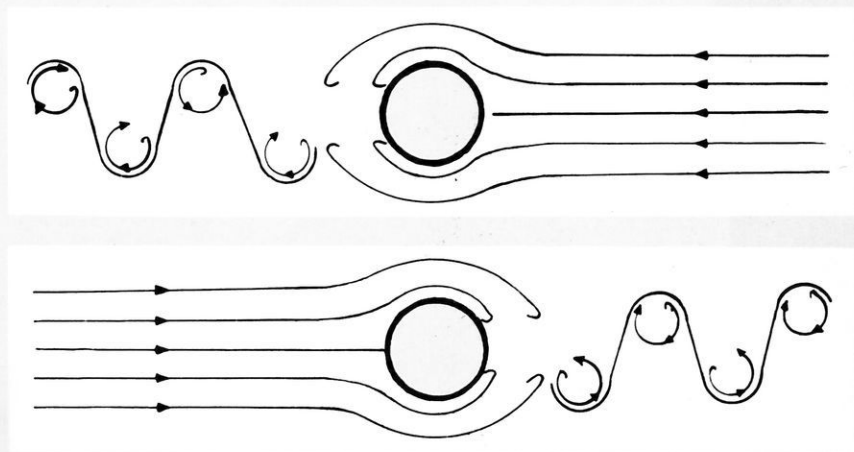


ΑΛΚΙΝΟΟΥ Ε. ΜΑΖΗ

ΦΥΣΙΚΗ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ

Δ' και ΣΤ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΕΚΔΟΣΕΩΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΩΝ ΒΙΒΛΙΩΝ
ΑΘΗΝΑΙ 1974

19523

ΦΥΣΙΚΗ
ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ

ΔΩΡΕΑΝ

Τό παρόν βιβλίον δέον νά διαφυλαχθῆ καί διὰ τήν
ΣΤ τάξιν εἰς τήν ὁποίαν ἐπίσης θά χρησιμοποιηθῆ.

ΠΙΝΑΞ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

1. Θέμα τῆς Φυσικῆς.— 2. Μέθοδος τῆς Φυσικῆς Σελίς
11 - 13

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

3. Αἱ μετρήσεις εἰς τὴν Φυσικὴν.— 4. Μονὰς μήκους.— 5. Μονάδες ἐπιφανείας καὶ ὄγκου.— 6. Μέτρησις τῶν γωνιῶν.— 7. Μονὰς χρόνου.— 8. Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἐκφράσεως καὶ τῆς γραφῆς τῶν μονάδων. 13 - 16

Η ΥΛΗ

9. Καταστάσεις τῆς ὕλης.— 10. Διαιρετότης τῆς ὕλης.— 11. Μᾶζα καὶ βάρος τῶν σωμάτων.— 12. Μονάδες μάζης.— 13. Μονάδες βάρους.— 14. Μέτρησις τῶν μαζῶν.— 15. Εἰδικὸν βάρος καὶ πυκνότης.— 16. Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. 16 - 22

ΕΙΔΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

17. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά μεγέθη.— 18. Γραφικὴ παράστασις ἀνυσματικοῦ μεγέθους.— 19. Πρόσθεσις ἀνυσματικῶν μεγεθῶν ... 22 - 24

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Ὅρισμός καὶ μέτρησις τῆς δυνάμεως

20. Θέμα τῆς Μηχανικῆς.— 21. Ὅρισμός τῆς δυνάμεως.— 22. Ὑλικά σημεῖα καὶ ὕλικά σώματα.— 23. Ἴσορροπία δύο δυνάμεων.— 24. Στατικὴ μέτρησις τῶν δυνάμεων.— 25. Δυναμόμετρα 25 - 29

Σύνθεσις δυνάμεων

I. Δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου

26. Ὅρισμός.— 27. Σύνθεσις δύο δυνάμεων.— 28. Ἐντασις καὶ διεύθυνσις τῆς συνισταμένης.— 29. Μερικὴ περίπτωσις.— 30. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας.— 31. Σύνθεσις ὁσωνδήποτε δυνάμεων.— 32. Ἴσορροπία ὕλικου σημείου 29 - 34

II. Δυνάμεις ἐφηρμοσμέναι εἰς διάφορα σημεῖα στερεοῦ σώματος

33. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.—34. Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα.—35. Θεώρημα τῶν ροπῶν.—36. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς.—37. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς.—38. Σύνθεσις δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς.—39. Ζευγὸς δυνάμεων.—40. Σύνθεσις δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως 36 - 45

Κέντρον βάρους. Ἴσορροπία στερεοῦ σώματος

41. Κέντρον βάρους σώματος.—42. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους.—43. Προσδιορισμὸς τοῦ κέντρου βάρους.—44. Ἴσορροπία στερεοῦ σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου.—45. Εἶδη ἰσορροπίας.—46. Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περὶ ἄξονα.—47. Ζυγός.—48. Ἀκριβῆς ζυγίσις.—49. Πρακτικοὶ τύποι ζυγῶν 47 - 55

KINΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

Γενικαὶ ἔννοιαι

50. Σχετικὴ ἠρεμία καὶ κίνησις.—51. Τροχιὰ, διάστημα 57 - 58
- Εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις*
52. Ὅρισμός.—53. Ταχύτης τοῦ κινητοῦ.—54. Μονὰς ταχύτητος.—55. Νόμοι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῆς κινήσεως 58 - 60

Εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις

56. Ὅρισμός.—57. Ἐπιτάχυνσις.—58. Μονὰς ἐπιταχύνσεως.—59. Ὑπολογισμὸς τῆς ταχύτητος.—60. Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος.—61. Νόμοι τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.—62. Διάρκεια τῆς κινήσεως καὶ ὀλικὸν διάστημα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν. 60 - 65

Πτώσις τῶν σωμάτων

63. Ἐρευνα τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.—64. Πτώσις τῶν σωμάτων εἰς τὸ κενόν.—65. Προσδιορισμὸς τοῦ εἴδους τῆς κινήσεως.—66. Ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.—67. Νόμοι τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων 65 - 69

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

Αἱ ἀρχαὶ τῆς δυναμικῆς

68. Κίνησις καὶ δύναμις.—69. Ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας.—70. Ἀδράνεια τῆς ὕλης.—71. Σχέσις μεταξύ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος.—72. Σχέσις μεταξύ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—73. Σχέσις μεταξύ τῆς μάζης τοῦ σώματος καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—74. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς.—Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς κινήσεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως

- τῆς ἀφθαρσίας τῆς μάξης.—76. Μονάς τῆς δυνάμεως.—77. Σχέσις μετα-
ξὺ γραμμαρίου βάρους (gr*) καὶ δύνης.—78. Ἐφαρμογή τῆς θεμελιώ-
δους ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$ εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων.—79. Συνέπειαι
τῆς σχέσεως $B = m \cdot g$.—80. Ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως... 71 - 77

Τριβή

81. Τριβὴ ὀλισθήσεως.—82. Νόμος τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.—
83. Τριβὴ κυλίσεως 78 - 81

Ἔργον καὶ ἐνέργεια

84. Ἔργον σταθερᾶς δυνάμεως.—85. Μονάδες ἔργου.—86. Γενικὴ
περίπτωσησις παραγωγῆς ἔργου.—87. Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ τῆς τριβῆς.
88. Ὅρισμός τῆς ἰσχύος.—89. Μονάδες ἰσχύος.—90. Μεγάλαι πρακτικαὶ
μονάδες ἔργου.—91. Ἐνέργεια καὶ μορφαὶ αὐτῆς.—92. Μέτρησις τῆς
δυναμικῆς ἐνεργείας.—93. Μέτρησις τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.—94. Με-
τατροπαὶ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.—95. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς
ἐνεργείας.—96. Μεταβολὴ τῆς μάξης μετὰ τῆς ταχύτητος.—97. Ἀρχὴ
ἰσοδυναμίας μάξης καὶ ἐνεργείας 82 - 94

Ἀπλάι μηχαναὶ

98. Ὅρισμός.—99. Μοχλός.—100. Ἐφαρμογὴ τῆς διατηρήσεως τῆς
ἐνεργείας εἰς τὰς ἀπλάς μηχανάς.—101. Βαροῦλλον.—102. Τροχαλία.—
103. Πολύσπαστον.—104. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.—105. Κοχλίας.—
106. Ἀπόδοσις μηχανῆς..... 96 - 104

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

107. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.—108. Σύνθεσις δύο
εὐθυγράμμων κινήσεων.—109. Κίνησις τῶν βλημάτων 106 - 111

ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΙΣ

110. Ὡθησις δυνάμεως καὶ ὄρμη.—111. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως
τῆς ὄρμης.—112. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὄρμης.—
113. Κρούσις 112 - 117

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

114. Ὅρισμοί.—115. Ταχύτης εἰς τὴν ὀμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν.—
116. Κεντρομόλος δύναμις.—117. Ὑπολογισμός τῆς κεντρομόλου ἐπιτα-
χύνσεως.—118. Φυγόνκεντρος δύναμις.—119. Πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς
κεντρομόλου δυνάμεως.—120. Περιτροφικὴ κίνησις στερεοῦ σώματος. 118 - 127

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ - ΕΚΚΡΕΜΕΣ

121. Ἀρμονικὴ ταλάντωσις.—122. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές.—123. Νόμοι
τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς.—124. Ἐφαρμογαὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς.—125. Φυσικὸν
ἐκκρεμές 128 - 135

