ διάφραγμα τὰς αὐτὰς ἀκριβῶς δονήσεις τὰς ὁποίας ἐξετέλεσε τὸ διάφραγμα δ κατὰ τὴν καταγραφὴν τοῦ ἤχου.

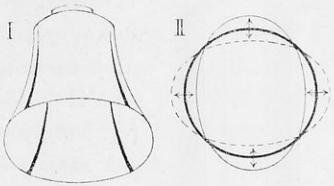
Τὰ διαφράγματα τοῦ φωνογράφου πρέπει νὰ ἔχουν θεμελιώδη δόνησιν πολὺ μεγάλης συχνότητος, διὰ νὰ δύνανται νὰ παρακολουθήσουν τοὺς καταγραφομένους ἤχους εἰς ὅλας των τὰς λεπτομερείας, χωρὶς νὰ τοὺς παραμορφώνουν. Ἂν ἡ θεμελιώδης δόνησις τοῦ διαφράγματος εἶναι μικρᾶς συχνότητος, ἀδυνατεῖ τοῦτο νὰ παρακολουθήσῃ τοὺς ἀνωτέρους ἁρμονικοὺς καὶ οὕτω οἱ φθόγγοι παραμορφώνονται ἢ καὶ καθίστανται τελείως ἀγνώριστοι κατὰ τὴν ἀναπαραγωγήν.

Ἡ ἀρχικὴ μορφὴ τοῦ φωνογράφου ὑπέστη πλείστας μεταβολὰς καὶ τελειοποιήσεις, περὶ τῶν ὁποίων ὁ λόγος ἐδῶ θὰ παρεῖλκε.

§ 352. *Κώδωνες.* Ὁ κώδων ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς πλὰξ κοίλη ἀνομοιομεροῦς πάχους. Ὅταν ὁ κώδων ἠχῇ, σχηματίζονται δεσμικαὶ γραμμαὶ εἴτε κατὰ τὰς γενετείρας, ἀντιστοιχούσας εἰς τὰς ἀκτῖνας τῶν κυκλικῶν πλακῶν, εἴτε δακτυλιοειδεῖς. Κατὰ τὸν θεμελιώδη φθόγγον τοῦ κώδωνος σχηματίζονται τέσσα-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ρες δεσμικαὶ γραμμαὶ κατὰ τὰς γενετείρας (σχ. 286 I) ἐνῶ τὸ χεῖλος δονεῖται ὅπως δεικνύει τὸ σχ. 286 II (*). Ἂν ὁ κώδων εἶναι τελείως συμμετρικὸς περὶ τὸν ἄξονά του, αἱ δεσμικαὶ γραμμαὶ ἠμποροῦν νὰ σχηματισθοῦν εἰς οἱανδήποτε γενέτειραν καὶ πάντοτε ὁ παραγόμενος φθόγγος ἔχει τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἂν ὅμως ὁ κώδων δὲν εἶναι τελείως συμμετρικός, τότε ἔχει δύο ἐντελῶς ὡρισμένας θέσεις τῶν δεσμικῶν γραμμῶν, εἰς τὰς ὁποίας ἀντιστοιχοῦν δύο συχνότητες ὀλίγον διαφέρουσαι ἀπ' ἀλλήλων.



Σχ. 286.

Ὅταν κτυπήσωμεν τὸν κώδωνα, διεγείρονται συγχρόνως καὶ αἱ δύο θεμελιώδεις δονήσεις (**). Οἱ δύο οὕτω παραγόμενοι φθόγγοι συμβάλλουν, καὶ τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς εἶναι συγκροτήσεις (πρβλ. § 40) τὰς ὁποίας ἀντιλαμβανόμεθα ὡς περιοδικὴν αὐξομείωσιν τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου.

Ὁ θεμελιώδης φθόγγος κώδωνος καὶ οἱ ὀξύτεροι φθόγγοι δὲν ἀποτελοῦν ἁρμονικὴν σειράν. Διὰ τοῦτο δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμεύσουν οἱ κώδωνες ὡς μουσικὰ ὄργανα ὅλαι δὲ αἱ ἀπόπειραι πρὸς τοιαύτην χρῆσιν αὐτῶν ἔφεραν εἰς αἰσθητικῶς πολὺ ὕποπτα ἀποτελέσματα.

ΗΧΗΤΙΚΟΙ ΣΩΛΗΝΕΣ

§ 353. *Οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες* εἶναι ὄγκοι ἀέρος ἐντὸς τῶν ὁποίων διὰ καταλλήλου διεγέρσεως ἀναπτύσσονται στάσιμα κύματα καὶ οὕτω παράγεται ἦχος. Κατὰ ταῦτα ὁ ἠχητικὸς σωλὴν ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν δονούμενον ἀέρα καὶ ἀπὸ τὴν διάταξιν τῆς διεγέρσεως. Καὶ ὁ μὲν δονούμενος ἀὴρ περιέχεται ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον ἔχει συνήθως τὴν μορφὴν ἐπιμήκους σωλῆνος μὲ τομὴν τετράγωνον ἢ κυκλικήν, ἐξ οὗ καὶ τὸ ὄνομα. Δὲν ἀποκλείεται ὅμως καὶ ἄλλο σχῆμα τοῦ δοχείου οἷον κωνικόν, κυβικὸν κ. λ. π., ἀλλ' ἡμεῖς θὰ ἀσχοληθῶμεν πρὸ παντὸς μὲ τοὺς ἐπιμήκεις σωλῆνας. Ἡ δὲ διέγερσις γίνεται κατὰ δύο κυρίως τρόπους, δηλ. *διὰ στομίου καὶ χείλους* ἢ *διὰ γλωσσίδος*.

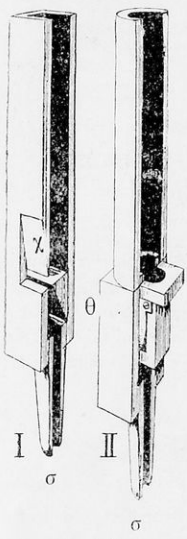
Ἡ διάταξις τοῦ στομίου καὶ χείλους συνίσταται εἰς τὸ νὰ διευθύνεται ρεῦμα ἀέρος διὰ στενῆς σχισμῆς (στομίου) ἐπὶ παραλλήλου πρὸς ταύτην ἀκμῆς (χείλους). Παράγεται οὕτω πολύπλοκος διαταραχὴ τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ἀναπτύσσει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος τὰ στάσιμα κύ-

(*) Τὸ διάγραμμα 286 II παριστᾷ καὶ τὰς δονήσεις δακτυλίου.

(**) Ἐκτὸς ἂν ὑπὸ ἐντελῶς ὡρισμένας συνθήκας γίνῃ τὸ κτύπημα καὶ διεγερθῇ μία μόνον ἐκ τῶν δονήσεων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ματα. Εἰς τοὺς συνήθεις ἠχητικοὺς σωλῆνας ὁ ἀὴρ διὰ τοῦ σωλῆνος σ (σχ. 287, 290) ἔρχεται εἰς τὸν θάλαμον θ καὶ ἐκ τούτου διὰ στενῆς σχισμῆς φέρεται πρὸς τὸ χεῖλος χ. Ἡ διάταξις ὅμως αὕτη δὲν εἶναι ἀναγκαία. Οὕτω εἰς τὸν παλαγίαυλον ὁ σωλὴν φέρει ἁπλῶς ὀπὴν εἰς τὸ χεῖλος τῆς ὁποίας προσφυσᾶται ὁ ἀὴρ ἐκ τοῦ στόματος τοῦ αὐλητοῦ.



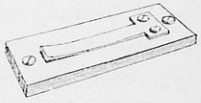
Σχ. 287.

Ἡ γλωσσὶς εἶναι λεπτὸν ἐλαστικὸν ἔλασμα (σχ. 288), τὸ ὁποῖον στερεωμένον κατὰ τὸ ἓν ἄκρον ἐπὶ πλακὸς ἐχούσης θυρίδα, κλείει ταύτην οὕτως, ὥστε ὅταν διὰ τῆς θυρίδος διαβιβάζεται ρεῦμα ἀέρος, ἡ γλωσσὶς παλλομένη διακόπτει περιοδικῶς καὶ πάλιν ἀφίνει ἐλεύθερον τὸ ρεῦμα.

Ἡ γλωσσὶς εἶναι *ἐλευθέρα*, ὅταν εἶναι μικροτέρα τῆς ὀπῆς καὶ πάλλεται ἐλευθέρως, ἢ *πλήττουσα*, ὅταν εἶναι μεγαλητέρα τῆς ὀπῆς καὶ δὲν ἠμπορεῖ νὰ εἰσέλθῃ εἰς αὐτήν, ἐπομένως μόνον πρὸς τὰ ἔξω ἔχει ἐλευθερίαν κινήσεως.

Εἰς τοὺς συνήθεις ἠχητικοὺς σωλῆνας μὲ γλωσσίδα (σχ. 287 II) ὁ ἀὴρ φυσᾶται εἰς θάλαμον, ὁ ὁποῖος συγκοινωνεῖ μὲ τὸν κύριον σωλῆνα διὰ τῆς ὑπὸ τῆς γλωσσίδος κλειομένης θυρίδος. Ἀλλὰ καὶ ἡ διάταξις αὕτη δὲν εἶναι ἀναγκαία. Οὕτω εἰς τὸν εὐθύαυλον ὁ θάλαμος ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸ στόμα τοῦ αὐλητοῦ εἰς τὸ ὁποῖον εἰσάγεται τὸ φέρον τὴν γλωσσίδα ἄκρον τοῦ αὐλοῦ, εἰς δὲ τὸ κέρας καὶ τὴν στρατιωτικὴν σάλπιγγα τὴν γλωσσίδα ἀποτελοῦν αὐτὰ τὰ χείλη τοῦ αὐλητοῦ.

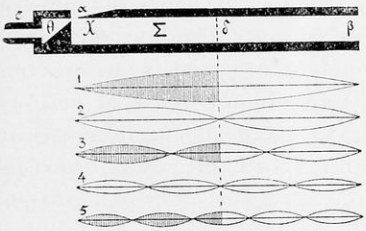
Ἡ γλωσσὶς ἔχει ἰδίαν συχνότητα δονήσεως καὶ ὅταν πάλλεται χωρὶς νὰ συνδέεται μὲ ἠχητικὸν σωλῆνα (ὅπως εἰς τὸ ἁρμόνιον) παράγει φθόγγον ὡρισμένου ὕψους. Ὅταν ὅμως συνδέεται μὲ ἠχητικὸν σωλῆνα, αἱ δονήσεις αὐτῆς ἐπηρεάζονται ἀπὸ τὰς δονήσεις τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀέρος οὕτως ὥστε ἡ συχνότης ὁρίζεται κυρίως ἐκ τῶν διαστάσεων τοῦ σωλῆνος. Αἱ δονήσεις τῆς γλωσσίδος κατὰ τὴν περίπτωσιν ταύτην δὲν εἶναι ἐλεύθεραι ἀλλ' ἐξηναγκασμέναι.


Σχ. 288.

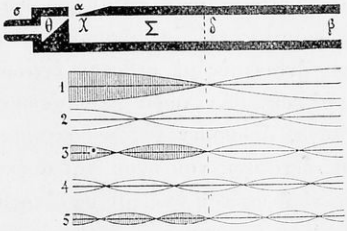
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀναφέρομεν ἀκόμη τὸν γνωστὸν ὑπὸ τὸ ὄνομα τῆς χημικῆς σάλπιγγος τρόπον διεγέρσεως ἠχητικῶν σωλήνων, ὁ ὁποῖος συνίσταται εἰς τὸ νὰ εἰσάγωμεν ἐντὸς κατακορύφου καὶ ἑκατέρωθεν ἀνοικτοῦ σωλῆνος φλόγα ἢ πυρακτωμένον πλέγμα.

§ 354 *Ἀνοικτοὶ σωλῆνες.* Θεωροῦμεν ἠχητικὸν σωλῆνα Σ (σχ. 289, 290) διεγειρόμενον εἴτε διὰ στομίου καὶ χείλους εἴτε διὰ γλωσσίδος καὶ ἀνοικτὸν εἰς τὸ ἄκρον β. Ἐπειδὴ ὁ σωλὴν κατ' ἀμφότερα τὰ ἄκρα αὐτοῦ α καὶ β συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, ἔπεται ὅτι θὰ ἔχωμεν ἐκεῖ ἐλαχίστην μεταβολὴν τῆς πυκνότητος, θὰ ἔχωμεν δηλ. δεσμοὺς τῆς μεταβολῆς τῆς πυκνότητος, καὶ



Σχ. 289.



Σχ. 290.

ἑπομένως κοιλίας τῆς κινήσεως. Ἡ δόνησις λοιπὸν τοῦ ἀέρος θὰ παρίσταται ἀπὸ τὰ διαγράμματα 289 (διάγραμμα *πυκνότητος*) καὶ 290 (διάγραμμα *κινήσεως*).

Ἂν ὀνομάσωμεν M τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος, τὸ μῆκος τοῦ στασίμου κύματος θὰ εἶναι $L = \frac{M}{n}$ ὅπου $n = 1, 2, 3 \ldots$ καὶ ἑπομένως ἂν εἶναι c ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα ἡ συχνότης τοῦ ἀντιστοίχου φθόγγου θὰ εἶναι

$$\nu = \frac{c}{2L} = n\frac{c}{2M}$$

Οἱ ὑπὸ τοῦ σωλῆνος παραγόμενοι φθόγγοι ἀποτελοῦν πλήρη ἁρμονικὴν σειράν.

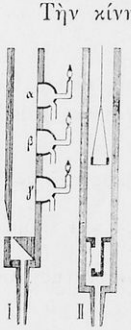
Ἡ ἀναλογία τῶν ἀνοικτῶν ἠχητικῶν σωλήνων πρὸς τὰς χορδὰς εἶναι τελεία, καὶ ὅπως ἐκεῖ ἐγγίζοντες μὲ τὸν δάκτυλον παράγομεν δεσμὸν εἰς οἱανδήποτε θέσιν καὶ ἑπομένως προκαλοῦμεν τὸν ἀντίστοιχον ἁρμονικὸν φθόγγον, οὕτω καὶ εἰς τοὺς ἠχητικοὺς σωλῆνας

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἠμποροῦμεν νὰ προκαλέσωμεν δεσμὸν τῆς πυκνότητος ἀνοίγοντες ὀπὴν εἰς τὰ τοιχώματα οὕτως, ὥστε εἰς ἐκεῖνο τὸ μέρος ὁ ἀὴρ τοῦ σωλῆνος νὰ συγκοινωνῇ μὲ τὸν ἐξωτερικόν. Οὕτω ἂν ἀνοίξωμεν ὀπὴν εἰς τὸ τρίτον τοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος προκαλοῦμεν τὸν τρίτον ἁρμονικὸν καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς (πρβλ. τὸ διάγραμμα 289).

Τὸ ὕψος τοῦ παραγομένου φθόγγου ἐξαρτᾶται ὄχι μόνον ἐκ τῶν γεωμετρικῶν διαστάσεων τοῦ σωλῆνος ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀέριον. Ἐπειδὴ δὲ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἀέρια μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἕπεται ὅτι καὶ τὸ ὕψος τοῦ ὑπὸ ἠχητικοῦ σωλῆνος παραγομένου φθόγγου μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος (Γ. Ἀθανασιάδης): Ἂν διεγείρωμεν δύο ἠχητικοὺς σωλῆνας ἀνοικτοὺς μὲ στόμιον ἐντελῶς ὁμοίους ἀκούομεν ἦχον σταθερᾶς ἐντάσεως. Ἂν τώρα πλησιάσωμεν εἰς τὸ στόμιον τοῦ ἑνὸς σωλῆνος φλόγα, ἀκούομεν τὰς χαρακτηριστικὰς ἐκ τῆς συμβολῆς αὐξομειώσεις τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου, τὰς συγκροτήσεις (§ 40), αἱ ὁποῖαι δεικνύουν ὅτι τὸ ὕψος τοῦ ὑπὸ τοῦ σωλῆνος τούτου παραγομένου ἤχου μεταβλήθη.

Τὴν κίνησιν τοῦ ἀέρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἐξετάζομεν κατὰ διαφόρους τρόπους. Οὕτω ἠμποροῦμεν νὰ τοποθετήσωμεν εἰς διαφόρους θέσεις τοῦ σωλῆνος μανομετρικὰς κάψας τοῦ König, τῶν ὁποίων ἡ ἐλαστικὴ μεμβράνη ἀποτελεῖ συνέχειαν τῶν τοιχωμάτων αὐτοῦ. Εἰς τὸν σωλῆνα τοῦ σχ. 291 I π. χ. ἐφ' ὅσον παράγεται ὁ θεμελιώδης ἦχος (διάγρ. 289, 1) πάλλεται ἡ φλὸξ β, καὶ ὀλιγώτερον αἱ α καὶ γ, τὸ ὁποῖον σημαίνει ὅτι εἰς τὸ β ἔχομεν τὴν κοιλίαν τῆς πυκνότητος. Ἂν δι' ἰσχυροτέρου φυσήματος παραγάγωμεν τὸν δεύτερον ἁρμονικόν, τὸν κατὰ ὀγδόην ὀξύτερον (διάγρ. 289, 2), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ φλὸξ β ἠρεμεῖ αἱ δὲ α καὶ γ πάλλονται ζωηρῶς.



Σχ. 291.

Ἐπίσης ἠμποροῦμεν νὰ εἰσαγάγωμεν εἰς τὸν σωλῆνα (σχ. 291, II) ὁριζόντιον δακτύλιον φέροντα τεταμένον λεπτὸν φύλλον χάρτου καὶ ἄμμον ἐπ' αὐτοῦ. Εἰς τὰς κοιλίας τῆς κινήσεως ἡ ἄμμος ἀναπηδᾷ.

§ 355. *Κλειστοὶ ἠχητικοὶ σωλῆνες.* Ἂν τὸν ἠχητικὸν σωλῆνα Σ (σχ. 289, 290), διεγειρόμενον διὰ στομίου καὶ γλώσσης, κλείσωμεν κατὰ τὸ μέσον αὐτοῦ διὰ διαφράγματος δ, ἐμποδίζομεν εἰς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ σημεῖον ἐκεῖνο τὴν *κίνησιν* τοῦ ἀέρος καὶ θὰ ἔχωμεν ἑπομένως δεσμὸν τῆς κινήσεως καὶ κοιλίαν τῆς πυκνότητος. Ἐκ τῶν ἁρμονικῶν τοῦ σωλῆνος Σ ἀποκλείονται λοιπὸν ἐκεῖνοι οἱ ὁποῖοι ἔχουν εἰς τὸ μέσον κοιλίαν τῆς κινήσεως καὶ δεσμὸν τῆς πυκνότητος δηλ. οἱ ἀρτίας τάξεως, καὶ μένουν μόνον οἱ περιττοί.

Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν ἔχει θεμελιώδη φθόγγον τὸν αὐτὸν πρὸς ἀνοικτὸν σωλῆνα διπλασίου μήκους, οἱ δὲ διάφοροι αὐτοῦ φθόγγοι εἶναι οἱ περιττῆς τάξεως φθόγγοι τῆς ἁρμονικῆς σειρᾶς.

Οὕτω διὰ νὰ παραγάγωμεν τὸν βαρύτατον τῶν εἰς τὴν μουσικὴν χρησιμοποιουμένων φθόγγων do ($\nu = 16{,}16$) χρειαζόμεθα ἀνοικτὸν σωλῆνα μήκους

$$M = \frac{c}{2\nu} = \frac{332}{32{,}23} = 10{,}24 \text{ m}$$

ἐνῶ διὰ τὸν αὐτὸν φθόγγον χρειάζεται κλειστὸς σωλὴν μήκους μόνον 5,12 μέτρων.

§ 356. ***Ποιὸν τοῦ ἤχου τῶν ἠχητικῶν σωλήνων.*** Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε ἐκτεθέντων προκύπτει ὅτι τὸ ὕψος τοῦ ὑπὸ ἠχητικοῦ σωλῆνος παραγομένου ἤχου ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος καὶ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀέρος. Μολονότι ἡ ἀναπτυχθεῖσα θεωρία εἶναι ἐντελῶς στοιχειώδης, τὰ πειραματικὰ ἀποτελέσματα μὲ μεγάλην προσέγγισιν συμφωνοῦν πρὸς αὐτήν. Διότι εὑρίσκεται πράγματι ὅτι τὸ ὑλικὸν ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένος ὁ σωλὴν καμμίαν ἐπίδρασιν δὲν ἔχει ἐπὶ τοῦ ὕψους, καὶ τὸ πλάτος δὲ τοῦ σωλῆνος, ἐφ' ὅσον οὗτος ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς στενός, μικρὰν ἔχει ἐπίδρασιν καθὼς καὶ ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος τοῦ ἐμφυσωμένου ἀέρος. Ἔχει ὅμως σημασίαν τὸ ὑλικὸν τοῦ σωλῆνος, τὸ γεωμετρικὸν σχῆμα καθὼς καὶ ὁ τρόπος τῆς διεγέρσεως ἐπὶ τοῦ ποιοῦ τοῦ ἤχου, διότι ἄλλη εἰς ἄλλους σωλῆνας εἶναι ἡ σχετικὴ ἔντασις τῶν διαφόρων ἁρμονικῶν.

Διὰ τοῦτο ἐντελῶς διάφορον εἶναι τὸ ποιὸν τοῦ ἤχου τῶν ξυλίνων καὶ τῶν μεταλλικῶν σωλήνων, συντελεῖ δὲ ἐν μέρει εἰς τὴν διαφορὰν ταύτην καὶ τὸ σχῆμα τῆς τομῆς, ἡ ὁποία εἰς τοὺς ξυλίνους σωλῆνας εἶναι τετράγωνος εἰς δὲ τοὺς μεταλλίνους κυκλική. Ἐπίσης διάφορον εἶναι τὸ ποιὸν τοῦ ἤχου ἀνοικτῶν καὶ κλειστῶν σωλήνων, καὶ τοῦτο εἶναι εὐνόητον, ἀφοῦ οἱ μὲν ἀνοικτοὶ σωλῆνες παράγουν πλήρη τὴν σειρὰν τῶν ἁρμονικῶν φθόγγων οἱ δὲ κλειστοὶ μόνον τοὺς περιττούς.

§ 357 ***Ἀντηχεῖα.*** Οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες εἶναι ὄγκοι ἀέρος εἰδικῆς μορφῆς, οἱ ὁποῖοι ἔχουν ἰδίας περιόδους δονήσεως. Ἀλλὰ καὶ πᾶς περιωρισμένος ὄγκος ἀέρος ἠμπορεῖ ἐπίσης νὰ τεθῇ εἰς παλμικὴν κίνησιν, στάσιμα κύματα ἀναπτύσσονται, τῶν ὁποίων αἱ δεσμικαὶ ἐπιφάνειαι καὶ αἱ κοιλίαι ἐξαρτῶνται ἐκ τοῦ σχήματος τοῦ κοιλώ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ματος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται ὁ ἀήρ, καὶ τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον οὗτος συγκοινωνεῖ μὲ τὴν πέριξ ἀτμόσφαιραν. Οὕτω ὁ ἐντὸς τοῦ κοιλώματος ἀὴρ ἔχει ἰδίαν συχνότητα δονήσεων δι' ἑκάστην διάταξιν τῶν δεσμικῶν ἐπιφανειῶν, καὶ ἠμπορεῖ ἑπομένως, καταλλήλως διεγειρόμενος, νὰ ἐκτελέσῃ σειρὰν δονήσεων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἶναι ἐντελῶς ὡρισμέναι, δὲν ἀποτελοῦν ὅμως ἐν γένει ἁρμονικὴν σειρὰν ὅπως αἱ τῶν συνήθων ἠχητικῶν σωλήνων. Ἂν εἰς τὸ ἄνοιγμα τοιούτου κοιλώματος φθάσουν ἠχητικὰ κύματα, μεταδίδονται αἱ ἐναλλαγαὶ τῆς πυκνότητος εἰς τὸν ἐντὸς ἀέρα, καὶ ἂν τύχῃ ἡ συχνότης τοῦ προσπίπτοντος κύματος νὰ συμπίπτῃ πρὸς μίαν τῶν χαρακτηριστικῶν συχνοτήτων τοῦ κοιλώματος, διεγείρεται ἐντονώτατα ἡ ἀντίστοιχος δόνησις καὶ ὁ ἐκ τῆς δευτερογενοῦς ταύτης πηγῆς παραγόμενος ἦχος ἐνισχύει τὸν ἀρχικόν.

Ἀντηχεῖα ὀνομάζομεν κοιλώματα καταλλήλου σχήματος καὶ μεγέθους, τὰ ὁποῖα χρησιμεύουν πρὸς ἐνίσχυσιν ἐν γένει τῶν ἤχων.

Οὕτω ὁ ὑπὸ μικροῦ διαπασῶν παραγόμενος ἦχος εἶναι ἀσθενέστατος. Ἂν ὅμως ἐγγίσωμεν τὴν βάσιν τοῦ διαπασῶν εἰς τὸ τοίχωμα ξυλίνου, ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου κιβωτίου καταλλήλων διαστάσεων καὶ ἀνοικτοῦ κατὰ τὸ ἓν μέρος, ὁ ἦχος σημαντικῶς ἐνισχύεται καὶ γίνεται ἀκουστὸς εἰς ἀρκετὴν ἀπόστασιν.

Ἡ ἐνίσχυσις εἶναι ἐντονωτάτη, ὅταν ἡ θεμελιώδης συχνότης τοῦ ἀντηχείου εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν τοῦ διαπασῶν. Δεικνύομεν τοῦτο διὰ δύο διαπασῶν, π. χ. do, sol, καὶ δύο ἀντηχείων ἀντιστοίχου θεμελιώδους συχνότητος. Ἂν, πλήττοντες ἀμφότερα τὰ διαπασῶν, τὰ πλησιάσωμεν εἰς τὸ ἀντηχεῖον do, ἀκούομεν μόνον τὸν ὑπὸ τοῦ ἀντηχείου τούτου ἐνισχυόμενον φθόγγον do, ἂν δὲ τὰ πλησιάσωμεν εἰς τὸ ἀντηχεῖον sol ἀκούομεν μόνον τὸν φθόγγον sol.

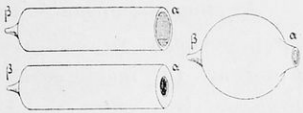
Σημειώνομεν, χωρὶς νὰ ἐνδιατρίψωμεν εἰς τὸ ζήτημα τοῦτο, ὅτι ἡ ὑπὸ τοῦ ἀντηχείου ἐνίσχυσις τῶν ἤχων δὲν ἀντιβαίνει εἰς τὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, διότι ἀποδεικνύεται ὅτι ὅλη ἡ ἐνέργεια τῆς κινήσεως τοῦ ἐντὸς τοῦ ἀντηχείου ἀέρος προέρχεται ἐκ τῶν προσπιπτόντων ἠχητικῶν κυμάτων.

Ἐκτὸς τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου συνήθεις μορφαὶ ἀντηχείων εἶναι αἱ ὑπὸ τοῦ σχ. 292 παριστώμεναι. Τὸ ἄνοιγμα α στρέφεται πρὸς τὴν ἠχογόνον πηγήν, τὸ δὲ β εἴτε φέρομεν ἀπ' εὐθείας εἰς τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

οὗς εἴτε θέτομεν διὰ σωλῆνος εἰς συγκοινωνίαν μὲ μανομετρικὴν κάψαν τοῦ König. Κατορθώνομεν κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον νὰ ἀντιληφθῶμεν ἤχους ἀνεπαισθήτους ἄλλως ἢ καὶ νὰ ἀναγνωρίσωμεν ἂν εἰς σύνθετον ἦχον περιέχεται ὁ εἰς τὴν συχνότητα τοῦ ἀντηχείου ἀντιστοιχῶν φθόγγος.

Διὰ τὸν σκοπὸν τοῦτον καλὸν εἶναι νὰ ἔχῃ τὸ ἀντηχεῖον, εἰ δυνατόν, μίαν καὶ μόνην χαρακτηριστικὴν συχνότητα, ἤ, ἐπειδὴ τοῦτο εἶναι ἀδύνατον, ἡ θεμελιώδης συχνότης νὰ εἶναι πολὺ διάφορος τῶν ἀνωτέρων συχνοτήτων. Διὰ τοῦτο προτιμῶνται διὰ τὴν ἀνάλυσιν τῶν ἤχων τὰ σφαιρικὰ ἀντηχεῖα ἢ τὰ κλειστὰ κυλινδρικὰ μὲ μικρὰν κεντρικὴν ὀπὴν εἰς τὸ πῶμα.



Σχ. 292.

Τοὐναντίον τὰ ἀντηχεῖα τὰ ἀποτελοῦντα τὸ σῶμα τῶν μουσικῶν ὀργάνων πρέπει νὰ ἔχουν ὅσον τὸ δυνατὸν πλησίον ἀλλήλων τὰς χαρακτηριστικὰς συχνότητας, ὥστε νὰ ἐνισχύουν ὅλους τοὺς παραγομένους φθόγγους, χωρὶς προτίμησιν διὰ κανένα ἰδιαιτέρως.

ΣΥΝΗΧΗΣΙΣ Η ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ

§ 358. Τὸ φαινόμενον τῆς ὑπὸ ἀντηχείου ἐνισχύσεως ἤχου, ὅταν ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι ἴση μὲ τὴν χαρακτηριστικὴν τοῦ ἀντηχείου συχνότητα, εἶναι μερικὴ περίπτωσις σειρᾶς ὅλης φαινομένων, τὰ ὁποῖα, ἕνεκα ἀκριβῶς τῆς ἀναλογίας πρὸς τὰ ἀντίστοιχα ἠχητικὰ φαινόμενα, ὀνομάζομεν *φαινόμενα συνηχήσεως ἢ συντονισμοῦ*.

Ἔστω φυσικὸν σύστημα οἱονδήποτε εὑρισκόμενον εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν. Ἂν διαταραχθῇ ἡ ἰσορροπία τοῦ συστήματος, μόλις παύσῃ ἐνεργοῦσα ἡ προκαλέσασα τὴν διατάραξιν αἰτία, τείνει τὸ σύστημα νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας ἡ δὲ ἐπάνοδος αὕτη γίνεται εἴτε *ἀπεριοδικῶς*, ὅτε τὸ σύστημα ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν βαθμηδὸν μὲ διαρκῶς ἐλαττουμένην ταχύτητα μέχρις ὅτου μετὰ πάροδον ἀρκετοῦ χρόνου (θεωρητικῶς ἀπείρου) φθάσῃ εἰς αὐτήν, εἴτε *περιοδικῶς*, ὅτε τὸ σύστημα ὑπερβαίνει ἕνεκα τῆς κτηθείσης ταχύτητος τὴν κατάστασιν τῆς ἰσορροπίας, ἐπανέρχεται πάλιν εἰς αὐτὴν καὶ πάλιν τὴν ὑπερβαίνει καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, μέχρις ὅτου, ἐλαττουμένου διαρκῶς τοῦ πλάτους τῶν περιοδικῶν τούτων κυμάν-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σεων περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας, τὸ σύστημα ἰσορροπήσῃ. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν ὅτι τὸ σύστημα ἐκτελεῖ *δονήσεις* ἡ δὲ συχνότης τῶν δονήσεων τούτων ὀνομάζεται *χαρακτηριστικὴ συχνότης* ἢ *ἰδία συχνότης* τοῦ συστήματος διὰ τὰς θεωρουμένας μεταβολάς. Ἐννοεῖται ὅτι αἱ μεταβολαὶ δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ εἶναι μόνον μηχανικαί. Θὰ γνωρίσωμεν καὶ ἄλλας, π. χ. ἠλεκτρομαγνητικὰς κ. λ.

Ἂν τώρα *ἐξωτερικὴ περιοδικὴ αἰτία* ἀναγκάζῃ τὸ σύστημα νὰ ἐκτελῇ δονήσεις, νὰ ὑφίσταται δηλ. περιοδικὰς μεταβολὰς περὶ τὴν κατάστασιν τῆς ἰσορροπίας, τὸ πλάτος τῶν ἐξηναγκασμένων τούτων δονήσεων εἶναι τόσον μεγαλήτερον, ὅσον ὀλιγώτερον διαφέρει ἡ συχνότης τῆς ἐπιδρώσης περιοδικῆς αἰτίας ἀπὸ τὴν ἰδίαν συχνότητα τοῦ συστήματος καὶ γίνεται μέγιστον ὅταν αἱ δύο συχνότητες εἶναι ἴσαι.

Οὕτω ἂν ἐκ ράβδου ἐξαρτήσωμεν πολλὰ ἐκκρεμῆ διαφόρου πλάτους καὶ ἑπομένως διαφόρου ἰδίας συχνότητος, ἠμποροῦμεν κινοῦντες περιοδικῶς τὴν ράβδον νὰ θέτωμεν εἰς κίνησιν οἱονδήποτε ἐκ τῶν ἐκκρεμῶν, ἀρκεῖ νὰ *συντονίζωμεν* τὴν κίνησιν τῆς ράβδου πρὸς τὴν τοῦ ἐκκρεμοῦς, νὰ κινοῦμεν δηλ. τὴν ράβδον μὲ τὴν συχνότητα μὲ τὴν ὁποίαν τὸ ἐκκρεμὲς κινεῖται *ὅταν εἶναι ἐλεύθερον*.

Τὰ φαινόμενα τῆς συνηχήσεως θὰ μᾶς χρησιμεύσουν εἰς τὴν κατανόησιν τῆς λειτουργίας τοῦ ὠτός, θὰ συναντήσωμεν δὲ αὐτὰ καὶ ὅταν ἀσχοληθῶμεν μὲ τὰς ἠλεκτρομαγνητικὰς κυμάνσεις.

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΗ ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

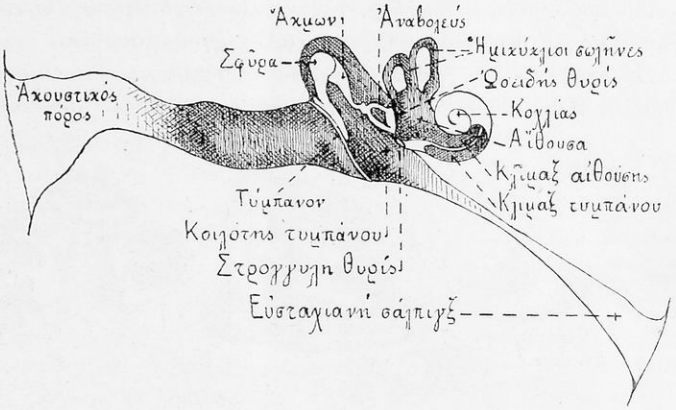
ΑΚΟΗ

§ 359. ***Τὸ αἰσθητήριον.*** Τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς, τοῦ ὁποίου τὸ κύριον μέρος εὑρίσκεται προφυλαγμένον ἐντὸς τοῦ λιθοειδοῦς ὀστοῦ, ἀποτελεῖται ἀπὸ τρία μέρη. Τὸ ἐξωτερικὸν οὖς, τὸ μέσον οὖς ἢ τὴν κοιλότητα τοῦ τυμπάνου καὶ τὸ ἐσωτερικὸν οὖς ἢ τὸν λαβύρινθον.

Τὸ ἐξωτερικὸν οὖς ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν κόγχην, τῆς ὁποίας ἡ σημασία διὰ τὸν ἄνθρωπον δὲν φαίνεται νὰ εἶναι πολὺ μεγάλη, καὶ τὸν ἀκουστικὸν πόρον, ὁ ὁποῖος φράσσεται διὰ τοῦ τυμπάνου, μεμβράνης περίπου κυκλικῆς καὶ ἀποτελουμένης ἀπὸ ἴνας διασταυρουμένας καὶ διατεταγμένας κατὰ περιφερείας καὶ κατ' ἀκτῖνας.

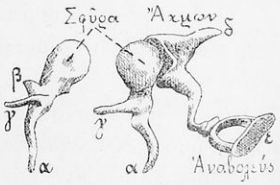
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ τύμπανον χωρίζει τὸν ἀκουστικὸν πόρον ἀπὸ τὸ καλούμενον μέσον οὗς ἢ τὴν κοιλότητα τοῦ τυμπάνου, ἡ ὁποία διὰ τῆς εὐσταχιανῆς σάλπιγγος συγκοινωνεῖ μὲ τὴν κοιλότητα τοῦ στόματος οὕτως ὥστε ἡ ἑκατέρωθεν τοῦ τυμπάνου πίεσις νὰ εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ πε-



Σχ. 293.

ριέχει τὰ ἀκουστικὰ ὀστάρια. Ταῦτα εἶναι (σχ. 294) ἡ *σφῦρα*, ὁ *ἄκμων* καὶ ὁ *ἀναβολεύς*· ἡ *σφῦρα* διὰ τῆς βραχείας ἀποφύσεως β στηρίζεται εἰς τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ τυμπάνου καὶ διὰ τοῦ ἄκρου α προσφύεται εἰς τὸ μέσον τοῦ τυμπάνου καὶ τὸ τείνει πρὸς τὰ ἔσω εἰς σχῆμα χωνίου, διὰ δὲ τῆς κεφαλῆς της ἀρθροῦται πρὸς τὸ δεύτερον ὀστάριον, τὸν *ἄκμονα*, τοῦ ὁποίου τὸ ἄκρον δ προσφύεται εἰς τὸ τοίχωμα τῆς κοιλότητος τοῦ τυμπάνου. Ὁ ἄκμων ἀρθροῦται παρεμβαλλομένου τοῦ *φακοειδοῦς ὀστοῦ* πρὸς τὸ τελευταῖον ὀστάριον τῆς σειρᾶς, τὸν *ἀναβολέα*.



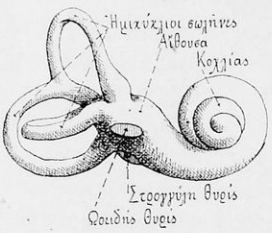
Σχ. 294.

Τὸ ἐσώτατον οὗς ἢ ὁ λαβύρινθος ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν *ὀστέϊνον λαβύρινθον*, καὶ τὸν *μεμβρανώδη* ἢ *ὑμενώδη λαβύρινθον*.

Ὁ ὀστέϊνος λαβύρινθος εἶναι κοίλωμα τοῦ λιθοειδοῦς ὀστοῦ πολυπλόκου μορφῆς καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν *αἴθουσαν*, τοὺς *ἡμικυκλίους σωλῆνας*, καὶ τὸν *κοχλίαν*. Ἡ αἴθουσα, ὠοειδὲς κοίλωμα ἔχον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

πρὸς τὸ κοίλωμα τοῦ τυμπάνου δύο ὀπὰς ἢ *θυρίδας*, τὴν *ὠοειδῆ*, ἡ ὁποία κλείεται διὰ τῆς βάσεως τοῦ ἀναβολέως, καὶ τὴν *στρογγύλην*, συγκοινωνεῖ πρὸς τὸ ἓν μὲν μέρος μὲ τοὺς ἡμικυκλίους, ἐκ τοῦ σχήματός των καλουμένους, σωλῆνας, πρὸς τὸ ἄλλο δὲ συνεχίζεται εἰς ἑλικοειδῆ κοχλιόμορφον σωλῆνα, τὸν κοχλίαν, τοῦ ὁποίου τὴν κατασκευὴν ἐπαρκῶς δεικνύουν τὰ σχηματικὰ διαγράμματα τοῦ σχ. 296. Ὁ αὐλὸς τοῦ κοχλίου, περιελισσόμενος εἰς $2\,^1/_2$ περίπου σπείρας, ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον στενουμένας, χωρίζεται εἰς δύο διὰ πετάλου



Σχ. 295.



Σχ. 296.

ἔχοντος σχῆμα ἑλικοειδοῦς κλίμακος, τοῦ *ὀστέϊνου ἑλικοειδοῦς πετάλου*, τὸ ὁποῖον εἰς τὸ ἀνώτατον μέρος ἀποσπώμενον τοῦ ἄξονος (τῆς *ἀτράκτου*) καταλήγει εἰς ἄγκιστρον καὶ ἀφίνει εἰς τὸ μεταξὺ ὀπήν, τὴν ὀνομαζομένην *ἑλικότρημα*.

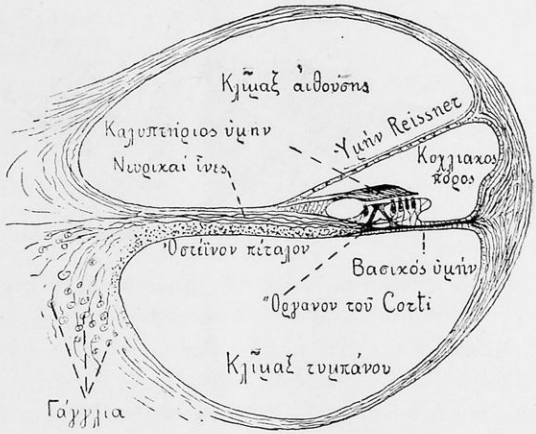
Ὁ ὑμενώδης λαβύρινθος εἶναι τρόπον τινὰ ἐπένδυσις ἐσωτερικὴ τοῦ ὀστέϊνου λαβυρίνθου, ἡ ὁποία ὅμως δὲν προσφύεται εἰς αὐτὸν παρὰ εἰς ὡρισμένας θέσεις, εἶναι δὲ πλήρης ὁ ὑμενώδης λαβύρινθος καὶ τὸ μεταξὺ αὐτοῦ καὶ τοῦ ὀστεώδους λαβυρίνθου διάστημα, ὅπου δὲν ὑπάρχει πρόσφυσις, λεμφικοῦ ὑγροῦ. Μέρη τοῦ ὑμενώδους λαβυρίνθου εἶναι καὶ οἱ λεπτοὶ ὑμένες, οἱ ὁποῖοι κλείουν τὰς δύο θυρίδας τῆς αἰθούσης.

Οἱ ἡμικύκλιοι σωλῆνες, διατεταγμένοι εἰς τρία ἐπίπεδα κάθετα ἐπ' ἄλληλα, μόνον τοπικὴν σχέσιν ἔχουν πρὸς τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς καὶ εἶναι τὰ αἰσθητήρια τοῦ προσανατολισμοῦ, διὰ τῶν ὁποίων ὁ ἄνθρωπος ἀντιλαμβάνεται τὴν ὡς πρὸς τὸ πεδίον τῆς βαρύτητος θέσιν αὐτοῦ καὶ τὰς περιστροφικὰς ἐπιταχύνσεις.

Διὰ τὴν ἀκοὴν σημασίαν ἔχει ἡ αἴθουσα καὶ ἰδίως ὁ κοχλίας, καὶ τούτου τὴν ἀνατομίαν θὰ ἐξετάσωμεν κάπως λεπτομερέστερον.

Ψηφιοποιήθηκε από τό Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ σχ. 297 παριστᾷ τομὴν μιᾶς ἕλικος τοῦ κοχλίου. Τὸ ὀστέϊνον πέταλον μαζὶ μὲ τὸν βασικὸν ὑμένα, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖ προέκτασιν αὐτοῦ, χωρίζει τὸν αὐλὸν εἰς δύο ἐντελῶς διακεκριμένα μέρη, *κλίμακας*, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ μὲν ἀνώτερον συγκοινωνεῖ μὲ τὴν αἴθουσαν καὶ ὀνομάζεται *κλῖμαξ τῆς αἰθούσης* (πρβλ. σχ. 293) τὸ δὲ κατώτερον ἡ *κλῖμαξ τοῦ τυμπάνου*, ἐκβάλλει εἰς τὴν κοιλότητα τοῦ τυμπάνου διὰ τῆς στρογγύλης θυρίδος, ἡ ὁποία, καθὼς εἴπομεν κλείεται διὰ λεπτοῦ ὑμένος. Αἱ δύο κλίμακες συγκοινωνοῦν πρὸς ἀλλήλας κατὰ τὴν κορυφὴν τοῦ κοχλίου διὰ τοῦ ἑλικοτρήματος.



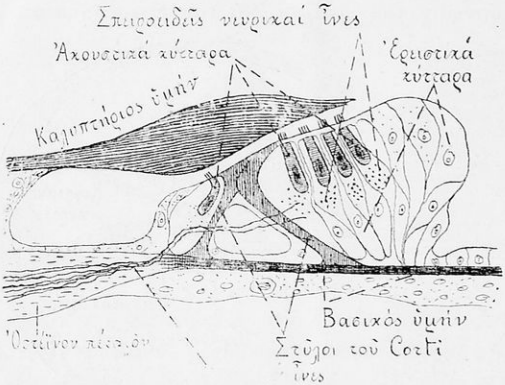
Σχ. 297.

Ἕν ἄλλο διάφραγμα, ὁ ὑμὴν τοῦ Reissner, ἀποχωρίζει ἀπὸ τὴν κλίμακα τῆς αἰθούσης σωλῆνα τομῆς τριγωνικῆς, τὸν *κοχλιακὸν πόρον*, ὁ ὁποῖος ἀμφοτέρωθεν καταλήγει τυφλῶς, καὶ ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει τὸ σπουδαιότατον μέρος τοῦ αἰσθητηρίου τῆς ἀκοῆς, τὸ *ὄργανον τοῦ Corti* (σχ. 298).

Τὴν βάσιν τοῦ κοχλιακοῦ πόρου ἀποτελεῖ τὸ χεῖλος τοῦ ὀστεΐνου πετάλου καὶ ὁ βασικὸς ὑμήν, ἀποτελούμενος ἀπὸ ἐγκαρσίας ἐλαστικὰς ἶνας (12000 – 24000) τῶν ὁποίων τὸ μῆκος (πλάτος τοῦ ὑμένος) βαίνει αὐξανόμενον ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τοῦ κοχλιακοῦ πόρου, ἀπέναντι τῆς ὠοειδοῦς θυρίδος (περίπου 0,041 mm) μέχρι τῆς κορυφῆς τοῦ κοχλίου (0,495 mm).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐπὶ τοῦ βασικοῦ ὑμένος εὑρίσκεται τὸ ὄργανον τοῦ Corti, τοῦ ὁποίου τὸν σκελετὸν ἀποτελοῦν οἱ *στῦλοι τοῦ Corti* (5600—6600 περίπου οἱ ἐσωτερικοὶ καὶ 3800—4800 οἱ ἐξωτερικοὶ) γινόμενοι καὶ αὐτοὶ μεγαλήτεροι καθ' ὅσον προχωροῦμεν ἐκ τῆς βάσεως πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ κοχλίου (ἐσωτ. 0,045—0,075 mm, ἐξωτ. 0,060—0,100 mm). Περὶ τοὺς στύλους τούτους ὑπάρχουν *ἐρεισικὰ κύτταρα* ἐπὶ τῶν ὁποίων στηρίζονται τὰ βλεφαριδωτὰ *ἀκουστικὰ κύτταρα*, εἰς ταῦτα δὲ καταλήγουν αἱ τελευταῖαι διακλαδώσεις τοῦ ἀκουστικοῦ νεύρου.



Σχ. 298.

Ὑπεράνω τοῦ ὀργάνου τοῦ Corti αἰωρεῖται ἐντὸς τοῦ λεμφικοῦ ὑγροῦ ὑμενώδης πτυχή, ὁ *καλυπτήριος ὑμήν*.

§ 360. ***Λειτουργία τοῦ αἰσθητηρίου.*** Ὑποθέσωμεν ὅτι εἰς τὸ οὖς φθάνει ἠχητικὸν κῦμα ἀντιστοιχοῦν εἰς ἁπλοῦν μουσικὸν φθόγγον. Ἡ περιοδικὴ μεταβολὴ τῆς καταστάσεως τοῦ ἀέρος διὰ τοῦ ἀκουστικοῦ πόρου φθάνει μέχρι τοῦ τυμπάνου, καὶ ἔχομεν ἐκεῖ ἁπλᾶς ἁρμονικὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν ἀντιστοίχους παλμικὰς κινήσεις τοῦ τυμπάνου.

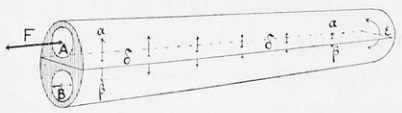
Αἱ κινήσεις αὗται μεταδίδονται εἰς τὰ ἀκουστικὰ ὀστάρια, τὰ ὁποῖα κατὰ τὴν προσοχὴν τείνονται ὑπὸ εἰδικῶν μυῶν, καὶ φθάνουν οὕτω, μὲ ηὐξημένον πλάτος(*) ἕνεκα τοῦ σχήματος καὶ τῆς διατάξεως

(*) Ἡ αὔξησις αὕτη τοῦ πλάτους δὲν ἔρχεται εἰς ἀντίφασιν πρὸς τὸν νόμον τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, διότι τὸ ὅλον εἰς τὸ οὖς προσπίπτον ρεῦμα ἐνεργείας συγκεντρώνεται τώρα εἰς δρόμον πολὺ στενώτερον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῶν ὀσταρίων, εἰς τὸν ἀναβολέα, ὁ ὁποῖος διὰ τῆς βάσεώς του μεταδίδει αὐτὰς εἰς τὸ ἐντὸς τῆς αἰθούσης ὑγρόν.

§ 361. Θεωροῦμεν τώρα τὸν κοχλίαν, τὸν ὁποῖον παριστῶμεν σχηματικῶς (σχ. 299) δι' ἀνενδότου κωνικοῦ σωλῆνος, ὁ ὁποῖος κατ' ἀμφότερα τὰ ἄκρα εἶναι κλειστός, χωρίζεται δὲ κατὰ μῆκος διὰ διαφράγματος δ δ, τὸ ὁποῖον ἀφίνει κατὰ τὸ στενὸν ἄκρον ἐλευθέραν τὴν συγκοινωνίαν τῶν δύο ἡμίσεων διὰ τοῦ ἑλικοτρήματος ε. Εἰς τὸ εὐρὺ ἄκρον ὑπάρχουν αἱ δύο θυρίδες Α καὶ Β κλειόμεναι δι' ἐλαστικῶν ὑμένων, ὁ δὲ σωλὴν εἶναι πλήρης ὑγροῦ.



Σχ. 299.

Ἂν τώρα ἐφαρμόσωμεν εἰς τὴν θυρίδα Α δύναμιν F, περιοδικῶς μεταβαλλομένην, καὶ τὸ διάφραγμα δ δ εἶναι *ἀνένδοτον*, τὸ ὑγρὸν θὰ κυκλοφορῇ ἐντὸς τῶν δύο ἡμίσεων τοῦ σωλῆνος καὶ διὰ τοῦ ἀνοίγματος ε κατ' ἐναλλασσομένην φοράν, ἡ δὲ ταχύτης τῆς ἐναλλασσομένης ροῆς θὰ γίνεται μεγαλητέρα καθ' ὅσον προχωροῦμεν πρὸς τὸ ε, καθ' ὅσον δηλ. ἡ τομὴ ἐλαττώνεται.

Ἂν ὅμως τὸ διάφραγμα δ δ εἶναι ἐλαστικόν, εὐκόλως βλέπομεν ὅτι θὰ ὑποχωρῇ εἰς τὴν ἐκ τοῦ Α ἐπιφερομένην πίεσιν καὶ θὰ πάλλεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν βελῶν α β, τὸ δὲ πλάτος τῆς παλμικῆς ταύτης κινήσεως θὰ γίνεται μικρότερον ὅσον πλησιάζομεν πρὸς τὸ ἄκρον ε (πρβλ. § 255 σχ. 221).

Ἀλλ' αὐτὴ εἶναι ἀκριβῶς ἡ περίπτωσις τοῦ κοχλίου. Αἱ περιοδικαὶ ὠθήσεις τοῦ ἀναβολέως προκαλοῦν παλμικὴν κίνησιν τῆς βασικῆς μεμβράνης, τῆς ὁποίας τὸ πλάτος ἐλαττώνεται ἀπὸ τῆς βάσεως τοῦ κοχλίου πρὸς τὴν κορυφήν.

Πάλλεται λοιπὸν ὁ βασικὸς ὑμὴν καὶ μετ' αὐτοῦ ὁ ὑμὴν τοῦ Reissner, ὁλόκληρον τὸ ὄργανον τοῦ Corti. Ὁ καλυπτήριος ὑμὴν παρακολουθεῖ τὴν κίνησιν, οὕτως ὥστε δὲν ἐγγίζει τὰς βλεφαρίδας τῶν ἀκουστικῶν κυττάρων. Μόνον ἂν ὑπάρχῃ μέρος τοῦ βασικοῦ ὑμένος, τοῦ ὁποίου αἱ ἶνες ἔχουν ἰδίαν συχνότητα συμπίπτουσαν μὲ τὴν τοῦ διεγείροντος φθόγγου, τὸ πλάτος τῆς κινήσεως γίνεται τόσον, ὥστε αἱ βλεφαρίδες ἔρχονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸν καλυπτήριον ὑμένα (πρβλ. § 358) καὶ τὸ νεῦρον διεγείρεται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἔχομεν λοιπὸν ἐντοπισμὸν τοῦ ἐρεθίσματος, εἰς τὸν ὁποῖον, σύμφωνα ἄλλως μὲ τὸν νόμον τοῦ Johannes Müller (τῆς εἰδικῆς δράσεως τῶν νεύρων) πρέπει νὰ ἀποδώσωμεν τὸ ὑποκειμενικὸν χαρακτηριστικὸν τοῦ ὕψους τοῦ μουσικοῦ φθόγγου.

Ἐπειδὴ τὸ μῆκος τῶν ἰνῶν τοῦ βασικοῦ ὑμένος εἶναι μεγαλήτερον πρὸς τὴν κορυφὴν τοῦ κοχλίου καὶ ἑπομένως ἡ ἰδία συχνότης μικροτέρα, ἔπεται ὅτι εἰς τοὺς ὀξυτέρους ἤχους ἀντιδρᾷ τὸ πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κοχλίου μέρος τοῦ ὀργάνου τοῦ Corti, εἰς δὲ τοὺς βαρυτέρους τὸ πρὸς τὴν κορυφήν. Ἀλλ' εἰς τὴν κορυφήν, μὲ δεδομένον πλάτος τῆς παλμικῆς κινήσεως τοῦ ἀναβολέως, εἴδομεν ὅτι ἡ παλμικὴ κίνησις τῆς βασικῆς μεμβράνης εἶναι ἀσθενεστέρα. Ἐκ τούτου ἔπεται ὅτι αἱ βαρύτεροι ἤχοι πρέπει νὰ ἔχουν μεγαλητέραν ἔντασιν διὰ νὰ γίνουν ἀκουστοὶ ἢ οἱ ὀξύτεροι. Τοῦτο ἐπιβεβαιώνει καὶ ἡ πεῖρα.

Ὅταν ὁ ἦχος εἶναι σύνθετος, ἡ πολύπλοκος περιοδικὴ κίνησις ἀναλύεται ὑπὸ τοῦ ὀργάνου τοῦ Corti εἰς τὰ ἁπλᾶ ἁρμονικὰ αὐτῆς συστατικὰ καὶ οὕτω διάφορα ἀκουστικὰ κύτταρα διεγείρονται καὶ ἔχομεν σύνθετον αἴσθημα, τὸ ὁποῖον ἄλλοτε μὲν ἡ συνείδησις ἀντιλαμβάνεται ὡς τοιοῦτον, χωρίζουσα ἀπ' ἀλλήλων τὰ κύρια αὐτοῦ συστατικά, ἄλλοτε δὲ ἀντιλαμβάνεται ἁπλῶς ὡς ἦχον ἔχοντα χαρακτηριστικὴν χροιάν.

Κατὰ τὴν θεωρίαν ταύτην, τῆς ὁποίας ἱδρυτὴς εἶναι ὁ Helmholtz καὶ ἡ ὁποία φαίνεται ἡ πιθανωτάτη τῶν περὶ τῆς αἰσθήσεως τῶν ἤχων θεωριῶν, τὸ αἰσθητήριον ἐκτελεῖ πάντοτε τὴν ἀνάλυσιν τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἁπλᾶ αὐτοῦ ἁρμονικὰ συστατικά, ὅταν τοὐλάχιστον ὁ ἦχος διαρκεῖ ἀρκετὰ ὥστε ἡ περιοδικότης νὰ διαμορφωθῇ ἐντελῶς, εἶναι δὲ ἔπειτα καθαρῶς ψυχικὴ ἐργασία ἡ ἀντίληψις τοῦ ἤχου ὡς συνθέτου ἢ ὡς ἁπλῶς ἔχοντος χροιάν.

Οἱ κρότοι, διακρινόμενοι τῶν μουσικῶν φθόγγων κατὰ τὸ ὅτι δὲν ἔχουν ἐντελῶς διαμορφωμένην περιοδικότητα, διεγείρουν δι' ὠθήσεως ὁλόκληρον τὸ ὄργανον τοῦ Corti ἢ τοὐλάχιστον ἐκτεταμένα αὐτοῦ μέρη. Οὕτω λείπει ὁ ἐντοπισμὸς τοῦ ἐρεθίσματος καὶ ἑπομένως τὸ ὑποκειμενικὸν στοιχεῖον τοῦ ὕψους.

§ 362. ***Προσδιορισμὸς τῆς διευθύνεως ἐκ τῆς ὁποίας προέρχεται ὁ ἦχος.*** Ὁ τρόπος κατὰ τὸν ὁποῖον ἀντιλαμβανόμεθα τὴν διεύθυνσιν, ἐκ τῆς ὁποίας ὁ ἦχος προέρχεται, ὑπῆρξε τὸ θέμα πλεί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

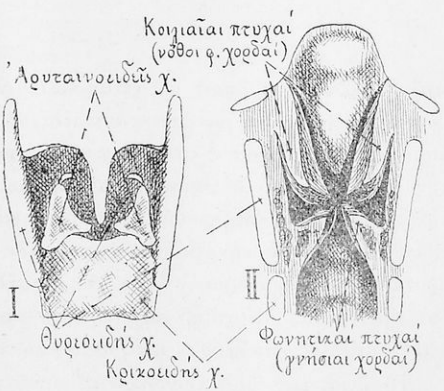
στων ἐρευνῶν. Ἡ κόγχη τοῦ ὠτὸς φαίνεται ὅτι, διὰ τὸν ἄνθρωπον τοὐλάχιστον, δὲν ἔχει τὴν σημασίαν τὴν ὁποίαν κατ' ἀρχὰς εἰς αὐτὴν ἀπέδωκαν. Ὄχι μόνον ἂν γεμίσωμεν μὲ κηρὸν τὰς ἕλικας αὐτῆς δὲν παρατηροῦμεν αἰσθητὴν ἐλάττωσιν τῆς ἱκανότητος πρὸς προσδιορισμὸν τῆς προελεύσεως τοῦ ἤχου, ἀλλὰ καὶ ἄνθρωποι στερούμενοι τελείως κόγχης κατ' ἀμφότερα τὰ ὦτα ἀντιλαμβάνονται πόθεν ὁ ἦχος προέρχεται.

Τὴν κατεύθυνσιν τοῦ ἤχου προσδιορίζομεν εἴτε ἐκ τῆς διαφορᾶς τῆς φάσεως τῶν ἠχητικῶν κυμάτων εἰς τὰ δύο ὦτα, εἴτε ἐκ τῆς διαφορᾶς τῆς ἐντάσεως ὡς ἐκ τῆς διαφόρου ἀπὸ τῆς πηγῆς ἀποστάσεως τῶν δύο ὤτων καὶ τῆς θέσεως τοῦ ἑνὸς εἰς τὴν ἠχητικὴν σκιὰν τῆς κεφαλῆς, εἴτε τέλος ἐκ τῆς διαφορᾶς τοῦ χρόνου τῆς ἀφίξεως τοῦ μετώπου τοῦ κύματος εἰς τὰ δύο ὦτα.

Ποῖος ἐκ τῶν τριῶν τούτων παραγόντων εἶναι ὁ οὐσιωδέστερος δὲν ἔχει ἀκόμη ἀποδειχθῇ ἀδιαφιλονεικήτως.

Η ΑΝΘΡΩΠΙΝΗ ΦΩΝΗ

§ 363. ***Τὸ ὄργανον.*** Τὸ ὄργανον τῆς ἀνθρωπίνης φωνῆς ἀποτελεῖται ἀπὸ τοὺς πνεύμονας, οἱ ὁποῖοι διὰ τῆς τραχείας παρέχουν τὸ ἀναγκαῖον ρεῦμα ἀέρος, τὸν λάρυγγα, ὁ ὁποῖος παράγει τὴν φωνήν, καὶ τὰς κοιλότητας τοῦ στόματος καὶ τῆς ρινός, αἱ ὁποῖαι τὴν διαμορφώνουν.



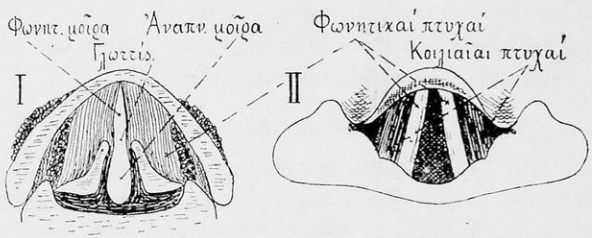
Σχ. 300.

Ὁ λάρυγξ ἀποτελεῖται ἀπὸ χόνδρινον σκελετὸν (σχ. 300), ὁ ὁποῖος εἶναι συνέχεια τῆς τραχείας καὶ περιλαμβάνει τὰ ἑξῆς κύρια μέρη: Τὸν κρικοειδῆ χόνδρον, ὁ ὁποῖος ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς ὁ τελευταῖος κρίκος τῆς τραχείας, τὸν θυρεοειδῆ καὶ τοὺς δύο ἀρυταινοειδεῖς, οἱ ὁποῖοι ἀρθροῦνται ἐπὶ τοῦ ὀπισθίου ἄνω χείλους τοῦ κρικοειδοῦς. Τὸ σχ. 300 I παριστᾷ τὸν σκελετὸν τοῦ λάρυγγος ὁρώμενον ἐκ τῶν ὄπισθεν, τὸ δὲ σχ. 300 II παριστᾷ τομὴν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τοῦ λάρυγγος ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερὰ ὁρωμένην ἐκ τῶν ὄπισθεν.

Ὁ λάρυγξ ἐπενδύεται διὰ βλεννογόνου, ὁ ὁποῖος σχηματίζει τέσσαρας πτυχὰς ἀποτελουμένας ἀπὸ ἰνώδη ἐλαστικὸν ἱστόν, γραμμωτὰς μυϊκὰς ἴνας καὶ πολλοὺς ἀδένας, καὶ διευθυνομένας ἐκ τῶν ὀπίσω πρὸς τὰ ἐμπρός. Ἐκ τούτων αἱ μὲν δύο ἀνώτεραι, *κοιλιαῖαι πτυχαὶ* ἢ *νόθοι φωνητικαὶ χορδαί*, δὲν ἔχουν σημασίαν διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς φωνῆς. Αἱ δύο κατώτεραι, αἱ *φωνητικαὶ πτυχαὶ* ἢ *γνήσιαι φωνητικαὶ χορδαὶ* διήκουν ἀπὸ τῶν ἀρυταινοειδῶν χόνδρων εἰς τὸ ἐμπρόσθιον μέρος τοῦ θυρεοειδοῦς καὶ ἀφίνουν μεταξύ των σχισμήν, τὴν καλουμένην γλωττίδα. Τὸ σχ. 301 I παριστᾷ ὁριζοντίαν τομὴν τοῦ λάρυγγος εἰς τὸ ὕψος τῶν φωνητικῶν πτυχῶν τὸ δὲ 301 II παριστᾷ τὸν λάρυγγα ὅπως φαίνεται εἰς τὸ λαρυγγοσκοπικὸν κάτοπτρον. Τὸ ἄνω μέρος τῶν εἰκόνων ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ πρόσθιον μέρος τοῦ λάρυγγος. Τὸ ὄπισθεν ἀνοικτὸν μέρος τῆς γλωττίδος χρησιμεύει διὰ τὴν ἀναπνοήν, τὸ δὲ ἐμπρόσθιον, ἡ *φωνητικὴ μοῖρα*, χρησιμεύει διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς φωνῆς. Αἱ φωνητικαὶ πτυχαί, τεινόμεναι ὑπὸ εἰδικῶν μυῶν μὲ τὴν βοήθειαν καὶ τῶν ὡς μοχλῶν χρησιμευόντων ἀρυταινοειδῶν χόνδρων, ἀφίνουν μεταξύ των στενωτάτην σχισμὴν διὰ τῆς ὁποίας διερχόμενος ὁ ἐκ τῶν πνευμόνων ἐξωθούμενος ἀὴρ θέτει αὐτὰς εἰς παλμικὴν κίνησιν καὶ παράγει οὕτω τὴν φωνήν.



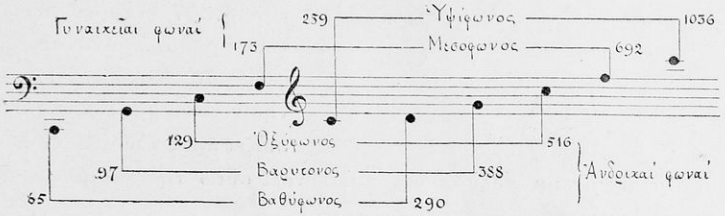
Σχ. 301.

Τὸ ὕψος τοῦ ὑπὸ τῶν φωνητικῶν πτυχῶν παραγομένου μουσικοῦ φθόγγου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς διαστάσεις αὐτῶν καὶ τοῦ λάρυγγος ἐν γένει καὶ ἀπὸ τὴν τάσιν. Διὰ τοῦτο τὸ ὕψος δύναται νὰ ποικίλλῃ μεταξὺ ὁρίων τινῶν (συνήθης περιοχὴ δύο ὀγδοαι) διαφόρων διὰ διαφόρους λάρυγγας. Τὸ διάγραμμα 302 παρέχει τὰ ὅρια τοῦ ὕψους διὰ τὰς συνήθεις ἀνδρικὰς καὶ γυναικείας φωνάς. Αἱ λεπτομέρειαι

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῆς λειτουργίας τῶν φωνητικῶν πτυχῶν δὲν εἶναι ἐντελῶς γνωσταί. Οὕτω π. χ. δὲν εἶναι ἀκριβῶς γνωστὸν κατὰ τὸ τί διαφέρει ἡ λεγομένη φωνὴ τοῦ στήθους τῆς κεφαλικῆς φωνῆς καὶ ἂν τυχὸν κατὰ τὴν τελευταίαν ταύτην αἱ χορδαὶ πάλλονται μὲ διαμέσους δεσμοὺς παρέχουσαι οὕτως ὄχι τὸν θεμελειώδη ἀλλ' ἀνώτερον φθόγγον.

§ 364. ***Διαμόρφωσις τῶν φωνηέντων.*** Ὁ ὑπὸ τῶν φωνητικῶν πτυχῶν παραγόμενος ἦχος δὲν εἶναι ἁπλοῦς, ἀλλά, ἐξ αὐτῆς τῆς φύσεως τῶν πτυχῶν, πολυπλόκου μορφῆς. Αἱ παραγόμεναι περιοδικαὶ διαταραχαὶ τοῦ ἀέρος ἔρχονται κατὰ πρῶτον εἰς τὴν κοιλότητα τοῦ στόματος, ἡ ὁποία μαζὶ μὲ τὰς συγκοινωνούσας πρὸς αὐτὴν



Σχ. 302.

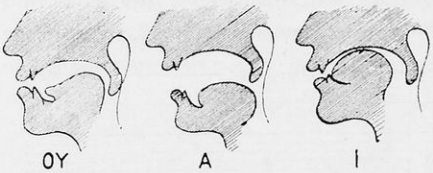
ρινικὰς κοιλότητας ἀποτελεῖ ἀντηχεῖον μεταβαλλόμενον κατὰ βούλησιν τοῦ ὁμιλοῦντος διὰ τῆς θέσεως τῆς γλώσσης, τῆς κάτω σιαγόνος καὶ τῆς διαμορφώσεως τῶν χειλέων. Οὕτω ἐνισχύονται διαφόρως διάφοροι ὀξύτεροι φθόγγοι, οἱ ὁποῖοι συνενούμενοι μὲ τὸν θεμελιώδη, τὸν βαρύτατον, παρέχουν εἰς αὐτὸν τὴν χαρακτηριστικὴν χροιὰν τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς ἕκαστον φωνῆεν.

Τὴν ὕπαρξιν τῶν ὀξυτέρων παραμιγμάτων τούτων ἀντιλαμβανόμεθα δι' ἀναλύσεως τοῦ ἤχου τῶν φωνηέντων, τὴν ὁποίαν ἐκτελοῦμεν κατὰ πολλοὺς τρόπους. Ἠμποροῦμεν π. χ. νὰ συμπεράνωμεν τὴν ὕπαρξιν ὀξυτέρων φθόγγων καὶ τὴν σχετικὴν αὐτῶν συχνότητα ὡς πρὸς τὸν θεμελιώδη ἐκ τοῦ σχήματος τῆς φωτεινῆς ταινίας, τὴν ὁποίαν βλέπομεν ἐντὸς τοῦ περιστρέπτου κατόπτρου ὅταν ἐκφωνεῖται τὸ φωνῆεν πρὸ τοῦ χωνίου μανομετρικῆς κάψης τοῦ König. Ἡ πρόχειρος αὕτη ἀνάλυσις δεικνύει ὅτι ἐκ τῶν φωνηέντων τὸ ἁπλούστερον εἶναι τὸ *ου* (τὸ ὁποῖον κακῶς λέγεται δίφθογγος εἰς τὴν ἑλληνικὴν μόνον διότι *γράφεται* μὲ δύο γράμματα) ἀποτελούμενον ἀποκλειστικῶς σχεδὸν ἀπὸ τὸν θεμελιώδη ἁπλοῦν ἁρμονικὸν φθόγ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

γον (γλῶσσαι ἁπλαῖ ὅπως αἱ β τοῦ σχ. 256), τὸ δὲ ι ἔχει τοὺς ὀξυτάτους ἀνωτέρους φθόγγους (γλῶσσαι τῶν ὁποίων ἡ περίμετρος διαχωρίζεται εἰς πλῆθος μικροτέρων γλωσσῶν).

Ἀντίστοιχος πρὸς τὰ χαρακτηριστικὰ ταῦτα τῶν φωνηέντων εἶναι ἡ διαμόρφωσις τοῦ στόματος κατὰ τὴν ἐκφώνησιν αὐτῶν. Κατὰ τὴν ἐκφώνησιν τοῦ *ου* τὸ κοίλωμα τοῦ στόματος γίνεται ὅσον τὸ δυνατὸν κανονικόν, ὠοειδές, τὸ δὲ ἄνοιγμα τῶν χειλέων κυκλικὸν (σχ. 303) οὕτως ὥστε τὸ ἀντιχεῖον νὰ ὁμοιάζῃ πρὸς τὸ κλειστὸν κυλινδρικὸν μὲ μικρὸν κυκλικὸν ἄνοιγμα (σχ. 292) περὶ τοῦ ὁποίου εἰς τὴν § 357 εἴπομεν ὅτι εὐνοεῖ τὴν παραγωγὴν ἁπλῶν φθόγγων. Κατὰ τὴν ἐκφώνησιν τοῦ ι ἡ γλῶσσα πλησιάζει πρὸς τὸν οὐρανίσκον, τὸ ἀντιχεῖον γίνεται πολὺ στενὸν καὶ εὐνοεῖ οὕτω τὴν διαμόρφωσιν ὀξέων φθόγγων.



Σχ. 303.

Αἱ πραγματικαὶ δίφθογγοι (άου, άϊ, όϊ κ.λ.π.) εἶναι ταχεῖα ἀλληλουχία φωνηέντων.

§ 365. ***Ἀνάλυσις καὶ σύνθεσις τῶν φωνηέντων.*** Πρὸς ἀνάλυσιν τῶν φωνηέντων μετεχειρίσθη ὁ Helmholtz συσκευὴν ἀποτελουμένην ἀπὸ σειρὰν ἀντιχείων, ἕκαστον τῶν ὁποίων συνεκοινώνει πρὸς μανομετρικὴν κάψαν τοῦ König. Τὰς φλόγας παρετήρει ὅλας μαζὶ ἐντὸς μεγάλου περιστρέπτου κατόπτρου. Κατὰ τὴν ἐκφώνησιν φωνήεντος πρὸ τῆς συσκευῆς διεγείρονται ἐκεῖνα τὰ ἀντιχεῖα τῶν ὁποίων ὁ ἴδιος φθόγγος περιέχεται εἰς τὸ φωνῆεν, καὶ αἱ ἀντίστοιχοι φλόγες πάλλονται. Οὕτω παρατηροῦντες τὰς φλόγας ἐντὸς τοῦ περιστρεφομένου κατόπτρου ἀναγνωρίζομεν ποῖοι φθόγγοι περιέχονται εἰς τὸ φωνῆεν (ἐφ' ὅσον, ἐννοεῖται, ὑπάρχει δι' αὐτοὺς κατάλληλον ἀντιχεῖον εἰς τὴν συσκευὴν) καὶ συγχρόνως ἔχομεν καὶ κατὰ προσέγγισιν ἐνδείξεις περὶ τῆς σχετικῆς αὐτῶν ἐντάσεως.

Ἀφοῦ κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον ἀνέλυσε τὰ φωνήεντα ὁ Helmholtz ἐπέτυχε καὶ τὴν τεχνητὴν συνθετικὴν παραγωγὴν μεταχειρισθεὶς πρὸς τοῦτο συσκευὴν περιέχουσαν πολλὰ διαπασῶν ἠλεκτρομαγνητικῶς διεγειρόμενα καὶ εὑρισκόμενα ἕκαστον ἀπέναντι καταλλήλου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀντηχείου. Θυρίδες ἔκλειον τὰ ἀνοίγματα τῶν ἀντηχείων καὶ ἐρρύθμιζον οὕτω τὴν ἔντασιν τῶν διαφόρων φθόγγων. Ὅταν τὸ ἄνοιγμα ἦτο ἐντελῶς κλειστὸν ὁ ἦχος τοῦ ἀντιστοίχου διαπασῶν δὲν ἠκούετο, εἶχε δὲ τὴν μεγίστην ἔντασιν ὅταν τὸ στόμιον ἠνοίγετο ἐντελῶς.

§ 366. ***Σύμφωνα.*** Δυσκολωτέρα εἶναι ἡ ἐξέτασις τῶν συμφώνων. Τὰ κυρίως σύμφωνα εἶναι κρότοι συνοδεύοντες τὰ φωνήεντα. Τοιαῦτα π. χ. εἶναι πρὸ παντὸς τὰ ψιλὰ κ, π, τ. Ὑπάρχουν ὅμως σύμφωνα κακῶς οὕτω ἀποκαλούμενα διότι εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκφωνοῦνται καὶ αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ χωρὶς τὴν βοήθειαν φωνήεντος, ὅπως π. χ. τὸ ρ τὸ σ κ λ.π. Ἡ διαφορὰ τῶν φωνηέντων ἀπὸ τῶν συμφώνων δὲν ἔγκειται εἰς τὸ ὅτι ἐκεῖνα μὲν ἠμποροῦν νὰ ἐκφωνοῦνται μόνα των, ταῦτα δὲ ἔχουν τὴν ἀνάγκην φωνήεντος μετὰ τοῦ ὁποίου νὰ ἐκφωνοῦνται, ἀλλ' ὅτι τὰ μὲν φωνήεντα εἶναι *φθόγγοι* ὡρισμένου ὕψους καὶ χαρακτηριστικῆς χροιᾶς, τὰ δὲ σύμφωνα ἔχουν τὰ χαρακτηριστικὰ τοῦ κρότου, μολονότι σαφὴς διάκρισις δὲν χωρεῖ, καὶ ὑπάρχουν διάμεσοι μορφαὶ ἤχων, τοὺς ὁποίους διστάζει κανεὶς ἂν πρέπει νὰ ὀνομάσῃ φωνήεντα ἢ σύμφωνα.

Τὰ ὅρια τοῦ παρόντος βιβλίου μᾶς ἐπιβάλλουν νὰ ἀρκεσθῶμεν εἰς τὰς συντόμους ταύτας ὑποδείξεις περὶ τοῦ σπουδαιοτάτου ζητήματος τῆς διαμορφώσεως τῆς ἀνθρωπίνης ὁμιλίας.

ΑΡΜΟΝΙΑ

§ 367. Ἐν τῶν θεμελιωδῶν προβλημάτων τῆς ἀκουστικῆς καὶ τῆς πρὸς αὐτὴν συνδεομένης αἰσθητικῆς εἶναι ἡ ἀνεύρεσις τῶν λόγων διὰ τοὺς ὁποίους δύο φθόγγοι ἀκουόμενοι μαζὶ παράγουν αἴσθημα εὐχάριστον ἢ δυσάρεστον, τὰ μουσικὰ διαστήματα δηλ. εἶναι ἁρμονικὰ ἢ παράφωνα. Καὶ ναὶ μὲν εἰς τὴν § 313 ἐθέσαμεν τὸν γενικὸν κανόνα ὅτι τὰ διαστήματα εἶναι τόσον περισσότερον εὐχάριστα, ὅσον οἱ λόγοι τῶν συχνοτήτων εἶναι ἁπλούστεροι, ἀλλ' ἐννοεῖται ὅτι ζήτημα τόσον πολύπλοκον, ὅπως ὅλα τὰ ζητήματα τῆς αἰσθητικῆς, ἔχον σχέσιν ὄχι μόνον μὲ τὴν φυσικὴν ἀλλὰ καὶ μὲ τὰς ψυχικὰς λειτουργίας, δὲν εἶναι δυνατὸν τόσον εὔκολα νὰ λυθῇ.

Ἐκ τῶν θεωριῶν, αἱ ὁποῖαι ἐπενοήθησαν πρὸς ἐξήγησιν τῶν νόμων τῆς ἁρμονίας θὰ ἀναφέρωμεν μὲ ὀλίγας λέξεις τὴν τοῦ Helmholtz, ἡ ὁποία φαίνεται ὅτι εἰς τὰς κυρίας τουλάχιστον γραμμὰς εἶναι ὀρθή.

§ 368. ***Φθόγγοι ἐκ συνδυασμοῦ.*** Ἔχομεν ἤδη ὁμιλήσῃ περὶ τῶν ἁρμονικῶν φθόγγων καὶ εἴδομεν ὅτι κάθε μουσικὸς φθόγγος συχνότητος n ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς ὁ ἀρχηγός, τὸ πρῶτον μέλος, οἰκογενείας ἀποτελουμένης ἀπὸ τοὺς ἁρμονικούς αὐτοῦ, τῶν ὁποίων ἡ συχνότης εἶναι 2n, 3n, 4n. Ἂν τώρα δύο μουσικοὶ φθόγγοι συχνότητος n καὶ m (n>m) παράγωνται συγχρόνως μὲ ἔντασιν ὁμοιό-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μορφον καὶ ἀρκετὰ μεγάλην, ἀκούομεν συγχρόνως μὲ αὐτοὺς σειρὰν ἀσθενεστέρων φθόγγων, τῶν *φθόγγων ἐκ συνδυασμοῦ* οἱ ὁποῖοι εἶναι δύο εἰδῶν.

Φθόγγοι ἀφαιρέσεως. Οἱ φθόγγοι οὗτοι, ἀνακαλυφθέντες ὑπὸ τοῦ Sorge (1740) ἀλλὰ κυρίως πρῶτον μελετηθέντες ὑπὸ τοῦ Tartini, ἔχουν συχνότητα ἴσην μὲ τὴν διαφορὰν τῶν συχνοτήτων τῶν κυρίων φθόγγων. Ὁ κυριώτερος ἐξ αὐτῶν ἔχει λοιπὸν συχνότητα n—m, ἀλλὰ καὶ ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν ἁρμονικῶν παράγονται φθόγγοι ἀφαιρέσεως, τῶν ὁποίων ἡ συχνότης δίδεται ἀπὸ τὸν γενικὸν τύπον (αn—βm), ὅπου α, β ἀκέραιοι τοιοῦτοι ὥστε ἡ παράστασις νὰ εἶναι θετική. Ἂν π. χ. ἔχωμεν τοὺς φθόγγους do καὶ la, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες εἰς αὐθαιρέτους μονάδας εἶναι 3 καὶ 5, ὁ κύριος φθόγγος ἀφαιρέσεως θὰ ἔχῃ συχνότητα 5—3=2, θὰ εἶναι λοιπὸν κατὰ μίαν πέμπτην βαρύτερος τοῦ do ἤτοι fa (πρβλ. διάγραμμα 304).

Φθόγγοι προσθέσεως. Οἱ φθόγγοι οὗτοι, ἀσθενέστεροι τῶν προηγουμένων, ἀνεκαλύφθησαν ὑπὸ τοῦ Helmholtz καὶ ἔχουν συχνότητα ἴσην πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν συχνοτήτων τῶν κυρίων φθόγγων ἢ τῶν ἁρμονικῶν αὐτῶν, ἤτοι αn+βm. Ὁ κύριος φθόγγος προσθέσεως ἔχει συχνότητα n+m. Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα do—la ὁ κύριος φθόγγος προσθέσεως θὰ ἔχῃ συχνότητα 3+5=8 θὰ εἶναι λοιπὸν κατὰ μίαν μικρὰν ἔκτην ὀξύτερος τοῦ la ἤτοι fa. (πρβλ. διάγρ. 304).

Οἱ φθόγγοι προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως προέρχονται, καθὼς ὁ Helmholtz ἀνεγνώρισεν, ἐκ τοῦ ὅτι αἱ περιοδικαὶ μεταβολαὶ τῆς πυκνότητος τοῦ ἀέρος αἱ ἀντιστοιχοῦσαι εἰς τοὺς μουσικοὺς φθόγγους εἶναι μὲν πολὺ μικραί, ἀλλ' ἔχουν ἐν τούτοις πεπερασμένον πλάτος.

§ 369. ***Συγκροτήσεις.*** Τὸ φαινόμενον τῶν συγκροτήσεων περιεγράψαμεν ἤδη εἰς τὰς §§ 40 καὶ 352. Ἀκουστικῶς συνίστανται αἱ συγκροτήσεις εἰς τὴν περιοδικὴν μεταβολὴν τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου. Καὶ ὅταν μὲν ἔχωμεν μικρὸν ἀριθμὸν συγκροτήσεων κατὰ δευτερόλεπτον, τὸ ἐξ αὐτῶν αἴσθημα δὲν εἶναι δυσάρεστον, ὑπὸ ὡρισμένας μάλιστα συνθήκας εἶναι εὐχάριστον. Ὅταν ὅμως αἱ συγκροτήσεις γίνουν συχνότεραι, ἀδυνατοῦμεν πλέον νὰ τὰς παρακολουθήσωμεν καὶ αἰσθανόμεθα μόνον αἴσθημα τραχύτητος τοῦ ἤχου, τὸ ὁποῖον εἶναι δυσάρεστον καὶ ἠμπορεῖ νὰ παραβληθῇ μὲ τὸ δυσάρεστον αἴσθημα τὸ ὁποῖον ἔχομεν ὅταν ἡ ἔντασις τοῦ φωτὸς πάσχῃ ταχείας περιοδικὰς μεταβολὰς (τὸ φῶς παίζει). Ὅταν τέλος αἱ συγκροτήσεις γίνουν ἀκόμη συχνότεραι, παύουν νὰ γίνωνται ἀντιληπταὶ καὶ ὁ ἦχος χάνει τὴν τραχύτητα.

Ὑπάρχει λοιπὸν τιμή τις τῆς συχνότητος τῶν συγκροτήσεων, ἐξαρτωμένη ἐκ τοῦ ὕψους καὶ τοῦ διαστήματος τῶν παραγόντων αὐτὰς φθόγγων, διὰ τὴν ὁποίαν ἡ τραχύτης τοῦ ἤχου εἶναι μεγίστη καὶ ἑπομένως τὸ αἴσθημα δυσαρεστότατον.

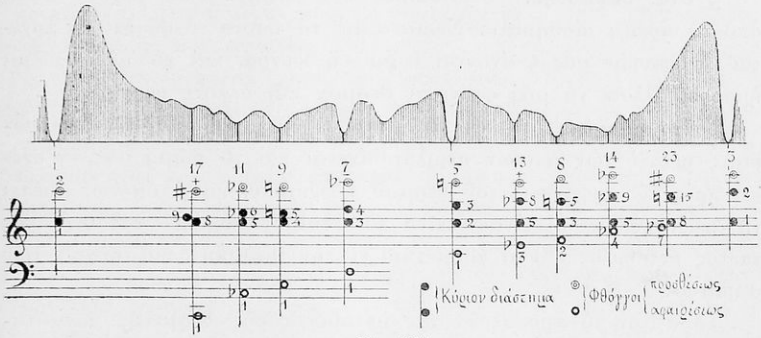
§ 370. ***Θεωρία τοῦ Helmholtz.*** Εἰς τὰ ἀδιαφιλονείκητα ταῦτα γεγονότα βασιζόμενος ὁ Helmholtz διετύπωσε τὴν περὶ τῆς ἁρμονίας θεωρίαν αὐτοῦ, ἡ ὁποία εἰς γενικωτάτας γραμμὰς εἶναι ἡ ἑξῆς.

Ὅταν ἀκούωμεν δύο μουσικοὺς φθόγγους συγχρόνως, ἀκούομεν ἐκτὸς τῶν θεμελιωδῶν φθόγγων καὶ τὰς περισσότερον ἢ ὀλιγώτερον πλήρεις σειρὰς τῶν ἁρμονικῶν αὐτῶν καθὼς καὶ τοὺς ἐκ συνδυασμοῦ φθόγγους. Τὸ σύνολον τῶν φθόγγων τούτων ἀνὰ δύο προκαλεῖ συγκροτήσεις, αἱ ὁποῖαι ἀναλόγως τῆς συχνότητος αὐτῶν προσδίδουν εἰς τὸ σύνθετον αἴσθημα τραχύτητά τινα. Ὅσον ἡ τραχύτης εἶναι μικροτέρα τόσον τὸ αἴσθημα εἶναι περισσότερον εὐχάριστον.

Ὁ Helmholtz ὑπελόγισε κατὰ τὸν τρόπον τοῦτον τὴν τραχύτητα τοῦ ἤχου

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δύο φθόγγων, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ εἷς π. χ. εἶναι do ὁ δὲ ἄλλος μεταβάλλεται ἀπὸ τοῦ do τούτου μέχρι τοῦ κατὰ ὀγδόην ὀξυτέρου, καὶ εὗρε τὴν χαρακτηριστικωτάτην καμπύλην τοῦ σχ. 304. Ἐξ αὐτῆς παρατηροῦμεν ὅτι ἡ τραχύτης τοῦ μουσικοῦ διαστήματος μηδενίζεται διὰ τὴν ταυτοφωνίαν, τὴν ὀγδόην καὶ τὴν πέμπτην, παρουσιάζει δὲ ἐλάχιστα εἰς τὰς βαθμίδας τῆς φυσικῆς κλίμακος. Ἀλλὰ καὶ ἁπλῆ ἐπισκόπησις τῶν πρώτων μελῶν τῶν ἁρμονικῶν σειρῶν καὶ τῶν ἐκ συνδυασμοῦ φθόγγων, δηλ. τῶν δύο κυρίων φθόγγων καὶ τῶν ἐξ αὐτοῦ εὑρισκομένων φθόγγων προσθέσεως καὶ ἀφαιρέσεως, μᾶς δεικνύει ὅτι ἔχομεν τόσον ἁρμονικώτερον διάστημα, ὅσον οἱ τέσσαρες φθόγγοι εἶναι συγγενέστεροι πρὸς ἀλλήλους, ὅσον δηλ. πλησιέστερα μέλη μιᾶς ἁρμονικῆς σειρᾶς ἀποτελοῦν.



Σχ. 304.

Εἰς τὴν ταυτοφωνίαν π. χ. ἔχομεν συχνότητα 1, 1· ἐκ τούτων φθόγγος ἀφαιρέσεως (1—1=0) δὲν ὑπάρχει, φθόγγος προσθέσεως 1+1=2. Ὥστε ἔχομεν τὴν σειρὰν 1, 2. Στενωτέρα σχέσις δὲν ἠμπορεῖ νὰ ὑπάρξῃ. Εἰς τὴν ὀγδόην (συχνότητες 1 καὶ 2) ἔχομεν φθόγγον ἀφαιρέσεως 2—1=1, φθόγγον προσθέσεως 2+1=3, ὥστε ἔχομεν τὴν σειρὰν 1, 2, 3. Εἰς τὴν πέμπτην (συχνότητες 2 καὶ 3) ἔχομεν φθόγγους ἐκ συνδυασμοῦ 3—2=1, 3+2=5, καὶ ἑπομένως ἔχομεν τὴν σειρὰν 1, 2, 3, 5. Εἰς τὴν τετάρτην (3, 4) ἤδη ἡ συγγένεια εἶναι μικροτέρα 1, 3, 4, 7. Εἰς τὴν πρώτην (8, 9) ἔχομεν τὴν σειρὰν 1, 8, 9, 17, χαρακτηριστικὴν τῆς παραφωνίας τοῦ διαστήματος, εἰς δὲ τὴν ἑβδόμην (8, 15) ἡ σειρὰ γίνεται 7, 8, 15, 23.

Ἐκ τῆς καμπύλης 304 βλέπομεν ἀκόμη ὅτι πλησίον τῶν κατ' ἐξοχὴν ἁρμονικῶν διαστημάτων ἡ παραφωνία εἶναι μεγίστη.

Οὕτω τὰ διαστήματα πέμπτης καὶ ὀγδόης εἶναι τελείως ἁρμονικά. Ἂν ὅμως καὶ κατ' ἐλάχιστον μεταβληθῇ τὸ ὕψος τοῦ ἑνὸς τῶν φθόγγων, ἡ παραφωνία εἶναι ἀφόρητος. Τοὐναντίον τὰ διαστήματα μικρᾶς καὶ μεγάλης τρίτης αὐτὰ καθ' ἑαυτὰ δὲν εἶναι ἀπολύτως ἁρμονικά. Ἀλλὰ καὶ μικρὰ μεταβολὴ τοῦ ὕψους τοῦ ἑνὸς φθόγγου δὲν ἐπιφέρει σημαντικὴν αὔξησιν τῆς τραχύτητος δηλ. τῆς παραφωνίας.

Τὰ ἐξαγόμενα ταῦτα τῆς θεωρίας τοῦ Helmholtz συμφωνοῦν πληρέστατα μὲ τὴν πεῖραν τῆς καθαρᾶς μουσικῆς καθιστοῦν πιθανωτέραν τὴν θεωρίαν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ — ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ

§ 371. ***Θερμότης.*** Τὸ αἴσθημα τοῦ θερμοῦ καὶ ψυχροῦ εἶναι ἀπὸ τὰ πρῶτα αἰσθήματα. Σώματα μὲ τὰ ὁποῖα τὸ σῶμα μας ἔρχεται εἰς ἐπαφὴν μᾶς φαίνονται θερμὰ ἢ ψυχρά, καὶ τὸ αὐτὸ σῶμα ἠμπορεῖ ἄλλοτε νὰ μᾶς φαίνεται θερμὸν καὶ ἄλλοτε ψυχρόν.