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΕΙΣ - ΒΑΡΥΤΗΣ

126. Νόμος τοῦ Νεύτωνος.—127. Τὸ βάρος τῶν σωμάτων.—
127α. Πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς 136 - 138

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

128. Σύστημα μονάδων.—129. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων.
129α. Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων 139 - 143

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Γενικαὶ ἔννοιαι

130. Ὅρισμός τῆς πίεσεως.—131. Τὰ ρευστὰ σώματα 144 - 145

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

Ὑδροστατικὴ πίεσις

132. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν.—133. Πίεσις ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ.—134. Μέτρησις τῆς πίεσεως διὰ τοῦ ὕψους στήλης ὑδραργύρου.—135. Θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς.—136. Μετάδοσις τῶν πιέσεων.—137. Ἴσορροπία μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.—138. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.—139. Ἐφαρμογαὶ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.—140. Δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένου τοῦ δοχείου.—141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικῷ τοιχώματι.—142. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων.—143. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους.—144. Ἴσορροπία σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ 145 - 161

Μέτρησις τῆς πυκνότητος

145. Πυκνότης τοῦ ὕδατος.—146. Μέτρησις τῆς πυκνότητος.—
147. Μέτρησις τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—148. Μέθοδοι μετρήσεως τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—149. Ἀραιόμετρα 161 - 165

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις

150. Χαρακτηριστικὰ τῶν ἀερίων.—151. Βάρος τῶν ἀερίων.—
152. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις.—153. Μέτρησις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως.—154. Βαρόμετρα.—155. Χρήσις τῶν βαρομέτρων 168 - 173

Νόμος Boyle Mariotte

156. Νόμος Boyle - Mariotte.—157. Ἴσχύς τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.—158. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος ἀερίου.—159. Σχετικὴ πυκνότης ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.—160. Μανόμετρα 173 - 178

Ἀιτλίαι ἀερίων καὶ ὑγρῶν

161. Ἀεραντλία.—162. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων.—163. Ὑδραντλία.—164. Σίφων.—165. Σιφώνιον 178 - 182

'Η ἀτμόσφαιρα τῆς Γῆς.

166. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους.—
 167. Μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς πίεσεως.—168. Ἐφαρμογή τῆς ἀρχῆς
 τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὰ ἀέρια.—169. Ἀερόστατα.—170. Ἀερόπλοια. 182 - 185

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

171. Μοριακαὶ δυνάμεις.—172. Ἐλαστικότης.—173. Ἐπιφανειακῆ
 τάσις.—174. Τριχοειδῆ φαινόμενα.—175. Διαλύματα.—176. Κινητικὴ
 θεωρία.—177. Συμπεράσματα τῆς κινητικῆς θεωρίας 188 - 193

ΑΝΤΙΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ

178. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.—179. Πτώσις τῶν σωμά-
 των ἐντὸς τοῦ ἀέρος.—180. Ἀεροπλάνον.—181. Σύστημα προωθήσεως
 τοῦ ἀεροπλάνου. 194 - 199

ΚΥΜΑΝΣΕΙΣ

182. Ἐγκάρσια κύματα.—183. Μῆκος κύματος.—184. Διαμήκη
 κύματα.—185. Συμβολὴ κυμάνσεων.—186. Στάσιμα κύματα.— 187.
 Διάδοσις κυμάνσεων εἰς τὸν χῶρον.—188. Συντονισμός.—189. Σύζευ-
 ξις 200 - 210

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ**Α Κ Ο Υ Σ Τ Ι Κ Η****ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ**

190. Παραγωγή τοῦ ἤχου. 191. Διάδοσις τοῦ ἤχου.— 192. Ἥχη-
 τικά κύματα.— 193. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν ἤχητικῶν κυμάτων.—
 194. Εἶδη ἤχων.—195. Ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου.—196. Ὑπερηχη-
 τικαὶ ταχύτητες.—197. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου 211 - 218

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΗΧΩΝ

198. Χαρακτηριστικὰ τῶν μουσικῶν ἤχων.—199. Ἐντασις τοῦ
 ἤχου.—200. Ὑψος τοῦ ἤχου.—201. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἤχων.—
 202. Ἀρμονικοὶ ἤχοι.—203. Χροὰ τῶν ἤχων.—204. Μουσικὴ κλίμαξ. 219 - 224

ΠΗΓΑΙ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

205. Χορδαί.—206. Συντονισμός.—207. Ἥχητικοὶ σωλῆνες.—
 208. Φωνογραφία 225 - 232

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ**Θ Ε Ρ Μ Ο Τ Η Σ****ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ**

209. Θερμότης.—210. Θερμοκρασία.—211. Διαστολὴ τῶν σωμά-
 των.—212. Μέτρησις θερμοκρασιῶν.—213. Ὑδραργυρικὸν θερμόμε-
 τρον.—214. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου.—215. Θερμόμετρα με-
 ὑγρόν.—216. Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου 234 - 239