Τοῦτο σημαίνει ὅτι κάτι τι ἠμπορεῖ νὰ μεταβληθῇ εἰς τὰ σώματα, μεταξὺ τῶν ὁποίων περιλαμβάνεται καὶ τὸ σῶμα μας, ἐν σχέσει πρὸς τὰς ἐκφάνσεις τοῦ θερμοῦ ἢ ψυχροῦ, καὶ ἐπομένως πρέπει νὰ ἀναζητήσωμεν τὶ εἶναι ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὰς θερμικὰς ταύτας μεταβολὰς καὶ τὶ χαρακτηρίζει τὴν θερμικὴν κατάστασιν τῶν σωμάτων.

Τὸ αἴτιον τὸ προκαλοῦν τὰς μεταβολὰς τῆς θερμικῆς καταστάσεως τῶν σωμάτων ὀνομάζομεν *θερμότητα* καὶ χωρὶς πρὸς τὸ παρὸν νὰ ἐρευνήσωμεν τὴν φύσιν αὐτοῦ ἠμποροῦμεν νὰ δεχθῶμεν ὅτι θερμότης προσφερομένη εἰς σῶμα τι καθιστᾷ αὐτὸ θερμότερον, ἂν δὲ ἀφαιρεθῇ θερμότης ἀπὸ σώματος γίνεται τοῦτο ψυχρότερον. Δεχόμεθα δηλ. πρὸς *περιγραφὴν* τῶν θερμικῶν φαινομένων τὴν ὕπαρξιν ἑνὸς ἀπὸ τὰ τόσον χρήσιμα εἰς τὴν πρώτην ἐξήγησιν τῶν φυσικῶν φαινομένων *ἀβαρῆ ρευστά*, καὶ ὑποθέτομεν ὅτι τὸ ἀβαρὲς τοῦτο ρευστόν, τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν *θερμότητα*, ἠμποροῦμεν νὰ μεταγγίσωμεν ἀπὸ ἓν σῶμα εἰς ἄλλο. Ἓν σῶμα μᾶς φαίνεται τόσον θερμότερον ὅσον περισσότερον ἐκ τοῦ ἀβαροῦς τούτου ρευστοῦ περιέχει. Τονίζομεν ὅμως ἀπὸ τοῦδε ὅτι ἡ παραδοχὴ αὕτη εἶναι *ἁπλῶς ὑπόθεσις*, χρήσιμος διὰ τὴν συστηματικὴν περιγραφὴν τῶν θερμικῶν φαινομένων καὶ ὅτι, καθὼς ἀργότερα θὰ ἴδωμεν, ἡ θερμότης *οὔτε ρευστὸν εἶναι οὔτε*, καὶ τοῦτο εἶναι ἐκ τῶν καταπληκτικωτέρων ἀποτελεσμάτων τῆς νεωτέρας ἐρεύνης, *ἀβαρὴς* (πρβλ. § 411).

§ 372. ***Θερμοκρασία.*** Καὶ ἐξετάζομεν τώρα πῶς ἠμπορεῖ νὰ χαρακτηρισθῇ ἡ *θερμικὴ κατάστασις* τῶν σωμάτων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ ὑποκειμενικὸν αἴσθημα τοῦ θερμοῦ ἢ ψυχροῦ δὲν εἶναι ἀσφαλὲς κριτήριον διότι ἀναλόγως τῶν προηγουμένων αἰσθημάτων τὸ αὐτὸ σῶμα ἠμπορεῖ νὰ μᾶς φανῇ θερμὸν ἢ ψυχρόν. Οὕτω π.χ. ἂν βυθίσωμεν τὴν μίαν χεῖρα εἰς θερμὸν ὕδωρ καὶ τὴν ἄλλην εἰς ψυχρὸν καὶ ἔπειτα ἀμφοτέρας εἰς χλιαρόν, θὰ μᾶς φανῇ τοῦτο θερμὸν μὲν εἰς τὴν ἐκ τοῦ ψυχροῦ χεῖρα, ψυχρὸν δὲ εἰς τὴν ἐκ τοῦ θερμοῦ. Ἀλλ᾽ ὑπάρχουν καὶ σώματα τόσον θερμὰ ἢ τόσον ψυχρὰ ὥστε εἶναι ἀδύνατος ἡ ἐπαφὴ τοῦ σώματός μας πρὸς αὐτά. Πρέπει λοιπὸν νὰ ζητηθῇ ἄλλο μέσον, *ἀντικειμενικόν*, πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς θερμικῆς καταστάσεως.

Ὑποθέσωμεν ὅτι ἔχομεν πολλὰ σώματα, Α, Β, Γ, Δ κ. λ. Ἂν δύο ἐκ τῶν σωμάτων τούτων θέσωμεν εἰς ἐπαφὴν πρὸς ἄλληλα, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ μὲν θερμότερον ψύχεται, τὸ δὲ ψυχρότερον θερμαίνεται, μέχρις ὅτου ἀποκαταστῇ μόνιμος κατάστασις, κατάστασις ἰσορροπίας. Θερμότης δηλ. μεταβαίνει ἐκ τοῦ θερμοτέρου πρὸς τὸ ψυχρότερον, καὶ ἡ κατάστασις τῆς θερμικῆς ἰσορροπίας χαρακτηρίζεται ἐκ τούτου, ὅτι δὲν ἔχομεν ἀνταλλαγὴν θερμότητος μεταξὺ τῶν δύο σωμάτων.

Ἔστω τώρα ὅτι τὸ σῶμα Β εὑρίσκεται εἰς θερμικὴν ἰσορροπίαν μὲ τὸ Α, ἐπίσης δὲ καὶ τὸ Γ μὲ τὸ Α. Ἂν θέσωμεν εἰς ἐπαφὴν τὸ Β μὲ τὸ Γ, δεικνύει ἡ διαρκὴς πεῖρα ὅτι δὲν ἔχομεν μετάβασιν θερμότητος ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Γ ἢ τἀνάπαλιν, τὸ Β καὶ τὸ Γ εὑρίσκονται δηλ. ἐπίσης εἰς θερμικὴν ἰσορροπίαν. Καὶ τοῦτο ἰσχύει δι᾽ ὁσαδήποτε σώματα. Ἂν δηλ. ὁσαδήποτε σώματα εὑρίσκωνται εἰς *θερμικὴν ἰσορροπίαν* ἓν ἕκαστον χωριστὰ πρὸς τὸ σῶμα Α, τότε καὶ ὅλα μαζὶ εὑρίσκονται εἰς θερμικὴν ἰσορροπίαν. Τὰ σώματα ταῦτα ἠμποροῦν νὰ εἶναι ἐντελῶς διάφορα ἀλλήλων, ἄλλα μικρά, ἄλλα μεγάλα, καὶ ἑπομένως νὰ περιέχουν διάφορα ποσὰ θερμότητος. Ἡ ὕπαρξις τῆς γενικῆς ἰσορροπίας μᾶς δεικνύει ὅτι ὑπάρχει κοινόν τι χαρακτηριστικὸν τῶν σωμάτων τούτων, μία ποσότης φυσική, ἡ ὁποία ὅταν εἰς ὅλα τὰ διάφορα ἀλλήλων σώματα ἔχῃ τὴν αὐτὴν τιμήν, τὰ σώματα ἰσορροποῦν πρὸς ἄλληλα θερμικῶς.

Τὴν ποσότητα ταύτην, τὴν ὁποίαν εὐλόγως θεωροῦμεν ὡς χαρακτηρίζουσαν τὴν θερμικὴν κατάστασιν τῶν σωμάτων, ὀνομάζομεν *θερμοκρασίαν*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν τὴν θερμότητα προσομοιάσωμεν πρὸς ἀβαρὲς ρευστόν, π. χ. ἀέριον ἀβαρές, τὴν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ θεωρήσωμεν ὡς τὴν πίεσιν τοῦ ἀβαροῦς τούτου ἀερίου. Καὶ ὅπως, ἂν θέσωμεν εἰς συγκοινωνίαν δοχεῖα πλήρη ἀερίου, ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ὅταν ἡ πίεσις εἰς ὅλα τὰ δοχεῖα εἶναι ἡ αὐτή, οὕτω καὶ ὅταν θέσωμεν εἰς ἐπαφὴν πρὸς ἄλληλα ἢ ἐν γένει εἰς θερμικὴν συγκοινωνίαν διάφορα σώματα, θερμικὴ ἰσορροπία θὰ ἐπέλθῃ ὅταν ἡ θερμοκρασία εἰς ὅλα τὰ σώματα γίνῃ ἡ αὐτή.

ΘΕΡΜΟΜΕΤΡΙΑ

§ 373. ***Μέτρησις τῆς θερμοκρασίας.*** Ἡ θεμελιώδης ἰδιότης τῆς θερμοκρασίας εἶναι ὅτι, ὅταν δύο σώματα εὑρίσκωνται εἰς θερμικὴν ἰσορροπίαν ἡ θερμοκρασία των εἶναι ἡ αὐτή. Ἂν λοιπὸν ἔχωμεν σῶμα τι, τοῦ ὁποίου γνωρίζομεν ἑκάστοτε τὴν θερμοκρασίαν, ἀρκεῖ νὰ θέσωμεν τὸ σῶμα τοῦτο εἰς θερμικὴν ἐπαφὴν μὲ τὰ σώματα τῶν ὁποίων ζητοῦμεν τὴν θερμοκρασίαν, καὶ ὅταν ἡ θερμικὴ ἰσορροπία ἐπέλθῃ, ἐκ τῆς γνωστῆς θερμοκρασίας τοῦ ἑνὸς εὑρίσκομεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἄλλου σώματος.

Τοιαῦτα σώματα τῶν ὁποίων ἡ ἑκάστοτε θερμοκρασία εἶναι γνωστὴ καὶ τὰ ὁποῖα μεταχειριζόμεθα πρὸς προσδιορισμὸν τῆς θερμοκρασίας ἄλλων σωμάτων, ὀνομάζονται *θερμόμετρα*.

§ 374. ***Θερμικὴ διαστολὴ τῶν σωμάτων.*** Ἡ συνηθέστερον καὶ σαφέστερον ὑποπίπτουσα εἰς τὰς αἰσθήσεις μας μεταβολὴ τῶν σωμάτων ὡς ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμικῆς καταστάσεως εἶναι ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἢ τῶν γεωμετρικῶν ἐν γένει διαστάσεων.

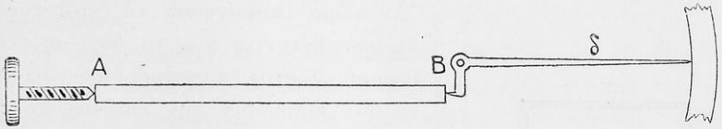
Ἡ παρατήρησις δεικνύει ὅτι, ἐκτὸς ὀλίγων σχετικῶς ἐξαιρέσεων, ὁ ὄγκος καὶ αἱ γεωμετρικαὶ ἐν γένει διαστάσεις τῶν σωμάτων αὐξάνονται ὅταν αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία χωρὶς νὰ μεταβληθοῦν οἱ λοιποὶ ὅροι ὑπὸ τοὺς ὁποίους ταῦτα εὑρίσκονται (πρὸ παντὸς ἡ πίεσις).

Οὕτω ράβδος μεταλλικὴ θερμαινομένη ἐπιμηκύνεται. Τὴν ἐπιμήκυνσιν ταύτην καθιστῶμεν ἀντιληπτὴν ἂν στερεώσωμεν τὸ ἓν ἄκρον Α τῆς ράβδου (σχ. 305), τὸ δὲ ἄλλο Β, φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ βραχὺ σκέλος μοχλοῦ, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο σκέλος δ ἀποτελεῖ μακρὸν δείκτην. Ἡ μικρὰ ἐκ τῆς θερμικῆς ἐπιμηκύνσεως μετακίνησις τοῦ ἄκρου Β ἐπιφέρει μεγάλην σχετικῶς μετακίνησιν τοῦ ἄκρου τοῦ δεί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κτου δ καὶ οὕτω τὸ φαινόμενον καθίσταται ἀντιληπτόν. Ἐπίσης ἡ θερμικὴ διαστολὴ τῶν στερεῶν δεικνύεται διὰ δακτυλίου μεταλλίνου καὶ σφαίρας, ἐπίσης μεταλλίνης, ἡ ὁποία μόλις διέρχεται διὰ τοῦ δακτυλίου (δακτύλιος τοῦ S' Gravesande). Ἂν θερμάνωμεν τὴν σφαῖραν, αὕτη διαστελλομένη δὲν διέρχεται πλέον διὰ τοῦ δακτυλίου.

Ἡ διαστολὴ τῶν ὑγρῶν παρατηρεῖται συνήθως διὰ θερμάνσεως τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς στενολαίμου ὑαλίνης φιάλης. Ἂν, ὅπως συνήθως συμβαίνει, τὸ ὑγρὸν θερμαινόμενον διαστέλλεται περισσότερον ἀπὸ τὴν περιέχουσαν αὐτὸ φιάλην, παρατηροῦμεν ὅτι ἀνέρχεται ἐντὸς



Σχ. 305.

τοῦ λαιμοῦ αὐτῆς, καὶ ἡ ἀνάβασις αὕτη εἶναι τόσον μεγαλητέρα, ὅσον ἡ τομὴ τοῦ λαιμοῦ εἶναι μικροτέρα ἐν σχέσει πρὸς τὴν ὅλην χωρητικότητα τῆς φιάλης.

Τὴν θερμικὴν διαστολὴν τῶν ἀερίων παρατηροῦμεν θερμαίνοντες αὐτὰ ἐντὸς ὑαλίνου δοχείου ἐκβάλλοντος εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα, ἐντὸς τοῦ ὁποίου σταγὼν ὑγροῦ τινος, π. χ. ὑδραργύρου, πετρελαίου ἢ καὶ ὕδατος, ἀποχωρίζει τὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου ἀέριον ἀπὸ τὸν περιβάλλοντα ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα.

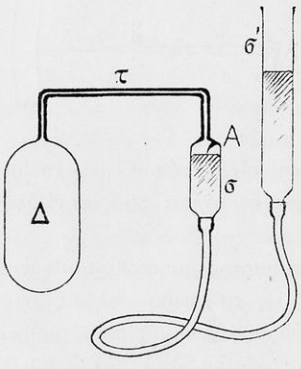
§ 375 ***Θερμικὴ μεταβολὴ τῆς πιέσεως.*** Ἀφοῦ τὰ σώματα, μεταβαλλομένης τῆς θερμοκρασίας μεταβάλλουν ὄγκον ὅταν οἱ λοιποὶ ὅροι δὲν μεταβάλλονται, ἕπεται ὅτι ἂν ἐμποδίσωμεν τὴν θερμικὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου θὰ ἀναπτυχθοῦν ἐλαστικαὶ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι καὶ αὐταὶ μία ἐκδήλωσις τῆς μεταβολῆς τῆς θερμικῆς καταστάσεως.

Ἐνδιαφέρουσα ἰδίως εἶναι ἡ μεταβολὴ τῆς πιέσεως τῶν ἀερίων ὅταν μεταβάλλοντες τὴν θερμοκρασίαν αὐτῶν τὰ ἀναγκάζομεν νὰ διατηρήσουν τὸν ἀρχικὸν ὄγκον. Εὐνόητον εἶναι ὅτι, ἀφοῦ αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας ὁ ὄγκος θὰ ηὐξάνετο ἂν ἡ πίεσις ἔμενε σταθερά, ἂν ἐμποδίσωμεν τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου θὰ αὐξηθῇ ἡ πίεσις.

Ἡ παρατήρησις γίνεται δι' ὀργάνου (σχ. 306) ὁμοίου πρὸς ἐκεῖνο διὰ τοῦ ὁποίου ἐπαληθεύομεν τὸν νόμον τοῦ Mariotte (σχ. 195 σελ. 237) τὸ ὁποῖον ἀντὶ τοῦ κλειστοῦ σωλῆνος σ φέρει δοχεῖον Δ συγκοινωνοῦν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

διὰ τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος τ μὲ τὸν ἐπὶ τοῦ σύρτου Σ στερεωμένον σωλῆνα σ. Ὁ σωλὴν σ συγκοινωνεῖ διὰ σωλῆνος ἐξ ἐλαστικοῦ μὲ τὸν ἐπὶ τοῦ σύρτου Σ′ στερεωμένον ἀνοικτὸν ὑάλινον σωλῆνα σ′. Χύνομεν διὰ τοῦ σωλῆνος σ′ ὑδράργυρον μέχρις ὅτου ἡ ἐλευθέρα αὐτοῦ ἐπιφάνεια ἐντὸς τοῦ σ ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν πρὸς τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος Α. Τότε τὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἀέριον εὑρίσκεται ὑπὸ πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν εἰς τὴν ὁποίαν θὰ προστεθῇ ἡ ἐκ τοῦ ὑδραργύρου πίεσις, θετικὴ ἂν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἐντὸς τοῦ σ′ εἶναι ὑψηλότερα ἢ εἰς τὸν σ, ἀρνητικὴ ἂν εἶναι χαμηλότερα.



Σχ. 306.

Ἂν τώρα θερμάνωμεν τὸ ἐντὸς τοῦ Δ ἀέριον, θέτοντες π.χ. τὸ δοχεῖον ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος, παρατηροῦμεν ὅτι διὰ νὰ διατηρήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδραργύρου εἰς ἐπαφὴν μὲ τὴν ἀκίδα Α, διὰ νὰ διατηρήσωμεν δηλ. ἀμετάβλητον τὸν ἀρχικὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου, πρέπει νὰ ἀνυψώσωμεν τὸν σωλῆνα σ′ οὕτως ὥστε νὰ αὐξηθῇ καταλλήλως ἡ ἐκ τοῦ ὑδραργύρου πίεσις.

Οὕτω ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἀερίου δύναται νὰ χρησιμεύσῃ πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ καθὼς καὶ τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται τὸ δοχεῖον. Διὰ τοῦτο ἡ περιγραφεῖσα συσκευὴ ὀνομάζεται *ἀερικὸν θερμόμετρον*

§ 376. ***Κλίμακες θερμοκρασίας.*** Ἀφοῦ ἐγνωρίσαμεν ποσὰ ὑπαγόμενα εἰς μέτρησιν διὰ γνωστῶν μεθόδων, π.χ. μήκη, ὄγκους, πιέσεις, καὶ τῶν ὁποίων τὸ μέγεθος ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας, φανερὸν εἶναι ὅτι ἠμποροῦμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν τὰς τιμὰς τῶν ποσῶν τούτων πρὸς μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας.

Οὕτω ἂν ἔχωμεν φιάλην καταλήγουσαν εἰς λεπτὸν σωλῆνα καὶ πλήρη ὑδραργύρου μέχρι σημείου τινὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἔχωμεν κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος τούτου κλίμακα φέρουσαν διαιρέσεις 0, 1, 2. . . ., ἠμποροῦμεν νὰ λέγωμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία εἶναι 1 ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου εὑρίσκεται εἰς τὸ 1 τῆς κλίμακος, 3 ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὸ 3 τῆς κλίμακος καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ φιάλη μὲ τὸν ὑδράργυρον χρησιμεύει πρὸς *μέτρησιν* ἀλλὰ συγχρόνως καὶ πρὸς *ὁρισμὸν* τῆς θερμοκρασίας. Εἶναι λοιπὸν *θερμόμετρον* ἀλλὰ μὲ κλίμακα ἐντελῶς αὐθαίρετον.

Διὰ νὰ κατασκευάσωμεν θερμόμετρα, τῶν ὁποίων αἱ ἐνδείξεις νὰ συμφωνοῦν, πρέπει νὰ ὁρίσωμεν πρῶτον δύο θερμοκρασίας, τὰς ὁποίας νὰ ἠμποροῦμεν πάντοτε νὰ ἀναπαραγάγωμεν μὲ τὴν ἐπιθυμητὴν ἀκρίβειαν, καὶ αἱ ὁποῖαι θὰ χρησιμεύσουν πρὸς ὁρισμὸν δύο σημείων τῆς κλίμακος, καὶ δεύτερον τὸ σῶμα ἢ τὰ σώματα, τῶν ὁποίων ὡρισμένη μεταβολὴ θὰ μᾶς χρησιμεύσῃ πρὸς μέτρησιν τῆς θερμοκρασίας.

Ἡ πεῖρα ἔδειξεν ὅτι ἡ θερμοκρασία, κατὰ τὴν ὁποίαν ἓν σῶμα μεταβάλλει ἀποτόμως κατάστασιν γινόμενον ἀπὸ στερεοῦ ὑγρὸν ἢ τἀνάπαλιν, ἢ ἀπὸ ὑγροῦ ἀέριον ἢ τἀνάπαλιν, εἶναι ἐντελῶς σταθερὰ ἐφ' ὅσον ἡ πίεσις δὲν μεταβάλλεται. Διὰ τοῦτο ὡς τὰ κύρια σημεῖα τῆς θερμομετρικῆς κλίμακος ὁρίζομεν τὴν θερμοκρασίαν κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ πάγος τήκεται ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg καὶ τὴν θερμοκρασίαν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ χημικῶς καθαρὸν ὕδωρ ζέει ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg καὶ ὀνομάζομεν 0 τὴν θερμοκρασίαν τῆς τήξεως τοῦ πάγου (ἢ τῆς πήξεως τοῦ ὕδατος) καὶ 100 τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ζέοντος ὕδατος ἢ τῶν ἀτμῶν αὐτοῦ ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg. Πρὸς μέτρησιν δὲ τῆς θερμοκρασίας μεταχειριζόμεθα *τὴν φαινομενικὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου ὑδραργύρου εὑρισκομένου ἐντὸς ὑαλίνου δοχείου* δεχόμενοι ὅτι ἡ φαινομενικὴ αὕτη μεταβολὴ τοῦ ὄγκου εἶναι ἀνάλογος τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας ἤ, ἀκριβέστερον, *ὁρίζοντες τὴν θερμοκρασίαν οὕτως ὥστε νὰ ὑφίσταται ἡ ρηθεῖσα ἀναλογία.*

Μεταχειριζόμεθα λοιπὸν ὡς θερμόμετρον δοχεῖον ὑάλινον ἀπολῆγον εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα σταθερᾶς ἐσωτερικῆς τομῆς καὶ ἀρκετοῦ μήκους. Τὸ δοχεῖον πληροῦμεν μὲ τὴν κατάλληλον ποσότητα ὑδραργύρου οὕτως ὥστε νὰ μὴ ὑπάρχῃ ἐντὸς αὐτοῦ ἴχνος ἀέρος ἢ ὑγρασίας καὶ σημειώνομεν τὰς θέσεις εἰς τὰς ὁποίας φθάνει ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος ὅταν τὸ θερμόμετρον εὑρίσκεται ἐντὸς τηκομένου πάγου καὶ ὅταν εὑρίσκεται ἐντὸς ἀτμῶν ζέοντος ὕδατος ὑπὸ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας. Σημειώνομεν 0 εἰς τὴν πρώτην θέσιν, 100 εἰς τὴν δευτέραν καὶ διαιροῦμεν τὸ μεταξὺ τῶν δύο τούτων σημείων μῆκος τοῦ σωλῆνος εἰς 100 ἴσα μέρη, προεκτείνομεν

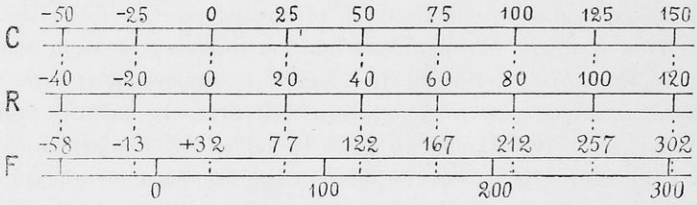
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δὲ τὰς διαιρέσεις ἑκατέρωθεν. Οὕτω ἔχομεν τὴν ὑδραργυρικὴν κλίμακα τῆς θερμοκρασίας, τῆς ὁποίας τὰς διαιρέσεις ὀνομάζομεν *βαθμούς*. Αἱ ἄνω τοῦ 0 διαιρέσεις παρίστανται διὰ τῶν θετικῶν ἀριθμῶν ὡς ἑξῆς $+ 15^0 + 130^0$ αἱ δὲ κάτω τοῦ 0 διὰ τῶν ἀρνητικῶν ἀριθμῶν, π. χ. $- 32^0$, $- 45^0$.

Ἡ περιγραφεῖσα κλῖμαξ ὀνομάζεται ἑκατοντάβαθμος ἢ κλῖμαξ τοῦ Κελσίου (Celsius).

Ἀναφέρομεν τὴν κλίμακα τοῦ Réaumure εἰς τὴν ὁποίαν τὰ κύρια σημεῖα σημειώνονται 0 καὶ 80 καὶ ἑπομένως 4 βαθμοὶ Réaumure ἀντιστοιχοῦν εἰς 5 βαθμοὺς Κελσίου.

Εἰς τὰς Ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας γίνεται χρῆσις τῆς κλίμακος τοῦ Fahrenheit, εἰς τὴν ὁποίαν τὰ κύρια σημεῖα σημειώνονται 32 καὶ



Σχ. 307.

212. Εἰς 100 βαθμοὺς Κελσίου ἀντιστοιχοῦν λοιπὸν 180 βαθμοὶ Fahrenheit καὶ εἰς τὸ 0 Κελσίου ἀντιστοιχεῖ ἡ θερμοκρασία 32 Fahrenheit.

Ἂν παραστήσωμεν διὰ τῶν συμβόλων C, R, F τὰς τρεῖς κλίμακας, ἔχομεν τοὺς ἑξῆς τύπους μετατροπῆς τῶν θερμοκρασιῶν ἀπὸ μιᾶς κλίμακος εἰς ἄλλην. (Πρβλ. τὸ διάγραμμα 307).

$$A^0\,C = \left(\ A.\frac{4}{5}\ \right)\quad R = \left(A.\frac{9}{5} + 32\right)\quad F$$

$$B^0\,R = \left(\ B.\frac{5}{4}\ \right)\quad C = \left(B.\frac{9}{4} + 32\right)\quad F$$

$$\Gamma^0\,F = \left(F - 32\right)\frac{5}{9}\,C = \left(\ F - 32\ \right)\frac{4}{9}\,R$$

§ 377. ***Διάφορα εἴδη θερμομέτρων.*** Τὰ ὑδραργυρικὰ θερμόμετρα ἀποτελοῦνται, καθὼς εἴδομεν, ἀπὸ ὑάλινον δοχεῖον ἄλλοτε ἄλλου σχήματος, τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς σωλῆνα στενῆς διαμέτρου. Εἰς τὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

δοχεῖον τίθεται ποσότης ὑδραργύρου τοιαύτη, ὥστε κατὰ τὴν ταπεινοτάτην θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν διὰ τοῦ ὀργάνου θέλομεν νὰ μετρήσωμεν, ὁ ὑδράργυρος νὰ φθάνῃ μόλις εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ σωλῆνος. Μετὰ ταῦτα θερμαίνεται τὸ ὄργανον μέχρι βρασμοῦ τοῦ ὑδραργύρου οὕτως ὥστε οἱ ἀτμοὶ νὰ ἐκδιώξουν κάθε ἴχνος ἀέρος καὶ τότε συντήκεται τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ σωλῆνος. Ὅταν τὸ θερμόμετρον πρόκειται νὰ χρησιμοποιηθῇ εἰς πολὺ ὑψηλὰς θερμοκρασίας, ἐγκλείεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ὑπεράνω τοῦ ὑδραργύρου ἀδιάφορον ἀέριον, συνήθως ἄζωτον, ὑπὸ πίεσιν 20 ἕως 30 ἀτμοσφαιρῶν πρὸς παρεμπόδισιν τῆς παραγωγῆς ἀτμῶν καὶ ἀποστάξεως τοῦ ὑδραργύρου.

Τὰ θερμόμετρα ταῦτα μεταχειριζόμεθα διὰ τὴν μέτρησιν θερμοκρασιῶν ἀπὸ —38,8° μέχρι +500° ἢ 550° Κελσίου. Εἰς χαμηλοτέρας θερμοκρασίας δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ τὰ μεταχειρισθῶμεν, διότι ὁ ὑδράργυρος εἰς —38,8° πήγνυται, εἰς δὲ θερμοκρασίας ἀνωτέρας τῶν 575° δὲν ἀντέχουν τὰ ὑάλινα δοχεῖα. Διὰ θερμοκρασίας μέχρι 750° περίπου μεταχειριζόμεθα ὑδραργυρικὰ θερμόμετρα μὲ δοχεῖον ἐκ τετηγμένου χαλαζίου (Quarz) διὰ δὲ τὴν μέτρησιν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν μεταχειριζόμεθα θερμόμετρα περιέχοντα οἰνόπνευμα ἢ τολουόλην. Διὰ τὴν μέτρησιν πολὺ ὑψηλῶν ἢ πολὺ χαμηλῶν θερμοκρασιῶν ἠμποροῦμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν τὰ ἀερικὰ θερμόμετρα (πρβλ. § 375).

Ἀναφέρομεν ὡς ἰδιαιτέρους τύπους ὀργάνων τὰ θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου, θερμόμετρα δηλ. τὰ ὁποῖα δεικνύουν τὴν μεγίστην ἢ τὴν ἐλαχίστην θερμοκρασίαν εἰς τὴν ὁποίαν εὑρέθησαν.

Τὰ θερμόμετρα μεγίστου εἶναι συνήθως ὑδραργυρικὰ θερμόμετρα μὲ ὁριζόντιον σωλῆνα, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος μικρὸν σιδηροῦν κύλινδρον ἐλευθέρως ἐντὸς αὐτοῦ κινούμενον. Ὅταν ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται ὠθεῖ τὸν σιδηροῦν κύλινδρον ἐνῶ, ὅταν ἕνεκα ἐλαττώσεως τῆς θερμοκρασίας συστέλλεται, ὁ κύλινδρος ὡς μὴ διαβρεχόμενος ὑπ' αὐτοῦ μένει εἰς τὴν θέσιν του. Οὕτω πάντοτε ὁ σιδηροῦς δείκτης μᾶς δεικνύει τὴν ἄκραν θέσιν τοῦ ὑδραργύρου, δηλ. τὴν ὑψίστην θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν ἔδειξε τὸ θερμόμετρον. Τὸν σιδηροῦν δείκτην ἠμποροῦμεν νὰ μετακινήσωμεν ἐπιδρῶντες ἔξωθεν διὰ μαγνήτου.

Τὰ ἰατρικὰ θερμόμετρα εἶναι ἐπίσης θερμόμετρα μεγίστου, τῶν ὁποίων ὁ σωλὴν φέρει κατὰ τὴν ἀρχὴν αὐτοῦ στένωσιν κλειομένην

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κατὰ τὸ πλεῖστον διὰ λεπτῆς ὑαλίνης ἰνός. Ὅταν ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται, ἐξέρχεται τὸ πλεονάζον μέρος ἐκ τοῦ δοχείου διὰ τῆς στενῆς ταύτης ὁδοῦ καὶ ἡ στήλη προχωρεῖ. Ὅταν ὅμως κατέλθῃ ἡ θερμοκρασία καὶ ὁ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑδράργυρος συσταλῇ, διακόπτεται ἡ συνέχεια τῆς στήλης πρὸς τὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑδράργυρον καὶ ἡ ἐντὸς τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος στήλη ἀποκοπτομένη μένει εἰς τὴν ἄκραν αὐτῆς θέσιν καὶ δεικνύει οὕτω τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Τὸν ἀποκοπέντα ὑδράργυρον ἐπαναφέρωμεν εἰς τὸ δοχεῖον δι' ἐλαφρῶν τιναγμῶν.

Τὰ θερμόμετρα ἐλαχίστου εἶναι ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον οἰνοπνευματικὰ καὶ φέρουν ἐντὸς τοῦ ὁριζοντίου σωλῆνος σιδηροῦν κυλινδρίσκον ὅμοιον πρὸς τὸν τῶν ὑδραργυρικῶν θερμομέτρων μεγίστου. Ὅταν ἕνεκα ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας τὸ οἰνόπνευμα διαστέλλεται, διέρχεται ἀπωλύτως περὶ τὸν σιδηροῦν δείκτην, ὅταν ὅμως ψυχόμενον τὸ οἰνόπνευμα συσταλῇ καὶ ὁ κατὰ τὸ ἄκρον τῆς στήλης σχηματιζόμενος μηνίσκος φθάσῃ εἰς τὸν σιδηροῦν κύλινδρον, παρασύρεται οὗτος ὑπὸ τοῦ οἰνοπνεύματος ἕνεκα τῶν τριχοειδικῶν δυνάμεων. Οὕτω ὁ σιδηροῦς δείκτης δεικνύει τὴν ἐλαχίστην θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν ἔδειξε τὸ θερμόμετρον. Τὸν δείκτην μετακινοῦμεν, ὅπως καὶ εἰς τὰ θερμόμετρα μεγίστου, ἔξωθεν διὰ μαγνήτου.

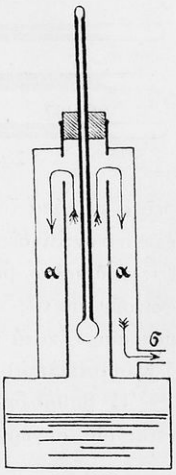
Ἀναφέρομεν ἀκόμη τὰ διμεταλλικὰ θερμόμετρα, τῶν ὁποίων τὸ κύριον μέρος εἶναι σπειροειδὲς ἔλασμα ἀποτελούμενον ἀπὸ δύο συγκολλημένα μετάλλινα ἐλάσματα, π. χ. ἐκ σιδήρου καὶ ψευδαργύρου. Ὅταν ἡ θερμοκρασία μεταβληθῇ τὰ δύο μέταλλα διαστέλλονται ἢ συστέλλονται ἀνομοίως καὶ αἱ ἐκ τούτου προερχόμεναι παραμορφώσεις τοῦ ἐλάσματος χρησιμεύουν πρὸς ἔνδειξιν τῆς θερμοκρασίας.

§ 378. ***Πρακτικὸς προσδιορισμὸς τῶν κυρίων σημείων καὶ βαθμολογία τῶν θερμομέτρων.*** Πρὸς προσδιορισμὸν τοῦ 0 τῶν θερμομέτρων μεταχειριζόμεθα δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου θέτομεν τεμάχια πάγου καὶ βυθίζομεν ἐντὸς αὐτῶν τὸ θερμόμετρον ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον. Ὁ πάγος δὲν πρέπει νὰ εἶναι *ξηρὸς* διότι τότε εἶναι δυνατὸν ἡ θερμοκρασία του νὰ εἶναι χαμηλοτέρα τοῦ 0°. Διὰ τοῦτο ἀφίνομεν εἰς τὸ δοχεῖον μέρος τοῦ ἐκ τῆς τήξεως τοῦ πάγου ὕδατος, τόσον ὥστε νὰ πληροῦνται τὰ μεταξὺ τῶν τεμαχίων κενά.

Ὁ προσδιορισμὸς τοῦ 100 τῶν ὑδραργυρικῶν θερμομέτρων γί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

νεται διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχ. 308, διὰ τὴν ὁποίαν περιττεύει ἡ περιγραφή. Τὸ θερμόμετρον εὑρίσκεται ἐντὸς τῶν ἐκ τοῦ ζέοντος ὕδατος προερχομένων ἀτμῶν, οἱ ὁποῖοι διὰ νὰ ἐξέλθουν ἐκ τῆς συσκευῆς ἀκολουθοῦν τὸν ὑπὸ τῶν βελῶν ὑποδεικνυόμενον δρόμον. Οὕτω οἱ περὶ τὸ θερμόμετρον ἀτμοὶ προφυλάσσονται ἀπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ περιβάλλοντος ὑπὸ τῶν ἐντὸς τοῦ χώρου α α ἀτμῶν καὶ εἴμεθα βέβαιοι ὅτι ἔχουν τὴν εἰς τὴν ὑφισταμένην βαρομετρικὴν πίεσιν ἀντιστοιχοῦσαν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν μᾶς παρέχει ὁ πίναξ VI.



Σχ. 308.

Ἀφοῦ οὕτω προσδιορισθοῦν καὶ χαραχθοῦν ἐπὶ τοῦ θερμομέτρου τὰ σημεῖα τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τὰς θερμοκρασίας 0^0 καὶ 100^0 (ἢ τὴν πλησίον τῶν 100^0 θερμοκρασίαν, ὅταν ἡ βαρομετρικὴ πίεσις εἶναι διάφορος τῆς κανονικῆς τῶν 760 mm Hg) χαράσσονται αἱ διάμεσοι διαιρέσεις διὰ διαιρετικῆς μηχανῆς καὶ προεκτείνονται, καθὼς καὶ εἰς τὴν § 376 εἴδομεν, ἑκατέρωθεν τῶν σημείων 0^0 καὶ 100^0.

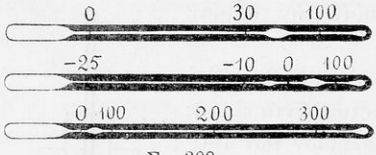
Πολλάκις τὸ θερμόμετρον πρόκειται νὰ χρησιμεύσῃ διὰ μικρὰν μόνον περιοχὴν θερμοκρασίας καὶ ζητοῦμεν νὰ ἔχωμεν μεγάλας διαιρέσεις ἀντιστοιχούσας εἰς ἕνα βαθμόν, ὥστε ἡ ἀνάγνωσις νὰ γίνεται μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν. Διὰ νὰ μὴ ἔχωμεν ὁλόκληρον τὴν κλίμακα ἀπὸ 0 ἕως 100, ἡ ὁποία θὰ εἶχε μῆκος καθιστῶν τὸ ὄργανον δύσχρηστον, εὐρύνομεν τὸν τριχοειδῆ καταλλήλως, ὥστε τὸ θερμόμετρον νὰ ἔχῃ ἐκτὸς τῆς χρησίμου περιοχῆς καὶ τὰ κύρια σημεῖα 0 καὶ 100 καὶ νὰ εἶναι ἑπομένως δυνατὴ ἡ ἐξέλεγξις αὐτοῦ. Τὸ σχ. 309 παριστᾷ τοιαῦτα θερμόμετρα.

Ἡ ἐξέλεγξις τῶν θερμομέτρων διὰ τοῦ προσδιορισμοῦ τῶν κυρίων σημείων εἶναι ἀναγκαία ἕνεκα τῆς πολλάκις παρατηρουμένης μετατοπίσεως τοῦ 0, ἡ ὁποία προέρχεται ἀπὸ βραδείας μεταβολὰς τοῦ ὄγκου τοῦ ὑαλίνου δοχείου. Αἱ μεταβολαὶ αὗται καὶ ἑπομένως καὶ ἡ μετακίνησις τῆς κλίμακος διαρκοῦν ἐπὶ πολλὰ ἔτη ἀπὸ τῆς κατασκευῆς τοῦ θερμομέτρου. Διὰ τοῦτο εἶναι πολύτιμα τὰ *παλαιὰ* θερμόμετρα, οἱ δὲ κατασκευασταὶ ἐπιζητοῦν τὴν τεχνητὴν *παλαίωσιν* διὰ καταλλήλου θερμικῆς ἐπεξεργασίας τῶν θερμομέτρων, οὕτως ὥστε

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μετὰ μικρὸν ἀπὸ τῆς κατασκευῆς χρόνον νὰ λάβῃ τὸ θερμόμετρον πρακτικῶς τὴν ὁριστικὴν μορφήν.

Εἰς τὰ οἰνοπνευματικὰ θερμόμετρα προσδιορίζεται ἀπ' εὐθείας μόνον τὸ 0, διότι ἕνεκα τῆς πτητικότητος τοῦ οἰνοπνεύματος δὲν εἶναι δυνατὸς ὁ προσδιορισμὸς τοῦ 100. Προσδιορίζεται ἓν ἄλλο σημεῖον διὰ συγκρίσεως πρὸς καλὸν ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον, *πρότυπον θερμόμετρον*, (διὰ τὴν σύγκρισιν βυθίζονται τὰ θερμόμετρα ἐντὸς λουτροῦ ὕδατος μὲν διὰ τὰς μεταξὺ 0 καὶ 100 θερμοκρασίας, ἄλλων δὲ ὑγρῶν διὰ τὰς ὑψηλοτέρας τῶν 100^0 ἢ χαμηλοτέρας τοῦ 0^0) καὶ τὸ μεταξὺ τῶν δύο σημείων διάστημα διαιρεῖται εἰς τόσα ἴσα μέρη, ὅσοι εἶναι οἱ εἰς αὐτὸ ἀντιστοιχοῦντες βαθμοί, ἐπεκτείνονται δὲ αἱ διαιρέσεις κάτω τοῦ 0. Ἐννοεῖται ὅτι αἱ ἐνδείξεις τοῦ οὕτω βαθμολογηθέντως οἰνοπνευματικοῦ θερμομέτρου συμφωνοῦν μὲ τὰς τοῦ ὑδραργυρικοῦ μόνον διὰ τὸ 0^0 καὶ διὰ τὴν θερμοκρασίαν κατὰ τὴν ὁποίαν ἔγινε ἡ σύγκρισις, ἐπειδὴ τὸ οἰνόπνευμα δὲν διαστέλλεται ὁμοίως πρὸς τὸν ὑδράργυρον.



Σχ. 309.

Ἡ βαθμολογία τῶν κοινῶν θερμομέτρων οἱουδήποτε τύπου γίνεται διὰ συγκρίσεως πρὸς πρότυπον ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.

ΘΕΡΜΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ

§ 379. Ἀφοῦ ὡρίσθη ἡ θερμομετρικὴ κλῖμαξ καὶ γνωρίζομεν τὸν τρόπον τῆς μετρήσεως τῆς θερμοκρασίας, ἠμποροῦμεν πλέον νὰ ἐξετάσωμεν ποσοτικῶς τὰς ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας μεταβολὰς τῶν ἰδιοτήτων τῶν σωμάτων.

Ἔστω A_1 ἡ εἰς θερμοκρασίαν θ_1 ἀντιστοιχοῦσα τιμὴ φυσικοῦ τινος ποσοῦ. Ἂν ἡ θερμοκρασία μεταβληθῇ *ὀλίγον* καὶ γίνῃ θ_2, τότε καὶ ἡ τιμὴ τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ ποσοῦ μεταβάλλεται *ὀλίγον* καὶ γίνεται A_2. Ἡ μεταβολὴ αὕτη, $\alpha = A_2 - A_1$, εἶναι κατὰ μεγίστην προσέγγισιν ἀνάλογος τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας $\theta_2 - \theta_1$ καὶ τῆς ἀρχικῆς τιμῆς τοῦ ποσοῦ A_1. Εἶναι λοιπὸν

(1) $$\alpha = A_2 - A_1 = \sigma . (\theta_2 - \theta) . A_1$$

ὅπου σ σταθερὸς συντελεστὴς ἀναλογίας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ συντελεστὴς οὗτος ὀνομάζεται *θερμικὸς συντελεστὴς* τοῦ θεωρουμένου ποσοῦ διὰ τὴν θερμοκρασίαν θ_1 ἕως θ_2. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) λαμβάνομεν

$$\sigma = \frac{1}{A_1} \cdot \frac{A_2 - A_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{\alpha}{A_1} \cdot \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} \tag{2}$$

καὶ ἂν εἶναι $A_1 = 1, \quad \theta_2 - \theta_1 = 1^0$

ἡ ἐξίσωσις γίνεται $\sigma = \alpha$

ἤτοι: *ὁ θερμικὸς συντελεστὴς εἶναι ἀριθμητικῶς ἴσος πρὸς τὴν μεταβολὴν τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ θεωρουμένου ποσοῦ* ($A_1 = 1$) *ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξηθῇ κατὰ ἕνα βαθμὸν* ($\theta_2 - \theta_1 = 1^0$).

Ἡ νέα τιμὴ τοῦ ποσοῦ εἶναι

$$A_2 = A_1 [1 + \sigma(\theta_2 - \theta_1)].$$

Οὕτω ἔχομεν τὸν θερμικὸν συντελεστὴν τοῦ μέτρου ἐλαστικότητος, τῆς ἐσωτερικῆς τριβῆς, τοῦ ὄγκου, τοῦ μήκους κτλ.

Ἂν αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας αὐξάνεται καὶ τὸ φυσικὸν ποσόν, ὁ θερμικὸς συντελεστὴς εἶναι *θετικός*, ἂν δὲ αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας τὸ θεωρούμενον ποσὸν ἐλαττοῦται, ὁ συντελεστὴς εἶναι *ἀρνητικός*.

Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει ἐν γένει μόνον ὅταν αἱ μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας εἶναι μικραί. Οἱ συντελεσταὶ σ δηλ. δὲν εἶναι ἐντελῶς ἀνεξάρτητοι τῆς θερμοκρασίας ἀλλὰ μεταβάλλονται μετ' αὐτῆς· ἡ μεταβολὴ ὅμως αὐτῶν εἶναι ἐν γένει πολὺ μικρά, οὕτως ὥστε οἱ θερμικοὶ συντελεσταὶ δύνανται νὰ θεωρηθοῦν ὡς πρακτικῶς σταθεροὶ δι' ἀρκετὰ εὐρεῖαν περιοχὴν θερμοκρασίας.

Ἂν αἱ θερμοκρασίαι θ_1, θ_2 διαφέρουν πολὺ ἀπ' ἀλλήλων, ἡ διὰ τῆς ἐξισώσεως (1) ὁριζομένη σταθερὰ σ ὀνομάζεται *μέσος θερμικὸς συντελεστὴς* ἀπὸ θ_1 μέχρι θ_2 καὶ παρίσταται πολλάκις διὰ τοῦ συμβόλου $\sigma_{\theta_1, \theta_2}$.

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ ΣΤΕΡΕΩΝ

§ 380. ***Γραμμικὸς συντελεστὴς διαστολῆς*** ὀνομάζεται ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ μήκους τῶν στερεῶν, ἐπομένως ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς μονάδος τοῦ μήκους τὴν προερχομένην ἐξ ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας κατὰ ἕνα βαθμόν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν ὀνομάσωμεν γ τὸν γραμμικὸν συντελεστὴν διαστολῆς καὶ l τὸ μῆκος εἰς θερμοκρασίαν θ_1, ἡ αὔξησις λ τοῦ μήκους εἰς θερμοκρασίαν θ_2 θὰ εἶναι

$$\lambda = l' - l = \gamma . l . (\theta_2 - \theta_1) \quad (3)$$

καὶ ἐπομένως τὸ νέον μῆκος

$$l' = l + \gamma l (\theta_2 - \theta_1) = l [1 + \gamma (\theta_2 - \theta_1)] \quad (4)$$

Ἡ σχέσις (3) χρησιμεύει διὰ τὸν πειραματικὸν προσδιορισμὸν τοῦ γραμμικοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς. Πρὸς τοῦτο πρέπει νὰ μετρηθοῦν τὸ μῆκος l καὶ ἡ ἐπιμήκυνσις $l' - l$ καθὼς καὶ αἱ δύο θερμοκρασίαι θ_1 καὶ θ_2. Τὸ στερεόν, τοῦ ὁποίου θέλομεν νὰ προσδιορίσωμεν τὸν θερμικὸν συντελεστήν, ἔχει συνήθως τὸ σχῆμα πρισματικῆς ἢ κυλινδρικῆς ράβδου. Τὸ ἀρχικὸν μῆκος μετρεῖται διὰ καθετομέτρου μετρεῖται δὲ καὶ ἡ θερμοκρασία θ διὰ θερμομέτρου εὑρισκομένου ἐπὶ ἀρκετὴν ὥραν παρὰ τὴν ράβδον. Τοποθετεῖται ἔπειτα ἡ ράβδος ὁριζοντίως ἐντὸς λουτροῦ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας οὕτως ὥστε τὸ μὲν ἓν ἄκρον Α νὰ εἶναι ἀκλονήτως στερεωμένον (πρβλ. σχ. 305, σελ. 393) τὸ δὲ ἄλλο νὰ ἐγγίζῃ ἀκίδα τὴν ὁποίαν φέρει τὸ βραχὺ σκέλος γωνιώδους μοχλοῦ. Προσδιορίζομεν τώρα τὴν θερμοκρασίαν τοῦ λουτροῦ καὶ ἔστω αὕτη θ_1, ἐλάχιστα διαφέρουσα τῆς θ. Ἀνυψώνομεν ἔπειτα τὴν θερμοκρασίαν τοῦ λουτροῦ οὕτως, ὥστε νὰ γίνῃ θ_2 καί, ἀφοῦ ἀποκατασταθῇ ἡ θερμικὴ ἰσορροπία, προσδιορίζομεν ἐκ τῆς μετακινήσεως τοῦ δείκτου δ τὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς ράβδου. Ἂν εἶναι Μ τὸ μῆκος τοῦ δείκτου δ, μ ἡ ἀπόστασις τῆς ἀκίδος τοῦ βραχέος σκέλους ἀπὸ τὸν ἄξονα τοῦ μοχλοῦ, καὶ ε ἡ μετακίνησις τοῦ ἄκρου τοῦ δείκτου δ, ἡ μετακίνησις τῆς ἀκίδος, ἴση πρὸς τὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς ράβδου, θὰ εἶναι

$$\lambda = \varepsilon . \frac{\mu}{M},$$

Ἐκ τῶν δεδομένων τούτων εὑρίσκομεν:

$$\gamma = \frac{\lambda}{l} \cdot \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}$$

Εἰς τὸν τύπον τοῦτον ἠμποροῦμεν χωρὶς αἰσθητὸν λάθος νὰ θέσωμεν τὸ εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ μετρηθὲν μῆκος l ἀντὶ τοῦ εἰς τὴν θ_1 ἀντιστοιχοῦντος διότι καθὼς εἴπομεν αἱ δύο θερμοκρασίαι θ καὶ θ_1 ἐλάχιστα ἢ οὐδόλως διαφέρουν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀντὶ τοῦ γωνιώδους μοχλοῦ ἠμποροῦμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν κατοπτρικὴν μέθοδον προσδιορισμοῦ τῆς ἐπιμηκύνσεως, εἰς δὲ τὰς ἀκριβεστάτας μετρήσεις ὁ προσδιορισμὸς γίνεται διὰ δύο μικροσκοπίων στερεωμένων ἐπὶ ἀκλονήτων στύλων, διὰ τῶν ὁποίων παρατηροῦμεν δύο λεπτὰς γραμμὰς χαραγμένας δι' ἀδάμαντος ἐπὶ τῆς ράβδου.

Ὁ γραμμικὸς συντελεστὴς διαστολῆς εἶναι δι' ὅλα τὰ μέταλλα καὶ διὰ τὰ πλεῖστα τῶν λοιπῶν στερεῶν θετικός, διάφορος δὲ εἰς τὰς διαφόρους οὐσίας.

Ἡ ἀκριβὴς ἐξέτασις τῆς θερμικῆς διαστολῆς τῶν στερεῶν εἶναι καὶ ἀπὸ πρακτικῆς ἀπόψεως σπουδαιοτάτη, διότι ἀποτελεῖ τὴν βάσιν τῆς ἐπιστημονικῆς μετρολογίας. Ἐπειδὴ αἱ μετρήσεις μηκῶν γίνονται συνήθως εἰς θερμοκρασίαν διάφορον τοῦ 0°, τὸ πραγματικὸν μῆκος τῶν πρωτύπων, εἴτε εἶναι ταῦτα κανόνες, εἴτε σύρματα ἢ ἁλύσεις, εἶναι διάφορον τοῦ ὀνομαστικοῦ. Πρέπει ἑπομένως νὰ εἶναι ἀκριβέστατα γνωστὸς ὁ γραμμικὸς συντελεστὴς διαστολῆς διὰ νὰ γίνεται ἡ *ἀναγωγὴ τοῦ μήκους* εἰς τὴν κανονικὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0°.

Ἂν εἶναι γ ὁ συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ πρωτύπου (τὸ ὁποῖον εἰς 0° ἔχει πραγματικῶς τὸ ὑπὸ τῆς βαθμολογίας καὶ ὀνομασίας αὐτοῦ ἐνδεικνυόμενον μῆκος) καὶ L τὸ εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ° μετρηθὲν ὀνομαστικὸν μῆκος, τὸ πραγματικὸν μῆκος θὰ εἶναι

$$L' = L\,(1 + \gamma\theta)$$

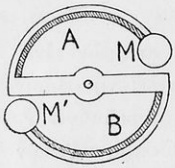
Τελευταίως κατεσκευάσθη χάλυψ νικελίου (Ni 35,7 %, Ch. Ed. Guillaume), τοῦ ὁποίου ὁ συντελεστὴς διαστολῆς εἶναι ἐλάχιστος, πρακτικῶς ἴσος μὲ 0. Ὁ χάλυψ οὗτος δὲν διαστέλλεται αἰσθητῶς ὅταν ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία καὶ διὰ τοῦτο ὠνομάσθη Invar, εἶναι δὲ πολυτιμότατος διὰ τὴν πρακτικὴν μετρολογίαν διότι τὰ ἐξ αὐτοῦ κατασκευαζόμενα πρότυπα μήκους διατηροῦν εἰς οἱανδήποτε θερμοκρασίαν τὸ πραγματικὸν μῆκος ἴσον πρακτικῶς πρὸς τὸ ὀνομαστικόν, καὶ ἑπομένως κατὰ τὰς μετρήσεις μηκῶν δὲν εἶναι ἀνάγκη μετρήσεως τῆς θερμοκρασίας καὶ ἀναγωγῆς εἰς τὸ 0°.

Ἡ ἐπίδρασις τῆς θερμικῆς διαστολῆς ἐπὶ τῆς πορείας τῶν ὡρολογίων εἶναι πολὺ αἰσθητή.

Εἰς τὰ ὡρολόγια τὰ ἔχοντα ὡς ρυθμιστὴν ταλαντευτῆρα εἰς σχῆμα τροχοῦ, ἐκτελοῦντα περιστροφικὰς αἰωρήσεις ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σπειροειδοῦς ἐλατηρίου, μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας ἡ ροπὴ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀδρανείας τοῦ ταλαντευτῆρος ἕνεκα τῆς θερμικῆς διαστολῆς, μεταβάλλεται δὲ συγχρόνως καὶ τὸ μέτρον ἐλαστικότητος τοῦ ἐλατηρίου. Τὴν μεταβολὴν τῆς ροπῆς ἀδρανείας ἀποφεύγομεν διὰ τῆς λεγομένης *ἀντισταθμίσεως*. Κατασκευάζεται δηλ. ὁ ταλαντευτὴρ ὅπως τὸ σχ. 310 δεικνύει. Τὰ τόξα Α, Β ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο συγκολλημένα μέταλλα, τὸ μὲν ἐσωτερικὸν μὲ μικρότερον συντελεστὴν διαστολῆς τὸ δὲ ἐξωτερικὸν μὲ μεγαλήτερον. Ὅταν ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία, διαστέλλεται ὁ τροχὸς ὡς ὅλον καὶ ἑπομένως ἡ ροπὴ ἀδρανείας γίνεται μεγαλητέρα. Τὰ τόξα ὅμως Α, Β ἕνεκα τῆς διαφόρου διαστολῆς τοῦ ἐσωτερικοῦ καὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ αὐτῶν μέρους γίνονται κυρτότερα καὶ αἱ μᾶζαι Μ, Μ΄ πλησιάζουν πρὸς τὸν ἄξονα. Ἡ οὕτω προκαλουμένη ἐλάττωσις τῆς ροπῆς ἀδρανείας ἀντισταθμίζει τὴν ἐκ τῆς διαστολῆς τοῦ συνόλου αὔξησιν.



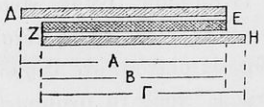
Σχ. 310.

Εἰς τὰ ἐκκρεμῆ ἔχομεν ἐκ τῆς θερμικῆς διαστολῆς αὔξησιν καὶ τῆς ροπῆς ἀδρανείας Κ καὶ τῆς ἀποστάσεως r τοῦ κέντρου βάρους ἀπὸ τοῦ ἄξονος. Ἀλλ᾽ ἐπειδὴ ἡ ροπὴ ἀδρανείας περιέχει τὰ τετράγωνα τῶν ἀπὸ τοῦ ἄξονος ἀποστάσεων, ἡ αὔξησις τοῦ Κ εἶναι σχετικῶς μεγαλητέρα ἀπὸ τὴν αὔξησιν τοῦ r καὶ ἑπομένως ὁ χρόνος αἰωρήσεως (ἔξ. 2 σελ. 129)

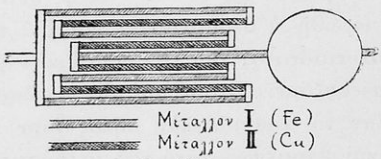
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{K}{M\,g\,r}}$$

γίνεται μεγαλήτερος ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀνυψοῦται.

Τὴν μεταβολὴν τοῦ χρόνου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς μετὰ τῆς



Σχ. 311.



Σχ. 312.

θερμοκρασίας ἀποφεύγομεν δι᾽ *ἀντισταθμίσεως*. Ἔστω (σχ. 311) ράβδος ἐκ μετάλλου I (συντελεστὴς διαστολῆς γ_I) τῆς ὁποίας τὸ μῆκος εἶναι Α. Ἡ ράβδος εἶναι στερεωμένη εἰς τὸ Δ εἰς δὲ τὸ Ε συνδέεται μὲ τὴν ράβδον ἐκ μετάλλου II (συντ. διαστ. γ_{II}) τῆς ὁποίας τὸ μῆκος εἶναι Β, αὕτη δὲ συνδέεται εἰς τὸ Ζ μὲ ράβδον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐκ τοῦ μετάλλου Ι, τῆς ὁποίας τὸ μῆκος εἶναι Γ. Ἂν ἡ θερμοκρασία αὐξήσῃ κατὰ θ^0, τὸ Ε θὰ μετακινηθῇ πρὸς τὰ δεξιὰ κατὰ τὸ διάστημα $A\,\gamma_I\,\theta$, τὸ Ζ θὰ μετακινηθῇ πρὸς τὰ ἀριστερὰ ὡς πρὸς τὸ Ε κατὰ τὸ διάστημα $B\,\gamma_{II}\,\theta$, τὸ δὲ Η θὰ μετακινηθῇ πρὸς τὰ δεξιὰ ὡς πρὸς τὸ Ζ κατὰ τὸ διάστημα $\Gamma\,\gamma_I\,\theta$. Ἡ ὁλικὴ μετακίνησις τοῦ Η ὡς πρὸς τὸ Δ θὰ εἶναι

$$A\,\gamma_I\,\theta - B\,\gamma_{II}\,\theta + \Gamma\,\gamma_I\,\theta = [(A+\Gamma)\,\gamma_I - B\,\gamma_{II}]\,\theta$$

Διὰ νὰ εἶναι ἡ ἀπόστασις ΔΗ ἀνεξάρτητος τῆς θερμοκρασίας πρέπει καὶ ἀρκεῖ νὰ εἶναι

$$(A+\Gamma)\,\gamma_I - B\,\gamma_{II} = 0$$

ἤτοι

$$(A+\Gamma) : B = \gamma_{II} : \gamma_I$$

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης στηρίζεται ἡ κατασκευὴ τῶν *ἀντισταθμισμένων ἐκκρεμῶν*, ἡ ὁποία σαφῶς δεικνύεται εἰς τὸ σχ. 312.

Ἡ χρῆσις τοῦ κράματος invar ἀπαλλάσσει ἀπὸ τὴν ἀνάγκην τῆς ἀντισταθμίσεως.

§ 381. ***Συντελεστὴς τῆς κατ' ἐπιφάνειαν διαστολῆς ἢ τετραγωνικὸς συντελεστὴς διαστολῆς.*** Ἂν σῶμα τι θερμοκρασίας θ_1 θερμανθῇ καὶ ἡ θερμοκρασία του γίνῃ θ_2, διαστέλλεται καὶ ἐπομένως καὶ τὸ ἐμβαδὸν πάσης ἐπ' αὐτοῦ ἐπιφανείας γίνεται μεγαλήτερον. Ἂν ὀνομάσωμεν Ε τὸ ἐμβαδὸν εἰς τὴν ἀρχικὴν θερμοκρασίαν θ_1 καὶ Ε′ τὸ εἰς τὴν θ_2, ὁ συντελεστὴς διαστολῆς τῆς ἐπιφανείας γ_ε θὰ εἶναι κατὰ τὴν γενικὴν ἐξίσωσιν 2 § 379

$$\gamma_\varepsilon = \frac{1}{E}\cdot\frac{E'-E}{\theta_2-\theta_1}$$

καὶ θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν

$$E' = E\,[1+\gamma_\varepsilon\,(\theta_2-\theta_1)]$$

Ὁ συντελεστὴς γ_ε ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὴν αὔξησιν τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς αὔξησιν καὶ θερμοκρασίας κατὰ ἕνα βαθμόν.

Ὁ συντελεστὴς γ_ε ἔχει ἁπλουστάτην σχέσιν πρὸς τὸν γραμμικὸν συντελεστὴν διαστολῆς γ. Ἔστω ὀρθογώνιον τοῦ ὁποίου αἱ πλευραὶ εἶναι Α καὶ Β, τὸ ἐμβαδὸν ἐπομένως $E = AB$.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξηθῇ κατὰ θ^0 τὸ ἐμβαδὸν θὰ γίνῃ $E' = E(1+\gamma_\varepsilon\,\theta)$, τὰ δὲ μήκη Α, Β θὰ γίνουν

$$A' = A(1+\gamma\theta), \qquad B' = B(1+\gamma\theta)$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θὰ εἶναι λοιπόν:

$$E' = A'B' = A.B(1+\gamma\theta)^2 = E(1+\gamma\theta)^2$$

ἀλλ' εἶναι $(1+\gamma\theta)^2 = 1+2\gamma\theta+\gamma^2\theta^2$

καὶ ἐπειδὴ τὸ γ εἶναι πολὺ μικρὸν ($\gamma < \frac{1}{1000}$, πρβλ. Πίν. III) τὸ $\gamma^2\theta^2$ ἠμπορεῖ νὰ παραλειφθῇ $\left(\gamma^2 < \frac{1}{1000\,000}\right)$, ὥστε ἔχομεν

$$(1+\gamma\theta)^2 = 1+2\gamma\theta$$

$$E' = E[1+2\gamma\theta]$$

Ἔχομεν ὅμως καὶ τὴν σχέσιν

$$E' = E[1+\gamma_\varepsilon\theta)$$

Συγκρίνοντες τὰς δύο τελευταίας ἐξισώσεις εὑρίσκομεν

$$\gamma_\varepsilon = 2\gamma$$

§ 382. ***Συντελεστὴς τῆς κατ' ὄγκον διαστολῆς ἢ κυβικὸς συντελεστὴς διαστολῆς.*** Ἂν ἡ θερμοκρασία σώματός τινος μεταβληθῇ ἀπὸ $\theta_1{}^0$ εἰς $\theta_2{}^0$ ὁ ὄγκος του μεταβάλλεται ἀπὸ Ω εἰς Ω' καὶ ἂν ὀνομάσωμεν γ_κ τὸν κυβικὸν ἢ κατ' ὄγκον συντελεστὴν διαστολῆς θὰ εἶναι

$$\Omega' = \Omega[1+\gamma_\kappa(\theta_2-\theta_1)]$$

Ἂν ἔχωμεν ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον μὲ πλευρὰς A, B, Γ (ὄγκος $\Omega = A, B, \Gamma$) καὶ ὑψώσωμεν τὴν θερμοκρασίαν κατὰ θ^0, τὰ νέα μήκη τῶν πλευρῶν θὰ εἶναι

$$A' = A(1+\theta\gamma), \quad B' = B(1+\gamma\theta), \quad \Gamma' = \Gamma(1+\gamma\theta)$$

καὶ ὁ ὄγκος

$$\Omega' = A'B'\Gamma' = AB\Gamma(1+\gamma\theta)^3 = \Omega(1+\gamma\theta)^3$$

καὶ ἂν ἐκτελέσωμεν τὰς πράξεις καὶ παραλείψωμεν τοὺς ὅρους $3\gamma^2\theta^2+\gamma^3\theta^3$ ὡς πολὺ μικροὺς

$$\Omega' = \Omega(1+3\gamma\theta)$$

Ἀφ' ἑτέρου ἔχομεν τὴν σχέσιν

$$\Omega' = \Omega(1+\gamma_\kappa\theta)$$

Ἐκ τῶν δύο τούτων ἐξισώσεων λαμβάνομεν

$$\gamma_\kappa = 3\gamma.$$

Οὕτω ἡ μέτρησις τοῦ τετραγωνικοῦ καὶ τοῦ κυβικοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς ἀνάγεται εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ γραμμικοῦ συντελεστοῦ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

§ 383. ***Σχετικὸς συντελεστής.*** Συνήθως ἐξετάζομεν τὴν θερμικὴν διαστολὴν τῶν ὑγρῶν θέτοντες αὐτὰ ἐντὸς ὑαλίνων δοχείων, *διαστολομέτρων*, τὰ ὁποῖα καταλήγουν εἰς στενὸν σωλῆνα βαθμολογημένον. Ὁ ὄγκος Ω τοῦ δοχείου καὶ ὁ ὄγκος ω ἑκάστης διαιρέσεως τοῦ σωλῆνος εἶναι γνωστός. (Μέτρησις διὰ πληρώσεως δι' ὑδραργύρου καὶ ζυγίσεως).

Θέτομεν τὸ ὑπὸ ἐξέτασιν ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου, οὕτως ὥστε εἰς θερμοκρασίαν θ_1 νὰ φθάνῃ μέχρι τῆς $\nu^{\eta\varsigma}$ διαιρέσεως. Ἂν φέρωμεν τώρα τὸ δοχεῖον εἰς θερμοκρασίαν θ_2 (βυθίζοντες αὐτὸ εἰς κατάλληλον λουτρὸν) ὁ φαινομενικὸς ὄγκος τοῦ ὑγροῦ θὰ μεταβληθῇ καὶ θὰ ἀνέλθῃ τοῦτο εἰς τὸν σωλῆνα κατὰ μ διαιρέσεις. (Ἂν τὸ ὑγρὸν διαστέλλεται ὀλιγώτερον τοῦ δοχείου, θὰ κατέλθῃ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, τὸ μ θὰ εἶναι ἀρνητικόν). Εἶναι λοιπόν: Εἰς θερμοκρασίαν θ_1 ὄγκος τοῦ ὑγροῦ $V = \Omega + \nu\omega$, εἰς θερμοκρασίαν θ_2 ὄγκος $V' = \Omega + (\nu + \mu)\omega$ καὶ ἑπομένως ὁ *σχετικὸς πρὸς τὸ ὑλικὸν τοῦ δοχείου* συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ

$$\gamma_\sigma = \frac{1}{V}\cdot\frac{V'-V}{\theta_2-\theta_1} = \frac{1}{(\Omega+\nu\omega)}\cdot\frac{\mu\omega}{(\theta_2-\theta_1)}$$

§. 384. ***Προσδιορισμὸς τοῦ σχετικοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς διὰ ζυγίσεως.*** Πληροῦμεν δοχεῖον καταλήγον εἰς στενώτατον σωλῆνα μὲ τὸ ἐξεταζόμενον ὑγρὸν ὑπὸ θερμοκρασίαν θ_1 καὶ ζυγίζομεν. Ἔστω M_1 ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ. Ἔπειτα φέρομεν αὐτὸ εἰς θερμοκρασίαν θ_2 ὅτε μέρος τοῦ ὑγροῦ ἐκρέει. Ζυγίζομεν ἐκ νέου καὶ ἔστω M_2 ἡ μᾶζα τοῦ ἀπομείναντος ὑγροῦ. Ἂν ὀνομάσωμεν d_1 καὶ d_2 τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰς θερμοκρασίας θ_1 καὶ θ_2 καὶ V τὸν ὄγκον τοῦ δοχείου, τὸν ὁποῖον θεωροῦμεν ὡς ἀμετάβλητον, ἐφ' ὅσον μετροῦμεν τὸν *σχετικὸν συντελεστὴν διαστολῆς*, θὰ εἶναι

$$V\,d_1 = M_1 \qquad V\,d_2 = M_2$$

ἤτοι $$d_1 : d_2 = M_1 : M_2$$

Κατὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς πυκνότητος εἶναι $d_1 = \frac{m}{\omega_1}$, $d_2 = \frac{m}{\omega_2}$ ὅπου ω_1, ω_2 οἱ ὄγκοι τοὺς ὁποίους καταλαμβάνει ἡ μᾶζα m εἰς θερμοκρασίας θ_1 καὶ θ_2 ὅθεν:

$$d_1 : d_2 = \omega_2 : \omega_1$$

καὶ ἐπειδὴ εἶναι $\omega_2 = \omega_1\,[1+\gamma_\sigma\,(\theta_2-\theta_1)]$

ἔχομεν

1) $$d_1 : d_2 = 1+\gamma_\sigma\,(\theta_2-\theta_1) = M_1 : M_2$$

Διὰ τῆς σχέσεως ταύτης εὑρίσκομεν τὸν σχετικὸν συντελεστὴν διαστολῆς γ_σ ἐκ τῶν ἀπ' εὐθείας μετρουμένων ποσῶν M_1, M_2, θ_1, θ_2.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀντὶ δοχείου ἠμποροῦμεν νὰ μεταχειρισθῶμεν σῶμα τὸ ὁποῖον βυθίζομεν εἰς τὸ ὑγρὸν καὶ μετροῦμεν τὴν ἄνωσιν τοῦ Ἀρχιμήδους. Ἐπειδὴ ἡ ἄνωσις εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος ὄγκου ὑγροῦ ἴσου πρὸς τὸν τοῦ βυθιζομένου σώματος, εἶναι φανερὸν ὅτι μετροῦντες τὴν ἄνωσιν μετροῦμεν τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ τὸ ὁποῖον θὰ περιείχετο εἰς δοχεῖον κατεσκευασμένον ἐκ τῆς αὐτῆς μὲ τὸ βυθισμένον σῶμα ὕλης καὶ ἔχον τὸν αὐτὸν ὄγκον.

Ἠμποροῦμεν λοιπὸν νὰ ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) τὸν λόγον $M_1 : M_2$ διὰ τοῦ λόγου τῶν ἀνώσεων $A_1 : A_2$
καὶ ἔχομεν

$$1+\gamma_\sigma (\theta_2 - \theta_1) = A_1 : A_2. \tag{2}$$

§ 385. ***Ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς*** γ_α. *Ὁ ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς* τῶν ὑγρῶν ὁρίζεται ἐκ τῆς σχέσεως

$$V' = V\,[1+\gamma_\alpha (\theta_2 - \theta_1)] \tag{3}$$

ὅπου V καὶ V′ εἶναι οἱ *πραγματικοὶ* ὄγκοι τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰς θερμοκρασίας θ_1 καὶ θ_2.

Τὴν σχέσιν τῶν δύο συντελεστῶν εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς. Κατὰ τὸν ὁρισμὸν τοῦ *ἀπολύτου συντελεστοῦ διαστολῆς* συμφώνως πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (3) μετροῦμεν τοὺς ὄγκους V, V′ διὰ τῆς αὐτῆς μονάδος, ἀνεξαρτήτου τῆς θερμοκρασίας. Διὰ τὸν *σχετικὸν συντελεστὴν διαστολῆς* λαμβάνεται ὡς μέτρον συγκρίσεως ὁ ἑκάστοτε ὄγκος τοῦ δοχείου, ἐπομένως ἡ μονὰς μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας καὶ ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀπὸ $\theta_1{}^0$ γίνῃ $\theta_2{}^0$ ἡ μονὰς τοῦ ὄγκου γίνεται $[1+\gamma_\kappa (\theta_2 - \theta_1)]$ φορὰς μεγαλητέρα, ὅπου γ_κ ὁ κυβικὸς συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ δοχείου.

Ἂν ὀνομάσωμεν V″ τὸν φαινομενικὸν ὄγκον τοῦ ὑγροῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ_2 (μετρούμενον ἐν σχέσει πρὸς τὸν *εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν* θ_2 ὄγκον τοῦ δοχείου) καὶ γ_σ τὸν σχετικὸν συντελεστὴν διαστολῆς θὰ εἶναι

$$V'' = V\,[1+\gamma_\sigma (\theta_2 - \theta_1)]$$

Ὁ ἀριθμὸς V″ εἶναι ὁ ἀριθμὸς τὸν ὁποῖον εὑρίσκομεν μετροῦντες τὸν ὄγκον V′ διὰ μονάδος $[1+\gamma_\kappa (\theta_2 - \theta_1)]$ φορὰς μεγαλητέρας, ἑπομένως εἶναι ἀκριβῶς τόσας φορὰς μικρότερος τοῦ ἀριθμοῦ V′, ἤτοι εἶναι

$$V'' = \frac{V'}{1+\gamma_\kappa (\theta_2 - \theta_1)}$$

Θέτοντες τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ V″ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (3) εὑρίσκομεν

$$V' = V\,[1+\gamma_\sigma (\theta_2 - \theta_1)] \cdot [1+\gamma_\kappa (\theta_2 - \theta_1)]$$

καὶ ἂν ἐκτελέσωμεν τὰς πράξεις λαμβάνοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι γ_σ καὶ γ_κ εἶναι πολὺ μικροὶ ἀριθμοὶ καὶ ὅτι ἑπομένως ἠμποροῦμεν νὰ παραλείψωμεν τὸ γινόμενον $\gamma_\sigma \gamma_\kappa$, ἔχομεν

$$V' = V\,[1+(\gamma_\sigma + \gamma_\kappa) \cdot (\theta_2 - \theta_1)]$$

παραβάλλοντες τὴν ἐξίσωσιν ταύτην πρὸς τὴν (3) εὑρίσκομεν

$$\gamma_\sigma + \gamma_\kappa = \gamma_\alpha \tag{4}$$

Ὁ ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τοῦ σχετικοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ καὶ τοῦ κυβικοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς τοῦ δοχείου. Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης εὑρίσκομεν τὸν ἀπόλυτον συντελεστὴν ὅταν γνωρίζωμεν τὸν σχετικὸν καὶ τὸν κυβικὸν συντελεστὴν διαστολῆς τοῦ δοχείου.

Ἡ ἐξίσωσις (4) ἰσχύει καὶ διὰ τὰς μετρήσεις αἱ ὁποῖαι γίνονται διὰ τοῦ προσδιορισμοῦ τῆς ἀνώσεως τοῦ Ἀρχιμήδους.

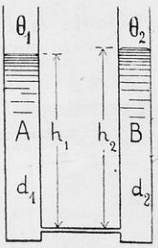
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ μέθοδος τῆς ἀνώσεως ἔχει τοῦτο τὸ προτέρημα, ὅτι συνήθως εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθῇ μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν ὁ συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ στερεοῦ βοηθητικοῦ σώματος καὶ ἑπομένως νὰ προσδιορισθῇ ὁ ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ. Ὅταν ὅμως μεταχειριζώμεθα διαστολόμετρον ἢ ζυγιζόμενον δοχεῖον, ὁ ἀκριβὴς ἄμεσος προσδιορισμὸς τοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς αὐτοῦ εἶναι ἀδύνατος καὶ ἑπομένως εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ μεταχειρισθῶμεν ἔμμεσον μέθοδον πρὸς προσδιορισμὸν αὐτοῦ.

Ὅταν δηλ. γνωρίζωμεν τὸν ἀπόλυτον συντελεστὴν διαστολῆς ὑγροῦ τινος, προσδιορίζοντες τὸν σχετικὸν συντελεστὴν αὐτοῦ εὑρίσκομεν τὸν κυβικὸν συντελεστὴν διαστολῆς τοῦ δοχείου, διὰ τοῦ ὁποίου ἔγινε ἡ μέτρησις καὶ οὕτω ἠμποροῦμεν πλέον διὰ τοῦ δοχείου τούτου νὰ εὑρίσκωμεν κατὰ τὴν σχέσιν (4) τὸν ἀπόλυτον συντελεστὴν διαστολῆς ἄλλων ὑγρῶν.

Πρέπει λοιπὸν νὰ εὑρεθῇ δι' ἄλλης τινὸς μεθόδου ὁ ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς ἑνὸς ὑγροῦ, ὅστις νὰ χρησιμεύσῃ ὡς βάσις τῶν ἀκολούθων μετρήσεων.

§ 386. *Ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου. Μέθοδος Dulong καὶ Petit.* Τὸ ὑγρὸν τοῦ ὁποίου ὁ ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς ἐμετρήθη ἀπ' εὐθείας πρὸς τὸν ἀνωτέρω σκοπὸν εἶναι κυρίως ὁ ὑδράργυρος, ἡ δὲ μέθοδος τοῦ προσδιορισμοῦ συνίσταται εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐντὸς δύο συγκοινωνούντων δοχείων τὰ ὁποῖα συνδέονται κατὰ τὸ κατώτατον ἄκρον δι' ὁριζοντίου στενοῦ σωλῆνος καὶ εὑρίσκονται εἰς διαφόρους θερμοκρασίας, θ_1 καὶ θ_2. Πρὸς τοῦτο εὑρίσκονται τὰ δύο δοχεῖα Α καὶ Β ἐντὸς ἄλλων δοχείων, εἰς τὰ ὁποῖα τίθεται πάγος ἢ ὑγρὸν σταθερᾶς θερμοκρασίας. Θυρίδες κλειόμεναι διὰ πλακῶν ὑαλίνων ἐπιτρέπουν τὴν διὰ καθετομέτρου σκόπευσιν τοῦ ἄξονος τοῦ λεπτοῦ σωλῆνος σ καὶ τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὰ δοχεῖα Α καὶ Β.



Σχ. 313.

Ἂν εἶναι h_1, h_2 τὰ ὕψη τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης εἰς τὰ δύο δοχεῖα καὶ d_1, d_2 αἱ πυκνότητες τοῦ ὑδραργύρου, θὰ ἔχωμεν

$$h_2 : h_1 = d_1 : d_2$$

Ἀλλ' ἂν ὀνομάσωμεν ω_1 καὶ ω_2 τοὺς ὄγκους τοὺς ὁποίους καταλαμβάνει ἡ μᾶζα m, εἰς τὰς θερμοκρασίας θ_1, θ_2, εἶναι

$$d_1 = \frac{m}{\omega_1}, \qquad d_2 = \frac{m}{\omega_2}$$

καὶ ἐπειδὴ $\omega_2 = \omega_1 [1 + \gamma_\alpha (\theta_2 - \theta_1)]$

ἔχομεν $d_1 : d_2 = \omega_2 : \omega_1 = 1 + \gamma_\alpha (\theta_2 - \theta_1)$

ὅθεν $h_2 : h_1 = 1 + \gamma_\alpha (\theta_2 - \theta_1)$

καὶ $$\gamma_\alpha = \frac{h_2 - h_1}{h_1} \cdot \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}$$

Οὕτω εὑρέθη ὁ ἀπόλυτος συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ ὑδραργύρου περὶ τὴν θερμοκρασίαν τῶν 18^0 ἴσος πρὸς 0,000 181.

§ 387. *Θερμικὴ διαστολὴ τοῦ ὕδατος.* Τὸ ὕδωρ ἀπὸ τῆς θερμοκρασίας τοῦ 0^0 μέχρι 4 περίπου βαθμῶν Κελσίου θερμαινόμενον συστέλλεται, ἔχει δηλ. ἀρνητικὸν συντελεστὴν διαστολῆς, ἀπὸ

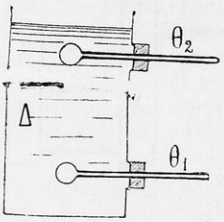
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ταύτης δὲ καὶ πέραν ὁ συντελεστὴς γίνεται θετικός, τὸ ὕδωρ δηλ. ἀνερχομένης τῆς θερμοκρασίας διαστέλλεται. Ἔχει λοιπὸν τὸ ὕδωρ ὑπὸ θερμοκρασίαν 4° περίπου τὴν μεγίστην πυκνότητα.

Ἀποδεικνύεται τοῦτο διὰ φιάλης τῆς ὁποίας ὁ λαιμὸς συνεχίζεται εἰς στενὸν σωλῆνα, καὶ τὴν ὁποίαν γεμίζομεν μὲ ὕδωρ μέχρι τοῦ μέσου περίπου τοῦ σωλῆνος.

Ἂν θέσωμεν τὴν συσκευὴν εἰς τηκόμενον πάγον ὥστε τὸ ὅλον νὰ λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν 0° καὶ ἀφίσωμεν ἔπειτα αὐτὴν βαθμηδὸν νὰ θερμανθῇ, παρατηροῦμεν ὅτι κατ' ἀρχὰς τὸ ὕδωρ κατέρχεται ἐντὸς τοῦ στενοῦ σωλῆνος καὶ ἔπειτα, ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐξακολουθήσῃ νὰ αὐξάνῃ, ἀνέρχεται τὸ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Ὅταν τὸ ὕδωρ εὑρίσκεται εἰς τὸ χαμηλότατον σημεῖον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ θερμοκρασία εἶναι περίπου 4°.

Τὸ πείραμα τοῦτο, κατάλληλον πρὸς πρόχειρον *ποιοτικὴν* ἐπίδειξιν τῆς μεταβολῆς τοῦ ὄγκου τοῦ ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας, δὲν ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ πρὸς ἀκριβῆ προσδιορισμὸν τῆς θερμοκρασίας τῆς μεγίστης πυκνότητος τοῦ ὕδατος ἕνεκα τῆς διαστολῆς τῆς φιάλης, ἡ ὁποία περιπλέκει τὸ φαινόμενον.



Σχ. 314.

Τὴν θερμοκρασίαν τῆς μεγίστης πυκνότητος προσδιορίζομεν διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς. Τὸ δοχεῖον Δ (σχ. 314) φέρει δύο θερμόμετρα, τὸ μὲν θ_1 πλησίον τοῦ πυθμένος, τὸ δὲ θ_2 πλησίον τοῦ χείλους. Θέτομεν εἰς τὸ δοχεῖον ὕδωρ θερμοκρασίας ἀνωτέρας τῶν 4° καὶ τοποθετοῦμεν τὴν συσκευὴν εἰς χῶρον τοῦ ὁποίου ἡ θερμοκρασία εἶναι κατωτέρα τῶν 4°. Κατ' ἀρχὰς τὰ δύο θερμόμετρα δεικνύουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Ἐφ' ὅσον τὸ ὕδωρ ψύχεται, ἐπειδὴ εἰς θερμοκρασίαν ἀνωτέραν τῶν 4°, εἰς ἐλάττωσιν τῆς θερμοκρασίας ἀντιστοιχεῖ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου καὶ ἑπομένως αὔξησις τῆς πυκνότητος, τὸ ψυχρότερον ὕδωρ συμφώνως μὲ τὸν νόμον τοῦ Ἀρχιμήδους κατέρχεται πρὸς τὸν πυθμένα καὶ βλέπομεν ὅτι τὸ θερμόμετρον θ_1 δεικνύει θερμοκρασίαν κατωτέραν τῆς τοῦ θ_2. Ὅταν ἡ θερκοκρασία τοῦ θ_1 γίνῃ 4°, μένει τοῦτο στάσιμον μέχρις ὅτου ὅλον τὸ ὕδωρ λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν τῶν 4° καὶ ἑπομένως καὶ τὸ θερμόμετρον θ_2 δείξῃ 4°. Ὅταν ἡ ψῦξις προχωρήσῃ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

περαιτέρω, τὸ ὕδωρ ψυχόμενον διαστέλλεται, γίνεται ἀραιότερον καὶ ἑπομένως ἀνέρχεται. Τὸ θερμόμετρον θ_2 δεικνύει θερμοκρασίαν μικροτέραν τῆς τοῦ θ_1. Ἡ θερμοκρασία τῆς μεγίστης πυκνότητος εἶναι ἐκείνη, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ θερμόμετρον θ_2 μένει ἐπί τινα χρόνον στάσιμον.

Διὰ τῆς μεθόδου ταύτης εὑρέθη ὅτι ἡ θερμοκρασία τῆς μεγίστης πυκνότητος τοῦ ὕδατος εἶναι κατὰ μεγίστην προσέγγισιν ἴση πρὸς 4^0 C (πιθανωτάτη τιμὴ $3{,}972^0$).

Ἡ ἀπόλυτος πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς διαφόρους θερμοκρασίας ἐμετρήθη μὲ μεγίστην ἀκρίβειαν καὶ κατὰ τὴν μέθοδον τῶν συγκοινωνούντων δοχείων καὶ κατὰ τὴν τῆς ἀνώσεως. Ὁ πίναξ V παρέχει τὴν ἀπόλυτον πυκνότητα τοῦ ὕδατος D_V εἰς θερμοκρασίας $0^0 - 30^0$.

Ὁ Πίναξ τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος χρησιμεύει εἰς τὴν εὕρεσιν τῆς πραγματικῆς πυκνότητος τῶν σωμάτων ἐκ τῆς συγκρίσεως τοῦ βάρους αὐτῶν πρὸς τὸ βάρος ἴσου ὄγκου ὕδατος εἰς οἱανδήποτε θερμοκρασίαν (Πρβλ. § 201).

ΘΕΡΜΙΚΟΙ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΑΙ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

§ 388. ***Θερμικοὶ συντελεσταί. Ἐξίσωσις τοῦ ἀερίου.*** Εἰς τὰς §§ 374, 375 εἴδομεν ὅτι ὅταν ἡ θερμοκρασία μεταβάλλεται μεταβάλλονται ἡ πίεσις καὶ ὁ ὄγκος τῶν ἀερίων. Γνωρίζομεν δὲ προσέτι ὅτι ὁ ὄγκος καὶ ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου συνδέονται πρὸς ἄλληλα ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν διὰ τῆς σχέσεως Mariotte - Boyle. Εἶναι λοιπὸν εὐνόητον ὅτι διὰ νὰ ὁρισθῇ π. χ. ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως πρέπει νὰ ὁρισθῇ ἂν κατὰ τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας ὁ ὄγκος μένει ἀμετάβλητος, ἢ ποίαν μεταβολὴν οὗτος ὑφίσταται. Ὁμοίως ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ ὄγκου, ὁ συντελεστὴς δηλ. διαστολῆς, θὰ ὁρισθῇ ὅταν ὁρισθῇ ἂν καὶ ποίας μεταβολὰς ὑφίσταται ἡ πίεσις κατὰ τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας.

Δύο κυρίως ἐκ τῶν θερμικῶν συντελεστῶν τῶν ἀερίων μᾶς ἐνδιαφέρουν. Ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, καὶ ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ ὄγκου, δηλ. ὁ συντελεστὴς διαστολῆς, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.

Συμφώνως πρὸς τὸν γενικὸν ὁρισμὸν τῆς § 379 οἱ συντελεσταὶ οὗτοι ὁρίζονται ὡς ἑξῆς:

Ἔστω p_0 ἡ πίεσις ἀερίου εἰς θερμοκρασίαν 0^0. Ἂν ἡ θερμο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κρασία τοῦ ἀερίου γίνῃ θ^0, *χωρὶς ὁ ὄγκος νὰ μεταβληθῇ*, ἡ πίεσις θὰ γίνῃ p_θ. Ὁ *θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον* διὰ τὸ διάστημα 0^0 ἕως θ^0 θὰ εἶναι (πρβλ. ἐξ. 2 § 379)

$$\sigma_1 = \frac{1}{p_0} \cdot \frac{p_\theta - p_0}{\theta}$$

καὶ θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν

(1) $$p_\theta = p_0 \, [1 + \sigma_1 \theta]$$

Ἐπίσης ἂν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἶναι v_0 εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0_0 καὶ ἡ θερμοκρασία γίνῃ θ^0, *χωρὶς ἡ πίεσις νὰ μεταβληθῇ*, ὁ ὄγκος θὰ γίνῃ v_θ. Ὁ *συντελεστὴς διαστολῆς ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν* θὰ εἶναι διὰ τὸ διάστημα 0^0 ἕως θ^0

$$\sigma_2 = \frac{1}{v_0} \cdot \frac{v_\theta - v_0}{\theta}$$

καὶ θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν

(2) $$v_\theta = v_0 \, [1 + \sigma_2 \theta]$$

Θέμα τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης εἶναι ἡ ἀνεύρεσις τῆς σχέσεως ἡ ὁποία συνδέει πρὸς ἄλληλα τὰ τρία χαρακτηριστικὰ ποσὰ δοθείσης μάζης ἀερίου, δηλ. τὸν ὄγκον, τὴν πίεσιν καὶ τὴν θερμοκρασίαν.

Ἡ σχέσις αὕτη ὀνομάζεται *νόμος ἢ ἐξίσωσις τοῦ ἀερίου*.

§ 389. ***Νόμος Gay Lussac.*** Εἰς τὴν § 228 εἴδομεν ὅτι τὰ ἀποτελέσματα τῶν ἐπὶ τῶν ἀερίων ἐρευνῶν ἠμποροῦν κατὰ μεγάλην προσέγγισιν νὰ συνοψισθοῦν εἰς τὸν ἑξῆς νόμον:

Τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως p ἐπὶ τὸν ὄγκον v δοθείσης μάζης ἀερίου αὐξάνεται αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας ἡ δὲ εἰς αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας κατὰ ἕνα βαθμὸν (Κελσίου) ἀντιστοιχοῦσα αὔξησις τοῦ γινομένου τούτου εἶναι ἴση πρὸς τὸ $\frac{1}{273}$ τῆς τιμῆς τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ γινόμενον εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0^0. Ἤτοι ὁ *θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ γινομένου* p v *εἶναι* $\frac{1}{273}$ *ὅταν ὡς ἀρχικὴν θερμοκρασίαν λαμβάνωμεν τὸ* 0^0.

Ἔχομεν λοιπὸν τὴν σχέσιν

$$(pv)_\theta - (pv)_0 = \frac{1}{273} \, \theta \, (pv)_0$$

ἢ

$$(pv)_\theta = (pv)_0 \left\{ 1 + \frac{1}{273} \, \theta \right\}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παραλείποντες τὸν δείκτην θ εἰς τὸ πρῶτον μέλος τῆς ἐξισώσεως ταύτης καὶ θέτοντες $(pv)_0 = p_0 v_0$, ὅπου p_0 καὶ v_0 αἱ τιμαὶ τῆς πιέσεως καὶ τοῦ ὄγκου εἰς τὴν θερμοκρασίαν 0^0, εὑρίσκομεν:

$$pv = p_0 v_0 \left\{ 1 + \frac{1}{273} \theta \right\} \quad (3)$$

Ὁ νόμος οὗτος ὀνομάζεται νόμος τοῦ Gay-Lussac.

Ἂν κατὰ τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας ὁ ὄγκος δὲν μεταβάλλεται (μεταβολὴ *ἰσόχωρος*), εἶναι δηλ. $v = v_0$, ὁ τύπος (2) γίνεται

$$p = p_0 \left\{ 1 + \frac{1}{273} \theta \right\}$$

Ὁ τύπος οὗτος εἶναι ὁ αὐτὸς μὲ τὸν τύπον (1) τῆς προηγουμένης § μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀντὶ σ_1 ἔχομεν ἐδῶ $\frac{1}{273}$. Ἤτοι: Ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ ἀέρια καὶ ἴσος πρὸς $\frac{1}{273}$ ὅταν ὡς ἀρχικὴ θερμοκρασία λαμβάνεται τὸ 0^0.

Ἂν θεωρήσωμεν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν *(ἰσοβαρῆ)*, ἔχομεν δηλ. $p = p_0$ ὁ τύπος γίνεται:

$$v = v_0 \left\{ 1 + \frac{1}{273} \theta \right\}$$

Ἡ σχέσις αὕτη εἶναι ἡ ἰδία μὲ τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς προηγουμένης § μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ἀντὶ τοῦ σ_2 ἔχομεν ἐδῶ $\frac{1}{273}$. Ἤτοι: Ὁ συντελεστὴς διαστολῆς ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ ἀέρια καὶ ἴσος πρὸς $\frac{1}{273}$ ὅταν ὡς ἀρχικὴ θερμοκρασία λαμβάνεται τὸ 0^0.

Ἠμποροῦμεν ἑπομένως νὰ διατυπώσωμεν καὶ ὡς ἑξῆς τὸν νόμον τοῦ Gay-Lussac. Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, ἂν μὲν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου διατηρεῖται σταθερὸς αὐξάνεται ἡ πίεσις, ἂν δὲ ἡ πίεσις διατηρεῖται σταθερὰ αὐξάνεται ὁ ὄγκος. Ἡ εἰς ἕκαστον βαθμὸν Κελσίου ἀντιστοιχοῦσα μεταβολὴ τῆς πιέσεως ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον ἰσοῦται πρὸς τὸ $\frac{1}{273}$ τῆς τιμῆς τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἡ πίεσις εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0^0 ὑπὸ τὸν αὐτὸν ὄγκον. Ἐπίσης ἡ εἰς ἕκαστον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

βαθμὸν Κελσίου ἀντιστοιχοῦσα μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἰσοῦται πρὸς τὸ $\frac{1}{273}$ τοῦ ὄγκου τὸν ὁποῖον θὰ κατεῖχε τὸ ἀέριον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ 0^0 καὶ ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν.

Ἀλλὰ καὶ ὁ Νόμος Mariotte - Boyle περιέχεται εἰς τὴν ἐξίσωσιν (3). Διότι ἂν θεωρήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν θ σταθεράν, τότε κλῆρον τὸ δεύτερον μέλος τῆς ἐξισώσεως ἀποτελεῖται ἀπὸ σταθερά $R\theta$, καὶ ἑπομένως ἡ ἐξίσωσις γίνεται

$$pv = \text{Const.}$$

Διὰ τοῦτο ἡ ἐξίσωσις (3) ὀνομάζεται καὶ γενικώτερον νόμος Mariotte - Boyle - Gay - Lussac.

§ 390. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα τῶν νόμων τῶν ἀερίων συνίσταται εἰς τὴν ἐξέτασιν τῶν τριῶν τούτων σχέσεων, δηλ. εἰς τὴν ἐξέτασιν τῆς σχέσεως τῆς πιέσεως πρὸς τὸν ὄγκον ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν (ἐξέλεγξις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte εἰς διαφόρους θερμοκρασίας), εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ θερμικοῦ συντελεστοῦ τῆς πιέσεως ὑπὸ διαφόρους ὄγκους καὶ διὰ διαφόρους περιοχὰς θερμοκρασίας καὶ εἰς τὸν προσδιορισμὸν τοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς ὑπὸ διαφόρους πιέσεις καὶ διὰ διαφόρους περιοχὰς θερμοκρασίας.

Καὶ ἡ μὲν ἐξέλεγξις τοῦ νόμου Boyle-Mariotte γίνεται διὰ τῆς συσκευῆς τὴν ὁποίαν περιεγράψαμεν εἰς τὴν § 227 (σχ. 195) καὶ τῆς ὁποίας τὸ δοχεῖον τὸ περιέχον τὸ ἐξεταζόμενον ἀέριον εὑρίσκεται ἐντὸς καταλλήλου λουτροῦ, οὕτως ὥστε ἡ θερμοκρασία νὰ εἶναι πάντοτε ἡ αὐτὴ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς μετρήσεως.

Ἡ μέτρησις τοῦ θερμικοῦ συντελεστοῦ τῆς πιέσεως ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον γίνεται διὰ τῆς συσκευῆς τὴν ὁποίαν περιεγράψαμεν εἰς τὴν § 375 ὡς *ἀερικὸν θερμόμετρον*.

Ἡ μέτρησις τέλος τοῦ συντελεστοῦ διαστολῆς ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν γίνεται διὰ διατάξεων ὁμοίων κατ' ἀρχὴν πρὸς τὴν περιγραφεῖσαν εἰς τὴν § 374, τὴν ἀποτελουμένην ἀπὸ δοχεῖον καταλῆγον εἰς βαθμοληγημένον σωλῆνα. Τὸ ἐντὸς τοῦ δοχείου ἀέριον ἀποκλείεται διὰ σταγόνος ὑδραργύρου, ἡ ὁποία χρησιμεύει καὶ ὡς δείκτης διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ ἑκάστοτε ὄγκου.

Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα δεικνύει ὅτι οἱ νόμοι οἱ περιλαμβανόμενοι εἰς τὴν ἐξίσωσιν (3), οἱ νόμοι δηλ. Boyle - Mariotte - Gay-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Lussac ἰσχύουν *κατὰ προσέγγισιν* δι' ὅλα τὰ ἀέρια. Ὅτι ἡ προσέγγισις εἶναι τόσον μεγαλητέρα ὅσον ἡ πυκνότης εἶναι μικροτέρα, ὅσον δηλ. μεγαλήτερος εἶναι ὁ ὄγκος τὸν ὁποῖον κατέχει ἡ μονὰς τῆς μάζης. Ὑπὸ μεγάλας πιέσεις καὶ χαπεινὰς θερμοκρασίας παρατηροῦνται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλήτεραι ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ νόμου τούτου.

§ 391. ***Θερμομετρικὴ κλῖμαξ τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου.*** Ἡ ταυτότης τοῦ θερμικοῦ συντελεστοῦ τῆς πιέσεως τῶν ἀραιῶν ἀερίων ἀνεξαρτήτως τῆς χημικῆς αὐτῶν συστάσεως μᾶς φέρει κατ' ἀνάγκην εἰς τὴν σκέψιν ὅτι εἶναι λογικώτερον νὰ παραδεχθῶμεν ὡς χαρακτηριστικὸν ποσὸν διὰ τὴν θερμοκρασίαν τὴν πίεσιν δοθέντος ὄγκου ἀερίου ἀντὶ τοῦ φαινομενικοῦ ὄγκου τοῦ ὑδραργύρου ἢ οἱουδήποτε ἄλλου ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐντὸς στερεοῦ δοχείου. Ἀγόμεθα οὕτω εἰς τὸν ὁρισμὸν νέας θερμομετρικῆς κλίμακος, τῆς *κλίμακος τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου*, καὶ ὁρίζομεν ὡς *βαθμὸν* θερμοκρασίας τὴν διαφορὰν δύο θερμοκρασιῶν, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ διαφορὰ πιέσεων τοῦ ἀερίου τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου ἴση πρὸς τὸ ἑκατοστὸν τῆς διαφορᾶς τῶν πιέσεων τῶν παρατηρουμένων εἰς τὰς θερμοκρασίας τοῦ τηκομένου πάγου καὶ τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg ζέοντος ὕδατος, δηλ. εἰς 0^0 καὶ 100^0 (*).

Οὕτω ἂν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου εἰς 0^0 εἶναι 760 mm Hg, εἰς 100^0 θὰ εἶναι, ἐφ' ὅσον τοῦτο ἀκολουθεῖ τὸν νόμον Mariotte-Boyle-Gay-Lussac, ἴσος πρὸς

$$760\left(1+\frac{100}{273}\right)=760\cdot\frac{373}{273}=1038 \text{ mm Hg}$$

ἤτοι θὰ αὐξήσῃ κατὰ 278 mm Hg. Λέγομεν τώρα ὅτι δύο θερμοκρασίαι διαφέρουν κατὰ ἕνα βαθμὸν ὅταν αἱ εἰς αὐτὰς ἀντιστοιχοῦσαι πιέσεις τοῦ ἀερικοῦ μας θερμομέτρου διαφέρουν κατὰ 2,78 mm Hg.

Ὁ ὁρισμὸς οὗτος τοῦ βαθμοῦ θερμοκρασίας εἶναι βεβαίως ἀντικειμενικώτερος τοῦ διὰ τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου διότι εἶναι, ὑπὸ ὡρισμένας προϋποθέσεις, ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου τοῦ θερμομέτρου. Ὡς τὰ καταλληλότατα ἀέρια διὰ τὸ ἀερικὸν θερμόμετρον ἐδείχθησαν τὸ N, τὸ H καὶ ἰδίως τὸ He.

(*) Ὁ ὁρισμὸς οὗτος εἶναι καὶ ὁ νομικὸς ὁρισμὸς τοῦ βαθμοῦ θερμοκρασίας διὰ τὴν Ἑλλάδα συμφώνως πρὸς τὸν νόμον 2526.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 392. ***Ἀναγωγὴ τοῦ ὄγκου ἀερίου εἰς θερμοκρασίαν 0⁰ καὶ πίεσιν 760 mm Hg.*** Ἂν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (3) πρὸς v_0, εὑρίσκομεν:

$$v_0 = v \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{273}\theta} = v \cdot \frac{p}{p_0} \cdot \frac{273}{273+\theta}$$

Ἂν θέλωμεν τὸ v_0 νὰ παριστᾷ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου εἰς 0⁰ καὶ ὑπὸ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας, τότε πρέπει τὸ p_0 νὰ εἶναι ἡ πίεσις μιᾶς ἀτμοσφαίρας καί, ἂν τὴν πίεσιν μετροῦμεν διὰ τοῦ ὕψους ὑδραργυρικῆς στήλης εἰς χιλιοστὰ τοῦ μέτρου, θὰ εἶναι $p_0 = 760$. Ὅθεν:

$$v_0 = v \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{273}{273+\theta} \tag{4}$$

Ὁ τύπος οὗτος χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ ἀνάγωμεν εἰς θερμοκρασίαν 0⁰ καὶ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας τὸν ὄγκον ἀερίου μετρηθέντα ὑπὸ πίεσιν p χιλιοστῶν ὑδραργύρου καὶ θερμοκρασίαν θ βαθμῶν Κελσίου.

§ 393. ***Ἀπόλυτος θερμοκρασία.*** Ὁ τύπος τοῦ Gay-Lussac λαμβάνει πολὺ ἁπλουστέραν μορφὴν ἂν ὡς ἀρχὴν τῆς θερμομετρικῆς κλίμακος λάβωμεν ὄχι τὸ 0 τοῦ Κελσίου ἀλλὰ τὴν θερμοκρασίαν -273^0. Ἡ θερμοκρασία, τὴν ὁποίαν παριστῶμεν διὰ τοῦ T, ἔχει τώρα ἀριθμητικὴν τιμὴν κατὰ 273 ἀνωτέραν τῆς εἰς τὴν κλίμακα τοῦ Κελσίου ἀντιστοιχούσης θ.

Εἶναι λοιπόν:

$$T = \theta + 273, \qquad \theta = T - 273 \tag{5}$$

καὶ ἂν θέσωμεν τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ θ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (3) εὑρίσκομεν:

$$p\,v = p_0\,v_0 \left(1 + \frac{T-273}{273}\right),$$

$$p\,v = \frac{p_0\,v_0}{273} \cdot T \tag{6}$$

καὶ ἂν τὸν *σταθερὸν* συντελεστὴν $\frac{p_0\,v_0}{273}$ παραστήσωμεν διὰ τοῦ συμβόλου A, ὁ τύπος λαμβάνει τὴν μορφήν:

$$p\,v = A\,T. \tag{7}$$

Ἡ ἐξίσωσις τῶν ἀερίων ὑπὸ τὴν μορφὴν ταύτην ὀνομάζεται ἐξίσωσις τοῦ Clapeyron.

Ἂν εἰς τὸν ἀνωτέρω τύπον τεθῇ $T = 0$, δηλ. $\theta = -273^0$ εὑρίσκομεν $p\,v = 0$ δηλ. $p = 0$ ἢ $v = 0$.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὑποτιθεμένου δηλ. ὅτι ἡ ἐξίσωσις (7) δὲν παύει νὰ ἰσχύῃ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν -273^0 Κελσίου, ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἢ ὁ ὄγκος αὐτοῦ μηδενίζονται. Διὰ τοῦτο ἡ θερμοκρασία -273^0 Κελσίου καλεῖται τὸ *ἀπόλυτον μηδέν*, ἡ δὲ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς ταύτης μετρουμένη θερμοκρασία T *ἀπόλυτος θερμοκρασία*. Κατὰ τὸν τύπον (5) ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία εἶναι κατὰ 273 μεγαλητέρα τῆς εἰς συνήθεις βαθμοὺς Κελσίου ἐκφραζομένης (*).

Εἰς τὸν τύπον (7) ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ A ἐξαρτᾶται βεβαίως κατὰ πρῶτον ἐκ τῶν μονάδων, τὰς ὁποίας μεταχειριζόμεθα, ἐπίσης ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου, ἀλλὰ προκειμένου περὶ τοῦ αὐτοῦ ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν αὐτοῦ. Διότι ἂν λάβωμεν διπλασίαν μᾶζαν καὶ διατηρήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν σταθερὰν καθὼς καὶ τὴν πίεσιν, ὁ ὄγκος θὰ διπλασιασθῇ. Τὸ γινόμενον pv θὰ γίνῃ λοιπὸν διπλάσιον καὶ ἑπομένως πρέπει, ἀφοῦ τὸ T εἶναι σταθερόν, νὰ διπλασιασθῇ τὸ A.

Ἠμποροῦμεν ἑπομένως νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν ὡς ἑξῆς:

$$pv = m R_0 T \tag{8}$$

ὅπου m ἡ μᾶζα τοῦ θεωρουμένου ἀερίου καὶ R_0 σταθερὰ ποσότης, τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ ἐξαρτᾶται *μόνον* ἐκ τῆς φύσεως τοῦ ἀερίου καὶ ἐκ τῶν μονάδων.

Οὕτω π. χ. ἡ πυκνότης τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος εἶναι ὑπὸ πίεσιν 760 mm Hg καὶ θερμοκρασίαν 0^0 Κελσίου, δηλ. T=273:

$$D_0 = 1{,}2932 . 10^{-3} \text{ CGS}.$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἓν cm^3 ἀέρος ἔχει μᾶζαν $1{,}2932 . 10^{-3}$ gr.

Θέτομεν λοιπὸν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (8)

$$p = 1{,}0134 . 10^6, \quad v = 1 \quad m = 1{,}2932 . 10^{-3} \quad \text{CGS}$$
$$T = 273$$

καὶ εὑρίσκομεν:

$$1{,}0134 . 10^6 . 1 = 1{,}2932 . 10^{-3} 273 . R_0$$

ὅθεν:

$$R_0 = 2\,870\,000 \text{ CGS}$$

(*) Τὸ Wether Bureau τῆς Βάσιγκτον καὶ τὸ Meteorological Office τοῦ Λονδίνου μεταχειρίζονται ἤδη τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν διὰ τὰς μετεωρολογικάς των δημοσιεύσεις. Ἐπίσης εἰς τοὺς κώδικας τῆς καὶ ὑπὸ τῆς Ἑλλάδος ὑπογραφείσης διεθνοῦς συμβάσεως ἀεροπλοΐας (1919) ὁρίζεται ἡ θερμοκρασία εἰς ἀπολύτους βαθμούς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν λάβωμεν ὡς μονάδα πιέσεως τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου ὕψους 1 mm, μονάδα δὲ ὄγκου τὸ cm^3 καὶ μάζης τὸ γραμμάριον, θὰ θέσωμεν διὰ τὸν ἀέρα:

$$p=760, \quad v=1, \quad m=1.2932.10^{-3}, \quad T=273$$

καὶ εὑρίσκομεν τότε:

$$R_0=2\,152.$$

Ἂν δὲ λάβωμεν ὡς μονάδα ὄγκου τὸ λίτρον, θὰ θέσωμεν:

$$p=760, \quad v=\frac{1}{1\,000}, \quad m=1{,}293.\ 10^{-3}, \quad T=273$$

ὅθεν:

$$R_0=2{,}152.$$

Ὁ ἑπόμενος πίναξ παρέχει τὰς τιμὰς τοῦ R_0 διά τινα τῶν συνηθεστέρων ἀερίων.

	CGS.	Ὄγκος εἰς cm^3, μᾶζα εἰς γραμμάρια, πίεσις εἰς mm Hg.
H	41 275 000	30 915
O	2 600 200	1 947
N	2 971 500	2 226
Ἀτμ. ἀὴρ	2 870 000	2 152
CO_2	1 891 500	1 417

Ἔστω π. χ. ὅτι ζητεῖται ἡ μᾶζα 132 cm^3 ὑδρογόνου ὑπὸ θερμοκρασίαν 16° Κελσίου καὶ πίεσιν 750 mm Hg.

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν (8) θὰ θέσωμεν:

$$p=750, \quad v=132, \quad R_0=30915, \quad T=273+16=289$$

καὶ εὑρίσκομεν:

$$750.132=m.\ 30915.289$$

$$m=\frac{750.132}{30\,915.289}=0{,}01108 \text{ gr.}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 394. ***Νόμος Avogadro-Ampère.*** Πολλαπλασιάζοντες τὰς τιμὰς τοῦ R_0 ἐπὶ τὰ μοριακὰ βάρη τῶν ἀντιστοίχων ἀερίων εὑρίσκομεν:

$$(2H)\ .\ R_0 = 2\ .\ 1{,}008\ .\ 30915 = 62\,325$$
$$(2O)\ .\ R_0 = 2\ .\ 16\ .\ 1947 = 62\,304$$
$$(2N)\ .\ R_0 = 2\ .\ 14\ .\ 2226 = 62\,328$$
$$(CO_2)\ .\ R_0 = (12+2.16)\ .\ 1417 = 62\,348$$

Τὰ γινόμενα εἶναι κατὰ μεγίστην προσέγγισιν τὰ αὐτά.

Ἂν λοιπὸν παραστήσωμεν τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου διὰ τοῦ μ, ὁ τύπος (8) γράφεται ὡς ἑξῆς:

$$(9) \qquad pv = \frac{m}{\mu}(R_0\mu)\,T = \frac{m}{\mu}.RT$$

ὅπου R εἶναι σταθερὰ *παγκοσμία*, ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἀέρια, ἐξαρτωμένη μόνον ἀπὸ τὰς μονάδας, τὰς ὁποίας μεταχειριζόμεθα.

Οὕτω εἰς τὸ σύστημα CGS εἶναι:

$$R = 8{,}31\ .\ 10^7$$

ἂν δὲ μετροῦμεν τὸν ὄγκον εἰς κυβ. ἑκατοστά, τὴν μᾶζαν εἰς γραμμάρια καὶ τὴν πίεσιν εἰς χιλιοστὰ ὑδραργύρου, εἶναι:

$$R = 62\,300.$$

Ἡ ἐξίσωσις:

$$(9) \qquad pv = \frac{m}{\mu}RT$$

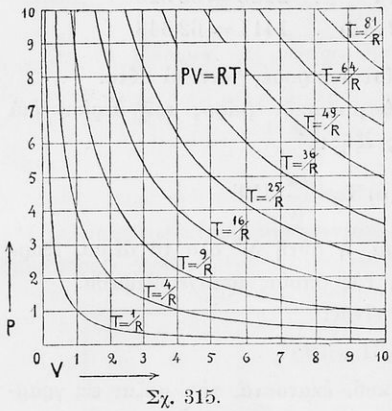
ἐκφράζει τὸν νόμον τῶν Avogadro καὶ Ampère, ὅτι δηλ. ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν εἰς ἴσους ὄγκους ἴσος ἀριθμὸς μορίων τῶν διαφόρων ἀερίων περιέχεται, διότι τὸ κλάσμα $\frac{m}{\mu}$, εἰς τὸ ὁποῖον m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου καὶ μ τὸ μοριακὸν βάρος, εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸν ἀριθμὸν τῶν μορίων τῶν ἀντιστοιχούντων εἰς μᾶζαν m.

§ 395. ***Γραφικὴ παράστασις τῶν νόμων τῶν ἀερίων.*** Ὁ συνηθέστατος τρόπος τῆς γραφικῆς παραστάσεως τῶν νόμων τῶν ἀερίων εἶναι ὁ διὰ τῆς κατασκευῆς τῶν *ἰσοθέρμων*, τῶν γραμμῶν δηλ. αἱ ὁποῖαι παριστοῦν διὰ δοθεῖσαν *σταθερὰν* θερμοκρασίαν τὴν σχέσιν τῆς πιέσεως πρὸς τὸν ὄγκον. Εἰς ἑκάστην ἰσόθερμον σημειώνεται ἡ ἀντίστοιχος θερμοκρασία. Ἂν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου (πρβλ. § 8) λάβωμεν τὸν μὲν ἄξονα τῶν πιέσεων κατακόρυφον, τὸν δὲ τῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὄγκων ὁριζόντιον, θὰ ἔχωμεν ὡς γραφικὴν παράστασιν τοῦ νόμου $pv = RT$ τὸ διάγραμμα 315 εἰς τὸ ὁποῖον παρίστανται αἱ ἰσόθερμοι διὰ τὰς θερμοκρασίας $\frac{1}{R}, \frac{4}{R}, \frac{9}{R}, \frac{16}{R}$, διὰ τὰς ὁποίας τὸ δεύτερον μέρος τῆς ἐξισώσεως γίνεται 1, 4, 9, 16....

§ 396. ***Νόμος Dalton.*** Πρὸς συμπλήρωσιν τῆς ἐκθέσεως τῶν ἰδιοτήτων τῶν ἀερίων ἀναφέρομεν ἀκόμη τὸν νόμον τοῦ Dalton,



Σχ. 315.

ὁ ὁποῖος ἀναφέρεται εἰς τὴν πίεσιν μίγματος ἀερίων. Ἐὰν δύο ἢ περισσότερα ἀέρια μὴ ἐπιδρῶντα χημικῶς ἐπ' ἀλλήλων εὑρίσκωνται ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χώρου, ἡ *ὁλικὴ πίεσις* ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν *μερικῶν πιέσεων*, τῶν πιέσεων δηλ. τὰς ὁποίας εὑρίσκομεν δι' ἕκαστον τῶν ἀερίων, ὑπολογίζοντες αὐτὰς ὡς ἂν τὸ ἀέριον *μόνον του* κατελάμβανεν ὁλόκληρον τὸν χῶρον.

Οὕτω ἂν ἔχωμεν τὰ ἀέρια 1, 2, 3... καταλαμβάνοντα ὑπὸ τὰς πιέσεις p_1, p_2, p_3... καὶ τὰς ἀπολύτους θερμοκρασίας T_1, T_2, T_3... ἀντιστοίχως τοὺς ὄγκους v_1, v_2, v_3... καὶ συνενώσωμεν αὐτὰ ὅλα ὑπὸ θερμοκρασίαν T εἰς τὸν ὄγκον V, αἱ μερικαὶ πιέσεις θὰ εἶναι:

$$P_1 = p_1 \cdot \frac{v_1}{V} \cdot \frac{T}{T_1},\quad P_2 = p_2 \cdot \frac{v_2}{V} \cdot \frac{T}{T_2},\quad P_3 = p_3 \cdot \frac{v_3}{V} \cdot \frac{T}{T_3} \ldots .$$

καὶ ἡ ὁλικὴ πίεσις:

$$(10)\qquad P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots = \frac{T}{V}\left\{\frac{P_1\, v_1}{T_1} + \frac{p_2\, v_2}{T_2} + \frac{p_3\, v_3}{T_3} \ldots .\right\}$$

Ἂν αἱ ἀρχικαὶ θερμοκρασίαι T_1, T_2, T_3... εἶναι ἴσαι πρὸς ἀλλήλας καὶ πρὸς τὴν τελικὴν T, ὁ τύπος (10) γίνεται:

$$(11)\qquad P = \frac{p_1\, v_1 + p_2\, v_2 + p_3\, v_3 + \ldots}{V}$$

ΣΗΜ. Οἱ τύποι (10), (11) γράφονται συμμετρικώτερον ὡς ἑξῆς·

$$(10\alpha)\qquad \frac{PV}{T} = \sum\nolimits_{\lambda} \frac{p_\lambda\, v_\lambda}{T_\lambda}$$

$$(11\alpha)\qquad PV = \Sigma\, p\, v$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 397. *Ἰδανικὰ καὶ φυσικὰ ἀέρια.* Οἱ νόμοι τῶν Mariotte-Boyle καὶ Gay-Lussac εἶναι, καθὼς καὶ ἀνωτέρω εἴπομεν, μόνον κατὰ προσέγγισιν ἀκριβεῖς καὶ ἐπὶ τοσοῦτον ἀκριβέστεροι, ὅσον τὸ ἀέριον εἶναι ἀραιότερον, ὅσον δηλαδὴ ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα ὑπὸ δοθεῖσαν θερμοκρασίαν. Ὑπὸ μεγάλας πιέσεις παρατηροῦνται ἀποκλίσεις ἀπὸ τοῦ ἁπλοῦ νόμου ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μεγαλήτεραι.

Τὰ ἀέρια τὰ ἀκολουθοῦντα ἀκριβῶς τοὺς νόμους τούτους ὀνομάζονται *τέλεια* ἢ *ἰδεώδη*. Πράγματι ὅμως δὲν ὑπάρχει κανὲν τοιοῦτον ἀέριον, τὰ δὲ *πραγματικὰ* ἢ *φυσικὰ* ἀέρια ἔχουν ἰδιότητας, αἱ ὁποῖαι τόσον περισσότερον πλησιάζουν πρὸς τὰς τῶν τελείων ὅσον ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα.

Σημειωτέον ὅτι ἡ πρότασις αὕτη οὕτω διατυπουμένη, ἀποτελεῖ φαῦλον κύκλον, διότι, ἐφ' ὅσον χρησιμοποιοῦμεν τὰς ἰδιότητας τῶν ἀερίων πρὸς *ὁρισμὸν* τῆς θερμοκρασίας κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (3) τῆς § 389, θὰ ὑπάρχῃ ἓν τοὐλάχιστον τέλειον ἀέριον, ἐκεῖνο ἀκριβῶς τὸ ὁποῖον μετεχειρίσθημεν εἰς τὸ ἀερικὸν θερμόμετρον διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς θερμομετρικῆς κλίμακος. Ὑπάρχει ὅμως, καθὼς κατωτέρω θὰ ἴδωμεν (§ 437) τρόπος καθορισμοῦ τῆς θερμοκρασίας ἀνεξάρτητος ἐντελῶς τῶν ἰδιοτήτων ὡρισμένων ὑλικῶν σωμάτων. Εἰς τὴν οὕτω ὁριζομένην θερμοκρασίαν ἀνάγομεν τὰς ἰδιότητας τῶν ἀερίων καὶ παρατηροῦμεν πράγματι ὅτι ὁ νόμος Mariotte-Boyle-Gay-Lussac ἰσχύει μὲ τόσον μεγαλητέραν ἀκρίβειαν, ὅσον τὰ ἀέρια εἶναι ἀραιότερα.

Αἱ ἐνδείξεις τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου τοῦ περιέχοντος N, H ἢ He δὲν ἀφίστανται πολὺ τῆς πραγματικῆς θερμοκρασίας, ἐφ' ὅσον δὲν πρόκειται περὶ πολὺ ταπεινῶν θερμοκρασιῶν.

§ 398. *Νόμοι τῶν πραγματικῶν ἀερίων — Ἐξίσωσις τοῦ Van der Waals.* Πολλαὶ ἀπόπειραι ἔγιναν πρὸς εὕρεσιν τῶν νόμων τῶν πραγματικῶν ἀερίων. Διετυπώθησαν οὕτω διάφοροι ἐξισώσεις, ἄλλαι μὲν καθαρῶς ἐμπειρικαί, ἄλλαι δὲ ἐκ θεωρητικῶν σκέψεων. Ἐκ τῶν τελευταίων τούτων ἀξία ἰδιαιτέρας μνείας εἶναι ἡ περίφημος ἐξίσωσις τοῦ Van der Waals

$$\left(p + \frac{\alpha}{v^2}\right)(v-\beta) = RT \qquad (12)$$

ὅπου α καὶ β εἶναι σταθεραὶ χαρακτηριστικαὶ ἑκάστου ἀερίου καὶ R ἡ παγκοσμία σταθερὰ τῶν τελείων ἀερίων.

Ὁ νόμος οὗτος, μὲ τὸν ὁποῖον βραδύτερον θὰ ἀσχοληθῶμεν λεπτομερέστερον, περιέχει ὡς ὁρικὴν περίπτωσιν τὸν νόμον τῶν τελείων ἀερίων. Διότι ἂν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ ἀέριον εἶναι πολὺ ἀραιόν, ἂν δηλ. ὁ ὄγκος v λάβῃ πολὺ μεγάλην τιμήν, ἠμποροῦμεν νὰ παραλείψωμεν τὸ $\frac{a}{v^2}$ ἀπέναντι τοῦ p καὶ τὸ β ἀπέναντι τοῦ v καὶ οὕτω ἡ ἐξίσωσις (12) γίνεται

$$p\,v = R\,T$$

ΠΟΣΟΤΙΚΑΙ ΣΧΕΣΕΙΣ ΤΩΝ ΝΟΜΩΝ ΤΗΣ ΩΣΜΩΤΙΚΗΣ ΠΙΕΣΕΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΝΟΜΟΥΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

§ 399. ***Θεωρία τοῦ Van t' Hoff.*** Εἰς τὴν § 300 ὑπεδείξαμεν ὅτι ἡ συμφωνία τῶν νόμων τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως καὶ τῶν νόμων τῶν ἀερίων δὲν εἶναι μόνον ποιοτικὴ ἀλλὰ καὶ ποσοτική. Τὸ διαλελυμένον σῶμα δηλ. ἐξασκεῖ ὡσμωτικὴν πίεσιν τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ ἀποδίδεται ἀκριβῶς ἀπὸ τὸν τύπον (9) τῆς σελ. 419.

$$p\,v = \frac{m}{\mu} R\,T \qquad (13)$$

εἰς τὸν ὁποῖον τώρα p εἶναι ἡ ὡσμωτικὴ πίεσις, v ὁ ὄγκος τοῦ διαλύματος, m ἡ μᾶζα τοῦ διαλελυμένου σώματος, μ τὸ μοριακὸν αὐτοῦ βάρος, T ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία καὶ R εἰς τὴν § 394 ὁρισθεῖσα παγκοσμία σταθερὰ (Van t' Hoff, 1885).

Οὕτω ἂν ὑπολογίσωμεν ἐπὶ τῇ βάσει τοῦ τύπου τούτου τὴν ὡσμωτικὴν πίεσιν τῶν διαλυμάτων σακχάρου τοῦ πίνακος τῆς σελ. 310 διὰ θερμοκρασίαν 15°, λαμβάνοντες ὡς μονάδα τοῦ ὄγκου τὸ κυβ. ἑκατοστόν, τῆς μάζης τὸ γραμμάριον, καὶ τῆς πιέσεως τὴν πίεσιν 1 mm Hg, πρέπει νὰ θέσωμεν

$$T = 288, \quad \mu = C_{12}H_{22}O_{11} = 342, \quad R = 62\,300$$

καὶ ἀντὶ τοῦ $\frac{m}{v}$ τὰς τιμὰς τῆς στήλης Π_2.

Ἐκτελοῦντες τοὺς ὑπολογισμοὺς εὑρίσκομεν τὰς εἰς τὴν στήλην (P ὑπολογ.) ἀναγραφομένας τιμάς, αἱ ὁποῖαι εἶναι, ἐντὸς τῶν ὁρίων τῶν σφαλμάτων παρατηρήσεως, ἴσαι πρὸς τὰς πειραματικῶς εὑρεθείσας.

Τἀνάπαλιν δέ, γνωρίζοντες τὴν περιεκτικότητα διαλύματός τινος, τὴν ὡσμωτικὴν πίεσιν καὶ τὴν θερμοκρασίαν, εὑρίσκομεν ἀπὸ τὸν τύπον (13) τὸ μοριακὸν βάρος τῆς διαλελυμένης οὐσίας.

Ἂν πολλαὶ οὐσίαι εὑρίσκωνται συγχρόνως ἐν διαλύσει ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ διαλυτικοῦ μέσου, ὁ τύπος (13) παρέχει τὴν μερικὴν ὡσμωτι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κὴν πίεσιν ἑκάστης ἐξ αὐτῶν, ἡ δὲ ὁλικὴ ὡσμωτικὴ πίεσις ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μερικῶν πιέσεων (νόμος Dalton).

Διαλύματα ἔχοντα τὴν αὐτὴν ὡσμωτικὴν πίεσιν ὀνομάζονται *ἰσοτονικά*. Ἐκ τῶν μέχρι τοῦδε ἐκτεθέντων εὐνόητον εἶναι ὅτι, ὅταν δύο διαλύματα, τῶν ὁποίων τὸ διαλυτικὸν ὑγρὸν εἶναι τὸ αὐτό, χωρίζονται δι' ἡμιπερατῆς μεμβράνης, ἐφ' ὅσον δὲν περιπλέκει τὸ φαινόμενον ὑδροστατικὴ πίεσις τεχνητῶς ἔξωθεν ἐπιφερομένη, τὸ διαλυτικὸν ὑγρὸν θὰ διέλθῃ διὰ τοῦ χωρίσματος ἐκ τοῦ διαλύματος τοῦ ἔχοντος τὴν μικροτέραν ὡσμωτικὴν πίεσιν πρὸς τὸ ἔχον μεγαλητέραν, ἰσορροπία δὲ θὰ ἐπέλθῃ ὅταν τὰ διαλύματα γίνουν ἰσοτονικὰ (Pfeffer).

§ 400 Ἡ ἐκ τοῦ τύπου (13) ὑπολογιζομένη τιμὴ τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως εἶναι μικροτέρα τῆς πειραματικῶς εὑρισκομένης ὅταν τὸ διαλελυμένον σῶμα εἶναι ὀξύ, βάσις ἢ ἅλας.

Ὁ Van t' Hoff διὰ νὰ φέρῃ εἰς συμφωνίαν τὸν θεωρητικὸν τύπον πρὸς τὰς παρατηρήσεις ἔθεσεν εἰς τὸ δεύτερον αὐτοῦ μέλος ἕνα συντελεστὴν i, ὁ ὁποῖος εἰς μὲν τὰ ὀξέα, τὰς βάσεις καὶ τὰ ἅλατα εἶναι μεγαλήτερος τῆς μονάδος καὶ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ διαλελυμένου σώματος καὶ τοῦ διαλυτικοῦ μέσου ὡς καὶ τῆς περιεκτικότητος τοῦ διαλύματος, εἰς ὅλα δὲ τὰ λοιπὰ σώματα εἶναι ἴσος μὲ τὴν μονάδα. Οὕτω ὁ τύπος (13) γίνεται:

$$p\,v = i\,\frac{m}{\mu}\,R\,T \qquad (14)$$

§ 401. ***Θεωρία τοῦ Arrhenius.*** Τὴν ἐξήγησιν τῆς εἰς τὰ διαλύματα τῶν ὀξέων, βάσεων καὶ ἁλάτων παρατηρουμένης ἀνωμαλίας ἔδωκεν ἡ θεωρία τοῦ Arrhenius.

Τὰ ὀξέα, αἱ βάσεις, καὶ τὰ ἅλατα εἶναι ἀκριβῶς τὰ σώματα ἐκεῖνα, τῶν ὁποίων τὰ διαλύματα ἄγουν τὸ ἠλεκτρικὸν ρεῦμα, ἡ δὲ δίοδος τοῦ ρεύματος συνοδεύεται εἰς αὐτὰ ἀπὸ χημικὴν διάσπασιν τοῦ μορίου καὶ ἄλλας δευτερογενεῖς ἀντιδράσεις. Διὰ τοῦτο τὰ ὀξέα, αἱ βάσεις καὶ τὰ ἅλατα καλοῦνται γενικῶς *ἠλεκτρολύται*.

Ὁ Arrhenius διετύπωσε τὴν ὑπόθεσιν, ἡ ὁποία ἀπέκτησεν ἤδη τὸ κῦρος θεωρίας, ὅτι τὰ μόρια τῶν διαλελυμένων ἠλεκτρολυτῶν ἐν μέρει εἶναι διεσπασμένα εἰς τὰ λεγόμενα *ἰόντα*, χημικῶς ἀκορέστους ὁμάδας ἢ καὶ ἄτομα, τὰ ὁποῖα εἶναι φορτισμένα μὲ ποσότητας θε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τικοῦ ἢ ἀρνητικοῦ ἠλεκτρισμοῦ ἀναλόγους πρὸς τὰς ἀκορέστους μονάδας συγγενείας. Τὰ ἰόντα ὀνομάζονται *κατιόντα* ἢ *ἀνιόντα* καθ' ὅσον φέρουν θετικὸν ἢ ἀρνητικὸν ἠλεκτρισμόν, παρίστανται δὲ συμβολικῶς διὰ τοῦ χημικοῦ τύπου, εἰς τὸν ὁποῖον τίθενται πρὸς τὰ δεξιὰ καὶ ἄνω τὰ σημεῖα + ἢ ' διὰ τὰ κατιόντα καὶ — ἢ ' διὰ τὰ ἀνιόντα, τόσα ὅσαι εἶναι αἱ ἀκόρεστοι μονάδες συγγενείας.

Οὕτω τὸ HCl χωρίζεται εἰς τὸ κατιὸν H^+ καὶ τὸ ἀνιὸν Cl^-, τὸ H_2SO_4 χωρίζεται εἰς τὰ κατιόντα H^+, H^+ καὶ τὸ ἀνιὸν $SO_4^=$ κλπ.

Ἡ ἠλεκτρολυτικὴ διάσπασις, ἀνεξάρτητος τῆς διόδου ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ διαλυτικοῦ μέσου (μεγίστη εἰς τὸ ὕδωρ) καὶ αὐξάνεται ἐφ' ὅσον ἡ περιεκτικότης εἶναι μικροτέρα.

Εἰς τὰ διαλύματα λοιπὸν τῶν ἠλεκτρολυτῶν ἔχομεν μόρια ἀδιάσπαστα καὶ ἰόντα οὕτως ὥστε ὁ ἀριθμὸς τῶν διακρίτων ὁμάδων εἶναι μεγαλήτερος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μορίων. Ἂν π. χ. ὑποθέσωμεν ὅτι ὁ ἠλεκτρολύτης εἶναι H_2SO_4 καὶ 20 % τῶν μορίων ἔχουν διασπασθῇ εἰς 3 ἰόντα ἕκαστον (H^+, H^+, $SO_4^=$) θὰ ἔχωμεν ἐντὸς τοῦ διαλύματος: 80 μόρια καὶ 20×3=60 ἰόντα ἤτοι ἐν ὅλῳ 140 διακρίτους ὁμάδας ἀτόμων ἢ ἄτομα. Ἐπειδὴ δὲ ἡ πίεσις ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν μόνον τῶν μορίων, δηλ. τῶν διακρίτων ἀτόμων ἢ ὁμάδων ἀτόμων, καὶ ὄχι ἀπὸ τὴν φύσιν αὐτῶν (Νόμοι Avogadro, Dalton) ἕπεται ὅτι εἰς τὸ θεωρούμενον διάλυμα ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις θὰ ἔχῃ πρὸς τὴν θεωρητικῶς ὑπολογιζομένην λόγον ἴσον πρὸς 140 : 100.

Καὶ ἐν γένει ἂν κλάσμα α τῶν μορίων εἶναι χωρισμένον εἰς ἰόντα καὶ ἕκαστον μόριον διασπᾶται εἰς n ἰόντα, ἀπὸ ὁλικὸν ἀριθμὸν N μορίων θὰ ἔχωμεν N (1 — α) ἀδιάσπαστα μόρια καὶ α N n ἰόντα ἤτοι ἐν ὅλῳ

$$N(1-\alpha)+\alpha N n = N[1+\alpha(n-1)]$$

μόρια καὶ ἰόντα. Ἑπομένως ὁ λόγος τῆς πραγματικῆς ὠσμωτικῆς πιέσεως πρὸς τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν θὰ παρουσίαζε τὸ διάλυμα ἄνευ τῆς ἠλεκτρολυτικῆς διασπάσεως, θὰ εἶναι

$$N[1+\alpha(n-1)] : N = 1+\alpha(n-1).$$

Ἀλλ' ὁ λόγος οὗτος ἀκριβῶς παρίσταται ἀπὸ τὸν διορθωτικὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

συντελεστὴν i τοῦ Van t' Hoff καὶ ἑπομένως ἔχομεν τὴν ἰσότητα

(15) $$i = 1 + \alpha(n-1)$$

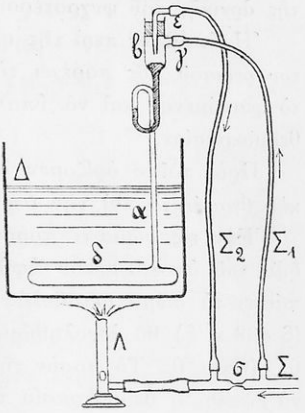
ἡ δὲ πλήρης ἐξίσωσις τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως γίνεται

(16) $$pv = [1 + \alpha(n-1)]\frac{m}{\mu} RT$$

ΘΕΡΜΟΣΤΑΤΑΙ

§ 402. Ἐπὶ τῆς θερμικῆς διαστολῆς τῶν σωμάτων στηρίζεται ἡ κατασκευὴ τῶν *ρυθμιστῶν τῆς θερμοκρασίας*, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦν τὸ κύριον μέρος τῶν *θερμοστατῶν*.

Ὁ θερμοστάτης εἶναι συσκευὴ ἐντὸς τῆς ὁποίας διατηροῦμεν σταθερὰν θερμοκρασίαν. Ἀρκούμεθα ἐνταῦθα εἰς τὴν περιγραφὴν ἑνὸς θερμοστάτου ἐκ τῶν συνηθεστέρων, ὁ ὁποῖος χρησιμεύει πρὸς διατήρησιν σταθερᾶς θερμοκρασίας, *ἀνωτέρας* τῆς τοῦ περιβάλλοντος.



Σχ. 316.

Τὸ δοχεῖον Δ περιέχει ὕδωρ, τὸ ὁποῖον, διαρκῶς ἀναδευόμενον διὰ καταλλήλου διατάξεως, θερμαίνεται διὰ τοῦ λύχνου Λ. Εἰς τοῦτον προσάγεται τὸ φωταέριον διὰ τοῦ σωλῆνος Σ ὁ ὁποῖος διακλαδίζεται, οὕτως ὥστε τὸ φωταέριον ἠμπορεῖ νὰ φθάσῃ εἰς τὸν λύχνον εἴτε ἀπ' εὐθείας διὰ τοῦ στενωτάτου σωληναρίου σ, εἴτε διὰ τῶν σωλήνων Σ_1 Σ_2, μεταξὺ τῶν ὁποίων παρεντίθεται ὁ ρυθμιστής. Οὗτος ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον λεπτότοιχον δοχεῖον δ ποικίλου σχήματος ἐκ τοῦ ὁποίου κατακόρυφος σωλὴν α, καμπτόμενος ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, καταλήγει εἰς τὴν διεύρυνσιν β. Αὕτη φέρει πλευρικῶς προσκολλημένον τὸν σωλῆνα γ, εἰς δὲ τὸ ἄνω μέρος προσαρμόζεται διὰ διατρήτου πώματος ἀεροστεγῶς ὁ σωλὴν ε, τὸν ὁποῖον ἠμποροῦμεν νὰ ἀνυψώσωμεν ἢ καταβιβάσωμεν κατὰ βούλησιν. Τὸ δοχεῖον δ καὶ ὁ σωλὴν πληροῦται μέχρι τινὸς διὰ καταλλήλου ὑγροῦ (π. χ. τολουόλης) καὶ ἐκεῖθεν μέχρι τῆς διευρύνσεως δι' ὑδραργύρου. Εἰς τοὺς σωλῆνας γ, ε προσαρμόζονται οἱ σωλῆνες Σ_1, Σ_2.

Ἡ λειτουργία τοῦ ρυθμιστοῦ εἶναι εὐνόητος. Ὅταν ἀνάψωμεν τὸν λύχνον θερμαίνεται τὸ ἐντὸς τοῦ ρυθμιστοῦ ὑγρόν. Θερμαινόμενον ὅμως τοῦτο διαστέλλεται, καὶ ὅταν ἡ διαστολὴ γίνῃ ἀρκετὴ ὁ ὑδράργυρος κλείει τὸ κάτω ἄκρον τοῦ σωλῆνος ε καὶ ἐμποδίζει τὴν δίοδον τοῦ φωταερίου. Οὕτω τὸ φωταέριον φθάνει εἰς τὸν λύχνον μόνον διὰ τοῦ σωληναρίου σ εἰς ποσότητα μόλις ἀρκετὴν πρὸς διατήρησιν μικρᾶς φλογός. Τὸ ὕδωρ τοῦ δοχείου Δ, ἐπειδὴ παύει ἡ προσαγωγὴ θερμότητος, ψύχεται ὡς εὑρισκόμενον εἰς ψυχρότερον περιβάλλον, καὶ τὸ ὑγρὸν τοῦ ρυθμιστοῦ συστέλλεται. Ἀλλ' ἐκ τῆς συστολῆς ἐλευθερώνεται τὸ ἄκρον τοῦ σωλῆνος ε, τὸ φωταέριον προσάγεται πάλιν ἀθρόον εἰς τὸν λύχνον, ἡ φλὸξ γίνεται μεγαλητέρα, καὶ οὕτω ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται περίπου σταθερὰ κυμαινομένη περὶ μέσην τινὰ τιμήν, τὴν ὁποίαν ὁρίζομεν κατὰ βούλησιν ἀναβιβάζοντες ἢ καταβιβάζοντες τὸν σωλῆνα ε.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

403. ***Εἰδικὴ θερμότης—Θερμοχωρητικότης.*** Καθὼς καὶ εἰς τὴν § 372 εἴδομεν, ἂν θέσωμεν εἰς θερμικὴν πρὸς ἄλληλα συγκοινωνίαν δύο σώματα, Α καὶ Β, διαφόρου θερμοκρασίας ἐπέρχεται ἐξίσωσις τῶν θερμοκρασιῶν. Τὸ θερμότερον ψύχεται παραχωροῦν *θερμότητα* εἰς τὸ ψυχρότερον, τὸ ψυχρότερον θερμαίνεται λαμβάνον *θερμότητα* παρὰ τοῦ θερμοτέρου καὶ ἡ τελικὴ θερμοκρασία, κοινὴ διὰ τὰ δύο σώματα, εἶναι μικρότερα τῆς ἀρχικῆς τοῦ θερμοτέρου καὶ μεγαλητέρα τῆς ἀρχικῆς τοῦ ψυχροτέρου σώματος.

Ἡ ὑπόθεσις περὶ τῆς φύσεως τῆς θερμότητος ὡς *ἀβαροῦς ἀφθάρτου ρευστοῦ* μᾶς παρέχει τὸ μέσον νὰ παρακολουθήσωμεν ποσοτικῶς τὸ φαινόμενον καὶ νὰ ὑπολογίσωμεν ἐκ τῶν προτέρων τὴν τελικὴν θερμοκρασίαν.

Πρὸς τοῦτο ὁρίζομεν δύο χαρακτηριστικὰς ποσότητας, τὴν *εἰδικὴν θερμότητα* καὶ τὴν *θερμοχωρητικότητα* ὡς ἑξῆς:

Ἐὰν εἰς σῶμα τι προσφέρωμεν ποσόν τι θερμότητος, ποσόν τι δηλ. τοῦ ὑποτιθεμένου ἀφθάρτου ἀβαροῦς ρευστοῦ, ἐφ' ὅσον δὲν πάσχει τὸ σῶμα μεταβολὰς καταστάσεως μὲ τὰς ὁποίας βραδύτερον (§ 438 κ. ἑ.) θὰ ἀσχοληθῶμεν, αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία του καὶ ἀπὸ θ_1 γίνεται θ_2. Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος Q τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος κατὰ $\theta_2 - \theta_1$ βαθμοὺς λογικὸν εἶναι νὰ τὸ παραδεχθῶμεν ὡς ἀνάλογον πρὸς τὴν μᾶζαν m τοῦ σώματος, καὶ ἀνάλογον ἐπίσης πρὸς τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας.

Ἔχομεν λοιπὸν τὴν σχέσιν

$$Q = c\ m\ (\theta_2 - \theta_1) \tag{1}$$

ὅπου c εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἐκ τῆς φύσεως τοῦ σώματος καὶ ἐκ τῶν μονάδων τῆς μάζης, τῆς θερμοκρασίας καὶ τῆς θερμότητος καὶ ὀνομάζεται *εἰδικὴ θερμότης* τοῦ σώματος.

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) θέσωμεν

$$m = 1, \quad \theta_2 - \theta_1 = 1 \quad \text{εὑρίσκομεν} \quad Q = c,$$

ἤτοι: *Ἡ εἰδικὴ θερμότης c οὐσίας τινὸς ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ ὑψωθῇ κατὰ ἕνα βαθμὸν ἡ θερμοκρασία τῆς μονάδος τῆς μάζης τῆς οὐσίας.*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ γινόμενον τῆς εἰδικῆς θερμότητος ἐπὶ τὴν μᾶζαν ὀνομάζομεν *θερμοχωρητικότητα* τοῦ σώματος. Μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ὅρου τούτου ἡ ἐξίσωσις (1) ἐκφράζεται ὡς ἑξῆς: *Τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία (ἢ τὸ ὁποῖον ἀποδίδεται ὅταν ταπεινοῦται ἡ θερμοκρασία) σώματός τινος, ἰσοῦται πρὸς τὸ γινόμενον τῆς θερμοχωρητικότητος ἐπὶ τὴν μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας.*

Ἐὰν τὸ σῶμα ἀποτελῆται ἀπὸ διάφορα διακεκριμένα μέρη τῶν ὁποίων αἱ εἰδ. θερμότητες εἶναι c_1, c_2, c_3... καὶ αἱ μᾶζαι m_1, m_2, m_3... φανερὸν εἶναι ὅτι διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία ἀπὸ θ_1 εἰς θ_2 χρειάζεται ποσὸν θερμότητος

$$Q = m_1\ c_1\ (\theta_2 - \theta_1) + m_2\ c_2\ (\theta_2 - \theta_1) + \ldots \tag{2}$$

$$= (m_1\ c_1 + m_2\ c_2 + \ldots)\ (\theta_2 - \theta_1)$$

ἢ

$$Q = K\ (\theta_2 - \theta_1) \tag{3}$$

ὅπου

$$K = m_1\ c_1 + m_2\ c_2 + \ldots \tag{4}$$

Ἡ σχέσις (3) εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν (1) μὲ μόνην τὴν διαφορὰν ὅτι εἰς τὴν θέσιν τῆς θερμοχωρητικότητος m c ἔχομεν τὸ ἄθροισμα τῶν θερμοχωρητικοτήτων τῶν συστατικῶν μερῶν τοῦ σώματος

$$K = m_1\ c_1 + m_2\ c_2 + \ldots$$

Διὰ τοῦτο τὸ ἄθροισμα τοῦτο ὀνομάζομεν θερμοχωρητικότητα τοῦ σώματος.

§ 404. ***Μονάδες θερμότητος.*** Ἡ ἐξίσωσις (1) χρησιμεύει πρὸς ὁρισμὸν τῆς μονάδος τῆς θερμότητος ἂν ὁρισθῇ ἡ οὐσία, τῆς ὁποίας τὴν εἰδικὴν θερμότητα θὰ δεχθῶμεν ὡς ἴσην πρὸς τὴν μονάδα. Διότι ἂν εἰς τὴν ἐξίσωσιν θέσωμεν $c = 1$, $m = 1$, $\theta_2 - \theta_1 = 1$ εὑρίσκομεν

$$Q = 1$$

ἤτοι: *Μονὰς θερμότητος εἶναι τὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ ὑψωθῇ κατὰ ἕνα βαθμὸν ἡ θερμοκρασία τῆς μονάδος τῆς μάζης τῆς προτύπου οὐσίας, τῆς οὐσίας δηλ. τῆς ὁποίας τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὁρίζομεν ὡς ἴσην πρὸς 1.*

Ὡς πρότυπον σῶμα λαμβάνεται τὸ ὕδωρ, καί, ἐφ' ὅσον ὡς κλίμακα θερμομετρικὴν μεταχειριζόμεθα τὴν κλίμακα τοῦ Κελσίου, ἔχομεν τὰς ἑξῆς μονάδας θερμότητος:

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Μονὰς μάζης	*Μονὰς θερμότητος*
Γραμμάριον:	Μικρὰ θερμὶς, cal. (petite calorie, kleine Kalorie)
Χιλιόγραμμον:	Μεγάλη » Cal. (grande » grosse »)
Τόννος:	Μεγίστη ἢ βιομηχανικὴ θερμὶς (Thermie)

ὁριζομένας ὡς ἑξῆς:

Μικρὰ / Μεγάλη / Μεγίστη ἢ βιομηχανικὴ | *θερμὶς εἶναι τὸ ποσὸν θερμότητος τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ ἀνυψωθῇ κατὰ 1 βαθμὸν Κελσίου ἡ θερμοκρασία* | *ἑνὸς γραμμαρίου / ἑνὸς χιλιογράμμου / ἑνὸς τόννου (1000 Kg)* | *ὕδατος.*

Σημειωτέον ὅτι οἱ ὁρισμοὶ οὗτοι προϋποθέτουν τὴν σταθερότητα τῆς εἰδ. θερμότητος τοῦ ὕδατος εἰς ὅλας τὰς θερμοκρασίας, πρᾶγμα τὸ ὁποῖον δὲν εἶναι ἀπολύτως ἀκριβές, διότι ἡ εἰδ. θερμότης τοῦ ὕδατος, ὅπως καὶ ὅλων τῶν σωμάτων, εἶναι διάφορος εἰς διαφόρους θερμοκρασίας. Διὰ τοῦτο ὁ ἀκριβὴς ὁρισμὸς τῆς θερμίδος πρέπει νὰ ὁρίζῃ τὴν ἀρχικὴν καὶ τελικὴν θερμοκρασίαν τοῦ ὕδατος. Οὕτω ἔχομεν τὴν θερμίδα τῶν 15° (αὔξησις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ἀπὸ 14,5° εἰς 15,5°) τὴν θερμίδα τῶν 18° (17,5° ἕως 18,5°) καὶ τέλος τὴν μέσην θερμίδα 0°—100° ἤτοι τὸ ἑκατοστὸν τοῦ ποσοῦ τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς μονάδος τῆς μάζης τοῦ ὕδατος ἀπὸ 0° εἰς 100°.

§ 405. *Ἰσοδύναμον εἰς ὕδωρ.* Τὴν θερμοχωρητικότητα ὡρίσαμεν εἰς τὴν § 403 ὡς τὸ γινόμενον τῆς μάζης ἐπὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα

(5) $$K = mc$$

Ἐπειδὴ ἡ εἰδ. θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι $c=1$, ἡ ἐξίσωσις αὕτη γίνεται διὰ τὸ ὕδωρ $$K = m$$

ἤτοι: Ἡ θερμοχωρητικότης καὶ ἡ μᾶζα *τοῦ ὕδατος* ἐκφράζονται διὰ τοῦ αὐτοῦ ἀριθμοῦ. Ἑπομένως ἡ θερμοχωρητικότης σώματος μάζης m καὶ εἰδικῆς θερμότητος c, ἴση κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (5) πρὸς mc, ἰσοῦται πρὸς τὴν θερμοχωρητικότητα μάζης ὕδατος ἴσης πρὸς mc. Ἢ ἄλλως: Ἀπὸ ἀπόψεως θερμοχωρητικότητος σῶμα μὲ μᾶζαν m καὶ εἰδ. θερμότητα c ἰσοδυναμεῖ πρὸς μᾶζαν mc ὕδατος. Διὰ τοῦτο τὸ γινόμενον mc καλεῖται τὸ *ἰσοδύναμον εἰς ὕδωρ* τοῦ σώματος.

§ 406. ***Θερμιδομετρία — Θεμελιώδεις σχέσεις.*** Τὰ ὄργανα τὰ ὁποῖα χρησιμεύουν εἰς μέτρησιν ποσῶν θερμότητος ὀνομάζονται *Θερμιδόμετρα*. *Θερμιδομετρία* δὲ ὀνομάζεται ἡ μέτρησις ποσῶν θερμότητος.

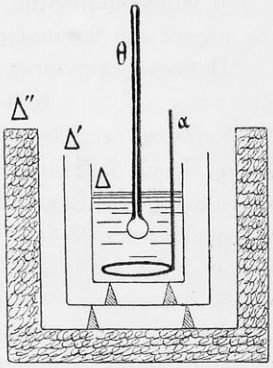
Ἡ ἐξίσωσις (3) μᾶς παρέχει ἕνα τρόπον τῆς μετρήσεως ποσοτήτων θερμότητος. Πράγματι ἂν τὴν μετρητέαν ποσότητα θερμότητος χρησιμοποιήσωμεν πρὸς ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας σώματος γνω-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στῆς θερμοχωρητικότητος $K = m_1c_1 + m_2c_2 + \ldots$, καὶ εἶναι θ_1 ἡ ἀρχικὴ καὶ θ_2 ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ σώματος τούτου, τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, συμφώνως πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (3), εἶναι

$$Q = K\ (\theta_2 - \theta_1)$$

Ἀντὶ νὰ προσδώσωμεν θερμότητα εἰς τὸ σῶμα μὲ τὴν γνωστὴν θερμοχωρητικότητα ἠμποροῦμεν νὰ ἀφαιρέσωμεν ἀπὸ αὐτὸ θερμότητα, καὶ νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ποσὸν αὐτῆς ἐκ τοῦ γινομένου τῆς θερμοχωρητικότητος K ἐπὶ τὴν ταπείνωσιν τῆς θερμοκρασίας. Ἡ ἐξίσωσις (3) εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην, ἐπειδὴ εἶναι $\theta_2 < \theta_1$, μᾶς δίδει ἀρνητικὴν τιμὴν τοῦ Q, τὸ ὁποῖον ἀκριβῶς σημαίνει ὅτι ἡ θερμότης ἀφῃρέθη ἀπὸ τὸ σῶμα.



Σχ. 317.

Τὸ σῶμα μὲ τὴν γνωστὴν θερμοχωρητικότητα ἠμπορεῖ λοιπὸν νὰ χρησιμεύσῃ ὡς θερμιδόμετρον. Τὸ θερμόμετρον τὸ δεικνύον τὴν ἑκάστοτε θερμοκρασίαν τοῦ θερμιδομέτρου ἀποτελεῖ ἀναπόσπαστον αὐτοῦ μέρος καὶ ἡ θερμοχωρητικότης αὐτοῦ συνυπολογίζεται εἰς τὴν θερμοχωρητικότητα τοῦ ὀργάνου.

§ 407. ***Θερμιδόμετρον μὲ ὕδωρ.*** Ἡ συνηθεστάτη μορφὴ τῶν ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἐκτεθείσης ἀρχῆς στηριζομένων θερμιδομέτρων εἶναι ἡ ἑξῆς: Λεπτότοιχον δοχεῖον Δ, συνήθως ἐξ ὀρειχάλκου ἢ ἀργύρου, μὲ στιλπνὰ ἐξωτερικῶς τοιχώματα εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ, ὀρειχαλκίνου συνήθως, δοχείου Δ′ στηριζόμενον ἐπὶ τριῶν κώνων ἐξ ὑλικοῦ κακοῦ ἀγωγοῦ τῆς θερμότητος (φελοῦ, ἐβονίτου, ἐλεφαντόδοντος κ. λ.) τοῦτο δὲ εὑρίσκεται, ὁμοίως στηριζόμενον, ἐντὸς διπλοτοίχου μεταλλίνου δοχείου Δ″ τὸ ὁποῖον μεταξὺ τῶν διπλῶν τοιχωμάτων του περιέχει βάμβακα ἢ καὶ ἁπλῶς ἀέρα. (Ἡ στιλπνότης τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου Δ καὶ ἡ διάταξις τῶν δοχείων ἐντὸς ἀλλήλων χρησιμεύει εἰς τὴν ἀποφυγὴν ἀπωλειῶν θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας ἢ ἀγωγιμότητος. Πρβλ. κατωτέρω). Ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ τίθεται ὕδωρ, τοῦ ὁποίου τὴν θερμοκρασίαν δεικνύει τὸ θερμόμετρον θ, ἀναδευτὴρ δὲ ἐξ ὀρειχάλκου ἢ καλήτερον ἐκ λευκοχρύσου χρησιμεύει εἰς τὴν ἀνάδευσιν τοῦ ὕδατος ὥστε ἡ θερμοκρασία αὐτοῦ νὰ εἶναι παντοῦ ἡ αὐτή.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου εἶναι τὸ ἄθροισμα τῶν θερμοχωρητικοτήτων τῶν ἀποτελούντων αὐτὸ μερῶν, δηλ. τοῦ δοχείου Δ, τοῦ ὕδατος, τοῦ ἀναδευτῆρος καὶ τοῦ ἐντὸς τοῦ ὕδατος μέρους τοῦ θερμομέτρου.

Ἔστω λοιπὸν

m ἡ μᾶζα καὶ c ἡ εἰδ. θερμ. τοῦ δοχείου Δ

m′ » c′ » τοῦ ἀναδευτῆρος

M ἡ μᾶζα τοῦ ὕδατος (εἰδ. θερμ. = 1)

κ ἡ θερμοχωρητικότης (τὸ ἰσοδύναμον εἰς ὕδωρ) τοῦ βυθιζομένου μέρους τοῦ θερμομέτρου (*).

Ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου εἶναι

(6) $$K = mc + m'c' + M + \kappa.$$

Ἐννοεῖται ὅτι ἡ διάταξις ἠμπορεῖ νὰ εἶναι διάφορος προσαρμοζομένη εἰς τὰς ἑκάστοτε συνθήκας τῶν μετρήσεων. Ἂν π.χ. πρόκειται νὰ μετρηθῇ ἡ θερμότης ἡ ἀναπτυσσομένη ἐκ τοῦ σώματος ζώου, τὸ θερμιδόμετρον θὰ ἔχῃ τὴν μορφὴν διπλοτοίχου δοχείου, τὸ ὁποῖον περιέχει ὕδωρ μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων. Τὸ ζῶον θὰ τεθῇ ἐντὸς τοῦ δοχείου ἀφινομένου καταλλήλου ἀνοίγματος διὰ τὴν ἀναπνοήν.

Ἂν εἶναι M ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου καὶ c ἡ εἰδ. θερμότης, M ἡ μᾶζα τοῦ ὕδατος, ἡ θερμοχωρητικότης εἶναι

$$K = mc + M$$

(*) Τὸ ἰσοδύναμον τοῦ θερμομέτρου εἰς ὕδωρ εὑρίσκεται *πειραματικῶς* κατὰ πρώτην προσέγγισιν ὡς ἑξῆς. Ἐντὸς προχείρου θερμιδομέτρου δηλ. μικροῦ ὑαλίνου δοχείου, π. χ. δοκιμαστικοῦ σωλῆνος, θέτομεν μικρὰν ποσότητα ὕδατος καὶ ἔστω ἡ μᾶζα αὐτοῦ m καὶ θ ἡ θερμοκρασία, τὴν ὁποίαν μετροῦμεν δι' ἰδιαιτέρου θερμομέτρου. Τὸ ἐξεταζόμενον θερμόμετρον φέρομεν εἰς θερμοκρασίαν θ_2 κατά τι διάφορον, π. χ. ἀνωτέραν, τῆς θ_1 καὶ βυθίζομεν ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος τόσον, ὅσον θὰ βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος κατὰ τὴν χρησιμοποίησίν του εἰς τὸ θερμιδόμετρον. Ἐννοεῖται ὅτι προηγουμένως ἔχομεν ἀπομακρύνει τὸ βοηθητικὸν θερμόμετρον.

Μετά τινα χρόνον ἐπέρχεται ἐξίσωσις τῶν θερμοκρασιῶν τοῦ θερμομέτρου καὶ τοῦ ὕδατος καὶ ἔστω ἡ νέα θερμοκρασία θ. Ἂν παραβλέψωμεν τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν ἔλαβε τὸ δοχεῖον καὶ ἡ ὁποία εἶναι ἐλαχίστη διότι ἡ θερμοκρασία τοῦ *ὑαλίνου* δοχείου ἀργεῖ νὰ μεταβληθῇ, ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν τῆς ἀνταλλαγῆς τῆς θερμότητος

$$Q = m\,(\theta - \theta_1) = \kappa\,(\theta_2 - \theta)$$

ὅθεν

$$\kappa = m\,\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

(ἡ θερμοχωρητικότης τῶν θερμομέτρων ἠμπορεῖ νὰ παραλειφθῇ ἀπέναντι τῆς θερμοχωρητικότητος τῆς μεγάλης ποσότητος τοῦ ὕδατος) καὶ ἐπομένως, ἂν εἶναι θ_1 ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία καὶ θ_2 ἡ τελική, τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ἀναπτυχθὲν κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς μετρήσεως ὑπὸ τοῦ σώματος τοῦ ζῴου εἶναι (*)

$$Q = (mc + M)(\theta_2 - \theta).$$

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

ΕΙΔΙΚΗ ΘΕΡΜΟΤΗΣ ΣΤΕΡΕΩΝ

§ 408. ***Μέθοδος τῶν μιγμάτων.*** Τὸ εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον περιγραφὲν θερμιδόμετρον (σχ. 317) ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ εἰς τὴν μέτρησιν τῆς εἰδικῆς θερμότητος στερεῶν, διὰ θερμοκρασίας μεταξὺ 0^0 καὶ 100^0 καὶ ἐφ' ὅσον ταῦτα δὲν προσβάλλονται χημικῶς ὑπὸ τοῦ ὕδατος, κατὰ τὴν λεγομένην *μέθοδον τῶν μιγμάτων*. Πρὸς τοῦτο θερμαίνομεν τὸ στερεὸν εἰς γνωστὴν θερμοκρασίαν θ_0 καὶ ρίπτομεν αὐτὸ εἰς τὸ ὕδωρ τοῦ θερμιδομέτρου, τοῦ ὁποίου ἔστω ἡ θερμοκρασία $\theta_1 < \theta_0$. Μετὰ τὴν ἀνάδευσιν ἡ κοινὴ θερμοκρασία τοῦ ἐξεταζομένου σώματος καὶ τοῦ θερμιδομέτρου θὰ εἶναι θ_2, μικροτέρα τῆς θ_0 καὶ μεγαλητέρα τῆς θ_1.

Ἂν εἶναι $K = mc + m'c' + M + \kappa$ (πρβλ. ἐξ. 6 § 407) ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου, τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος τὸ ὁποῖον τοῦτο παρὰ τοῦ ἐξεταζομένου στερεοῦ ἔλαβεν εἶναι:

$$Q = K(\theta_2 - \theta_1).$$

Ἀφ' ἑτέρου ἂν εἶναι μ ἡ μᾶζα τοῦ στερεοῦ καὶ χ ἡ ἄγνωστος αὐτοῦ εἰδ. θερμότης, τὸ ποσὸν θερμότητος, τὸ ὁποῖον τοῦτο ἔχασεν, εἶναι

$$Q' = m\chi(\theta_0 - \theta_2).$$

Ὑποτιθεμένου ὅτι δὲν ὑπάρχουν ἀπώλειαι θερμότητος τὰ δύο ταῦτα ποσὰ Q καὶ Q' εἶναι ἴσα, ὅθεν ἔχομεν:

$$m\chi(\theta_0 - \theta_2) = K(\theta_2 - \theta_1)$$

καὶ

$$\chi = \frac{K}{m} \cdot \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_0 - \theta_2} = \frac{mc + m'c' + M + \kappa}{m} \cdot \frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_0 - \theta_2}.$$

§ 409. ***Γενικὴ ἐξίσωσις τῶν μιγμάτων.*** Ὑποθέσωμεν ὅτι ἔχομεν διάφορα σώματα, μὴ ἐπιδρῶντα χημικῶς ἐπ' ἀλλήλων (**) καὶ ἂς εἶναι m_1, c_1, θ_1, ἡ μᾶζα

(*) Εἰς τὰς ἀκριβεῖς μετρήσεις ἐπιφέρονται διορθώσεις ἕνεκα τῶν ἀπωλειῶν ἐξ ἀκτινοβολίας, ἀγωγιμότητος κ. λ. ἀλλὰ δὲν θὰ ἀσχοληθῶμεν μὲ αὐτάς.

(**) Τὴν διάλυσιν τῶν στερεῶν ἐντὸς ὑγρῶν καθὼς καὶ τὴν μῖξιν τῶν ὑγρῶν θεωροῦμεν ὡς *χημικὰ* φαινόμενα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἰδ. θερμότης καὶ ἡ θερμοκρασία τοῦ πρώτου, m_2, c_2, θ_2 τὰ ἀντίστοιχα ποσὰ τοῦ δευτέρου κ. τ. λ. Ἂν τὰ σώματα ταῦτα θέσωμεν εἰς θερμικὴν πρὸς ἄλληλα συγκοινωνίαν θὰ ἀποκατασταθῇ ἑνιαία θερμοκρασία θ. Τὸ σῶμα 1 προσέλαβε θερμότητα:

$$Q_1 = m_1 c_1 (\theta - \theta_1).$$

Τὸ ποσὸν Q_1 εἶναι θετικὸν ἐφ' ὅσον εἶναι $\theta_1 < \theta$. Ἂν εἶναι $\theta_1 > \theta$ τὸ Q_1 εἶναι ἀρνητικόν, τὸ σῶμα δηλ. ἔχασε θερμότητα. Ἀντιστοίχους σχέσεις ἔχομεν διὰ τὰ ἄλλα σώματα. Ἂν δὲν ὑπάρχουν ἀπώλειαι θερμότητος, εἶναι φανερὸν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν κερδῶν καὶ ἀπωλειῶν εἶναι μηδέν, εἶναι δηλ.

$$Q_1 + Q_2 + \ldots = m_1 c_1 (\theta - {}_1\theta) + m_2 c_2 (\theta - {}_2\theta) + \ldots = 0$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη γράφεται ἁπλούστερον ὡς ἑξῆς:

$$\Sigma m_\nu c_\nu (\theta - \theta_\nu) = 0$$

καὶ εἶναι ἡ θεμελιώδης ἐξίσωσις διὰ τῆς ὁποίας εὑρίσκεται ἡ τελικὴ θερμοκρασία συστήματος ἐκ τῶν ἀρχικῶν δεδομένων τῶν συστατικῶν αὐτοῦ.

§ 410. *Ἄλλαι μέθοδοι.* Ἡ μέθοδος τῶν μιγμάτων δὲν ἐφαρμόζεται ὅταν τὸ ὕδωρ ἐπιδρᾷ χημικῶς ἐπὶ τοῦ ἐξεταζομένου σώματος. Καὶ εἶναι μὲν δυνατὸν νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὸ ὕδωρ τοῦ θερμιδομέτρου δι' ἄλλου ὑγροῦ, ἀλλὰ προτιμῶμεν πολλάκις ἄλλας μεθόδους, ἰδίως ὅταν ἡ ποσότης τῆς ἐξεταζομένης οὐσίας εἶναι μικρά. Τὸ συνηθέστατον τῶν ἐπὶ ἄλλης ἀρχῆς στηριζομένων θερμιδομέτρων εἶναι τὸ τοῦ Bunsen, τὸ ὁποῖον θὰ περιγράψωμεν ὅταν γνωρίσωμεν τὸ φαινόμενον τῆς πήξεως.

§ 411. *Ἀτομικὴ θερμότης τῶν στερεῶν στοιχείων — Νόμος Dulong καὶ Petit.* Τὸ γινόμενον τῆς εἰδικῆς θερμότητος χημικοῦ στοιχείου ἐπὶ τὸ ἀτομικὸν βάρος, ἡ θερμοχωρητικότης δηλ. τοῦ γραμματόμου, ὀνομάζεται *ἀτομικὴ θερμότης*. Οἱ Dulong καὶ Petit παρετήρησαν ὅτι, ἐνῶ τὰ ἀτομικὰ βάρη καθὼς καὶ αἱ εἰδ. θερμότητες τῶν στερεῶν στοιχείων παρουσιάζουν πολὺ μεγάλας διαφοράς, ἡ ἀτομικὴ θερμότης ἔχει τιμὴν ἀξιοσημειώτως σταθεράν.

Οὕτω π. χ. εἶναι:

Σχοινεῖα	Ἀτ. βάρος	Εἰδ. θερμότης	Ἀτομ. θερμότης
Li	7,01	0,9408	6,59
Al	27,1	0,2143	5,80
K	39,03	0,1655	6,46
Fe	55,9	0,1138	6,36
Cu	63,18	0,0952	6,01
Ag	107,66	0,0570	6,14
Cd	111,5	0,0567	6,33
J	126,5	0,0541	6,84
Pt	194,3	0,0324	6,29
Bi	208,38	0,0308	6,42

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τῆς παρατηρήσεως ταύτης ἤχθησαν οἱ Dulong καὶ Petit εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ ἑξῆς νόμου: *Ἡ ἀτομικὴ θερμότης τῶν στερεῶν στοιχείων εἶναι ἐν γένει κατὰ προσέγγισιν ἴση πρὸς 6.*

Ὑπάρχουν ὅμως στοιχεῖα, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν σημαντικὰς ἀποκλίσεις ἀπὸ τὸν νόμον Dulong καὶ Petit. Οὕτω ἡ ἀτομικὴ θερμότης τοῦ ἄνθρακος (ἀδάμαντος) εἰς συνήθη θερμοκρασίαν εἶναι μόνον 1,35.

Ἡ θεωρητικὴ καὶ πειραματικὴ ἔρευνα ἔδειξεν ὅτι ὁ νόμος Dulong καὶ Petit εἶναι νόμος *ἀσυμπτωτικός*, ἡ δὲ ἀκριβὴς διατύπωσις τοῦ νόμου τῶν ἀτομικῶν θερμοτήτων εἶναι ἡ ἑξῆς:

Ἡ ἀτομικὴ θερμότης τῶν στερεῶν στοιχείων δὲν εἶναι σταθερά, ἀλλὰ μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐλαττουμένης τῆς θερμοκρασίας ἐλαττώνεται καὶ ἡ ἀτομικὴ θερμότης τείνουσα πρὸς τὴν τιμὴν *μηδέν*, τὴν ὁποίαν λαμβάνει εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός. Αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας, ἡ ἀτομικὴ θερμότης αὐξάνεται πλησιάζουσα ἀσυμπτωτικῶς πρὸς τὴν αὐτὴν δι' ὅλα τὰ στερεὰ στοιχεῖα τιμήν, ἡ ὁποία εἶναι 5,94, ὅταν ὡς μονάδας λαμβάνωμεν τὸ γραμμάριον, τὴν μικρὰν θερμίδα καὶ τὸν βαθμὸν Κελσίου.

Οὕτω π. χ. ἡ ἀτομικὴ θερμότης τοῦ ἀδάμαντος, ἡ ὁποία εἰς ἀπόλυτον θερμοκρασίαν $T = 284$, εἶναι 1,35, εἰς θερμοκρασίαν $T = 413$, εἶναι 2,64 καὶ εἰς $T = 1169$ (896° Κελσίου) γίνεται 5,24, πλησιάζει δηλ. ἀρκετὰ πρὸς τὴν ὁρικὴν τιμὴν 5,94.

ΕΙΔΙΚΗ ΘΕΡΜΟΤΗΣ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

§ 412. Ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν ὑγρῶν ἠμπορεῖ νὰ εὑρεθῇ διὰ τῆς μεθόδου τῶν μιγμάτων. Πρὸς τοῦτο ἢ τὰ ὑγρὰ τίθενται ἀπ' εὐθείας εἰς τὸ θερμιδόμετρον, ὅταν δὲν προσβάλλουν χημικῶς τὸ ὕδωρ ἢ τὸ δοχεῖον, ἢ καλλίτερον τίθενται ἐντὸς λεπτοτοίχων δοχείων καὶ ταῦτα τίθενται ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Ἐννοεῖται ὅτι κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς εἰδικῆς θερμότητος λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ περιέχοντος τὸ ὑγρὸν δοχείου. Ἀξιοσημείωτος διὰ τὴν ἁπλότητά της εἶναι ἡ μέτρησις διὰ τοῦ θερμιδομέτρου τοῦ Bunsen (πρβλ. § 452). Ὑπάρχουν πλεῖσται ἄλλαι μέθοδοι, ὡς ἡ διὰ τῆς παρατηρήσεως τῆς ταχύτητος, μὲ τὴν ὁποίαν ὡρισμένη μᾶζα τοῦ ὑγροῦ ψύχεται ὑπὸ δοθείσας συνθήκας κ. λ. π., ἀλλ' ἡ ἔκθεσις αὐτῶν παρέλκει.

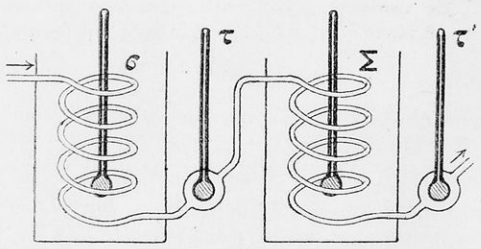
ΕΙΔΙΚΗ ΘΕΡΜΟΤΗΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

§ 413. ***Εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.*** Κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῆς εἰδ. θερμότητος τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν δὲν ἐλάβομεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν οὔτε τὴν ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας μεταβολὴν τοῦ ὄγκου, καὶ τοῦτο διότι ἡ ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ ὄγκου τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν εἶναι πολὺ μικρὰ καὶ ὁ συντελεστὴς τῆς κατ' ὄγκον διαστολῆς ἐν γένει πολὺ μικρός.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὰ ἀέρια ὅμως ἡ ἐπίδρασις τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας εἶναι μεγάλη, καὶ διὰ τοῦτο κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῆς εἰδικῆς θερμότητος πρέπει νὰ ὁρίζωμεν ἀκριβῶς τοὺς ὅρους, ὑπὸ τοὺς ὁποίους γίνεται ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας. Οὕτω ἔχομεν διαφόρους εἰδικὰς θερμότητας τῶν ἀερίων, ἐκ τῶν ὁποίων δύο εἶναι αἱ σπουδαιότεραι. Ἡ *εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν*, c_p, καὶ ἡ *εἰδ. θερμότης ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον*, c_v.

§ 414 *Μέτρησις τοῦ* c_p. Ἡ μέτρησις τῆς εἰδ. θερμότητος ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν γίνεται διὰ συσκευῆς, τῆς ὁποίας τὴν κατ' ἀρχὴν διάταξιν δεικνύει τὸ σχ. 318. Τὸ ἀέριον προερχόμενον ἐξ ἀεροφυλακίου γνωστῆς περιεκτικότητος διαβιβάζεται πρῶτον διὰ θερμαντῆρος ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖται ἀπὸ ὀφιοειδῆ σωλῆνα σ εὑρισκόμενον ἐντὸς λουτροῦ σταθερᾶς θερμοκρασίας. Τὸ οὕτω θερμανθὲν ἀέριον διαβιβάζεται ἀκολούθως διὰ τοῦ ὀφιοειδοῦς σωλῆνος Σ εὑρισκομένου ἐντὸς θερμιδομέτρου. Τὰ θερμόμετρα τ καὶ τ΄ δεικνύουν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν εἴσοδον εἰς τὸ θερμιδόμετρον καὶ τὴν ἔξοδον ἐξ αὐτοῦ. Ἂν ὁ σωλὴν Σ εἶναι ἀρκετὰ μακρός, τὸ ἐξερχόμενον ἀέριον ἔχει τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου, ἡ ὁποία ἐλάχιστα κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ πειράματος μεταβάλλεται.



Σχ. 318.

Ἔστω K ἡ θερμοχωρητικότης τυῦ θερμιδομέτρου, θ_1 ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία καὶ θ_2 ἡ τελική, ὀλίγον διαφέρουσα τῆς θ_1. Ἔστω προσέτι m ἡ μᾶζα τοῦ διαβιβασθέντος ἀερίου, τὴν ὁποίαν εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ ὄγκου, τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας, θ_3 ἡ θερμοκρασία κατὰ τὴν εἴσοδον εἰς τὸ θερμιδόμετρον, θ_4 ἡ *μέση* θερμοκρασία κατὰ τὴν ἔξοδον καὶ c_p ἡ εἰδ. θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Ἡ ἐξίσωσις τοῦ πειράματος εἶναι κατὰ πρώτην προσέγγισιν

$$K\,(\theta_2 - \theta_1) = m\,c_p\,(\theta_3 - \theta_4).$$

ὅθεν

$$c_p = \frac{K}{m}\cdot\frac{\theta_2 - \theta_1}{\theta_3 - \theta_4}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 415. ***Μέτρησις τοῦ*** c_v. Ἡ ἀπ' εὐθείας μέτρησις τῆς εἰδ. θερμότητος ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον παρουσιάζει μεγάλας δυσκολίας. Διότι διὰ νὰ διατηρήσῃ τὸ ἀέριον ἀμετάβλητον ὄγκον πρέπει νὰ ἐγκλεισθῇ εἰς στερεὸν δοχεῖον καὶ νὰ μετρηθῇ διὰ τῆς μεθόδου τῶν μιγμάτων ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ δοχείου καὶ τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ ἀερίου. Ἂν εἶναι κ ἡ μετρηθεῖσα θερμοχωρητικότης, M ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου καὶ c ἡ εἰδ. θερμότης τοῦ ὑλικοῦ αὐτοῦ, m ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου καὶ c_v ἡ εἰδ. θερμότης ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, θὰ ἔχωμεν

$$\kappa = M\,c + m\,c_v$$

ὅθεν

$$c_v = \frac{\kappa - M\,c}{m}$$

Ἀλλ' ἕνεκα τῆς μικρᾶς πυκνότητος τῶν ἀερίων ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ ἐγκλείστου ἀερίου εἶναι πολὺ μικρὰ ἐν συγκρίσει πρὸς τὴν θερμοχωρητικότητα τοῦ περιέχοντος αὐτὸ δοχείου, καὶ ἡ ἐπίδρασις τῶν σφαλμάτων τῆς παρατηρήσεως ἐπὶ τῶν ἐξαγομένων τῆς μετρήσεως εἶναι πολὺ μεγάλη. Ἔγιναν ἐν τούτοις τοιαῦται μετρήσεις μὲ ἀέρια ὑπὸ μεγάλην πίεσιν, οὕτως ὥστε ἐντὸς τοῦ δοχείου νὰ ὑπάρχῃ ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλητέρα ποσότης ἀερίου. Κυρίως ὅμως ἡ μέτρησις τοῦ c_v γίνεται ἐμμέσως, διὰ τῆς μετρήσεως τοῦ c_p καὶ τοῦ λόγου $\gamma = c_p / c_v$. Μερικὰς ἐκ τῶν μεθόδων μετρήσεως τοῦ λόγου γ θὰ γνωρίσωμεν κατωτέρω (§ 420, 425, 426).

Ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εὑρίσκεται *πάντοτε* μεγαλητέρα τῆς ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ὄχι μόνον δὲ τοῦτο, ἀλλὰ καὶ μεταξὺ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων παρατηροῦνται ἀξιοσημείωτοι συστηματικαὶ σχέσεις.

Διὰ τὸ Ἥλιον π. χ. καὶ τὰ εὐγενῆ ἐν γένει ἀέρια, καθὼς καὶ διὰ τοὺς ἀτμοὺς τοῦ Hg, ἡ τιμὴ τοῦ γ εἶναι περίπου 1,67. Διὰ τὰ ἀέρια H, O, N εἶναι τὸ γ ἴσον περίπου πρὸς 1,4, διὰ δὲ τὸ CO_2, τοὺς ἀτμοὺς τοῦ H_2O εἶναι 1,3. Οἱ ἀριθμοὶ οὗτοι δὲν εἶναι τυχαῖοι. Θεωρητικαὶ σκέψεις φέρουν εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι τὰς τρεῖς ταύτας περίπου τιμὰς πρέπει νὰ ἔχῃ ὁ λόγος p_v / p_e δι' ἀέρια, τῶν ὁποίων τὸ μόριον ἀποτελεῖται ἀπὸ 1, 2 ἢ 3 ἄτομα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

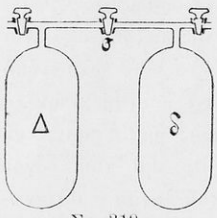
ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ — ΘΕΡΜΟΤΗΣ ΚΑΙ ΕΡΓΟΝ
ΤΟ ΠΡΩΤΟΝ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΝ ΑΞΙΩΜΑ

§ 416. ***Σχέσεις τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων.*** Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα δεικνύει, καθὼς καὶ προηγουμένως ἐξεθέσαμεν, ὅτι ἡ εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἶναι *πάντοτε* μεγαλητέρα τῆς εἰδικῆς θερμότητος ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, εἶναι δηλ.

$$c_p > c_v .$$

Ἡ παρατήρησις αὕτη μᾶς δίδει ἀφορμὴν νὰ σκεφθῶμεν περὶ τοῦ αἰτίου τῆς ἀνισότητος ταύτης. Ὅταν τὸ ἀέριον θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, ἡ προσφερομένη θερμότης χρησιμοποιεῖται *μόνον* πρὸς ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ. Ὅταν ὅμως θερμαίνεται *ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν*, τὸ ἀέριον διαστέλλεται, ὁ ὄγκος του δηλ. αὐξάνεται *ὑπερνικωμένης τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως* καὶ ἑπομένως *παράγεται ἔργον*. Πρὸς παραγωγὴν τοῦ ἔργου τούτου δαπανᾶται τὸ ἐπὶ πλέον ποσὸν τῆς θερμότητος.

§ 417. ***Τὸ πείραμα τοῦ Joule.*** Τὴν ὀρθότητα τῆς εἰς τὴν προηγουμένην § ἐκτεθείσης ἐξηγήσεως τῆς διαφορᾶς τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων δεικνύει τὸ ἑξῆς πείραμα τοῦ Joule.



Σχ. 319.

Λαμβάνομεν (σχ. 319) δύο δοχεῖα Δ, δ συγκοινωνοῦντα πρὸς ἄλληλα διὰ σωλῆνος κλειομένου ὑπὸ τῆς στρόφιγγος σ, καὶ εἰς μὲν τὸ Δ εἰσάγομεν ἀέριον, ἐκ δὲ τοῦ δ ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα, ὥστε νὰ ἔχωμεν κενόν. (*)

Εἰσάγομεν ὁλόκληρον τὴν συσκευὴν εἰς θερμιδόμετρον καὶ ἀφοῦ ἀποκατασταθῇ ἡ θερμικὴ ἰσορροπία ἀνοίγομεν τὴν στρόφιγγα σ, ὥστε τὸ ἀέριον ἐκ τοῦ δοχείου Δ νὰ εἰσέλθῃ καὶ εἰς τὸ δ. Μολονότι τὸ ἀέριον διατείνεται καὶ καταλαμβάνει τώρα μεγαλήτερον ὄγκον, αἰσθητὴ αὔξησις θερμοκρασίας δὲν παρατηρεῖται, καὶ τοῦτο ἀκριβῶς θὰ ἠδυνάμεθα νὰ περιμένωμεν, ἀφοῦ εἰς τὸ δοχεῖον δ ἡ ἀρχικὴ πίεσις εἶναι μηδαμινή, οὕτως ὥστε κατὰ τὴν διαστολὴν τὸ ἀέριον δὲν παράγει ἔργον.

Προσεκτικώτερα ἐξέτασις μᾶς δεικνύει ὅτι, ἂν ἡ ὅλη εἰς τὴν συσκευὴν Δδ ἀναπτυσσομένη θερμότης εἶναι μηδέν, πράγματι ἔχομεν

(*) Ἡ τεχνικὴ αὕτη ἔκφρασις σημαίνει χῶρον, ὅπου ὑπάρχει ἀέριον ὑπὸ ἀρκετὰ μικρὰν πίεσιν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ψῦξιν μὲν τοῦ ἐντὸς τοῦ Δ ἀπομένοντος ἀερίου, θέρμανσιν δὲ τοῦ εἰς τὸ δ εἰσερχομένου, ἀλλὰ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἐξαφανίζεται ἀπὸ τὸ δοχεῖον Δ, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ εἰς τὸ δοχεῖον δ ἐμφανιζόμενον, οὕτως ὥστε τὸ ἄθροισμα εἶναι μηδέν. Δεικνύομεν τοῦτο εἰσάγοντες τὰ δύο δοχεῖα Δ, δ εἰς δύο διάφορα θερμιδόμετρα.

Ἡ αἰτία εὐνόητος. Ἂν εἰς τὰς ἀρχὰς ἡ πίεσις εἰς τὸ δοχεῖον δ εἶναι μηδαμινή, μόλις εἰσέλθῃ εἰς αὐτὸ ποσότης ἀερίου ἐκ τοῦ Δ, ἡ πίεσις λαμβάνει αἰσθητὴν τιμήν. Διὰ νὰ εἰσέλθῃ νέα ποσότης ἀερίου χρειάζεται νὰ ὑπερνικηθῇ ἡ πίεσις αὕτη. Ἔργον λοιπὸν παράγεται διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ κατ' ἀρχὰς ἀραιοῦ ἀερίου τοῦ δ, τὸ δὲ ἔργον τοῦτο προέρχεται ἀπὸ τὸ ἐντὸς τοῦ Δ ἀέριον, τὸ ὁποῖον οὕτω ψύχεται, ἐνῷ θερμαίνεται τὸ ἐντὸς τοῦ δ.

§ 418. ***Θερμότης καὶ ἐνέργεια.*** Ἡ σχέσις τῆς διαφορᾶς τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων πρὸς τὴν παραγωγὴν ἔργου μᾶς ἀναγκάζει νὰ δεχθῶμεν στενὴν συγγένειαν μεταξὺ τῆς θερμότητος καὶ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου. Δαπανᾶται δηλ. κατὰ τὴν ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν διάτασιν τοῦ ἀερίου ποσόν τι θερμότητος *ἐπὶ πλέον*, τὸ ὁποῖον δὲν προκαλεῖ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου, ἐπομένως *ἐξαφανίζεται*, καὶ εἰς τὴν θέσιν αὐτοῦ *ἀναφαίνεται* ποσόν τι μηχανικοῦ ἔργου. Τὴν ἀντίστροφον περίπτωσιν ἐθεωρήσαμεν ἤδη εἰς τὴν § 72 καὶ ὅπως ἐκεῖ, οὕτω καὶ ἐδῶ, αἱ ὡρισμέναι *ποσοτικαὶ σχέσεις* μεταξὺ τῆς ἐξαφανιζομένης θερμότητος καὶ τοῦ ἐμφανιζομένου ἔργου μᾶς ἀναγκάζουν νὰ δεχθῶμεν τὴν *ταυτότητα* τῆς θερμότητος καὶ τοῦ ἔργου, νὰ δεχθῶμεν δηλ. ὅτι ἡ θερμότης δὲν εἶναι ἀβαρὲς ρευστόν, ἀλλ' εἶναι ὅπως καὶ τὸ μηχανικὸν ἔργον, μία μορφὴ τῆς *ἐνεργείας* (*).

Τὸ εἰς τὴν προηγουμένην § περιγραφὲν πείραμα τοῦ Joule δεικνύει ὅτι, ἐντὸς τῶν ὁρίων τῆς ἀκριβείας αὐτοῦ, ἡ ὑπὸ μορφὴν θερ-

(*) Ἡ θεωρία τῆς Σχετικότητος φέρει εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι ἡ ἐνέργεια ἔχει *μᾶζαν* καὶ ἡ μᾶζα m τῆς ἐνεργείας W (μονάδες CGS) εἶναι

$$m = \frac{1}{c^2} W$$

ὅπου $c = 3.10^{10}$ cm.sec^{-1} ἡ ταχύτης τοῦ φωτός. Οὕτω σῶμα θερμαινόμενον ὑφίσταται αὔξησιν τῆς μάζης του, γίνεται δηλ. βαρύτερον καὶ ἀδρανέστερον. Ἀλλ' ἡ αὔξησις αὕτη εἶναι τόσον μικρά, ὥστε εἶναι ἀδύνατον πειραματικῶς νὰ μετρηθῇ. Οὕτω μία μικρὰ θερμὶς ἰσοῦται πρὸς $4,2.10^7$ erg (§ 419) καὶ ἑπομένως ἡ μᾶζα αὐτῆς εἶναι

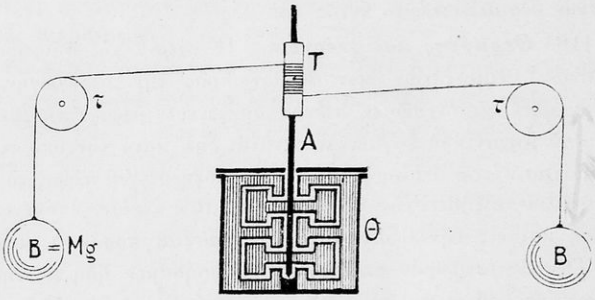
$$4,2.10^7 : (3.10^{10})^2 \simeq 5.10^{-16} \text{ gr.}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μότητος ἀποταμιευομένη ἐνέργεια εἰς ἀέριον ἐξαρτᾶται *μόνον* ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἀερίου, τὴν μᾶζαν καὶ τὴν *θερμοκρασίαν*, εἶναι δὲ ἀνεξάρτητος τοῦ ὄγκου καὶ τῆς πιέσεως.

Ἡ ἔρευνα τῶν ποσοτικῶν καὶ ποιοτικῶν σχέσεων τῆς θερμότητος πρὸς τὰς λοιπὰς μορφὰς τῆς ἐνεργείας ἀποτελεῖ τὸ ἀντικείμενον τῆς *Θερμοδυναμικῆς*. Ὁ δὲ νόμος τῆς ἀφθαρσίας τῆς ἐνεργείας, τὸν ὁποῖον ἐγνωρίσαμεν εἰς τὴν § 72, ὅταν μεταξὺ τῶν θεωρουμένων μορφῶν τῆς ἐνεργείας ὑπάρχῃ καὶ θερμότης, ὀνομάζεται *τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα*.

§ 419. ***Μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.*** Ἔστω ποσόν τι θερμότητος, τοῦ ὁποίου ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι Q, καὶ W ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τοῦ ἔργου, τὸ ὁποῖον εἶναι ἰσοδύναμον πρὸς τὴν



Σχ. 320.

θερμότητα Q. Ἐπειδὴ ἄλλη ἐν γένει εἶναι ἡ μονάς, μὲ τὴν ὁποίαν μετροῦμεν τὴν θερμότητα, καὶ ἄλλη ἡ μονὰς τοῦ ἔργου, αἱ ἀριθμητικαὶ τιμαὶ τῶν δύο ἰσοδυνάμων ποσῶν δὲν εἶναι ἴσαι, ἀλλ' ὑπάρχει ἡ σχέσις

(1) $$W = J\,Q.$$

Ὁ συντελεστὴς J, τοῦ ὁποίου ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς μονάδας τῆς θερμότητος καὶ τοῦ ἔργου, ὀνομάζεται *μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος*, δεικνύει δὲ πόσαι μονάδες μηχανικοῦ ἔργου ἀντιστοιχοῦν εἰς μίαν μονάδα θερμότητος.

Οὕτω π.χ., καθὼς κατωτέρω θὰ ἴδωμεν, ἂν τὸ ἔργον μετροῦμεν εἰς χιλιογραμμόμετρα, τὴν δὲ θερμότητα εἰς μεγάλας θερμίδας, ἡ τιμὴ τοῦ J εἶναι 426,7. Τοῦτο σημαίνει ὅτι διὰ νὰ μετατρέψωμεν Q

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μεγάλας θερμίδας εἰς χιλιογραμμόμετρα πρέπει νὰ πολλαπλασιάσωμεν τὸ Q ἐπὶ 426,7, ἤτοι μία μεγάλη θερμὶς ἰσοδυναμεῖ πρὸς 426,7 χιλιογραμμόμετρα.

Αἱ πρῶται ἀκριβεῖς μετρήσεις τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος ὀφείλονται εἰς τὸν J. P. Joule (1843—47), ὁ ὁποῖος μετεχειρίσθη πρὸς τοῦτο μεταξὺ ἄλλων τὴν ἑξῆς μέθοδον.

Ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου Θ (σχ. 320) περιέχοντος ὕδωρ στρέφεται ὁ ἄξων Α φέρων πτερύγια, ἄλλα δὲ πτερύγια στερεωμένα ἐπὶ τῶν παρειῶν τοῦ θερμιδομέτρου ἐμποδίζουν τὸ ὕδωρ νὰ περιστρέφεται ὡς ὅλον καὶ οὕτω ἕνεκα τῆς μεγάλης τριβῆς τὸ εἰς τὸν ἄξονα προσφερόμενον ἔργον μετατρέπεται ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου εἰς θερμότητα.

Περὶ τὸ τύμπανον Τ, στερεωμένον ἐπὶ τοῦ ἄξονος, περιελίσσονται δύο σχοινία, τὰ ὁποῖα διερχόμενα ὑπὲρ τὰς σταθερὰς τροχαλίας τ τ φέρουν εἰς τὰ ἄκρα των τὰ ἴσα βάρη Β. Τὸ τύμπανον εἶναι οὕτω προσηρμοσμένον εἰς τὸν ἄξονα Α, ὥστε ἠμποροῦμεν νὰ περιτυλίσσωμεν περὶ αὐτὸ τὰ σχοινία καὶ νὰ ἀναβιβάζωμεν τὰ βάρη Β χωρὶς νὰ κινοῦνται τὰ πτερύγια, κατερχόμενα δὲ τὰ βάρη θέτουν τὰ πτερύγια εἰς κίνησιν.

Ἔστω Η ἡ διαδρομὴ τῶν βαρῶν καὶ Μ ἡ μᾶζα ἑκατέρου ἐξ αὐτῶν. Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια εἰς τὴν ὑψηλοτάτην θέσιν ὡς πρὸς τὴν χαμηλοτάτην εἶναι $2\,MgH$. Ἂν τὰ βάρη φθάνουν εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς διαδρομῆς των μὲ τὴν πολὺ μικρὰν ταχύτητα υ, ἡ κινητική των ἐνέργεια εἶναι $2 \cdot \frac{1}{2} M v^2 = M v^2$ καὶ ἡ διαφορὰ $2\,MgH - M v^2$ εἶναι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον μεταβλήθη εἰς θερμότητα. Ἂν δὲ ἀνυψώσωμεν n φορὰς τὰ βάρη, τὸ ἐξαφανισθὲν ἔργον θὰ εἶναι

$$W = n\,M\,(2\,gH - v^2).$$

Τὸ ἀναφανὲν ποσὸν θερμότητος Q εὑρίσκομεν ἐκ τῆς θερμοχωρητικότητος Κ τοῦ ὅλου θερμιδομέτρου καὶ τῆς αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας $t_1 - t_0$, καὶ εἶναι

$$Q = K\,(t_1 - t_0).$$

Θέτοντες τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) εὑρίσκομεν

$$n\,M\,(2\,g\,H - v^2) = J\,K\,(t_1 - t_0)$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἢ καὶ ἁπλούστερον, ἂν παραλείψωμεν τὴν πολὺ μικρὰν ποσότητα v^2,

$$2\,n\,M\,g\,H = J\,K(t_1 - t_0).$$

Ὁ Joule εὗρεν ἐκ τῶν πειραμάτων του διὰ τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος τὴν τιμὴν

$$J = 424{,}3\ \frac{kg^*m}{Cal}$$

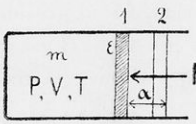
Ὡς πιθανωτάτη τιμὴ τοῦ J ἐκ τῶν πλείστων μέχρι τοῦδε γενομένων μετρήσεων δύναται νὰ θεωρηθῇ ἡ ἑξῆς (*).

$$J = 4{,}1861 \cdot 10^7\ erg/cal = 4{,}1861 \cdot 10^{10}\ erg/Cal = 4186{,}1\ Joule/Cal$$

ἢ, μὲ τιμὴν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος $g = 981$ CGS,

$$J = 426{,}7\ kg^*\,m/Cal.$$

§ 420. ***Σχέσις τοῦ J πρὸς τὴν διαφορὰν*** $c_p - c_v$. Εἰς τὸν R. Meyer (1842-45) ὀφείλεται ἡ ἑξῆς μέθοδος τῆς εὑρέσεως τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος. Ἔστω (σχ. 321) ἀέριον μάζης m εὑρισκόμενον ὑπὸ πίεσιν P, ὄγκον V καὶ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T ἐντὸς κυλίνδρου κλειομένου δι' ἐμβόλου τομῆς ε.



Σχ. 321.

Ἂν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, διὰ νὰ ἀνυψωθῇ ἡ θερμοκρασία κατὰ ἕνα βαθμὸν θὰ δαπανήσωμεν θερμότητα $Q_1 = m c_v$· ἂν δὲ θερμάνωμεν αὐτὸ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, θὰ δαπανήσωμεν θερμότητα $Q_2 = m c_p$.

Τὸ ἐπὶ πλέον τῆς θερμότητος, $Q_2 - Q_1 = m\,(c_p - c_v)$, ἐδαπανήθη διὰ τὸ παραχθὲν ἔργον, τὸ ὁποῖον ὑπολογίζομεν ὡς ἑξῆς: Διὰ νὰ εὑρίσκεται τὸ ἔμβολον ἐν ἰσορροπίᾳ πρέπει αἱ ἑκατέρωθεν αὐτοῦ δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, πρέπει δηλ. νὰ ἐνεργῇ ἐπ' αὐτοῦ ἔξωθεν δύναμις $F = \varepsilon P$. Τὸ ἀέριον διατεινόμενον ἕνεκα τῆς αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας θὰ ὠθήσῃ τὸ ἔμβολον ἀπὸ τὴν θέσιν 1 εἰς τὴν θέσιν 2, καί, ἂν εἶναι α ἡ μετακίνησις τοῦ ἐμβόλου, τὸ παραχθὲν ἔργον θὰ εἶναι $W = \alpha\,\varepsilon\,P$.

Ἀλλὰ $\alpha.\varepsilon$ εἶναι ἡ αὔξησις τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου, τὴν ὁποίαν παριστῶμεν διὰ τοῦ v, ὅθεν

(1) $$W = P \cdot v$$

Τὸ Pv ἠμποροῦμεν νὰ εὕρωμεν εὐκόλως. Κατὰ τὴν ἐξίσωσιν 9 τῆς § 394 εἶναι

$$PV = \frac{m}{\mu} RT$$

ὅπου μ τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ἀερίου καὶ R ἡ παγκοσμία σταθερὰ τῶν ἀερίων.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ T+1, ὁ ὄγκος γίνεται V+v καὶ ἑπομένως εἶνα

$$P\,(V+v) = \frac{m}{\mu} R\,(T+1).$$

(*) Winkelmann, Handb. d. Physik. 1906 III 561.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀφαιροῦντες τὰς δύο ἐξισώσεις κατὰ μέλη εὑρίσκομεν

$$Pv = \frac{m}{\mu} R.$$

Τοῦτο εἶναι τὸ ἔργον τὸ ἰσοδύναμον πρὸς τὴν θερμότητα $m\,(c_p - c_v)$ καὶ ἑπομένως εἶναι:

(2) $$\frac{m}{\mu} R = Jm\,(c_p - c_v)$$

(3) $$J = \frac{R}{\mu\,(c_p - c_v)}$$

Ἂν λάβωμεν ὡς μηχανικὰς μὲν μονάδας τὰς CGS, θερμικὴν δὲ τὴν μικρὰν θερμίδα, ἔχομεν $R = 8{,}31 \cdot 10^7$ (§ 394)
καὶ διὰ τὸ ὀξυγόνον

$$\mu = 32 \qquad c_p = 0{,}2175 \qquad c_v = 0{,}1544$$

ὅθεν $$J = \frac{8{,}31 \cdot 10^7}{32\,(0{,}2175 - 0{,}1544)} = 4{,}11 \cdot 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{cal}}$$

Εἶναι λοιπόν:

$$1 \text{ cal} = 4{,}11 \cdot 10^7 \text{ erg}$$

$$1 \text{ Cal} = 1000 \text{ cal} = 4{,}11 \cdot 10^{10} \text{ erg} = \frac{4{,}11 \cdot 10^{10}}{9{,}81 \cdot 10^7} \text{ kg*m} = 420 \text{ kg*m}$$

Σημειωτέον ὅτι ἡ σχέσις (3) χρησιμεύει κυρίως διὰ νὰ εὑρίσκωμεν ἀντιστρόφως τὸ c_v ἐκ τοῦ ἀπ' εὐθείας μετρουμένου c_p, τῶν γνωστῶν R_0 καὶ μ, καὶ τοῦ δι' ἄλλων μεθόδων (Joule) μὲ μεγάλην ἀκρίβειαν προσδιοριζομένου μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος.

§ 421. ***Ἔργον παραγόμενον κατὰ τὴν ἔκλυσιν ἀερίου.*** Ἐφαρμόζομεν τὴν σχέσιν (1) εἰς τὸν ὑπολογισμὸν τοῦ ἔργου, τὸ ὁποῖον παράγεται ὅταν ἐκλύεται ἀέριον κατά τινα χημικὴν ἀντίδρασιν.

Τὸ ἐκλυόμενον ἀέριον ὑπερνικᾷ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν διὰ νὰ καταλάβῃ τὸν εἰς τὴν ὑπάρχουσαν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν ἀντιστοιχοῦντα ὄγκον. Ἂν εἶναι v ὁ ὄγκος οὗτος καὶ p ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, τὸ ἔργον εἶναι pv, διότι ὁλόκληρον τὸ v ἠμπορεῖ νὰ θεωρηθῇ ὡς αὔξησις τοῦ ὄγκου, ἀφοῦ ὁ ὄγκος τῶν στερεῶν ἢ ὑγρῶν οὐσιῶν εἶναι πολὺ μικρὸς ἐν σχέσει πρὸς τὸν ὄγκον ἴσης ἀερίας μάζης.

Ἔστω τώρα ἡ μᾶζα τοῦ ἀερίου ἴση πρὸς ἓν γραμμομόριον. Κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (9) § 394 ἔχομεν θέτοντες $m = \mu$

$$p\,v = R\,T.$$

Τὸ ἔργον λοιπὸν τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν ἔκλυσιν ἑνὸς γραμμομορίου ἀερίου ἰσοῦται πρὸς RT.

Ἡ τιμὴ τοῦ R εἰς μονάδας CGS εἶναι

$$R = 8{,}31 \cdot 10^7$$

ἑπομένως τὸ ἔργον εἶναι ἴσον πρὸς

$$8{,}31 \cdot 10^7 \cdot T \text{ erg}.$$

Διαιροῦντες διὰ τοῦ μηχανικοῦ ἰσοδυνάμου τῆς θερμότητος (§ 419)

$$J = 4.186 \cdot 10^7 \text{ erg/cal}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εὑρίσκομεν ὅτι τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον διὰ τὴν ἔκλυσιν ἑνὸς γραμμομορίου ἀερίου κατά τινα χημικὴν ἀντίδρασιν εἶναι

$$\frac{8{,}31 \cdot 10^7}{4{,}186 \cdot 10^7} T = 1{,}98\ T\ \text{cal} \sim 2\ T\ \text{cal}$$

ἰσοδύναμον δηλ. πρὸς 2 T περίπου μικρὰς θερμίδας.

Τὸ ἔργον τοῦτο παράγεται δαπάνῃ τῆς χημικῆς ἐνεργείας τῶν ἀντιδρώντων σωμάτων καὶ ἑπομένως ἡ ἰσοδύναμος θερμότης ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὴν θερμότητα ἀντιδράσεως.

Ὅταν λοιπὸν προσδιορίσωμεν θερμιδομετρικῶς τὴν κατά τινα χημικὴν ἀντίδρασιν ἐκλειομένην θερμότητα, πρέπει, ἐφ' ὅσον ἡ ἀντίδρασις συνοδεύεται ἀπὸ ἔκλυσιν ἀερίων, νὰ προσθέσωμεν εἰς τὴν πειραματικῶς εὑρεθεῖσαν θερμότητα 2 T μικρὰς θερμίδας κατὰ γραμμομόριον ἐκλυομένου ἀερίου. Τὸ ποσὸν τοῦτο δὲν εἶναι ἀσήμαντον. Εἰς θερμοκρασίαν 23° Κελσίου π. χ. εἶναι $T = 300$ καὶ ἑπομένως τὸ ἔργον διὰ τὴν ἔκλυσιν ἑνὸς γραμμομορίου ἀερίου ἰσοδυναμεῖ πρὸς 600 μικρὰς θερμίδας.

§ 422. ***Ἀδιαβατικὴ συμπίεσις τῶν ἀερίων.*** Ὁ Νόμος Mariotte-Boyle

$$pv = \text{const}$$

ἰσχύει διὰ τὰς ἰσοθέρμους μεταβολὰς τοῦ ὄγκου καὶ τῆς πιέσεως, κατὰ τὰς ὁποίας ἡ θερμοκρασία μένει σταθερά.

Ὅταν ὅμως ἀέριον συμπιέζεται, ἡ προκαλοῦσα τὴν συμπίεσιν ἐξωτερικὴ δύναμις παράγει ἔργον, τὸ ὁποῖον μεταβάλλεται εἰς θερμότητα καὶ προκαλεῖ ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου. Καὶ ταναπαλιν· ὅταν τὸ ἀέριον διατείνεται ὑπερνικῶν τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν ἀποδίδει ἔργον. Τὸ ἔργον τοῦτο προέρχεται ἐκ τῆς θερμότητος τοῦ ἀερίου, τὸ ὁποῖον οὕτω διατεινόμενον ψύχεται.

Διὰ νὰ μείνῃ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου σταθερὰ κατὰ τὴν συμπίεσιν ἢ ἐκτόνωσιν, χρειάζεται νὰ χωρῇ τὸ φαινόμενον ἀρκετὰ βραδέως, ὥστε ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης νὰ μεταδίδεται εἰς τὸ περιβάλλον κατὰ τὴν συμπίεσιν ἢ αἱ ἀπώλειαι νὰ ἀναπληρώνονται ἐξ αὐτοῦ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν.

Ὅταν ὅμως ἀποκλείεται δι' οἱονδήποτε λόγον ἡ ἀνταλλαγὴ θερμότητος μὲ τὸ περιβάλλον, ὅταν δηλ. ἔχωμεν *ἀδιαβατικὴν* μεταβολὴν τοῦ ὄγκου, ἡ μὲν ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου συνοδεύεται ἀπὸ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας, ἡ δὲ αὔξησις τοῦ ὄγκου ἀπὸ ταπείνωσιν τῆς θερμοκρασίας καὶ ἑπομένως ἡ πίεσις θὰ μεταβάλλεται ὄχι ἁπλῶς ἀντιστρόφως πρὸς τὸν ὄγκον, ἀλλὰ περισσότερον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 423. Ὁ ὑπολογισμός, ὁ ὁποῖος δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ μὲ στοιχειώδη μαθηματικά, φέρει εἰς τὸν ἑξῆς νόμον τῆς ἀδιαβατικῆς μεταβολῆς:

$$p \cdot v^{\gamma} = \text{const} \tag{4}$$

ὅπου $\gamma = c_p : c_v$.

Εἶναι λοιπὸν

$$p\ v^{\gamma} = p_1\ v_1^{\gamma} \qquad \text{ἢ} \qquad \frac{p}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v}\right)^{\gamma}$$

αἱ πιέσεις δηλ. εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὴν γ δύναμιν τῶν ὄγκων (*).

Τὸ διάγραμμα τῶν ἀδιαβατικῶν καμπύλων p, v διαφέρει τοῦ ἰσοθέρμου διαγράμματος σχ. 314. Αἱ ἀδιαβατικαὶ καμπύλαι ἔχουν μεγαλητέραν κλίσιν (πρβλ. σχ. 327, 328, 329).

§ 424. Τὴν ἐκ τῆς συμπιέσεως αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ

(*) Ἀπόδειξις. Κατὰ τὸ ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἡ εἰς τὸ ἀέριον, μάζης m, ἔξωθεν προσφερομένη θερμότης dQ καταναλίσκεται τὸ μὲν εἰς τὴν παραγωγὴν τοῦ ἔργου τῆς ἐκτονώσεως dw, τὸ δὲ εἰς τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἡ πρὸς τοῦτο ἀναγκαία θερμότης εἶναι $m c_v dT$ καὶ ἐπομένως ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν

$$J\,dQ = dw + J\,m\,c_v\,dT$$

Εἰς τὴν ἀδιάβατικὴν μεταβολὴν εἶναι $dQ = 0$ καὶ ἐπομένως ἔχομεν

$$dw + J\,m\,c_v\,dT = 0.$$

Ἂν εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην θέσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ dw ἀπὸ τὴν ἐξ. 1 § 420 ὀνομάζοντες dv τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου, λαμβάνομεν:

$$p\,dv + J\,m\,c_v\,dT = 0. \tag{5}$$

Ἡ ἐξίσωσις τοῦ ἀερίου, τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα εἶναι m καὶ τὸ μοριακὸν βάρος μ, εἶναι

$$p\,v = \frac{m}{\mu} R\,T$$

Ἐκ ταύτης εὑρίσκομεν

$$p\,dv + v\,dp = \frac{m}{\mu} R\,dT$$

καὶ θέτοντες τὴν τιμὴν τοῦ dT ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν ταύτην εἰς τὴν (5) λαμβάνομεν

$$\frac{m}{\mu} R\ p\,dv + J\,m\,c_v\,(p\,dv + v\,dp) = 0$$

Ἀλλὰ κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (2) § 420 εἶναι

$$\frac{m}{\mu} R = J m (c_p - c_v)$$

ἑπομένως ἡ ἐξίσωσίς μας γίνεται

$$c_p\ p\,dv + c_v\ v\,dp = 0$$

ἢ

$$\gamma \frac{dv}{v} + \frac{dp}{p} = 0$$

Ἡ ὁλοκλήρωσις τῆς ἐξισώσεως ταύτης μᾶς δίδει:

$$\gamma \log v + \log p = \text{const}$$

ἢ

$$p\,v^{\gamma} = \text{const.}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀερίου δεικνύομεν χαρακτηριστικώτατα διὰ τοῦ λεγομένου ἀερικοῦ πυρείου. Ἐὰν δηλ. ἐντὸς παχυτοίχου σωλῆνος, κλειστοῦ κατὰ τὸ ἕτερον ἄκρον, εἰσωθήσωμεν βιαίως ἔμβολον ἐφαρμοζόμενον ἀεροστεγῶς, ἡ θερμοκρασία ἀνυψώνεται τόσον, ὥστε ἀναφλέγεται τεμάχιον ἴσκας εὑρισκόμενον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος(*).

§ 425. ***Εὕρεσις τοῦ*** c_p/c_v ***ἐκ τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου.*** Κατὰ τὸν τύπον τοῦ Laplace (ἐξ. 5 § 335) ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἀέρια εἶναι

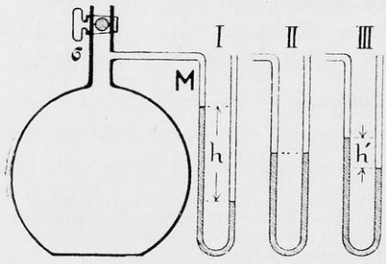
$$c = \sqrt{\frac{P}{D}\,\gamma}$$

ὅπου P ἡ πίεσις, D ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου καὶ γ ὁ λόγος τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων. Κατὰ τὸν τύπον τοῦτον εὑρίσκομεν ἐκ τῶν εὐκόλως μετρουμένων c, P, D τὸ γ

$$\gamma = \frac{c^2 D}{P}.$$

§ 426. ***Πείραμα τῶν Clément καὶ Desormes.*** Ἀξιοσημείωτος διὰ τὴν ἁπλότητά της εἶναι ἡ ἑξῆς μέθοδος τοῦ προδιορισμοῦ τοῦ λόγου c_p/c_v.

Ἔστω (σχ. 322) φιάλη ἀρκετὰ μεγάλης χωρητικότητος, ἡ ὁποία διὰ τῆς εὐρείας στρόφιγγος σ συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Ἀνοικτὸν μανόμετρον M δεικνύει τὴν μικρὰν διαφορὰν τῆς ἐντὸς τῆς φιάλης πιέσεως ἀπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς P.



Σχ. 322.

I Ἀνοίγοντες τὴν στρόφιγγα σ ἐξάγομεν ὀλίγον ἀέρα ἐκ τῆς φιάλης οὕτως, ὥστε ἡ πίεσις νὰ γίνῃ κατά τι μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, καὶ ἔστω h τὸ ὕψος τῆς μανομετρικῆς στήλης.

II Ἀνοίγομεν τώρα τὴν στρόφιγγα ταχέως, ὥστε δι' ἐκροῆς ἀέρος νὰ ἐξισωθῇ ἡ πίεσις πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, καὶ κλείομεν ἀμέσως.

III Παρατηροῦμεν ὅτι βαθμηδὸν ἡ πίεσις ἐλαττώνεται καὶ ἡ μανομετρικὴ στήλη φθάνει εἰς ὕψος h΄, μικρότερον τοῦ ἀρχικοῦ h.

(*) Ἂν πρόκειται τὸ πείραμα νὰ ἐπαναληφθῇ, πρέπει προηγουμένως νὰ ἀνανεωθῇ ὁ ἀὴρ τοῦ σωλῆνος διὰ νὰ ὑπάρχῃ τὸ ἀναγκαῖον ὀξυγόνον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ λόγος τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων εὑρίσκεται κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἐκ τῆς ἁπλουστάτης σχέσεως

$$\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{h}{h - h'} \quad (6)$$

(*) Ἀπόδειξις. Ἔστω V ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας καὶ P ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Εἰς τὰ διάφορα στάδια τοῦ πειράματος εἶναι:

I. Ὄγκος τοῦ ἀέρος	V	πίεσις P—p
II. Ὄγκος τοῦ ἀρχικοῦ ἀέρος	V—dV	πίεσις P
III. » » » » (κατὰ μεγάλην προσέγ.)	V—dV	» P—p′.

Ἡ μεταβολὴ I—II εἶναι ἀδιαβατική. Ὁ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀὴρ πιεζόμενος ὑπὸ τοῦ ἔξωθεν εἰσρέοντος θερμαίνεται καὶ ἡ *ἐλάττωσις* τοῦ ὄγκου dV παρέχεται ἀπὸ τὴν σχέσιν:

$$\frac{dV}{V} = \frac{1}{\gamma}\,\frac{p}{P-p} \quad (7)$$

(dV εἶναι ἡ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου, διὰ τοῦτο ἔχομεν εἰς τὸ δεύτερον μέλος τὸ σημεῖον +).

Ὁ ὄγκος dV κατελήφθη ἀπὸ τὸν ἔξωθεν εἰσελθόντα ἀέρα ὑπὸ πίεσιν P καὶ θερμοκρασίαν τὴν τοῦ περιβάλλοντος. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀρχικοῦ ἀέρος ἐξισωθῇ πάλιν μὲ τὴν τοῦ περιβάλλοντος, ἐπειδὴ οὗτος ἔχει διαθέσιμον ἀντὶ τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου V τὸν ὄγκον V—dV (δὲν λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἐκ τῆς μεταβολῆς τῆς πιέσεως μεταβολὴν τοῦ ὄγκου τοῦ εἰσρέοντος ἀέρος ὡς ὅλως ἀνεπαίσθητον), ἡ νέα πίεσις P—p′ θὰ ἔχῃ πρὸς τὴν ἀρχικὴν P—p κατὰ τὸν νόμον τοῦ Mariotte - Boyle τὴν σχέσιν

$$\frac{V - dV}{V} = \frac{P-p}{P-p'} = \frac{P-p'-(p-p')}{P-p'}$$

ὅθεν

$$1 - \frac{dV}{V} = 1 - \frac{p-p'}{P-p'}$$

$$\frac{dV}{V} = \frac{p-p'}{P-p} \quad (8)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (7,8) λαμβάνομεν

$$\gamma = \frac{p}{p-p'} \cdot \frac{P-p'}{P-p}$$

ἢ, ἐπειδὴ τὸ κλάσμα $\frac{P-p'}{P-p}$ εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἴσον πρὸς τὴν μονάδα (ἀφοῦ $p, p' \ll P$)

$$\gamma = \frac{p}{p-p'}.$$

Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ἔχομεν μόνον τὸν λόγον τῶν πιέσεων p καὶ p—p′, ἔπεται ὅτι εἶναι ἀδιάφορον μὲ ποίας μονάδας θὰ τὰς μετρήσωμεν καὶ ἑπομένως ἠμποροῦμεν νὰ θέσωμεν ἀντὶ τῶν p, p′ τὰ ἀντίστοιχα μανομετρικὰ ὕψη, οἱονδήποτε καὶ ἂν εἶναι τὸ ὑγρὸν τοῦ ἀνοικτοῦ μανομέτρου, καὶ οὕτω λαμβάνομεν τὴν ἐξίσωσιν (6).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 427. ***Ἀνακεφαλαίωσις.*** Συνοψίζοντες ὅσα μέχρι τοῦδε ἐξεθέσαμεν διατυπώνομεν ὡς ἑξῆς τὸ *πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα.* Ὑπάρχει εἰς τὴν φύσιν *ὀντότης*, τὴν ὁποίαν ὀνομάζομεν *ἐνέργειαν.* Ἡ ἐνέργεια δύναται νὰ παρουσιασθῇ ὑπὸ ποικιλωτάτας μορφὰς (μηχανικὸν ἔργον, κινητικὴ ἐνέργεια, θερμότης κ.λ.) καὶ αἱ μορφαὶ αὗται ἔχουν πρὸς ἀλλήλας ὡρισμένας ποσοτικὰς σχέσεις. Ποσότης ἐνεργείας ὑπὸ δεδομένην μορφὴν ἠμπορεῖ, ὑπὸ ὡρισμένους ὅρους, νὰ μετατραπῇ εἰς ὡρισμένον, ἰσοδύναμον ποσόν, ἐνεργείας ἄλλης μορφῆς. Εἰς πᾶσαν δὲ φυσικὴν μεταβολὴν τὸ ποσὸν τῶν διαφόρων εἰδῶν ἐνεργειῶν, ἀναγομένων εἰς μίαν οἱανδήποτε κοινὴν μορφήν, μένει ἀπολύτως ἀμετάβλητον.

Τοῦτο εἶναι τὸ πρῶτον καὶ θεμελιῶδες ἀξίωμα τῆς θερμοδυναμικῆς, τὸ ἀξίωμα τῆς ὑπάρξεως καὶ τῆς ἀφθαρσίας τῆς ἐνεργείας, ὁ μέγας *ποσοτικὸς* νόμος, ὁ ὁποῖος, μετὰ τοῦ ἐπίσης ποσοτικοῦ νόμου τῆς ἀφθαρσίας τῆς ὕλης διέπει ὅλα τὰ φυσικὰ καὶ χημικὰ φαινόμενα.

Ὁ νόμος οὗτος διατυπώνεται πολλάκις καὶ ὡς *τὸ ἀξίωμα τοῦ ἀδυνάτου τοῦ ἀεικινήτου.* Δὲν εἶναι δυνατὸν δηλ. νὰ κατασκευασθῇ μηχανή, ἡ ὁποία ἅπαξ τεθεῖσα εἰς κίνησιν νὰ ἐξακολουθῇ κινουμένη ἐπ᾽ ἄπειρον καὶ παράγουσα συγχρόνως ἐκ τοῦ μηδενὸς χρήσιμον ἔργον.

ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟΝ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΝ ΑΞΙΩΜΑ

§ 428. ***Ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους.*** Ἡ εὕρεσις τοῦ ἀεικινήτου καὶ μετὰ τὴν γνῶσιν τοῦ πρώτου θερμοδυναμικοῦ ἀξιώματος δὲν ἀποκλείεται. Ὄχι βεβαίως ἀεικινήτου ὑπὸ τὴν κυρίαν σημασίαν τῆς λέξεως, ἀλλὰ μηχανῆς, ἡ ὁποία θὰ ἠδύνατο οἱονδήποτε ποσὸν θερμότητος νὰ μεταβάλλῃ εἰς ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας, π. χ. κινητικὴν ἢ ἠλεκτρικήν.

Ἂν ἦτο δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ μηχανή, ἡ ὁποία νὰ μεταβάλλῃ τὴν κολοσσιαίαν ποσότητα τῆς θερμότητος, ἡ ὁποία εἶναι ἐναποταμιευμένη εἰς τὰς θαλάσσας, εἰς ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας, π. χ. ἠλεκτρικήν, ἡ μηχανὴ αὕτη βεβαίως δὲν θὰ ἦτο τὸ κλασσικὸν ἀεικίνητον, διότι δὲν θὰ παρῆγε τὴν ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός, διὰ τὰς πρακτικὰς ὅμως ἐφαρμογὰς θὰ εἶχεν ἀκριβῶς τὴν αὐτὴν σημασίαν. Ἀλλὰ καὶ τοῦτο τὸ ψευδαεικίνητον, *τὸ ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους,* καθὼς ὀνομάζεται, ἀπεδείχθη ἀδύνατον. Ἀπὸ τὸ ἀρνητικὸν ὅμως τοῦτο ἀποτέ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λεσμα προέκυψεν ἓν μέγα θετικὸν κέρδος, ἡ γνῶσις τοῦ *δευτέρου ἀξιώματος τῆς θερμοδυναμικῆς*.

Τὸ ἀξίωμα τοῦτο, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ πρῶτον εἶναι *ποιοτικόν*· ἐνῷ δηλ. τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα μᾶς δίδει μόνον τὰς ποσοτικὰς σχέσεις, αἱ ὁποῖαι ὑφίστανται κατὰ τὰς διαφόρους μεταβολὰς τῆς ἐνεργείας, τὸ δεύτερον ἀξίωμα μᾶς δίδει τὴν κατεύθυνσιν τῶν φαινομένων.

Τὸ πρῶτον ἀξίωμα μᾶς λέγει ὅτι ποσὸν Α ἐνεργείας μιᾶς ὡρισμένης μορφῆς δύναται νὰ μεταβληθῇ εἰς ἀντίστοιχον Β μιᾶς δευτέρας μορφῆς, καὶ τἀνάπαλιν. Οἱ ἀριθμοὶ Α, Β ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὰς μονάδας, μὲ τὰς ὁποίας μετροῦμεν τὰ διάφορα εἴδη ἐνεργείας. Τὸ δεύτερον ἀξίωμα μᾶς λέγει πότε ἡ πρώτη μορφὴ μεταβάλλεται εἰς τὴν δευτέραν καὶ πότε ἡ δευτέρα εἰς τὴν πρώτην.

Ἂν ἐξετάσωμεν τὰ διάφορα φυσικὰ καὶ χημικὰ φαινόμενα, βλέπομεν ὅτι δὲν τελοῦνται ὅλα μὲ τὴν αὐτὴν εὐκολίαν. Ὑπάρχουν φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ἀπαντῶμεν εἰς πᾶν ἡμῶν βῆμα, καὶ ἄλλα, τὰ ὁποῖα μόνον μὲ πολύπλοκα μέσα κατορθώνομεν νὰ προκαλέσωμεν. Ἡ εἰς θερμότητα π. χ. μεταβολὴ τῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχει ἓν σῶμα κινούμενον, γίνεται πάντοτε καὶ εὐκολώτατα διὰ τῆς τριβῆς. Τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον, ἡ μεταβολὴ τῆς θερμότητος εἰς ἐνέργειαν κινήσεως, εἶναι τόσον δύσκολον νὰ προκληθῇ, ὥστε χρειάζονται πρὸς τοῦτο ἰδιαίτεραι πολύπλοκοι μηχαναί, τὰς ὁποίας ὁ ἄνθρωπος ἐσχάτως μόνον κατεσκεύασεν. Ἄλλο παράδειγμα ἔχομεν τὴν μετάβασιν τῆς θερμότητος ἀπὸ ἓν σῶμα εἰς ἄλλο. Ἂν ἔχωμεν δύο σώματα εἰς διάφορον θερμοκρασίαν, ἀρκεῖ νὰ τὰ θέσωμεν εἰς ἐπαφὴν διὰ νὰ μεταβῇ θερμότης ἀπὸ τὸ θερμότερον εἰς τὸ ψυχρότερον. Ἂν ὅμως θέλωμεν νὰ προκαλέσωμεν τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον, νὰ μεταφέρωμεν δηλ. θερμότητα ἀπὸ τὸ ψυχρότερον εἰς τὸ θερμότερον σῶμα, οὕτως ὥστε τὸ μὲν θερμὸν ἀκόμη περισσότερον νὰ θερμανθῇ, τὸ δὲ ψυχρὸν νὰ ψυχθῇ, χρειάζεται πολύπλοκος διεργασία, καὶ μάλιστα εἰς τὸ τέλος θὰ ἴδωμεν ὅτι συγχρόνως μὲ τοῦτο τὸ φαινόμενον τελοῦνται καὶ ἄλλα φαινόμενα, ἐκ τῶν τοῦ εὐκόλου εἴδους.

Πρέπει λοιπὸν νὰ διακρίνωμεν τὰ φαινόμενα ἐν γένει εἰς δύο μεγάλας κατηγορίας. Φαινόμενα, τὰ ὁποῖα τελοῦνται εὐκόλως καὶ μόνα των, δηλ. χωρὶς νὰ τὰ συνοδεύῃ καμμία ἄλλη μεταβολὴ εἰς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸν κόσμον, καὶ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα τελοῦνται μόνον ὅταν συνοδεύωνται ἀπὸ φαινόμενα τοῦ πρώτου εἴδους. Ἐπειδὴ δὲ τὰ φαινόμενα οὐδὲν ἄλλο εἶναι ἢ μεταβολαὶ τῆς ἐνεργείας, ἐρχόμεθα εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι τὰ διάφορα εἴδη τῆς ἐνεργείας, ἂν *ποσοτικῶς* εἶναι ἰσοδύναμα, παρουσιάζουν ἐν τούτοις σπουδαίαν *ποιοτικὴν* διαφοράν, τὴν ἑξῆς:

Ἂς ὀνομάσωμεν Α καὶ Β δύο εἴδη ἐνεργείας. Ἐν ποσὸν ἐνεργείας τοῦ εἴδους Α εὐκόλως μετατρέπεται εἰς τὸ ἀντίστοιχον ποσὸν τῆς μορφῆς Β, χωρὶς τὸ φαινόμενον τοῦτο νὰ συνοδεύεται ἀπὸ ἄλλην τινὰ μεταβολὴν εἰς τὸν κόσμον, ἐν ᾧ ἡ ἐνέργεια Β δὲν δύναται νὰ μεταβληθῇ εἰς τὴν Α χωρὶς ἀντιστάθμισμα. Βεβαίως λοιπὸν τὴν μορφὴν Α θὰ θεωρήσωμεν πολυτιμοτέραν τῆς μορφῆς Β, διότι τὴν μὲν Α κατὰ πᾶσαν στιγμὴν ἠμποροῦμεν νὰ μεταβάλωμεν εἰς τὴν Β, ὄχι ὅμως καὶ ἀντιστρόφως.

Ἡ πολυτιμοτάτη μορφὴ ἐνεργείας εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια. Διότι αὕτη μὲ τὴν βοήθειαν συσκευῶν καὶ μηχανῶν κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον ἁπλῶν μεταβάλλεται χωρὶς κανὲν ἀντιστάθμισμα εἰς ἄλλας μορφάς, π. χ. θερμότητα ἢ ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν. Ἐξ ἴσου σχεδὸν πρὸς τὴν κινητικὴν πολύτιμος εἶναι καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια, διότι καὶ αὕτη εὐκόλως μεταβάλλεται εἰς κινητικήν, χημικήν, θερμικὴν ἐνέργειαν.

Προκειμένου περὶ τῆς θερμικῆς ἐνεργείας, τὸ μέτρον τῆς πολυτιμότητος δίδει εἰς ἡμᾶς ἡ θερμοκρασία. Τὸ αὐτὸ ποσὸν θερμότητος εἶναι τόσον πολυτιμότερον ὅσον τὸ σῶμα, εἰς τὸ ὁποῖον εἶναι ἐναποταμιευμένον, εὑρίσκεται εἰς ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν. Διότι ἀπὸ ἓν πολὺ θερμὸν σῶμα δυνάμεθα πάντοτε καὶ εὐκολώτατα νὰ μεταφέρωμεν θερμότητα εἰς ψυχρότερον σῶμα. Ὄχι δὲ μόνον τοῦτο, ἀλλὰ τὴν μετάβασιν ἑνὸς ποσοῦ θερμότητος ἀπὸ τὸ θερμὸν εἰς τὸ ψυχρὸν σῶμα δυνάμεθα νὰ μεταχειρισθῶμεν ὡς ἀντιστάθμισμα διὰ νὰ προκαλέσωμεν φαινόμενον τοῦ δυσκόλου εἴδους, διὰ νὰ μεταβάλωμεν π. χ. ἓν ἀντίστοιχον ποσὸν θερμότητος εἰς τὴν πολυτιμοτέραν μορφὴν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας. Αὕτη εἶναι ἡ ἀρχὴ τῶν θερμικῶν μηχανῶν.

Εἰς τὴν ἀτμομηχανὴν π. χ. ἔχομεν ἓν θερμὸν σῶμα, τὸν λέβητα, καὶ ἓν ψυχρόν, τὸν ψυκτῆρα ἢ καὶ τὸν ἔξω ἀέρα εἰς τὰς ἄνευ ψυκτῆρος μηχανάς. Θερμότης μεταβαίνει ἀπὸ τὸν λέβητα εἰς τὸν ψυκτῆρα, συγχρόνως δὲ ποσόν τι θερμότητος μεταβάλλεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν καὶ ἡ ἀτμομηχανὴ κινεῖται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἀπαραίτητον λοιπὸν στοιχεῖον διὰ πᾶσαν θερμικὴν μηχανὴν εἶναι ἡ ὕπαρξις δύο σωμάτων μὲ διάφορον θερμοκρασίαν. Ἐννοεῖται ὅτι ὅσον ἡ διαφορὰ τῆς θερμοκρασίας τοῦ λέβητος καὶ τοῦ ψυκτῆρος εἶναι μεγαλητέρα, τόσον τὸ ἀντιστάθμισμα ἐκ τῆς μεταβάσεως ἑνὸς ὡρισμένου ποσοῦ θερμότητος ἀπὸ τὸν λέβητα εἰς τὸν ψυκτῆρα εἶναι μεγαλήτερον καὶ ἑπομένως τόσον μεγαλήτερον ποσὸν θερμότητος δύναται νὰ μεταβληθῇ εἰς ἐνέργειαν κινητικήν. Μὲ ἄλλους λόγους ὅσον ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς μιᾶς ἀτμομηχανῆς, τὸ μέρος δηλ. τῆς καταναλισκομένης θερμότητος τὸ ὁποῖον μεταβάλλεται εἰς τὴν χρήσιμον κινητικὴν ἐνέργειαν, εἶναι μεγαλήτερον, τόσον ἡ μηχανὴ ἐργάζεται οἰκονομικώτερα. Διὰ τοῦτο οἰκονομικώτεραι ἀτμομηχαναὶ εἶναι αἱ μηχαναὶ ὑψηλῆς πιέσεως μὲ ψυκτῆρα.

Βλέπομεν λοιπὸν τώρα διατί τὸ ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους εἶναι ἀδύνατον. Ἡ θερμότης δὲν δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν, ἂν συγχρόνως ἀνάλογον ποσὸν θερμότητος δὲν μεταβῇ ἀπὸ ἓν σῶμα θερμότερον εἰς ἄλλο ψυχρότερον. Ἡ θερμότης τῆς θαλάσσης εἶναι ἑπομένως ἐντελῶς ἄχρηστος ἐν ὅσῳ δὲν ἔχομεν ἄλλο σῶμα ἐξ ἴσου μεγάλης θερμοχωρητικότητος καὶ ψυχρότερον τῆς θαλάσσης.

Τὸ συμπέρασμα εἶναι ὅτι ἓν εἶδος ἐνεργείας εὐκολώτατα μεταβάλλεται εἰς ἄλλο ὀλιγώτερον πολύτιμον εἶδος· ἂν ὅμως θέλωμεν νὰ τὸ μεταβάλωμεν εἰς πολυτιμότερον εἶδος πρέπει νὰ δώσωμεν ἀντίστοιχον ἀντάλλαγμα, νὰ ἀφήσωμεν δηλ. ἀνάλογον ποσὸν ἐνεργείας τοῦ αὐτοῦ ἢ ἄλλου εἴδους νὰ μεταβληθῇ εἰς ὀλιγώτερον πολύτιμον ἐνέργειαν.

Ἂν εἴχομεν ἰδανικῶς τελείας μηχανὰς τὸ ἀντάλλαγμα θὰ ἦτο ἴσον μὲ τὸ κέρδος, ἑπομένως ἡ μηχανὴ θὰ ἦτο ἀντιστρεπτή, δηλ. ἂν ἀφίναμεν αὐτὴν νὰ ἐργασθῇ ἐπὶ μίαν ὥραν κατά τινα φορὰν καὶ ἔπειτα ἐπὶ ἄλλην μίαν ὥραν κατὰ τὴν ἀντίθετον φορὰν θὰ ἐπανηρχόμεθα εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, χωρὶς καμμία ἀπολύτως μεταβολὴ νὰ γείνῃ εἰς τὸν κόσμον. Ὅσον τελεία καὶ ἂν εἶναι μία μηχανή, γνωρίζομεν ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἀποφύγωμεν τὰς τριβάς, καὶ ἑπομένως πάντοτε ἓν μέρος τῆς πολυτίμου κινητικῆς ἢ ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας μεταβάλλεται εἰς τὴν ἐνέργειαν τοῦ ἐσχάτου εἴδους τὴν θερμότητα, συγχρόνως δὲ καὶ θερμότης μεταβαίνει, ἕνεκα τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κακῆς μονώσεως, ἀπὸ τὰ θερμότερα μέρη εἰς τὰ ψυχρότερα ἄνευ τινὸς ἀνταλλάγματος.

Ὥστε εἰς πᾶν φυσικὸν ἢ χημικὸν φαινόμενον, εἰς πᾶσαν μηχανήν, τὸ τελικὸν ἀποτέλεσμα εἶναι ὅτι ἐνέργεια πολυτιμοτέρου εἴδους μεταβάλλεται εἰς ἐνέργειαν ὀλιγώτερον πολύτιμον.

Ἐὰν λοιπὸν θεωρήσωμεν μέρος τοῦ κόσμου ἀποκλεισμένον ἀπὸ τοῦ λοιποῦ, οὕτως ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ καμμία εἴσοδος ἢ ἔξοδος ἐνεργείας, ἐν ᾧ κατὰ τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα τὸ ὁλικὸν ποσὸν τῆς ἐνεργείας μένει ἀμετάβλητον, τὸ ποσὸν τῆς ἐνεργείας ἡ ὁποία δύναται νὰ μεταβληθῇ εἰς ἄλλας μορφὰς ἐλαττοῦται καὶ θὰ ἔλθῃ οὕτω στιγμὴ κατὰ τὴν ὁποίαν ὅλη ἡ ἐνέργεια θὰ μεταβληθῇ εἰς θερμότητα, καὶ μάλιστα θερμότητα τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Τότε δὲν θὰ ἠμπορῇ νὰ ἐπέλθῃ καμμία πλέον μεταβολὴ καὶ κανὲν φαινόμενον δὲν θὰ εἶναι ἐντὸς τοῦ μέρους τούτου τοῦ κόσμου δυνατόν.

Τὸ συμπέρασμα τοῦτο, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐντελῶς ὀρθὸν προκειμένου περὶ *πεπερασμένου* μέρους τοῦ κόσμου, ἠθέλησεν ὁ Boltzmann νὰ ἐπεκτείνῃ εἰς τὸν ὅλον κόσμον, ἀλλ' εἶναι πολὺ ἀμφίβολον ἂν ἐπιτρέπεται ἡ τολμηρὰ αὕτη ἐπέκτασις καὶ ἂν ἑπομένως εἶναι ὀρθὴ ἡ θεωρία τοῦ λεγομένου *θερμικοῦ θανάτου τοῦ Κόσμου*, τῆς ἐκλείψεως δηλ. παντὸς πλέον φαινομένου, πάσης μεταβολῆς εἰς τὸ Σύμπαν κατόπιν μεταβολῆς ὅλης τῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα καὶ ἐξισώσεως τῶν θερμοκρασιῶν.

ΚΥΚΛΟΣ ΤΟΥ CARNOT — ΕΝΤΡΟΠΙΑ

§ 429. ***Γραφικὴ παράστασις τοῦ ἔργου εἰς τὸ διάγραμμα v. p.*** Εἰς τὴν § 413 εἴδομεν ὅτι ὅταν ἀέριον διατείνεται ὑπερνικωμένης τῆς πιέσεως P, τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἀερίου ἔργον W ἰσοῦται πρὸς τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου ἐπὶ τὴν πίεσιν. Ἂν λοιπὸν εἶναι v_1 ὁ ἀρχικὸς ὄγκος καὶ v_2 ὁ τελικός, τὸ ἔργον θὰ εἶναι

$$W = (v_2 - v_1)\, p \qquad (1)$$

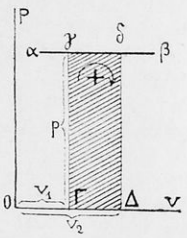
Ἂν τὸ ἀέριον συμπιέζεται ἀντὶ νὰ διατείνεται, εἶναι $v_2 < v_1$ καὶ τὸ W γίνεται ἀρνητικόν. Ἔργον δηλ. προσφέρεται ἔξωθεν εἰς τὸ ἀέριον.

Ἂν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου παραστήσωμεν εἰς δύο ὀρθογωνίους ἄξονας τὰς τιμὰς τοῦ v καὶ p, ἡ ἰσοβαρὴς (δηλ. ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν) διάτασις τοῦ ἀερίου παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας αβ, παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα τῶν v. Ἡ ἀρχικὴ κατάστασις τοῦ ἀερίου (ὄγκος v_1, πίεσις p) παρίσταται ἀπὸ τὸ σημεῖον γ, ἡ δὲ τελικὴ (ὄγκος v_2, πίεσις p) ἀπὸ τὸ σημεῖον δ, τὸ δὲ ἔργον $W = (v_2 - v_1)\, p$, τὸ

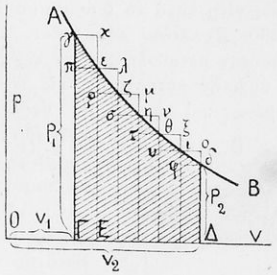
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

παραχθὲν ὑπὸ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν διαστολήν, ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου γδΔΓ. Σημειώνομεν ὅτι ἂν τὸ ἀέριον διατείνεται ($v_2 > v_1$, w θετικὸν) ἡ φορὰ γδΔΓ συμπίπτει μὲ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, ἂν δὲ τὸ ἀέριον συστέλλεται ($v_2 < v_1$, w ἀρνητικὸν) ἡ φορὰ κατὰ τὴν ὁποίαν διατρέχομεν τὴν περίμετρον τοῦ ὀρθογωνίου θὰ εἶναι ἀντίθετος πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου.

Ἔστω τώρα (σχ. 324) ΑΒ ἡ καμπύλη ἡ παριστῶσα τὰς διαδοχικὰς καταστάσεις τοῦ ἀερίου. Ἡ καμπύλη αὕτη θὰ εἶναι μία τῶν καμπύλων τοῦ σχ. 315, σελ. 420, ἂν ἡ μεταβολὴ εἶναι ἰσόθερμος, θὰ εἶναι εὐθεῖα παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν v ἂν ἡ μεταβολὴ εἶναι ἰσοβαρὴς καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Τὰ σημεῖα



Σχ. 323.

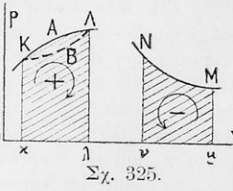


Σχ. 324.

τῆς καμπύλης χαρακτηρίζουν ἐντελῶς τὴν κατάστασιν τοῦ ἀερίου, διότι, ὅταν εἶναι γνωστὰ ὁ ὄγκος καὶ ἡ πίεσις ὡρισμένης μάζης ἀερίου τινός, εὑρίσκεται ἐξ αὐτῶν καὶ ἡ θερμοκρασία κατὰ τοὺς γνωστοὺς νόμους τῶν ἀερίων (§ 394).

Τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν διαστολὴν ἀπὸ τῆς καταστάσεως γ (ὄγκος v_1, πίεσις p_1) εἰς τὴν κατάστασιν δ (v_2, p_2) εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς.

Χωρίζομεν τὴν ὅλην μεταβολὴν εἰς ἀρκετὰ μέρη γε, εξ, ζη κ.λ. τὰ ὁποῖα θεωροῦμεν ἕκαστον χωριστά. Κατὰ τὴν μεταβολὴν γε ἡ πίεσις ἐλαττώνεται ἀπὸ p_1=Γγ εἰς Εε. Ἂν ἡ πίεσις κατὰ τὴν μεταβολὴν ταύτην ἦτο διαρκῶς ἴση πρὸς τὴν ἀρχικὴν Γγ, τὸ ἔργον θὰ παρίστατο ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν γκΕΓ, ἂν δὲ ἡ πίεσις ἦτο διαρκῶς ἴση πρὸς τὴν τελικὴν Εε, τὸ ἔργον θὰ ἦτο ἀριθμητικῶς ἴσον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν πεΕΓ. Τὸ πραγματικὸν ἔργον περιλαμβάνεται μεταξὺ τούτων τῶν δύο.



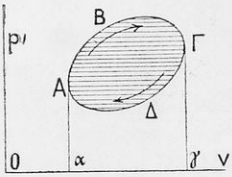
Σχ. 325.

Σκεπτόμενοι ὁμοίως διὰ τὰς ὑπολοίπους στοιχειώδεις μεταβολὰς εὑρίσκομεν ὅτι τὸ ὅλον ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν μεταβολὴν γδ εἶναι ἀριθμητικῶς μικρότερον μὲν τοῦ ἐμβαδοῦ γκελζμηνθξιυΔΒγ, μεγαλήτερον δὲ τοῦ περζσητθυιφδΔΓπ. Ἀλλ' ὅταν χωρίζωμεν τὴν καμπύλην γδ εἰς μέρη ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον μικρότερα, τὰ δύο ἐμβαδὰ τείνουν πρὸς τὸ αὐτὸ ὅριον, τὸ ὁποῖον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τὸ περιοριζόμενον ἀπὸ τὴν καμπύλην γδ καὶ τὰς εὐθείας δΔ, ΔΓ, Γγ. Τὸ ἔργον λοιπὸν παρίσταται ἀπὸ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸ ἐμβαδὸν τοῦτο καὶ ἰσχύουν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον ὅσα προηγουμένως ἐλέχθησαν. Οὕτω π. χ. τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν μεταβολὴν ΚΛ (σχ. 325) παρίσταται ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν ΚΛlκ καὶ εἶναι θετικόν, τὸ δὲ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν μεταβολὴν ΜΝ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς πρὸς τὸ ἐμβαδὸν ΜΝνμ καὶ εἶναι ἀρνητικόν, χρειάζεται δηλ. νὰ προσφέρωμεν ἔξωθεν τὸ ἔργον τοῦτο διὰ νὰ γίνῃ ἡ μεταβολὴ ΜΝ. Εἶναι ἄξιον παρατηρήσεως ὅτι τὸ ἔργον τὸ δαπανώμενον διὰ νὰ μεταβῇ τὸ ἀέριον ἀπὸ μιᾶς καταστάσεως (p_1, v_1, T_1) εἰς ἄλλην (p_2, v_2, T_2) ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν τρόπον κατὰ τὸν ὁποῖον θὰ γίνῃ ἡ μετάβασις αὕτη. Οὕτω ἄλλο θὰ εἶναι τὸ ἔργον ἂν ἡ μεταβολὴ τῆς καταστάσεως γίνῃ κατὰ τὸ διάγραμμα ΚΑΛ (ἔργον=ἐμβ. ΚΑΛlκΚ) καὶ ἄλλο ἂν ἡ μετάβασις γίνῃ κατὰ τὸ διάγραμμα ΚΒΛ (ἔργον=ἐμβ. ΚΒΛlκΚ).

§ 430. ***Κυκλικαὶ μεταβολαί.*** Ὀνομάζομεν κυκλικὴν μεταβολὴν τοῦ ἀερίου τοιαύτην μεταβολήν, ὥστε εἰς τὸ τέλος αὐτῆς τὸ ἀέριον νὰ ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, εἰς τὸν ἀρχικὸν δηλ. ὄγκον, τὴν ἀρχικὴν πίεσιν καὶ ἑπομένως καὶ τὴν ἀρχικὴν θερμοκρασίαν. Εὐνόητον ὅτι εἰς τὸ διάγραμμα



Σχ. 326.

v, p ἡ κυκλικὴ μεταβολὴ παρίσταται ἀπὸ *κλειστὴν* γραμμήν, ὅπως π. χ. ἡ ΑΒΓΔΑ (σχ. 426). Τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν μεταβολὴν ΑΒΓ εἶναι θετικὸν καὶ ἴσον ἀριθμητικῶς πρὸς τὸ ἐμβαδὸν ΑΒΓγαΑ. Τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν μεταβολὴν ΓΔΑ εἶναι ἀρνητικὸν καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν ΓΔΑαγΓ. Ἑπομένως τὸ ὅλον ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν κυκλικὴν μεταβολὴν ΑΒΓΔΑ ἰσοῦται πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἔργων, δηλ. πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν ἐμβαδῶν ΑΒΓγαΑ καὶ ΑΔΓγαΟ, ἤτοι εἶναι θετικὸν καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν ΑΒΓΔΑ.

Ἂν εἴχομεν τὴν κυκλικὴν μεταβολὴν ΑΔΓΒΑ, τὸ ἔργον θὰ ἦτο ἴσον πάλιν πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τοῦτο ἀλλ' ἀρνητικόν.

Ἔχομεν λοιπὸν τὸν ἑξῆς κανόνα:

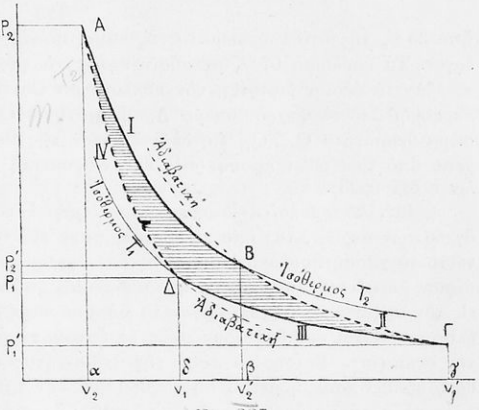
Ἂν παραστήσωμεν κυκλικὴν μεταβολὴν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου v, p, τὸ ὑπὸ τοῦ ἀερίου παραγόμενον ἔργον ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐμβαδὸν τῆς ὑπὸ τῆς καμπύλης περιοριζομένης ἐπιφανείας καὶ εἶναι θετικὸν μὲν ἂν αἱ καταστάσεις τοῦ ἀερίου διατρέχουν τὴν καμπύλην κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὡρολογίου, ἀρνητικὸν δὲ ἂν ἀντιθέτως.

§ 431. ***Κύκλος τοῦ Carnot.*** Ὁ Carnot ἐθεώρησε (1824) κυκλικὴν μεταβολὴν τελείου ἀερίου παρισταμένην ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου v, p ὑπὸ καμπυλογράμμου τετραπλεύρου, τοῦ ὁποίου αἱ δύο ἀπέναντι πλευραὶ εἶναι ἰσόθερμοι αἱ δὲ ἄλλαι δύο ἀδιαβατικαὶ (σχ. 327). Ι Τὸ ἀέριον ἀπὸ τῆς καταστάσεως Α (v_2, P_2, T_2) διατείνεται ἰσοθέρμως ὑπὸ τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_2 μέχρι τοῦ ὄγκου v'_2. Κατάστασις Β (v'_2, p'_2, T_2). ΙΙ Ἡ διάτασις ἐξακολουθεῖ ἀδιαβατικῶς, μέχρι τοῦ ὄγκου v'_1 καὶ τὸ ἀέριον ψύχεται. Κατάστασις Γ (v'_1, p'_1, T_1). ΙΙΙ Συμπιέζεται τώρα τὸ ἀέριον ἰσοθέρμως ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν T_1 μέχρι τοῦ ὄγκου v_1. Κατάστασις Δ (v_1, p_1, T_1). ΙV Ἡ συμπίεσις ἐξακολουθεῖ ἀδιαβατικὴ μέχρι τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου v_2 καὶ τὸ ἀέριον θερμαίνεται μέχρι τῆς ἀρχικῆς θερμοκρασίας T_2. Κατάστασις Α (v_2, p_2, T_2).

Τὸ ἀέριον κατὰ τὴν κυκλικὴν ταύτην μεταβολήν, τὸν *κύκλον τοῦ Carnot*, παρήγαγεν ἔργον θετικόν, ἴσον ἀριθμητικῶς πρὸς τὸ ἐμβαδὸν ΑΒΓΔΑ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Κατὰ τὴν ἰσόθερμον ἐντόνωσιν I τὸ ἀέριον, διὰ νὰ διατηρήσῃ τὴν θερμοκρασίαν του, πρέπει νὰ εὑρίσκεται εἰς θερμικὴν συγκοινωνίαν μὲ *δεξαμενὴν θερμότητος* Δ_2, μὲ σῶμα δηλ. μεγάλης θερμοχωρητικότητος ὑπὸ θερμοκρασίαν T_2. Ἀπὸ τὸ σῶμα τοῦτο θὰ *παραλάβῃ* τὸ ἀέριον θερμότητα Q_2 ἰσοδύναμον πρὸς τὸ ἔργον τῆς διαστολῆς, τὸ ὁποῖον παρίσταται ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν ΑΒβαΑ. Κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν II τὸ ἀέριον δὲν λαμβάνει ἔξωθεν θερμότητα καὶ διὰ τοῦτο ψύχεται ἕνεκα τῆς μεταβολῆς μέρους τῆς θερμότητός του εἰς ἔργον. Κατὰ τὴν ἰσόθερμον συμπίεσιν III πρέπει νὰ εὑρίσκεται τὸ ἀέριον εἰς θερμικὴν ἐπαφὴν μὲ *δεξαμενὴν θερμότητος* Δ_1 ὑπὸ θερμοκρασίαν T_1 καὶ εἰς ταύτην θὰ *ἀποδώσῃ* θερμότητα Q_1 ἰσοδύναμον πρὸς τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον ἔξωθεν προσεφέρθη διὰ τὴν συμπίεσιν καὶ τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἐμβαδὸν ΓΔδγΓ. Κατὰ τὴν ἀδιαβατικὴν συμπίεσιν IV τέλος τὸ ἀέριον δὲν ἀποδίδει θερμότητα καὶ διὰ τοῦτο ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται ἕνεκα τῆς μεταβολῆς τοῦ ἔξωθεν προσφερομένου ἔργου τῆς συμπιέσεως εἰς θερμότητα. Παρελήφθη λοιπὸν ἐκ τοῦ σώματος Δ_2 θερμότης Q_2, τῆς ὁποίας μέρος μέν, Q_1, ἀπεδόθη εἰς τὸ ψυχρότερον σῶμα Δ_1, μέρος δέ, Q_2-Q_1, μετεβλήθη εἰς ἔργον.



Σχ. 327.

Τὸ κλάσμα

$$\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} \tag{1}$$

τὸ ὁποῖον δεικνύει ποῖον μέρος τῆς ἐκ τῆς πηγῆς Δ_2 παρεχομένης θερμότητος μεταβάλλεται εἰς ἔργον, ὀνομάζομεν *ἀπόδοσιν* (*) ἢ *οἰκονομικὸν συντελεστὴν* τοῦ κύκλου.

Ἀλλὰ τὰ ποσὰ Q_2, Q_1, ἐφ' ὅσον τὸ ἀέριον εἶναι τέλειον, εἶναι δυνατὸν νὰ εὑρεθοῦν εὐκολώτατα δι' ὑπολογισμοῦ ἀπὸ τὸ διάγραμμα 327. Ὁ ὑπολογισμὸς οὗτος ἄγει εἰς τὴν ἑξῆς σχέσιν

$$\frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1}{T_1} \tag{2}$$

ὅθεν

$$\eta = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T} \tag{3}$$

(*) Ὁ ὅρος ἀπόδοσις ἔχει ἐδῶ διάφορον σημασίαν ἀπὸ τὴν ἀπόδοσιν τῆς §71, ἡ ὁποία εἶναι ἰσοδύναμος πρὸς τὴν ἰσχύν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἤτοι: ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς οἱουδήποτε κύκλου τοῦ Carnot, τὸν ὁποῖον ἐκτελεῖ ἰδανικὸν ἀέριον, ἐξαρτᾶται *μόνον* ἀπὸ τὰς θερμοκρασίας τῶν δύο *δεξαμενῶν* Δ_2 καὶ Δ_1.

Οὕτω ἂν ὁ κύκλος γίνεται μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 10^0 καὶ 150^0 Κελσίου ἡ ἀπόδοσις θὰ εἶναι:

$$\eta = \frac{423 - 283}{423} = \frac{140}{423} = 0{,}33$$

ἤτοι 33 % τῆς ὑπὸ τοῦ σώματος Δ_2 παρεχομένης θερμότητος μετατρέπονται εἰς ἔργον. Τὰ ὑπόλοιπα 67 % μεταβαίνουν εἰς τὸ ψυχρότερον σῶμα Δ_1.

Ἂν τὸ ἀέριον διατρέξῃ τὸν κύκλον τοῦ Carnot κατ' ἀντίθετον φοράν, θὰ *παραλάβῃ* ἀπὸ τὸ ψυχρὸν σῶμα Δ_1 θερμότητα Q_1, θὰ *ἀποδώσῃ* εἰς τὸ θερμὸν σῶμα θερμότητα $Q_2 > Q_1$, τὸ δὲ ἐπὶ πλέον τῆς θερμότητος $Q_2 - Q_1$ θὰ προέρχεται ἀπὸ τὸ ἔξωθεν προσφερθὲν ἔργον (ψυκτικὴ μηχανή). Θὰ ἰσχύῃ δὲ καὶ πάλιν ἡ σχέσις (3).

§ 432. ***Μεταβολαὶ ἀντιστρεπταὶ καὶ μὴ ἀντιστρέπταί.*** Αἱ μεταβολαὶ τοῦ ὄγκου τῶν ἀερίων, τὰς ὁποίας ἐθεωρήσαμεν εἰς τὰς § § 420 καὶ 422 κ. ἑ. ἔχουν τοῦτο τὸ χαρακτηριστικόν, ὅτι εἶναι *ἀμφίδρομοι* ἢ *ἀντιστρεπταί*. Ὅπως δηλ. τὸ ἀέριον διατείνεται ἰσοθέρμως ἢ ἀδιαβατικῶς οὕτω καὶ ἠμπορεῖ νὰ συμπιεσθῇ εἰς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον. Τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον *παράγεται* ὑπὸ τοῦ ἀερίου κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν εἶναι ἀκριβῶς ἴσον πρὸς τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ *δαπανηθῇ* διὰ τὴν συμπίεσιν. Ἐπίσης τὰ ποσὰ τῆς θερμότητος τὰ ὁποῖα τὸ ἀέριον *προσλαμβάνει* ἔξωθεν ὅταν ἡ μεταβολὴ χωρῇ κατὰ τὴν μίαν φοράν, εἶναι ἀκριβῶς ἴσα πρὸς τὰ ποσά, τὰ ὁποῖα τὸ ἀέριον *ἀποδίδει* ὅταν ἡ μεταβολὴ χωρῇ ἀντιστρόφως. Ἀλλ' ἔχομεν καὶ πλῆθος ἄλλων ἀντιστρεπτῶν φαινομένων εἰς τὴν φύσιν. Οὕτω ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς μηχανικῆς εἶναι ἀντιστρεπτὰ ἐφ' ὅσον δὲν ἔχομεν τριβὰς καὶ μεταβολὴν ἐνεργείας εἰς θερμότητα. Εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐκκρεμοῦς ἔχομεν π. χ. ἐναλλασσομένην μεταβολὴν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικήν. Εἰς τὴν ἐλαστικὴν κροῦσιν ἔχομεν μεταβολὴν τὴν κινητικῆς ἐνεργείας εἰς ἐνέργειαν ἐλαστικῆς παραμορφώσεως καὶ τἀνάπαλιν καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς. Ὑπάρχουν ὅμως καὶ μεταβολαί, αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι ἀντιστρεπταί. Οὕτω π. χ. ἡ μεταβολὴ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας διὰ τριβῆς εἰς θερμότητα δὲν εἶναι ἀντιστρεπτή.

Ἡ διάχυσις εἶναι φαινόμενον μὴ ἀνιστρεπτόν. Ἐπίσης δὲν εἶναι ἀντιστρεπτὴ ἡ διαστολὴ τοῦ ἀερίου κατὰ τὸ πείραμα τοῦ Joule (§ 417). Διότι ἂν θελήσωμεν νὰ συμπιέσωμεν τὸ ἀέριον πάλιν εἰς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον, νὰ τὸ περιορίσωμεν δηλ. εἰς τὸ δοχεῖον Δ (σχ. 319) πρέπει νὰ καταναλώσωμεν ἔργον, ἐνῶ τὸ ἀέριον κατὰ τὴν διαστολήν του δὲν παρήγαγεν ἔργον.

Εἰδικῶς προκειμένου περὶ τῆς διαστολῆς τῶν ἀερίων προσεκτικὴ ἐξέτασις μᾶς δεικνύει ὅτι διὰ νὰ εἶναι αὕτη ἀντιστρεπτὴ πρέπει ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν καὶ ἡ θερμοκρασία του ἴση πρὸς τὴν τοῦ περιβάλλοντος, αἱ διαδοχικαὶ δηλ. καταστάσεις τοῦ ἀερίου πρέπει νὰ εἶναι καταστάσεις ἰσορροπίας.

Ἐδῶ παρουσιάζεται μία λογικὴ δυσκολία, ἡ ἑξῆς: Ἂν τὸ ἀέριον εὑρίσκεται εἰς κατάστασιν ἰσορροπίας, δὲν ὑπάρχει κανεὶς λόγος ἀλλαγῆς τῆς καταστάσεως καὶ ἑπομένως ἀποκλείεται πᾶσα μεταβολή.

Ἀπὸ τὴν λογικὴν αὐτὴν δυσκολίαν ἐξερχόμεθα ὡς ἑξῆς: Ἂν ἡ κατάστασις τοῦ ἀερίου ἐλάχιστα διαφέρῃ ἀπὸ τὴν κατάστασιν τῆς ἰσορροπίας π. χ. ἡ πίεσίς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

του εἶναι κατ' ἐλάχιστον μεγαλητέρα τῆς ἐξωτερικῆς, ἐπέρχεται βραδεῖα μεταβολὴ τῆς καταστάσεως, διαστέλλεται π. χ. τὸ ἀέριον οὕτως ὥστε ἡ πίεσίς του νὰ ἐξισωθῇ πρὸς τὴν ἐξωτερικήν, ἀλλ' ἡ διαστολὴ χωρεῖ μὲ πολὺν μικρὰν ταχύτητα, τόσον μικροτέραν ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ὑπεροχὴ τῆς πιέσεως τοῦ ἀερίου ὑπὲρ τὴν ἐξωτερικήν. Διὰ τοῦτο λέγομεν ὅτι εἰς τὴν ἰδανικὴν περίπτωσιν τῆς ἰσότητος τῶν πιέσεων ἡ μεταβολὴ χωρεῖ μὲ ἀπείρως μικρὰν ταχύτητα, μὲ ἄπειρον βραδύτητα.

Οὕτω ἡ ἔννοια τῆς *ἀντιστρεπτῆς μεταβολῆς* τῆς καταστάσεως ἀερίου καταντᾷ ἰσοδύναμος πρὸς τὴν ἔννοιαν τῆς *ἀπείρως βραδείας μεταβολῆς*.

Παρατηροῦμεν ἀκόμη ὅτι κατὰ τὰς ἀπείρως βραδείας μεταβολὰς ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς μάζης τοῦ ἀερίου (ἂν δὲν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν ἐπίδρασιν τοῦ πεδίου τῆς βαρύτητος) ἐπίσης δὲ καὶ ἡ θερμοκρασία εἶναι παντοῦ ἡ αὐτή.

Τοῦτο ὅμως δὲν συμβαίνει εἰς τὰς μὴ ἀντιστρεπτὰς μεταβολάς. Οὕτω π. χ. εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ἀερίου κατὰ τὸ πείραμα τοῦ Joule (§ 417) ἕνεκα τῆς σφοδρότητος τῆς μεταβολῆς οὔτε περὶ ἑνιαίας πιέσεως οὔτε περὶ θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου ἠμπορεῖ νὰ γίνῃ λόγος.

§ 433. ***Κύκλος τοῦ Carnot μὲ οἱαδήποτε σώματα.*** Ἔστω τώρα σύστημα σωμάτων οἱωνδήποτε, τὸ ὁποῖον διατρέχει μεταβαλλόμενον ἀντιστρεπτῶς κύκλον ὅμοιον πρὸς τὸν τοῦ Carnot, μεταξὺ δύο ἰσοθέρμων καὶ δύο ἀδιαβατικῶν. Τὸ σύστημα δηλαδή:

I. Διαστέλλεται ἰσοθέρμως εἰς θερμοκρασίαν T_2 παραλαμβάνον θερμότητα Q_2 ἀπὸ τὴν πηγὴν Δ_2.

II. Διαστέλλεται ἀδιαβατικῶς καὶ ψύχεται μέχρι τῆς θερμοκρασίας T_1.

III. Συμπιέζεται ἰσοθέρμως εἰς τὴν θερμοκρασίαν T_1 καὶ ἀποδίδει εἰς τὴν δεξαμενὴν Δ_1 θερμότητα Q_1'.

IV. Συμπιέζεται ἀδιαβατικῶς μέχρι τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου θερμαινόμενον μέχρι τῆς ἀρχικῆς θερμοκρασίας T_2.

Ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς τοῦ κύκλου τούτου, τοῦ κύκλου Β, εἶναι

$$\eta' = \frac{Q_2 - Q_1'}{Q_2} \tag{4}$$

Ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι ὁ συντελεστὴς η' εἶναι μεγαλήτερος τοῦ συντελεστοῦ η τοῦ ἀντιστοίχου κύκλου τοῦ Carnot μὲ τέλειον ἀέριον, τὸν ὁποῖον ὀνομάζομεν κύκλον Α. Ἔστω δηλ.

$$\frac{Q_2 - Q_1'}{Q_2} > \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2}$$

ἤτοι

$$Q_1' < Q_1$$

Κατὰ τὸν κύκλον Β θερμότης Q_2 ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὴν δεξαμενὴν Δ_2 καὶ θερμότης $Q_2 - Q_1'$ μεταβάλλεται εἰς μηχανικὸν ἔργον.

Ἂν τώρα παραλλήλως πρὸς τὸν κύκλον Β ἐκτελέσωμεν τὸν κύκλον Α ἀντιστρόφως, προσφέρεται εἰς τὴν δεξαμενὴν Δ_2 θερμότης Q_2, ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὴν δεξαμενὴν Δ_1 θερμότης Q_1 καὶ μηχανικὸν ἔργον μεταβάλλεται εἰς ἰσοδύναμον θερμότητα $Q_2 - Q_1$.

Ἤτοι:

Ἡ δεξαμενὴ Δ_2 ἀπέδωκε θερμότητα Q_2, προσέλαβε Q_2. Σύνολον 0.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ δεξαμενὴ Δ_1 προσέλαβε θερμότητα Q_1', ἀπέδωκε Q_1, δηλ. ἀπέδωκεν ἐν ὅλῳ $Q_1 - Q_1'$.

Θερμότης $Q_2 - Q_1'$ μετεβλήθη εἰς ἔργον, ἔργον μετεβλήθη εἰς θερμότητα $Q_2 - Q_1$ δηλ. ἐν ὅλῳ μετεβλήθη εἰς ἔργον θερμότης

$$Q_2 - Q_1' - (Q_2 - Q_1) = Q_1 - Q_1' > 0.$$

Ὁ ἀπολογισμὸς τῶν δύο κύκλων μᾶς φέρει εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι θερμότης $Q_1 - Q_1'$, προερχομένη ἀπὸ τὴν δεξαμενὴν Δ_1 μὲ τὴν ταπεινὴν θερμοκρασίαν T_1, μετεβλήθη εἰς μηχανικὸν ἔργον χωρὶς καμμίαν ἄλλην μεταβολὴν τῶν πέριξ σωμάτων, χωρὶς κανὲν *ἀνταλλαγμα*. Ἐπραγματοποιήσαμεν δηλ. τὸ *ἀεικίνητον δευτέρου εἴδους* καὶ εἰς τὸ συμπέρασμα τοῦτο κατελήξαμεν δεχθέντες ὅτι ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς τοῦ κύκλου Β εἶναι μεγαλήτερος τοῦ τοῦ Α.

Εἶναι λοιπὸν ἀδύνατον νὰ ἔχῃ κύκλος τοῦ Carnot, ἐκτελούμενος ἀπὸ οἱαδήποτε σώματα, συντελεστὴν μεγαλήτερον τῆς τοῦ κύκλου μὲ τέλειον ἀέριον, ἤτοι εἶναι

$$\eta' \leq \eta. \tag{5}$$

Ἀλλ', ἀφοῦ ὁ κύκλος Β εἶναι ἀντιστρεπτός, εὐκόλως εὑρίσκομεν, ἐκτελοῦντες τὸν Α κατ' εὐθεῖαν φοράν (ὥστε νὰ ἔχωμεν μεταβολὴν θερμότητος εἰς ἔργον) τὸν δὲ Β ἀντιστρόφως, ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ὁ συντελεστὴς η' μικρότερος τοῦ η· ἑπομένως εἶναι

$$\eta' \geq \eta. \tag{6}$$

Ἐκ τῶν δύο ἐξισώσεων (5,6) εὑρίσκομεν, προκειμένου περὶ τοῦ *ἀντιστρεπτοῦ* κύκλου Β

$$\eta' = \eta. \tag{7}$$

Ἤτοι: Ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς τοῦ κύκλου τοῦ Carnot εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τῶν σωμάτων τὰ ὁποῖα τὸν ἐκτελοῦν καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὰς θερμοκρασίας τῶν δύο δεξαμενῶν θερμότητος.

Ἂν ὁ κύκλος Β δὲν εἶναι ἀντιστρεπτός, ἔχομεν μόνον τὴν ἐξίσωσιν (5) καὶ ὄχι καὶ τὴν (6). Ἤτοι: *Ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς τοῦ ἀντιστρεπτοῦ κύκλου τοῦ Carnot εἶναι ὁ μέγιστος δυνατός.*

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν (5) ἠμποροῦμεν νὰ φθάσωμεν καὶ κατ' ἄλλον τρόπον.

Ἔστω $\dfrac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \eta$ ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς τοῦ κύκλου Α (Carnot)

καὶ $\dfrac{Q_2' - Q_1'}{Q_2'} = \eta' > \eta$ ὁ τοῦ κύκλου Β.

Ἂν λάβωμεν τοὺς κύκλους οὕτως ὥστε νὰ εἶναι $Q_2 - Q_1 = Q_2' - Q_1'$, εὐκόλως εὑρίσκομεν ὅτι διὰ νὰ ἰσχύῃ ἡ ἀνισότης πρέπει νὰ εἶναι

$$Q_2' < Q_2 \qquad Q_1' < Q_1.$$

Ἐκτελοῦμεν τώρα τὸν κύκλον Β κατὰ τὴν εὐθεῖαν φοράν, τὸν δὲ Α κατὰ τὴν ἀνάδρομον. Αἱ ἐπελθοῦσαι μεταβολαὶ εἶναι αἱ ἑξῆς:

Ἡ δεξαμενὴ Δ_2 ἐδέχθη θερμότητα Q_2, ἀπέδωκε θερμότητα Q_2', ἤτοι ἔλαβεν ἐν ὅλῳ θερμότητα $Q_2 - Q_2' > 0$

Ἡ δεξαμενὴ Δ_1 ἀπέδωκε θερμότητα Q_1, ἔλαβε θερμότητα Q_1' ἤτοι ἀπέδωκεν ἐν ὅλῳ θερμότητα $Q_1 - Q_1' > 0$.

Θερμότης $Q_2' - Q_1'$ μετεβλήθη εἰς ἔργον, ἔργον μετεβλήθη εἰς θερμότητα

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

$Q_2-Q_1=Q_2'-Q_1'$, ἤτοι δὲν ἔγινε μεταβολὴ ἔργου εἰς θερμότητα ἢ τἀνάπαλιν.

Ἡ μόνη παραμείνασα μεταβολὴ εἶναι ὅτι ἡ ψυχρὰ δεξαμενὴ ἀπώλεσε θερμότητα $Q_1-Q_1'>0$ ἡ δὲ θερμὴ δεξαμενὴ ἐδέχθη θερμότητα Q_2-Q_2', ἡ ὁποία εἶναι ἴση πρὸς Q_1-Q_1' καθὼς ἀμέσως φαίνεται ἐκ τῆς ἰσότητος

$$Q_2-Q_1=Q_2'-Q_1'.$$

Θερμότης δηλ. μετέβη ἀπὸ ψυχρότερον σῶμα εἰς θερμότερον ἄνευ τινὸς ἄλλης μεταβολῆς εἰς τὸν περιξ κόσμον, *ἄνευ ἀνταλλάγματος*. Εἰς τὸ ἄτοπον τοῦτο συμπέρασμα ἐφθάσαμεν δεχθέντες ὅτι εἶναι $\eta'>\eta$ ἑπομένως εἶναι $\eta'\leq\eta$ καὶ ἂν ὁ κύκλος B εἶναι ἀντιστρεπτός, εἶναι ἐπίσης $\eta'\geq\eta$, ὅθεν $\eta=\eta'$.

§ 434. ***Κύκλοι ἀντιστρεπτοὶ καὶ μὴ ἀντιστρεπτοί.*** Εἰς τὸν κύκλον τοῦ Carnot ἔχομεν στὴν σχέσιν

$$\frac{Q_1}{T_1}-\frac{Q_2}{T_2}=0. \tag{8}$$

Εἰς τοὺς μὴ ἀντιστρεπτοὺς κύκλους μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν T_2 καὶ T_1 εἶναι

$$\frac{Q_2-Q_1}{Q_1}=\eta'\leq\eta=\frac{T_2-T_1}{T_1}$$

ὅθεν

$$\frac{Q_1}{T_1}-\frac{Q_2}{T_2}\geq 0. \tag{9}$$

Εἰς τὴν τελευταίαν ταύτην ἐξίσωσιν διατηροῦμεν μόνον τὸ σημεῖον τῆς ἀνισότητας προκειμένου περὶ μὴ ἀντιστρεπτῶν κύκλων, δεχόμεθα δηλ. ὅτι τὸ πρῶτον μέρος τῆς ἐξισώσεως διὰ τοὺς μὴ ἀντιστρεπτοὺς κύκλους εἶναι θετικόν.

Εἰσάγομεν οὕτω *νέαν ὑπόθεσιν* διότι ἀπὸ τοὺς συλλογισμούς μας αὐστηρῶς ἐξάγεται μόνον ὅτι τὸ πρῶτον μέρος εἶναι *θετικὸν* ἢ *μηδέν*. Ἀλλ' ἡ ὑπόθεσις αὕτη δικαιολογεῖται ἐκ τοῦ ὅτι τὰ ἐκ ταύτης συμπεράσματα δὲν εὑρέθησαν ποτὲ εἰς ἀντίφασιν πρὸς τὴν παρατήρησιν.

Οὕτω ἔχομεν διὰ τοὺς μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν T_2 καὶ T_1 κύκλους τὴν σχέσιν:

$$\frac{Q_1}{T_1}-\frac{Q_2}{T_2}\geq 0 \tag{10}$$

Τὸ σημεῖον τῆς ἰσότητος ἰσχύει διὰ τοὺς ἀντιστρεπτοὺς κύκλους, τὸ δὲ τῆς ἀνισότητος διὰ τοὺς μὴ ἀντιστρεπτούς.

§ 435. ***Συμμετρικωτέρα γραφὴ τῆς ἐξισώσεως.*** Τὴν ἐξίσωσιν (10) ἠμποροῦμεν νὰ γράψωμεν συμμετρικώτερον. Παρατηροῦμεν δηλ. ὅτι τὸ Q_1 σημαίνει θερμότητα τὴν ὁποίαν τὸ ἐκτελοῦν τὸν κύκλον σῶμα *ἀποδίδει*, τὸ δὲ Q_2 θερμότητα τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα τοῦτο *προσλαμβάνει*. Ἂν θέλωμεν καὶ τὸ Q_2 νὰ σημαίνῃ θερμότητα τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἀποδίδει, πρέπει νὰ ἀλλάξωμεν τὸ σημεῖον καὶ ἡ ἐξίσωσις (10) γίνεται

$$\frac{Q_1}{T}+\frac{Q_2}{T_2}\geq 0 \tag{11}$$

ὅπου τὰ Q_1, Q_2 σημαίνουν θερμότητα *προσφερομένην* εἰς τὰς δεξαμενὰς Δ_1, Δ_2, καὶ τὸ μὲν $=$ ἰσχύει διὰ τοὺς ἀντιστρεπτοὺς κύκλους τὸ δὲ $>$ διὰ τοὺς μὴ ἀντιστρεπτούς.

§ 436. ***Ἀνταλλακτικὴ ἀξία τῶν μεταβολῶν τῆς ἐνεργείας.*** Εἰς τὴν § 428 ὁμιλοῦντες ποιοτικῶς περὶ τοῦ δευτέρου θερμοδυναμικοῦ ἀξιώματος ἐχωρίσαμεν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὰ φυσικὰ φαινόμενα εἰς δύο τάξεις. Φαινόμενα πρώτου εἴδους, τὰ ὁποῖα χωροῦν χωρὶς νὰ εἶναι ἀνάγκη τὰ συνοδεύωνται ἀπὸ καμμίαν ἄλλην μεταβολὴν εἰς τὸν πέριξ κόσμον, καὶ φαινόμενα δευτέρου εἴδους, τὰ ὁποῖα προκαλοῦνται μόνον ὅταν συγχρόνως ὑπάρχουν *ἀνταλλάγματα*, δηλ. φαινόμενα τοῦ πρώτου εἴδους. Μὲ τὴν βοήθειαν τῆς διερευνήσεως τοῦ κύκλου τοῦ Carnot ἠμποροῦμεν νὰ δώσωμεν εἰς τὰς ὑποδείξεις ταύτας μορφὴν περισσότερον συγκεκριμένην.

Ἡ μεταβολὴ ἔργου εἰς θερμότητα, ἡ μετάβασις θερμότητος ἀπὸ σώματος θερμοτέρου εἰς ψυχρότερον, εἶναι φαινόμενα τοῦ πρώτου εἴδους.

Ἡ μεταβολὴ θερμότητος εἰς ἔργον, ἡ μετάβασις θερμότητος ἀπὸ σώματος ψυχροτέρου εἰς θερμότερον, εἶναι φαινόμενα τοῦ δευτέρου εἴδους.

Τὰς σχέσεις τοῦ κύκλου τοῦ Carnot ἠμποροῦμεν νὰ ἐξηγήσωμεν ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης, ἂν δεχθῶμεν ὅτι τὸ *ἀντάλλαγμα* τὸ ἐκ τῆς μεταβολῆς ἔργου εἰς θερμότητα Q ἀποθηκευομένην εἰς σῶμα ἀπολύτου θερμοκρασίας T ἰσοῦται πρὸς τὸ πηλίκον $\frac{Q}{T}$.

Ἡ μεταβολὴ θερμότητος ἐκ σώματος θερμοκρασίας T εἰς ἔργον *ἀπαιτεῖ* ἀντάλλαγμα προερχόμενον ἐκ φαινομένου τοῦ πρώτου εἴδους καὶ ἴσον πρὸς $\frac{Q}{T}$, ἢ καὶ ἄλλως, τὸ ἀντάλλαγμα τῆς μεταβολῆς ταύτης εἶναι ἀρνητικὸν καὶ ἴσον πρὸς $-\frac{Q}{T}$.

Τὸ ἀντάλλαγμα τῆς μεταβάσεως θερμότητος Q ἀπὸ σώματος B θερμοκρασίας T_2 εἰς σῶμα A θερμοκρασίας T_1 εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς: Τὸ ἀντάλλαγμα τῆς μεταβολῆς τῆς θερμότητος Q, προερχομένης ἀπὸ σῶμα θερμοκρασίας T_2, εἰς ἔργον εἶναι $-\frac{Q}{T_2}$. Τὸ ἀντάλλαγμα τῆς μεταβολῆς τοῦ ἔργου τούτου εἰς θερμότητα ἀποθηκευμένην εἰς σῶμα θερμοκρασίας T_1 εἶναι $+\frac{Q}{T_1}$. Ἑπομένως τὸ ἀντάλλαγμα τῆς μεταβάσεως τῆς θερμότητος Q ἀπὸ τὸ σῶμα B εἰς τὸ A εἶναι

$$Q\left[\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right]$$

θετικὸν μὲν ἂν $T_2 > T_1$, ἀρνητικὸν δὲ ἂν $T_2 < T_1$.

Εἰς τὸν κύκλον τοῦ Carnot θερμότης Q_1 μεταβαίνει ἀπὸ τὴν θερμὴν δεξαμενὴν (θερμοκρ. T_2) εἰς τὴν ψυχρὰν (θερμοκρ. T_1).

Ἀντάλλαγμα $\qquad Q_1\left[\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right]$

Θερμότης Q_2-Q_1 προερχομένη ἀπὸ τὴν θερμὴν δεξαμενὴν (θερμοκρ. T_2) μεταβάλλεται εἰς ἔργον.

Ἀντάλλαγμα $\qquad -\frac{Q_2-Q_1}{T_2}$.

Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀνταλλαγμάτων εἶναι

$$Q_1\left[\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right]-\frac{Q_2-Q_1}{T_2}=\frac{Q_1}{T_2}-\frac{Q_2}{T}=0$$

συμφώνως πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (11).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Κατὰ τὸν κύκλον τοῦ Carnot δηλ. ἔχομεν πλήρη ἐκμετάλλευσιν τοῦ ἐκ τῆς μεταβάσεως θερμότητος ἀπὸ θερμὸν σῶμα εἰς ψυχρότερον ἀνταλλάγματος. Ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς τοῦ κύκλου εἶναι διὰ τοῦτο ὁ μέγιστος δυνατός. Ἀλλὰ καὶ ἡ ἰσότης τῶν θετικῶν καὶ ἀρνητικῶν ἀνταλλαγμάτων εἶναι ἡ αἰτία, διὰ τὴν ὁποίαν ὁ κύκλος εἶναι ἀμφίδρομος, ἀντιστρεπτός.

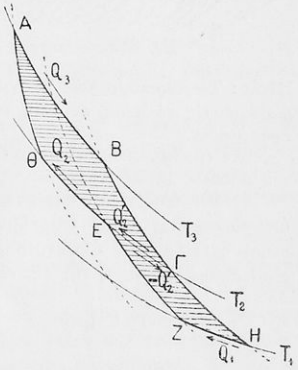
Εἰς τοὺς μὴ ἀντιστρεπτοὺς κύκλους τὸ ἐκ τοῦ φαινομένου τοῦ πρώτου εἴδους ἀντάλλαγμα δὲν χρησιμοποιεῖται τελείως. Μέρος αὐτοῦ μένει ἄνευ ἀντιστοίχου ἀνταλλάγματος ἐκ φαινομένου τοῦ δευτέρου εἴδους. Διὰ τοῦτο ἂν θελήσωμεν νὰ ἀντιστρέψωμεν τὸν κύκλον, δὲν διαθέτομεν πλέον ἐπαρκῆ θετικὰ ἀνταλλάγματα ὥστε νὰ ἐπανέλθωμεν εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν.

§ 437. ***Ἀνηγμένη θερμότης.*** Ἂν ὀνομάσωμεν τὸ πηλίκον $\frac{Q}{T}$ τῆς θερμότητος διὰ τῆς θερμοκρασίας τῆς σχετικῆς δεξαμενῆς *ἀνηγμένην θερμότητα* ἡ ἰσότης (11) ἠμπορεῖ νὰ διατυπωθῇ ὡς ἑξῆς:

Τὸ ἄθροισμα τῶν *ἀνηγμένων ποσῶν θερμότητος* τὰ ὁποῖα *ἀποδίδει* τὸ ἐκτελοῦν τὸν κύκλον τοῦ Carnot σῶμα εἶναι μηδέν.

Ἡ ἀνισότης (11) πρέπει κατ' ἄλλον τρόπον νὰ διατυπωθῇ, διότι, καθὼς εἰς τὴν § 432 ἐξεθέσαμεν, κατὰ τὰς μὴ ἀντιστρεπτὰς μεταβολὰς δὲν ὑπάρχει σαφῶς ὡρισμένη θερμοκρασία τοῦ ὑφισταμένου τὰς μεταβολὰς σώματος. Αἱ θερμοκρασίαι T_1, T_2 ὁρίζονται μόνον ὡς θερμοκρασίαι τῶν *δεξαμενῶν* Δ_1, Δ_2. Ἡ διατύπωσις λοιπὸν τῆς ἀνισότητος (9) θὰ εἶναι ἡ ἑξῆς:

Τὸ ἄθροισμα τῶν *ἀνηγμένων ποσῶν θερμότητος*, τὰ ὁποῖα *προσλαμβάνουν* αἱ δύο δεξαμεναὶ Δ_1, Δ_2 παρὰ τοῦ ἐκτελοῦντος μὴ ἀντιστρεπτὸν κύκλον σώματος, εἶναι θετικόν.



Σχ. 328.

§ 438. ***Σύνθετος κύκλος.*** Ἔστω ἤδη ὁ κύκλος ΑΒΓΗΖΕΘΑ τοῦ σχήματος 328 ἀποτελούμενος ἀπὸ τὰς ἰσοθέρμους ΑΒ (θερμοκρασία T_3) ΗΖ (θερμοκρασία T_1) καὶ ΕΘ (θερμοκρασία T_2) καὶ τὰς ἀδιαβατικὰς ΒΗ, ΖΕ, ΘΑ. Θεωροῦμεν ἰδιαιτέρως τοὺς κύκλους ΑΒΓΕΘΑ καὶ ΕΒΗΒΕ καὶ ὀνομάζομεν: Q_3 τὴν ἀρνητικὴν θερμότητα τὴν προσφερομένην εἰς τὴν δεξαμενὴν Δ_3 θερμοκρασίας T_3, κατὰ τὴν μεταβολὴν ΑΒ, Q_2' τὴν θερμότητα τὴν προσφερομένην εἰς τὴν δεξαμενὴν Δ_2, θερμοκρασίας T_2 κατὰ τὴν μεταβολὴν ΓΕ, Q_2 τὴν θερμότητα τὴν προσφερομένην εἰς τὴν αὐτὴν δεξαμενὴν κατὰ τὴν μεταβολὴν ΕΘ, Q_1 τὴν θερμότητα τὴν προσφερομένην εἰς τὴν δεξαμενὴν Δ_1, θερμοκρασίας T_1, κατὰ τὴν μεταβολὴν ΗΖ. Ἡ θερμότης ἡ προσφερομένη εἰς τὴν δεξαμενὴν Δ_2 κατὰ τὴν μεταβολὴν ΕΓ εἶναι τότε, ἀφοῦ αἱ μεταβολαὶ εἶναι ἀντιστρεπταί, ἴση πρὸς $-Q_2'$.

Ἐκ τοῦ πρώτου κύκλου ἔχομεν

$$\frac{Q_3}{T_3} + \frac{Q_2' + Q_2}{T_2} = 0$$

ἐκ δὲ τοῦ δευτέρου

$$\frac{-Q_2'}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = 0.$$

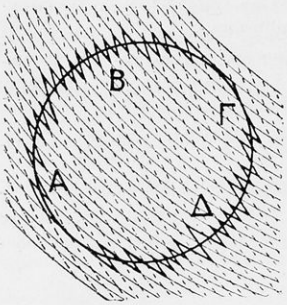
Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Προσθέτοντες κατὰ μέλη τὰς δύο ταύτας ἐξισώσεις εὑρίσκομεν:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0.$$

Ἀλλὰ Q_1, Q_2, Q_3 εἶναι τὰ ποσὰ τῆς θερμότητος τὰ ὁποῖα προσφέρονται εἰς τὰς ἀντιστοίχους δεξαμενὰς κατὰ τὸν κύκλον ΑΒΓΗΖΕΘΑ. ἤτοι: Εἰς σύνθετον ἀντιστρεπτὸν κύκλον ἀποτελούμενον ἀπὸ ἰσοθέρμους καὶ ἀδιαβατικὰς μεταβολὰς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀνηγμένων ποσῶν θερμότητος εἶναι μηδέν.

§ 439. ***Κύκλος οἱοσδήποτε.*** Ἔστω τώρα (σχ. 329) ὁ ἀντιστρεπτὸς κύκλος ΑΒΓΔΑ. Τὴν περίμετρον τοῦ κύκλου τούτου ἠμποροῦμεν νὰ θεωρήσωμεν μὲ ὅσην προσέγγισιν θέλομεν ὡς ἀποτελουμένην ἀπὸ τμήματα ἐναλλὰξ ἰσοθέρμων καὶ ἀδιαβατικῶν, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται.



Σχ. 329.

Ἂν ὀνομάσωμεν Τ τὴν θερμοκρασίαν στοιχειώδους τινὸς τμήματος ἰσοθέρμου καὶ Q τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν κατὰ ταύτην τὴν στοιχειώδη μεταβολὴν ἀποδίδει τὸ ἐκτελοῦν τὸν κύκλον σῶμα εἰς τὴν ἀντίστοιχον δεξαμενὴν θερμότητος, θὰ ἔχωμεν συμφώνως πρὸς τὰ εἰς τὴν προηγουμένην § ἐκτεθέντα τὴν ἰσότητα.

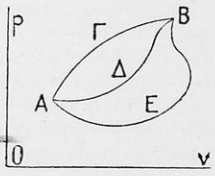
$$\sum \frac{Q}{T} = 0 \qquad (10)$$

Ἤτοι: Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀνηγμένων στοιχειωδῶν ποσῶν θερμότητος, τὰ ὁποῖα ἀποδίδει εἰς τὰ πέριξ σώματα σύστημα ἐκτελοῦν ἀντιστρεπτὸν κύκλον, ἰσοῦται πρὸς μηδέν.

Ἂν ὁ κύκλος δὲν εἶναι ἀντιστρεπτὸς τὸ ἄθροισμα τοῦτο εἶναι μεγαλήτερον τοῦ μηδενὸς (πρβλ. τὸ τέλος τῆς § 428).

§ 440. ***Ἐντροπία.*** Θεωροῦμεν σῶμα, τοῦ ὁποίου ἡ κατάστασις παρίσταται ἀπὸ τὸ σημεῖον Α τοῦ ἐπιπέδου ν, p. Σχ. 330. Ἂν τὸ σῶμα ἐκτελέσῃ τὸν ἀντιστρεπτὸν κύκλον ΑΓΒΔΑ, θὰ εἶναι συμφώνως πρὸς τὴν ἐξ. (12)

$$\sum \frac{Q}{T} = 0 \qquad \text{ἤτοι} \qquad \sum_{\text{ΑΓΒ}} \frac{Q}{T} = -\sum_{\text{ΒΔΑ}} \frac{Q}{T}$$



Σχ. 330.

(Τὰ ὑπὸ τὸ $\sum$ γράμματα ὑποδηλώνουν τὸ εἰς τὴν μεταβολὴν ἀντίστοιχον μέρος τοῦ διαγράμματος).

Ἀλλὰ τὰ ποσὰ τῆς θερμότητος, τὰ ὁποῖα τὸ σῶμα ἀποδίδει εἰς τὸ περιβάλλον ὅταν ὑφίσταται τὴν *ἀντιστρεπτὴν* μεταβολὴν ΒΔΑ εἶναι ἴσα καὶ ἀντίθετα πρὸς τὰ ποσὰ τὰ ὁποῖα ἀποδίδει ὅταν ὑφίσταται τὴν ἀντίστροφον μεταβολὴν ΑΔΒ. Ἤτοι εἶναι

$$-\sum_{\text{ΒΔΑ}} \frac{Q}{T} = +\sum_{\text{ΑΔΒ}} \frac{Q}{T}$$

καὶ ἑπομένως

$$\sum_{\text{ΑΓΒ}} \frac{Q}{T} = \sum_{\text{ΑΔΒ}} \frac{Q}{T}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν ὀνομάσωμεν q τὰ στοιχειώδη ποσὰ τῆς θερμότητος τὰ ὁποῖα τὸ σῶμα *προσλαμβάνει* ἀπὸ τὸ περιβάλλον, εἶναι q=—Q καὶ ἑπομένως

$$\sum_{\text{ΑΓΒ}} \frac{q}{T} = \sum_{\text{ΑΔΒ}} \frac{q}{T}$$

καὶ ἐπειδὴ ἡ αὐτὴ ἀκριβῶς ἰσότης θὰ ἀπεδεικνύετο ἂν ἀντὶ τῆς μεταβολῆς ΑΔΒ ἐλαμβάνομεν τὴν ΑΕΒ ἢ οἱανδήποτε ἄλλην φέρουσαν ἀπὸ τὸ Α εἰς τὸ Β, ἔχομεν τὴν ἑξῆς πρότασιν.

Τὸ ἄθροισμα τῶν ἀνηγμένων στοιχειωδῶν ποσῶν θερμότητος, τὰ ὁποῖα *προσλαμβάνει* σῶμα τι μεταβαλλόμενον ἀντιστρεπτῶς ἀπὸ τῆς καταστάσεως Α εἰς τὴν Β, εἶναι ἀνεξάρτητον τοῦ τρόπου τῆς μεταβολῆς καὶ ἐξαρτᾶται *μόνον* ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν καὶ τὴν τελικὴν κατάστασιν.(*)

Ἐκ τούτου δικαιούμεθα νὰ δεχθῶμεν ὅτι ὑπάρχει *φυσική τις ποσότης* S, τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ εἶναι ἐντελῶς ὡρισμένη ἀπὸ τὴν κατάστασιν τοῦ σώματος καὶ τοιαύτη ὥστε, ἂν εἶναι S_A ἡ τιμὴ αὐτῆς εἰς τὴν κατάστασιν Α τοῦ σώματος καὶ S_B εἰς τὴν κατάστασιν Β, ἡ διαφορὰ τῶν δύο τιμῶν εἶναι

$$S_B - S_B = \sum_{A}^{B} \frac{q}{T}$$

ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἀνηγμένων στοιχειωδῶν ποσῶν θερμότητος, τὰ ὁποῖα τὸ σῶμα παραλαμβάνει κατὰ τὴν *ἀντιστρεπτὴν* μετάβασιν ἀπὸ τῆς καταστάσεως Α εἰς τὴν Β.

Ἡ οὕτω ὁριζομένη φυσικὴ ποσότης ὀνομάζεται *ἐντροπία* καὶ ἠμπορεῖ τὰνάπαλιν νὰ χρησιμεύσῃ πρὸς χαρακτηρισμὸν τῆς καταστάσεως τοῦ σώματος, ὅπως καὶ ὁ ὄγκος, ἡ πίεσις, ἡ θερμοκρασία.

Κατὰ τὰς ἀντιστρεπτὰς μεταβολὰς ἡ ἐντροπία *τοῦ συνόλου τῶν σωμάτων* μένει ἀμετάβλητος. Διότι αἱ μεταβολαὶ αὗται (πρβλ. § 426) εἶναι ἀλληλουχία καταστάσεων ἰσορροπίας. Τὰ ποσὰ θερμότητος τὰ ὁποῖα ἓν σῶμα δέχεται, τὰ χάνει ἄλλο σῶμα *ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν*, καὶ ἑπομένως εἰς ἕκαστον στοιχεῖον ἀνηγμένης θερμότητος $\frac{q}{T}$ ἀντιστοιχεῖ ἓν ἄλλο ἴσον καὶ ἀντίθετον $-\frac{q}{T}$.

Δὲν συμβαίνει ὅμως τὸ ἴδιον εἰς τὰς μὴ ἀντιστρεπτὰς μεταβολάς. Εἰς τὸν μὴ ἀντιστρεπτὸν κύκλον π. χ. τὸν ὁποῖον ἐξητάσαμεν εἰς τὴν § 433 ἔχομεν νὰ θεωρήσωμεν τὸ σῶμα Κ τὸ ἐκτελοῦν τὸν κύκλον καὶ τὰς δύο δεξαμενὰς θερμότητος Δ_1, Δ_2. Μετὰ τὴν διαδρομὴν τοῦ κύκλου τὸ σῶμα Κ ἐπανέρχεται εἰς τὴν ἀρχικὴν κατάστασιν, ἑπομένως ἡ ἐντροπία του εἶναι ἀμετάβλητος. Αἱ δύο δεξαμεναὶ *προσέλαβον* ἀνηγμένα ποσὰ θερμότητος

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} > 0 \qquad \text{(πρβλ. ἐξ. 11 § 430).}$$

Ἑπομένως ἡ ἐντροπία τοῦ συνόλου ηὐξήθη.

Ἡ ἰδιότης αὕτη τῆς ἐντροπίας εἶναι θεμελιώδης. Ἡ ἐντροπία ἀποκεκλεισμένου συστήματος μένει ἀμετάβλητος κατὰ τὴν (ἰδανικὴν) περίπτωσιν τῶν ἀντιστρεπτῶν μεταβολῶν, αὐξάνεται δὲ κατὰ τὰς μὴ ἀντιστρεπτὰς μεταβολάς.

(*) Σημειωτέον ὅτι τὴν ἰδιότητα ταύτην δὲν ἔχουν τὰ στοιχειώδη ποσὰ τῆς θερμότητος καθ' ἑαυτά.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἶναι λοιπὸν ἡ ἐντροπία ποσότης φυσική, ἡ ὁποία μόνον κατὰ μίαν διεύθυνσιν εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβληθῇ, ἡ ὁποία δὲν ἐπιδέχεται ἐλάττωσιν.

Ἂν λοιπὸν γνωρίζωμεν τὰς εἰς διαφόρους καταστάσεις ἀποκεκλεισμένου τινὸς συστήματος ἀντιστοιχούσας τιμὰς τῆς ἐντροπίας, γνωρίζομεν καὶ τὴν διεύθυνσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ σύστημα τοῦτο ἠμπορεῖ νὰ μεταβληθῇ, διότι ἡ μεταβολὴ εἶναι δυνατὴ μόνον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς αὐξούσης ἐντροπίας. Ἂν οἱαδήποτε μεταβολὴ τῆς καταστάσεως τοῦ συστήματος συνοδεύεται ἀπὸ ἐλάττωσιν τῆς ὁλικῆς ἐντροπίας, οὐδεμία μεταβολὴ εἶναι δυνατή, τὸ σύστημα εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ.

§ 441. *Ἀνακεφαλαίωσις.* Σκέψεις, τῶν ὁποίων τὴν ἀφετηρίαν ἀπετέλεσεν ὁ κύκλος ταῦ Carnot, μᾶς ἔφεραν εἰς τὸ νὰ γνωρίσωμεν τὴν ὕπαρξιν φυσικοῦ ποσοῦ, τῆς *Ἐντροπίας*, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει τὰς καταστάσεις τῶν σωμάτων. Ἂν τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα ὁρίζεται ὡς ὁ νόμος τῆς ὑπάρξεως καὶ τῆς ἀφθαρσίας τῆς *Ἐνεργείας*, τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα θὰ ὁρισθῇ ὡς ὁ νόμος τῆς ὑπάρξεως καὶ τῶν ἰδιοτήτων τῆς *Ἐντροπίας*.

Ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὴν ἄφθαρτον καὶ ἀμετάβλητον Ἐνέργειαν ἡ Ἐντροπία διαρκῶς μεταβάλλεται *πάντοτε αὐξανομένη*, τὸ δὲ δυνατὸν τῆς αὐξήσεως τῆς ἐντροπίας ἀποκεκλεισμένου τινὸς συστήματος εἶναι ὁ ἀπαριθμητὸς ὅρος τοῦ δυνατοῦ τῆς μεταβολῆς αὐτοῦ. Οὕτω δικαιολογεῖται ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον εἰς τὴν § 422 εἴπομεν, ὅτι τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα εἶναι *ποιοτικόν*, μᾶς παρέχει δηλ. τὴν κατεύθυνσιν τῶν φαινομένων.

Ἀλλ' ἡ ἐντροπία συστήματός τινος δὲν εἶναι δυνατὸν ἐπ' ἄπειρον νὰ αὐξάνεται. Θὰ φθάσῃ εἰς ἄκραν τινά, μεγίστην τιμήν, καὶ τότε, ἀφοῦ αὔξησις τῆς ἐντροπίας δὲν εἶναι πλέον δυνατή, ἀποκλείεται τὸ δυνατὸν οἱασδήποτε μεταβολῆς.

Τὴν πρότασιν ταύτην ἠθέλησε νὰ γενικεύσῃ ὁ Boltzmann (πρβλ. § 425), εἰπὼν ὅτι *ἡ ἐνέργεια τοῦ κόσμου εἶναι σταθερά, ἡ δὲ ἐντροπία αὐτοῦ τείνει πρὸς μεγίστην τινὰ τιμήν*.

Ἡ σημασία τῆς ἐντροπίας μόνον διὰ τῆς μαθηματικῆς ἀναλύσεως εἶναι δυνατὸν νὰ κατανοηθῇ. Ἐν τούτοις κατεδείχθη ἴσως ἀρκετά, ὅσον τὸ πλαίσιον στοιχειώδους βιβλίου τὸ ἐπιτρέπει, ὅτι ἡ πρότασις περὶ τῆς ὑπάρξεως καὶ τῆς διαρκοῦς αὐξήσεως τῆς ἐντροπίας ἰσοδυναμεῖ *περίπου* (*) πρὸς τὴν πρότασιν περὶ τοῦ ἀδυνάτου τοῦ ἀεικινήτου δευτέρου εἴδους ἢ καὶ ἀκόμη πρὸς τὸ ὅτι εἶναι ἀδύνατον νὰ μεταβῇ ἄνευ ἀνταλλάγματος θερμότης ἀπὸ ψυχρότερον σῶμα εἰς θερμότερον.

ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΛΙΜΑΞ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

§ 442. Τὴν θερμοκρασίαν ὡρίσαμεν κατ' ἀρχὰς (§ 376) ὡς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου. Τὴν αὐθαίρετον ταύτην κλίμακα ἀντικατεστήσαμεν (§ 391) διὰ τῆς ὀλιγώτερον αὐθαιρέτου κλίμακος τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου ἀχθέντες εἰς τοῦτο ἐκ τῆς κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ταυτότητος τοῦ θερμικοῦ συντελεστοῦ τῆς πιέσεως τῶν ἀερίων. Ἀλλὰ καὶ ἡ κλῖμαξ αὕτη δὲν

(*) Ὁ νόμος τῆς *αὐξήσεως* τῆς ἐντροπίας κατὰ τὰς μὴ ἀντιστρεπτὰς μεταβολὰς περιέχει κάτι τι ἐπὶ πλέον τῶν δύο ἄλλων διατυπώσεων (πρβλ. § 429).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στερεῖται αὐθαιρεσίας διότι ὁ θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως δὲν εἶναι ἀκριβῶς ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ ἀέρια, καί, καθὼς εἰς τὴν § 397 ἐξεθέσαμεν, ὁ ὁρισμὸς τοῦ τελείου ἀερίου ἐν σχέσει πρὸς τὴν κλίμακα τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου ἀποτελεῖ φαῦλον κύκλον.

Τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα μᾶς παρέχει τὸ μέσον καθορισμοῦ τῆς κλίμακος τῆς θερμοκρασίας ἀπηλλαγμένου ἐντελῶς αὐθαιρεσίας.

Εἰς τὴν § 433 εἴδομεν ὅτι ὁ οἰκονομικὸς συντελεστὴς ἀντιστρεπτοῦ κύκλου μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν T_2 καὶ T_1 εἶναι *ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τοῦ ἐκτελοῦντος τὸν κύκλον σώματος* καὶ παρέχεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν.

$$\frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2}.$$

Ἡ σχέσις αὕτη μᾶς ἐπιτρέπει νὰ προσδιορίσωμεν διαστήματα θερμοκρασίας ἐκ τοῦ ἀντιστοίχου συντελεστοῦ η, ὁ ὁποῖος εἶναι δυνατὸν πειραματικῶς νὰ εὑρεθῇ.

Ἡ ἔκθεσις τοῦ τρόπου κατὰ τὸν ὁποῖον ἡ μέθοδος αὕτη πρακτικῶς ἐφαρμόζεται θὰ ἐξήρχετο τῶν ὁρίων τοῦ παρόντος βιβλίου. Ἂς ἀρκέσῃ ἐνταῦθα ἡ ὑπόδειξις ὅτι ἡ οὕτω ὁριζομένη θερμομετρικὴ κλῖμαξ συμφωνεῖ κατὰ μεγίστην προσέγγισιν καὶ ἐντὸς εὐρυτάτων ὁρίων μὲ τὴν κλίμακα τοῦ ἀερικοῦ θερμομέτρου, περιέχοντος Ἄζωτον, Ὑδρογόνον ἢ Ἥλιον.

ΑΙ ΤΡΕΙΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ ΚΑΙ ΑΙ ΕΙΣ ΑΛΛΗΛΑΣ ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ

§ 443. ***Στερεά, ὑγρά, ἀέρια.*** Ὀνομάζομεν εἰδικώτερον *καταστάσεις* τῆς ὕλης τὴν στερεάν, τὴν ὑγρὰν καὶ τὴν ἀερίαν μορφήν, ὑπὸ τὴν ὁποίαν τὰ ὑλικὰ σώματα παρουσιάζονται. Εἰς τὴν § 181 (σελ. 183) ἔχουν ἤδη ἐκτεθῇ συντόμως αἱ κύριαι διαφοραὶ αἱ ὁποῖαι χαρακτηρίζουν τὰς τρεῖς μορφὰς τῆς ὕλης ὑπεδείχθη δὲ ὅτι πολλάκις συγχέονται τὰ ὅρια τῶν μορφῶν τούτων.

Εἰς τὸ κεφάλαιον τοῦτο θὰ ἀσχοληθῶμεν μὲ τὰς εἰς ἀλλήλας μεταβολὰς τῶν καταστάσεων τῆς ὕλης.

ΤΗΞΙΣ — ΠΗΞΙΣ

§ 444. ***Θερμοκρασία ἢ σημεῖον τήξεως.*** Πλεῖστα στερεὰ ὑποβαλλόμενα εἰς ἀρκετὰ ὑψηλὴν θερμοκρασίαν μεταβάλλονται εἰς ὑγρά, τήκονται. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἡ μεταβολὴ δηλ. τῆς στερεᾶς καταστάσεως εἰς τὴν ὑγρὰν ὀνομάζεται *τῆξις*. Τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον, ἡ μεταβολὴ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως εἰς τὴν στερεάν, ὀνομάζεται *πῆξις*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Καθὼς καὶ προηγουμένως ἐξετέθη (§ 181) ὑπάρχουν σώματα εἰς τὰ ὁποῖα ἡ μεταβολὴ ἀπὸ τῆς μιᾶς καταστάσεως εἰς τὴν ἄλλην γίνεται βαθμιαίως, οὕτως ὥστε σαφὲς ὅριον μεταξύ των δὲν ὑπάρχει (*). Εἰς πλεῖστα ὅμως σώματα ἡ μεταβολὴ εἶναι ἀπότομος καὶ ἡ στερεὰ μορφὴ σαφῶς διακρίνεται ἀπὸ τὴν ὑγράν, μὲ αὐτὰς δὲ ἀκριβῶς τὰς μεταβολὰς θὰ ἐνασχοληθῶμεν.

Ἂν θερμάνωμεν τοιοῦτον στερεὸν σῶμα ἐντὸς δοχείου ἐνῶ συγχρόνως παρακολουθοῦμεν διὰ θερμομέτρου τὴν θερμοκρασίαν αὐτοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀνέθῃ μέχρι σημείου τινός, ἀρχίζει τὸ στερεὸν νὰ μεταβάλλεται εἰς ὑγρόν, ἡ δὲ *θερμοκρασία* μένει ἀμετάβλητος μολονότι διαρκῶς προσφέρεται εἰς τὸ σῶμα *θερμότης*, ἐφ' ὅσον ὑπάρχει στερεὸν τηκόμενον. Ὅταν ὁλόκληρον τὸ σῶμα λάβῃ τὴν ὑγρὰν μορφήν, ἀρχίζει ἡ *θερμοκρασία* νὰ αὐξάνεται

Ἡ σταθερὰ αὕτη θερμοκρασία, κατὰ τὴν ὁποίαν γίνεται ἡ μεταβολὴ τῆς στερεᾶς καταστάσεως εἰς ὑγράν, ὀνομάζεται *θερμοκρασία τήξεως* ἢ *σημεῖον τήξεως* τοῦ σώματος, ἡ δὲ παρατήρησις δεικνύει ὅτι εἶναι πάντοτε ἡ αὐτὴ εἰς τὸ αὐτὸ σῶμα, ἐφ' ὅσον τοῦτο εὑρίσκεται ὑπὸ τὴν αὐτὴν ὑδροστατικὴν ἢ ἀεροστατικὴν πίεσιν. Διὰ τοῦτο εὐλόγως τὸ σημεῖον τήξεως θεωρεῖται ὡς *χαρακτηριστικὴ σταθερὰ* τοῦ σώματος καὶ χρησιμεύει εἴτε πρὸς ἐξέλεγξιν τῆς καθαρότητος αὐτοῦ εἴτε καὶ πρὸς χημικὸν προσδιορισμόν. Ἂν εἴμεθα βέβαιοι περὶ τῆς γνησιότητος καὶ καθαρότητος τοῦ σώματος, ἡ θερμοκρασία τήξεως αὐτοῦ ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ ταὐτάπαλιν πρὸς ἐξέλεγξιν τῆς βαθμολογίας τῶν θερμομέτρων (πρβλ. § 376 κ. ἑ.).

Οὕτω π. χ. εἰς τὸν πάγον ὑπὸ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας τὸ σημεῖον τήξεως εἶναι 0^0 Κελσίου. Εἰς τὸν πίνακα VIII παρέχονται τὰ σημεῖα τήξεως στερεῶν τινων.

Ἂν ταὐτάπαλιν ἐκθέσωμεν τὸ ὑγρὸν εἰς ἀρκούντως ψυχρότερον περιβάλλον, παρατηροῦμεν ὅτι κατ' ἀρχὰς ἡ *θερμοκρασία* ἐλαττώνεται ἕνεκα τῆς ἀποβολῆς *θερμότητος*. Ὅταν ἡ *θερμοκρασία* φθάσῃ μέχρι σημείου τινός, ἀρχίζει τὸ ὑγρὸν νὰ μεταβάλλεται εἰς στερεόν, νὰ πήγνυται, καί, ἐφ' ὅσον ἡ πῆξις προχωρεῖ ἡ *θερμοκρασία* μένει ἀμετά-

(*) Τὰ τοιαῦτα στερεά, π. χ. τὴν ὕαλον, πολλοὶ δὲν θεωροῦν ὡς πραγματικὰ στερεά, ἀλλ' ὡς ὑγρὰ μὲ πολὺ μεγάλην ἐσωτερικὴν τριβήν (πρβλ. § 209).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

βλητος, μολονότι διαρκῶς τὸ σῶμα ἀποβάλλει *θερμότητα*, μέχρις ὅτου ὁλόκληρον τὸ ὑγρὸν μεταβληθῇ εἰς στερεόν. Τὴν σταθερὰν ταύτην θερμοκρασίαν ὀνομάζομεν *θερμοκρασίαν* ἢ *σημεῖον πήξεως*, ἡ δὲ παρατήρησις δεικνύει ὅτι εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως.

§ 445. ***Υπέρτηξις.*** Ἂν ἐκθέσωμεν ὑγρὸν εἰς περιβάλλον θερμοκρασίας κατωτέρας τοῦ σημείου πήξεως αὐτοῦ καὶ ἀφήσωμεν τὸ δοχεῖον ἐντελῶς ἀκίνητον, παρατηροῦμεν ὅτι πολλάκις ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ κατέρχεται κάτω τοῦ σημείου πήξεως χωρὶς νὰ ἀρχίσῃ τοῦτο νὰ πήγνυται. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται *ὑπέρτηξις*. Ἂν ἀναταράξωμεν τὸ δοχεῖον ἢ ρίψωμεν εἰς τὸ ἐν ὑπερτήξει σῶμα ἐλάχιστον ποσὸν τοῦ αὐτοῦ σώματος ὑπὸ στερεὰν μορφήν, ἐπέρχεται ἀπότομος στερεοποίησις, ἐνῶ ἡ θερμοκρασία *ἀνέρχεται* καὶ δύναται νὰ φθάσῃ τὸ σημεῖον πήξεως.

Εἰς τὸ ὕδωρ π. χ. ἠμπορεῖ μὲ πολλὰς προφυλάξεις νὰ φθάσῃ ἡ θερμοκρασία μέχρι -20^0 χωρὶς νὰ ἐπέλθῃ στεροποίησις.

§ 446. ***Επίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως.*** Ἡ μεταβολὴ τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἐπιφέρει μεταβολὴν τοῦ σημείου τήξεως τῶν σωμάτων· καὶ ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον μὲν αὔξησις τῆς πιέσεως προκαλεῖ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τῆς τήξεως, ἐνίοτε ὅμως, ὅπως εἰς τὸν πάγον, αὔξησις τῆς πιέσεως προκαλεῖ ταπείνωσιν τοῦ σημείου τήξεως.

Τὴν ταπείνωσιν ταύτην τοῦ σημείου τήξεως τοῦ πάγου ἐκ τῆς αὐξήσεως τῆς πιέσεως μολονότι εἶναι πολὺ μικρὰ (εἰς αὔξησιν πιέσεως κατὰ 1 ἀτμ. ἀντιστοιχεῖ ἐλάττωσις τοῦ σημείου τήξεως κατὰ $0^0{,}0076$) δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Στηρίζομεν καταλλήλως πρίσμα ἐκ πάγου καὶ διὰ λεπτοῦ σύρματος περιβάλλοντος αὐτὸ ἐξαρτῶμεν βάρος 5 ἢ 10 Kg. Μετά τινα χρόνον παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σύρμα εἰσέδυσεν ἐντὸς τοῦ πάγου χωρὶς οὗτος νὰ παρουσιάζῃ πουθενὰ διακοπὴν τῆς συνεχείας του. Ἡ ἐξήγησις τοῦ φαινομένου εἶναι ἡ ἑξῆς:

Τὸ βάρος στηριζόμενον ἐπὶ τοῦ πάγου διὰ τοῦ λεπτοῦ σύρματος κατανέμεται ἐπὶ πολὺ μικρᾶς ἐπιφανείας. Ὡς ἐκ τούτου ἡ πίεσις εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ταύτην (πηλίκον τοῦ βάρους διὰ τῆς ἐπιφανείας) εἶναι σημαντικὴ καὶ ὁ πάγος, ὁ ὁποῖος ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἶναι στερεός, ὑπὸ τὴν ηὐξημένην ὑπὸ τὸ σύρμα πίεσιν τήκεται, διότι αὐξανομένης τῆς πιέσεως χρειάζεται ταπεινοτέρα θερμοκρασία διὰ νὰ μείνῃ ὁ πάγος στερεός. Ἀλλὰ τὸ ἐκ τῆς τήξεως ὕδωρ ἀνερχόμενον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὑπὲρ τὸ σύρμα ἐλευθερώνεται ἀπὸ τὴν πρόσθετον πίεσιν καὶ πήγνυται ἐκ νέου. Οὕτω τὸ σύρμα εἰσδύει εἰς τὸν πάγον καὶ ἠμπορεῖ νὰ διαπεράσῃ ἐντελῶς τὸ ἐκ πάγου πρίσμα χωρὶς νὰ τὸ κόψῃ.

Ἐντελῶς ἀνάλογον φαινόμενον ἔχομεν κατὰ τὴν κίνησιν τῶν παγετώνων. Τὰ κατώτερα στρώματα τοῦ πάγου πιεζόμενα ὑπὸ τῶν ἀνωτέρων τήκονται. Τὸ ἐκ τῆς τήξεως ὕδωρ εἰσδύον εἰς τὰ μεταξὺ τῶν κόκκων τοῦ πάγου διάκενα ἐλευθερώνεται ἀπὸ τὴν πίεσιν καὶ στερεοποιεῖται ἐκ νέου. Οὕτω ὁλόκληρος ἡ μᾶζα τοῦ παγετῶνος κινεῖται βραδέως πρὸς τὰ κατωφερῆ.

Ἡ ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως ἔχει στενωτάτην σχέσιν πρὸς τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου, ἡ ὁποία συνοδεύει τὴν ἀλλαγὴν καταστάσεως τῶν σωμάτων. Τὰ σώματα κατὰ τὴν πῆξιν ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον συστέλλονται, μερικὰ ὅμως, ὅπως τὸ ὕδωρ, ὁ χυτοσίδηρος, διαστέλλονται (ὁ πάγος ἐπιπλέει ἐπὶ τοῦ ὕδατος· πυκνότης τοῦ πάγου εἰς 0^0 ἴση πρὸς 0,9167). Ἀφοῦ λοιπὸν τὸ ὕδωρ κατὰ τὴν πῆξιν διαστέλλεται καὶ πρέπει πρὸς τοῦτο νὰ ὑπερνικήσῃ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, ὅταν αὐξήσῃ ἡ πίεσις, οἱ ὅροι διὰ τὴν πῆξιν γίνονται δυσμενέστεροι καὶ ἑπομένως διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἡ πῆξις πρέπει ἡ ψῦξις νὰ προχωρήσῃ περισσότερον.

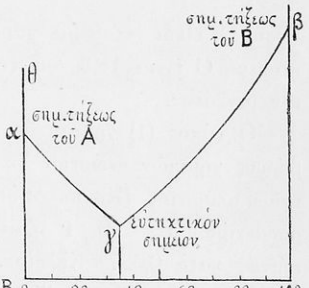
§ 447. ***Σημεῖον τήξεως κραμάτων.*** Τὸ σημεῖον τήξεως τῶν κραμάτων, τὰ ὁποῖα λαμβάνονται διὰ συντήξεως μετάλλων, εἶναι συνήθως χαμηλότερον τῆς ἐκ τῶν σημείων τήξεως τῶν συστατικῶν κατὰ τὴν μέθοδον τῆς ἑταιρείας ὑπολογιζομένης θερμοκρασίας, πολλάκις δὲ εἶναι χαμηλότερον καὶ τοῦ σημείου τήξεως τοῦ εὐτηκτοτάτου τῶν συστατικῶν. Οὕτω π. χ. κρᾶμα 2 μερῶν Na καὶ 1 μέρους K τήκεται εἰς $-12^0{,}5$ ἐνῶ τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ Νατρίου εἶναι $+97^0$ τοῦ δὲ Καλίου $+62^0{,}5$. Τὸ κρᾶμα τοῦ Rose [48,66 % Bi ($269^0{,}2$), 24,00 % Pb ($326^0{,}9$), 27,34 % Sn ($231^0{,}5$)] ἔχει σημεῖον τήξεως $99^0{,}8$ τὸ δὲ κρᾶμα τοῦ Wood [52,43 % Bi ($269^0{,}2$), 25,84 % Pb ($326^0{,}9$), 14,73 % Sn ($231^0{,}5$), 6,99 % Cd (320^0)] τήκεται εἰς $75^0{,}5$.

Ἐνίοτε ὅμως τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ κράματος εἶναι ὑψηλότερον τοῦ σημείου τήξεως τοῦ δυστηκτοτάτου τῶν συστατικῶν. Οὕτω π. χ. κρᾶμα Καλίου καὶ Θαλλίου κατὰ τὴν ἀναλογίαν τοῦ χημικοῦ τύπου KTl τήκεται εἰς 335^0, ἐνῶ τὸ δυστηκτότερον τῶν δύο συστατικῶν Θάλλιον ἔχει σημεῖον τήξεως 301^0.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 448. ***Εὐτηκτικὸν σημεῖον.*** Αἱ ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως τῶν κραμάτων ἔρευναι ἀποτελοῦν ἓν τῶν κυριωτάτων θεμάτων τῆς φυσικῆς χημείας. Τὰ ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων παρίστανται γραφικῶς καὶ προκειμένου περὶ κράματος ἐκ δύο μετάλλων εἰς μὲν τὸν ὁριζόντιον ἄξονα ἀναγράφομεν τὴν σύνθεσιν τοῦ κράματος εἰς δὲ τὸν κατακόρυφον τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα τήξεως.

Ἡ ἁπλουστάτη καμπύλη εἶναι ἡ παριστωμένη ἀπὸ τὸ σχ. 330. Ἡ καμπύλη κατέρχεται ὁμαλῶς ἀπὸ τὸ α μέχρι τοῦ γ, ἐκεῖ ἀλλάσσει ἀποτόμως διεύθυνσιν καὶ ἀνερχομένη πάλιν ὁμαλῶς φθάνει εἰς τὸ β. Τὸ σημεῖον γ ὠνόμασεν ὁ Guthrie *εὐτηκτικὸν σημεῖον*, ἔλαβε δὲ τὰ ἀντίστοιχα *εὐτηκτότατα* κράματα διὰ τῆς ἑξῆς μεθόδου: Ἂν ἀφήσωμεν τετηγμένον κρᾶμα νὰ ψυχθῇ μέχρι στερεοποιήσεως, τὰ πρῶτα σχηματιζόμενα στερεὰ μέρη δὲν ἔχουν τὴν αὐτὴν σύνθεσιν μὲ τὸ ὑπολειπόμενον τῆγμα. Ἂν ἀφαιροῦμεν διαρκῶς τὸ στερεοποιούμενον μέρος, ἡ σύνθεσις τοῦ ἀπομένοντος τήγματος πλησιάζει ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον πρὸς τὴν τοῦ *εὐτηκτοτάτου*, καὶ εἶναι οὕτω δυνατόν, ἂν ἡ ἀρχικὴ σύνθεσις τοῦ κράματος δὲν ἀπέχει πολὺ τῆς τοῦ εὐτηκτοτάτου, τὸ τελευταῖον ἀπομένον τῆγμα νὰ εἶναι ἀκριβῶς τὸ *εὐτηκτότατον*.



Σχ. 330.

Ἡ ἀνομοιότης τοῦ στερεοποιουμένου μέρους πρὸς τὸ ἀπομένον τῆγμα καθιστᾷ δύσκολον τὸν προσδιορισμὸν τοῦ σημείου πήξεως, διότι τοῦτο διαρκῶς μεταβάλλεται καθ' ὅσον προχωρεῖ ἡ πῆξις. Ἕνεκα τούτου δὲ εἶναι πολλάκις διάφοροι οἱ διὰ κράματα ὡρισμένης συνθέσεως εὑρισκόμενοι ἀριθμοὶ διὰ τὸ σημεῖον τήξεως καὶ τὸ σημεῖον πήξεως.

Ἡ καμπύλη τοῦ σημείου τήξεως παρουσιάζει πολλάκις πολυπλοκωτέραν μορφήν. Ἀποτελεῖται δηλ. ἀπὸ πολλὰ ὁμαλὰ τμήματα, τὰ ὁποῖα ἑνώνονται πρὸς ἄλληλα εἰς σημεῖα ἀνακάμψεως ὅπως τὸ γ. Ἐκ τῆς μορφῆς τῆς καμπύλης εἶναι πολλάκις δυνατὸν νὰ ἐξαχθοῦν συμπεράσματα περὶ χημικῶν ἑνώσεων τῶν συστατικῶν τοῦ κράματος. Τὰ φαινόμενα τῆς τήξεως καὶ πήξεως μιγμάτων ἐν γένει, κραμάτων, διαλυμάτων κ. λ. παρουσιάζουν τὰ μικτὰ χαρακτηριστικά, περὶ τῶν ὁποίων εἰς τὴν § 3 ὡμιλήσαμεν καὶ τὰ ὁποῖα μᾶς ἀναγκάζουν νὰ τὰ θεωρήσωμεν ὡς τι διάμεσον μεταξὺ τῶν φυσικῶν καὶ τῶν χημικῶν φαινομένων.

§ 449. ***Σημεῖον τήξεως ἀραιῶν διαλυμάτων. — Κρυοσκοπία.*** Ἡ παρουσία διαλελυμένης οὐσίας ἐπιφέρει *ταπείνωσιν τοῦ σημείου τήξεως ἢ πήξεως* τοῦ διαλυτικοῦ σώματος.

Ὁ Raoult (1886) παρετήρησεν ὅτι εἰς ἀραιὰ διαλύματα ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ διαλυτικοῦ μέσου ἡ ταπείνωσις εἶναι ἀνάλογος τοῦ ποσοῦ τῆς εἰς τὴν μονάδα μάζης τοῦ διαλυτικοῦ μέσου διαλελυμένης οὐσίας, ἀντιστρόφως δὲ ἀνάλογος τοῦ μοριακοῦ αὐτῆς βάρους. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ ταπείνωσις τοῦ σημείου πήξεως ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀριθμὸν τῶν μορίων τοῦ διαλελυμένου σώματος, δηλ. τὸν ἀριθμὸν τῶν διακρίτων ὁμάδων, καὶ ὄχι ἀπὸ τὴν χημικὴν αὐτῶν σύστασιν.

Ἂν λοιπὸν ὀνομάσωμεν θ τὴν ταπείνωσιν τοῦ σημείου ζέσεως καὶ $M = \frac{m}{\mu}$ τὸν ἀριθμὸν τῶν εἰς 100 gr. τοῦ διαλυτικοῦ μέσου διαλελυμένων γραμμομορίων (m ἡ μᾶζα τοῦ εἰς 100 gr. διαλελυμένου σώματος, μ τὸ μοριακὸν βάρος) θὰ εἶναι:

$$\theta = C\,M = C\frac{m}{\mu} \qquad (1)$$

ὅπου C εἶναι σταθερὰ χαρακτηρίζουσα τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἡ σταθερὰ C εἶναι 18,3 διὰ τὸ ὕδωρ, 39 διὰ τὸ ὀξεικὸν ὀξύ, 51 διὰ τὴν βενζόλην.

Ὁ τύπος (1) χρησιμεύει διὰ τὸν προσδιορισμὸν τοῦ μοριακοῦ βάρους χημικῶν ἑνώσεων ἐκ τῆς ταπεινώσεως τοῦ σημείου ζέσεως τοῦ διαλύματος (Κρυοσκοπία). Ἂν π.χ. διαλύσωμεν 0,5 gr. καλαμοσακχάρου εἰς 100 gr ὕδατος, εὑρίσκομεν ταπείνωσιν τοῦ σημείου πήξεως κατὰ 0,027° Κελσίου. Θέτομεν λοιπὸν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1)

$$\theta = 0{,}027 \qquad C = 18{,}3 \qquad m = 0{,}5$$

καὶ εὑρίσκομεν

$$\mu = (18{,}3 \times 0{,}5) : 0{,}027 = 338{,}8.$$

Ἐκ τῆς ὀργανικῆς ἀναλύσεως εὑρίσκεται ὁ τύπος τοῦ σακχάρου $(C_{12}H_{22}O_{11})\times n$ μὲ μοριακὸν βάρος $342\times n$. Ὁ ἐκ τῆς κρυοσκοπίας εὑρεθεὶς ἀριθμὸς μᾶς ἀναγκάζει νὰ δεχθῶμεν διὰ τὸ n τὴν τιμὴν 1 καὶ ἐπομένως ὁ τύπος τοῦ σακχάρου εἶναι $C_{12}H_{22}O_{11}$.

Ἐφ' ὅσον ἡ ταπείνωσις τοῦ σημείου πήξεως ἐξαρτᾶται ἐκ μόνου τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐντὸς τοῦ διαλύματος διακρίτων ὁμάδων, εἶναι φανερὸν ὅτι, ἂν τὸ διαλελυμένον ἐντὸς ὕδατος σῶμα εἶναι ἠλεκτρολύτης, θὰ ἔχωμεν ἕνεκα τῆς ἠλεκτρολυτικῆς διασπάσεως (πρβλ. § 401) ταπείνωσιν μεγαλητέραν ἀπὸ ἐκείνην τὴν ὁποίαν ἐκ τοῦ γνωστοῦ μοριακοῦ βάρους θὰ ἐπεριμέναμεν. Διὰ τοῦτο κατὰ τὸν κρυοσκοπικὸν προσδιορισμὸν τοῦ μοριακοῦ βάρους μεταχειριζόμεθα ἄλλα ὑγρά, εἰς τὰ ὁποῖα δὲν ἔχομεν διάσπασιν τῶν μορίων εἰς ἰόντα.

Ἡ ταπείνωσις τοῦ σημείου πήξεως τῶν διαλυμάτων καὶ ἡ ὠσμωτικὴ αὐτῶν πίεσις ἐξαρτῶνται ἀμφότερα ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν ἐν διαλύσει διακρίτων ὑλικῶν ὁμάδων καὶ ὄχι ἀπὸ τὴν χημικὴν αὐτῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σύστασιν. Ἐκ τούτου ἐξάγεται ἀμέσως ὅτι ἡ μέτρησις τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως ἠμπορεῖ νὰ ἀναχθῇ εἰς μέτρησιν τῆς ταπεινώσεως τοῦ σημείου πήξεως (πρβλ. § 299).

Ἀλλὰ καὶ θεωρητικαὶ σκέψεις φέρουν εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι στενωτάτη εἶναι ἡ σχέσις τῆς ὡσμωτικῆς πιέσεως πρὸς τὴν μεταβολὴν τοῦ σημείου πήξεως. Τὰ ὅρια τοῦ βιβλίου τούτου δὲν μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ ἐκταθῶμεν ἐπὶ τοῦ ζητήματος τούτου περισσότερον.

Ἀξιοσημείωτον εἶναι ὅτι κατὰ τὴν πῆξιν ἀραιῶν σχετικῶς διαλυμάτων τὸ πρῶτον στερεοποιούμενον μέρος ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸ ἀμιγὲς διαλυτικὸν μέσον. Κατὰ τὴν πῆξιν π. χ. κοινοῦ ποσίμου ὕδατος, ἔστω καὶ μετρίως καθαροῦ, ὁ πρῶτος σχηματιζόμενος *διαγὴς* πάγος ἀποτελεῖται ἀπὸ σχεδὸν χημικῶς καθαρὸν ὕδωρ.

§ 450. ***Θερμότης τήξεως.*** Κατὰ τὴν τῆξιν τῶν στερεῶν ἡ *θερμοκρασία* μένει σταθερά, μολονότι διαρκῶς προσφέρεται *θερμότης*. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ προσφερομένη αὕτη θερμότης χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς στερεᾶς μορφῆς εἰς τὴν ὑγράν.

Ὀνομάζομεν *θερμότητα τήξεως* τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ τακῇ ἡ μονὰς τῆς μάζης σώματός τινος χωρὶς νὰ μεταβληθῇ ἡ θερμοκρασία. Ἡ θερμότης τήξεως ὀνομάζεται πολλάκις καὶ *λανθάνουσα θερμότης τήξεως*, διότι δὲν προκαλεῖ αὔξησιν θερμοκρασίας καὶ ἐπομένως δὲν γίνεται αἰσθητὴ ἐκ τῶν ἐνδείξεων τοῦ θερμομέτρου.

Κατὰ τὴν πῆξιν ἀποδίδεται ἡ ἀπορροφηθεῖσα κατὰ τὴν τῆξιν θερμότης. Οὕτω π. χ. κατὰ τὴν πῆξιν ὑγροῦ εὑρισκομένου ἐν ὑπερτήξει ἡ θερμοκρασία, καθὼς εἴδομεν, ἀνέρχεται ἕνεκα τῆς ἀποδιδομένης θερμότητος.

§ 451. ***Μέτρησις τῆς θερμότητος τήξεως.*** Τὴν θερμότητα τήξεως μετροῦμεν διὰ διαφόρων μεθόδων, ἐκ τῶν ὁποίων περιγράφομεν τὴν μέθοδον τῶν μιγμάτων:

Ἔστω m ἡ μᾶζα στερεᾶς οὐσίας εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως Θ καὶ M ἡ μᾶζα ποσοῦ τῆς αὐτῆς οὐσίας εἰς ὑγρὰν κατάστασιν ὑπὸ θερμοκρασίαν $\theta_0 > \Theta$. Ἂν ἑνώσωμεν τὰς μάζας ταύτας εἰς τὸ ἴδιον δοχεῖον καὶ ἡ μᾶζα M εἶνε ἀρκετὴ ὥστε νὰ τακῇ ἐντελῶς ἡ m, ἡ ἐξίσωσις τοῦ φαινομένου εὑρίσκεται ὡς ἑξῆς: Ὀνομάζομεν τ τὴν θερμότητα τήξεως, c τὴν εἰδικὴν θερμότητα τῆς οὐσίας ὑπὸ ὑγρὰν μορφὴν καὶ θ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὴν τελικὴν θερμοκρασίαν. Τὸ ἀρχικὸν ὑγρὸν μάζης M καὶ θερμοκρασίας θ_0 ἀπώλεσε θερμότητα $M\,c\,(\theta_0-\theta)$. Τὸ στερεὸν μάζης m διὰ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας Θ προσέλαβε θερμότητα $m\,\tau$ καὶ διὰ νὰ θερμανθῇ τὸ προκύψαν ὑγρὸν μέχρι τῆς θερμοκρασίας θ προσέλαβεν ἀκόμη θερμότητα $mc\,(\theta-\Theta)$. Ἂν λοιπὸν δὲν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰ ποσὰ θερμότητος, τὰ ὁποῖα ἀπέδωκαν τὸ δοχεῖον καὶ τὸ θερμόμετρον, ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν τῆς ἀνταλλαγῆς θερμότητος

$$M\,c\,(\theta_0-\theta)=m\,\tau+m\,c\,(\theta-\Theta) \qquad (1)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν τὸ τ, διότι ὅλα τὰ ἄλλα εἶναι γνωστά.

Ἂν τὸ στερεὸν εὑρίσκεται ἀρχικῶς εἰς θερμοκρασίαν Θ_0 μικροτέραν τῆς θερμοκρασίας τήξεως καὶ εἶναι c_0 ἡ εἰδικὴ θερμότης τῆς στερεᾶς μορφῆς, ἡ ἐξίσωσις θὰ εἶναι:

$$M\,c\,(\theta_0-\theta)=m\,c_0\,(\Theta-\Theta_0)+m\,\tau+m\,(\theta-\Theta).$$

Ἂν π.χ. λάβωμεν 1000 gr. πάγου θερμοκρασίας 0^0 καὶ 5000 gr ὕδατος θερμοκρασίας 60^0 καὶ ἀναμίξωμεν, λαμβάνομεν 6000 gr ὕδατος θερμοκρασίας $36^0{,}5$. Θέτομεν λοιπὸν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1)

$M=5000$, $m=1000$, $c=1$, $\theta_0=60$, $\theta=36{,}5$, $\Theta=0$

καὶ εὑρίσκομεν

$$5000\times 23{,}5=1000\,\tau+1000\times 36{,}5 \qquad \tau=81\ \text{cal/gr}.$$

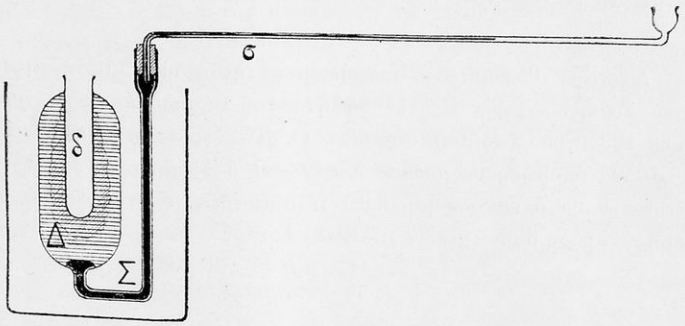
Ἡ πραγματικὴ τιμὴ τοῦ τ διὰ τὸ ὕδωρ εἶναι μὲ πολὺ μεγάλην προσέγγισιν ἴση πρὸς 80. Χρειάζονται δηλ. 80 θερμίδες διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ μονὰς τῆς μάζης πάγου θερμοκρασίας 0^0 εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Ἂν λοιπὸν ἀναμίξωμεν 1 kg πάγου θερμοκρασίας 0^0 καὶ 1 kg ὕδατος θερμοκρασίας 80^0, θὰ λάβωμεν 2 kg ὕδατος θερμοκρασίας 0^0.

§ 452. ***Θερμιδόμετρα μὲ πάγον. — Θερμιδόμετρον Bunsen.*** Ἡ γνῶσις τῶν νόμων τῆς τήξεως μᾶς παρέχει τρόπον μετρήσεως ποσῶν θερμότητος, διότι, ἂν χρησιμοποιήσωμεν ποσόν τι θερμότητος διὰ νὰ τήξωμεν σῶμα, τοῦ ὁποίου γνωρίζομεν τὴν θερμότητα τήξεως καὶ εὑρισκόμενον εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῆς τήξεως, εὑρίσκομεν τὸ ποσὸν τῆς δαπανηθείσης θερμότητος πολλαπλασιάζοντες τὴν τακεῖσαν μᾶζαν ἐπὶ τὴν θερμότητα τήξεως. Οὕτω ποικίλα θερμιδόμετρα κατεσκευάσθησαν, εἰς τὰ ὁποῖα τὰ ποσὰ τῆς θερμότητος εὑρίσκονται ἀπὸ τὸ ἐκ τῆς τήξεως πάγου προκύπτον ὕδωρ. Θὰ περιγράψωμεν τὸ ἀκρι-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

θέστερον καὶ εὐχρηστότερον τούτων, τὸ θερμιδόμετρον τοῦ Bunsen.

Ὑάλινος λεπτότοιχος δοκιμαστικὸς σωλὴν δ (σχ. 331) περιβάλλεται ἀπὸ τὸ κυλινδρικὸν δοχεῖον Δ, τὸ ὁποῖον καταλήγει πρὸς τὰ κάτω εἰς τὸν δὶς καμπτόμενον σωλῆνα Σ, εἰς τούτου δὲ τὴν κατὰ τὸ ἄνω μέρος διεύρυνσιν προσαρμόζεται καταλλήλως ὁ ὁριζόντιος τριχοειδὴς σωλὴν σ φέρων χαραγμένας τὰς διαιρέσεις τοῦ μέτρου. Τὸ δοχεῖον Δ εἶναι πλῆρες ὕδατος, ὁ δὲ σωλὴν Σ περιέχει ὑδράργυρον, ὁ ὁποῖος φθάνει μέχρι τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος σ. Ὁλόκληρον τὸ ὄργανον, ἐκτὸς τοῦ σωλῆνος σ, εὑρίσκεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος τηκόμενον πάγον, οὕτως ὥστε ἡ θερμοκρασία του νὰ εἶναι διαρκῶς ἴση πρὸς 0°.



Σχ. 331.

Προκαλοῦμεν τώρα τὴν πῆξιν τοῦ περὶ τὸν δοκιμαστικὸν σωλῆνα δ ὕδατος εἴτε ἐξατμίζοντες ἐντὸς τοῦ δ αἰθέρα δι' ἐμφυσήσεως ρεύματος ἀέρος εἴτε εἰσάγοντες αἰθέρα καὶ ρίπτοντες ἐντὸς αὐτοῦ στερεὸν CO^2. Ὅταν σχηματισθῇ περὶ τὸν σωλῆνα πάγος ἀρκετοῦ πάχους, τὸ ὄργανον εἶναι ἕτοιμον πρὸς χρῆσιν.

Ἂν εἰσαγάγωμεν εἰς τὸν δοκιμαστικὸν σωλῆνα σῶμα θερμοκρασίας ἀνωτέρας τοῦ μηδενός, ψυχόμενον τοῦτο μέχρι τοῦ μηδενὸς ἀποδίδει θερμότητα, ἡ ὁποία καταναλίσκεται πρὸς τῆξιν μέρους τοῦ ἐκ πάγου περιβλήματος τοῦ σωλῆνος. Ἀλλὰ τὸ ἐκ τοῦ πάγου προερχόμενον ὕδωρ καταλαμβάνει μικρότερον ὄγκον καὶ διὰ τοῦτο ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος σ ὀπισθοχωρεῖ, ἡ δὲ μετακίνησις τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τακεῖσαν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μᾶζαν τοῦ πάγου καὶ ἐπομένως ἀνάλογος πρὸς τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον ἀπέδωκε τὸ εἰσαχθὲν σῶμα.

Τὸ ὄργανον βαθμολογοῦμεν εἰσάγοντες εἰς τὸν σωλῆνα δ ὕδωρ γνωστῆς μάζης καὶ θερμοκρασίας καὶ μετροῦντες τὴν ἀντίστοιχον μετακίνησιν τοῦ ὑδραργύρου. Ἂν π. χ. εἶναι m γραμμάρια ἡ μᾶζα τοῦ ὕδατος καὶ θ ἡ θερμοκρασία, ἀποδίδονται εἰς τὸ ὄργανον $m\theta$ μικραὶ θερμίδες καὶ ἐπομένως, ἂν ὁ ὑδράργυρος μετεκινήθη κατὰ ν διαιρέσεις, εἰς ἑκάστην διαίρεσιν ἀντιστοιχοῦν $\alpha = \frac{m\theta}{\nu}$ μικραὶ θερμίδες.

Ἂν τώρα θέλωμεν νὰ μετρήσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c ὑγροῦ τινος, εἰσάγομεν εἰς τὸν σωλῆνα τοῦ θερμιδομέτρου M γραμμάρια τοῦ ὑγροῦ ὑπὸ θερμοκρασίαν Θ. Τὸ ὑγρὸν ψυχόμενον μέχρι τοῦ 0^0 θὰ ἀποδώσῃ θερμότητα $Mc\Theta$ καὶ ὁ ὑδράργυρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ θὰ ὀπισθοχωρήσῃ κατὰ π διαιρέσεις, εἰς τὰς ὁποίας ἀντιστοιχεῖ ποσὸν θερμότητος $\alpha\pi$. Εἶναι λοιπὸν

$$Mc\Theta = \alpha\pi$$

ὅθεν

$$c = \frac{\alpha\pi}{M\Theta}$$

ΕΞΑΤΜΙΣΙΣ — ΥΓΡΟΠΟΙΗΣΙΣ

§ 453. ***Σημεῖον ζέσεως.*** Ἂν θερμάνωμεν ὑγρόν τι, παρατηροῦμεν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἐκ τῆς ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας δὲν ἐπέρχεται χημικὴ μεταβολὴ αὐτοῦ (ἀποσύνθεσις), ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀνέλθῃ μέχρι τινός, ἀρχίζει τὸ ὑγρὸν νὰ μεταβάλλεται εἰς ἀέριον, τὸ ὁποῖον ἐκλύεται ἐξ ὅλης τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ ὑπὸ μορφὴν φυσαλίδων. Τὸ ὑγρὸν *ζέει* ἢ *βράζει*, τὸ δὲ ἐκλυόμενον ἀέριον ὀνομάζεται *ἀτμός*.

Ἐφ' ὅσον ἐξακολουθεῖ ὁ βρασμός, ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ μένει ἀμετάβλητος. Τὴν σταθερὰν ταύτην θερμοκρασίαν ὀνομάζομεν *θερμοκρασίαν βρασμοῦ* ἢ *σημεῖον ζέσεως*.

Τὸ σημεῖον ζέσεως, ἐφ' ὅσον ἡ ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ ἐπιφερομένη ἐξωτερικὴ πίεσις εἶναι ἀμετάβλητος, εἶναι πάντοτε τὸ αὐτὸ δι' ἕκαστον ὑγρόν, καὶ διὰ τοῦτο ὁ προσδιορισμὸς αὐτοῦ ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ, ὅπως καὶ ὁ τοῦ σημείου τήξεως, εἴτε πρὸς ἀναγνώρισιν σωμάτων εἴτε πρὸς ἐξέλεγξιν τῆς βαθμολογίας τῶν θερμομέτρων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 454. ***Ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου ζέσεως.*** Ἡ ἐπίδρασις τῆς πιέσεως ἐπὶ τοῦ σημείου ζέσεως εἶναι σημαντική, εἴτε αὕτη εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική, εἴτε ἐπιφέρεται ἐντὸς κλειστοῦ χώρου ὑπὸ οἱουδήποτε ἀερίου ἢ καὶ αὐτῶν τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ. Αὔξησις τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἐπιφέρει ἀνύψωσιν τοῦ σημείου ζέσεως, ἐλάττωσις δὲ αὐτῆς ταπείνωσιν.

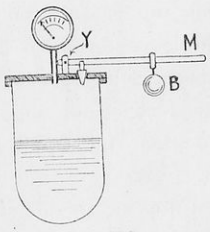
Τὴν ἐξάρτησιν ταύτην τοῦ σημείου ζέσεως ἀπὸ τὴν πίεσιν θὰ ἠδυνάμεθα καὶ ἐκ τῶν προτέρων νὰ περιμένωμεν, ἀφοῦ ἡ μεταβολὴ τοῦ ὑγροῦ εἰς ἀέριον συνοδεύεται ἀπό σημαντικὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου. Ἀλλὰ τὰ αἴτια τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας ζέσεως μετὰ τῆς πιέσεως εἶναι πολυπλοκώτερα.

§ 455. ***Θερμομετρικὴ ὑψομετρία.*** Ἡ θερμοκρασία τοῦ βρασμοῦ γνωστοῦ ὑγροῦ ἠμπορεῖ κατὰ τὰ ἀνωτέρω νὰ χρησιμεύσῃ πρὸς μέτρησιν τῆς πιέσεως, ὑπὸ τὴν ὁποίαν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται.

Οὕτω δυνάμεθα νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὸ βαρόμετρον διὰ τῆς συσκευῆς, ἡ ὁποία χρησιμεύει εἰς τὴν ἐξέλεγξιν τοῦ 100 τῶν θερμομέτρων (σχ. 308 σελ. 399). Τὴν βαρομετρικὴν πίεσιν εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ σημείου ζέσεως τοῦ ὕδατος μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ πίνακος VI.

Ἡ συσκευή, ὅταν χρησιμεύῃ πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον, ὀνομάζεται *ὑψόμετρον*, διότι ἐκ τῆς δι' αὐτῆς εὑρισκομένης βαρομετρικῆς πιέσεως εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ τὸ ὑπὲρ τὴν θάλασσαν ὕψος τοῦ τόπου τῆς παρατηρήσεως (πρβλ. π. χ. Πίν. II).

§ 456. ***Βρασμὸς ὑπὸ τεχνητὴν πίεσιν. Χύτρα τοῦ Papin.*** Μεταβάλλοντες τὴν πίεσιν, ὑπὸ τὴν ὁποίαν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται, δυνάμεθα νὰ μεταβάλλωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ βρασμοῦ αὐτοῦ.



Σχ. 332.

Οὕτως, ἐὰν θέσωμεν τὸ ὑγρὸν ἐντὸς ἀεροστεγοῦς δοχείου, ἀπὸ τὸ ὁποῖον δι' ἀντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα καὶ τοὺς ἀναπτυσσομένους ἀτμούς, προκαλοῦμεν τὸν βρασμὸν τοῦ ὑγροῦ ὑπὸ ταπεινὴν θερμοκρασίαν. Ἐπιτυγχάνομεν οὕτω π. χ. τὸν βρασμὸν ὑγρῶν, τὰ ὁποῖα εἰς ὑψηλὰς θερμοκρασίας ἀποσυντίθενται.

Ἂν τοὐναντίον ἐκθέσωμεν τὸ ὑγρὸν εἰς πίεσιν μεγαλητέραν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, βράζει τοῦτο εἰς ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν. Πρὸς τοῦτο χρησιμεύει ἡ λεγομένη χύτρα τοῦ Papin (σχ. 332), ἡ ὁποία

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

εἶναι ἀεροστεγὴς λέβης μὲ οὐσιῶδες ἐξάρτημα τὴν *ρυθμιστικὴν* καὶ *ἀσφαλιστικὴν βαλβῖδα*. Κωνικὴ ὀπὴ δηλ. τοῦ πώματος τοῦ λέβητος κλείεται διὰ μεταλλίνου κώνου, ὁ ὁποῖος πιέζεται ὑπὸ τοῦ βάρους Β ἐνεργοῦντος διὰ τοῦ μοχλοῦ Μ, ἀρθρωτοῦ περὶ τὸ ὑπομόχλιον Υ. Μανόμετρον μεταλλικὸν δεικνύει τὴν ἐντὸς τοῦ λέβητος πίεσιν.

Ὅταν θερμαίνωμεν τὸν λέβητα, οἱ πρῶτοι ἀναπτυσσόμενοι ἀτμοὶ ἐπιφέρουν αὔξησιν τῆς πιέσεως. Ἡ θερμοκρασία ἀνέρχεται, ἡ δὲ ἀνύψωσίς της συνοδεύεται ἀπὸ νέαν αὔξησιν τῆς πιέσεως καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς, μέχρις ὅτου ἡ πίεσις γίνῃ ἀρκετὴ ὥστε νὰ ἀνοίξῃ τὴν βαλβῖδα. Μόλις ἀνοιχθῇ ἡ βαλβίς, μέρος τοῦ ἀτμοῦ ἐξέρχεται, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ λέβητος ἐλαττώνεται, τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει πάλιν νὰ βράζῃ, ἡ πίεσις ἐκ νέου αὐξάνεται ἕνεκα τῶν νέων ἀτμῶν καὶ οὕτω τὸ ὑγρὸν βράζει ὑπὸ πίεσιν μεγαλητέραν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς καὶ κυμαινομένην περὶ μέσην τινὰ τιμήν, τὴν ὁποίαν κανονίζομεν μεταθέτοντες τὸ βάρος Β ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ Μ.

Ἡ βαλβὶς χρησιμεύει καὶ πρὸς ἐξασφάλισιν ἀπὸ ἐκρήξεως, ἡ ὁποία θὰ ἐπήρχετο ἐκ τῆς ἀναπτυσσομένης πιέσεως, ἂν τὸ ὑγρὸν ἐθερμαίνετο εἰς χῶρον τελείως κλειστόν.

§ 457. *Ἐπίδρασις τῆς παρουσίας ἀερίου ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τοῦ βρασμοῦ.* Ἂν θερμάνωμεν ἐντὸς καθαροῦ ὑαλίνου δοχείου ὕδωρ, ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἀφῃρέθη ὁ διαλελυμένος ἀὴρ διὰ προηγουμένου βρασμοῦ, παρατηροῦμεν ὅτι εἶναι δυνατὸν νὰ ἀνέλθῃ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἄνω τῶν 100° ὑπὸ κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν χωρὶς νὰ ἀρχίσῃ ὁ βρασμός. Ἂν εἰς τὸ ὑπέρθερμον τοῦτο ὕδωρ εἰσαγάγωμεν φυσαλίδα ἀέρος ρίπτοντες π. χ. ἐντὸς αὐτοῦ μικρὸν πορῶδες σῶμα, παρατηροῦμεν ἀμέσως ἀθρόαν ἔκλυσιν ἀτμῶν ἀπὸ τὸ μέρος τοῦ ὑγροῦ τὸ συνορεῦον πρὸς τὴν εἰσαχθεῖσαν φυσαλίδα. Ἐν γένει δὲ ἔχει μεγίστην ἐπίδρασιν ἐπὶ τοῦ βρασμοῦ τῶν ὑγρῶν καὶ ἡ φύσις τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ταῦτα περιέχονται. Ἀλλὰ καὶ ἡ παρουσία διαλελυμένων οὐσιῶν ἐπιφέρει μεταβολὴν (ἀνύψωσιν) τοῦ σημείου ζέσεως. Διὰ τοῦτο κατὰ τὴν ἐξέλεγξιν τοῦ 100 τῶν θερμομέτρων δὲν εἰσάγομεν ταῦτα εἰς τὸ ζέον ὕδωρ, ἀλλὰ τὰ ἐκθέτομεν εἰς τοὺς ἀμέσως ὑπὲρ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος ἀτμούς, οἱ ὁποῖοι ἔχουν πραγματικῶς τὴν εἰς τὴν ὑφισταμένην ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἀντιστοιχοῦσαν θερμοκρασίαν ζέσεως.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

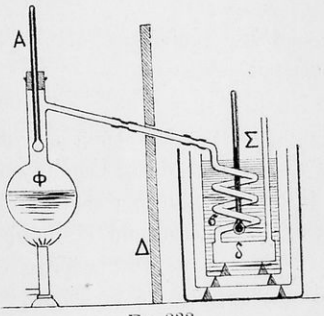
§ 458. ***Θερμότης ἐξαερώσεως.*** Τὸ φαινόμενον τοῦ βρασμοῦ εἶναι κατὰ τοῦτο ἐντελῶς ἀνάλογον πρὸς τὴν τῆξιν, ὅτι κατ' ἀμφοτέρας ταύτας τὰς μεταβολὰς τῆς καταστάσεως τῶν σωμάτων, ἐνῶ διαρκῶς προσφέρεται *θερμότης*, ἡ *θερμοκρασία* μένει σταθερά, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ μεταβολὴ τῆς καταστάσεως, τῆξις ἢ ἐξαέρωσις.

Θερμότης λοιπὸν ἀπορροφᾶται ἀπὸ τὸ ἐξατμιζόμενον σῶμα, ἡ ὁποία δὲν προκαλεῖ αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας του καὶ ἑπομένως δαπανᾶται μόνον διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς καταστάσεως.

Ὀνομάζομεν *θερμότητα ἐξαερώσεως* τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον χρειάζεται διὰ νὰ μεταβληθῇ, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ βρασμοῦ, ἡ μονὰς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ εἰς ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Ἡ θερμότης ἐξαερώσεως ὀνομάζεται πολλάκις καὶ *λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως*, διότι δὲν γίνεται αἰσθητὴ ἐκ τῶν ἐνδείξεων τοῦ θερμομέτρου.

Ὅταν οἱ ἀτμοὶ ψυχόμενοι ὑγροποιηθοῦν, ἀποδίδεται θερμότης ἴση πρὸς ἐκείνην, ἡ ὁποία ἀπερροφήθη κατὰ τὴν ἐξάτμισιν. Ἡ πρότασις αὕτη εἶναι ἄμεσος συνέπεια τοῦ νόμου τῆς ἀφθαρσίας τῆς ἐνεργείας.

§ 459. ***Μέτρησις τῆς θερμότητος ἐξαερώσεως.*** Τὴν θερμότητα ἐξαερώσεως, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς ζέσεως δὲν εἶναι πολὺ ὑψηλή, προσδιορίζομεν ὡς ἑξῆς: Θέτομεν τὸ ὑγρὸν ἐντὸς φιάλης Φ, τῆς ὁποίας ὁ λαιμὸς φέρει πλευρικὸν σωλῆνα, καὶ θερμαίνομεν μέχρι βρασμοῦ, τοὺς δὲ ἀναπτυσσομένους ἀτμούς, τῶν ὁποίων τὴν θερμοκρασίαν δεικνύει τὸ θερμόμετρον Α, διοχετεύομεν εἰς συσκευὴν ἀποτελουμένην ἀπὸ ὀφιοειδῆ σωλῆνα Σ καταλήγοντα πρὸς τὰ κάτω εἰς τὸ δοχεῖον Δ, τὸ ὁποῖον συγκοινωνεῖ πρὸς τὸν ἀέρα διὰ τοῦ εὐθέος σωλῆνος σ. Ὁλόκληρος ἡ συσκευὴ ΣΔσ εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ δοχείου θερμιδομέτρου μὲ ὕδωρ, τὸ δὲ διάφραγμα Δ χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ ἐμποδίζῃ τὴν ἐκ τοῦ λύχνου θερμότητα νὰ ἐπιδρᾷ ἀπ' εὐθείας ἐπὶ τοῦ θερμιδομέτρου.



Σχ. 333.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οἱ ἐκ τῆς φιάλης Φ ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται εἰς τὸν ὀφιοειδῆ σωλῆνα σ ἀποδίδοντες θερμότητα, τὸ δὲ προκύπτον ὑγρὸν συναθροίζεται εἰς τὸ δοχεῖον δ. Ὅσοι ἀτμοὶ τυχὸν δὲν ὑγροποιήθησαν ἐκφεύγουν διὰ τοῦ σωλῆνος σ εἰς τὸν ἀέρα.

Ἡ μέτρησις τῆς θερμότητος ἐξαερώσεως θὰ γίνῃ ὡς ἑξῆς: Ἔστω Θ ἡ θερμοκρασία ζέσεως, r ἡ θερμότης ἐξαερώσεως, c ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὑγροῦ καὶ m ἡ ὑγροποιηθεῖσα ἐντὸς τῆς συσκευῆς μᾶζα, τὴν ὁποίαν εὑρίσκομεν διὰ ζυγίσεως. Ἔστω προσέτι K ἡ ὁλικὴ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου, θ_0 ἡ ἀρχικὴ αὐτοῦ θερμοκρασία καὶ θ ἡ τελική.

Οἱ ἀτμοὶ μάζης m ὑπὸ θερμοκρασίαν Θ ὑγροποιηθέντες εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας ἀπέδωκαν θερμότητα m r, τὸ δὲ ὑγρὸν ψυχθὲν ἀπὸ θερμοκρασίαν Θ εἰς θ ἀπέδωκε θερμότητα $mc(\Theta-\theta)$. Τὸ θερμιδόμετρον θερμανθὲν ἀπὸ θ_0 εἰς θ ἀπερρόφησε θερμότητα $K(\theta-\theta_0)$.

Ἐξισώνοντες τὰ ποσὰ ταῦτα τῆς θερμότητος ἔχομεν

$$mr + mc(\Theta-\theta) = K(\theta-\theta_0)$$

ὅθεν

$$r = \frac{K}{m}(\theta-\theta_0) - c(\Theta-\theta)$$

Οὕτω εὑρίσκομεν διὰ τὸ ὕδωρ, ζέον εἰς 100^0, θερμότητα ἐξαερώσεως

$$r = 536{,}7 \quad \text{cal/gr.}$$

ἤτοι, διὰ νὰ μεταβληθῇ ἓν γραμμάριον ὕδατος θερμοκρασίας 100^0 εἰς ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας χρειάζονται 536,7 μικραὶ θερμίδες. Ἡ θερμότης αὕτη ἀποδίδεται ὅταν 1 gr ἀτμοῦ ὕδατος θερμοκρασίας 100^0 μεταβληθῇ εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

Ἐκ τῆς μεγάλης ταύτης τιμῆς τῆς θερμότητος ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος ἐξηγεῖται ἡ σφοδρότης τῶν ἐξ ἀτμοῦ ἐγκαυμάτων.

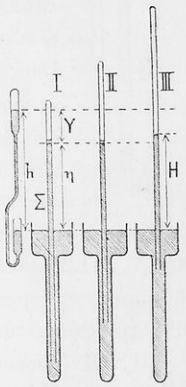
ΤΑΣΙΣ ΤΩΝ ΑΤΜΩΝ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ — ΚΕΚΟΡΕΣΜΕΝΟΙ ΚΑΙ ΑΚΟΡΕΣΤΟΙ ΑΤΜΟΙ

§ 460. ***Ἐξάτμισις ὑγρῶν εἰς τὸ κενόν. — Πίεσις τῶν ἀτμῶν.*** Ἂν εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα Σ (σχ. 834 I) εἰσαγάγωμεν κάτωθεν μικρὰν σταγόνα ὑγροῦ πτητικοῦ, δηλ. δυναμένου νὰ ἐξαερωθῇ χωρὶς ἀποσύνθεσιν, οὕτως ὥστε νὰ ἀνέλθῃ εἰς τὸν βαρομετρικὸν κενὸν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

χῶρον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη κατέρχεται ἀποτόμως, ἡ δὲ σταγὼν ἐξαφανίζεται. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ σταγὼν μετεβλήθη εἰς ἀέριον, εἰς ἀτμόν, τοῦ ὁποίου ἡ πίεσις ἐπιφέρει τὴν κατάπτωσιν τῆς βαρομετρικῆς στήλης. Ἂν τώρα καὶ νέας σταγόνας ὑγροῦ εἰσαγάγωμεν εἰς τὸν σωλῆνα, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη μένει τέλος εἰς ὡρισμένον ὕψος η ὑγρὸν δὲ εὑρίσκεται ὑπεράνω τοῦ ὑδραργύρου.

Ἂν ἀνασύρωμεν τὸν σωλῆνα (σχ. 334 II), παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἐξακολουθεῖ νὰ μένῃ εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος, τὸ δὲ ὑπεράνω τοῦ ὑδραργύρου ὑγρὸν ἐλαττώνεται βαθμηδὸν καὶ εἶναι δυνατόν, ἂν ὁ διαθέσιμος βαρομετρικὸς χῶρος εἶναι ἀρκετός, νὰ ἐξαφανισθῇ ἐντελῶς. Εἰς τὴν θέσιν ταύτην ὁλόκληρον τὸ ὑγρὸν μετεβλήθη εἰς ἀέριον.



Σχ. 334.

Ἂν ἐξακολουθήσωμεν ἀνασύροντες τὸν σωλῆνα (σχ. 334 III), ὁ ὑδράργυρος ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος χωρὶς νὰ φθάνῃ τὸ ἀρχικὸν ὕψος, ἡ δὲ σχέσις τῆς πιέσεως h—H τῶν ἀτμῶν πρὸς τὸν ὄγκον αὐτῶν (τὸν ὄγκον τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου) παρίσταται κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἀπὸ τὸν νόμον Mariotte-Boyle, ἡ πίεσις δηλ. εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸν ὄγκον.

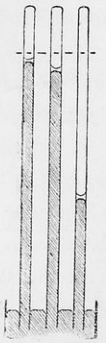
Ἂν τώρα ταναπαλιν καταβιβάζωμεν βαθμηδὸν τὸν σωλῆνα, κατ' ἀρχὰς μὲν ἡ βαρομετρικὴ στήλη κατέρχεται, ἡ πίεσις δηλ. τῶν ἀτμῶν αὐξάνεται καὶ μάλιστα κατὰ τὸν νόμον Mariotte-Boyle, μέχρις ὅτου, ὅταν ὁ ὑδράργυρος φθάσῃ εἰς τὸ ὕψος η, ἐμφανισθῇ ἄνωθεν αὐτοῦ ὑγρὰ σταγών. Ἐντεῦθεν πλέον ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη μένει διαρκῶς εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος, ἐκ δὲ τῆς ἐλαττώσεως τοῦ βαρομετρικοῦ χώρου προέρχεται μόνον αὔξησις τοῦ ὑγροῦ.

Κατὰ τὰ στάδια I, II ὁ χῶρος, μολονότι ὑπάρχει περίσσεια ὑγροῦ, δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ συγκρατήσῃ ἀτμούς, παρὰ τόσους ὥστε ἡ πίεσις αὐτῶν p νὰ ἰσοῦται πρὸς τὴν πίεσιν ὑδραργυρικῆς στήλης ὕψους Y=h—η. Διὰ τοῦτο λέγομεν ὅτι ὁ χῶρος εἶναι *κεκορεσμένος* ἀπὸ ἀτμούς, οἱ ἀτμοὶ εὑρίσκονται ἐντὸς κεκορεσμένου χώρου, ἢ καὶ ἀκόμη, κατὰ βραχυλογίαν ἴσως ὄχι ἀνεπίληπτον, *οἱ ἀτμοὶ εἶναι κεκορεσμένοι.*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Κατὰ τὸ στάδιον III ὁ χῶρος εἶναι *ἀκόρεστος*, διότι, ἂν ὑπῆρχε καὶ ἄλλο ὑγρόν, θὰ ἠδύναντο νὰ παραχθοῦν καὶ ἄλλοι ἀτμοί, μέχρις ὅτου ἡ πίεσις φθάσῃ τὴν p. Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν κατὰ βραχυλογίαν ὅτι *οἱ ἀτμοὶ εἶναι ἀκόρεστοι*.

Ἂν ἐπαναλάβωμεν τὰ πειράματα μὲ διάφορα ὑγρὰ ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, εὑρίσκομεν ποιοτικῶς τὰ αὐτὰ ἀκριβῶς φαινόμενα· μόνον ἡ πίεσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν εἶναι διάφορος.



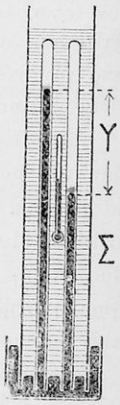
Σχ. 335.

Οὕτω π. χ. ἂν εἰς τρεῖς διαφόρους βαρομετρικοὺς σωλῆνας (σχ. 335) εἰσαγάγωμεν ὕδωρ, οἰνόπνευμα (αἰθυλικὴν ἀλκόλην) καὶ αἰθυλικὸν αἰθέρα εἰς ποσότητας ἀρκετὰς ὥστε νὰ ἐπέλθῃ ὁ κόρος, παρατηροῦμεν ὅτι ὑπὸ θερμοκρασίαν 20° Κελσίου ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ταπεινοῦται εἰς μὲν τὸ ὕδωρ κατὰ 17,5 mm περίπου, εἰς τὸ οἰνόπνευμα κατὰ 44,5 mm καὶ εἰς τὸν αἰθέρα κατὰ 440 mm.

Τὰ ἀποτελέσματα τῶν περιγραφέντων πειραμάτων συνοψίζονται εἰς τοὺς ἑξῆς νόμους.

Α΄. Ἡ πίεσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν εἶναι σταθερά, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία μένει ἀμετάβλητος, καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἐξατμιζομένου ὑγροῦ.

Β΄. Οἱ ἀκόρεστοι ἀτμοὶ ἀκολουθοῦν κατὰ μεγάλην προσέγγισιν τὸν νόμον Mariotte-Boyle.



Σχ. 336.

Ἡ ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν ἐξάρτησις τῆς πιέσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν καὶ ἄλλων μὲν ὑγρῶν, ἀλλ' ἰδίως τοῦ ὕδατος, ἕνεκα τῆς μεγάλης θεωρητικῆς ἀλλὰ καὶ πρακτικῆς σημασίας αὐτῆς ἐμελετήθη κατὰ πλείστας μεθόδους.

Ἡ συσκευὴ τοῦ σχ. 336 ἠμπορεῖ π. χ. νὰ χρησιμεύσῃ εἰς τὴν μέτρησιν τῆς τάσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν ὑγρῶν εἰς θερμοκρασίας μεταξὺ 0° καὶ 100° καὶ ἐφ' ὅσον αὕτη δὲν ὑπερβαίνει τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Ἡ περιέχουσα τὸν ὑδράργυρον λεκάνη εἶναι μεταλλίνη. Ἐκ τῶν δύο βαρομετρικῶν σωλήνων ὁ εἷς περιέχει ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου τὸ ἐξεταζόμενον ὑγρὸν εἰς ἀρκετὴν ποσότητα, ἀμφότεροι δὲ οἱ σωλῆνες περιβάλλονται ἀπὸ τὸν ἀμφοτέρωθεν ἀνοικτὸν ὑάλινον σωλῆνα Σ, ὁ ὁποῖος βαθίζεται εἰς τὸν ὑδράργυρον τῆς λε-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κάνης καὶ περιέχει ὕδωρ καλύπτον τοὺς βαρομετρικοὺς σωλῆνας. Θερμαίνοντες κάτωθεν τὴν λεκάνην καὶ ἀναδεύοντες τὸ ὕδωρ τοῦ σωλῆνος Σ ἀποκαθιστῶμεν περὶ τοὺς βαρομετρικοὺς σωλῆνας οἱανδήποτε θερμοκρασίαν μεταξὺ 0^0 καὶ 100^0, τὴν δὲ πίεσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν προσδιορίζομεν μετροῦντες διὰ καθετομέτρου τὴν διαφορὰν ὕψους Υ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς δύο βαρομετρικοὺς σωλῆνας.

Διὰ πιέσεις μεγαλητέρας τῆς ἀτμοσφαιρικῆς ἠμπορεῖ νὰ χρησιμεύσῃ ἡ συσκευὴ τοῦ σχ. 337, τῆς ὁποίας περιττεύει ἡ περιγραφή. Τὸ δοχεῖον Δ τίθεται ἐντὸς καταλλήλου λουτροῦ, ὥστε νὰ λάβῃ τὴν ἐπιθυμητὴν θερμοκρασίαν. Ἡ πίεσις τῶν ἀτμῶν ἰσοῦται πρὸς τὴν πίεσιν τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης Υ, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ προστεθῇ καὶ ἡ ἀτμοσφαιρική.



Σχ. 337.

Ἡ ἀπότομος ἐξάτμισις τῶν ὑγρῶν εἰς τὸ κενὸν μᾶς δεικνύει ὅτι ἔχουν ταῦτα τὴν τάσιν νὰ παράγουν ἐκ τῆς μάζης των ἀτμούς, ἕνεκα τῆς ὁποίας, μόλις παύσῃ ὑφιστάμενον τὸ κώλυμα τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως, ἐπέρχεται ἀθρόα ἐξάτμισις, ἡ ὁποία παύει, ὅταν ἡ πίεσις τῶν παραχθέντων, *κεκορεσμένων*, ἀτμῶν γίνῃ ἴση πρὸς τὴν τάσιν τὴν τείνουσαν νὰ παραγάγῃ αὐτούς.

Διὰ τοῦτο, ὅταν ὁμιλοῦμεν περὶ τάσεως κεκορεσμένων ἀτμῶν, ἐννοοῦμεν ἀδιαφόρως εἴτε αὐτὴν τὴν πίεσιν τῶν ἀτμῶν εἴτε τὴν πίεσιν, μὲ τὴν ὁποίαν τείνουν νὰ ἐξέλθουν ἀτμοὶ ἀπὸ τὸ ὑγρόν.

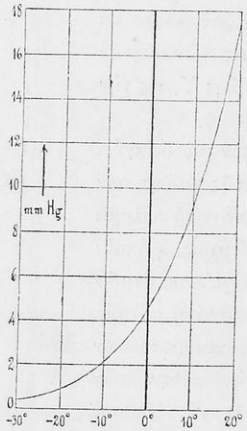
Ἐκ τῆς παρατηρήσεως προκύπτει ὅτι τὰ ὑγρὰ εἰς *οἱανδήποτε* θερμοκρασίαν ἔχουν τάσιν τινὰ ἀτμῶν καὶ ὅτι ἡ τάσις αὕτη αὐξάνει ἰσχυρῶς μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

§ 461. ***Τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος.*** Τὰ διαγράμματα 338 καὶ 339 παρέχουν τὴν πίεσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος. Ἐξ αὐτῶν βλέπομεν ὅτι καὶ εἰς πολὺ μικρὰς θερμοκρασίας ἡ πίεσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἶναι αἰσθητή, καθ' ὅσον δὲ αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία ἡ αὔξησις τῆς πιέσεως γίνεται διαρκῶς μεγαλητέρα, οὕτως ὥστε, ἐνῶ εἰς 100^0 ἡ πίεσις εἶναι μιᾶς ἀτμοσφαίρας, εἰς 150^0 εἶναι περίπου 5 ἀτμοσφαιρῶν.

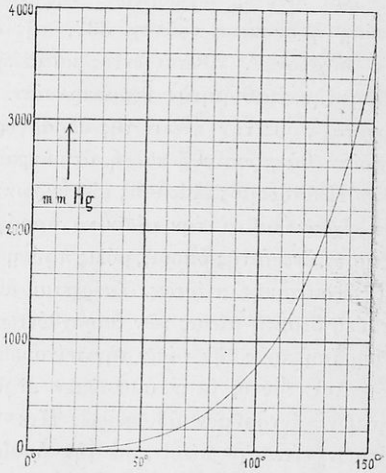
§ 462. ***Τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑδραργύρου.*** Ὁ ὑδράργυρος, ὅπως ὅλα τὰ ὑγρά, παρουσιάζει εἰς ἑκάστην θερμοκρασίαν χαρακτη-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ριστικὴν τάσιν ἀτμῶν. Ὁ ὑπὲρ τὸν ὑδράργυρον χῶρος τοῦ βαρομέτρου δὲν εἶναι λοιπὸν κενὸς ἀλλὰ κεκορεσμένος μὲ ἀτμοὺς ὑδραργύρου, οἱ ὁποῖοι διὰ τῆς πιέσεώς των ἐπιφέρουν ἀντίστοιχον ταπείνωσιν τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης. Ἀλλ' ἐπειδὴ ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ Hg διὰ θερμοκρασίας μικροτέρας τῶν 40° Κελσίου εἶναι μικροτέρα πιέσεως 0,001 mm Hg, δὲν εἶναι ἀνάγκη νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν πρὸς διόρθωσιν τοῦ βαρομετρικοῦ ὕψους.



Σχ. 338.



Σχ. 339.

Μεγάλην ὅμως σημασίαν ἔχει ἡ παρουσία τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὴν νεωτέραν τεχνικὴν τοῦ κενοῦ. Αἱ μικραὶ πιέσεις, τὰς ὁποίας κατὰ τοὺς νεωτέρους χρόνους ζητοῦμεν νὰ ἐπιτύχωμεν ὄχι μόνον δι' ἐπιστημονικὰς ἐρεύνας, ἀλλὰ καὶ διὰ καθαρῶς πρακτικοὺς σκοπούς, πιέσεις τῆς τάξεως τοῦ 0,000 001 mm Hg, εἶναι πολὺ μικρότεραι τῆς εἰς συνήθη θερμοκρασίαν τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑδραργύρου. Καὶ ἐπειδὴ αἱ συνηθέστεραι ἀντλίαι διὰ πολὺ προχωρημένον κενὸν εἶναι αἱ ὑδραργυρικαί, πρέπει νὰ φροντίζωμεν νὰ ἀπομακρύνωμεν ἀπὸ τὸν κενούμενον χῶρον τοὺς ἀτμοὺς τοῦ ὑδραργύρου. Τοῦτο ἐπιτυγχάνομεν παρεμβάλλοντες μεταξὺ τοῦ κενουμένου χώρου καὶ τῆς ἀντλίας σωλῆνα εὑρισκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ἀέρος εἰς τὸν ὁποῖον ὑγρο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ποιοῦνται οἱ ἀτμοὶ τοῦ ὑδραργύρου καθὼς καὶ οἱ ἐκ τῶν λιπαντικῶν οὐσιῶν ἢ ὁποθενδήποτε ἄλλοθεν προερχόμενοι ἀτμοι.

Ἡ μοριακὴ ἀντλία τοῦ Gäde (§ 262) δὲν χρειάζεται τὰς προφυλάξεις ταύτας.

Σημειωτέον ὅτι κατὰ τὴν μέτρησιν τῶν μικρῶν πιέσεων διὰ τοῦ μανομέτρου Mac Leod (σελ. 252) μετροῦμεν μόνον τὴν ἐξ ἀερίων πίεσιν ὄχι δὲ καὶ τὴν τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑδραργύρου, διότι κατὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ ἀέρος εἰς τὸν στενὸν σωλῆνα μόνον ἡ πίεσις τῶν ἀερίων πολλαπλασιάζεται κατὰ τὸν νόμον Boyle-Mariotte, ἐνῶ ἡ τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ Hg μένει σταθερὰ καὶ διαφεύγει ἕνεκα τῆς μικρότητός της τὴν μέτρησιν.

§ 463. ***Τάσις κεκορεσμένων ἀτμῶν καὶ σημεῖον ζέσεως.—Δυναμικὴ ἰσορροπία.*** Τὰ ὑγρὰ δὲν ἐξατμίζονται μόνον εἰς τὸ κενόν. Καὶ ἂν ἀκόμη εἶναι ἐκτεθειμένα εἰς ἀεροστατικὴν πίεσιν προερχομένην ἀπὸ οἱονδήποτε ἀέριον ἢ καὶ ἀτμόν, ἐκπέμπουν ἀτμοὺς καὶ ἰσορροπία ἐπέρχεται μόνον ὅταν ἡ ἐκ τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ μερικὴ πίεσις γίνῃ ἴση πρὸς τὴν εἰς τὴν ὑπάρχουσαν θερμοκρασίαν ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν. Ἡ μόνη διαφορὰ εἶναι ὅτι εἰς μὲν τὸ κενὸν ἡ ἐξάτμισις εἶναι ταχυτάτη ὅταν δὲ ὑπάρχῃ ἐξωτερικὴ πίεσις, ἡ ἐξάτμισις χωρεῖ βραδέως καὶ ἡ ἰσορροπία, ἡ κατάστασις δηλ. τοῦ *κόρου*, χρειάζεται ἀρκετὸν καιρὸν διὰ νὰ ἀποκατασταθῇ.

Ἡ ἰσορροπία εἶναι *δυναμική*. Δὲν εἶναι δηλ. ἀμετάβλητον τὸ μέρος τῆς οὐσίας τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ὑπὸ ἀερίαν μορφήν, ἀλλά, καθὼς πλεῖστα φαινόμενα πείθουν, ἐξακολουθεῖ ἡ ἐξάτμισις ἐνῶ συγχρόνως μέρος τοῦ ἀτμοῦ μεταβάλλεται εἰς ὑγρόν. Ἡ κατάστασις τῆς *δυναμικῆς ἰσορροπίας* χαρακτηρίζεται ἐκ τούτου, ὅτι τὸ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου παραγόμενον ποσὸν τῶν ἀτμῶν εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ποσὸν τοῦ ἐξ ὑγροποιήσεως ἀτμῶν προκύπτοντος ὑγροῦ. Ἂν ἡ πίεσις τῶν ἀτμῶν εἶναι μικροτέρα τῆς τάσεως τοῦ κόρου, ἐξατμίζεται περισσότερον ὑγρὸν παρ' ὅσον εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον ἐξ ὑγροποιήσεως ἀτμῶν παράγεται καὶ οὕτω αὐξάνεται τὸ ποσὸν τῶν ἀτμῶν ἐλαττουμένης τῆς ὑγρᾶς μορφῆς μέχρις ὅτι ἐπιτευχθῇ ἡ κατάστασις τοῦ κόρου. Ἂν οἱ παραγόμενοι ἀτμοὶ ἀπομακρύνωνται, ἰσορροπία δὲν ἐπέρχεται καὶ ἡ ἐξάτμισις ἐξακολουθεῖ μέχρι ἐξαντλήσεως τοῦ ὑγροῦ.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὑγροῦ αὐξάνεται καὶ ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν αὐτοῦ καὶ ἡ ἐξάτμισις γίνεται ταχυτέρα, ὅταν δὲ ἡ θερμοκρασία γίνῃ τόση ὥστε ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν νὰ ἐξισωθῇ πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, ἐλαχίστη πλέον αὔξησις τῆς θερμοκρασίας προκαλεῖ τὸν βρασμόν, διότι ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ γίνεται κατά τι μεγαλητέρα τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως.

Κατὰ ταῦτα ὁ πίναξ τῆς τάσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν ὑγροῦ τινος εἰς διαφόρους θερμοκρασίας μᾶς παρέχει συγχρόνως καὶ τὰ σημεῖα ζέσεως αὐτοῦ ὑπὸ διαφόρους πιέσεις.

Οὕτω ἐκ τῶν διαγραμμάτων 339, 340 ἢ καλλίτερον ἐκ τοῦ πίνακος VI, εὑρίσκομεν ὅτι τὸ ὕδωρ ὑπὸ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας βράζει εἰς 100^0, ὑπὸ πίεσιν 3 ἀτμοσφαιρῶν εἰς 135^0 περίπου. Ὑπὸ πίεσιν 17,4 mm Hg βράζει τὸ ὕδωρ εἰς 20^0 κ.τ.λ.

§ 464. ***Ψῦξις δι' ἐξατμίσεως εἰς τὸ κενόν.*** Καθὼς καὶ ἀνωτέρω εἴπομεν, ἂν θέσωμεν ὑγρὸν εἰς ἀεροστεγὲς δοχεῖον καὶ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, προκαλοῦμεν τὸν βρασμὸν αὐτοῦ εἰς ταπεινὴν θερμοκρασίαν. Ἀλλὰ διὰ τὴν ἐξαέρωσιν τοῦ ὑγροῦ χρειάζεται νὰ καταναλωθῇ ποσόν τι θερμότητος, τὸ ὁποῖον, ἐφ' ὅσον δὲν προσφέρεται ἔξωθεν, θὰ ληφθῇ ἀπὸ αὐτὴν τὴν μᾶζαν τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω τὸ ὑγρὸν ἐν ὅσῳ προχωρεῖ ὁ βρασμὸς ψύχεται καὶ θὰ παύσῃ νὰ βράζῃ ὅταν ἡ θερμοκρασία κατέλθῃ τόσον, ὥστε ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν του νὰ μὴ εἶναι μεγαλητέρα τῆς πιέσεως, τὴν ὁποίαν διὰ τῆς ἀντλίας μας ἠμποροῦμεν νὰ ἐπιτύχωμεν. Ἂν π. χ. ἔχωμεν ἀντλίαν ἡ ὁποία νὰ ἀραιώνῃ τὸν ἀέρα μέχρι πιέσεως 4 mm Hg καὶ ἐξατμίσωμεν ὑπὸ τὴν ταπεινὴν ταύτην πίεσιν ὕδωρ φροντίζοντες νὰ ἀπομακρύνωνται οἱ ἀναπτυσσόμενοι ἀτμοὶ δι' ἀπορροφήσεως ὑπὸ πυκνοῦ θειϊκοῦ ὀξέος, τὸ ὕδωρ ψύχεται μέχρι τοῦ 0^0 καὶ τέλος πήγνυται.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης στηρίζεται ἡ λειτουργία παγοποιητικῶν μηχανῶν ὡς ἡ τοῦ Carré.

§ 465. ***Πίεσις τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν.*** Ἡ ἐξάρτησις τῆς πιέσεως τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν ἐκ τῆς θερμοκρασίας προσδιορίζεται διὰ μετρήσεως τῆς μάζης τῶν ἀτμῶν, τοῦ ὄγκου, τῆς πιέσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας π. χ. κατὰ μίαν ἐκ τῶν μεθόδων τῆς εὑρέσεως τῆς πυκνότητος τῶν ἀτμῶν, τὰς ὁποίας κατωτέρω (§ 480 κ. ἑ.) περιγράφομεν. Εὑρίσκεται οὕτω ὅτι οἱ ἀκόρεστοι ἀτμοὶ ἀκολουθοῦν κατὰ μεγί-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

στην προσέγγισιν τοὺς νόμους Mariotte-Gay-Lussac καὶ Avogadro-Ampère καὶ ἡ προσέγγισις εἶναι τόσον μεγαλητέρα, ὅσον περισσότερον ἀπέχουν ἀπὸ τὴν κατάστασιν τοῦ κόρου.

Τὴν διαφορὰν μεταξὺ κεκορεσμένων καὶ ἀκορέστων ἀτμῶν ἀντιλαμβανόμεθα ἐκ τοῦ ἑξῆς παραδείγματος. Ἂν ἔχωμεν κεκορεσμένον ἀτμὸν ὕδατος εἰς 100^0 *χωρὶς περίσσειαν ὕδατος* καὶ θερμάνωμεν ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον εἰς 150^0, ἡ πίεσις τοῦ *ἀκορέστου* τώρα ἢ *ὑπερθέρμου* ἀτμοῦ ἀπὸ 760 mm Hg θὰ γίνῃ 760. $\frac{273+150}{273+100} = 865$ mm Hg, ἐνῶ, ἂν ὑπάρχῃ περίσσεια ὕδατος, ἡ πίεσις τοῦ *κεκορεσμένου* ἀτμοῦ εἰς 150^0 εἶναι ἴση πρὸς 2713 mm Hg.

Ἂν δεχθῶμεν ὅτι καὶ εἰς τοὺς ἀτμοὺς ἰσχύει ὁ νόμος τῶν Avogadro-Ampère κατὰ προσέγγισιν μέχρι τοῦ σημείου τοῦ κόρου καὶ ὀνομάσωμεν m καὶ m′ τὴν μᾶζαν τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ ὁ ὁποῖος περιέχεται εἰς τὸν χῶρον v ὑπὸ θερμοκρασίαν 100^0 καὶ 150^0 Κελσίου, δηλ. ὑπὸ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν 373 καὶ 423, ἔχομεν τὰς ἐξισώσεις

$$760 \cdot v = \frac{m}{\mu} R \cdot 373 \qquad 2713 \cdot v = \frac{m'}{\mu} \cdot R \cdot 423$$

καὶ διαιροῦντες κατὰ μέλη εὑρίσκομεν:

$$\frac{m'}{m} = \frac{2713}{760} \cdot \frac{373}{423} = 3{,}14$$

Ἐκ τῆς σχέσεως ταύτης βλέπομεν ἀμέσως ὅτι αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας ἡ μᾶζα τοῦ εἰς τινα χῶρον συγκρατουμένου κεκορεσμένου ἀτμοῦ αὐξάνει ραγδαίως.

§ 466. ***Ὑγροποίησις τῶν ἀτμῶν.—Ἀπόσταξις.*** Ἂν ἐντὸς χώρου τινὸς περιέχωνται ἀτμοὶ καὶ ψύξωμεν αὐτούς, καθ' ὅσον ἡ θερμοκρασία κατέρχεται, φθάνουν οὗτοι, καὶ ἂν κατ' ἀρχὰς ἦσαν ἀκόρεστοι, τὸ σημεῖον τοῦ κόρου, καί, ὅταν ἀκόμη περισσότερον κατέλθῃ ἡ θερμοκρασία, ὑπερβαίνουν αὐτό. Ὁ χῶρος δηλ. περιέχει τόσους ἀτμοὺς ὥστε ἡ τάσις των εἶναι μεγαλητέρα τῆς πιέσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ὑφισταμένην θερμοκρασίαν. Ὁ χῶρος γίνεται, καθὼς λέγομεν, *ὑπέρκορος*.

Καὶ ὅταν μὲν ἡ ταπείνωσις τῆς θερμοκρασίας εἶναι τοιαύτη ὥστε ὀλίγον νὰ ὑπερβληθῇ τὸ σημεῖον τοῦ κόρου, εἶναι δυνατὸν νὰ διατηρηθοῦν οἱ ἀτμοὶ χωρὶς νὰ ὑγροποιηθοῦν, ἂν δὲν περιέχωνται

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἐντὸς τοῦ χώρου κονιορτὸς καὶ ἐν γένει αἰωρούμενα σωμάτια, ἢ καὶ ἀκόμη ἠλεκτρισμένα ὑλικὰ συγκροτήματα. Ἂν ὅμως ἡ ψῦξις προχωρήσῃ ἀρκετά, οἱ ἀτμοὶ δὲν ἠμποροῦν νὰ συγκρατηθοῦν εἰς τὸν χῶρον ἀλλὰ μεταβάλλονται εἰς ὑγρόν. Οἱ ἀτμοί ὑγροποιοῦνται.

Ἀξιοσημείωτος εἶναι ἡ περίπτωσις, κατὰ τὴν ὁποίαν εἰς δύο διάφορα σημεῖα τοῦ χώρου ὑπάρχουν διάφοροι θερμοκρασίαι. Ἂν ὑπάρχῃ ὑγρὸν εἰς τὸ μέρος τοῦ χώρου ὅπου ἡ θερκοκρασία εἶναι σχετικῶς ὑψηλοτέρα, ἀναπτύσσονται ἐξ αὐτοῦ ἀτμοὶ τοσοῦτοι, ὥστε ὑπεράνω τοῦ ὑγροῦ νὰ ὑπάρχῃ μερικὴ πίεσις ἀτμῶν ἴση πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ κόρου. Οἱ ἀτμοὶ οὗτοι διαχέονται εἰς ὅλον τὸν διαθέσιμον χῶρον καὶ νέοι ἀτμοὶ ἀναπτύσσονται ἀπὸ τὸ ὑγρὸν ἀναπληρώνοντες ἐκείνους οἱ ὁποῖοι διὰ τῆς διαχύσεως ἀπομακρύνονται. Ἂν ἡ θερμοκρασία ἦτο παντοῦ ἡ αὐτή, ἰσορροπία θὰ ἀποκαθίστατο ὅταν ἡ ἐκ τῶν ἀτμῶν μερικὴ πίεσις θὰ ἐγίνετο παντοῦ ἴση πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ κόρου. Ἂν ὅμως εἷς τι μέρος τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου ἡ θερμοκρασία εἶναι χαμηλοτέρα, οἱ εἰς ἄμεσον γειτονίαν πρὸς αὐτὰ εὑρισκόμενοι ἀτμοὶ ψυχόμενοι γίνονται ὑπέρκοροι καὶ ὑγροποιοῦνται. Οὕτω ἔχομεν διαρκῆ μεταφορὰν ὑγροῦ ἀπὸ τὰ θερμότερα μέρη εἰς τὰ ψυχρότερα, ἰσορροπία δὲ θὰ ἐπέλθῃ μόνον ὅταν ὅλον τὸ ὑγρὸν συγκεντρωθῇ εἰς τὸ μέρος ὅπου ἡ θερμοκρασία εἶναι χαμηλοτέρα, ἡ δὲ πίεσις τῶν ἀτμῶν γίνῃ παντοῦ ἴση πρὸς τὴν εἰς τὴν *ταπεινὴν* ταύτην θερμοκρασίαν ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν τοῦ κόρου (ἀρχὴ τῆς *ψυχρᾶς παρειᾶς*). Τὴν μεταφορὰν ταύτην ὑγροῦ ἐκ θερμοτέρου μέρος εἰς ψυχρότερον διὰ μεσολαβούσης ἐξαερώσεως καὶ ἐπομένης ὑγροποιήσεως ὀνομάζομεν *ἀπόσταξιν*.

Ἡ ἀπόσταξις εἶναι κατὰ ταῦτα ἀναγκαία καὶ ἀναπόφευκτος συνέπεια τῆς διαφορᾶς θερμοκρασίας, ὁσονδήποτε μικρὰ καὶ ἂν εἶναι αὕτη. Εἶναι ὅμως σαφῶς ἀντιληπτὴ ἕνεκα τῆς ταχύτητος μὲ τὴν ὁποίαν προχωρεῖ, ὅταν ἡ ὑψηλοτέρα τῶν δύο θερμοκρασιῶν εἶναι μεγαλητέρα τῆς εἰς τὴν ὑφισταμένην πίεσιν ἀντιστοιχούσης θερμοκρασίας ζέσεως τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ ὑγρὸν ζέει καὶ οἱ ραγδαίως ἀναπτυσσόμενοι ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται ἐκεῖ ὅπου ἡ θερμοκρασία εἶναι χαμηλοτέρα.

Ἂν π. χ. βράσωμεν ὕδωρ ἐντὸς ὑαλίνης φιάλης ἐπ' ἀρκετόν, ὥστε ὁ ἀὴρ νὰ ἐκδιωχθῇ ἀπὸ τὴν φιάλην τελείως καὶ ὑπεράνω τοῦ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὕδατος νὰ ὑπάρχῃ μόνον ὑδρατμός, καὶ ἔπειτα κλείοντες δι' ἀεροστεγοῦς πώματος ἀναστρέψωμεν τὴν φιάλην (σχ. 340) καὶ ἀπομακρύνωμεν τὸν λύχνον, ἀποκαθίσταται ἐντὸς ὀλίγου μόνιμος κατάστασις κατὰ τὴν ὁποίαν ὑπεράνω τοῦ ὕδατος ὑπάρχει κεκορεσμένος ἀτμός. Ἂν τώρα ψύξωμεν ὁπωσδήποτε τὸ ἄνω μέρος AB τῆς φιάλης (τὸν πυθμένα) παρατηροῦμεν ἀναβρασμὸν τοῦ ὕδατος. Ἡ αἰτία εἶναι ἡ ἑξῆς: Οἱ περὶ τὴν παρειὰν AB ὑδρατμοὶ ψυχόμενοι ὑγροποιοῦνται, τὸ δὲ ἐκ τῆς ὑγροποιήσεως ὕδωρ ῥέει κατὰ μῆκος τῶν τοιχωμάτων τῆς φιάλης πρὸς τὰ κάτω. Ἀλλ' ἐκ τῆς ὑγροποιήσεως μέρους τῶν ἀτμῶν ἡ πίεσις εἰς τὸν ὑπεράνω τοῦ ὕδατος χῶρον γίνεται μικροτέρα τῆς τοῦ κόρου. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος εἶναι τώρα μεγαλητέρα τοῦ εἰς τὴν *ἠλαττωμένην* πίεσιν τῶν ἀτμῶν ἀντιστοιχοῦντος σημείου ζέσεως καὶ διὰ τοῦτο ἔχομεν βρασμὸν τοῦ ὕδατος, ὁ ὁποῖος διαρκεῖ ἐφ' ὅσον ὑπάρχει διαφορὰ θερμοκρασίας μεταξὺ τοῦ ὕδατος καὶ τῆς παρειᾶς AB. Ἀλλ' ἀκριβῶς ὁ βρασμὸς καὶ ἡ συνοδεύουσα αὐτὸν ἀπόσταξις τείνουν νὰ ἐπιφέρουν ἐξίσωσιν τῶν θερμοκρασιῶν διότι ὁ ἀτμὸς ἀφαιρεῖ ἀπὸ τὸ ὕδωρ θερμότητα (τὴν θερμότητα ἐξαερώσεως) τὴν ὁποίαν ὑγροποιούμενος ἀποδίδει εἰς τὴν ψυχρὰν παρειὰν ὥστε αὕτη θερμαίνεται ἐνῶ τὸ θερμότερον ὕδωρ ψύχεται. Ὅταν αἱ θερμοκρασίαι ἐξισωθοῦν παύει ἡ ἀπόσταξις. Αἱ συνήθεις ἀποστακτικαὶ συσκευαὶ ἀποτελοῦνται ἀπὸ λέβητα, κέρας ἢ φιάλην, ὅπου θερμαίνεται τὸ ὑγρὸν καὶ ἀναπτύσσονται οἱ ἀτμοὶ (πρβλ. σχ. 333) καὶ ἀπὸ τὸν ψυκτῆρα εἰς τὸν ὁποῖον οἱ ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται. Εἶναι δὲ ὁ ψυκτὴρ σωλὴν μὲ σχῆμα εὐθὺ ἢ ὀφιοειδές, ὁ ὁποῖος περιῤῥέεται ἀπὸ ψυχρὸν ὕδωρ. Τὸ ὕδωρ τοῦτο πρέπει διαρκῶς νὰ ἀνανεώνεται διὰ νὰ ἀπάγῃ τὴν θερμότητα, ἡ ὁποία ἐλευθερώνεται κατὰ τὴν ὑγροποίησιν τῶν ἀτμῶν.



Σχ. 340.

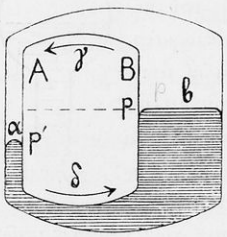
Ἡ ἀπόσταξις τοῦ ὕδατος χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ ἀπαλλάσσῃ αὐτὸ ἀπὸ τὰς διαλυμένας στερεὰς οὐσίας. Τὸ ἀπεσταγμένον ὕδωρ δὲν εἶναι ἀναγκαίως καὶ χημικῶς καθαρόν, διότι τὰ πτητικὰ παραμίγματα ἀναπτύσσουν καὶ αὐτὰ ἀτμοὺς καὶ ἀποστάζονται μετὰ τοῦ ὕδατος.

§ 467. ***Ἐπίδρασις τῆς καμπυλότητος τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τῆς τάσεως τῶν ἀτμῶν.*** Θεωροῦμεν (σχ. 341) σωλῆνα ἐπανερχόμενον εἰς ἑαυτόν, τοῦ ὁποίου τὰ δύο κατακόρυφα τμήματα A, B εἶναι τὸ μὲν A πολὺ στενόν, τὸ δὲ B

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀρκετὰ πλατύ, καὶ ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, ὑγρόν, ὑποθέτομεν δὲ ὅτι τὰ τοιχώματα εἶναι τοιαῦτα ὥστε νὰ μὴ διαβρέχωνται ἀπὸ τὸ ὑγρόν. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸν στενὸν σωλῆνα Α ἕνεκα τῆς κυρτότητος αὐτῆς εὑρίσκεται χαμηλότερα παρὰ ἡ ἐπιφάνεια ἐντὸς τοῦ πλατέος σωλῆνος Β (πρβλ. § 280). Ἡ θερμοκρασία εἶναι παντοῦ ἡ αὐτὴ καὶ ἄνωθεν τοῦ ὑγροῦ ὑπάρχει κεκορεσμένος ἀτμός. Ἔστω τώρα p ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ ἀκριβῶς ἄνωθεν τῆς ἐπιφανείας β, ἴση πρὸς τὴν τάσιν τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ. Ἐπειδὴ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸν στενὸν σωλῆνα εὑρίσκεται χαμηλότερα, ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι ἐπ' αὐτῆς ἕνεκα τοῦ πεδίου τῆς βαρύτητος (*) μεγαλητέρα παρὰ ἐπὶ τῆς β.

Ἂν λοιπὸν ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ ἦτο εἰς τὴν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Α ἐπιφάνειαν ἐπίσης ἴση πρὸς p, οἱ ὑπεράνω αὐτῆς ἀτμοὶ θὰ ἦσαν ὑπέρκοροι ($p' > p$) καὶ ἑπομένως θὰ ὑγροποιοῦντο. Ἡ ἐκ τῆς ὑγροποιήσεως ἀραίωσις τῶν ἀτμῶν θὰ προεκάλει νέαν ἐξάτμισιν εἰς τὸ β καὶ οὕτω θὰ εἴχομεν διαρκῆ ἀπόσταξιν τοῦ ὑγροῦ ἀπὸ τὸν πλατὺν σωλῆνα εἰς τὸν στενὸν *χωρὶς διαφορὰν θερμοκρασίας*. Θὰ εἴχομεν δηλ. διαρκῆ ροὴν τοῦ ἀτμοῦ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους γ τοῦ δὲ ὑγροῦ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους δ. *Θὰ εἴχομεν τὸ ἀεικίνητον*. Πρέπει λοιπὸν νὰ δεχθῶμεν ὅτι τοιαύτη ἀπόσταξις δὲν εἶναι δυνατή, ὅτι ἰσορροπία πιέσεως τοῦ ἐξωτερικοῦ ἀτμοῦ καὶ τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ ὑπάρχει καὶ εἰς τὰς δύο ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, καὶ ἑπομένως ὅτι ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι κυρτή, εἶναι μεγαλητέρα παρὰ ὅταν ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ἐπίπεδος, καὶ τόσον μεγαλητέρα, ὅσον μικρότερα εἶναι ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος.



Σχ. 341.

Οὕτω ἐξηγεῖται ἡ δυσκολία τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ὑπερκόρων ἀτμῶν, ὅταν δὲν ὑπάρχουν πυρῆνες περὶ τοὺς ὁποίους νὰ γίνῃ ἡ ὑγροποίησις. Διότι καὶ ἂν σχηματισθοῦν ἐλάχιστα σταγονίδια, μὲ πολὺ μικρὰν ἑπομένως ἀκτῖνα καμπυλότητος τῆς ἐπιφανείας, ἕνεκα τῆς μεγάλης τάσεως τῶν ἀτμῶν ἐξατμίζονται ἀμέσως. Ὅταν ὅμως ὑπάρχῃ ἕτοιμος πυρήν, ἀποτίθεται περὶ αὐτὸν ὑγρὸν καὶ ἡ σχηματιζομένη σταγὼν εἶναι ἀμέσως ἀρκετὰ μεγάλη, ὥστε ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν αὐτῆς νὰ μὴ εἶναι μεγαλητέρα τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως τῶν ὑπαρχόντων ἀτμῶν.

§ 468. ***Βρασμὸς μιγμάτων. — Κλασματικὴ ἀπόσταξις.*** Ἡ ἐξαέρωσις τῶν μιγμάτων δύο ἢ περισσοτέρων ὑγρῶν εἶναι φαινόμενον εἰς ἄκρον πολύπλοκον, τοῦ ὁποίου ὅμως ἡ μελέτη εἶναι καὶ ἀπὸ πρακτικῆς ἀπόψεως εἰς ἄκρον σημαντικὴ διότι ἡ τόσον χρήσιμος μέθοδος τοῦ διὰ κλασματικῆς ἀποστάξεως χωρισμοῦ δύο ἢ περισσοτέρων ὑγρῶν στηρίζεται ἀκριβῶς ἐπὶ τῶν νόμων τῆς ἐξαερώσεως μιγμάτων καὶ τῆς ὑγροποιήσεως μίγματος ἀτμῶν.

(*) Τὸ πεδίον τῆς βαρύτητος εἶναι ἁπλῶς βοηθητικὸν στοιχεῖον εἰς τὸν συλλογισμόν μας καὶ δὲν ἔχει καμμίαν στενωτέραν σχέσιν μὲ τὴν τάσιν τῶν ἀτμῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ μίγματα τῶν ὑγρῶν ἔχουν εἰς ἑκάστην θερμοκρασίαν χαρακτηριστικὴν τάσιν ἀτμῶν καί, ὅταν ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία, ὑπάρχει ὑπεράνω τοῦ μίγματος ἀτμὸς ἀποτελούμενος ἀπὸ τοὺς ἀτμοὺς τῶν ὑγρῶν τοῦ μίγματος. Ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ μίγματος ἔχει πολύπλοκον σχέσιν πρὸς τὴν τάσιν τῶν ἀτμῶν τῶν συστατικῶν, *ὁ δὲ ἀτμὸς ἔχει ἐν γένει διάφορον σύνθεσιν τῆς τοῦ ὑγροῦ*. Εἰς ἐξαιρετικὰς μόνον περιπτώσεις καὶ δι' ὡρισμένας ἀναλογίας τῶν συστατικῶν τοῦ μίγματος εἶναι δυνατὸν ὁ ἀτμὸς νὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν πρὸς τὸ ὑγρὸν σύνθεσιν.

Καὶ τὸ σημεῖον ζέσεως τῶν μιγμάτων ἔχει πολύπλοκον σχέσιν πρὸς τὰ σημεῖα ζέσεως τῶν συστατικῶν, ἐφ' ὅσον δὲ ὁ βρασμὸς προχωρεῖ καὶ ἀπάγονται οἱ ἀναπτυσσόμενοι ἀτμοί, τὸ μῖγμα ἀλλάσσει διαρκῶς σύστασιν καὶ ἡ τὸ σημεῖον ζέσεως ἀνέρχεται, μέχρις ὅτου φθάσῃ τὸ μῖγμα εἰς μίαν τῶν ἐξαιρετικῶν ἐκείνων ἀναλογιῶν, κατὰ τὰς ὁποίας ὁ ἀτμὸς ἔχει τὴν αὐτὴν πρὸς τὸ ὑγρὸν σύνθεσιν, ὅτε ἡ ἐξάτμισις ἐξακολουθεῖ ὑπὸ σταθερὰν πλέον θερμοκρασίαν, χωρὶς περαιτέρω μεταβολὴν τῆς συνθέσεως τοῦ ὑγροῦ, ἢ τὸ σημεῖον ζέσεως διαρκῶς ἀνέρχεται χωρὶς νὰ ἀποκατασταθῇ μόνιμος κατάστασις, τὸ δὲ τελευταῖον ἀπομένον ὑγρὸν ἀποτελεῖται σχεδὸν ἀπὸ μόνον τὸ ἓν τῶν συστατικῶν. Θεμελιώδη σημασίαν διὰ τὴν ἐξέλιξιν τοῦ φαινομένου ἔχει ἡ ἀρχικὴ σύνθεσις τοῦ μίγματος διότι εἰς πολλὰς περιπτώσεις τὸ ἀπομένον ὑγρὸν ἐκ τῆς ἐξατμίσεως μίγματος εἶναι ἐκεῖνο τὸ ὁποῖον κατ' ἀρχὰς εὑρίσκετο ἐν περισσείᾳ, ἀδιάφορον ἂν εἶναι πτητικώτερον.

Εἰς τὰ μίγματα ὕδατος καὶ αἰθυλικῆς ἀλκόλης (οἰνοπνεύματος) ἡ ἐξάρτησις τῆς τάσεως τῶν ἀτμῶν ἐκ τῆς συνθέσεως εἶναι τοιαύτη, ὥστε εἶναι δυνατὸς ὁ δι' ἐπανειλημμένης κλασματικῆς ἀποστάξεως *πλήρης χωρισμὸς* τῶν δύο συστατικῶν.

§ 469. ***Σημεῖον ζέσεως ἀραιῶν διαλυμάτων — Ζεσεοσκοπία.*** Ἡ παρουσία διαλελυμένων οὐσιῶν ἐπιδρᾷ ἐπὶ τῆς τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ διαλυτικοῦ μέσου ἐπιφέρουσα ἐλάττωσιν αὐτῆς. Ἑπομένως, ἂν ἡ πίεσις δὲν μεταβληθῇ, τὸ διάλυμα ζέει εἰς θερμοκρασίαν ὑψηλοτέραν τοῦ σημείου ζέσεως τοῦ καθαροῦ διαλυτικοῦ μέσου, ἡ δὲ ἀνύψωσις αὕτη τῆς θερμοκρασίας ζέσεως ἀκολουθεῖ, καθὼς ὁ Raoult παρετήρησε, τοὺς αὐτοὺς ἀκριβῶς νόμους, τοὺς ὁποίους καὶ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἡ ταπείνωσις τοῦ σημείου πήξεως τῶν ἀραιῶν διαλυμάτων (§ 440). Εἶναι δηλ. ἀνάλογος πρὸς τὸ εἰς τὴν μονάδα μάζης τοῦ διαλυτικοῦ μέσου διελελυμένον ποσὸν τοῦ σώματος, ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ μοριακὸν αὐτοῦ βάρος καὶ ἐντελῶς ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως αὐτοῦ, ἐξαρτᾶται δηλ. δι' ἕκαστον διαλυτικὸν ὑγρὸν *μόνον* ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν διακρίτων ὑλικῶν ὁμάδων, αἱ ὁποῖαι εὑρίσκονται εἰς τὴν μονάδα μάζης τοῦ διαλυτικοῦ μέσου.

Ἂν λοιπὸν ὀνομάσωμεν θ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σημείου ζέσεως, ἰσχύει μὲ τὰς ἐπιφυλάξεις τῆς § 339 (ἠλεκτρολύται), ἡ σχέσις

$$\theta = C\frac{m}{\mu} \qquad (1)$$

ὅπου m ἡ μᾶζα τῆς εἰς 100 gr. τοῦ διαλυτικοῦ μέσου διαλελυμένης οὐσίας, μ τὸ μοριακὸν αὐτῆς βάρος καὶ C σταθερὰ χαρακτηριστικὴ τοῦ διαλυτικοῦ ὑγροῦ. Ἡ σταθερὰ αὕτη εἶναι διὰ τὸ ὕδωρ 5,2 διὰ τὸ οἰνόπνευμα (C_2H_5OH) 11,6, διὰ τὴν βενζόλην 27.

Ἡ ἐξίσωσις (1) χρησιμεύει πρὸς εὕρεσιν τοῦ μοριακοῦ βάρους χημικῶν ἑνώσεων ἐκ τῆς ἀνυψώσεως τοῦ σημείου ζέσεως διαλυμάτων αὐτῶν ἐντὸς ὑγρῶν, τῶν ὁποίων εἶναι γνωστὴ ἡ χαρακτηριστικὴ σταθερὰ (Ζεσεοσκοπία).

Κατὰ τὴν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν τῆς μεθόδου πρέπει νὰ προσέχωμεν νὰ μὴ μεταβάλλεται ἡ περιεκτικότης τοῦ διαλύματος ἕνεκα τῆς ἐξατμίσεως τοῦ διαλυτικοῦ ὑγροῦ. Πρὸς τοῦτο θέτομεν τὸ διάλυμα ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου, τὸ ὁποῖον συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἔξω ἀέρα διὰ σωλῆνος καταλλήλως ψυχομένου. Οἱ ἀναπτυσσόμενοι ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται ἐντὸς τοῦ ψυκτῆρος τούτου καὶ ἐπανέρχονται εἰς τὸ δοχεῖον τῆς ζέσεως καὶ οὕτω τὸ διάλυμα μένει ἀμετάβλητον καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μετρήσεως.

§ 470. ***Σημεῖον δρόσου.*** Ἂν ἐντὸς χώρου περιέχοντος ἀτμοὺς ὑπάρχῃ στερεόν, τοῦ ὁποίου ταπεινώνομεν διαρκῶς τὴν θερμοκρασίαν, ὅταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ τοιαύτη, ὥστε ἡ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χώρου περιλαμβανομένη ποσότης τῶν κεκορεσμένων κατὰ τὴν θερμοκρασίαν ταύτην ἀτμῶν νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν πραγματικῶς ὑπάρχουσαν, οἱ εἰς τὴν ἄμεσον γειτονίαν τοῦ ψυχροῦ σώματος εὑρισκόμενοι ἀτμοὶ εἶναι κεκορεσμένοι καὶ ἂν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος ἐπ' ἐλάχιστον ἐλαττωθῇ ἐπικάθηνται ἐπ' αὐτοῦ σταγόνες δρόσου προ-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

κύπτουσαι ἐκ τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ἀτμῶν. Διὰ τοῦτο τὴν θερμοκρασίαν ταύτην ὀνομάζομεν *σημεῖον δρόσου*.

Ἂν γνωρίζωμεν τὴν εἰς ἑκάστην θερμοκρασίαν ἀντιστοιχοῦσαν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν, εἶναι δυνατὸν διὰ τοῦ προσδιορισμοῦ τοῦ σημείου δρόσου νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα τῶν ἀτμῶν, τὸ ποσὸν δηλ. τῶν ἀτμῶν οἱ ὁποῖοι περιέχονται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χώρου. Ἡ ἀναγωγὴ αὕτη γίνεται συνήθως διὰ πινάκων, οἱ ὁποῖοι περιλαμβάνουν τὰ ἀποτελέσματα παρατηρήσεων. Εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ κατὰ προσέγγισιν ἡ σχέσις τῆς πυκνότητος τῶν ἀτμῶν πρὸς τὸ σημεῖον δρόσου θ καὶ τὴν εἰς αὐτὸ ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν p τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν, ἂν δεχθῶμεν ἰσχύοντας διὰ τοὺς ἀτμοὺς τοὺς νόμους τῶν τελείων ἀερίων.

Ἔχομεν τότε (πρβλ. § 394) τὴν ἐξίσωσιν

$$(1) \qquad pv = \frac{m}{\mu} R (273 + \theta)$$

ὅθεν εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην πυκνότητα

$$(2) \qquad d = \frac{m}{v} = \frac{\mu p}{R (273 + \theta)}$$

ὅπου μ τὸ μοριακὸν βάρος τῶν ἀτμῶν καὶ R ἡ σταθερὰ τῶν ἀερίων.

§ 471. *Ὑγρομετρία.* Ὀνομάζομεν *ἀπόλυτον ὑγρασίαν* τοῦ ἀέρος τὴν πυκνότητα τῶν ἐντὸς αὐτοῦ ὑδρατμῶν, ἢ καὶ κατ' ἄλλον ὁρισμὸν τὴν μερικὴν πίεσιν τῶν ὑδρατμῶν, *σχετικὴν δὲ ὑγρασίαν* τὸν λόγον τῆς πυκνότητος τῶν ἐντὸς αὐτοῦ ὑδρατμῶν πρὸς τὴν πυκνότητα τὴν ὁποίαν θὰ εἶχον οἱ *κεκορεσμένοι* ὑδρατμοὶ ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Ἂν δεχθῶμεν ἰσχύοντα διὰ τοὺς ἀτμοὺς τὸν νόμον Mariotte-Boyle, ἡ σχετικὴ ὑγρασία ἰσοῦται πρὸς τὸν λόγον τῆς πραγματικῆς μερικῆς πιέσεως τῶν ὑδρατμῶν πρὸς τὴν πίεσιν τῶν κεκορεσμένων ὑδρατμῶν ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

Τὰ ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετρεῖται ἡ ἀπόλυτος ἢ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος ὀνομάζονται *ὑγρόμετρα*.

Τὴν ἀπόλυτον ὑγρασίαν τοῦ ἀέρος εὑρίσκομεν κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς προηγουμένης § ἢ καλλίτερον μὲ τὴν βοήθειαν ἐμπειρικῶν πινάκων ἐκ τοῦ πειραματικῶς εὑρισκομένου *σημείου δρόσου*.

Πρὸς τοῦτο ψύχομεν ἐπίχρυσον μεταλλίνην *πλάκα* (ὑγρόμετρον Alluard) ἢ ἐπάργυρον ὑάλινον δοχεῖον (ὑγρόμετρον Daniell), τῶν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὁποίων τὴν θερμοκρασίαν μᾶς δεικνύει ἀκριβὲς θερμόμετρον, καὶ παρατηροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν κατὰ τὴν ὁποίαν ἀναφαίνεται ἐπὶ τῆς κατοπτρικῆς ἐπιφανείας δρόσος καθὼς καὶ τὴν θερμοκρασίαν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ δρόσος ἐξαφανίζεται ὅταν ἡ συσκευὴ ἐπανέρχεται εἰς τὴν προτέραν θερμοκρασίαν. Ὡς σημεῖον δρόσου λαμβάνομεν τὸν μέσον ὅρον τῶν δύο θερμοκρασιῶν.

Ἐκ τῆς ἀπολύτου ὑγρασίας καὶ τῆς μεγίστης ὑγρασίας, τῆς ὑγρασίας τοῦ κόρου, τὴν ὁποίαν πάλιν ἐκ πινάκων λαμβάνομεν, εὑρίσκομεν διὰ διαιρέσεως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν.

Κατὰ προσέγγισιν ἠμποροῦμεν νὰ ἐφαρμόσωμεν τὸν ἑξῆς ὑπολογισμόν.

Ἡ πυκνότης τῶν ἀτμῶν παρέχεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς προηγουμένης §. Ἂν εἶναι Θ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος καὶ P ἡ εἰς αὐτὴν ἀντιστοιχοῦσα τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος, ἡ πυκνότης τῶν κεκορεσμένων ὑδρατμῶν θὰ ἦτο

$$D = \frac{\mu P}{R(273+\Theta)} \qquad (3)$$

Διαιροῦντες κατὰ μέλη τὰς ἐξισώσεις (2) καὶ (3) εὑρίσκομεν:

$$\text{Σχετικὴ ὑγρασία} = \frac{d}{D} = \frac{p}{P}\,\frac{272+\Theta}{273+\theta} = \frac{p}{P}$$

διότι τὸ κλάσμα $\frac{273+\Theta}{273+\theta}$ εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἴσον πρὸς τὴν μονάδα.

Τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν εὑρίσκομεν καὶ ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν θερμοκρασιῶν, τὰς ὁποίας δεικνύουν δύο θερμόμετρα: ἓν σύνηθες, *ξηρόν*, καὶ ἓν ἄλλο, *ὑγρόν*, τοῦ ὁποίου τὸ δοχεῖον περιβάλλεται ἀπὸ λεπτὸν διάβροχον ὕφασμα. Ἡ ἐξάτμισις τοῦ ὕδατος τοῦ περιβλήματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ ἀπὸ τὴν παρουσίαν ὑδρατμῶν εἰς τὸν πέριξ ἀέρα· ἐπειδὴ δὲ ὅσον ταχυτέρα εἶναι ἡ ἐξάτμισις, τόσον περισσότερον ψύχεται τὸ ὑγρὸν θερμόμετρον, εἶναι δυνατὸν ἐκ τῶν ἐνδείξεων τῶν δύο θερμομέτρων νὰ εὑρεθῇ ἡ ὑγρασία τοῦ ἀέρος (ψυχρόμετρον).

ΥΓΡΟΠΟΙΗΣΙΣ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

§ 472. ***Κρίσιμον σημεῖον.*** — ***Ἀέρια καὶ ἀτμοί.*** Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑπὸ συνήθη θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν εἶναι ἀέρια, εἶναι δυνατὸν διὰ συμπιέσεως καὶ ψύξεως νὰ λάβουν τὴν ὑγρὰν μορφήν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οὕτω π. χ. ἡ ἀμμωνία (NH_3) ὑπὸ συνήθη θερμοκρασίαν ὑγροποιεῖται, ἀρκεῖ ἡ πίεσις νὰ γίνῃ ἀρκετὰ μεγάλη (6 ἀτμοσφ. Van Marum 1799).

Αἱ πρῶται ἀπόπειραι πρὸς ὑγροποίησιν τῶν ἀερίων ἔφερον ἄλλαι μὲν εἰς θετικά, ἄλλαι δὲ εἰς ἀρνητικὰ ἀποτελέσματα. Τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος, ἡ ἀμμωνία, τὸ χλώριον τὸ ὑδροχλώριον, τὸ διοξείδιον τοῦ θείου, εὐκόλως ὑγροποιήθησαν. Ἄλλα ὅμως ἀέρια, ὡς τὸ ὑδρογόνον, τὸ ἄζωτον τὸ ὀξυγόνον δὲν κατωρθώθη κατ' ἀρχὰς νὰ ὑγροποιηθοῦν. Διὰ τοῦτο ἐκλήθησαν τὰ ἀέρια ταῦτα μόνιμα ἢ ἔμμονα ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰ ὑγροποιούμενα, τὰ ὁποῖα ἠδύνατο νὰ θεωρηθοῦν ὡς ἀτμοί.

Ἐν τούτοις καὶ ἐκ τῶν προτέρων ἀκόμη δὲν ἐφαίνετο πιθανὸν νὰ ὑπάρχῃ τοιαύτη ριζικὴ διαφορὰ μεταξὺ σωμάτων τὰ ὁποῖα ἄλλως τόσον ἀναλόγους ἰδιότητας παρουσιάζουν καὶ διὰ τοῦτο ἐπεκράτησεν ἡ ἰδέα ὅτι μόνον τὸ ἀκατάλληλον τῶν ὅρων, ὑπὸ τοὺς ὑποίους ἐζητεῖτο ἡ ὑγροποίησις τῶν λεγομένων ἐμμόνων ἀερίων, ἦτο τὸ αἴτιον τῆς ἀποτυχίας.

Οὕτω ἐδοκιμάσθη ἡ ὑγροποίησις ἀερίων διὰ μόνης ψύξεως ἢ διὰ συγχρόνου ψύξεως καὶ συμπιέσεως, ἀλλὰ τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος ἔδωκαν κυρίως αἱ κλασικαὶ ἔρευναι τοῦ Andrews (1869) ἐπὶ τῶν ἰσοθέρμων τοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος.

Ἐκ τῶν ἐρευνῶν τούτων ἀπεδείχθη ὅτι δι' ἕκαστον ἀέριον ὑπάρχει μία ὡρισμένη θερμοκρασία, ἡ *κρίσιμος θερμοκρασία*, ἄνω τῆς ὁποίας εἶναι ἀδύνατον τοῦτο νὰ ὑγροποιηθῇ, ὁσηδήποτε πίεσις καὶ ἂν ἐπ' αὐτοῦ ἐφαρμοσθῇ.

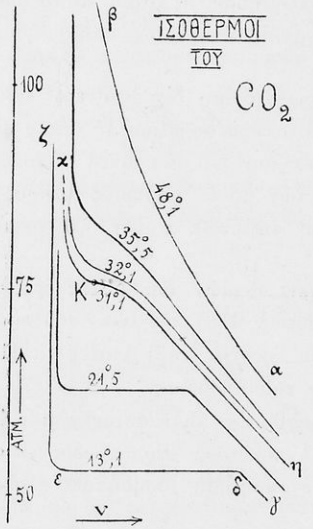
Τὰ ἀέρια NH_3, CO_2, Cl, HCl, SO_2 ἔχουν κρίσιμον θερμοκρασίαν ἀνωτέραν τοῦ 0^0 Κελσίου καὶ διὰ τοῦτο εἶναι δυνατὴ ἡ εἰς συνήθη θερμοκρασίαν ὑγροποίησίς των.

Τὸ Ὀξυγόνον, τὸ Ἄζωτον, τὸ Ὑδρογόνον, τὸ Ἥλιον, ἔχουν κρίσιμον σημεῖον πολὺ κάτω τοῦ 0^0 καὶ διὰ τοῦτο ἡ ὑγροποίησίς των κατέστη δυνατὴ μόνον ὅταν κατωρθώθη ἡ ψύξις των κάτω τῶν ταπεινοτάτων κρισίμων αὐτῶν σημείων.

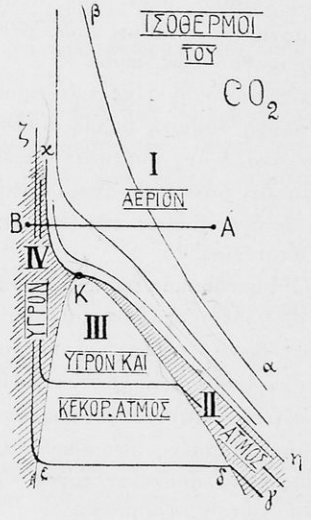
§ 473. ***Διερεύνησις τοῦ διαγράμματος τῶν ἰσοθέρμων πραγματικοῦ ἀερίου.*** Προσδιορίσας ὁ Andrews τὰς ἰσοθέρμους τοῦ CO_2, τὰς καμπύλας δηλ. αἱ ὁποῖαι παριστοῦν τὴν σχέσιν τοῦ ὄγκου πρὸς τὴν πίεσιν ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, ἔλαβε τὸ διάγραμμα 343, τοῦ ὁποίου ἡ ἐξέτασις διαφωτίζει τελείως τὸ πρόβλημα τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Παρατηροῦμεν δηλ. ὅτι αἱ ἰσόθερμοι ἀλλάσσουν διαρκῶς μορφὴν καθ' ὅσον ἡ θερμοκρασία μεταβάλλεται, καὶ ἠμποροῦν νὰ χωρισθοῦν εἰς δύο τύπους: Αἱ ἰσόθερμοι 48,1 35,5 ἔχουν διαρκῶς κλίσιν ἐκ δεξιῶν κάτω πρὸς ἀριστερὰ ἄνω, καὶ μάλιστα ἡ 48,1 ἔχει μεγίστην ὁμοιότητα πρὸς τὰς ἰσοθέρμους τῶν τελείων ἀερίων, ὀλιγωτέραν ἡ 35,5 καὶ ἀκόμη ὀλιγωτέραν ἡ 32,1. Αἱ ἰσόθερμοι 13,1 21,5 παρουσιάζουν χαρακτηριστικὸν εὐθύγραμμον τμῆμα, τὸ ὁποῖον γίνεται μικρότερον ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, καὶ τέλος ἐξαφανίζεται εἰς τὴν ἰσόθερμον 31,1. Ἡ ἰσόθερμος 31,1 ἔχει ἐν τούτοις, ὡς τελευταῖον ἴχνος τοῦ εὐθυγράμμου τμήματος, σημεῖον καμπῆς εἰς τὸ Κ μὲ ἐφαπτομένην παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ὄγκων (ὁριζοντίαν). Τὸ σημεῖον Κ ὀνομάζομεν *κρίσιμον*



Σχ. 342.



Σχ. 343.

σημεῖον, τὴν θερμοκρασίαν τῆς δι' αὐτοῦ διερχομένης ἰσοθέρμου *κρίσιμον θερμοκρασίαν*, τὴν ὑπ' αὐτοῦ παριστωμένην πίεσιν *κρίσιμον πίεσιν*, καὶ τέλος τὸν εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἀντιστοιχοῦντα ὄγκον τοῦ γραμμομορίου *κρίσιμον ὄγκον*.

Θεωροῦμεν τώρα τὴν ἰσόθερμον 13,1. Ὅταν ἐλαττώνωμεν τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου ἀπὸ τὴν εἰς τὸ σημεῖον γ τοῦ διαγράμματος ἀντιστοιχοῦσαν τιμήν, τὴν ὁποίαν ἁπλούστερον ὀνομάζομεν τιμὴν γ, εἰς τὴν τιμὴν δ, ἡ πίεσις αὐξάνεται· Ἐκεῖθεν μέχρι τοῦ σημείου ε, μολονότι ὁ ὄγκος ἐλαττώνεται, ἡ πίεσις μένει σταθερά, καὶ τέλος ἀπὸ τοῦ σημείου ε καὶ πέραν εἰς ἐλαχίστην ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου ἔχομεν πολὺ μεγάλην αὔξησιν τῆς πιέσεως. Ἀμέσως ἐννοοῦμεν ὅτι ἡ ἰσόθερμος 13,1 παριστᾷ τὰ διάφορα στάδια τῆς ὑγροποιήσεως τοῦ CO_2 διὰ συμπιέσεως ὑπὸ θερμοκρασίαν σταθερὰν καὶ ἴσην πρὸς 13°,1. Ἀπὸ γ ἕως δ ἔχομεν ἀέριον, ἀκόρεστον δηλ. ἀτμόν, ὁ ὁποῖος συμπιέζεται συμφώνως περίπου πρὸς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τὸν νόμον Mariotte-Boyle. Εἰς τὸ δ ὁ ἀτμὸς εἶναι πλέον κεκορεσμένος καὶ ἀρχίζει ἡ ὑγροποίησις. Ἡ πίεσις μένει σταθερά, ἴση πρὸς τὴν εἰς τὴν θερμοκρασίαν 13°,1 ἀντιστοιχοῦσαν πίεσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν, ἡ δὲ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου ἐπιφέρει μόνον αὔξησιν τοῦ ὑγροῦ CO_2 καὶ ἐλάττωσιν τοῦ ἀερίου. Περὶ τὸ σημεῖον ε ἡ ὑγροποίησις ἔχει συμπληρωθῇ· ὅλος ὁ διαθέσιμος χῶρος καταλαμβάνεται ἀπὸ ὑγρόν, εὐνόητον δὲ ὅτι ἐλαχίστη πλέον ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου ἐπιφέρει τὴν ἀνάπτυξιν μεγάλων ἐλαστικῶν ἀντιδράσεων, ἢ καὶ ἄλλως, χρειάζονται πολὺ μεγάλαι πιέσεις διὰ νὰ ἐπέλθῃ μικρὰ σχετικῶς ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ πλέον σώματος.

Ἡ ὕπαρξις λοιπὸν *εὐθυγράμμου τμήματος, παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ὄγκων*, εἰς τὴν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ν, ρ ἰσόθερμον δεικνύει σύγχρονον ὕπαρξιν *ὑγροῦ καὶ κεκορεσμένων ἀτμῶν*. Τὸ ἐντεῦθεν τοῦ ὁριζοντίου τμήματος μέρος τῆς ἰσοθέρμου, τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται ἀποτόμως πρὸς τὰ ἄνω, ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ *ὑγρὸν* σῶμα, καταλαμβάνον ἐντελῶς τὸν διαθέσιμον χῶρον χωρὶς νὰ ἀφίνῃ τόπον δι' ἀτμούς, τὸ δὲ πέραν τοῦ εὐθυγράμμου τμήματος ἠπίως κατερχόμενον μέρος τῆς ἰσοθέρμου ἀντιστοιχεῖ εἰς τοὺς *ἀκορέστους ἢ ὑπερθέρμους ἀτμούς*.

Ἡ ἰσόθερμος 21,5 παρουσιάζει τοὺς αὐτοὺς χαρακτῆρας μὲ τὴν 13,1, μόνον τὸ ὁριζόντιον εὐθύγραμμον τμῆμα εἶναι μικρότερον.

Εἰς τὴν *κρίσιμον* ἰσόθερμον 31,1 τὸ ὁριζόντιον τμῆμα συμπύσσεται εἰς ἓν καὶ μόνον σημεῖον, τὸ Κ. Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο λοιπὸν τῆς ἰσοθέρμου 31,1 τὰ δύο τμήματα τῆς καμπύλης, τὸ ἀποτόμως πρὸς τὰ ἄνω ἀνερχόμενον Κκ καὶ τὸ ἠπίως κατερχόμενον Κη ἑνώνονται χωρὶς παρεμβολὴν εὐθυγράμμου τμήματος. Δὲν ἔχομεν δηλ. σύγχρονον ὕπαρξιν ὑγροῦ καὶ κεκορεσμένων ἀτμῶν, ἀλλ' οἱ ἀτμοὶ μόλις καταλάβουν τὸν ὄγκον τοῦ κόρου ἀμέσως ὑγροποιοῦνται ὅλοι μαζύ. Ἡ μετάβασις ἀπὸ τῆς ἀερίας εἰς τὴν ὑγρὰν μορφὴν εἶναι ἄμεσος, χωρὶς διάμεσα στάδια.

Αἱ ἰσόθερμοι, αἱ ὁποῖαι ἀντιστοιχοῦν εἰς θερμοκρασίας ὑψηλοτέρας τῆς κρισίμου, στεροῦνται ἐντελῶς εὐθυγράμμου ὁριζοντίου μέρους. Τὸ CO_2 δηλ. *ὑπὸ ὁσονδήποτε μεγάλην πίεσιν*, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία εἶναι ὑψηλοτέρα τῆς κρισίμου, δὲν ὑγροποιεῖται.

Διὰ τοῦτο ἀκριβῶς ὀνομάζομεν τὴν θερμοκρασίαν 31,1 *κρίσιμον θερμοκρασίαν τοῦ* CO_2, τὸ δὲ σημεῖον Κ τοῦ διαγράμματος *κρίσιμον σημεῖον*.

Εὐλόγως λοιπὸν θὰ θεωρήσωμεν τὸ CO_2 ὡς *ἀέριον*, ὅταν ἡ θερμοκρασία του εἶναι ὑψηλοτέρα τῆς κρισίμου, ὡς *ἀτμὸν* δέ, ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι κάτω τῆς κρισίμου.

Ἂν εἰς τὸ διάγραμμα τῶν ἰσοθέρμων (σχ. 343) φέρωμεν τὴν καμπύλην εΚδ, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τῶν ἄκρων τῶν εὐθυγράμμων τμημάτων τῶν ἰσοθέρμων καὶ τοῦ κρισίμου σημείου, χωρίζεται δι' αὐτῆς καὶ τῆς κρισίμου ἰσοθέρμου τὸ ἐπίπεδον ρ,ν εἰς τὰ ἑξῆς μέρη, τῶν ὁποίων τὰ σημεῖα ἀντιπροσωπεύουν ὡρισμένας καταστάσεις τοῦ σώματος.

I. Μέρος τοῦ ἐπιπέδου δεξιὰ καὶ ἄνω τῆς κρισίμου ἰσοθέρμου. *Ἀέριον*.

II. Μέρος τοῦ ἐπιπέδου μεταξὺ τοῦ πέραν τοῦ κρισίμου σημείου κλάδου τῆς κρισίμου ἰσοθέρμου καὶ τῆς καμπύλης Κδ. *Ἀκόρεστος ἀτμός*.

III. Μέρος τοῦ ἐπιπέδου κάτω τῆς καμπύλης εΚδ. *Ὑγρὸν καὶ κεκορεσμένος ἀτμός*.

IV. Μέρος τοῦ ἐπιπέδου ἀριστερὰ τοῦ ἐντεῦθεν τοῦ κρισίμου σημείου κλάδου τῆς κρισίμου ἰσοθέρμου καὶ τῆς καμπύλης Κε. *Ὑγρόν*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἐκ τοῦ διαγράμματος τούτου βλέπομεν ἀκόμη ὅτι κατὰ μῆκος τοῦ τμήματος Κκ τῆς ἰσοθέρμου συνορεύουν *χωρὶς διάμεσα στάδια* τὸ ὑγρὸν καὶ τὸ ἀέριον. Ἂν δηλ. ψύξωμεν ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν τὸ ἀέριον CO_2, εὑρισκόμενον εἰς τὴν κατάστασιν Α ὑπὸ θερμοκρασίαν ἀνωτέραν τῆς κρισίμου καὶ πίεσιν ἐπίσης ἀνωτέραν τῆς κρισίμου, εἶναι δυνατὸν νὰ τὸ φέρωμεν εἰς τὴν κατάστασιν Β, νὰ τὸ μεταβάλωμεν δηλ. εἰς ὑγρὸν χωρὶς νὰ παρατηρήσωμεν χαρακτηριστικὴν σύγχρονον ὕπαρξιν ὑγροῦ καὶ κεκορεσμένων ἀτμῶν. Ὄχι μόνον λοιπὸν εἰς τὸ κρίσιμον σημεῖον, ἀλλὰ καὶ κατὰ μῆκος ὁλοκλήρου τοῦ κλάδου Κκ τῆς κρισίμου ἰσοθέρμου συγχέονται τὰ ὅρια τῆς ὑγρᾶς καὶ τῆς ἀερίας καταστάσεως.

Ἡ σύγχυσις αὕτη τῶν ὁρίων τῆς ὑγρᾶς καὶ ἀερίας καταστάσεως εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν ἐκδηλώνεται διὰ πλείστων φαινομένων, μερικὰ τῶν ὁποίων εἶχον παρατηρηθῇ καὶ πρὸ τοῦ Andrews (Cagnard de la Tour, 1822). Οὕτω ἂν ὑάλινον συντετηγμένον σωλῆνα, περιέχοντα ὑγρὸν CO_2, τὸ ὁποῖον εἰς θερμοκρασίαν 15° ἢ 20° φθάνει μέχρι τοῦ μέσου αὐτοῦ, θερμάνωμεν θέτοντες εἰς ὕδωρ θερμοκρασίας ἀνωτέρας τῆς κρισίμου, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ μηνίσκος ὁ χωρίζων τὸ ὑγρὸν CO_2 ἀπὸ τὸ ὑπεράνω αὐτοῦ ἀέριον ἀποτόμως ἐξαφανίζεται, ἐνῶ θὰ ἐπεριμένομεν ἴσως ἐκ τῆς συνήθους πείρας περὶ τῆς ἐξατμίσεως τῶν ὑγρῶν, νὰ μεταβάλλεται βαθμηδὸν τὸ ὑγρὸν εἰς ἀτμὸν καὶ νὰ κατέρχεται ὁ μηνίσκος μέχρις ὅτου ἐξαφανισθῇ ὡς ἐκ τῆς ἐξαντλήσεως τοῦ ὑγροῦ. Ἐπίσης ὅταν τανάπαλιν ψύχωμεν τὸν σωλῆνα, ὁ μηνίσκος ἀποτόμως ἀναφαίνεται εἰς τὴν προτέραν θέσιν, συγχρόνως δὲ ἡ ὅλη ὄψις τοῦ σώματος δεικνύει ὅτι κάτι ἔκτακτον συμβαίνει.

§ 474. ***Πρακτικαὶ μέθοδοι ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων.*** Τὰ ἀέρια, τῶν ὁποίων ἡ κρίσιμος θερμοκρασία δὲν εἶναι πολὺ χαμηλή, εὐκόλως ὑγροποιοῦνται ἂν ἀρκούντως συμπιεσθοῦν. Οὕτω κατώρθωσεν ὁ Faraday ἰδίως πλεῖστα ἀέρια νὰ ὑγροποιήσῃ, μεταχειρισθεὶς ὡς ψυκτικὸν μέσον μῖγμα στερεοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος καὶ αἰθέρος, τὸ ὁποῖον ἐξήτμιζεν ὑπὸ πολὺ μικρὰν πίεσιν.

Οἱ Cailletet καὶ Pictet (1877) κατώρθωσαν πρῶτοι νὰ ὑγροποιήσουν εἰς ἐλαχίστας ποσότητας μερικὰ ἐκ τῶν ἐμμόνων λεγομένων ἀερίων συμπιέζοντες αὐτὰ ὑπὸ πίεσιν μέχρι 1000 ἀτμοσφαιριῶν καὶ ἀφίνοντες ἔπειτα ἀποτόμως νὰ διαταθοῦν. Παρετηρεῖτο τότε ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸν ὁποῖον εὑρίσκετο τὸ ἀέριον, νέφος προερχόμενον ἀπὸ σταγονίδια ὑγροῦ. Ἀκολούθως μετεχειρίσθησαν τὴν κλιμακωτὴν ψύξιν. Τὰς βαθμίδας ἢ τοὺς κύκλους τῆς κλίμακος ἀποτελοῦν διάφορα ἀέρια, τὰ ὁποῖα ὑγροποιούμενα εἴς τινα θερμοκρασίαν ὑποβάλλονται εἰς ταχεῖαν ἐξάτμισιν καὶ οὕτω ψύχονται εἰς τοιαύτην θερμοκρασίαν, ὥστε εἰς αὐτὴν νὰ εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις ἄλλου ἀερίου μὲ ταπεινοτέραν κρίσιμον θερμοκρασίαν. Τὸ νέον τοῦτο ὑγρὸν ἐξατμιζόμενον πάλιν ψύχεται καὶ εἰς τὴν χαμηλοτέραν τώρα θερμοκρασίαν ὑγροποιεῖται ἄλλο ἀέριον καὶ οὕτω καθ' ἑξῆς.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Οἱ Wroblewski καὶ Olszewski ὑγροποίησαν κατ' ἀναλόγους μεθόδους τὸ Ὀξυγόνον, τὸ Ἄζωτον καὶ τὸ Μονοξείδιον τοῦ ἄνθρακος, τέλος δὲ εἰς μικρὰς ποσότητας τὸ Ὑδρογόνον, τὸ ὁποῖον εἰς μεγάλας ποσότητας ὑγροποίησεν ὁ Dewar.

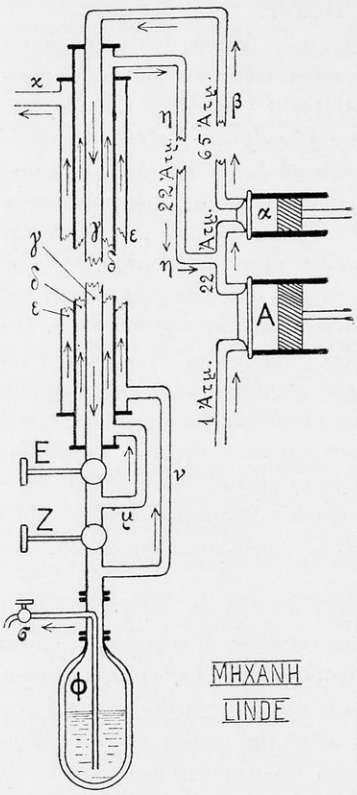
Ἀλλ' ἡ βιομηχανικὴ ὑγροποίησις τῶν ἀερίων, ἰδίως τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ἐπετεύχθη κατ' ἄλλην μέθοδον, τὴν ὁποίαν συγχρόνως ἐφήρμοσαν ὁ Linde καὶ ὁ Hampson (1905) καὶ ἡ ὁποία στηρίζεται ἐπὶ τοῦ λεγομένου *φαινομένου τῶν Joule-Kelvin*. Οἱ τελευταῖοι οὗτοι, συνεχίζοντες τὰ πειράματα τὰ ὁποῖα εἰς τὴν § 417 ἀνεφέραμεν, παρετήρησαν ὅτι τὰ ἀέρια διατεινόμενα *χωρὶς παραγωγὴν ἔργου* ὑφίστανται μικρὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας, ψῦξιν ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, καὶ ὅτι ἡ ψῦξις αὕτη εἶναι τόσον μεγαλητέρα, ὅσον μεγαλήτεραι εἶναι αἱ ἀποκλίσεις τοῦ ἀερίου ἀπὸ τῶν νόμων τῶν τελείων ἀερίων. Οὕτω τὸ CO_2, ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ψύχονται. Τὸ ὑδρογόνον εἰς συνήθη θερμοκρασίαν θερμαίνεται ὅταν διατείνεται χωρὶς παραγωγὴν ἔργου, διὰ τοῦτο τὸ ὑδρογόνον πολλάκις χαρακτηρίζεται ὡς *ὑπερτέλειον* ἀέριον, ἀφοῦ τὰ μὲν τέλεια ἀέρια δὲν πρέπει νὰ παρουσιάζουν μεταβολὴν θερμοκρασίας κατὰ τὴν ἄνευ παραγωγῆς ἔργου διαστολήν, τὰ δὲ φυσικὰ ἀέρια ψύχονται. Ἀλλὰ καὶ τὸ ὑδρογόνον ὅταν διατείνεται ὑπὸ θερμοκρασίαν χαμηλοτέραν τῶν $-80^0{,}5$ ψύχεται. Ἡ θερμοκρασία τῶν $-80^0{,}5$ ὀνομάζεται *θερμοκρασία ἀναστροφῆς* τοῦ ὑδρογόνου.

Ἡ λεπτομερεστέρα ἔρευνα ἔδειξεν ὅτι ὅλα τὰ ἀέρια· ἔχουν ἰδίαν χαρακτηριστικὴν θερμοκρασίαν, *θερμοκρασίαν ἀναστροφῆς*, καὶ ὅταν μὲν ἄνω ταύτης διατείνωνται (χωρὶς παραγωγὴν ἔργου) θερμαίνονται, κάτω δὲ ταύτης ψύχονται. Ὑπάρχει δὲ καὶ δευτέρα θερμοκρασία ἀναστροφῆς, χαμηλοτέρα τῆς πρώτης, κάτω τῆς ὁποίας πάλιν τὰ ἀέρια διατεινόμενα θερμαίνονται. Οὕτω π. χ. τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος ὑπὸ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας αἱ θερμοκρασίαι ἀναστροφῆς εἶναι $+600^0$ καὶ -160^0. Ὅταν ἐντὸς τῶν δύο τούτων ὁρίων ὁ ἀὴρ διατείνεται ἄνευ παραγωγῆς ἔργου καὶ ὑπὸ ὄχι πολὺ μεγάλην πίεσιν, ψύχεται. Ἄνω τῶν 600^0 καὶ κάτω τῶν -160^0 θερμαίνεται.

Ἐπὶ τοῦ φαινομένου τούτου στηρίζεται ἡ μέθοδος τῶν Linde καὶ Hampson, τῆς ὁποίας τὴν πρακτικὴν ἐφαρμογὴν ἐκθέτομεν περιγράφοντες τὴν μηχανὴν τοῦ Linde, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχηματικὸν διάγραμμα 344.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ ἀήρ, καταλλήλως καθαριζόμενος ἀπὸ τοὺς ὑδρατμοὺς καὶ τὸ CO_2 συμπιέζεται ὑπὸ τῆς πιεστικῆς ἀντλίας Α μέχρι πιέσεως 22 ἀτμοσφαιρῶν, ἐκεῖθεν, ἀφοῦ προηγουμένως ψυχθῇ, φέρεται εἰς τὴν πιεστικὴν ἀντλίαν α, ὅπου πιέζεται μέχρι 65 ἀτμοσφαιρῶν καὶ ἐκεῖθεν διὰ τοῦ σωλῆνος β, ὁ ὁποῖος διέρχεται διὰ ψυγείου μὲ πάγον, φέρεται εἰς τὸ κύριον μέρος τῆς μηχανῆς, τὴν *συσκευὴν τοῦ ἀντιρρεύματος*.



Σχ. 344.

Ἡ συσκευὴ αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ τρεῖς μακροὺς σωλῆνας γ,δ,ε εὑρισκομένους ἐντὸς ἀλλήλων, οἱ ὁποῖοι εἶναι ὀφιοειδῶς συνεστραμμένοι καὶ τοποθετημένοι ἐντὸς κιβωτίου περιέχοντος ἔρια. (Οἱ σωλῆνες εἰς τὸ διάγραμμα παρεστάθησαν διὰ τὴν ἁπλότητα ὡς εὐθεῖς).

Ὅταν ἀνοιχθῇ ἡ στρόφιγξ Ε, ὁ ἀήρ, ὁ ὁποῖος ἔρχεται ἀπὸ τὴν ἀντλίαν εἰς τὸν σωλῆνα γ ὑπὸ πίεσιν 65 ἀτμ. ἐκτονοῦται εἰς 22 ἀτμ. καί, καθὼς προηγουμένως ἐξεθέσαμεν, ψύχεται. Ὁ ψυχρὸς οὗτος ἀὴρ φέρεται διὰ τοῦ σωλῆνος μ εἰς τὸν σωλῆνα δ, ὁ ὁποῖος περιβάλλει τὸν γ καὶ ψύχει τὸν ἀντιθέτως διὰ τοῦ σωλῆνος γ ἐρχόμενον ἀέρα, ὁ ὁποῖος οὕτω κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν ψύχεται εἰς ἀκόμη χαμηλοτέραν θερμοκρασίαν. Ἐκ τοῦ σωλῆνος δ φέρεται ὁ ὑπὸ πίεσιν 22 ἀτμ. εὑρισκόμενος ἀὴρ διὰ τοῦ η εἰς τὴν ἀντλίαν α.

Οὕτω ὁ ἀὴρ ψύχεται διαρκῶς περισσότερον ἐντὸς τοῦ σωλῆνος γ καὶ τέλος ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται τόσον, ὥστε ὑγροποιεῖται ὑπὸ τὴν πίεσιν τῶν 22 ἀτμ. Ἂν τώρα ἀνοίξωμεν τὴν στρόφιγγα Ζ,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ὁ ὑγρὸς ἀὴρ ἐκρέει εἰς τὴν φιάλην Φ, ἡ ὁποία διὰ τοῦ σωλῆνος μ συγκοινωνεῖ μὲ τὸν σωλῆνα ε, ὁ ὁποῖος περιβάλλει τὸν δ καὶ διὰ τοῦ κ ἐκβάλλει ἐλευθέρως εἰς τὸν ἀέρα. Ὁ ἐντὸς τῆς φιάλης Φ ἀὴρ εὑρισκόμενος τώρα ὑπὸ πίεσιν μιᾶς περίπου ἀτμοσφαίρας ἐξατμίζεται ἐν μέρει, οὕτω δὲ ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται εἰς -192^0 ὥστε τὸ ὑπόλοιπον νὰ μένῃ ὑγρὸν ὑπὸ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας. Ὁ ἐκ τῆς ἐξατμίσεως προερχόμενος ἀὴρ διαρρέων τὸν σωλῆνα ε συντελεῖ καὶ αὐτὸς εἰς τὴν ψῦξιν τῆς ὅλης συσκευῆς. Τὸν ὑγρὸν ἀέρα λαμβάνομεν ἀπὸ τὴν φιάλην Φ ἀνοίγοντες τὴν στρόφιγγα σ· ὁ ὑγρὸς ἀὴρ ἐκρέει ἀπὸ αὐτήν, διότι ἐντὸς τῆς Φ ἡ πίεσις εἶναι πάντοτε κατά τι ἀνωτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς ἀφοῦ εἰς τὴν ἐκβολὴν κ ἐξισοῦται μὲ αὐτὴν (πρβλ. § 213).

Τὰ συστατικὰ τοῦ ἀέρος, Ο καὶ Ν, ἔχουν διάφορα σημεῖα ζέσεως ὑπὸ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας: $-195{,}7^0$ τὸ Ν, -182^0 τὸ Ο, καὶ διὰ τοῦτο εἶναι δυνατὸν νὰ χωρισθοῦν ἀπ' ἀλλήλων διὰ κλασματικῆς ἀποστάξεως. Ἡ μέθοδος αὕτη ἐφαρμόζεται εἰς μεγάλην κλίμακα εἰς τὴν βιομηχανίαν.

Τὸ Ὑδρογόνον ὑγροποιεῖται κατὰ μέθοδον ἐντελῶς ὁμοίαν. Ἐπειδὴ ὅμως ἡ θερμοκρασία τῆς ἀναστροφῆς εἶναι $-80^0{,}5$, πρέπει προηγουμένως νὰ ψυχθῇ δι' ὑγροῦ ἀέρος ἀρκετὰ κάτω τῆς θερμοκρασίας ταύτης καὶ ἔπειτα νὰ ἐξακολουθήσῃ ἡ ψύξις μὲ τὴν βοήθειαν τῆς ἰδίας ἐκτονώσεώς του.

Τὸ 1911 κατώρθωσε τέλος ὁ Kammerlingh Onnes νὰ ὑγροποιήσῃ τὸ τελευταῖον ἔμμονον ἀέριον, τὸ Ἥλιον, διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου, ἀφοῦ προηγουμένως τὸ ἔψυξε δι' ὑδρογόνου ζέοντος ὑπὸ πίεσιν 6 mm Hg εἰς -258^0 (15° ἀπολ.). Τὸ Ἥλιον ἐκτονούμενον ψύχεται εἰς $-268^0{,}71$ (περίπου 4° ἀπολ.) καὶ ὑγροποιεῖται.

§ 475. Ἀξιοσημείωτος εἶναι ἡ τελειοποίησις, τὴν ὁποίαν ἐπέφερεν ὁ Claude εἰς τὰς μεθόδους τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων μεταχειρισθεὶς τὴν ἐκτόνωσιν *μὲ σύγχρονον παραγωγὴν ἔργου*. Ἡ ψῦξις, ἕνεκα τοῦ παραγομένου ἔργου, εἶναι πολὺ μεγαλητέρα καὶ ἑπομένως μὲ τὴν αὐτὴν κατανάλωσιν προσφερομένης ἔξωθεν ἐνεργείας ὑγροποιοῦνται μεγαλήτεραι ποσότητες ἀερίου.

§ 476. ***Στερεοποίησις τῶν ἀερίων.*** Τὰ ἐκ τῆς ὑγροποιήσεως τῶν ἀερίων προκύπτοντα ὑγρὰ ζέοντα ὑπὸ ταπεινὴν ἢ καὶ ἀτμο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σφαιρικὴν πίεσιν ψύχονται (πρβλ. § 464) καὶ πλεῖστα στερεοποιοῦνται. Οὕτω ἂν ἐκ τῆς φιάλης, εἰς τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται ἀποταμιευμένον ὑγρὸν CO_2, ἀφίσωμεν αὐτὸ νὰ ἐξέλθῃ εἰς τὸν ἀέρα, κατέρχεται τόσον ἡ θερμοκρασία του ἕνεκα τῆς ἐξατμίσεως, ὥστε μέρος αὐτοῦ μεταβάλλεται εἰς στερεὸν ὑπὸ μορφὴν λευκῆς χιόνος.

ΕΞΑΕΡΩΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

§ 477. *Τάσις ἀτμῶν τῶν στερεῶν.* — *Ἐξάχνωσις.* Ὅπως τὰ ὑγρὰ οὕτω καὶ τὰ στερεὰ ἔχουν τὴν τάσιν νὰ ἀναπτύσσουν ἀτμούς, ἀλλ' ἡ πίεσις τῶν ἀτμῶν τῶν στερεῶν εἶναι συνήθως τόσον μικρά, ὥστε διαφεύγει τὴν μέτρησιν. Χαρακτηριστικὰ ἐν τούτοις πειράματα τοῦ κ. Κ. Ζέγγελη δεικνύουν ὅτι μέταλλα, ὀξείδια καὶ ἅλατα ἐκπέμπουν εἰς συνήθη θερμοκρασίαν ἀτμούς, τῶν ὁποίων ἡ παρουσία καταφαίνεται ἐκ τῆς χημικῆς αὐτῶν ἐπιδράσεως ἐπὶ φύλλων ἀργύρου. Ἀλλὰ καὶ ἡ ὀσμὴ πολλῶν στερεῶν εἶναι ἔνδειξις τῆς ὑπάρξεως ἀτμῶν ἐξ αὐτῶν προερχομένων.

Ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τῶν στερεῶν αὐξάνει μετὰ τῆς θερμοκρασίας καὶ ἂν ἡ θερμοκρασία αὐξηθῇ τόσον, ὥστε ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν νὰ ἐξισωθῇ πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, τὸ στερεὸν ἐξαεροῦται ραγδαίως. Ἡ ἐξάερωσις τῶν στερεῶν ὑπὸ τοιούτους ὅρους παρουσιάζει πολλὰς ἀναλογίας πρὸς τὸν βρασμόν.

Ἂν ὑπάρχῃ πλησίον ψυχρότερον σῶμα, οἱ ἐκ τοῦ στερεοῦ ἀτμοὶ στερεοποιοῦνται ἐπ' αὐτοῦ. Ἔχομεν δηλ. φαινόμενον ἐντελῶς ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀπόσταξιν, τὴν *ἐξάχνωσιν*. Οὕτω ἂν θερμάνωμεν ἐντὸς φιάλης ἰώδιον, παρατηροῦμεν ὅτι λεπτὰ κρυσταλλίδια ἀποτίθενται εἰς τὰς ψυχρὰς παρειὰς προερχόμενα ἀπὸ ἐξάχνωσιν.

Ἂν τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ στερεοῦ εἶναι ὑψηλότερον τῆς θερμοκρασίας, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν του ἐξισώνεται πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, εἶναι ἀδύνατον νὰ τακῇ τὸ στερεόν. Διὰ νὰ τακῇ πρέπει νὰ αὐξηθῇ τόσον ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις, ὥστε ἡ θερμοκρασία, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐπέρχεται ἐξίσωσις τάσεως ἀτμῶν καὶ ἐξωτερικῆς πιέσεως, νὰ εἶναι ὑψηλοτέρα τοῦ σημείου τήξεως. Οὕτω π. χ. τὸ ἰώδιον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ τακῇ ὑπὸ πίεσιν 47,5 mm Hg διότι ἤδη εἰς 100^0 ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν του ἰσοῦται πρὸς τὴν πίεσιν ταύτην τὸ δὲ σημεῖον τήξεως αὐτοῦ εἶναι $112^0,5$. Ἀρχίζει λοιπὸν εἰς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

100^0 ραγδαία ἡ ἐξαέρωσις τοῦ στερεοῦ ἰωδίου καὶ ἡ θερμοκρασία δὲν ἀνέρχεται διότι ἡ προσφερομένη *θερμότης* χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς καταστάσεως τοῦ σώματος (θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ στερεοῦ).

Ὁ πάγος ἔχει ἐπίσης τάσιν ἀτμῶν, κατά τι *κατωτέραν* τῆς τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ ἐν ὑπερτήξει ὕδατος (διάγρ. 338), ἀλλ' ἀρκετήν, εἰς θερμοκρασίας ὄχι πολὺ κατωτέρας τοῦ 0^0, ὥστε νὰ εἶναι δυνατὸν νὰ μετρηθῇ.

ΑΙ ΦΑΣΕΙΣ ΚΑΙ ΤΟ ΤΡΙΠΛΟΥΝ ΣΗΜΕΙΟΝ ΤΟΥ ΥΔΑΤΟΣ

§ 478. Ὅταν ἔχωμεν μῖγμα διαφόρων σωμάτων, (ὡς διάφορα δὲ σώματα θεωροῦμεν καὶ τὴν στερεάν, ὑγράν, ἢ ἀερίαν μορφὴν τῆς αὐτῆς οὐσίας) ὀνομάζομεν *φάσεις* τοῦ μίγματος τὰς χημικῶς ὁμογενεῖς μορφάς, αἱ ὁποῖαι χωρίζονται ἀπ' ἀλλήλων δι' ὡρισμένων ἐπιφανειῶν (J. W. Gibbs). Οὕτω π. χ. ἂν ἔχωμεν μόνον ὕδωρ τρεῖς φάσεις εἶναι δυναταί, πάγος, ὑγρὸν ὕδωρ καὶ ἀτμός. Εἰς διάλυμα Na Cl ἐντὸς ὕδατος δυναταὶ φάσεις εἶναι: πάγος, κρύσταλλοι Na Cl, ὑγρὸν διάλυμα, ἀτμός.

Τὰ στερεὰ ἀποτελοῦν πάντοτε ἕκαστον ἰδίαν φάσιν· τὰ ὑγρὰ ἀποτελοῦν ἰδίας φάσεις ἐφ' ὅσον δὲν ἀναμιγνύονται καὶ ἑπομένως ὑπάρχει μεταξὺ αὐτῶν διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια· τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν ὅλα μίαν φάσιν, διότι πάντοτε ἀναμιγνύονται.

Μὲ τὴν βοήθειαν τῶν ἐννοιῶν τούτων ἀντιλαμβανόμεθα ὡς ἑξῆς τὴν σημασίαν τοῦ διαγράμματος 340 τῆς τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος. Θεωροῦμεν τὸ σημεῖον τῆς καμπύλης: 2030 mm Hg, 130^0. Εἰς θερμοκρασίαν 130^0 ἀντιστοιχεῖ ἡ πίεσις 2030 mm Hg. Τοῦτο σημαίνει ὅτι ὑπὸ θερμοκρασίαν 130^0, ἂν μὲν ἡ πίεσις εἶναι μεγαλητέρα τῶν 2030, τὸ σῶμα H_2O μόνον ὡς ὑγρὸν ὑφίσταται, ἂν δὲ ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα τῶν 2030, ὑφίσταται μόνον ὡς ἀτμὸς ἀκόρεστος. Μόνον ὅταν ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς 2030 ὁ ἀτμὸς εἶναι κεκορεσμένος, εἶναι δηλ. δυνατὴ ἡ συνύπαρξις τῶν δύο φάσεων, τῆς ὑγρᾶς καὶ τῆς ἀερίας. Ἢ καὶ ἄλλως: Ὅταν ἡ πίεσις εἶναι 2030 mm Hg, ἂν μὲν ἡ θερμοκρασία εἶναι ἀνωτέρα τῶν 130^0, μόνον ἡ ἀερία φάσις (ἀκόρεστος ἢ ὑπέρθερμος ἀτμὸς) εἶναι δυνατή, ἂν ἡ θερμοκρασία εἶναι κατωτέρα τῶν 130^0, μόνον ἡ ὑγρὰ φάσις εἶναι δυνατή. Ἂν δὲ ἡ θερμοκρασία εἶναι ἀκριβῶς 130^0 συνυπάρχουν αἱ δύο φάσεις, ὕδωρ καὶ κεκορεσμένος ἀτμός. Οὕτω εἰς τὸ διάγραμμα θερμοκρασίας—πιέσεως τὰ μὲν ἄνω καὶ ἀριστερὰ τῆς καμπύλης τῆς τάσεως σημεῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν ὑγρὰν φάσιν, τὰ κάτω καὶ δεξιὰ τῆς καμπύλης εἰς τὴν ἀερίαν, τὰ δὲ σημεῖα τῆς καμπύλης ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν συνύπαρξιν τῶν δύο φάσεων.

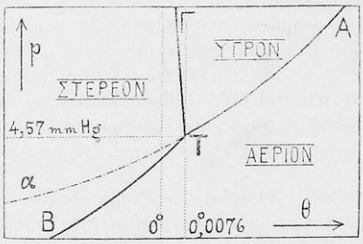
Ὅμοιον ἐντελῶς διάγραμμα εἶναι δυνατὸν νὰ κατασκευασθῇ διὰ τὴν τάσιν τῶν ἀτμῶν τοῦ πάγου, ἡ ὁποία χαρακτηρίζει τὴν μετάβασιν ἀπὸ τῆς στερεᾶς φάσεως εἰς τὴν ἀερίαν, καθὼς ἐπίσης καὶ διὰ τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ πάγου, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει τὴν μετάβασιν ἀπὸ τῆς στερεᾶς εἰς τὴν ὑγρὰν φάσιν.

Ἂν τώρα τὰς τρεῖς καμπύλας χαράξωμεν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου, ἀποδεικνύεται ὅτι τέμνονται καὶ αἱ τρεῖς εἰς ἓν σημεῖον, τὸ λεγόμενον *τριπλοῦν σημεῖον*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὸ σχ. 345 παριστᾷ, ἰσχυρῶς παραμορφωμένον διὰ τὴν εὐκρίνειαν, τὸ διάγραμμα τῶν φάσεων τοῦ ὕδατος. Ἡ καμπύλη α Τ Α παριστᾷ τὴν τάσιν τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος. Ἡ Β Τ τὴν τάσιν τῶν ἀτμῶν τοῦ πάγου, κατωτέραν κατά τι τῆς τάσεως τῶν ἀτμῶν τοῦ ἐν ὑπερτήξει ὕδατος, ἡ δὲ Τ Γ εἶναι ἡ καμπύλη τήξεως τοῦ πάγου, ἡ ὁποία κλίνει πρὸς τὰ ἀριστερὰ καθ' ὅσον ἀνέρχεται, διότι αὐξανομένης τῆς πιέσεως ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ πάγου ἐλαττώνεται (πρβλ. § 446).

Αἱ τρεῖς καμπύλαι τέμνονται εἰς τὸ *τριπλοῦν σημεῖον* Τ (θ=0°,0076 Κελσίου, p=4,57 mm Hg) καὶ χωρίζουν τὸ ἐπίπεδον εἰς τρεῖς καμπυλογράμμους τομεῖς, ἕκαστος τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς τρεῖς δυνατὰς φάσεις τοῦ συστήματος. Ὁ τομεὺς Α Τ Β π. χ. ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀερίαν φάσιν. Εἰς ὅλας τὰς τιμὰς δηλ. πιέσεως καὶ θερμοκρασίας, τὰς ὁποίας παριστοῦν τὰ σημεῖα τοῦ τομέως ΑΤΒ, εἶναι δυνατὴ ἡ μόνιμος καὶ εὐσταθὴς ὕπαρξις *μόνον* τῆς ἀερίας φάσεως, τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν. Ὁ τομεὺς ΒΤΓ ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν στερεὰν φάσιν, ὁ δὲ Γ Τ Α εἰς τὴν ὑγράν. Τὰ σημεῖα τῆς γραμμῆς Τ Α ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν εὐσταθῆ συνύπαρξιν τῆς ὑγρᾶς καὶ ἀερίας φάσεως, ὕδατος δηλ. καὶ κεκορεσμένων ἀτμῶν, τὰ σημεῖα τῆς καμπύλης Τ Β ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν συνύπαρξιν τῆς ἀερίας καὶ στερεᾶς φάσεως, ξηροῦ πάγου καὶ κεκορεσμένων ἀτμῶν, τὰ σημεῖα τέλος τῆς καμπύλης Τ Γ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν συνύπαρξιν πάγου καὶ ὕδατος. Τὸ τριπλοῦν σημεῖον Τ, *αὐτὸ καὶ μόνον*, ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν συνύπαρξιν τῶν τριῶν φάσεων. Κατὰ ταῦτα πάγος, ὕδωρ καὶ ἀτμὸς δύνανται νὰ συνυπάρξουν ἐν ἰσορροπίᾳ *μόνον* ὑπὸ πίεσιν 4,57 mm Hg καὶ θερμοκρασίαν 0°,0076 Κελσίου.



Σχ. 345.

Τὰ διαγράμματα συστημάτων ἀποτελουμένων ἀπὸ περισσοτέρας φάσεις εἶναι πολυπλοκώτερα, ἀντὶ δὲ τοῦ ἑνὸς τριπλοῦ σημείου εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπάρχουν περισσότερα πολλαπλᾶ σημεῖα. Ἀλλ' ἡ περαιτέρω ἐξέτασις τοῦ θέματος τούτου καὶ ἐν γένει ἡ ἐπὶ τῶν ἐργασιῶν τοῦ Gibbs κυρίως θεμελιωθεῖσα θεωρία τῶν φάσεων ἀνήκει εἰς τὴν Φυσικὴν Χημείαν.

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ ΑΚΟΡΕΣΤΩΝ ΑΤΜΩΝ

§ 479. ***Χρησιμότης τῆς μετρήσεως τῆς πυκνότητος τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν.*** Ἡ μέτρησις τῆς πυκνότητος τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν ἔχει διὰ τοῦτο μεγάλην πρακτικὴν σημασίαν, διότι ἠμποροῦμεν, ὅταν γνωρίζωμεν τὴν ἀπόλυτον πυκνότητα τῶν ἀτμῶν (§ 229), τὸν λόγον δηλ. τῆς μάζης πρὸς τὸν ὄγκον, νὰ εὕρωμεν ἐκ τῶν νόμων τῶν τελείων ἀερίων, τοὺς ὁποίους κατὰ προσέγγισιν ἀκολουθοῦν οἱ ἀκόρεστοι ἀτμοί, τὸ μοριακὸν αὐτῶν βάρος. Καὶ πράγματι ἂν θέσωμεν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

D τὴν ἀπόλυτον πυκνότητα, $D = m/v$, εὑρίσκομεν ἐκ τοῦ τύπου (9) § 394 τὸ μοριακὸν βάρος

$$(1) \qquad \mu = \frac{m}{v} . R \frac{T}{p} = D R \frac{T}{p}$$

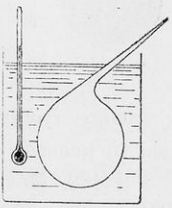
ὅπου R ἡ σταθερὰ τῶν ἀερίων, T καὶ p ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία καὶ ἡ πίεσις ὑπὸ τὰς ὁποίας ἔγινε ἡ μέτρησις τῆς πυκνότητος D.

Ἂν μετροῦμεν τὴν μᾶζαν εἰς γραμμάρια, τὴν πίεσιν εἰς mm Hg καὶ τὴν θερμοκρασίαν θ εἰς βαθμοὺς Κελσίου, ὁ τύπος 1 γίνεται

$$(2) \qquad \mu = \frac{m}{v} . \frac{62\,300\,(273 + \theta)}{p}$$

Κατωτέρω περιγράφομεν τὰς τρεῖς συνηθεστάτας μεθόδους μετρήσεως.

§ 480. ***Μέθοδος Dumas.*** Ἀρκετὴ ποσότης τοῦ ὑγροῦ τίθεται εἰς σφαιρικὸν λεπτότοιχον δοχεῖον καταλῆγον εἰς τριχοειδῆ λαιμὸν (σχ. 346) καὶ τὸ δοχεῖον καταλλήλως στηριζόμενον τίθεται ἐντὸς χύτρας, εἰς τὴν ὁποίαν ὑπάρχει ὑγρὸν μὲ θερμοκρασίαν ζέσεως ἀνωτέραν τῆς τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Θερμαίνομεν τὸ ἐντὸς τῆς χύτρας ὑγρὸν καὶ διατηροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν ἐπί τινα χρόνον σταθεράν, ἀνωτέραν δὲ τοῦ σημείου ζέσεως τῆς ἐξεταζομένης οὐσίας, ἡ ὁποία οὕτω μεταβάλλεται ὁλόκληρος εἰς ἀτμόν. Ὁ ἐντὸς τοῦ σφαιρικοῦ δοχείου ἀὴρ ἐκδιώκεται ἀπὸ τὸν ἀναπτυσσόμενον ἀτμόν, τοῦ ὁποίου ἡ περίσσεια ἐκφεύγει, καὶ εἰς τὸ δοχεῖον μένει ἀκόρεστος ἀτμὸς ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν θ τοῦ λουτροῦ καὶ πίεσιν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν p. Συντήκομεν τώρα τὸ ἄκρον τοῦ τριχοειδοῦς λαιμοῦ τοῦ δοχείου καὶ διὰ ζυγίσεως προσδιορίζομεν τὴν μᾶζαν m τῆς ἐντὸς αὐτοῦ οὐσίας. Τὸν ὄγκον τοῦ δοχείου προσδιορίζομεν θραύοντες τὸ ἄκρον τοῦ λαιμοῦ ὑπὸ τὸ ὕδωρ· τὸ δοχεῖον πληροῦται ὕδατος, διότι οἱ ἀτμοὶ ὑγροποιοῦνται ὑπὸ τὴν σχετικῶς ταπεινὴν θερμοκρασίαν τοῦ δωματίου, καὶ ἐκ τοῦ βάρους τοῦ ὕδατος καὶ τῆς θερμοκρασίας εὑρίσκομεν τὸν ὄγκον v. Ἐκ τῶν δεδομένων τούτων εὑρίσκομεν τὴν πυκνότητα $D = m/v$ καὶ κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (1) τὸ μοριακὸν βάρος

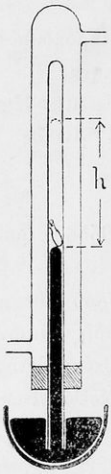


Σχ. 346.

$$\mu = \frac{m}{v} . R . \frac{273 + \theta}{p}.$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 481. ***Μέθοδος Gay-Lussac-Hofmann.*** Βαρομετρικὸς σωλὴν περιβάλλεται ἀπὸ εὐρύτερον σωλῆνα (σχ. 347), διὰ τοῦ ὁποίου διαβιβάζοντες ἀτμοὺς ζέοντος ὑγροῦ ἀποκαθιστῶμεν γνωστὴν σταθερὰν θερμοκρασίαν θ. Εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα εἰσάγομεν κάτωθεν φιαλίδιον μὲ πῶμα ἐσμυρισμένον, τὸ ὁποῖον εἶναι πλῆρες τοῦ ὑγροῦ τὸ ὁποῖον ἐξετάζομεν. Ἔστω m ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ. Τὸ φιαλίδιον ἀνέρχεται μέχρι τοῦ κενοῦ βαρομετρικοῦ χώρου, ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὑγροῦ ἐξωθεῖ τὸ πῶμα, καὶ τὸ ὑγρόν, τὸ ὁποῖον ἐφροντίσαμεν νὰ λάβωμεν εἰς ἀρκετὰ μικρὰν ποσότητα, ἐξατμίζεται *ὅλον* ἡ δὲ βαρομετρικὴ στήλη κατέρχεται κατὰ τὸ ὕψος h. Τοῦτο ἀκριβῶς τὸ ὕψος δεικνύει τὴν πίεσιν, εἰς στήλην ὑδραργύρου, ὑπὸ τὴν ὁποίαν εὑρίσκεται τὸ ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου ἀέριον, ἀτμὸς τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ καὶ ἀτμὸς ὑδραργύρου. Ἂν λοιπὸν εἶναι p′ ἡ εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ ἀντιστοιχοῦσα τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ Hg εἰς mm Hg, ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ τοῦ ὑγροῦ θὰ εἶναι h—p′. Τὸν ὄγκον λαμβάνομεν δι' ἀμέσου ἀναγνώσεως ἀπὸ τὰς διαιρέσεις τοῦ σωλῆνος.



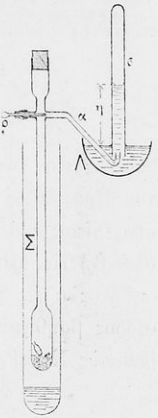
Σχ. 347.

Οὕτω ἔχομεν ὅλα τὰ στοιχεῖα διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν πυκνότητα καὶ τὸ μοριακὸν βάρος.

§ 482. ***Μέθοδος Meyer ἢ μέθοδος τῆς ἐκτοπίσεως.*** Σωλὴν Σ, συνήθως ὑάλινος, καταλήγων πρὸς τὰ κάτω εἰς διεύρυνσιν εἰς σχῆμα κυλινδρικῆς φιάλης (σχ. 348) εὑρίσκεται ἐντὸς εὐρυτέρου σωλῆνος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει ὑγρὸν ζέον, τοῦ ὁποίου οἱ ἀτμοὶ περιβάλλοντες τὸν Σ διατηροῦν ἐντὸς τοῦ κατωτέρου μέρους αὐτοῦ σταθερὰν γνωστὴν θερμοκρασίαν θ. Ὁ σωλὴν Σ, κλειόμενος κατὰ τὸ ἄνω μέρος διὰ πώματος, φέρει δύο πλευρικοὺς σωλῆνας. Διὰ τοῦ ἑνὸς εἰσέρχεται ἀεροστεγῶς μὲ τὴν βοήθειαν τμήματος ἐλαστικοῦ σωλῆνος ὑάλινον ραβδίον, τοῦ ὁποίου τὴν χρῆσιν ἀμέσως θὰ ἐκθέσωμεν, ὁ δὲ α εἶναι ἀπαγωγὸς καὶ φέρει εἰς λεκάνην Λ πλήρη ὕδατος. Διὰ νὰ ἐκτελέσωμεν διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης μέτρησιν πυκνότητος ἀτμῶν εἰσάγομεν τὴν οὐσίαν, ἐντὸς φιαλιδίου μὲ πῶμα ἐσμυρισμένον, εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ Σ, ὅπου συγκρατεῖται ὑπὸ τοῦ ραβδίου ρ. Ἡ μᾶζα m τῆς οὐσίας ἔχει μετρηθῇ προηγουμένως διὰ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ζυγίσεως. Κλείομεν μετὰ ταῦτα τὸν σωλῆνα ἀεροστεγῶς διὰ τοῦ πώματος καὶ θερμαίνομεν μέχρι ἀποκαταστάσεως τῆς σταθερᾶς θερμοκρασίας, τῆς γνωστῆς δηλ. θερμοκρασίας ζέσεως τοῦ ἐντὸς τοῦ περιβάλλοντος τὸν Σ βραστῆρος ὑγροῦ, ἡ ὁποία πρέπει νὰ εἶναι ἀνωτέρα τοῦ σημείου ζέσεως τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Ὁ ἐντὸς τοῦ Σ ἀὴρ διατεινόμενος ἐξέρχεται κατὰ φυσαλίδας ἐκ τοῦ ἀπαγωγοῦ α. Ὅταν παύσῃ ἡ ἔκλυσις τῶν φυσαλίδων ἀναστρέφομεν ἄνω τῆς ἐκβολῆς τοῦ α σωλῆνα σ πλήρη ὕδατος καὶ βαθμολογημένον εἰς κυβικὰ ἑκατοστά.



Σχ. 348.

Ἀνασύρομεν τώρα πρὸς τὰ ἔξω τὸ ραβδίον ρ καὶ τὸ φιαλίδιον πίπτει εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ σωλῆνος Σ, ὅπου χάριν προφυλάξεως ὑπάρχει ἀμίαντος ἢ ὑαλοβάμβαξ. Τὸ ὑγρὸν εἰς τὴν ὑψηλὴν θερμοκρασίαν ἐξατμίζεται καὶ οἱ ἀτμοὶ αὐτοῦ καταλαμβάνοντες ὑπὸ θερμοκρασίαν θ καὶ πίεσιν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν τὸ κατώτερον μέρος τοῦ σωλῆνος Σ, ἐκδιώκουν ἀπὸ τὸν σωλῆνα μέρος τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος συλλέγεται εἰς τὸν σωλῆνα σ· ἔστω V ὁ ὄγκος αὐτοῦ. Κατὰ τὴν νέαν ταύτην φάσιν τῆς μετρήσεως ἡ κατανομὴ τῶν θερμοκρασιῶν ἐντὸς τοῦ Σ μένει ἡ αὐτή, ἀὴρ ὑπάρχει εἰς τὰ ἀνώτερα μέρη αὐτοῦ ὅπως καὶ πρίν, μόνον δὲ ἀὴρ λείπει ἀπὸ τὸ κατώτατον μέρος, ὅπου ἡ θερμοκρασία εἶναι θ καὶ πίεσις ἡ ἀτμοσφαιρικὴ p, καὶ ἡ ποσότης αὕτη τοῦ ἀέρος εὑρίσκεται εἰς τὸν σωλῆνα σ ὑπὸ θερμοκρασίαν θ_0, τὴν ὁποίαν μετροῦμεν διὰ θερμομέτρου παρὰ τὸν σωλῆνα σ εὑρισκομένου, καὶ ὑπὸ πίεσιν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν p, ἠλαττωμένην κατὰ τὴν πίεσιν τῆς στήλης ὕδατος ὕψους η καὶ κατὰ τὴν τάσιν τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ. Ἂν τὸ p σημαίνει τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἰς mm Hg καὶ εἶναι p′ ἡ πίεσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος ἐπίσης εἰς mm Hg, ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ εἶναι ἴση πρός:

$$p'' = p - \frac{\eta}{13{,}596} - p',$$

ὅπου η/13,596 ἡ εἰς mm Hg ἀνηγμένη πίεσις τῆς ὑδατίνης στήλης η (πρβλ. § 193).

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὁ ἀήρ, ὁ ὁποῖος ὑπὸ θερμοκρασίαν θ_0 καὶ πίεσιν p'' καταλαμβάνει ὄγκον V, ὑπὸ πίεσιν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν p καὶ θερμοκρασίαν θ θὰ κατελάμβανεν ὄγκον

$$v = V \cdot \frac{p''}{p} \cdot \frac{273+\theta}{273+\theta_0}$$

τοῦτον δὲ ἀκριβῶς τὸν ὄγκον καταλαμβάνει ὁ ἀτμὸς τῆς ἐξεταζομένης οὐσίας ἐντὸς τοῦ κάτω μέρους τοῦ σωλῆνος Σ καὶ ἑπομένως ἡ πυκνότης αὐτοῦ ὑπὸ θερμοκρασίαν θ καὶ πίεσιν p εἶναι

$$D = \frac{m}{v} = \frac{m}{V} \cdot \frac{p}{p - \frac{\eta}{13{,}596} - p'} \cdot \frac{273+\theta_0}{273+\theta}.$$

Εἰς τὸν τύπον τοῦτον εἶναι m ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, v ὁ ὄγκος τοῦ ἀέρος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ εἰς κυβικὰ ἑκατοστά, p ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ p' ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος (ὑπὸ θερμοκρασίαν θ_0) εἰς mm Hg, η τὸ ὕψος τῆς ὑδατίνης στήλης ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σ εἰς mm, θ ἡ θερμοκρασία ζέσεως τοῦ ἐντὸς τοῦ βραστῆρος βοηθητικοῦ ὑγροῦ καὶ θ_0 ἡ θερμοκρασία τοῦ σωλῆνος σ εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

ΘΕΡΜΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

§ 483. *Θερμικὰς μηχανὰς* ὀνομάζομεν τὰς μηχανάς, αἱ ὁποῖαι χρησιμεύουν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς θερμικῆς ἐνεργείας εἰς μηχανικὸν ἔργον ἢ κινητικὴν ἐνέργειαν.

Αἱ θερμικαὶ μηχαναὶ δύνανται νὰ διαιρεθοῦν εἰς δύο μεγάλας τάξεις: Τὰς *ἀτμομηχανὰς* ἐν γένει, εἰς τὰς ὁποίας τὸ ἔργον παράγεται ἐκ τῆς ἐκτονώσεως θερμοῦ ὑδρατμοῦ, καὶ τὰς μηχανὰς *ἐσωτερικῆς καύσεως*, εἰς τὰς ὁποίας τὸ ἔργον παράγεται ἐκ τῆς ἀναφλέξεως καὶ ἐκτονώσεως μίγματος εὐφλέκτου οὐσίας καὶ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος.

Ὡς τύπον τῆς πρώτης τάξεως θὰ περιγράψωμεν συντόμως τὴν *κοινὴν ἀτμομηχανὴν μὲ ἔμβολον*, μολονότι κατὰ τοὺς τελευταίους χρόνους ἴσην καὶ ἴσως μεγαλητέραν σημασίαν ἀπέκτησαν οἱ λεγόμενοι *ἀτμοστρόβιλοι* (τουρμπίναι), ὡς ἀντιπρόσωπον δὲ τῆς δευτέρας τάξεως τὸν *τετράχρονον κινητῆρα*.

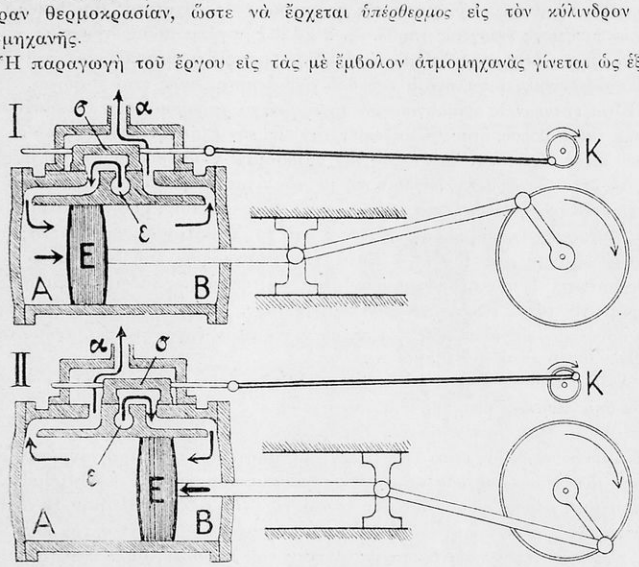
§ 484. *Ἀτμομηχανή*. Ὁ ἀτμὸς παράγεται ἐντὸς λέβητος, ὁ ὁποῖος ὑπὸ τὴν ἁπλουστάτην του μορφὴν εἶναι μεγάλη χύτρα τοῦ Papin (§ 456), τῆς ὁποίας ἡ κανονιστικὴ βαλβὶς φορτίζεται ὥστε ὁ παραγόμενος ἀτμὸς νὰ ἔχῃ τὴν ἐπιθυμητὴν πίεσιν. Αἱ τελειοποιήσεις τῶν λεβήτων (λέβητες σωληνωτοὶ κ.λ.) συνίστανται εἰς τὴν ὅσον τὸ δυνατὸν καλητέραν χρησιμοποίησιν τῆς ἐκ τῆς ἑστίας προσφερομένης θερμότητος πρὸς θέρμανσιν τοῦ ὕδατος, οὕτως ὥστε ἡ διὰ τὴν λειτουργίαν τῆς ἀτμομηχανῆς ἀπαιτουμένη ποσότης ἀτμοῦ νὰ παράγεται μὲ ὅσον τὸ δυνατὸν μικροτέραν κατανάλωσιν καυσίμου. Διὰ τῶν νεωτέρων

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

σωληνωτῶν λεβήτων, εἰς τοὺς ὁποίους εἴτε τὰ ἀέρια τῆς ἑστίας διέρχονται διὰ σωλήνων διαπερώντων τὸ σῶμα τοῦ λέβητος εἴτε καὶ αὐτὸ τὸ σῶμα τοῦ λέβητος ἀποτελεῖται ἀπὸ πλῆθος σωλήνων, περὶ τοὺς ὁποίους κυκλοφοροῦν τὰ ἀέρια τῆς καύσεως, κατωρθώθη διὰ τῆς μεγάλης αὐξήσεως τῆς θερμαινομένης ἐπιφανείας νὰ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν θέρμασιν τσῦ ὕδατος μέχρι 85 % τῆς ἐνεργείας τοῦ καυσίμου.

Ὁ ἀτμὸς μετὰ τὴν ἔξοδον ἐκ τοῦ λέβητος θερμαίνεται πολλάκις εἰς ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν, ὥστε νὰ ἔρχεται *ὑπέρθερμος* εἰς τὸν κύλινδρον τῆς ἀτμομηχανῆς.

Ἡ παραγωγὴ τοῦ ἔργου εἰς τὰς μὲ ἔμβολον ἀτμομηχανὰς γίνεται ὡς ἑξῆς:



Σχ. 349.

Ἐντὸς κυλίνδρου κλειστοῦ ἀμφοτέρωθεν (Σχ. 349) κινεῖται τὸ ἔμβολον Ε. Τὰ δύο μέρη Α, Β, εἰς τὰ ὁποῖα χωρίζεται ὑπὸ τοῦ ἐμβόλου ὁ κύλινδρος, συγκοινωνοῦν, καθὼς εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, δι' ἀγωγῶν πρὸς θάλαμον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ὁ καλούμενος ἀτμονόμος σύρτης σ. Εἰς τὸν θάλαμον τοῦτον καταλήγει ὁ ἐκ τοῦ ἀτμολέβητος προερχόμενος σωλὴν εἰσαγωγῆς ε καὶ ὁ ἀπαγωγὸς α.

Ὅταν ὁ ἀτμονόμος σύρτης εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν Ι, συγκοινωνεῖ ὁ σωλὴν εἰσαγωγῆς μὲ τὸ μέρος Α τοῦ κυλίνδρου, τὸ δὲ Β μὲ τὸν ἀπαγωγὸν α. Ἀτμὸς λοιπόν, ὑπὸ πίεσιν πολὺ μεγαλητέραν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς, ἔρχεται ἀπὸ τὸν ἀτμολέβητα εἰς τὸν χῶρον Α καὶ ὠθεῖ τὸ ἔμβολον κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους.

Ὅταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὴν ἄκραν θέσιν τῆς διαδρομῆς του, ὁ ἀτμονόμος σύρτης ἔρχεται εἰς τὴν θέσιν ΙΙ, ὁ χῶρος Α συγκοινωνεῖ τώρα μὲ τὸν ἀπαγωγόν, ὁ δὲ ἀτμὸς ἀπὸ τὸν σωλῆνα εἰσαγωγῆς ε ἔρχεται εἰς τὸν χῶρον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Β. Τὸ ἔμβολον λοιπὸν κινεῖται τώρα ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερὰ ὁ δὲ ἀτμὸς τοῦ χώρου Α ἐκφεύγει διὰ τοῦ ἀπαγωγοῦ.

Οὕτω τὸ ἔμβολον κινεῖται παλινδρομικῶς, ἡ δὲ κίνησις αὕτη διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ (πρβλ. τὸ σχῆμα) μεταδίδεται εἰς ἄξονα ὡς περιστροφικὴ κίνησις. Ἐπὶ τοῦ ἄξονος τούτου εἶναι προσηρμοσμένον τὸ ἔκκεντρον Κ, τὸ ὁποῖον κινεῖ τὸν ἀτμονόμον σύρτην, τροχὸς δὲ μὲ μεγάλην ροπὴν ἀδρανείας, *σφόνδυλος*, προσηρμοσμένος εἰς τὸν ἄξονα χρησιμεύει ὡς ταμεῖον ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον διὰ μικρᾶς αὐξήσεως τῆς περιστροφικῆς ταχύτητος ἀποθηκεύει ὑπὸ μορφὴν κινητικῆς ἐνεργείας (πρβλ. ἐξ. 2 § 128) μεγάλα ποσὰ ἐνεργείας προερχόμενα ἐκ τῆς ἀτμομηχανῆς καὶ τὰ ἀποδίδει ὁσάκις ἡ κατανάλωσις τοῦ ἔργου εἶναι πρὸς στιγμὴν μεγαλητέρα τοῦ ὑπὸ τῆς ἀτμομηχανῆς παρεχομένου.

Εἶναι εὔκολον νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον εἰς ἑκάστην διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου, ὅταν γνωρίζωμεν τὴν εἰς τὴν ἑκάστην θέσιν αὐτοῦ ἐπενεργοῦσαν πίεσιν. Ἂν π. χ. καθ' ὅλην τὴν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ ὁ χῶρος Α συγκοινωνῇ μὲ τὸν ἀτμολέβητα, ὁ δὲ Β μὲ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ Α εἶναι διαρκῶς ἴση πρὸς τὴν πίεσιν p τοῦ ἀτμολέβητος καὶ ἑπομένως, ἂν εἶναι v ὁ ὄγκος τοῦ ἐμβόλου διαγραφόμενος ὄγκος τὸ ἔργον εἶναι pv (ἐξ. 1 § 420). Κατὰ τὴν ἐπιστροφὴν τοῦ ἐμβόλου ὁ χῶρος Α συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα καὶ ἑπομένως πίεσις p_0 μιᾶς ἀτμοσφαίρας ἀνθίσταται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου, ὥστε τὸ παραγόμενον ἔργον εἶναι ἀρνητικὸν καὶ ἴσον πρὸς $-p_0 v$, ὅθεν τὸ ὅλον ἔργον τὸ παραγόμενον εἰς τὸν θάλαμον Α εἶναι $(p-p_0)\,v$.

Ἂν ὁ ἀπαγωγὸς α ἀντὶ νὰ ἐκβάλλῃ εἰς τὸν ἀέρα ἐκβάλλει εἰς *ψυγεῖον*, εἰς χῶρον δηλ. ταπεινῆς θερμοκρασίας θ, ἡ πίεσις ἐντὸς αὐτοῦ θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὴν πίεσιν p_ϑ τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἰς τὴν θερμοκρασίαν θ καὶ ἑπομένως τὸ ἔργον εἶναι $(p-p_\vartheta)\,v$, μεγαλήτερον τοῦ προηγουμένου ἀφοῦ ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἰς θερμοκρασίαν μικροτέραν τῶν 100 εἶναι μικροτέρα μιᾶς ἀτμοσφαίρας. Ἐπειδὴ δὲ καὶ εἰς τὸν ἄλλον θάλαμον Β τὸ ἴδιον ἔργον παράγεται, ἕπεται ὅτι τὸ ὅλον ἔργον τὸ παραγόμενον ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου κατὰ μίαν ὁλόκληρον παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου, δηλ. κατὰ μίαν ὁλόκληρον στροφὴν τοῦ ἄξονος τῆς μηχανῆς, εἶναι ἴσον πρὸς $2\,(p-p_\vartheta)\,v$, ὅπου p ἡ πίεσις τοῦ λέβητος, p_ϑ ἡ πίεσις εἰς τὸν ἀπαγωγὸν καὶ v ὁ χρήσιμος ὄγκος τοῦ κυλίνδρου, δηλ. τὸ γινόμενον τῆς τομῆς ἐπὶ τὸ μῆκος τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου. Ἔστω π. χ. διάμετρος ἐμβόλου 20 cm, διαδρομὴ 30 cm, ὅθεν

$$v=\pi.10^2.30=9420\ \text{cm}^3$$

Ἂν εἰς τὸν λέβητα ἔχωμεν θερμοκρασίαν 150°, εἶναι

$$p=3569\ \text{mm Hg}=3569\times 1{,}3569.10^{-3}=4{,}85\ \text{kg}^*/\text{cm}^2$$

καὶ ἂν θέσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἴσην πρὸς 1 kg^*/cm^2 τὸ ἔργον, ὅταν ὁ ἀπαγωγὸς ἐκβάλλῃ εἰς τὸν ἀέρα, εἶναι

$$2.(4{,}85-1).9420\ \text{kg}^*\,\text{cm}=2.3{,}85.94{,}2\ \text{kg}^*\,\text{m}=\mathbf{725}\ \text{kg}^*\,\text{m}.$$

Ἂν ὁ ἀγωγὸς ἐκβάλλῃ εἰς ψυγεῖον θερμοκρασίας 20°, εἶναι

$$p_{20}=17{,}5\ \text{mm Hg}=0{,}024\ \text{kg}^*/\text{cm}^2$$

καὶ τὸ ἔργον εἶναι

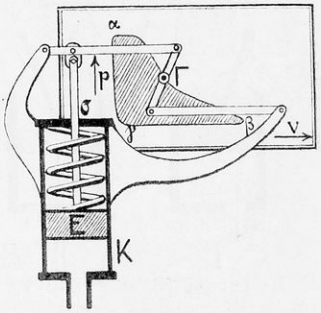
$$2.(4{,}85-0{,}024).94{,}2=\mathbf{910}\ \text{kg}^*\,\text{m}.$$

Ἡ διαρκὴς σύνδεσις τοῦ θαλάμου τοῦ κυλίνδρου μὲ τὸν ἀτμολέβητα ἐπάγεται μεγάλην σπατάλην ἀτμοῦ. Ταύτην ἀποφεύγομεν ἀφίνοντες ἐπὶ μέρος μόνον

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τῆς ὅλης διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου ἀνοικτὸν τὸν σωλῆνα εἰσαγωγῆς. Μετὰ ταῦτα ἀποκλείεται ἡ εἴσοδος νέου ἀτμοῦ καὶ ὁ ἤδη εἰσελθὼν εἰς τὸν θάλαμον τοῦ κυλίνδρου ἀτμὸς διαστελλόμενος ἀδιαβατικῶς κατὰ τὸ ὑπόλοιπον τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου συμπληρώνει τὸ ἔργον. (Μηχαναὶ *ἐκτονώσεως*). Πολλάκις ὁ ἐκ τοῦ κυλίνδρου ὑπὸ ἀρκετὰ μεγάλην πίεσιν ἐκφεύγων ἀτμὸς ἄγεται εἰς δεύτερον κύλινδρον καὶ ἐκ τούτου εἰς τρίτον, οὕτως ὥστε νὰ γίνεται πλήρης χρησιμοποίησις τοῦ ἐκ τῆς ἐκτονώσεως δυνατοῦ ἔργου (Μηχαναὶ *διπλῆς, τριπλῆς ἐκτονώσεως*). Ἐννοεῖται ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἄλλος εἶναι ὁ τρόπος τοῦ ὑπολογισμοῦ τοῦ ἔργου.

§ 485. ***Μέτρησις τοῦ ἔργου.*** Τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγεται ὑπὸ τοῦ διατεινομένου ἀτμοῦ ἐντὸς τοῦ θαλάμου Α κατὰ μίαν ὁλόκληρον παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου, μετρεῖται διὰ τῆς ἑξῆς διατάξεως. Ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου Κ (σχ.350) κινεῖται τὸ ἔμβολον Ε, τὸ ὁποῖον ὠθεῖται πρὸς τὰ κάτω ὑπὸ ἰσχυροῦ σπειροειδοῦς ἐλατηρίου καὶ διὰ τοῦ στελέχους σ μεταδίδει τὴν κίνησίν του εἰς τὴν γραφίδα Γ μὲ τὴν βοήθειαν συστήματος μοχλῶν, καθὼς εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει εἰς τὸ νὰ καθιστᾷ τὴν κίνησιν τῆς γραφίδος εὐθύγραμμον καὶ παράλληλον πρὸς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου. Ὁ ὑπὸ τὸ ἔμβολον θάλαμος τοῦ ὀργάνου τίθεται εἰς συγκοινωνίαν μὲ τὸν θάλαμον Α τοῦ κυλίνδρου τῆς ἀτμομηχανῆς, καὶ ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ ἀτμοῦ ὠθεῖ τὸ ἔμβολον πρὸς τὰ ἄνω, οὕτως ὥστε τὸ ὕψος τῆς γραφίδος Γ παρέχει τὸ μέτρον τῆς ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τῆς ἀτμομηχανῆς πιέσεως.



Σχ. 350.

Πρὸ τῆς γραφίδος κινεῖται ὁριζοντίως καὶ παλινδρομικῶς πλαίσιον φέρον φύλλον χάρτου, τὸ ὁποῖον ἐπαναλαμβάνει ἐν μικρῷ ἀκριβῶς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου τῆς ἀτμομηχανῆς (*). Οὕτω ἡ γραφὶς γράφει ἐπὶ τοῦ χάρτου διάγραμμα, ὅπως π. χ. τὸ αβγα. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦτο ὁ μὲν ὁριζόντιος ἄξων παρέχει τὰς διαδοχικὰς θέσεις τοῦ ἐμβόλου καὶ ἑπομένως τὸν ἑκάστοτε ὄγκον V τοῦ θαλάμου τῆς ἀτμομηχανῆς, ὁ δὲ κατακόρυφος ἄξων παρέχει τὰς πιέσεις ρ. Εἶναι λοιπὸν τὸ διάγραμμα αβγα ἀκριβῶς ὅμοιον μὲ τὰ διαγράμματα, τὰ ὁποῖα ἐξητάσαμεν εἰς τὰς §§ 429, 430(**), καὶ ἑπομένως τὸ ἔργον τὸ παραχθὲν ὑπὸ τοῦ ἀτμοῦ, ὁ ὁποῖος εἰσῆλθεν εἰς τὸν θάλαμον Α τῆς ἀτμομηχανῆς, ἰσοῦται πρὸς τὸ ἐμβαδὸν αβγδ ἐπὶ κατάλληλον συντελεστήν, τὸν ὁποῖον

(*) Εἰς τὴν πρᾶξιν μεταχειρίζονται κύλινδρον, ὁ ὁποῖος περιστρέφεται κατ' ἐναλλασσούσας διευθύνσεις περὶ τὸν ἄξονά του.

(**) Τὸ ὅτι εἰς τὰς μεταβολάς, τὰς ὁποίας ἐθεωρήσαμεν εἰς τὰς §§ 429, 430, τὸ ποσὸν τοῦ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἀερίου ἦτο ἀμετάβλητον δὲν ἔχει καμμίαν σημασίαν. Τό ἔργον ὑπολογίζεται ἐκ τῆς πιέσεως καὶ τῆς μεταβολῆς τοῦ ὄγκου, εἶναι δὲ ἐντελῶς ἀδιάφορον πόθεν ἡ πίεσις προέρχεται.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

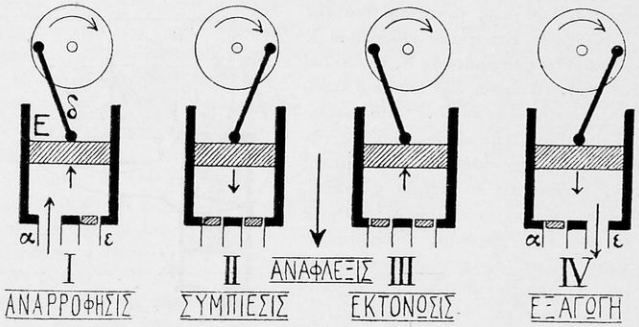
εὑρίσκομεν ἐκ τῆς κλίμακος, ὑπὸ τὴν ὁποίαν παριστῶνται εἰς τὸ διάγραμμα αἱ πιέσεις καὶ οἱ ὄγκοι.

Ἂν π. χ. 1 mm τοῦ ὁριζοντίου ἄξονος ἀντιστοιχεῖ πρὸς 150 cm^3 καὶ 1 cm τοῦ κατακορύφου ἄξονος πρὸς πίεσιν 1 Kg^*/cm^2, ἓν τετραγωνικὸν χιλιοστόμετρον τοῦ διαγράμματος δηλ. 1mm×1mm, ἰσοδυναμεῖ πρὸς ἔργον :

$$150\ cm^3 \times 0{,}1\ Kg^*\ cm^{-2} = 15\ Kg^*\ cm = 0{,}15\ Kg^*\ m.$$

Πρέπει λοιπὸν νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ 0,15 τὸν ἀριθμόν, ὁ ὁποῖος ἐκφράζει τὸ ἐμβαδὸν τοῦ διαγράμματος εἰς τετραγωνικὰ χιλιοστά, διὰ νὰ ἔχωμεν τὸ ἔργον εἰς χιλιογραμμόμετρα.

§ 486. ***Τετράχρονος κινητὴρ ἐσωτερικῆς καύσεως.*** Τὸ ὄνομα ἔλαβον οἱ κινητῆρες τοῦ εἴδους τούτου ἐκ τοῦ ὅτι ἡ περίοδος ἢ ὁ κύκλος αὐτῶν συμ-



Σχ. 351.

πληρώνεται μετὰ τέσσαρας κινήσεις τοῦ ἐμβόλου, ἀποτελεῖται δηλ. ἀπὸ τέσσαρας *χρόνους*.

Ὁ κύλινδρος (σχ. 351), ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται τὸ ἔμβολον Ε, ἀνοικτὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, φέρει εἰς τὸν πυθμένα δύο ἀνοίγματα κλειόμενα διὰ βαλβίδων. Τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν χρησιμεύει εἰς τὴν ἀναρρόφησιν τοῦ εὐφλέκτου μίγματος, τὸ δὲ ἄλλο εἰς τὴν ἐξαγωγὴν τῶν ἀερίων τῆς καύσεως.

Ἡ λειτουργία τοῦ κινητῆρος εἶναι ἡ ἑξῆς:

I Χρόνος: Ἀναρρόφησις. Βαλβὶς εἰσαγωγῆς α ἀνοικτή, βαλβὶς ἐξαγωγῆς ε κλειστή. Τὸ ἔμβολον κινεῖται πρὸς τὰ ἐπάνω καὶ εἰς τὸν κύλινδρον εἰσρέει τὸ εὔφλεκτον μῖγμα.

II Χρόνος: Συμπίεσις. Ἀμφότεραι αἱ βαλβῖδες κλεισταί. Τὸ ἔμβολον κατέρχεται καὶ συμπιέζει τὸ μῖγμα.

Ὅταν τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται περίπου εἰς τὴν κατωτάτην θέσιν, ἀναφλέγεται τὸ μῖγμα, π. χ. δι' ἠλεκτρικοῦ σπινθῆρος.

III Χρόνος: Ἐκτόνωσις. Ἀμφότεραι αἱ βαλδῖδες κλεισταί. Τὰ ἐκ τῆς καύσεως θερμὰ ἀέρια διατείνονται καὶ ὠθοῦν τὸ ἔμβολον πρὸς τὰ ἄνω. Παραγωγὴ ἔργου.

IV Χρόνος: Ἐξαγωγή. Βαλβὶς εἰσαγωγῆς κλειστή, βαλβὶς ἐξαγωγῆς ἀνοικτή. Τὸ ἔμβολον κινεῖται πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐκδιώκει ἐκ τοῦ κυλίνδρου τὰ ἀέρια τῆς καύσεως.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ παλινδρομικὴ κίνησις τοῦ ἐμβόλου διὰ τοῦ *διωστῆρος* δ μεταδίδεται εἰς ἄξονα φέροντα σφόνδυλον μεγάλης ροπῆς ἀδρανείας, ἄξων δὲ λαμβάνων ἐκ τοῦ πρώτου τὴν κίνησιν καὶ ἐκτελῶν μίαν περιστροφήν, καθ' ὃν χρόνον ὁ κύριος ἄξων ἐκτελεῖ δύο, ρυθμίζει τὸ ἄνοιγμα τῶν βαλβίδων καὶ τὸν χρόνον τῆς ἐκρήξεως.

Εἰς τοὺς κινητῆρας τούτους κατὰ μίαν μόνον ἐκ τεσσάρων κινήσεων τοῦ ἐμβόλου ἔχομεν παραγωγὴν ἔργου καὶ ἡ ὤθησις δὲν εἶναι συνεχὴς καὶ ἡπία, ὅπως εἰς τὴν ἀτμομηχανήν, ἀλλ' ἀπότομος ἐν εἴδει ἐκρήξεως. Διὰ τοῦτο εἰς τὰς μονοκυλίνδρους μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως χρειάζεται μέγα ταμεῖον ἐνεργείας διὰ νὰ εἶναι ἡ παροχὴ τοῦ ἔργου κάπως ὁμαλή. Ὁ σφόνδυλος ἑπομένως πρέπει, συμφώνως πρὸς τὴν ἐξίσ. 2 τῆς § 128, νὰ ἔχῃ ἢ πολὺ μεγάλην ροπὴν ἀδρανείας ἢ πολὺ μεγάλην περιστροφικὴν ταχύτητα.

Ἡ κίνησις τῶν μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως εἶναι πολὺ ὁμαλωτέρα, ὅταν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος ἐνεργοῦν πολλοὶ κύλινδροι μὲ διαφορὰν φάσεως ἀπὸ ἑνὸς εἰς ἄλλον. Μὲ τέσσαρας κυλίνδρους π. χ. καὶ μὲ διαφορὰν ἑνὸς *χρόνου* ἀπὸ κυλίνδρου εἰς κύλινδρον κατορθώνομεν νὰ ἔχωμεν δύο ὠθήσεις εἰς ἑκάστην περιστροφὴν τοῦ κυρίου ἄξονος. Εἰς τὰς μηχανὰς τῶν αὐτοκινήτων ὁ ἀριθμὸς τῶν κυλινδρων εἶναι μέχρι 12, μηχαναὶ δὲ ἀεροπλάνων κατεσκευάσθησαν καὶ μὲ ἀκόμη περισσοτέρους κυλίνδρους.

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

§ 487. ***Τρόποι διαδόσεως τῆς θερμότητος.*** Ἡ θερμότης μεταδίδεται ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα καὶ ἀπὸ ἑνὸς μέρους εἰς ἄλλο μέρος τοῦ αὐτοῦ σώματος ὅταν ὑπάρχῃ διαφορὰ θερμοκρασίας, ἐκ δὲ τῆς μεταδόσεως τῆς θερμότητος ἐπέρχεται πάντοτε ἐλάττωσις τῶν διαφορῶν τῆς θερμοκρασίας (δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα). Τρεῖς τρόπους μεταδόσεως τῆς θερμότητος ἠμποροῦμεν νὰ διακρίνωμεν ἕνα ἕκαστον τῶν ὁποίων ἰδιαιτέρως θὰ ἐξετάσωμεν. Τὴν μετάδοσιν *δι' ἀγωγῆς*, τὴν μετάδοσιν *διὰ μεταφορᾶς* καὶ τέλος τὴν μετάδοσιν *δι' ἀκτινοβολίας*.

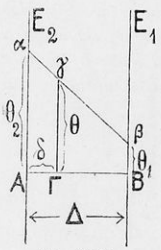
Πολλάκις ἡ μετάδοσις γίνεται κατὰ τρόπον σύνθετον, ὑπερισχύει ὅμως ἑκάστοτε ὁ εἷς ἀπὸ τοὺς ἀναφερθέντας τρεῖς τρόπους καὶ προσδίδει εἰς τὸ φαινόμενον τὴν ἰδιάζουσαν μορφήν.

ΑΓΩΓΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

§ 488. ***Εἰδικὴ ἀγωγιμότης.*** Ὅταν εἰς δύο σημεῖα σώματός τινος ὑπάρχῃ διαφορὰ θερμοκρασίας, θερμότης μεταβαίνει ἀπὸ τὸ θερμότερον μέρος εἰς τὸ ψυχρότερον. Τὴν διάδοσιν ταύτην τῆς θερμότητος ἀπὸ ἑνὸς σημείου εἰς ἄλλο, μεταξὺ τῶν ὁποίων ὑπάρχει ἀδιάκοπος ὑλικὴ συνέχεια, διάδοσιν, ἡ ὁποία δὲν συνοδεύεται ἀπὸ κίνησιν ὕλης, ὀνομάζομεν *ἀγωγὴν τῆς θερμότητος*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ φαινόμενα τῆς ἀγωγῆς ἠμποροῦμεν πολὺ καλὰ νὰ περιγράψωμεν μὲ τὴν βοήθειαν τῆς ἐκδοχῆς ὅτι ἡ θερμότης εἶναι ἄφθαρτον ἀβαρὲς ρευστόν, τὸ ὁποῖον εὑρισκόμενον ὑπὸ διάφορον πίεσιν (θερμοκρασίαν) ρέει ἀπὸ τὰ μέρη ὑψηλῆς πιέσεως πρὸς τὰ μέρη, ὅπου ἡ πίεσις εἶναι χαμηλοτέρα. Ἡ ταχύτης τῆς ροῆς, χαρακτηριζομένη ἀπὸ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου διέρχεται διὰ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν κατανομὴν τῆς θερμοκρασίας καὶ βεβαίως θὰ περιμένωμεν ὅτι εἶναι τόσον μεγαλητέρα, ὅσον ἡ μεταξὺ δύο σημείων, τὰ ὁποῖα ἔχουν ὡρισμένην ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασιν, διαφορὰ θερμοκρασίας εἶναι *μεγαλητέρα* ἢ ὅσον ἡ ἀπόστασις δύο σημείων, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν ὡρισμένην διαφορὰν θερμοκρασίας, εἶναι *μικροτέρα*. Θὰ ἐξαρτᾶται δὲ ἡ ταχύτης τῆς ροῆς τῆς θερμότητος καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σώματος, διότι ὑπὸ τοὺς αὐτοὺς ὅρους κατανομῆς τῆς θερμοκρασίας εἶναι δυνατὸν ἄλλη εἰς ἄλλα σώματα νὰ εἶναι.



Σχ. 352.

Θεωροῦμεν λοιπὸν (σχ. 352) πλάκα ἀπέραντον ἀπὸ ὑλικὸν Υ περιοριζομένην ἀπὸ δύο παραλλήλους ἐπιπέδους ἐπιφανείας E_2, E_1, τῶν ὁποίων ἡ ἀπόστασις εἶναι Δ, καὶ ὑποθέτομεν ὅτι ἔχει ἀποκατασταθῇ μόνιμος κατάστασις, κατὰ τὴν ὁποίαν εἰς τὰς ἐπιφανείας E_2, E_1 ἡ θερμοκρασία εἶναι θ_2 καὶ θ_1. Τοῦτο κατορθώνεται κατὰ προσέγγισιν ἂν π. χ. αἱ δύο ἐπιφάνειαι ἀποτελοῦν τὰ τοιχώματα μεγάλων δεξαμενῶν, εἰς τὰς ὁποίας ὑπάρχει ὕδωρ θερμοκρασίας θ_2 καὶ θ_1 διαρκῶς ἀναδευόμενον. Θερμότης ρέει διαρκῶς ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν E_2 πρὸς τὴν E_1 τὸ δὲ ποσὸν θερμότητος Q, τὸ ὁποῖον εἰς χρόνον t διέρχεται δι' ἐπιφανείας ε καθέτου ἐπὶ τὴν AB, θὰ εἶναι συμφώνως πρὸς τοὺς προηγουμένους συλλογισμούς μας ἀνάλογον πρὸς τὸν χρόνον t, τὸ ἐμβαδὸν ε, καὶ τὴν διαφορὰν θερμοκρασίας $\theta_2 - \theta_1$, ἀντιστρόφως δὲ ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀπόστασιν Δ. Θὰ εἶναι λοιπόν:

$$(1) \qquad Q = \kappa \cdot \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta} \cdot \varepsilon \cdot t$$

ὅπου τὸ κ εἶναι συντελεστὴς ἀναλογίας, τοῦ ὁποίου ἡ τιμὴ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς μονάδας καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σώματος. Τὸν συν-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τελεστὴν τοῦτον ὀνομάζομεν ἀπόλυτον *εἰδικὴν θερμικὴν ἀγωγιμότητα* τοῦ ὑλικοῦ τῆς πλακός. Ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης δεικνύεται ὅτι ἡ εἰδικὴ ἀγωγιμότης μεταβάλλεται μὲν μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἀλλ' ἡ μεταβολὴ εἶναι τοιαύτη, ὥστε εἰς μικρὰν περιοχὴν θερμοκρασίας νὰ δικαιούμεθα νὰ θεωροῦμεν τὴν ἀγωγιμότητα ὡς σταθεράν.

Ἂν ἔχωμεν πλάκα ἀπὸ ἄλλο ὑλικὸν Υ′ τοῦ αὐτοῦ πάχους Δ, ὑπὸ τοὺς αὐτοὺς θερμικοὺς ὅρους, καὶ ὀνομάσωμεν κ′ τὴν θερμικὴν ἀγωγιμότητα αὐτῆς, θὰ ἔχωμεν ἀναλόγως τὴν ἐξίσωσιν

$$Q' = \kappa' \cdot \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta} \cdot \varepsilon \cdot t \tag{2}$$

καὶ ἂν διαιρέσωμεν κατὰ μέλη τὰς ἐξισώσεις (2) καὶ (1) λαμβάνομεν:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{\kappa'}{\kappa}$$

Ἤτοι: τὰ ποσὰ τῆς θερμότητος, τὰ ὁποῖα ὑπὸ τοὺς αὐτοὺς ὅρους κατανομῆς τῆς θερμοκρασίας διέρχονται κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον διὰ τῆς αὐτῆς ἐπιφανείας, εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὴν εἰδικὴν ἀγωγιμότητα τῶν σωμάτων, ἢ καὶ ἁπλούστερον, *ὑπὸ τοὺς αὐτοὺς ὅρους κατανομῆς τῆς θερμοκρασίας ἡ ταχύτης ροῆς τῆς θερμότητος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν εἰδικὴν ἀγωγιμότητα.*

Τὸν λόγον κ′/κ ὀνομάζομεν πολλάκις *σχετικὴν ἀγωγιμότητα* τοῦ ὑλικοῦ Υ′ ὡς πρὸς τὸ Υ, τοῦ ὁποίου ἡ ἀγωγιμότης λαμβάνεται ὡς μονάς.

Ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας ἀπὸ τοῦ σημείου Α (σχ. 352) εἰς τὸ Β εἶναι ὁμαλή, ἡ διαφορὰ δηλ. θερμοκρασίας δύο σημείων εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόστασιν αὐτῶν. Ἂν λοιπὸν παραστήσωμεν διὰ τῶν εὐθειῶν Α α καὶ Β β τὰς θερμοκρασίας θ_2 καὶ θ_1, ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας παρίσταται γραφικῶς ἀπὸ τὴν εὐθεῖαν αβ.

Ἡ πεῖρα δεικνύει ὅτι ὅλα τὰ σώματα, στερεά, ὑγρὰ καὶ ἀέρια, ἔχουν αἰσθητὴν ἀγωγιμότητα καὶ ἑπομένως ἡ ἀπόλυτος θερμικὴ μόνωσις εἶναι ἀδύνατος· ἡ τιμὴ ὅμως τῆς ἀγωγιμότητος εἶναι πολὺ διάφορος εἰς τὰ διάφορα σώματα. Ὀνομάζομεν *καλοὺς ἀγωγοὺς τῆς θερμότητος* τὰ σώματα τῶν ὁποίων ἡ ἀγωγιμότης εἶναι μεγάλη, *κακοὺς δὲ ἀγωγοὺς ἢ θερμικοὺς μονωτὰς* τὰ σώματα μικρᾶς ἀγωγιμό-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

τητος. Ἐννοεῖται ὅτι ἡ ἔννοια τοῦ καλοῦ ἢ κακοῦ ἀγωγοῦ εἶναι ἐντελῶς σχετική.

§ 489. ***Ἀγωγιμότης τῶν στερεῶν.*** Ἡ ἰδανικὴ περίπτωσις τῆς ἀγωγῆς τῆς θερμότητος, τὴν ὁποίαν ἐθεωρήσαμεν εἰς τὴν προηγουμένην § πρὸς ὁρισμὸν τῆς εἰδικῆς ἀγωγιμότητος, δὲν εἶναι δυνατὸν εἰς τὴν πρᾶξιν τελείως νὰ πραγματοποιηθῇ.

Ἐν τούτοις ἀπὸ τὸν τύπον (1) εἶναι δυνατὸν νὰ ἐξαχθοῦν κατὰ προσέγγισιν χρήσιμα συμπεράσματα. Ἂν π. χ. θέλωμεν νὰ θερμάνωμεν σῶμα τι ἐντὸς στερεοῦ δοχείου, φαίνεται ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον ὅτι πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία (θ_2) ὅσον τὸ δυνατὸν ὑψηλοτέρα, νὰ εἶναι τὸ δοχεῖον λεπτότοιχον, ἀπὸ ὑλικὸν μεγάλης ἀγωγιμότητος, καὶ νὰ παρουσιάζῃ μεγάλην ἐπιφάνειαν.

Εἰς τὴν πρᾶξιν παρατηροῦμεν συνήθως τὴν ἀγωγιμότητα τῶν στερεῶν λαμβάνοντες αὐτὰ ὑπὸ μορφὴν ράβδων, τῶν ὁποίων τὸ ἓν ἄκρον ἐκθέτομεν εἰς θερμοκρασίαν διάφορον τῆς τοῦ περιβάλλοντος. Τὴν διαφορὰν τῆς ἀγωγιμότητος δεικνύομεν π. χ. ἐκθέτοντες τὰ ἄκρα πολλῶν ὁμοίων, ὄχι πολὺ μακρῶν, ράβδων, ἐκ διαφόρων ὑλικῶν, χαλκοῦ, σιδήρου, μολύβδου, ὑάλου κ. λ. εἰς θερμοκρασίαν 100° (ζέον ὕδωρ) ὅτε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀνύψωσις τῆς θερμοκρασίας διαφόρως προχωρεῖ εἰς τὰς διαφόρους ράβδους. Οὕτω ἂν εἰς τὰ ψυχρὰ ἄκρα τῶν ράβδων ἔχωμεν προσκολλήσῃ σφαιρίδια ἀπὸ κηρόν, πίπτει πρῶτον ἕνεκα τῆς τήξεως τοῦ κηροῦ τὸ σφαιρίδιον τῆς χαλκῆς ράβδου, ἔπειτα τῆς σιδηρᾶς, ἔπειτα τῆς ὑαλίνης· ἴσως μάλιστα τὸ τελευταῖον τοῦτο δὲν πέσῃ καὶ διόλου ἕνεκα λόγου τὸν ὁποῖον ἀμέσως θὰ ἐκθέσωμεν.

Ἡ ράβδος δέχεται θερμότητα ἐκ τοῦ θερμαινομένου ἄκρου αὐτῆς, ἀλλ' ἡ θερμότης αὕτη δὲν μεταβαίνει ὁλόκληρος εἰς τὸ ψυχρότερον ἄκρον. Ἐπειδὴ ἡ θερμὴ ράβδος εὑρίσκεται εἰς ψυχρότερον περιβάλλον, θερμότης ἐκ τῆς ἐπιφανείας της μεταβαίνει διαρκῶς εἰς αὐτό, εὐνόητον δὲ εἶναι ὅτι, ὅσον μεγαλητέρα εἶναι ἡ διαφορὰ θερμοκρασίας ράβδου καὶ περιβάλλοντος, τόσον καὶ ἡ ἀπώλεια αὕτη εἶναι μεγαλητέρα. Ἀποδεικνύεται μάλιστα ὅτι τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος Q, τὸ ὁποῖον διέρχεται εἰς τὸν χρόνον t δι' ἐμβαδοῦ ε τῆς ἐπιφανείας, ἡ ὁποία χωρίζει δύο διάφορα σώματα, εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ἀνάλογον πρὸς τὸν χρόνον, τὸ ἐμβαδὸν ε καὶ πρὸς τὴν διαφο-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

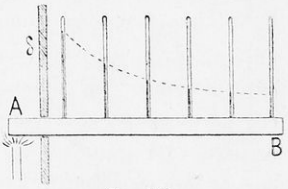
ρὰν τῶν θερμοκρασιῶν αὐτῶν θ_2 καὶ θ_1 ἐξαρτᾶται δὲ φυσικὰ καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δύο σωμάτων καὶ τῆς χωριστικῆς ἐπιφανείας (νόμος τοῦ Νεύτωνος). Εἶναι δηλαδή:

$$Q = h \cdot (\theta_2 - \theta_1) \cdot \varepsilon \cdot t \tag{3}$$

Ἡ τοιαύτη μετάδοσις τῆς θερμότητος ὀνομάζεται *ἐξωτερικὴ ἀγωγή*, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὴν μετάδοσιν ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ σώματος, ἡ ὁποία ὀνομάζεται *ἐσωτερικὴ ἀγωγή*, ἡ δὲ σταθερὰ h ὀνομάζεται *ἐξωτερικὴ ἀγωγιμότης* τῆς χωριστικῆς ἐπιφανείας.

Αἱ ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς ἀγωγῆς ἀπώλειαι κάμνουν ὥστε ἡ ροὴ τῆς θερμότητος νὰ εἶναι ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀσθενεστέρα καθ' ὅσον προχωροῦμεν ἀπὸ τοῦ θερμοῦ εἰς τὸ ψυχρὸν ἄκρον.

Ἂν θερμάνωμεν τὸ ἄκρον Α τῆς ράβδου ΑΒ (σχ. 353) ἡ ὁποία φέρει εἰς ἴσας ἀποστάσεις θερμόμετρα ἐντὸς ὀπῶν πλήρων ὑδραργύρου (τὸ διάφραγμα δ προφυλάττει τὰ θερμόμετρα ἀπὸ τὴν ἀπ' εὐθείας ἐπίδρασιν τοῦ λύχνου) παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας ἀπὸ τοῦ Α εἰς τὸ Β δὲν εἶναι ὁμαλή, ὅπως εἰς τὸ σχ. 352 ἀλλ' εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν πηγὴν τῆς θερμότητος, οὕτως ὥστε ἡ κατανομὴ τῆς θερμοκρασίας παρίσταται ὄχι ἀπὸ εὐθεῖαν γραμμήν, ἀλλ' ἀπὸ τὴν στικτὴν καμπύλην τοῦ σχ. 353, τῆς ὁποίας τὰ κοῖλα στρέφονται πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ διαφορὰ θερμοκρασίας μεταξὺ τοῦ πρώτου καὶ δευτέρου θερμομέτρου εἶναι μεγαλητέρα παρὰ μεταξὺ δευτέρου καὶ τρίτου διότι τὸ μεταξὺ πρώτου καὶ δευτέρου θερμομέτρου τμῆμα τῆς ράβδου εἶναι θερμότερον τοῦ μεταξὺ δευτέρου καὶ τρίτου καὶ ἑπομένως ἡ ἐκ τῆς ἐξωτερικῆς ἀγωγῆς ἀπώλεια τῆς θερμότητος μεγαλητέρα.



Σχ. 353.

Ἂν ἡ ράβδος εἶναι ἀρκετὰ μακρὰ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐσωτερικὴν ἀγωγιμότητα τοῦ ὑλικοῦ, αἱ ἐκ τῆς ἐπιφανείας ἀπώλειαι ἐξαντλοῦν τὴν ἐκ τῆς πηγῆς προσφερομένην θερμότητα, καὶ τὸ ἄκρον τῆς ράβδου διατηρεῖ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος.

Ἡ μέτρησις τῆς εἰδικῆς ἀγωγιμότητος ἀνάγεται εἰς τὴν παρατήρησιν τῆς κατανομῆς τῆς θερμοκρασίας εἰς σώματα εἴτε ψυχόμενα, εἴτε παρουσιάζοντα μόνιμον κατάστασιν μεταδόσεως θερμότητος,

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀλλ' ὁ τρόπος τοῦ ὑπολογισμοῦ δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκτεθῇ χωρὶς τὴν βοήθειαν τῶν ἀνωτέρων μαθηματικῶν.

Ὁ Πίναξ X παρέχει τὴν εἰδικὴν ἀγωγιμότητα οὐσιῶν τινων. Ἀξιοσημείωτον εἶναι ὅτι, ἂν λάβωμεν ὡς μονάδας μηχανικὰς μὲν τὰς CGS, θερμικὰς δὲ τὴν μικρὰν θερμίδα καὶ τὸν βαθμὸν Κελσίου, ἡ ἀγωγιμότης τοῦ Ἀργύρου, τοῦ καλλιτέρου ἀγωγοῦ, ἔχει εἰς συνήθη θερμοκρασίαν περίπου τὴν τιμὴν 1. Ἑπομένως οἱ ἀριθμοὶ οἱ ἐκφράζοντες τὴν *ἀπόλυτον ἀγωγιμότητα* τῶν σωμάτων εἰς τὰς ἀνωτέρω μονάδας ἐκφράζουν συγχρόνως καὶ τὴν *σχετικὴν πρὸς τὸν ἄργυρον ἀγωγιμότητα*.

Ἡ ἀγωγιμότης μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὰ μέταλλα αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας ἐλλατώνεται ἡ ἀγωγιμότης.

Αἱ ὑπὸ διαφόρων παρατηρητῶν εὑρισκόμεναι τιμαὶ τῆς ἀγωγιμότητος δὲν συμφωνοῦν ἀπολύτως. Αἰτία τούτου εἶναι πρῶτον ὅτι αὐτὸς ὁ ὁρισμὸς τῆς εἰδικῆς ἀγωγιμότητος ὡς χαρακτηριστικῆς σταθερᾶς μόνον κατὰ προσέγγισιν εἶναι ἀκριβὴς καὶ ἡ πειραματικῶς εὑρισκομένη τιμὴ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς μεθόδου τοῦ προσδιορισμοῦ, δεύτερον δὲ ὅτι τὰ σώματα ἐπὶ τῶν ὁποίων ἐκτελοῦνται αἱ μετρήσεις, μέταλλα, κράματα καὶ ἄλλαι οὐσίαι, δὲν εἶναι πάντοτε ἀκριβῶς τὰ αὐτά.

Τὴν μεγάλην ἀγωγιμότητα τοῦ χαλκοῦ ἐχρησιμοποίησεν ὁ Davy διὰ τὴν κατασκευὴν τοῦ περιφήμου αὐτοῦ λύχνου. Ἡ φλὸξ τοῦ λύχνου περιβάλλεται πανταχόθεν ἀπὸ λεπτὸν πυκνὸν χάλκινον πλέγμα, διὰ τῶν ὀπῶν τοῦ ὁποίου καὶ μόνων λαμβάνει τὸν διὰ τὴν διατήρησίν της ἀναγκαῖον ἀέρα. Ἂν ὁ λύχνος εὑρεθῇ ἐντὸς ἀτμοσφαίρας κροτοῦντος ἀερίου, π. χ. μίγματος τοῦ εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα ἐκλυομένου μεθανίου καὶ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, γίνεται μὲν περὶ τὴν φλόγα ἀνάφλεξις τοῦ μίγματος καὶ μικρὰ ἔκρηξις, ἀλλ' ἡ ἐκ τῆς ἀναφλέξεως ταύτης θερμότης ἀπάγεται ὑπὸ τοῦ πλέγματος καὶ ἡ αὔξησις τῆς θερμοκρασίας δὲν φθάνει μέχρι τοῦ περιβάλλοντος τὸν λύχνον κροτοῦντος ἀερίου. Οὕτω ἀποσοβεῖται ἡ ἀνάφλεξις αὐτοῦ, ἡ ὁποία ἀφεύκτως θὰ ἐπήρχετο ἂν ἡ φλὸξ ἦτο ἐλευθέρα. Ἡ πάρεργος αὕτη ἐφεύρεσις τοῦ Davy ἔσωσε καὶ σώζει τὴν ζωὴν χιλιάδων ἀνθρακωρύχων.

§ 490. ***Ἀγωγιμότης τῶν ὑγρῶν.*** Τὰ ὑγρὰ ἐξαιρέσει τῶν μετάλλων (Hg, τετηγμένα μέταλλα ἢ κράματα) ἔχουν ἐν γένει πολὺ μικρὰν

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ἀγωγιμότητα. Οὕτω π. χ. ἡ ἀγωγιμότης τοῦ ὕδατος εἰς συνήθη θερμοκρασίαν εἶναι περίπου 0,0013.

Τὴν μικρότητα ταύτην τῆς ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος δεικνύομεν διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς:

Ὑάλινον κυλινδρικὸν δοχεῖον (σχ. 354) περιέχον ὕδωρ περιβάλλεται κατὰ τὸ μέσον ἀπὸ διπλότοιχον μεταλλίνην ζώνην Ζ. Ἂν εἰς τὸ δοχεῖον θέσωμεν δύο θερμόμετρα, ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, καὶ διαβιβάσωμεν διὰ τῆς μεταλλικῆς ζώνης ἀτμὸν ζέοντος ὕδατος, παρατηροῦμεν ἐκ τῶν ἐνδείξεων τῶν θερμομέτρων ὅτι μόνον τὸ ἄνω τῆς ζώνης ὕδωρ θερμαίνεται διὰ μεταφορᾶς θερμότητος (πρβλ. § 492). Ἡ θερμοκρασία τοῦ κάτω τῆς ζώνης ὕδατος μένει σχεδὸν ἀμετάβλητος.



Σχ. 354

§ 491. ***Ἀγωγιμότης τῶν ἀερίων.*** Ἡ ἀγωγιμότης τῶν ἀερίων εἶναι ὑπὸ συνήθη θερμοκρασίαν ἀκόμη μικροτέρα τῆς τῶν ὑγρῶν. Τοῦ ἀέρος π. χ. ἡ ἀγωγιμότης εἶναι, εἰς τὰς μονάδας τὰς ὁποίας ὡρίσαμεν εἰς τὴν § 489, ἴση πρὸς 0,000055.

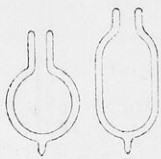
Ἐξαιρετικὴ εἶναι ἡ ἀγωγιμότης τοῦ ὑδρογόνου, 7 φορὰς μεγαλητέρα τῆς τοῦ ἀέρος. Τὴν διαφορὰν ταύτην τῆς ἀγωγιμότητος δεικνύομεν διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς: Ἐντὸς δύο ὁμοίων ὑαλίνων σωλήνων (σχ. 355) κλειομένων ἑκατέρωθεν διὰ φελλοῦ εὑρίσκονται δύο ὅμοια λεπτὰ σύρματα ἐκ λευκοχρύσου, τεινόμενα μεταξὺ παχέων


Σχ. 355.

χαλκίνων συρμάτων, τὰ ὁποῖα διαπεροῦν τοὺς φελλούς. Διὰ τῶν συρμάτων τούτων, τὰ ὁποῖα ἑνώνομεν ὅπως εἰς τὸ σχῆμα φαίνεται, διαβιβάζομεν ρεῦμα ἠλεκτρικὸν ἐντάσεως ἀρκετῆς ὥστε τὰ σύρματα νὰ ἐρυθρωπυρωθοῦν. Ἂν τώρα διοχετεύσωμεν εἰς τὸν ἕνα σωλῆνα ὑδρογόνον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἐρυθροπύρωσις τοῦ ἐντὸς αὐτοῦ σύρματος παύει διότι ἡ διὰ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος προσφερομένη θερμότης ἀπάγεται ὑπὸ τοῦ σχετικῶς καλοῦ ἀγωγοῦ ὑδρογόνου πρὸς τὰ τοιχώματα τοῦ σωλῆνος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ ἀγωγιμότης τῶν ἀερίων αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, εἶναι ὅμως, ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, *ἀνεξάρτητος τῆς πιέσεως*, ἀκριβῶς ὅπως καὶ ἡ ἐσωτερικὴ τριβὴ (πρβλ. § 237). Τὴν ἰδιότητα ταύτην τῆς ἀγωγιμότητος, τὴν ὁποίαν ἐκ τῆς κινητικῆς θεωρίας τῶν ἀερίων προεῖπεν ὁ Maxwell (πρβλ. § 512) ἐπεβεβαίωσεν ἡ πειραματικὴ ἔρευνα. Μόνον ὑπὸ πάρα πολὺ μικρὰς πιέσεις ἡ ἀγωγιμότης ἐλαττώνεται μετὰ τῆς πιέσεως καὶ ἑπομένως μετὰ τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου. Διὰ τοῦτο ὡς μονωτικὰ τῆς θερμότητος δοχεῖα μεταχειρίζονται σήμερον διπλότοιχα ὑάλινα δοχεῖα, φιάλας ἢ ποτήρια (σχ. 356), ἀπὸ τῶν ὁποίων τὸν μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων χῶρον ἔχει ἀφαιρεθῇ ὁ ἀὴρ μέχρι τοῦ ἀκροτάτου ἐφικτοῦ ὁρίου. Τὰ δοχεῖα ταῦτα, τὰ ὁποῖα φαίνεται ὅτι πρῶτος μετεχειρίσθη ὁ Weinhold, ἐτελειοποίησεν ὁ Dewar ἐπαργυρώσας τὰς ἐσωτερικὰς ἐπιφανείας καὶ τούτου τὸ ὄνομα ἐπεκράτησε νὰ φέρουν. Τὰ δοχεῖα τοῦ Dewar εἶναι χρησιμώτατα διὰ τὴν διατήρησιν τῶν ὑγροποιημένων ἀερίων, ἤδη δὲ ἔχουν καταστῇ ἀντικείμενα κοινῆς χρήσεως (φιάλαι Thermos κ. λ.) καὶ χρησιμεύουν διὰ τὴν ἐπὶ ἀρκετὰς ὥρας διατήρησιν τῆς θερμοκρασίας θερμῶν ἢ ψυχρῶν ποτῶν ἢ τροφῶν.


Σχ. 356.

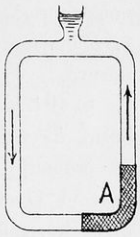
ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

§ 492. Ὀνομάζομεν ***μεταφορὰν*** τῆς θερμότητος τὴν διάδοσιν αὐτῆς διὰ κινουμένων ὑλικῶν φορέων. Ἡ μεταφορὰ τῆς θερμότητος συνοδεύεται πάντοτε ἀπὸ μετάδοσιν δι' ἀγωγῆς, ἐσωτερικῆς ἢ ἐξωτερικῆς. Οὕτω ὅταν θερμαίνωμεν *κάτωθεν* δοχεῖον πλῆρες ὕδατος, τὸ παρὰ τὸν πυθμένα ὕδωρ θερμαινόμενον ἐκ τῆς θερμότητος, τὴν ὁποίαν δι' ἀγωγῆς παραλαμβάνει ἀπὸ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου, γίνεται ἀραιότερον (ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία εἶναι μεγαλητέρα τῶν 4°) καὶ κατὰ τὴν νόμον τοῦ Ἀρχιμήδους ἀνέρχεται. Τὴν θέσιν αὐτοῦ καταλαμβάνει ἄλλο ὕδωρ, τὸ ὁποῖον καὶ αὐτὸ θερμαινόμενον ἀνέρχεται, καὶ οὕτω ἀναπτύσσεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος διαρκὴς ροή, διὰ τῆς ὁποίας ἡ θερμότης μεταφέρεται εἰς ὅλην τὴν μᾶζαν αὐτοῦ.

Ἡ ἀνάδευσις θερμαινομένου ὕδατος ἀκριβῶς αὐτὸν τὸν σκοπὸν ἔχει, τὴν διὰ μεταφορᾶς ὁμοιόμορφον κατανομὴν τῆς θερμότητος καὶ ἑπομένως τὴν ἐξίσωσιν τῆς θερμοκρασίας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὴν ἕνεκα διαφορῶν θερμοκρασίας κυκλοφορίαν τοῦ ὕδατος δεικνύομεν διὰ σωλῆνος ὑαλίνου ἐπανερχομένου εἰς ἑαυτὸν καὶ ἀποτελοῦντος ὀρθογώνιον (σχ. 357), τὸν ὁποῖον γεμίζομεν μὲ ὕδωρ. Ἂν θερμάνωμεν τὴν γωνίαν Α τοῦ σωλῆνος, ἡ ὁποία χάριν ἀσφαλείας περιβάλλεται ἀπὸ χάλκινον πλέγμα, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ κυκλοφορεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν βελῶν. Τὴν κυκλοφορίαν καθιστῶμεν καταφανεστέραν ρίπτοντες ἐκ τοῦ ἄνω στομίου σταγόνας χρωστικῆς οὐσίας.



Σχ. 357.

Καὶ τὰ ἀέρια, ὅπως τὰ ὑγρά, ἠμποροῦν νὰ χρησιμεύσουν ὡς φορεῖς μεταφέροντες τὴν θερμότητα, ἕνεκα δὲ τῆς μικρᾶς ἀγωγιμότητος αὐτῶν ἡ μετάδοσις τῆς θερμότητος δι' αὐτῶν, καθὼς καὶ διὰ τῶν ὑγρῶν, γίνεται κυρίως διὰ μεταφορᾶς καὶ ἐλάχιστα δι' ἀγωγῆς. Ἐμποδίζοντες τὴν ἐλευθέραν κυκλοφορίαν τοῦ ἀερίου ἐμποδίζομεν τὴν δι' αὐτοῦ μεταφορὰν τῆς θερμότητος. Εἰς τοῦτο συνίσταται ἡ μονωτικὴ τῆς θερμότητος ἱκανότης τῶν πτίλων, ἐρίων, ἀχύρων κ. λ.

Τῆς μεταφορᾶς τῆς θερμότητος πολλαπλῆ γίνεται πρακτικὴ χρῆσις, π. χ. εἰς τὴν θέρμανσιν οἰκημάτων (κεντρικὴ θέρμανσις) κ. λ. Ἀλλὰ καὶ διὰ τὴν θερμικὴν οἰκονομίαν τῆς Γῆς μεγίστην ἔχει σημασίαν ἡ μεταφορὰ τῆς θερμότητος ὑπὸ τῶν ρευμάτων τῆς θαλάσσης ἢ τῆς ἀτμοσφαίρας.

ΘΕΡΜΙΚΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ

§ 493. ***Ὁρισμός.*** Ἡ θερμότης εἶναι δυνατὸν νὰ μεταδοθῇ ἀπὸ σώματος εἰς σῶμα χωρὶς μεταξὺ αὐτῶν νὰ μεσολαβῇ ὑλικὸς φορεύς. Ἔχομεν λοιπὸν τρίτον τρόπον μεταδόσεως τῆς θερμότητος, διάφορον τῆς ἀγωγῆς καὶ τῆς μεταφορᾶς, τὸν ὁποῖον ὀνομάζομεν *ἀκτινοβολίαν*. Θερμὰ δηλαδὴ σώματα, περὶ τὰ ὁποῖα ἢ δὲν ὑπάρχει, ἢ ὑπάρχει ἀραιοτάτη ὕλη, παρουσιάζουν διαρκῆ ἐλάττωσιν τῆς *θερμοκρασίας*, ἡ ὁποία φανερώνει ἀπώλειαν *θερμότητος* μὴ δικαιολογουμένην ἐκ τῆς δυνατῆς ἐλαχίστης ἀγωγῆς ἢ μεταφορᾶς, ἐπίσης δὲ σώματα ψυχρότερα εὑρισκόμενα ἀπέναντι σωμάτων θερμοτέρων θερμαίνονται, ἔστω καὶ ἂν δὲν ὑπάρχῃ ἐν τῷ μεταξὺ ὑλικὴ συνέχεια. Οὕτω π. χ. ἂν ἀπέναντι θερμοῦ σώματος θέσωμεν θερμόμετρον εὑρισκόμενον ἐντὸς ὑαλίνης σφαίρας, ἀπὸ τὴν ὁποίαν ἔχει ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, παρατηροῦμεν ἄμεσον ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Πρέπει λοιπὸν νὰ δεχθῶμεν ὅτι ἡ θερμότης αὐτὴ καθ' ἑαυτὴν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκφύγῃ ἀπὸ τὰ σώματα καὶ νὰ μεταβῇ εἰς ἄλλα, ἢ, ὀρθότερον, ὅτι ἡ θερμότης μεταβαλλομένη εἰς ἐνέργειαν ἰδίας μορφῆς διαδίδεται διὰ τοῦ διαστήματος χωρὶς νὰ εἶναι ἀνάγκη ὑλικοῦ φορέως, ἡ δὲ μορφὴ αὕτη τῆς ἐνεργείας, ὅταν προσπέσῃ ἐπὶ ὑλικῶν σωμάτων, μεταβάλλεται ἐν ὅλῳ ἢ ἐν μέρει πάλιν εἰς θερμότητα.

§ 494. ***Σώματα διάθερμα καὶ ἀδιάθερμα.*** Ἡ θερμικὴ ἀκτινοβολία, ἂν καὶ δὲν ἔχει ἀνάγκην ὑλικοῦ φορέως, δύναται ἐν τούτοις νὰ διαδοθῇ καὶ ἐντὸς *ὑλικῶν* σωμάτων. Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ἀφίνουν ἐλευθέραν κατὰ τὸ μᾶλλον ἢ ἧττον τὴν διάδοσιν τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας, ὀνομάζομεν *διάθερμα*, *ἀδιάθερμα* δὲ ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα ἐμποδίζουν αὐτήν.

§ 495. ***Φύσις τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας.*** Πλεῖστα φαινόμενα (συμβολή, πρβλ. § 326), τῶν ὁποίων ἡ λεπτομερὴς ἀναγραφὴ καὶ ἐξέτασις θὰ γίνῃ εἰς τὴν Ὀπτικήν, μᾶς πείθουν ὅτι ἡ θερμικὴ ἀκτινοβολία εἶναι *ἐνέργεια κύματος* (πρβλ. τὸν ὁρισμὸν § 321). Ἀλλὰ τὸ κῦμα συνίσταται εἰς σειρὰν περιοδικῶν μεταβολῶν, καὶ ἑπομένως εἶναι ἀνάγκη νὰ ὑπάρχῃ κάτι τι, τὸ ὁποῖον νὰ μεταβάλλεται, νὰ ὑπάρχῃ δηλ. *μέσον*, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ κῦμα νὰ διαδίδεται. Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι ἡ θερμικὴ ἀκτινοβολία δὲν ἔχει ἀνάγκην ὑλικοῦ φορέως· διὰ τοῦτο δεχόμεθα τὴν ὕπαρξιν ὑποθετικοῦ τινος μέσου, τὸ ὁποῖον ὀνομάζομεν *αἰθέρα*, καὶ τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς φορεὺς τῆς κυματώδους θερμικῆς ἀκτινοβολίας. Ἀξιοσημείωτον εἶναι ὅτι ἡ ὑπόθεσις τῆς ὑπάρξεως τοῦ αἰθέρος ἐπαρκεῖ διὰ τὴν ἐξήγησιν ὄχι μόνον τῶν φαινομένων τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας, ἀλλὰ καὶ τῶν φωτεινῶν καὶ ἠλεκτρομαγνητικῶν.

Ἡ ταυτότης τῶν ἰδιοτήτων τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας καὶ τοῦ φωτὸς μᾶς πείθει ὅτι αἱ ἀκτινοβολίαι αὗται δὲν εἶναι διάφοροι τὴν φύσιν· εὑρίσκεται δὲ πράγματι ὅτι ἡ μόνη μεταξὺ αὐτῶν ἀντικειμενικὴ διαφορὰ εἶναι διαφορὰ *μήκους κύματος* (πρβλ. § 321).

Ὑπάρχει δηλ. εἰς τὴν φύσιν σειρὰ ἀκτινοβολιῶν, αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινὸν χαρακτηριστικὸν τὴν κυματώδη μορφὴν καὶ τὴν αὐτὴν ταχύτητα διαδόσεως (300 000 Km/sec $= 3 . 10^{10}$ CGS), ἡ ὁποία δικαιολογεῖ τὴν ἐκδοχὴν ὅτι ἓν καὶ τὸ αὐτὸ μέσον, ὁ *αἰθήρ*, χρησιμεύει πρὸς διάδοσιν αὐτῶν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ μήκη κύματος τῶν γνωστῶν ἀκτινοβολιῶν τούτων ἀποτελοῦν σχεδὸν ἀδιάκοπον συνεχῆ σειρὰν ἀπὸ ἑνὸς ἑκατοντάκις ἑκατομμυριοστοῦ τοῦ χιλιοστομέτρου περίπου μέχρι δεκάδων ἢ ἑκατοντάδων χιλιομέτρων.

Εἰς τὰς ἀκτινοβολίας ταύτας, ἀναλόγως τοῦ μήκους κύματος αὐτῶν, ἀποδίδομεν διαφόρους ὀνομασίας εἴτε διὰ λόγους ἱστορικούς, εἴτε ἕνεκα τῶν μέσων, διὰ τῶν ὁποίων αὗται γίνονται εἰς ἡμᾶς ἀντιληπταί. Οὕτω ἔχομεν τὴν ἑξῆς κατὰ προσέγγισιν διαίρεσιν (*).

Μῆκος κύματος	Ὄνομα ἀκτινοβολίας
0,1 — 15 Å	Ἀκτῖνες Röntgen
1000 — 4000 Å	» Ὑπεριώδεις
4000 — 7500 Å	» Φωτειναὶ
0,75 — 61 μμ	» Θερμικαὶ ἢ ὑπερέρυθροι
1 mm μέχρι ἀρκετῶν χιλιομέτρων	Ἠλεκτρομαγνητικὰ κύματα.

Τὴν μεταξὺ 0,75 καὶ 61 μμ ἀκτινοβολίαν ὀνομάζομεν ἰδιαιτέρως θερμικὴν *μόνον διότι πρὸς ἔρευναν αὐτῆς χρησιμεύουν σχεδὸν ἀποκλειστικῶς εὐπαθῆ θερμόμετρα* (ὑπὸ τὴν γενικωτάτην σημασίαν τῆς λέξεως). Πράγματι ὅμως ἡ ἐνέργεια *ὅλων* τῶν ἀκτινοβολιῶν τούτων, ὅταν ἀπορροφῶνται ὑπὸ ὑλικῶν σωμάτων, μεταβάλλεται εἰς θερμότητα καὶ ἑπομένως θὰ ἐδικαιούμεθα νὰ τὰς ὀνομάσωμεν ὅλας *θερμικάς*.

§ 496. ***Νόμοι τῆς διαδόσεως τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας.*** Οἱ νόμοι τῆς γεωμετρικῆς διαδόσεως τῆς θερμικῆς ἀκτινοβολίας εἶναι κατὰ τὰ ἀνωτέρω ἐντελῶς οἱ αὐτοὶ μὲ τοὺς τοῦ φωτός. Διαδίδεται δηλ. ἡ θερμικὴ ἀκτινοβολία *εὐθυγράμμως*, οὕτως ὥστε νὰ παρουσιάζεται τὸ φαινόμενον τῆς θερμικῆς σκιᾶς. Ἐπίσης *ἀνακλᾶται* ἐπὶ λείων ἐπιφανειῶν συμφώνως πρὸς τοὺς εἰς τὴν § 332 διατυπωθέντας νόμους, εἴτε καὶ *διαχύτως*, καθ' ὅλας δηλ. τὰς διευθύνσεις, ὁσάκις ἡ ἀνακλῶσα ἐπιφάνεια εἶναι τραχεῖα, καὶ *διαθλᾶται* κατὰ τὴν μετάβασιν ἀπὸ ἑνὸς μέσου εἰς ἄλλο (§ 333).

Ἀρκούμενοι ἐδῶ εἰς τὰς ὑποδείξεις ταύτας παραπέμπομεν διὰ τὴν λεπτομερεστέραν περιγραφὴν εἰς τὴν Ὀπτικήν.

(*) Πρβλ. διὰ τὴν σημασίαν τῶν μονάδων § 11.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 497. ***Ἀπορρόφησις καὶ ἐκπομπὴ θερμότητος.— Θεωρία τοῦ Prévost.*** Ὅταν εὑρίσκωνται ἀπέναντι ἀλλήλων δύο σώματα διαφόρου θερμοκρασίας, θερμότης δι' ἀκτινοβολίας μεταβαίνει ἀπὸ τοῦ θερμοτέρου Α εἰς τὸ ψυχρότερον Β μέχρις ὅτου ἀποκατασταθῇ ἡ ἰσορροπία διὰ τῆς ἐξισώσεως τῶν θερμοκρασιῶν. Ἂν τὸ ψυχρότερον τῶν δύο σωμάτων εὑρίσκετο ἀπέναντι τρίτου Γ ἀκόμη ψυχροτέρου, θερμότης θὰ μετέβαινεν ἀπὸ αὐτὸ δι' ἀκτινοβολίας εἰς τὸ Γ. Βεβαίως δὲν εἶναι λογικὸν νὰ δεχθῶμεν ὅτι θερμότης ἀκτινοβολεῖται ἀπὸ τὸ Β μόνον ὅταν ἀπέναντι αὐτοῦ ὑπάρχει τὸ ψυχρότερον σῶμα Γ. Ἡ θερμικὴ ἀκτινοβολία ἐκπέμπεται ἀπὸ τὰ σώματα *πάντοτε*, ἀνεξαρτήτως τῆς παρουσίας ἄλλων σωμάτων.

Ἐκ τῶν σκέψεων τούτων ὁρμώμενος διετύπωσεν ὁ Prévost τὴν θεωρίαν τῆς δυναμικῆς θερμικῆς ἰσορροπίας. Κατὰ ταύτην πᾶν σῶμα ἐκπέμπει ἀκτινοβολίαν, τὸ δὲ ποσὸν τῆς εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκπεμπομένης ἐνεργείας ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σώματος (ὑλικόν, μᾶζα, γεωμετρικὸν σχῆμα, φυσικὴ κατάστασις τῆς ἐπιφανείας) καὶ ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Ἡ διαρκὴς πεῖρα δεικνύει ὅτι ἡ ἀκτινοβολία αὐξάνει ὅταν ὑψώνεται ἡ θερμοκρασία.

Ὑποθέσωμεν τώρα διὰ τὴν ἁπλότητα ὅτι σῶμα τι Α περιβάλλεται ἐντελῶς ὑπὸ τοῦ σώματος Β. μεταξὺ δὲ τῶν δύο σωμάτων δὲν μεσολαβεῖ ὕλη, ἀποκλείεται ἑπομένως ἀγωγὴ καὶ μεταφορὰ θερμότητος. Τὸ σῶμα Α ἀκτινοβολεῖ ἀλλὰ καὶ δέχεται ἐκ τοῦ Β θερμικὴν ἀκτινοβολίαν, μέρος τῆς ὁποίας ἀπορροφᾷ. Ἂν ἡ ἐκ τῆς ἀκτινοβολίας ἀπώλεια εἶναι μεγαλητέρα τοῦ ἐκ τῆς ἀπορροφήσεως κέρδους, ἡ θερμοκρασία κατέρχεται, ἂν δὲ τἀνάπαλιν, ἀνέρχεται. Ἡ θερμοκρασία θὰ μένῃ σταθερὰ ὅταν ἡ ἀπορροφωμένη ἐνέργεια εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀκτινοβολουμένην.

Κατὰ τὴν θερμικὴν λοιπὸν ἰσορροπίαν, ὅταν δηλ. ὅλα τὰ σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν (*) ἕκαστον ἐξ αὐτῶν ἀπορροφᾷ ἀκριβῶς τόσην ἐνέργειαν ὅσην καὶ ἐκπέμπει. Ἡ ἰσορροπία δὲν εἶναι στατικὴ ἀλλὰ δυναμικὴ (πρβλ. § 463).

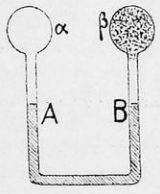
(*) Διὰ τὴν ἀκρίβειαν πρέπει νὰ προϋποθέσωμεν ὅτι τὰ σώματα εὑρίσκονται ἐντὸς περιβλήματος, τὸ ὁποῖον ἐντελῶς ἀνακλᾷ τὴν ἀκτινοβολίαν, ἄνευ ἀπορροφήσεως, οὕτως ὥστε νὰ ἀποκλείεται ἡ ἐκφυγὴ αὐτῆς εἰς τὸ διάστημα.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 498. ***Σχέσις ἀπορροφήσεως καὶ ἐκπομπῆς.*** Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι στενὴ ὑπάρχει σχέσις μεταξὺ τῆς ἀπορροφήσεως καὶ τῆς ἐκπομπῆς, πράγματι δὲ ἡ πειραματικὴ καὶ θεωρητικὴ ἔρευνα δεικνύει ὅτι τόσον ἐντονωτέρα εἶναι ἡ ἀκτινοβολία, ὅσον μεγαλητέρα ἡ ἀπορρόφησις. Οὕτω ἂν ἡ ἐπιφάνεια σώματός τινος εἶναι λεία καὶ στιλπνή, ἔχει μικρὰν ἀπορρόφησιν, ἐπειδὴ ἀνακλᾷ τὸ πλεῖστον τῆς προσπιπτούσης ἀκτινοβολίας, ἀλλὰ καὶ ἡ ἰδία ἀκτινοβολία τοῦ σώματος εἶναι ἀσθενής· ἂν τὸ σῶμα εἶναι θερμὸν ψύχεται βραδέως (δοχεῖα Dewar § 497). Ἂν τοὐναντίον ἡ ἐπιφάνεια τοῦ σώματος καλύπτεται ἀπὸ αἰθάλην, ἡ ἀπορρόφησις εἶναι μεγάλη ἀλλ' ἐπίσης καὶ ἡ ἀκτινοβολία εἶναι ἐντατική.

Τὴν ἐξάρτησιν τῆς ἀκτινοβολίας ἐκ τῆς φύσεως τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀκτινοβολοῦντος σώματος δεικνύομεν ποιοτικῶς διὰ τοῦ κύβου τοῦ Leslie, κοίλου μεταλλίνου κύβου, ἐκ τῶν τεσσάρων κατακορύφων ἑδρῶν τοῦ ὁποίου ἡ μία εἶναι κατοπτρική, ἡ ἄλλη τραχεῖα, αἱ δὲ δύο ἄλλαι καλύπτονται ἡ μὲν ὑπὸ αἰθάλης ἡ δὲ ὑπὸ λευκοῦ χρώματος. Ἂν εἰς τὸν κύβον θέσωμεν ζέον ὕδωρ καὶ τοποθετήσωμεν ἀπέναντι τῶν τεσσάρων ἑδρῶν αὐτοῦ εἰς ἴσας ἀποστάσεις τέσσαρα ὅμοια θερμόμετρα, παρατηροῦμεν ὅτι ταχύτερον ἀνέρχεται ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀπέναντι τῆς αἰθαλωμένης ἐπιφανείας θερμομέτρου, βραδύτατα δὲ τοῦ ἀπέναντι τῆς κατοπτρικῆς.

Τὴν σχέσιν μεταξὺ ἀπορροφήσεως καὶ ἀκτινοβολίας δεικνύομεν χαρακτηριστικῶς διὰ τοῦ *διαφορικοῦ Θερμοσκοπίου* τοῦ Leslie (σχ. 358). Ἀποτελεῖται τοῦτο ἀπὸ δύο ὑαλίνας σφαίρας α, β πλήρεις ἀέρος, αἱ ὁποῖαι συγκοινονοῦν μεταξύ των διὰ τοῦ μανομετρικοῦ σωλῆνος ΑΒ, εἰς τὸν ὁποῖον ὑπάρχει μέχρι τινὸς ὑγρόν. Ἡ σφαῖρα β καλύπτεται ἀπὸ αἰθάλην. Ἂν θέσωμεν τὸ ὄργανον ἀπέναντι θερμοῦ σώματος, παρατηροῦμεν ὅτι κατέρχεται τὸ ὑγρὸν εἰς τὸ Β, τὸ ὁποῖον σημαίνει ὅτι εἰς τὴν σφαῖραν β ἡ θερμοκρασία ὑψώθη περισσότερον παρὰ εἰς τὴν α. Ἂν θέσωμεν τὸ θερμοσκόπιον ἀπέναντι τεμαχίου πάγου, ἀνέρχεται τὸ ὑγρὸν εἰς τὸ Β, τὸ ὁποῖον δεικνύει ὅτι ἡ ἐξ ἀκτινοβολίας ἀπώλεια εἶναι μεγαλητέρα εἰς τὴν σφαῖραν β παρὰ εἰς τὴν α.



Σχ. 358.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 499. ***Ορισμοί.*** Ὀνομάζομεν *συντελεστὴν ἀπορροφήσεως* τὸ πηλίκον τῆς ὑπό τινος σώματος ἀπορροφωμένης ἀκτινοβόλου ἐνεργείας διὰ τοῦ ὁλικοῦ ποσοῦ τῆς προσπιπτούσης. Ἂν λοιπὸν εἶναι J ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια καὶ ἀπ' αὐτὴν τὸ σῶμα ἀπορροφᾷ μέρος J_a, ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως **A** θὰ εἶναι

$$A = \frac{J_a}{J} \tag{1}$$

Θεωροῦμεν τώρα τὴν μονάδα ἐπιφανείας τοῦ σώματος. Ἀκτινοβολία, τῆς ὁποίας τὸ μῆκος κύματος εἶναι λ ἢ ἐλάχιστα διάφορον τοῦ λ, περιλαμβάνεται δηλ. μεταξὺ λ καὶ λ+Δλ (τὸ Δλ σημαίνει πολὺ μικρὰν ποσότητα) προσπίπτει ἐπ' αὐτῆς προερχομένη ἀπὸ ὅλας τὰς διευθύνσεις, καί, ἂν πάλιν ὀνομάσωμεν J τὸ προσπίπτον ὁλικὸν ποσὸν καὶ J_a τὸ ἀπορροφώμενον μέρος (*), ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως τῆς ἐπιφανείας διὰ τὸ μῆκος κύματος λ θὰ εἶναι

$$A\lambda = \frac{J_a}{J} \tag{2}$$

Ἐκ τῆς ἐπιφανείας ἐκπέμπεται ἀκτινοβολία, εἰς τὴν ὁποίαν ὑπάρχουν πλεῖστα μήκη κύματος, ἀκριβέστερον συνεχὴς σειρὰ μηκῶν κύματος. Ἂν εἶναι $W_{\Delta\lambda}$ τὸ ποσὸν τῆς ἐνεργείας ἡ ὁποία ἐκπέμπεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἀπὸ τὴν μονάδα τῆς ἐπιφανείας πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις ὑπὸ μορφὴν θερμικῆς ἀκτινοβολίας, τῆς ὁποίας τὸ μῆκος κύματος εἶναι ἀπὸ λ μέχρι λ+Δλ, ὀνομάζομεν *ἀφετικὴν ἱκανότητα* τῆς ἐπιφανείας διὰ τὸ μῆκος κύματος λ τὸ πηλίκον

$$E\lambda = \frac{W_{\Delta\lambda}}{\Delta\lambda} \tag{3}$$

§ 500. ***Ἐξάρτησις τῶν Aλ καὶ Eλ ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος καὶ τὴν θερμοκρασίαν.*** Ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος καὶ τὸ μῆκος κύματος τῆς προσπιπτούσης ἀκτινοβολίας ἡ δὲ τιμὴ αὐτοῦ κυμαίνεται ἀπὸ 0 (τελεία διαθερμία) μέχρι 1 (τελεία ἀδιαθερμία). Οὕτω σώματα διάθερμα δι' ἓν μῆκος κύματος εἶναι δυνατὸν νὰ εἶναι ἀδιάθερμα δι' ἄλλο. Πολλάκις ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως ἔχει ἐξαιρετικῶς μεγάλην τιμὴν δι' ὡρισμένα μήκη κύματος, ἐνῶ διὰ τὰ ὀλίγον μικρότερα ἢ ὀλίγον μεγαλήτερα μήκη κύματος ἡ τιμὴ αὐτοῦ εἶναι μικρὰ (ἐπιλογικὴ ἀπορρόφησις).

Ἡ ἀφετικὴ ἱκανότης ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος καὶ τὸ μῆκος κύματος τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας.

Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ἡ ἀφετικὴ ἱκανότης, ἀνεπαίσθητος διὰ πολὺ μικρὰ μήκη κύματος, αὐξάνεται βαθμηδὸν διὰ μεγαλήτερα μήκη μέχρι μεγίστης τινὸς τιμῆς καὶ ἔπειτα ἐλαττώνεται πάλιν καὶ δι' ἀρκετὰ μεγάλα μήκη κύματος γίνεται ἀνεπαίσθητος. Πολλάκις δι' ὡρισμένα μήκη κύματος ἢ περιοχὰς μηκῶν κύματος ἡ τιμή της εἶναι ἐξαιρετικῶς μικρά· ἐπίσης δυνατὸν νὰ παρουσιάζῃ πολλὰ μέγιστα καὶ ἐλάχιστα, ἀλλ' ἡ ἐν γένει ἐξάρτησις ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος εἶναι τοιαύτη, ὥστε δι' ὡρισμένην μόνον περιοχὴν ἔχει ἡ ἀφετικὴ ἱκανότης αἰσθητὴν τιμήν.

(*) Τὸ μὴ ἀπορροφώμενον μέρος $J-J_a$ εἴτε ἀνακλᾶται εἴτε καὶ διέρχεται διὰ τοῦ σώματος.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, ἡ ἀφετικὴ ἱκανότης ἐν γένει αὐξάνεται καὶ ὄχι μόνον ἡ ὁλικὴ ἀκτινοβολία εἶναι μεγαλητέρα, ἀλλὰ καὶ ὁλονὲν μικροτέρου μήκους κύματος ἀκτινοβολία γίνεται αἰσθητή. Οὕτω εἶναι γνωστὸν ὅτι θερμαινόμενα τὰ σώματα κατ' ἀρχὰς ἐκπέμπουν σκοτεινὴν θερμικὴν ἀκτινοβολίαν, ἐφ' ὅσον δὲ ἡ θερμοκρασία ἀνέρχεται, ἐρυθροπυροῦνται, λευκοπυροῦνται, καὶ τέλος ἡ ἀκτινοβολία των περιέχει ὑπεριώδεις ἀκτῖνας.

§ 501. ***Νόμος τοῦ Kirchhoff.*** Ὁ Kirchhoff ἀπέδειξεν ὅτι ἐκ τῶν νόμων τῆς δυναμικῆς θερμικῆς ἰσορροπίας ἕπεται ὅτι ἡ *ἀφετικὴ ἱκανότης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν συντελεστὴν ἀπορροφήσεως*. Ἂν δηλ. ἔχωμεν δύο ἐπιφανείας, τῶν ὁποίων οἱ συντελεσταὶ ἀπορροφήσεως εἶναι A'_λ καὶ A''_λ ἡ δὲ ἀφετικὴ ἱκανότης E'_λ καὶ E''_λ, ὑφίστανται ἡ σχέσις

$$\frac{E'_\lambda}{E''_\lambda} = \frac{A'_\lambda}{A''_\lambda}$$

ἢ καὶ

$$\frac{E'_\lambda}{A'_\lambda} = \frac{E''_\lambda}{A''_\lambda} \tag{4}$$

ἤτοι: ὁ λόγος τῆς ἀφετικῆς ἱκανότητός πρὸς τὸν συντελεστὴν ἀπορροφήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς φύσεως τῶν σωμάτων, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἀπὸ τὸ μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας καὶ τὴν θερμοκρασίαν.

Ὀνομάζομεν *μέλαν σῶμα* τὸ σῶμα, τὸ ὁποῖον ἀπορροφᾷ *ἐντελῶς* τὴν προσπίπτουσαν ἐνέργειαν. Μέλαν σῶμα κατὰ προσέγγισιν εἶναι π. χ. ἡ αἰθάλη. Ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως τοῦ μέλανος σώματος εἶναι ἴσος πρὸς 1 καὶ ἑπομένως, ἂν ὀνομάσωμεν E_λ τὴν ἀφετικὴν ἱκανότητα αὐτοῦ διὰ τὸ μῆκος κύματος λ, E'_λ, A'_λ τὴν ἀφετικὴν ἱκανότητα καὶ τὸν συντελεστὴν ἀπορροφήσεως μιᾶς οἱασδήποτε ἐπιφανείας, θὰ ἔχωμεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως (4)

$$\frac{E'_\lambda}{A'_\lambda} = E_\lambda \qquad \text{ἢ} \qquad E'_\lambda = A'_\lambda \cdot E_\lambda. \tag{5}$$

Ἤτοι: Ὁ λόγος τῆς ἀφετικῆς ἱκανότητος πρὸς τὸν συντελεστὴν ἀπορροφήσεως οἱασδήποτε ἐπιφανείας εἶναι ἴσος πρὸς τὴν ἀφετικὴν ἱκανότητα τῆς ἐπιφανείας τοῦ μέλανος σώματος.

Ἐπειδὴ ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως εἶναι πάντοτε μικρότερος τῆς μονάδος, ἕπεται ἐκ τῆς ἐξισώσεως (5) ὅτι τὸ μέλαν σῶμα ἔχει εἰς οἱανδήποτε θερμοκρασίαν καὶ δι' οἱονδήποτε μῆκος κύματος τὴν μεγίστην ἀφετικὴν δύναμιν.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν 5 πλεῖστα ἄλλα σπουδαιότατα συμπεράσματα ἐξάγονται. Οὕτω ἂν διὰ μῆκος τι κύματος ἡ ἀπορρόφησις εἶναι μικρά, ἡ ἀντίστοιχος ἐκπομπὴ εἶναι ἀσθενής. Διάθερμα σώματα λοιπὸν (ὀρυκτὸν ἅλας), καὶ ἂν εὑρίσκωνται εἰς ὑψηλὴν θερμοκρασίαν, δὲν ἐκπέμπουν τόσην ἀκτινοβολίαν ὅσην τὰ ἀδιάθερμα. Διαφανῆ σώματα πυρούμενα φαίνονται ὀλιγώτερον φωτεινὰ ἀπὸ ἀδιαφανῆ σώματα εὑρισκόμενα εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

Ἂν διὰ μῆκος τι κύματος ἡ ἀφετικὴ ἱκανότης τοῦ σώματος εἶναι ἐξόχως μεγάλη, τότε καὶ ἡ ἀπορρόφησις εἶναι ἐπίσης μεγάλη. Τὰ σώματα δηλ. ἀπορροφοῦν ἐκεῖνα κυρίως τὰ μήκη κύματος, τὰ ὁποῖα *ἐπὶ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν* ἐκπέμπουν.

Ὁ νόμος τοῦ Kirchhoff εἶναι νόμος *διαφορικός*. Αἱ ἐξισώσεις (4, 5) δηλ. ἀναφέρονται εἰς μικρὰς περιοχὰς μήκους κύματος. Ἐπειδὴ δὲ ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως δὲν εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ μήκη κύματος, ἕπεται ὅτι τὸ πη-

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

λίκον τῆς ὅλης ὑπὸ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας σώματός τινος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκπεμπομένης ἐνεργείας διὰ τοῦ ἀνστιστοίχου συντελεστοῦ ἀπορροφήσεως, ὁ ὁποῖος ὡρίσθη διὰ τῆς ἐξισώσεως (1), δὲν εἶναι τὸ αὐτὸ δι' ὅλα τὰ σώματα. Ὁ *ὁλοκληρωτικὸς* νόμος δὲν ἠμπορεῖ νὰ διατυπωθῇ παρὰ ὅπως τὸν διετυπώσαμεν εἰς τὴν § 498.

§ 502 ***Ἀκτινοβολία τοῦ μέλανος σώματος. Νόμος τῶν Stefan — Boltzmann.*** Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (6) ἐξάγεται ὅτι, ἂν γνωρίζωμεν τὴν ἀφετικὴν ἱκανότητα τοῦ μέλανος σώματος δι' ὅλας τὰς θερμοκρασίας καὶ ὅλα τὰ μήκη κύματος, ἠμποροῦμεν νὰ εὕρωμεν αὐτὴν δι' οἱονδήποτε σῶμα καὶ δι' οἱονδήποτε μῆκος κύματος καὶ θερμοκρασίαν, ἀρκεῖ νὰ προσδιορίσωμεν πειραματικῶς τὸν ἀντίστοιχον συντελεστὴν ἀπορροφήσεως.

Εἶναι λοιπὸν εὐνόητον ὅτι ἡ μελέτη τῶν ἰδοτήτων τοῦ μέλανος σώματος εἶναι θεμελιώδης. Πειραματικῶς πραγματοποιοῦμεν μέλαιναν ἐπιφάνειαν διὰ τῆς λεγομένης μεθόδου τῆς παγίδος. Ἂν δηλ. κοίλωμα συγκοινωνῇ πρὸς τὰ ἔξω διὰ μικρᾶς ὀπῆς, οἱαδήποτε ἀκτὶς προσπίπτουσα εἰς τὸ ἄνοιγμα δὲν ἔχει καμμίαν πλέον πιθανότητα ἐξόδου, ἀλλὰ μετὰ διαδοχικὰς ἀνακλάσεις εἰς τὰ τοιχώματα τοῦ κοιλώματος ἐν τέλει θὰ ἀπορροφηθῇ ἐντελῶς. Ὁ συντελεστὴς ἀπορροφήσεως τῆς ἰδανικῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀνοίγματος εἶναι λοιπὸν ἴσος μὲ τὴν μονάδα καὶ ἑπομένως, ἂν ἐντὸς τοῦ κοιλώματος ἐπικρατῇ σταθερὰ θερμοκρασία, ἡ ἐκ τοῦ ἀνοίγματος ἀκτινοβολία θὰ εἶναι ἀκριβῶς ἡ ἀκτινοβολία τοῦ μέλανος σώματος κατ' ἔντασιν καὶ ποιόν.

Ἐκ παλαιοτέρων μετρήσεων ἐξήγαγεν ὁ Stefan ὅτι ἡ ὑπὸ τῆς μονάδος τῆς ἐπιφανείας τοῦ μέλανος σώματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐκπεμπομένη *ὁλικὴ* ἀκτινοβολία u εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τετάρτην δύναμιν τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας, εἶναι δηλ.

$$u = \alpha\, T^4$$

ὅπου α στεθερά, τῆς ὁποίας ἡ τιμὴ ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὰς μονάδας.

Τὸν νόμον τοῦτον βραδύτερον ἐξήγαγε θεωρητικῶς ὁ Boltzmann ἐκ τῶν θερμοδυναμικῶν ἀξιωμάτων.

§ 503. ***Νόμος τοῦ Wien.*** Ὁ W. Wien εὗρε, στηριζόμενος εἰς τὰ ἀξιώματα τῆς θερμοδυναμικῆς, νόμον ἐκ τοῦ ὁποίου εὑρίσκεται ἡ ἀφετικὴ ἱκανότης τοῦ μέλανος σώματος δι' *οἱανδήποτε* θερμοκρασίαν, ὅταν εἶναι αὐτὴ γνωστὴ διὰ *μίαν μόνην* θερμοκρασίαν. Μία τῶν συνεπειῶν τοῦ νόμου τοῦ Wien εἶναι ὅτι τὸ μῆκος κύματος, εἰς τὸ ὁποῖον ὑπὸ ὡρισμένην θερμοκρασίαν ἀντιστοιχεῖ ἡ *μεγίστη* ἀφετικὴ ἱκανότης, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογον τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας. Καθ' ὅσον δηλ. αὐξάνει ἡ θερμοκρασία, τὸ μέγιστον τῆς ἐντάσεως τῆς ἀκτινοβολίας μετατοπίζεται πρὸς τὰ μικρότερα μήκη κύματος. Διὰ τοῦτο ὁ νόμος τοῦ Wien ὀνομάζεται *νόμος τῆς μετατοπίσεως* (Verschiebungsgesetz).

§ 504. ***Νόμος τοῦ Planck.*** Ἀφοῦ διὰ τοῦ νόμου τοῦ Wien ἀνήχθη ἡ ἔρευνα τῆς ἀκτινοβολίας τοῦ μέλανος σώματος εἰς τὴν μέτρησιν τῆς ἀφετικῆς ἱκανότητος διὰ διάφορα μήκη κύματος *ὑπὸ μίαν μόνην θερμοκρασίαν*, κατώρθωσεν ὁ M. Planck νὰ εὕρῃ θεωρητικῶς τὴν ἐκ τοῦ μήκους κύματος ἐξάρτησιν τῆς ἀφετικῆς ἱκανότητος τοῦ μέλανος σώματος, ἡ ὁποία ἐκφράζεται διὰ τῆς ἑξῆς σχέσεως :

$$E_\lambda = \frac{c^2 h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{ch}{k\lambda T}} - 1} \tag{6}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Εἰς τὸν τύπον τοῦτον εἶναι c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός, T ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία, λ τὸ μῆκος κύματος, k παγκοσμία σταθερὰ ἔχουσα σχέσιν πρὸς τὴν ἐντροπίαν (πρλ6. § 511) καὶ h παγκοσμία σταθερά, τῆς ὁποίας τὴν σημασίαν ἀμέσως θὰ γνωρίσωμεν.

Ὁ νόμος τοῦ Planck, ὁ ὁποῖος περιλαμβάνει καὶ τοὺς νόμους τῶν Stefan-Boltzmann καὶ Wien καὶ παρουσιάζει ἀξιοσημείωτον συμφωνίαν μὲ τὰ ἀποτελέσματα τῶν νεωτέρων πειραματικῶν ἐρευνῶν, ἔχει ἰδιάζουσαν σημασίαν διὰ τὴν ἐξέλιξιν τῆς φυσικῆς.

Διὰ νὰ φέρῃ εἰς συμφωνίαν ὁ Planck, τὰ συμπεράσματα τῶν θεωρητικῶν αὐτοῦ ὑπολογισμῶν, ὑπολογισμῶν *στατιστικῆς* φύσεως, πρὸς τὸν ἐπὶ τῶν ἀξιωμάτων τῆς θερμοδυναμικῆς ἀκλονήτως στηριζόμενον νόμον τοῦ Wien, ἠναγκάσθη νὰ δεχθῇ ὅτι ἡ ἀκτινοβολουμένη ἐνέργεια *δὲν ἐκπέμπεται εἰς οἱανδήποτε ποσότητα* ἀλλ᾽ ὅτι, ἂν εἶναι λ τὸ μῆκος κύματος αὐτῆς, ἡ ἐκπομπὴ εἶναι μόνον δυνατὴ κατ᾽ *ἀκέραια πολλαπλάσια τοῦ στοιχειώδους ποσοῦ* $h\frac{c}{\lambda}$, εἰς τὸ ὁποῖον c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτὸς καὶ h παγκοσμία σταθερά, τὴν ὁποίαν ὁ Planck ὠνόμασε *στοιχεῖον δράσεως* (elementares Wirkungsquantum).

Ἐκ τῆς σχέσεως :

$$\text{Ἐνέργεια} = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

εὑρίσκομεν τὰς διαστάσεις τοῦ h :

$$[h] = \frac{[\text{ἐνέργεια}]\ [\text{μῆκος}]}{[\text{ταχύτης}]} = M\,L^2\,T^{-1} \tag{7}$$

ἡ δὲ τιμὴ αὐτοῦ εἰς μονάδας CGS εἶναι

$$h = 6{,}548.10^{-27}\ \text{gr. cm}^2/\text{sec.} \tag{8}$$

Ἀγόμεθα λοιπὸν εἰς τὴν ἐκδοχὴν ὅτι ἡ ἀκτινοβολουμένη ἐνέργεια δὲν εἶναι συνεχής, ἀλλ᾽ ἀποτελεῖται τρόπον τινὰ ἀπὸ *ἄτομα, τὰ στοιχειώδη ποσά*, τῶν ὁποίων τὸ μέγεθος εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογον τοῦ μήκους κύματος.

Ἡ θεωρία τῶν *στοιχειωδῶν ποσῶν ἐνεργείας* (Quantentheorie, Theorie des quanta) ἀπέβη γονιμωτάτη εἰς συμπεράσματα καὶ ἡ ἐπίδρασις αὐτῆς εἶναι αἰσθητὴ εἰς ὅλους τοὺς κλάδους τῆς νεωτέρας φυσικῆς ἐρεύνης.

ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

§ 505. ***Πρῶται ἔννοιαι.*** Οἱ χημικοὶ νόμοι τῆς ὡρισμένων ἀναλογιῶν καὶ τῶν ἁπλῶν πολλαπλασίων ἔφερον, ὡς γνωστόν, ἀναγκαστικῶς εἰς τὴν παραδοχὴν τῆς *ἀτομικῆς θεωρίας* τῆς ὕλης. Κατὰ ταύτην ἡ ὕλη ἀποτελεῖται ἀπὸ *ἄτομα*, τόσων εἰδῶν ὅσα ὅσα εἶναι τὰ χημικὰ στοιχεῖα. Ὅλα τὰ ἄτομα τοῦ αὐτοῦ στοιχείου εἶναι ἐντελῶς ὅμοια καὶ ἔχουν τὴν αὐτὴν μᾶζαν. Τὰ ἄτομα, ὁμοειδῆ ἢ ἑτεροειδῆ, ἑνούμενα μεταξύ των ἀποτελοῦν τὰ *μόρια*, δὲν εἶναι δὲ ἀδύνατον καὶ ἓν ἄτομον νὰ εἶναι ἐλεύθερον καθ᾽ ἑαυτό. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ ἔννοια τοῦ μορίου συμπίπτει μὲ τὴν τοῦ ἀτόμου.

Ἡ ἀπόλυτος τιμὴ τῆς μάζης τῶν ἀτόμων δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ προσδιορισθῇ ἐκ τῶν μετρήσεων τῆς χημείας. Ἐξ αὐτῶν μόνον οἱ *λόγοι* τῶν μαζῶν προσδιορίζονται καὶ ὁ πίναξ τῶν *ἀτομικῶν βαρῶν* (ὀρθότερον τῶν *ἀτομικῶν μα-*

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ζῶν) ἀκριβῶς παρέχει τοὺς λόγους τῶν μαζῶν τῶν ἀτόμων πρὸς τὸ 1/16 τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου τοῦ ὀξυγόνου (O=16). Ὅταν π. χ. λέγωμεν ὅτι τὸ ἀτομικὸν βάρος τοῦ N εἶναι 14, τοῦτο σημαίνει ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἀτόμου τοῦ N εἶναι 14 φορὰς μεγαλητέρα τοῦ δεκάτου ἕκτου τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου τοῦ ὀξυγόνου.

Ἡ κινητικὴ θεωρία τῆς ὕλης ζητεῖ νὰ προσδιορίσῃ ἀκριβέστερον τὴν μορφήν, τὰς πραγματικὰς μάζας καὶ διαστάσεις τῶν ἀτόμων καὶ μορίων καί, θεωροῦσα αὐτὰ εἴτε ὡς ὑλικὰ σημεῖα εἴτε ὡς πολυπλοκώτερα συγκροτήματα, νὰ αἰτιολογήσῃ, ἐπὶ τῇ βάσει τῶν νόμων τῆς μηχανικῆς, τὰς ἰδιότητας τῶν ὑλικῶν σωμάτων (π. χ. τοὺς νόμους τῶν ἀερίων,) καὶ τὴν ταυτότητα τῆς θερμότητος πρὸς τὴν ἐνέργειαν.

Τὰ ἁπλούστατα τῶν σωμάτων εἶναι τὰ ἀέρια καὶ διὰ τοῦτο ἡ κινητικὴ θεωρία μὲ αὐτὰ κατ' ἀρχὰς ἠσχολήθη. Αἱ πρόοδοι τῆς θεωρίας κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη εἶναι καταπληκτικαί. Ὄχι μόνον ἐπεξετάθη αὕτη ἐπιτυχῶς εἰς τὰ στερεὰ καὶ προσδιορίσθησαν αἱ ἀκριβεῖς θέσεις τῶν ἀτόμων ἐντὸς τῶν ὑλικῶν συγκροτημάτων, ἀλλὰ καὶ αἱ περὶ αὐτοῦ τοῦ ἐσωτερικοῦ τοῦ χημικοῦ ἀτόμου γνώσεις μας εἶναι ἀξιόλογοι. Θὰ ἀρκεσθῶμεν ἐν τούτοις εἰς ὀλίγας μόνον στοιχειώδεις ὑποδείξεις ἐκ τοῦ σπουδαιοτάτου τούτου κεφαλαίου τῆς Φυσικῆς περιοριζόμενοι πρὸς παντὸς εἰς τὰ ἀέρια.

Ἡ ἰδιότης τῶν ἀερίων νὰ καταλαμβάνουν πάντα ἐλεύθερον χῶρον μᾶς ἄγει εἰς τὸ νὰ δεχθῶμεν ὅτι τὰ μόρια αὐτῶν κινοῦνται ἐλευθέρως πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις, ἡ δὲ πίεσις τῶν ἀερίων προέρχεται ἐκ τῆς ἐλαστικῆς κρούσεως τῶν μορίων.

Εἰς τὰ ὑγρὰ ἡ ἐλευθερία τῆς κινήσεως δὲν εἶναι τόσον μεγάλη. Τὰ μόρια συγκρατοῦνται πλησίον ἀλλήλων ὑπὸ δυνάμεων (δυνάμεις συναφείας § 275), ἕνεκα τῶν ὁποίων τὰ ὑγρὰ καταλαμβάνουν ὡρισμένον ὄγκον. Τὰ φαινόμενα τῆς διαχύσεως ἐν τούτοις μᾶς πείθουν ὅτι ὑπάρχει σχετική τις ἐλευθερία κινήσεως καὶ ὅτι ἠμποροῦν τὰ μόρια νὰ ὀλισθαίνουν ἐπ' ἀλλήλων.

Εἰς τὰ στερεὰ αἱ θέσεις τῶν ἀτόμων (*) εἶναι ὡρισμέναι, συγκρατοῦνται δὲ εἰς αὐτὰς τὰ ἄτομα οὕτως ὥστε ἡ μόνη δυνατὴ δυνατὴ κίνησις εἶναι περιοδικὴ μετατόπισις περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας.

§ 506. ***Πίεσις τῶν ἀερίων.— Νόμος Mariotte— Boyle.*** Ἔστω ἀέριον καταλαμβάνον τὸν ὄγκον v, καὶ ἀποτελούμενον ἀπὸ n μόρια, τὰ ὁποῖα θεωροῦμεν κατὰ πρώτην προσέγγισιν ὡς *ὑλικὰ σημεῖα* καὶ ἕκαστον τῶν ὁποίων ἔχει μᾶζαν M. Τὰ μόρια κινοῦνται καθ' ὅλας τὰς διευθύνσεις καὶ ἔστω ὅτι ἡ ταχύτης ὅλων εἶναι ἡ αὐτή, ἴση πρὸς u.

Ἔστω τώρα ἐντὸς τοῦ ἀερίου ἡ ἐπιφάνεια ε. Τὰ μόρια προσπίπτοντα ἐπ' αὐτῆς προσδίδουν ὤθησιν, τὴν ὁποίαν ὑπολογίζομεν ὡς ἑξῆς:

Ἂν μόριον προσπέσῃ καθέτως ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας μὲ τὴν ταχύτητα u, θὰ ἀνακλασθῇ συμφώνως πρὸς τοὺς νόμους τῆς ἐλαστικῆς κρούσεως (§ 160) καὶ θὰ ἐξακολουθήσῃ κινούμενον μὲ ἴσην καὶ ἀντίθετον ταχύτητα. Ἡ μεταβολὴ τῆς ποσότητος κινήσεως αὐτοῦ (§ 59) εἶναι 2Mu.

(*) Συμφώνως πρὸς τὰς νεωτέρας παρατηρήσεις εἰς τὰ στερεά, ἰδίως τοὺς κρυστάλλους (πρβλ. ὑροσημ. σελ. 464), τὰ ἄτομα δὲν συγκροτοῦνται εἰς μόρια, ἀλλ' ἕκαστον ἔχει ἰδίαν αὐτοτελῆ θέσιν, οὕτως ὥστε ὁλόκληρος ὁ κρύσταλλος δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἓν καὶ μόνον μόριον.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ μόρια κινοῦνται πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις κατὰ τοὺς νόμους τῆς *τελείας ἀταξίας*. Ἂν ἀναλύσωμεν τὴν ποσότητα κινήσεως ἑκάστου εἰς τρεῖς συνιστώσας κατὰ τρεῖς ἄξονας, ἕνα κάθετον ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν καὶ δύο παραλλήλους πρὸς αὐτήν, θὰ εὕρωμεν, ἕνεκα τῆς συμμετρίας, τὸ αὐτὸ σύνολον συνιστωσῶν κατὰ τὴν μιαν ἢ τὴν ἄλλην φορὰν ἑκάστου ἄξονος καὶ τὸ αὐτὸ σύνολον δι' ἑκάστην τῶν διευθύνσεων τῶν τριῶν ἀξόνων. Ἡ ὅλη ποσότης κινήσεως κατανέμεται λοιπὸν ἐξ ἴσου εἰς 6 διευθύνσεις, ἐκ τῶν ὁποίων μία μόνη κατευθύνεται *πρὸς* τὴν ἐπιφάνειαν καὶ καθέτως ἐπ' αὐτήν. Ἡ ἐπίδρασις τῆς κρούσεως τῶν μορίων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας εἶναι λοιπὸν ἡ αὐτὴ ὡς ἂν τὸ ἕκτον τῶν μορίων ἐκινεῖτο μὲ ταχύτητα v πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν καὶ καθέτως ἐπ' αὐτήν. Ἀλλ' εἶναι εὔκολον νὰ ὑπολογίσωμεν πόσα μόρια θὰ προσκρούσουν οὕτω ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἀφοῦ δηλ. τὰ μόρια κινοῦνται μὲ ταχύτατα v, ὅλα τὰ μόρια ὅσα περιέχονται ἐντὸς κυλίνδρου, ὁ ὁποῖος ἔχει βάσιν τὴν ἐπιφάνειαν ε καὶ ὕψος v, ἑπομένως ὄγκον $\varepsilon . v$, θὰ προσκρούσουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Εἰς τὸν χῶρον ν περιέχονται ἐν ὅλῳ n μόρια, ἄρα εἰς ὄγκον $\varepsilon . v$ περιέχονται $\varepsilon . v \frac{n}{\nu}$ καὶ τὸ ἕκτον αὐτῶν, $\frac{\varepsilon v n}{6 \nu}$, θὰ προσκρούσῃ μὲ ταχύτητα v ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας. Ἡ ὁλικὴ μεταβολὴ τῆς ποσότητος κινήσεως θὰ εἶναι εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου

$$\frac{\varepsilon v n}{6 \nu} . 2 M v = \frac{1}{3} \varepsilon \frac{n M v^2}{\nu}$$

καὶ ἑπομένως τόση θὰ εἶναι (πρβλ. ἐξ. 3 § 59) ἡ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ε ἐνεργοῦσα δύναμις F.

Εἶναι λοιπὸν

$$F = \frac{1}{3} \varepsilon \frac{n M v^2}{\nu}$$

καὶ ἡ πίεσις

$$p = \frac{F}{\varepsilon} = \frac{1}{3} \frac{n M v^2}{\nu} \tag{1}$$

Εἰς τὸν τύπον τοῦτον τὰ n, M, v εἶναι σταθερά, καὶ ἑπομένως ἠμποροῦμεν νὰ τὸν γράψωμεν ὡς ἑξῆς:

$$p \nu = \text{const.}$$

Ἡ ἐξίσωσις παριστᾷ τὸν νόμον Mariotte-Boyle.

§ 507. ***Σχέσις τῆς ταχύτητος τῶν μορίων πρὸς τὴν θερμοκρασίαν.*** Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) καὶ τῆς ἐξισώσεως (9) τῆς § 394, ἡ ὁποία ἐκφράζει τοὺς νόμους Mariotte-Gay-Lussac-Avogadro, λαμβάνομεν, ἔχοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι $n M$ εἶναι ἡ ὅλη μᾶζα m τοῦ ἀερίου,

$$p \nu = \frac{1}{3} m v^2 = \frac{m}{\mu} R T \tag{2}$$

Τὴν ἐξίσωσιν ταύτην γράφομεν καὶ ὡς ἑξῆς:

$$\frac{1}{2} n M v^2 = \frac{3}{2} \frac{m}{\mu} R T \tag{3}$$

Ἀλλὰ $\frac{1}{2} M v^2$ εἶναι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς μάζης M κινουμένης μὲ ταχύτητα v. Ἑπομένως ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων τοῦ ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν ἔχωμεν τὴν αὐτὴν μᾶζαν m δευτέρου ἀερίου, μοριακοῦ βάρους μ', θὰ εἶναι

$$p v = \frac{1}{3} m v'^2 = \frac{m}{\mu'} R T \tag{4}$$

Ἐκ τῶν δύο τούτων ἐξισώσεων λαμβάνομεν

$$\frac{1}{2} \mu v^2 = \frac{1}{2} \mu' v'^2 \tag{5}$$

ἤτοι: ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ γραμμομορίου οἱουδήποτε ἀερίου εἶναι ἡ αὐτή.

Ἂν θέσωμεν N τὸν ἀριθμὸν τῶν μορίων τὰ ὁποῖα περιέχονται εἰς ἓν γραμμομόριον καὶ M, M' τὰς μάζας τῶν μορίων, θὰ εἶναι

$$\mu = N M, \qquad \mu' = N M'$$

καὶ ἡ ἐξίσωσις (5) γίνεται:

$$\frac{1}{2} M v^2 = \frac{1}{2} M' v'^2 \tag{6}$$

Ἐκ τῶν νόμων δηλ. τῶν ἀερίων ἕπεται ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια (τῆς μεταφορικῆς κινήσεως) οἱουδήποτε μορίου εἶναι σταθερὰ καὶ ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν, πρὸς τὴν ὁποίαν εἶναι ἀνάλογος.

§ 508 ***Πραγματικὴ κατανομὴ τῶν ταχυτήτων.*** Αἱ σκέψεις, τὰς ὁποίας ἐξεθέσαμεν εἰς τὴν προηγουμένην παράγραφον, μόνον κατὰ προσέγγισιν εἶναι ἀκριβεῖς. Ἡ ὑπόθεσις δηλ. τῆς ἐνιαίας ταχύτητος τῶν μορίων τοῦ ἀερίου δὲν εἶναι ὀρθή· διότι καὶ ἂν ὑποτεθῇ ὅτι κατά τινα χρονικὴν στιγμὴν αἱ ταχύτητες ὅλων τῶν μορίων εἶναι ἴσαι, ἐκ τῶν πρὸς ἄλληλα συγκρούσεων τῶν μορίων θὰ μεταβληθοῦν, οὕτως ὥστε νὰ παύσῃ ὑφισταμένη ἡ ἰσότης. Λεπτομερέστερος ὑπολογισμὸς (Maxwell) φέρει εἰς τὸ συμπέρασμα, ὅτι διάφορα μόρια ἔχουν διαφόρους ταχύτητας, τῶν ὁποίων ἡ κατανομὴ ἀκολουθεῖ ἁπλοῦν νόμον. Ὑπάρχουν πολὺ μικραὶ καθὼς καὶ πολὺ μεγάλαι ταχύτητες ἀλλ' ὑπάρχει μέση τις ταχύτης, τὴν ὁποίαν ἔχουν τὰ πλεῖστα μόρια, καὶ ὅσον περισσότερον ἡ τιμὴ ταχύτητός τινος ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν μέσην ταύτην τιμήν, τόσον ὀλιγώτερα μόρια ἔχουν αὐτήν.

Ἂν ὑψώσωμεν τὴν ταχύτητα ἑκάστου μορίου εἰς τὸ τετράγωνον καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν τετραγώνων διαιρέσωμεν διὰ τοῦ ἀριθμοῦ n τῶν μορίων, λαμβάνομεν τὸ λεγόμενον *μέσον τετράγωνον τῆς ταχύτητος* (*)

$$\overline{v^2} = \frac{\Sigma v^2}{n}$$

τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ θέσωμεν εἰς τὰς ἐξισώσεις (1) ἕως (6) διὰ νὰ ἀνταποκρίνωνται αὗται πρὸς τὴν πραγματικότητα. Ἀντιστοίχως εἰς τὰς προτάσεις τῆς προηγουμένης § πρέπει νὰ ἀντικαταστήσωμεν τὸν ὅρον *ἐνέργεια* διὰ τοῦ ὅρου *μέση ἐνέργεια*.

(*) Τὸ *μέσον τετράγωνον τῆς ταχύτητος* δὲν εἶναι τὸ αὐτὸ μὲ τὸ *τετράγωνον τῆς μέσης* ταχύτητος

$$(\overline{v})^2 = \left(\frac{\Sigma v}{n}\right)^2$$

ἀλλ' ὑφίσταται ἡ σχέσις:

$$\overline{v^2} = \frac{3\pi}{8} (\overline{v})^2 = 1{,}1781 (\overline{v})^2$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

§ 509. ***Στατιστικὴ ἰσορροπία.—Βαθμοὶ ἐλευθερίας καὶ ἐνέργεια.*** Ἡ κατάστασις ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν εἶναι κατάστασις ἰσορροπίας. Ἡ ἰσορροπία ὅμως εἶναι δυναμικὴ ἢ καὶ στατιστική. Ἕνεκα δηλ. τοῦ μεγάλου ἀριθμοῦ τῶν μορίων, τὰ ὁποῖα περιλαμβάνονται εἰς αἰσθητὰς ποσότητας ἀερίου, ἡ κατανομὴ τῶν ταχυτήτων καὶ τῆς ἐνεργείας μένει ἡ αὐτή, μονονότι ἐκ τῶν διαρκῶν πρὸς ἄλληλα συγκρούσεων τῶν μορίων διαρκῶς μεταβάλλεται ἑκάστου ἐξ αὐτῶν ἡ ταχύτης καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια.

Ἐπὶ τῶν νόμων τῶν τελείων ἀερίων στηριζόμενοι ἀπεδείξαμεν (ἐξ. 6) ὅτι ἡ μέση κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων *οἱουδήποτε ἀερίου* ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν εἶναι σταθερά, ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἀέρια. Ἐνοεῖται ὅτι ἡ πρότασις αὕτη ἰσχύει ὄχι μόνον ὅταν τὰ ἀέρια εἶναι χωρισμένα, ἀλλὰ καὶ ὅταν ἀποτελοῦν μῖγμα. Εἰς μῖγμα πολλῶν ἀερίων ἡ μεση κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων ἑκάστου ἀερίου εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα.

Ἡ στατιστικὴ μηχανική, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὴν κατὰ τοὺς νόμους τῆς πιθανότητος ἐξέλιξιν μηχανικῶν συστημάτων ἀποτελουμένων ἀπὸ πάρα πολλὰ διάκριτα συστατικά, ἀποδεικνύει ὅτι εἰς σύστημα ὑλικῶν σημείων, τὰ ὁποῖα κινοῦνται ἐλευθέρως καὶ συγκρούονται ἐλαστικῶς πρὸς ἄλληλα καὶ πρὸς τὰ ἀνένδοτα τοιχώματα τοῦ περιέχοντος αὐτὰ δοχείου, καὶ τὰ ὁποῖα ἔχουν μάζας ἄλλα μὲν Μ, ἄλλα δὲ Μ′, ἄλλα Μ′′ κ. τ. λ. ἡ κινητικὴ ἐνέργεια κατανέμεται οὕτως ὥστε εἰς ἑκάστην χρονικὴν στιγμὴν ἡ μέση ἐνέργεια τῶν ὑλικῶν σημείων ἑκάστου εἴδους νὰ εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ εἴδη, καὶ ἡ μέση ἐνέργεια ἑνὸς ὡρισμένου ὑλικοῦ σημείου μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου νὰ εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σημεῖα.

Ἐκ τῶν νόμων τῆς στατιστικῆς μηχανικῆς ἐξάγεται λοιπὸν ἡ ἐξίσωσις (6) καὶ ἐξ αὐτῆς ὁ νόμος Avogadro—Ampère.

Ὁ νόμος τῆς κατανομῆς τῆς ἐνεργείας διατυπώνεται γενικώτερον μὲ τὴν βοήθειαν τῆς ἐννοίας τοῦ *βαθμοῦ ἐλευθερίας*.

Ἡ θέσις ὑλικοῦ σημείου κινουμένου ἐλευθέρως εἰς τὸν χῶρον ὁρίζεται ἀπὸ τρεῖς ἀριθμούς, τὰς ἀποστάσεις αὐτοῦ ἀπὸ τριῶν σταθερῶν ἐπιπέδων, καὶ ἕκαστος τῶν τριῶν τούτων ἀριθμῶν ἠμπορεῖ νὰ μεταβληθῇ ἀνεξαρτήτως τῶν ἄλλων, ὅταν τὸ σημεῖον κινεῖται. Λέγομεν ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἔχει *τρεῖς βαθμοὺς ἐλευθερίας*. Ἂν ἡ κίνησις τοῦ σημείου περιορίζεται ἐπὶ ὡρισμένης ἐπιφανείας, ἔχομεν *δύο* μόνον βαθμοὺς ἐλευθερίας, ἂν δὲ ἡ κίνησις περιορίζεται ἐπὶ ὡρισμένης γραμμῆς ἔχομεν *ἕνα* βαθμὸν ἐλευθερίας.

Θεωροῦμεν τώρα δύο ὑλικὰ σημεῖα ἀκλονήτως συνδεδεμένα εἰς σχῆμα ἁλτῆρος. Τὸ σύστημα ἔχει πρῶτον τρεῖς βαθμοὺς ἐλευθερίας διὰ τὴν κίνησίν του ὡς ὅλου. Ἡ κίνησις περὶ τὸν ἄξονα δὲν ἔχει κανὲν νόημα διότι τὰ ὑλικὰ σημεῖα δὲν ἔχουν ἔκτασιν, ὁ ἄξων ὅμως δύναται νὰ ἀλλάξῃ διεύθυνσιν καὶ ἐπειδὴ ἡ κλίσις του ὁρίζεται ἀπὸ δύο ἀριθμούς, (τὰς γωνίας αὐτοῦ πρὸς δύο εὐθείας μὴ παραλλήλους) ἕπεται ὅτι ἔχομεν ἄλλους δύο βαθμοὺς ἐλευθερίας, ἤτοι ἐν ὅλῳ *πέντε*. Ἂν αἱ σφαῖραι ἠμποροῦν νὰ πλησιάσουν πρὸς ἀλλήλας ἢ νὰ ἀπομακρυνθοῦν προστίθεται εἷς ἀκόμη βαθμὸς ἐλευθερίας.

Σῶμα στερεόν, σύστημα π. χ. τριῶν ὑλικῶν σημείων τὰ ὁποῖα δὲν κεῖνται ἀπ' εὐθείας, ἔχει τρεῖς βαθμοὺς ἐλευθερίας διὰ τὴν κίνησίν του ὡς ὅλου, δύο βαθμοὺς διὰ τὴν διεύθυνσιν μιᾶς ὡρισμένης εὐθείας αὐτοῦ καὶ ἕνα ἀκόμη διὰ τὴν περὶ τὴν εὐθεῖαν ταύτην περιστροφήν, ἤτοι ἓν ὅλῳ *ἓξ βαθμοὺς ἐλευθερίας*.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἂν αἱ ἀπ' ἀλλήλων ἀποστάσεις τῶν σημείων εἶναι μεταβληταί, προστίθενται καὶ ἄλλοι βαθμοὶ ἐλευθερίας.

Μὲ τὴν βοήθειαν τῶν ἐννοιῶν τούτων ὁ στατιστικὸς νόμος τῆς κατανομῆς τῆς ἐνεργείας διατυποῦται ὡς ἑξῆς. Εἰς σύστημα μηχανικὸν ἀποτελούμενον ἀπὸ πολλὰ διάκριτα μέρη, τόσα ὥστε νὰ ἐφαρμόζωνται οἱ νόμοι τῆς πιθανότητος, ἀντιστοιχεῖ κατὰ μέσον ὅρον εἰς ἕκαστον βαθμὸν ἐλευθερίας τὸ αὐτὸ ποσὸν ἐνεργείας.

§ 510. ***Σχέσις τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων.*** Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (2) § 507 ἔχομεν

$$\frac{1}{3}\,v^2 = \frac{R\,T}{\mu}$$

καὶ ἂν ὀνομάσωμεν v'^2 τὸ μέσον τετράγωνον τῆς ταχύτητος εἰς θερμοκρασίαν $T+1$:

$$\frac{1}{3}\,v'^2 = \frac{R(T+1)}{\mu}$$

Ἀφαιροῦντες κατὰ μέλη λαμβάνομεν

$$\frac{1}{3}\,(v'^2 - v^2) = \frac{R}{\mu} \tag{7}$$

καὶ ἂν θέσωμεν τὴν τιμὴν τοῦ R/μ ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν 3 § 420, εὑρίσκομεν:

$$(v'^2 - v^2) = 3\,J\,(c_p - c_v) \tag{8}$$

ὅπου J τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος καὶ c_p, c_v αἱ εἰδικαὶ θερμότητες τοῦ ἀερίου.

Ἂς ὑποθέσωμεν τώρα ὅτι τὸ ἀέριον εἶναι μονατομικόν, ἀποτελεῖται δηλ. ἀπὸ ἐλεύθερα ἄτομα (He, ἀτμὸς Hg). Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς θερμικῆς κινήσεως τῆς μάζης m εἶναι $\frac{1}{2}\,m\,v^2$ καὶ ἡ αὔξησις αὐτῆς ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς αὔξησιν θερμοκρασίας ἀπὸ T εἰς $T+1$ εἶναι $\frac{1}{2}\,m\,(v'^2 - v^2)$. Διὰ νὰ θερμάνωμεν τὴν μᾶζαν m τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον κατὰ ἕνα βαθμὸν χρειάζεται θερμότης $m\,c_v$, ἡ ὁποία ἰσοδυναμεῖ πρὸς ἐνέργειαν $J\,m\,c_v$. Εἶναι λοιπὸν

$$\frac{1}{2}\,m\,(v'^2 - v^2) = J\,m\,c_v \tag{9}$$

Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (8, 9) λαμβάνομεν διὰ τὰ μονατομικὰ ἀέρια:

$$2\,c_v = 3\,(c_p - c_v) \qquad c_p = \frac{5}{3}\,c_v = 1{,}666\ldots c_v \qquad \text{(πρβλ. § 415)}$$

Ἂν τὸ ἀέριον εἶναι διατομικόν, ἀποτελεῖται δηλ. τὸ μόριον αὐτοῦ ἐκ δύο ἀτόμων (H_2, O_2, N_2), φανταζόμεθα τὰ δύο ἄτομα συνδεδεμένα ἀκλονήτως εἰς σχῆμα ἁλτῆρος. Τὸ μόριον ἔχει 5 βαθμοὺς ἐλευθερίας καὶ ἑπομένως, ἀφοῦ διὰ 3 βαθμοὺς ἐλευθερίας ἡ μέση αὐτοῦ ἐνέργεια θὰ ἦτο $\frac{1}{2}\,m\,v^2$, διὰ τοὺς 5 ἡ μέση ἐνέργεια θὰ εἶναι $\frac{5}{6}\,m\,v^2$ καὶ ἡ αὔξησις αὐτῆς ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς αὔξησιν θερμοκρασίας κατὰ ἕνα βαθμὸν εἶναι $\frac{5}{6}\,m\,(v'^2 - v^2)$.

Ἀντὶ τῆς ἐξισώσεως (9) θὰ ἔχωμεν λοιπὸν τὴν ἑξῆς:

$$\frac{5}{6}\,m\,(v'^2 - v^2) = J\,m\,c_v \tag{10}$$

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καὶ ἐκ ταύτης καὶ τῆς (8) εὑρίσκομεν *διὰ τὰ διατομικὰ ἀέρια*:

$$2\,c_v = 5\,(c_p - c_v) \qquad c_p = \frac{7}{5}\,c_v = 1{,}4\,c_v$$

Ἂν τέλος τὸ ἀέριον εἶναι τριατομικόν, ἀποτελεῖται δηλ. τὸ μόριον αὐτοῦ ἀπὸ τρία ἄτομα (CO_2, H_2O), καὶ φαντασθῶμεν τὰ μόρια ὡς μὴ ἐπιδεκτικὰ παραμορφώσεως, ἕκαστον ἐξ αὐτῶν ἔχει 6 βαθμοὺς ἐλευθερίας καὶ ἑπομένως ἡ μέση ἐνέργεια αὐτοῦ εἶναι $m\,v^2$ καὶ ἀντὶ τῶν ἐξισώσεων (9 ἢ 10) θὰ ἔχωμεν τὴν ἑξῆς:

$$m\,(v'^2 - v^2) = J\,m\,c_v\,.$$

Ἐκ ταύτης καὶ τῆς (8) λαμβάνομεν *διὰ τὰ τριατομικὰ ἀέρια*:

$$c_v = 3\,(c_p - c_v) \qquad c_p = \frac{3}{4}\,c_v = 1,\,3\,3\,\ldots\,c_v$$

Αἱ σχέσεις αὗται συμφωνοῦν εἰς μερικὰς περιπτώσεις ἀρκετὰ πρὸς τὰς ἐκ τῶν μετρήσεων εὑρισκομένας (πρβλ. § 415). Παρατηροῦνται ὅμως καὶ διαφοραί, αἱ ὁποῖαι δεικνύουν ὅτι τὰ μόρια ἔχουν καὶ ἄλλους βαθμοὺς ἐλευθερίας ἐκτὸς ἐκείνων, τοὺς ὁποίους παρεδέχθημεν.

§ 511. ***Πιθανότης καὶ ἐντροπία.*** Ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων ἀνάγει ὅλα τὰ φαινόμενα τὰ σχετικὰ πρὸς τὰ ἀέρια εἰς κινήσεις καὶ ἐλαστικὰς κρούσεις. Ὅλα τὰ φαινόμενα ταῦτα εἶναι ἀντιστρεπτά, δύνανται δηλ. νὰ χωρήσουν ἢ κατὰ μίαν διεύθυνσιν ἢ καὶ κατὰ τὴν ἀντίθετον. Καὶ ἐν τούτοις ὑπάρχουν μεταβολαὶ τῶν ἀερίων, π. χ. ἡ ἐξίσωσις τῶν πιέσεων ἢ τῶν θερμοκρασιῶν κ.λ. αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι ἀντιστρεπταί.

Ἔχομεν λοιπὸν ἐκ πρώτης ὄψεως τὴν ἀντίφασιν, ὅτι φαινόμενα, ἀποτελούμενα ἀπὸ πλῆθος ἀντιστρεπτῶν φαινομένων, δὲν εἶναι ἀντιστρεπτά. Τῆς ἀντιφάσεως τὴν λύσιν ἔδωκεν ἡ *στατιστικὴ μηχανική*. Τὰ ἄτομα καὶ μόρια, ἀπὸ τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται τὰ ὑλικὰ σώματα, εἶναι τόσον πολλά, ὥστε ἰσχύουν δι' αὐτὰ οἱ νόμοι τῆς στατιστικῆς, οἱ νόμοι τῆς πιθανότητος. Οὕτω εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδιορισθοῦν ἀκριβῶς αἱ θέσεις καὶ ταχύτητες τῶν μορίων ἑνὸς ἀερίου. Εἰς τόσον μέγα πλῆθος ὑλικῶν σημείων μόνον στατιστικὸς ὑπολογισμὸς χωρεῖ. Εἶναι π. χ. δυνατὸν νὰ γνορίζωμεν ὅτι 2 % τῶν μορίων ἔχουν ταχύτητας περιλαμβανομένας μεταξὺ 300 καὶ 305 μέτρων κατὰ δευτερόλεπτον, δὲν εἶναι ὅμως δυνατὸν νὰ ὁρίσωμεν ποῖα εἶναι αὐτὰ τὰ μόρια. Καὶ εἰς τοῦτο ἀκριβῶς ἔγκεινται ἡ ἔννοια τῆς *πιθανότητος* τῆς καταστάσεως.

Τὸ ἀέριον ἀπὸ ἀπόψεως κατανομῆς ταχυτήτων εἶναι δυνατὸν νὰ ἔχῃ ἀριθμόν τινα καταστάσεων, τὸν ὁποῖον εὑρίσκομεν ἀποδίδοντες εἰς τὰ μόρια ὅλας τὰς δυνατὰς ταχύτητας. Ἔστω N ὁ ἀριθμὸς τῶν δυνατῶν τούτων καταστάσεων. Θεωροῦμεν τώρα μίαν ὡρισμένην κατανομὴν τῶν ταχυτήτων. Τὴν κατανομὴν ταύτην ἠμποροῦμεν νὰ πραγματοποιήσωμεν κατὰ πολλοὺς τρόπους, διότι εἶναι ἀδιάφορον ποῖα μόρια θὰ ἔχουν τὰς δεδομένας ταχύτητας, ἀρκεῖ μόνον ὡρισμένος ἀριθμὸς μορίων νὰ ἔχῃ τὰς ὡρισμένας ταχύτητας. Ἂν λοιπὸν ἠμποροῦμεν νὰ πραγματοποιήσωμεν τὴν κατάστασιν ταύτην κατὰ n τρόπους, τὸ πηλίκον n/N ὀνομάζεται *ἡ πιθανότης* τῆς καταστάσεως.

Ἁπλοῦν παράδειγμα θὰ καταστήσῃ τὸ πρᾶγμα σαφέστερον. Ἔστω ὅτι ἔχομεν τρεῖς σφαίρας, δύο λευκὰς α, β καὶ μίαν μαύρην γ, καὶ δύο ὀπὰς Α, Β, εἰς τὰς ὁποίας ρίπτομεν τὰς σφαίρας. Ζητοῦμεν ποία εἶναι ἡ πιθανότης νὰ ὑπάρχῃ

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

μία λευκὴ σφαῖρα εἰς τὴν ὀπὴν A καὶ μία λευκὴ καὶ μία μαύρη εἰς τὴν B. Ὅλαι αἱ δυναταὶ καταστάσεις εἶναι αἱ ἑξῆς :

A	α 6 γ	α 6	6 γ	γ α	α	6	γ	—
B	—	γ	α	6	6 γ	γ α	α 6	α 6 γ

ἤτοι ἐν ὅλῳ 8. Μία λευκὴ σφαῖρα εἰς τὴν ὀπὴν A εὑρίσκεται εἰς τὰς ἑξῆς 2 καταστάσεις

α	6
6 γ	γ α

καὶ ἑπομένως ἡ πιθανότης εἶναι 2/8.

Ἀπὸ τῆς ἀπόψεως ταύτης ἐπεξειργάσθη συστηματικῶς τὴν κινητικὴν θεωρίαν ὁ L. Boltzmann καὶ διὰ τοῦ περιφήμου αὐτοῦ *θεωρήματος τοῦ H* ἔδειξεν ὅτι, ὅταν σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον ἰσχύουν οἱ νόμοι τῆς πιθανότητος, ἀφεθῇ ἐλεύθερον, ἐξελίσσεται οὕτως ὥστε ἡ κατάστασίς του νὰ γίνεται διαρκῶς πιθανωτέρα.

Ἡ πιθανότης λοιπὸν τῆς καταστάσεως διαρκῶς αὐξάνει ὅπως, καθὼς γνωρίζομεν ἀπὸ τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα, διαρκῶς αὐξάνει ἡ ἐντροπία τοῦ συστήματος. Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι ὑπάρχει στενὴ σχέσις μεταξὺ τῆς πιθανότητος τῆς καταστάσεως καὶ τῆς ἐντροπίας. Καὶ πράγματι ἀπέδειξεν ὁ Boltzmann ὅτι ἡ ἐντροπία S συστήματός τινος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν λογάριθμον τῆς πιθανότητος Π τῆς καταστάσεως αὐτοῦ, ἤτοι εἶναι

$$S = k \log \Pi$$

ὅπου k εἶναι παγκοσμία σταθερά, ἐκείνη ἀκριβῶς τὴν ὁποίαν συνηντήσαμεν εἰς τὸν νόμον τοῦ Planck (§ 504).

Ὁ λογ Π εἶναι καθαρὸς ἀριθμὸς καὶ ἑπομένως αἱ διαστάσεις τοῦ k εἶναι

$$[k] = [S] = \frac{[\text{θερμότης}]}{[\text{θερμοκρασία}]} = \frac{[\text{ἐνέργεια}]}{[\text{θερμοκρ.}]} = M.L^2 T^{-2} [\text{θερμοκρ}]^{-1}$$

ἡ δὲ τιμὴ αὐτοῦ εἰς μονάδας CGS καὶ βαθμοὺς Κελσίου (grad) εἶναι

$$K = 1{,}346.10^{-16} \text{ gr.cm}^2.\text{sec}^{-2}.\text{grad}^{-1}$$

Κατὰ ταῦτα τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα ἠμπορεῖ νὰ διατυπωθῇ καὶ ὡς ἑξῆς: *Αἱ καταστάσεις ἀποκεκλεισμένου συστήματος διαδέχονται ἀλλήλας κατὰ σειρὰν αὐξούσης πιθανότητος.*

§ 512. ***Ἀριθμητικὰ δεδομένα.*** Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (2) § 507 εὑρίσκομεν τὸ μέσον τετράγωνον τῆς ταχύτητος τῶν μορίων

$$v^2 = \frac{3 R T}{\mu}$$

Εἰς μονάδας CGS εἶναι $R = 8{,}31.10^7$ καὶ ἑπομένως εἰς θερμοκρασίαν 0^0 Κελσίου (T=373) εἶναι

$$v^2 = \frac{3.8{,}31.10^7.273}{\mu} = \frac{6{,}8.10^{10}}{\mu} \text{ cm.sec}^{-1}$$

Ἡ τετραγωνικὴ ρίζα τοῦ μέσου τετραγώνου τῆς ταχύτητος δὲν εἶναι πολὺ διάφορος τῆς μέσης ταχύτητος τῶν μορίων (πρβλ. σημ. σελ. 528). Οὕτω εὑρίσκομεν διὰ τὸ H_2, τὸ O_2, τὸ CO_2 τὰς τιμὰς 1800, 470, 390 m/sec.

Ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων κατώρθωσε νὰ προσδιορίσῃ τὸν πραγματικὸν ἀριθμὸν N τῶν μορίων, τῶν περιεχομένων εἰς ἓν κυβικὸν ἑκατοστὸν ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0 Κελσίου καὶ πίεσιν 760 mm Hg, τὸν πολλάκις καλούμενον ἀριθμὸν τοῦ Loschmidt $N = 2{,}76.10^{19}$

καθὼς καὶ τὴν διάμετρον τῶν ὡς σφαιρικῶν θεωρουμένων μορίων, ἡ ὁποία εὑρίσκεται ὅτι π. χ. διὰ τὸ O_2 εἶναι περίπου $0{,}3 . 10^{-6}$ mm.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Τὰ μόρια κατὰ τὴν κίνησίν των συγκρούονται πρὸς ἄλληλα. Ὁ μέσος ἀριθμὸς τῶν συγκρούσεων ἑνὸς ὡρισμένου μορίου πρὸς ἄλλα εἰς ἓν δευτερόλεπτον εἶναι π. χ. διὰ τὸ ὑδρογόνον $9,48 . 10^9$ ἡ δὲ μέση ἀπόστασις, τὴν ὁποίαν τὸ μόριον διανύει μεταξὺ δύο διαδοχικῶν συγκρούσεων, $1,85 . 10^{-5}$ cm.

Ἡ διὰ τῶν ἀερίων *ἀγωγὴ* μᾶς παρουσιάζεται τώρα ὡς πραγματικὴ *μεταφορὰ* κινητικῆς ἐνεργείας. Τὸ ποσὸν τῆς ἐνεργείας, τὸ ὁποῖον μετεφέρεται μεταξὺ δύο ἐπιφανειῶν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν μορίων καὶ ἀπὸ τὸν ἐλεύθερον αὐτῶν μεταξὺ δύο συγκρούσεων δρόμον. Ὅταν ἀραιώνεται τὸ ἀέριον, ἐλαττώνεται μὲν ὁ ἀριθμὸς τῶν μορίων, αὐξάνεται ὅμως ἕνεκα τῆς ἀραιώσεως ὁ ἐλεύθερος αὐτῶν δρόμος καὶ οὕτω ἐξηγεῖται τὸ ὅτι ἡ ἀγωγιμότης τῶν ἀερίων, καθὼς καὶ ἡ ἐσωτερικὴ τριβή, εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς πυκνότητος, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν (πρβλ. §§ 237, 491).

§ 513 *Ἐξίσωσις τοῦ Van der Waals.* Ἐθεωρήσαμεν ἕως τώρα τὰ μόρια τῶν ἀερίων ὡς *ὑλικὰ σημεῖα*, τὰ ὁποῖα ἐκτὸς τῶν ἐλαστικῶν συγρούσεων καμμίαν ἄλλην ἐπίδρασιν ἐπ' ἀλλήλων δὲν ἔχουν. Ἐκ τῶν ὑποθέσεων τούτων ἐξάγεται ὁ νόμος Mariotte—Boyle, ἐκ δὲ τῆς βοηθητικῆς ὑποθέσεως ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑκάστου βαθμοῦ ἐλευθερίας εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν εὑρίσκεται ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων διὰ μᾶζαν ἑνὸς γραμμομορίου

$$p\,v = R\,T$$

Ὁ Van der Waals συνεπλήρωσε τὴν ἐξίσωσιν ταύτην δεχθεὶς πρῶτον ὅτι τὰ μόρια τῶν ἀερίων καταλαμβάνουν πεπερασμένον χῶρον. Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι ὁ δι' ἕκαστον μόριον διαθέσιμος χῶρος δὲν εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ δοχείου v, ἀλλ' ὁ ὄγκος ἀπὸ τὸν ὁποῖον θὰ ἀφαιρεθῇ ὁ ὑπὸ τῶν ἄλλων μορίων κατεχόμενος χῶρος. Ἀντικατέστησε λοιπὸν εἰς τὴν ἐξίσωσιν τῶν ἀερίων τὸ v διὰ τοῦ $(v-\beta)$.

Ἐδέχθη ἔπειτα ὅτι τὰ μόρια, ὅταν εὑρίσκωνται πλησίον ἀλλήλων, ἕλκονται, καὶ ἐπομένως ἡ ἕλξις αὕτη ὑποβοηθεῖ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν. Ἀλλ' ὅσον ἀραιότερον εἶναι τὸ ἀέριον, τόσον αἱ ἕλξεις εἶναι ἀσθενέστεραι. Ἐκ τοιούτων συλλογισμῶν, τῶν ὁποίων τὰς λεπτομερείας δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐκθέσωμεν, ἤχθη ὁ Van der Waals εἰς τὸ νὰ ἀντικαταστήσῃ τὸ p διὰ τοῦ $p + \frac{\alpha}{v^2}$ καὶ οὕτω ἔφθασεν εἰς τὴν περίφημον αὐτοῦ ἐξίσωσιν

$$\left(p + \frac{\alpha}{v^2}\right)(v-\beta) = R\,T \tag{11}$$

εἰς τὴν ὁποίαν α καὶ β εἶναι σταθεραὶ διάφοροι εἰς τὰ διάφορα ἀέρια.

Τὴν ἐξίσωσιν ταύτην μετασχηματίζομεν εἰσάγοντες ὡς μονάδας πιέσεως ὄγκου καὶ θερμοκρασίας τὰς ἑξῆς :

$$\Pi = \frac{1}{27}\,\frac{\alpha}{\beta^2} \qquad \Omega = 3\,\beta \qquad \Theta = \frac{8}{27}\,\frac{\alpha}{\beta R}$$

Ἂν παραστήσωμεν διὰ π, ω, τ τὰς τιμὰς τῆς πιέσεως, τοῦ ὄγκου καὶ τῆς θερμοκρασίας, μετρουμένων διὰ τῶν νέων μονάδων, εἶναι :

$$\Pi\,\pi = p \qquad \Omega\,\omega = v \qquad \Theta\,\tau = T \tag{12}$$

Εἰσάγοντες τὰς τιμὰς ταύτας εἰς τὴν ἐξ. (11) λαμβάνομεν :

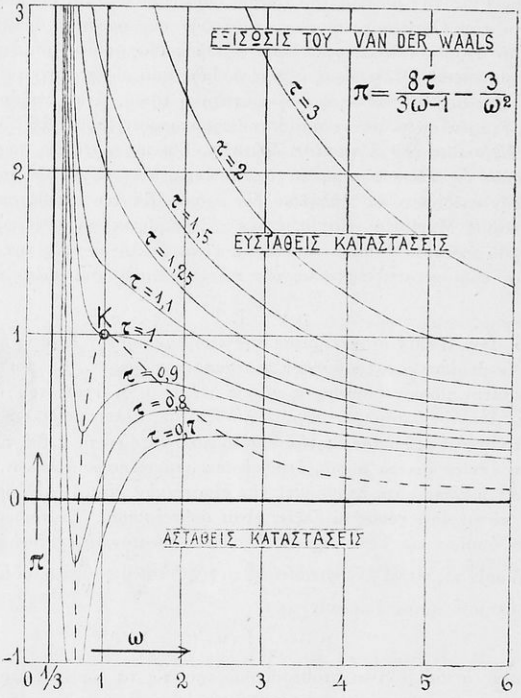
$$\pi = \frac{8\,\tau}{3\omega - 1} - \frac{3}{\omega^2}\,, \tag{13}$$

§ 514. *Ἀντίστοιχοι καταστάσεις.* Ἡ ἐξίσωσις (13) εἶναι κατὰ τοῦτο ἀξιοσημείωτος ὅτι ἔχει μόνον *ἀριθμητικοὺς συντελεστάς*. Κατωρθώθη δηλ. διὰ τῆς

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

καταλλήλου ἐκλογῆς τῶν μονάδων, αἱ ὁποῖαι εἶναι συναρτήσεις τῶν χαρακτηριστικῶν σταθερῶν α, β τοῦ ἀερίου, νὰ ἀπαλειφθοῦν ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αἱ σταθεραὶ αὗται καὶ ἡ μία καὶ μόνη ἐξίσωσις (13) νὰ ἰσχύῃ *δι' ὅλα τὰ ἀέρια*.

Καθὼς ἀμέσως κατωτέρω θὰ ἴδωμεν, Π εἶναι ἡ κρίσιμος πίεσις τοῦ ἀερίου, Ω ὁ κρίσιμος ὄγκος καὶ Θ ἡ κρίσιμος θερμοκρασία καὶ ἑπομένως ἡ τιμὴ π τῆς πιέσεως, ἡ *ἀνηγμένη πίεσις*, εἶναι ἡ τιμὴ τὴν ὁποίαν εὑρίσκομεν μεταχειριζόμενοι ὡς μονάδα πιέσεως τὴν κρίσιμον πίεσιν. Ὁμοίως εἶναι ω ὁ *ἀνηγμένος ὄγκος*, τ ἡ *ἀνηγμένη θερμοκρασία*.



Σχ. 359.

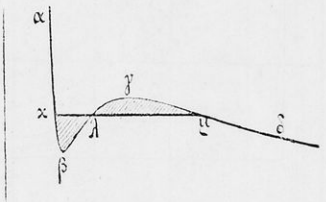
Ἔχομεν λοιπὸν τῆς ἐξῆς πρότασιν: Ἡ σχέσις μεταξὺ τῆς ἀνηγμένης πιέσεως, τοῦ ἀνηγμένου ὄγκου καὶ τῆς ἀνηγμένης θερμοκρασίας εἶναι δι' ὅλα τὰ ἀέρια ἡ αὐτή. Διὰ τοῦτο καλοῦμεν τὰς καταστάσεις τῶν ἀερίων τὰς χαρακτηριζομένας ἀπὸ τὰς αὐτὰς τιμὰς τῶν π, ω, τ (μετρουμένων ἑκάστου μὲ τὴν ἰδιαιτέραν του μονάδα) *ἀντιστοίχους καταστάσεις*.

§ 515. ***Διερεύνησις τῆς ἐξισώσεως τοῦ Van der Waals.*** Αἱ ἰσόθερμοι, τὰς ὁποίας κατασκευάζομεν ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου ω, π θέτοντες εἰς τὴν ἀνηγμένην ἐξίσωσιν τοῦ Van der Waals ἀντὶ τοῦ τ διαφόρους σταθερὰς τιμὰς (σχ. 359)

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

παρουσιάζουν ριζικὰς διαφορὰς καθ' ὅσον εἶναι $\tau > 1$ ἢ $\tau < 1$. Διὰ $\tau > 1$ αἱ ἰσόθερμοι κατέρχονται ὁμαλῶς, ἀπὸ ἀριστερὰ ἄνω πρὸς τὰ δεξιὰ κάτω. Ἡ ἰσόθερμος $\tau = 1$ ἔχει εἰς τὸ Κ ($\omega = 1$, $\pi = 1$) σημεῖον καμπῆς μὲ ἐφαπτομένην παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ω, αἱ δὲ ἰσόθερμοι, εἰς τὰς ὁποίας εἶναι $\tau < 1$, παρουσιάζουν ἓν ἐλάχιστον καὶ ἓν μέγιστον.

Θεωροῦμεν τώρα τὴν ἰσόθερμον $\tau = 0{,}9$, τὴν ὁποίαν παριστῶμεν ἰδιαιτέρως εἰς τὸ σχ. 360. Ἀπὸ τοῦ δ μέχρι τοῦ γ ἡ καμπύλη ἀνέρχεται πρὸς τὰ ἀριστερὰ καὶ ἄνω. Ἡ κατάστασις τοῦ σώματος εἶναι εὐσταθὴς διότι, ἂν ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις κατά τι αὐξηθῇ καὶ ἐλαττώσῃ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου, ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου αὐξάνεται ὡς ἐκ τούτου καὶ ἡ ἰσορροπία πάλιν ἐπέρχεται. Ὁμοίως εἶναι εὐσταθὴς ἡ κατάστασις, τὴν ὁποίαν παριστοῦν τὰ σημεῖα τμήματος βα. Ἀλλὰ τὸ μέρος γλβ παριστᾷ ἀσταθεῖς καταστάσεις. Διότι ἂς ὑποτεθῇ ὅτι πρὸς στιγμὴν ὑφίσταται ἰσορροπία ἐξωτερικῆς πιέσεως καὶ πιέσεως τοῦ ἀερίου, τοῦ ὁποίου ἡ κατάστασις παριστᾶται ἀπὸ τὸ σημεῖον λ. Ἂν ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις κατά τι αὐξηθῇ, ἐπέρχεται ἐκ τούτου ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου· ἀλλ' ἅμα ἐλαττωθῇ ὁ ὄγκος ἐλαττώνεται καὶ ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου, ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις ὑπερνικᾷ αὐτὴν εὐκολώτερον καὶ οὕτω θὰ μεταβληθῇ ἡ κατάστασις τοῦ ἀερίου μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸν ἀνερχόμενον κλάδον βα τῆς εὐσταθοῦς ἰσορροπίας περὶ τὸ σημεῖον κ. Ἂν πάλιν ἡ πίεσις περὶ τὸ λ κατά τι ἐλαττωθῇ, ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται, ἡ πίεσίς του αὐξάνεται ἐπίσης καὶ ὑπερνικᾷ τὴν ἐξωτερικὴν ἀντίστασιν καὶ οὕτω θὰ ἐξακολουθήσῃ ἡ μεταβολὴ μέχρις ὅτου φθάσῃ τὸ ἀέριον εἰς τὰς εὐσταθεῖς καταστάσεις τοῦ κλάδου γδ περὶ τὸ σημεῖον μ.



Σχ. 360.

Ἂν λοιπὸν φέρωμεν εἰς τὸ διάγραμμα τῶν ἰσοθέρμων (σχ. 359) τὴν στικτὴν καμπύλην, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τῶν μεγίστων καὶ ἐλαχίστων τῶν ἰσοθέρμων $\tau < 1$ καὶ διὰ τοῦ Κ, τὰ μὲν ἄνω αὐτῆς σημεῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς εὐσταθεῖς καταστάσεις τοῦ σώματος, τὰ δὲ κάτω αὐτῆς εἰς ἀσταθεῖς.

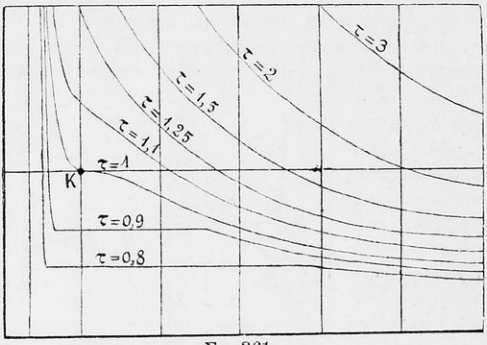
Ὁ Maxwell ἀντικατέστησε τὸ ἀσταθὲς μέρος τῆς ἰσοθέρμου δι' εὐθείας κλμ παραλλήλου πρὸς τὸν ἄξονα τῶν ω, τοιαύτης, ὥστε τὰ ἐμβαδὰ κλβκ καὶ λγμλ νὰ εἶναι ἴσα, σκεφθεὶς ὡς ἑξῆς: Ὑποθέσωμεν ὅτι μεταβάλλομεν τὴν κατάστασιν τοῦ ἀερίου ἀντιστρεπτῶς, οὕτως ὥστε νὰ διατρέξῃ τὸν κύκλον κλμγλβκ. Κατὰ τὴν μεταβολὴν ταύτην, τὸ μὲν ἐμβαδὸν λμγλ εἶναι ἀρνητικὸν τὸ δὲ λβκλ θετικόν, καὶ ἐπειδὴ εἶναι ἴσα, τὸ ἄθροισμα αὐτῶν εἶναι μηδέν. Τὸ ὅλον ἔργον λοιπὸν κατὰ τὸν κύκλον τοῦτον εἶναι μηδέν, τὸ ἔργον τῆς μεταβολῆς κλμ εἶναι ἴσον καὶ ἀντίθετον πρὸς τὸ ἔργον τῆς μεταβολῆς μγλβκ ἴσον ἑπομένως πρὸς τὸ ἔργον τῆς μεταβολῆς κβλγμ. Εἴτε λοιπὸν μεταφέρωμεν τὸ σῶμα ἐκ τῆς καταστάσεως κ εἰς τὴν μ διὰ τῆς εὐθείας κλμ εἴτε διὰ τῆς καμπύλης κβλγμ, τὸ ἔργον εἶναι τὸ αὐτό. Διὰ τοῦτο ἡ εὐθεῖα κλμ εἶναι δυνατὸν νὰ ἀντικαταστήσῃ εἰς τὴν ἰσόθερμον τὸ τμῆμα κβλγμ.

Ὁ συλλογισμὸς οὗτος κατὰ τοῦτο δὲν εἶναι ἀνεπίληπτος, ὅτι προϋποθέτει *ἀντιστρεπτὴν* μεταβολὴν διὰ σειρᾶς *ἀσταθῶν* καταστάσεων.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ἡ νέα λοιπὸν ἰσόθερμος εἶναι ἡ α κ λ μ δ, τῆς ὁποίας ἡ ὁμοιότης πρὸς τὴν ἰσόθερμον 21.°5 τοῦ CO_2 (σχ. 342 σελ. 492) εἶναι καταφανής.

Τὸ τμῆμα δ μ ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀκόρεστον ἀτμόν, τὸ μ λ κ εἰς τὰ διάφορα στάδια τῆς ὑγροποιήσεως καὶ τὸ κ α εἰς τὸ ὑγρόν. Τὸ *εὐσταθὲς* τμῆμα μ γ ἀντιστοιχεῖ εἰς ὑπέρκορον ἀτμόν, τὸ δὲ εὐσταθὲς ἐπίσης τμῆμα κ β εἰς ὑγρόν, τοῦ ὁποίου δὲν ἤρχισεν ἡ ἐξάτμισις μολονότι ἡ πίεσις ἔγινε μικροτέρα τῆς εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῆς ἰσοθέρμου ἀντιστοιχούσης τάσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν.



Σχ. 361.

Ἂν φέρωμεν τὰς οὕτω τροποποιηθείσας ἰσοθέρμους εἰς τὸ ἐπίπεδον ω, π, λαμβάνομεν τὰ διαγράμματα 361, 362, τῶν ὁποίων ἡ πλήρης ἀναλογία πρὸς τὰ πειραματικὰ διαγράμματα τοῦ CO_2 (σχ. 342) εἶναι καταφανής.

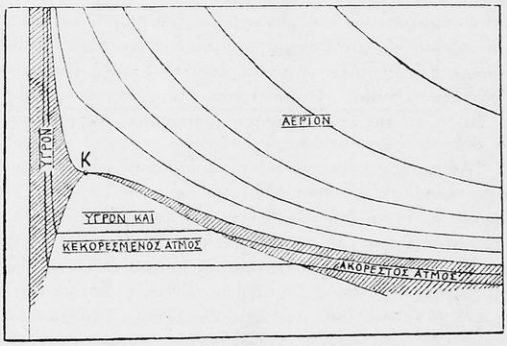
Ἡ κρίσιμος καμπύλη ἔχει θερμοκρασίαν τ=1 τὸ δὲ σημεῖον Κ, τὸ σημεῖον καμπῆς, ἀντιστοιχεῖ εἰς ω = 1, π = 1. Εἶναι λοιπὸν πράγματι αἱ τιμαὶ ω=1, π=1, τ=1 ἢ

$$v = \Omega = 3\beta$$

$$p = \Pi = \frac{1}{27}\frac{\alpha}{\beta^2},$$

$$T = \Theta = \frac{8}{27}\frac{\alpha}{\beta R}$$

αἱ κρίσιμοι.



Σχ. 362.

Ἡ ἐξίσωσις τοῦ Van der Waals, μολονότι δὲν ἀποδίδει μὲ ἀπόλυτον ἀκρίβειαν τὰ ἀποτελέσματα τῶν πειραματικῶν ἐρευνῶν, εἶναι διὰ τοῦτο σπουδαιοτάτη, διότι ὁρμωμένη ἀπὸ ἁπλουστάτας σχετικῶς προϋποθέσεις καὶ μὲ τὴν βοήθειαν δύο μόνον δι' ἕκαστον σῶμα χαρακτηριστικῶν σταθερῶν, κατωρθώνει νὰ περιλαμβάνῃ εἰς ἕνα ἑνιαῖον μαθηματικὸν τύπον τὴν ἀερίαν καὶ τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καί, μὲ ποιάν τινα αὐθαιρεσίαν, καὶ τὴν μετάβασιν ἀπὸ τῆς ἀερίας καταστάσεως εἰς τὴν ὑγράν.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ Ι.

Ἐπιτάχυνσις τῆς γηΐνης βαρύτητος g εἰς διάφορα πλάτη φ.

$g = 978.10 + 5{,}03\ \eta\mu^2\ \varphi$ CGS.

φ	g	φ	g
0°	978,10	50°	981,05
10°	978,25	60°	981,87
20°	978,69	70°	982,54
30	979,36	80°	982,98
40	980,18	90°	983,13
45°	**980,61**		

ΠΙΝΑΞ ΙΙ.

Βαρομετρικὴ πίεσις εἰς διάφορα ὕψη.

Θερμοκρασία 10°. Ὕψος εἰς μέτρα. Πίεσις εἰς mm Hg.

Ὕψος	Πίεσις	$p : p_0$	Ὕψος	Πίεσις	$p : p_0$
0	760	1,000	1 000	674	0,887
100	751	0,988	1 200	658	0,866
200	742	0,976	1 400	642	0,845
300	733	0,964	1 600	627	0,825
400	724	0,953	1 800	612	0,805
500	716	0,942	2 000	598	0,787
600	707	0,931	2 500	563	0,741
700	699	0,920	3 000	529	0,696
800	690	0,908	4 000	470	0,618
900	682	0,897	5 000	418	0,550

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ ΙΙΙ.

Φυσικαὶ σταθεραὶ στερεῶν σωμάτων.

	Πυκνότης D	Μέτρον Young E(kg*/mm²)	Λόγος τοῦ Poisson μ	Μέτρον στερεότητος F(kg*/mm²)	Ὅριον διαρρήξεως (kg*/mm²)	Γραμμικὸς συντελ. διαστολῆς (18°)
Ἀργίλιον	2,7	6500	0,36	2400	29	0,0000222
Ἄργυρος	10,5	7300	0,38	2600		0,0000186
Γρανίτης	2,7	2400				
Ἔβονίτης	1,2		0,39	850		0,000077
Ἐλεφαντόδους	1,9					
Ἐλαστικὸν Κόμμι		0,8	0,47			
Θεῖον	2					0,000051
Κασσίτερος	7,3	4500		1600	2	0,000027
Κηρὸς	0,96					
Λευκόχρυσος	21,4	17000	0,21	6600	30	0,000008
Μάρμαρον	2,7	3000		1900-3000		
Μόλυβδος	11,3	1700	0,42	550-800	2	0,000029
Νεάργυρος	8,5	12000		3400-4300		
Νικέλιον	8,8	20000	0,33	7800-9500		0,0000125
Ξύλον Ἔβενος	1,2	500-1250			1,5-5	
Ξύλον Δρῦς	0,7	500-1250			1,5-5	
Ξύλον Ἐλάτη	0,5	500-1250			1,5-5	
Ὀρειχάλκος	8,1-8,6	9000		2600-3900	60	
Πάγος εἰς 0°	0,9167	300				0,000051
Παραφφίνη	0,88					0,000239
Πηκτὴ (Ζελατίνα)		0,01-0,05	0,50			
Σίδηρος σφυρήλατος	7,8					
Σίδηρος χυτοσίδηρος	7,1-7,7		0,28	7300-8500	25-60	0,000015
Σίδηρος σύρμα	7,7	19000				
Σίδηρος χάλυψ	7,8	21000			70	
Ὕαλος	2,4-5,9	4700-8200	0,21-0,26	2000-3000		0,000004
Φελλὸς	0,2					0,000011
Χαλαζίας τετηγμένος	2,65			1500-2800		0,00000038
Χαλκὸς	8,5-8,9	12000	0,34	3600-4800	40	0,000016
Χρυσὸς	19,2	8000		2500-3900	25	0,000014
Ψευδάργυρος	7,1	9000	0,27	3800	13	0,0000297

ΠΙΝΑΞ ΙV

Πυκνότης D καὶ συντελεστὴς διαστολῆς γα ὑγρῶν εἰς 18°.

	D	γα		D	γα
Αἰθὴρ	0,717	0,001617	Ἔλαιον Ἐλαιῶν	0,91	0,000798
Οἰνόπνευμα	0,7911	0,001101	Πετρέλαιον	0,8	0,00099
Βενζόλη	0,881	0,001176	Φενόλη	1,08	0,000834
Γλυκερίνη	1,24	0,000485	Ὑδράργυρος 18°	13,552	0,0001817
Μεθυλικὴ ἀλκόλη	0,80	0,001186	Ὑδράργυρος 0°	13,596	

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ V.

Πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς διαφόρους θερμοκρασίας.

ϑ	D	ϑ	D
0°	0,99987	16°	0,99897
2°	0,99997	18°	0,99862
4°	1,00000	20°	0,99823
6°	0,99997	22°	0,99780
8°	0,99988	24°	0,99732
10°	0,99973	26°	0,99681
12°	0,99952	28°	0,99626
14°	0,99927	30°	0,99567

ΠΙΝΑΞ VI.

Τάσις τῶν ἀτμῶν τοῦ ὕδατος.

Θερμοκρασία ϑ εἰς βαθμοὺς κελσίου Πίεσις p εἰς mm Hg.

ϑ	p (mm Hg)		ϑ	p	
	Πάγος	Ὕδωρ		mm Hg	Ἀτμ.
−50°	0,03		100	760,0	1,00
−40	0,10		110	1 074,5	1,41
−30	0,29		120	1 488,9	1,96
−20	0,79	0,96	130	2 025,6	2,67
−10	1,97	2,16	140	2 709,5	3,57
0		4,58	150	3 568,7	4,70
+10		9,21	160	4 633	6,10
20		17,51	170	5 937	7,81
30		31,11	180	7 514	9,89
40		55,13	190	9 464	12,37
50		92,30	200	11 647	15,33
60		149,19	210	14 260	18,76
70		233,53	220	17 380	22,87
80		355,1	230	20 780	27,34
90		525,8	240	25 170	33,12
100		760,0	250	29 950	39,41

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ VIα.

Θερμοκρασία ζέσεως τοῦ ὕδατος ὑπὸ διαφόρους πιέσεις.

Πίεσις εἰς p εἰς mm Hg. Θερμοκρασία ϑ εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

p	ϑ	p	ϑ
700	97,714	740	99,255
705	97,910	745	99,443
710	98,106	750	99,630
715	98,300	755	99,815
720	98,493	**760**	**100,000**
725	98,686	765	100,184
730	98,877	770	100,366
735	99,067	775	100,548

ΠΙΝΑΞ VII

Εἰδικὴ θερμότης περὶ τοὺς 18°.

Στερεά.

Ἀργίλλιον	0,21	Λευκόχρυσος	0,032	Σίδηρος	0,11
Ἄργυρος	0,057	Μάρμαρον	0,21	Ὕαλος	0,2
Ἐβονίτης	0,40	Μόλυβδος	0,031	Φελλὸς	0,49
Θεῖον	0,18	Νικέλιον	0,11	Χαλκὸς	0,095
Κασσίτερος	0,054	Ὀρείχαλκος	0,089	Χρυσὸς	0,032
Κηρὸς	0,50	Πορσελάνη	0,26	Ψευδάργυρος	0,094

Ὑγρά.

Αἰθὴρ	0,54	Ἔλαιον Ἐλαιῶν	0,31	Πετρέλαιον	0,5
Βενζόλη	0,40	Μεθυλ. Ἀλκόλη	0,59	Ὑδράργυρος	0,33
Γλυκερίνη	0,55	Οἰνόπνευμα	0,58	Ὕδωρ	1,0

Ἀέρια.

	c_p	c_p / c_v
Ἀτμὸς Hg	0,0246	1,666
H_2	3,4	1,41
N_2	0,24	1,41
O_2	0,22	1,41
Ἀτμ. ἀὴρ	0,24	1,41
CO	0,24	1,41
CO_2	0,20	1,3
Ὑδρατμὸς (H_2O) (100°—125°)	0,38	1,28

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ VIII

Μεταβολαὶ καταστάσεως ($p = 760$ mm Hg).

	Σημεῖον Τήξεως	Θερμότης Τήξεως	Σημεῖον Ζέσεως	Θερμότης Ἐξαερώσεως
Αἰθὴρ	—117,6	27,4	34,6	93,50
Ἄζωτον	—210,5		—195,7	47,6
Ἀμμωνία	— 75,5	108	— 37	321
Ἄνθραξ	>3500			
Ἀνθρακος μονοξείδιον	— 207		— 190	
» διοξείδιον	— 57		— 79,1	
Ἄργυρος	962	25	1955	
Ἀτμοσφ. ἀὴρ			— 192	51
Βενζόλη	5,43	30,4	80	94,4
Βολφράμιον	2974			
Γλυκερίνη	— 20	42,5	291	
Ἥλιον	— 272		— 267	
Ἰρίδιον	1950			
Ἰώδιον	112,5	11,7	184,35	23,9
Κασσίτερος	231,5	14,6	2270	
Λευκόχρυσος	1750			
Μόλυβδος	326,9	5,37	1525	
Οἰνόπνευμα	— 130		78,3	201,47
Ὀξυγόνον	< — 233		— 181,4	55,5
Ὄσμιον	2700			
Σίδηρος { Χυτοσίδ.	1050—1200			
Σίδηρος { Χάλυψ	1300—1400			
Ὕαλος	800—1400			
Ὑδράργυρος	—39	2,77	357	
Ὑδρογόνον	—259		— 252,8	123
Ὕδωρ	0	79,7	100	536,7
Χαλκὸς	1082,6	41,6	2310	
Χλώριον	— 102		— 37,6	62
Χρυσὸς	1065			
Ψευδάργυρος	418,2		918	

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ ΙΧ.

Κρίσιμοι σταθεραί.

Θερμοκρασία Θ εἰς βαθμοὺς Κελσίου. Πίεσις Π εἰς ἀτμοσφαίρας.

	Θ	Π		Θ	Π
H_2	−241	19,4	Ἀήρ	−140	39
O_2	−118,8	50,8	C_2H_2	+ 35,5	61,6
N_2	−145,1	33,6	CO	−139,5	35,5
Cl_2	+146	93,5	CO_2	+ 31,35	72,9
He	−268	2,75	H_2O	+365	200,5
A	−122,44	48	H_2S	+100	92
Kr	− 62,5	54,26	NH_3	+132,3	109,6
X	+ 14,7	57,2	SO_2	+157,2	78

ΠΙΝΑΞ Χ.

Θερμικὴ Ἀγωγιμότης

Ἀργίλλιον	0,48	Μόλυβδος	0,08	Ὕαλος	0,002
Ἄργυρος	1,0	Νικέλιον	0,14	Φελλὸς	0,00013
Ἐβονίτης	0,0004	Ξύλον	0,0025	Χαλκὸς	0,86—1,0
Θεῖον	0,0007		0,0040	Χάρτης	0,0003
Κασσίτερος	0,15	Ὀρείχαλκος	0,29	Χιὼν	0,0005
Λευκόχρυσος	0,17	Πάγος	0,005	Χρυσὸς	0,7
Μάρμαρον	0,007	Σίδηρος	0,15	Ψευδάργυρος	0,26

Γλυκερίνη	0,00065	Οἰνόπνευμα	0,0005	Ὑδράργυρος	0,02
Ἔλαιον Ἐλαιῶν	0,00035	Πετρέλαιον	0,00035	Ὕδωρ	0,0013

H	0,00038	O	0,000052	Ἀήρ	0,000055
N	0,000056	CO_2	0,00003	Ὑδρατμὸς	0,0044

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΠΙΝΑΞ XI.

Διαστάσεις καὶ μονάδες μηχανικῶν ποσῶν.

	Διαστάσεις			Μονάς CGS		Μονάς πρακτική
	L	M	T			
Γωνια	0	0	0	ἀκτίνιον, radiant = 57°,2958		1°=0,017453 rad
Δύναμις	1	1	-2	1	dyne	1 gr* = 981 dyne 1 kg* = 981000 dyne
Ἐπιτάχυνσις	1	0	-2	1	cm/sec²	
Ἐπιτάχυνσις γωνιακὴ	0	0	-2	1	rad/sec²	
Ἐπιφάνεια	2	0	0	1	cm²	
Ἔργον - Ἐνέργεια	2	1	-2	1	erg	1 kg*m, 1 kwh, (1)
Ἰσχυς - ἀπόδοσις	2	1	-3	1	erg/sec	1 HP, 1 kw. (2)
Μᾶζα	0	1	0	1	gr	1 kg = 1000 gr.
Μέτρον ἐλαστικότητος Μέτρον στρέψεως	-1	1	-2	1	dyne/cm²	1 kg*/mm² = 9,81.10⁷ CGS
Μῆκος	1	0	0	1	cm	1 Bar = 10⁶ CGS 1 Millibar = 10³ CGS
Ὄγκος	3	0	0	1	cm³	1 kg*/cm² = 9,81.10⁵ CGS
Πίεσις	-1	1	-2	1	dyne/cm²	1 ἀτμόσφ. = 1,333 kg*/cm² =
Πυκνότης	-3	1	0	1	gr/cm³	= 1 013 700 CGS
Ροπὴ ἀδρανείας	2	1	0	1	gr./cm²	
Ροπὴ ζεύγους	2	1	-2	1	dyne . cm	
Σταθερὰ ἐσωτ. τριβῆς	-1	1	-1			
Σταθερὰ τριχοειδοῦς	2	0	0			
Τάσις ἐπιφανείας	0	1	-2			
Ταχύτης	1	0	-1	1	cm/sec	
Ταχύτης γωνιακὴ	0	0	-1	1	rad/sec	
Χρόνος	0	0	1	1	sec	

(1) 1 kg*m = 9,81 . 10⁷ erg = 2,725 . 10⁻⁶ kwh
1 Joule = 10⁷ erg
1 kwh = 3,6 . 10¹³ erg = 3,6 . 10⁶ Joule = 3,67 . 10⁵ kg*m

(2) 1 Watt = 10⁷ erg/sec
1 kw = 10¹⁰ CGS = 1,36 HP
1 HP = 75 $\frac{\text{kg*m}}{\text{sec}}$ = 7,36 . 10⁹ GGS = 0,736 kw.

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

ΔΙΟΡΘΩΣΙΣ ΠΑΡΟΡΑΜΑΤΩΝ

Σελ.	στ.		ἀντὶ	γράφε
12	2	κάτωθεν	m μ	μ μ
108	12	»	$X_f = \nu X_f$	$X_F = \nu X_f$
155	13	ἄνωθεν	***ἔκθεσις***	***εὕρεσις***
195	4	»	gr^*	gr^*
			mc^2	cm^2
»	10	»	13,338 CSG	13338 CGS
»	12	»	$1{,}0137 . 10^6$	$1{,}01337 . 10^6$
204	14	»	kg^*	kg^*
			cm^*	cm^2
279	20	»	p =	d =
288	5	κάτωθεν	ἕλξις	ἕλιξ
292	1	ἄνωθεν	(2, 3)	(4, 5)
312		τελευταῖος	§ 398	§ 399
385	2	κάτωθεν	κατὰ τὸ τὶ	κατὰ τὶ
389	2	»	συμφωνοῦν	συμφωνοῦντα
390	3	»	πρβλ. § 411	πρβλ. § 418
396	4	»	F — 32	Γ — 32
398	14	ἄνωθεν	ἀπωλύτως	ἀκωλύτως
415	23	»	ἴσος	ἴση
426	19	»	(§ 438 κ. ἑ.)	(§ 444 κ. ἑ.)
449	8	»	ὅσον	τόσον
456	4	»	$Q_2 -_1$	$Q_2 - Q_1$
»	5	»	$Q_1 - Q_2' > o$	$Q_1 - Q'_1 > o$
»	13	»	τῆς τοῦ κύκλου	τοῦ τοῦ κύκλου
467	8	κάτωθεν	***Σημεῖον τήξεως***	***Σημεῖον Πήξεως***
490	18	ἄνωθεν	272+Θ	273+Θ

Ψηφιοποίηση: Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

Ψηφιοποιήθηκε από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής