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

217. Διαστολή τῶν στερεῶν.—218. Γραμμικὴ διαστολή.—
 218α. Ἐφαρμογαὶ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.—219. Κυβικὴ διαστολή.—
 220. Διαστολή τῶν ὑγρῶν.—221. Διαστολή τοῦ ὕδατος.—222. Μεταβολὴ
 τῶν ἀερίων.—223. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.—224. Πυκνότης
 ἀερίου.—225. Ἀπόλυτον μηδὲν καὶ ἀπόλυτος κλιμαξ θερμοκρασιῶν 239 - 248

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

226. Μονὰς ποσότητος θερμότητος.—227. Εἰδικὴ θερμότης καὶ
 θερμοχωρητικότης.—228. Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν
 καὶ ὑγρῶν.—229. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων.—230. Πηγαὶ θερμότητος
 250 - 255

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

231. Αἱ μεταβολαὶ καταστάσεως.—232. Τήξις.—233. Νόμοι τῆ-
 ξεως.—234. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν.—235. Θερμότης
 τήξεως.—236. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.—237. Ἐπίδρασις τῆς πιέ-
 σεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως.—238. Ὑστέρησις πήξεως.—
 239. Θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων.—240. Ψυκτικὰ μίγματα.—
 241. Ἐξαέρωσις.—242. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.—243. Ἐξάτμισις.—
 244. Βρασμός.—245. Ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως ἐπὶ τῆς θερ-
 μοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος.—246. Θερμότης εξαέρωσεως.—
 247. Ψύχος παραγόμενον κατὰ τὴν ἐξάτμισιν.—248. Ἐξάχνωσις.—
 249. Ἀπόσταξις.—250. Ὑδροποιήσις τῶν ἀερίων.—251. Μέθοδοι
 παραγωγῆς ψύχους.—252. Ἀπόλυτος καὶ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος 256 - 272

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

253. Θερμότης καὶ μηχανικὴ ἐνέργεια.—254. Ἴσοδυναμία θερμότητος
 καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας.—255. Φύσις τῆς θερμότητος 275 - 278

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

256. Θερμικαὶ μηχαναί.—257. Ἀτμομηχαναί.—258. Θερμικαὶ
 μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως.—259. Βενζινοκινητῆρες.—260. Κινη-
 τῆρες Diesel.—261. Ἀεριοστρόβιλοι.—262. Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις
 θερμικῆς μηχανῆς.—262. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.—
 264. Ἡ θερμότης κατωτέρα μορφή ἐνεργείας.—265. Ἀρχὴ τῆς ὑπο-
 βαθμίσεως τῆς ἐνεργείας 279 - 290

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

266. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς.—267. Διάδοσις τῆς θερ-
 μότητος διὰ ρευμάτων.—268. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας 292 - 295

ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

269. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως.—270. Ἡ ἑλληνικὴ
 ἐπιστήμη καὶ τεχνική.—271. Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστήμης 296 - 301

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΘΕΜΑ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

1. **Θέμα τῆς Φυσικῆς.** — Διὰ τῶν αἰσθήσεων διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ὑπάρχουν **ὕλικά σώματα**, τὰ ὁποῖα ἔχουν διαστάσεις. Ἐπίσης διαπιστώνομεν ὅτι εἰς τὴν Φύσιν συμβαίνουν διάφοροι μεταβολαί, τὰς ὁποίας καλοῦμεν **φαινόμενα** (π.χ. πτώσις τῶν σωμάτων, ἐξάτμισις ὑγρῶν κ.ἄ.). Ἡ ἔρευνα τοῦ ὕλικοῦ κόσμου εἶναι θέμα τῶν **Φυσικῶν Ἐπιστημῶν**, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἓν σύνολον ἐιδικῶν κλάδων. Ἐκαστος κλάδος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν ἀποτελεῖ σήμερον ἰδιαιτέραν ἐπιστήμην, ὅπως εἶναι ἡ Ἀστρονομία, ἡ Γεωλογία, ἡ Γεωγραφία, ἡ Ὀρυκτολογία, ἡ Ζωολογία κ.ἄ. Βασικὸς κλάδος τῶν Φυσικῶν Ἐπιστημῶν εἶναι ἡ **Φυσικὴ**, ἡ ὁποία ἐξετάζει ὠρισμένα γενικὰ φαινόμενα συμβαίνοντα εἰς τὸν ἀνόργανον κόσμον. Παραλλήλως πρὸς τὴν Φυσικὴν ἐργάζεται καὶ ἡ **Χημεία**, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰ φαινόμενα τὰ ὀφειλόμενα εἰς τὴν διαφορὰν τῶν χαρακτῆρων τῶν ὕλικῶν σωμάτων. Σαφῆς διαχωρισμὸς μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας δὲν ὑπάρχει. Μία νέα ἐπιστήμη, ἡ **Φυσικοχημεία**, ἀποτελεῖ τὸν σύνδεσμον μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας. Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἀνεπτύχθησαν καταπληκτικῶς δύο νεώτατοι κλάδοι τῆς Ἐπιστήμης, ἡ **Ἀτομικὴ** καὶ ἡ **Πυρηνικὴ Φυσικὴ**, οἱ ὁποῖοι κατέστησαν ἀκόμη περισσότερον ἀσαφῆ τὰ ὅρια μεταξὺ τῆς Φυσικῆς καὶ τῆς Χημείας.

2. **Μέθοδος τῆς Φυσικῆς.** — Ἡ Φυσικὴ καὶ ἡ Χημεία διακρίνονται ἀπὸ τὰς ἄλλας Φυσικὰς Ἐπιστήμας κυρίως διὰ τὴν μέθοδον, τὴν ὁποίαν ἐφαρμόζουν κατὰ τὰς ἐρένας των. Τὴν ἰδίαν μέθοδον προσπαθοῦν σήμερον νὰ ἐφαρμόσουν καὶ ὅλαι αἱ ἄλλαι Φυσικαὶ Ἐπιστήμαι, διότι ἀπεδείχθη ὅτι εἶναι ἡ περισσότερον ἀσφαλῆς μέθοδος ἐρεύνης τοῦ ὕλικοῦ κόσμου. Ἡ Φυσικὴ προσπαθεῖ νὰ ἀνεύρη τὴν αἰτίαν, ἡ

όποια προκαλεῖ ἕκαστον **φυσικὸν φαινόμενον**. Πρὸς τοῦτο στηρίζεται κατ' ἀρχὴν εἰς τὴν **παρατήρησιν** καὶ τὸ **πείραμα**.

α) Παρατήρησις καὶ πείραμα. Κατὰ τὴν **παρατήρησιν** παρακολουθοῦμεν τὰ φαινόμενα, ὅπως ἀκριβῶς συμβαίνουν εἰς τὴν Φύσιν. Ἀπὸ τὴν τοιαύτην ὅμως ἀπλῆν παρακολούθησιν τῶν φαινομένων δὲν ἐξάγονται πάντοτε ἀσφαλῆ συμπεράσματα. Διὰ τοῦτο καταφεύγομεν εἰς τὸ πείραμα. Κατὰ τὸ **πείραμα** ἐπαναλαμβάνεται σ κ ο π ί μ ω ς τὸ φαινόμενον, εἴτε ὅπως συμβαίνει εἰς τὴν Φύσιν, εἴτε ὑπὸ διαφορετικῆς συνθήκας, τὰς ὁποίας ρυθμίζει ὁ ἔρευνητής. Διὰ τοῦ πειράματος κατορθώνουν ἐπὶ πλῆον οἱ ἔρευνηταὶ νὰ παράγουν καὶ νὰ ἐρευνῶν φαινόμενα, τὰ ὁποῖα δὲν ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν. Μὲ τὸ πείραμα ἐπιτυγχάνεται ἡ βαθυτέρα ἔρευνα ἐνὸς φαινομένου, διότι κατευθύνεται ἡ ἔρευνα πρὸς ὠρισμένον σκοπὸν.

β) Φυσικοὶ νόμοι. Ἡ Φυσικὴ δὲν ἀρκεῖται εἰς ἀπλῆν περιγραφὴν τῶν φαινομένων, ἀλλὰ καὶ μετρεῖ μὲ ἀκρίβειαν τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὸ ἐξεταζόμενον φαινόμενον. Οὕτως εὐρίσκει τὴν συνάρτησιν, ἡ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῶν μεγεθῶν τούτων, δηλαδὴ ἀποκαθιστᾷ μίαν λογικὴν σχέσιν μεταξὺ αὐτῶν. Ἡ λογικὴ σχέσις ἡ συνδέουσα τὰ διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα ἐμφανίζονται εἰς ὠρισμένον φαινόμενον, ἀποτελεῖ ἓνα **φυσικὸν νόμον**. Π.χ. ὅταν ἡ θερμοκρασία ἀερίου εἶναι σταθερά, ὁ ὄγκος του μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν αὐτοῦ (νόμος Boyle - Mariotte). Ὁ φυσικὸς νόμος ἀποτελεῖ γενίκευσιν τῶν συμπερασμάτων, εἰς τὰ ὁποῖα καταλήγουν ἔπειτα ἀπὸ ὠρισμένον ἀριθμὸν παρατηρήσεων καὶ πειραμάτων.

Κατὰ τὴν εὔρεσιν τῶν νόμων ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ μερικὸν πρὸς τὸ γενικόν, ἤτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται ἐπαγωγὴ.

γ) Ὑπόθεσις καὶ θεωρία. Διὰ τὴν βαθυτέραν γνῶσιν τοῦ ὕλικου κόσμου, οἱ φυσικοὶ προσπαθοῦν νὰ εὑρουν ἓνα λογικὸν σύνδεσμον μεταξὺ τῶν διαφόρων φυσικῶν νόμων καὶ νὰ συνενώσουν αὐτοὺς εἰς ἐνιαῖον λογικὸν σύστημα. Πρὸς τοῦτο οἱ φυσικοὶ διατυπώνουν μίαν ὑπόθεσιν περὶ τῆς αἰτίας, ἡ ὁποία προκαλεῖ ὠρισμένην κατηγορίαν φαινομένων. Ἐν τοιοῦτον λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἐρμηνεύει πλῆθος φυσικῶν νόμων καλεῖται **ὑπόθεσις**. Διὰ νὰ γίνῃ ὅμως παραδεκτὴ μία ὑπόθεσις πρέπει νὰ ἐρμηνεύῃ ὅλα τὰ γνωστὰ φαινό-

μενα, εἰς τὰ ὁποῖα ἀναφέρεται ἡ ὑπόθεσις καὶ ἐπὶ πλέον, πρέπει νὰ προλέγῃ νέα φαινόμενα, τὰ ὁποῖα προκύπτουν ὡς λογικὴ συνέπεια τῆς υποθέσεως. Ἐὰν τὸ πείραμα ἐπαληθεύσῃ τὰς προβλέψεις τῆς υποθέσεως, τότε παραδεχόμεθα ὅτι ἡ ὑπόθεσις ἀνταποκρίνεται εἰς τὴν πραγματικότητα καὶ ἡ ὑπόθεσις ἀποβαίνει **θεωρία**. Ἡ θεωρία εἶναι λογικὸν σύστημα, τὸ ὁποῖον ἐρμηνεύει ὠρισμένην ὁμάδα φαινομένων καὶ ὁδηγεῖ εἰς τὴν ἀνακάλυψιν νέων φαινομένων. Εἰς τὴν ἀνακάλυψιν τῶν φαινομένων τούτων, ἡ Φυσικὴ προχωρεῖ ἀπὸ τὸ γενικὸν πρὸς τὸ μερικόν, ἥτοι ἐφαρμόζει τὴν λογικὴν μέθοδον, ἡ ὁποία καλεῖται **παραγωγὴ**.

ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ

3. Αἱ μετρήσεις εἰς τὴν Φυσικὴν. — Κατὰ τὴν ἔρευναν τῶν φυσικῶν φαινομένων ἀποκαλύπτομεν διάφορα **φυσικὰ μεγέθη**, δηλαδὴ ποσά, τὰ ὁποῖα ἐπιδέχονται ἀξίησιν ἢ ἐλάττωσιν. Ἡ ἔρευνα τῶν φυσικῶν φαινομένων τότε μόνον ἔχει ἀξίαν, ἐὰν εἴμεθα εἰς θέσιν νὰ μετρήσωμεν τὰ διάφορα φυσικὰ μεγέθη.

Μέτρησις ἐνὸς φυσικοῦ μεγέθους καλεῖται ἡ σύγκρισις αὐτοῦ πρὸς ἄλλο ὁμοειδὲς μέγεθος, τὸ ὁποῖον λαμβάνεται ὡς μονάς. Ἐκ τῆς μετρήσεως εὐρίσκεται πάντοτε εἷς ἀριθμὸς, ὁ ὁποῖος φανεράνει πόσας φορὰς περιέχεται ἡ μονάς εἰς τὸ μετρούμενον μέγεθος. Ὁ ἀριθμὸς οὗτος καλεῖται **μέτρον** ἢ **ἀριθμητικὴ τιμὴ** τοῦ θεωρουμένου μεγέθους. Κατὰ τὴν ἔρευναν πολλῶν φυσικῶν φαινομένων εἴμεθα ὑποχρεωμένοι νὰ μετρήσωμεν **μήκη**, **ἐπιφανείας**, **ἔγκους**, **γωνίας** καὶ **χρόνους**. Πρέπει λοιπὸν νὰ γνωρίζωμεν ποίας μονάδας χρησιμοποιοῖ ἡ Φυσικὴ διὰ τὴν μέτρησιν τῶν ποσῶν τούτων.

4. Μονὰς μήκους. — Ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται διεθνῶς τὸ μήκος τοῦ **προτύπου μέτρου**, τὸ ὁποῖον φυλάσσεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν (Σέβραι). Τὸ μήκος τοῦ προτύπου μέτρου καλεῖται **μέτρον** (m). Τὸ 1/100 τοῦ μέτρου καλεῖται **ἑκατοστόμετρον** (cm). Τὸ 1/10 τοῦ ἑκατοστομέτρου καλεῖται **χιλιοστόμετρον** (mm). Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μήκους λαμβάνεται τὸ **ἑκατοστόμετρον**. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολὺ μεγάλων ἢ πολὺ μικρῶν μηκῶν χρησιμοποιοῦνται ὡς μονάδες **πολλαπλάσια** ἢ **κλάσματα** τοῦ ἑκατοστομέτρου.

Μονάδες μήκους

χιλιόμετρον	1 km = 1000 m	= 10 ⁵ cm
μέτρον	1 m	= 10 ² cm
δεκατόμετρον	1 dm = 1/10 m	= 10 cm
έκατοστόμετρον	1 cm = 1/100 m	= 1 cm
χιλιοστόμετρον	1 mm = 1/1000 m	= 10 ⁻¹ cm
μικρόν	1 μ = 1/1000 mm	= 10 ⁻⁴ cm

5. Μονάδες έπιφανείας και όγκου. — Μία γενική ιδιότης τών σωμάτων είναι ότι πᾶν σῶμα καταλαμβάνει ώρισμένον χῶρον, ἤτοι έχει όγκον. Εἰς τήν Φυσικήν χρησιμοποιούμεν ὡς μονάδας έπιφανείας ἡ όγκου τὰς μονάδας, αἱ ὁποῖαι προκύπτουν ἀπό τήν καθιερωθεῖσαν μονάδα μήκους. Οὕτως ὡς μονάδα έπιφανείας λαμβάνεται τὸ τετραγωνικόν έκατοστόμετρον (1 cm²) καί ὡς μονάδα όγκου λαμβάνεται τὸ κυβικόν έκατοστόμετρον (1 cm³).

Σχέσεις μεταξύ τών μονάδων μήκους, έπιφανείας, όγκου

Μήκους	Έπιφανείας	Όγκου
1 cm	1 cm ²	1 cm ³
1 dm = 10 cm	1 dm ² = 10 ² cm ²	1 dm ³ (1 λίτρον) = 10 ³ cm ³
1 m = 10 ² cm	1 m ² = 10 ⁴ cm ²	1 m ³ = 10 ³ dm ³ = 10 ⁶ cm ³

Εἰς τήν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται διεθινῶς ὡς μονάδα μήκους τὸ ναυτικόν μίλιον = 1852 m, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον μετὸ μήκος τόξου 1' τοῦ μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς.

Εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας ὡς μονάδα μήκους χρησιμοποιεῖται ἡ 1 ὑάρδα, ἡ ὁποία ὑποδιαιρεῖται εἰς 3 πύδας· ἕκαστος πύς ὑποδιαιρεῖται εἰς 12 Ἴντσας. Μεγαλύτερα μονάδα μήκους διὰ μετρήσεις ἐπὶ τῆς ξηρᾶς χρησιμοποιεῖται τὸ

$$1 \text{ μίλιον} = 1609 \text{ m}$$

$$1 \text{ ὑάρδα} = 91,44 \text{ cm.}$$

$$1 \text{ πύς} = 30,48 \text{ cm.}$$

$$1 \text{ Ἴντσα} = 2,54 \text{ cm.}$$

6. Μέτρησις τών γωνιών. — Είναι γνωστόν ὅτι ἡ γωνία μετρεῖται διὰ τοῦ τόξου, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς αὐτήν, ὅταν ἡ γωνία θεωρηθῇ ὡς ἐπίκεντρος. Εἰς τὴν πρᾶξιν αἱ γωνίαι μετροῦνται εἰς μοίρας, πρῶτα λεπτά καὶ δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν αἱ γωνίαι μετροῦνται συνήθως εἰς **ἀκτίνα** (rad), δηλαδή μετροῦνται μὲ τὸν λόγον τοῦ μήκους τοῦ τόξου πρὸς τὴν ἀκτίνα τοῦ κύκλου :

$$\frac{\text{μῆκος τόξου}}{\text{μῆκος ἀκτίνος}} = \alpha \text{ ἀκτίνα}$$

Διὰ νὰ τρέψωμεν τὰς μοίρας εἰς ἀκτίνα, ἀρκεῖ νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι ὁλόκληρος ἡ περιφέρεια, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τόξον 360° , ἔχει μῆκος $2\pi R$ Ἄρα :

$$\text{γωνία } 360^\circ \text{ ἰσοῦται μὲ : } 2\pi \text{ rad}$$

$$1 \text{ rad ἰσοῦται μὲ γωνίαν : } \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 18'$$

$$1^\circ \text{ ἰσοῦται μὲ γωνίαν : } \frac{\pi}{180^\circ} = 0,0175 \text{ rad.}$$

7. Μονὰς χρόνου. — Ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος μεσολαβεῖ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν διαβάσεων τοῦ Ἡλίου διὰ τοῦ μεσημβρινοῦ τοῦ τόπου, καλεῖται ἀλ η θ ἡ ς ἡ λ ι α κ ἡ ἡ μ ἔ ρ α. Ἐπειδὴ ὅμως ὁ χρόνος οὗτος δὲν εἶναι σταθερός, διὰ τοῦτο ὡς μονάδα χρόνου λαμβάνομεν ἓνα σταθερὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος καλεῖται μέση ἡ λ ι α κ ἡ ἡ μ ἔ ρ α καὶ ὑποδιαιρεῖται εἰς 86400 δευτερόλεπτα. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ **δευτερόλεπτον** (1 sec).

Ἡ μέση ἡλιακὴ ἡμέρα ὑποδιαιρεῖται εἰς 24 ὥρας. Ἡ ὥ ρ α (h) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 λεπτά (ἢ πρῶτα λεπτά). Τὸ λ ε π τ ὸ ν (min) ὑποδιαιρεῖται εἰς 60 δευτερόλεπτα.

8. Παρατηρήσεις ἐπὶ τῆς ἐκφράσεως καὶ τῆς γραφῆς τῶν μονάδων.

Εἰς τὸν προφορικὸν λόγον αἱ μονάδες ἐκφράζονται διὰ τοῦ καθορισθέντος εἰς τὴν ἑλληνικὴν γλῶσσαν ὀνόματός των. Οὕτω π.χ. λέγομεν 5 ἑκατοστόμετρα. Μόνον ὅσαι μονάδες ἔχουν ξένα ὀνόματα, προφέρονται ὅπως εἰς τὴν γλῶσσαν, ἐκ τῆς ὁποίας προέρχονται τὰ ὀνόματα ταῦτα. Ἡ αὐτὴ ἀρχὴ τηρεῖται καὶ εἰς τὸν γραπτὸν λόγον.

Μόνον, όταν πρό τῆς μονάδος ὑπάρχη ἀριθμός, γράφομεν χάριν συντομίας τὸ σύμβολον τῆς μονάδος (π.χ. 15 cm ἢ 46 sec). Ἰδιαιτέρα προσοχὴ πρέπει νὰ καταβάλλεται διὰ τὴν ὀρθὴν ἔκφρασιν ἢ γραφὴν τῶν μονάδων καὶ τῶν συμβόλων των. Ὁ χρησιμοποιούμενος συμβολισμὸς εἶναι διεθνῆς καὶ ἀποτελεῖ σφάλμα ἢ χρησιμοποιοῦνται ἄλλων συμβόλων. Οὕτω π.χ. μῆκος 7 μέτρων γράφεται 7 m καὶ ὄχι 7 μ, διότι τὸ ἑλληνικὸν γράμμα μ παριστᾷ διεθνῶς τὴν μονάδα μῆκους μικρὸν, ἢ ὅποια εἶναι ἴση μὲ τὸ ἐν ἑκατομμυριστὸν τοῦ μέτρου. Διὰ τὸν σχηματισμὸν πολλαπλασιῶν καὶ ὑποπολλαπλασιῶν τῶν μονάδων χρησιμοποιοῦνται ὠρισμένα πάντοτε προθέματα, τὰ ὅποια ἔχουν ὠρισμένον συμβολισμὸν. Τὰ προθέματα ταῦτα εἶναι τὰ ἑξῆς :

mega	(M) = 10 ⁶	deci	(d) = 1/10
kilo	(k) = 10 ³	centi	(c) = 1/10 ²
hecto	(h) = 10 ²	mili	(m) = 1/10 ³
deca	(da) = 10	mikro	(μ) = 1/10 ⁶

Οὕτω τὸ χιλιόμετρον συμβολίζεται μὲ km καὶ τὸ χιλιστόμετρον μὲ mm

Η ΥΛΗ

9. Καταστάσεις τῆς ὕλης.— Ἡ ὕλη μᾶς παρουσιάζεται ὑπὸ τρεῖς διαφόρους μορφάς, τὰς ὁποίας ὀνομάζομεν καταστάσεις τῶν σωμάτων. Αὐταὶ εἶναι ἡ στερεά, ἡ ὑγρὰ καὶ ἡ ἀέριος κατάστασις. Τὰ στερεὰ σώματα ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον καὶ ὠρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ παρουσιάζουν γενικῶς ἀντίστασιν εἰς πᾶσαν προσπάθειαν, ἢ ὅποια τείνει νὰ προκαλέσῃ τὴν θραῦσιν ἢ τὴν παραμόρφωσιν αὐτῶν. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πιέσεως ὁ ὄγκος των δὲν ὑφίσταται αἰσθητὴν μεταβολήν, ἦτοι τὰ στερεὰ δὲν εἶναι εὐκλόως συμπιεστά. Τὰ ὑγρά σώματα ἔχουν ὠρισμένον ὄγκον (ὅπως καὶ τὰ στερεὰ), ἀλλ' ὄχι καὶ ὠρισμένον σχῆμα. Τὰ σώματα αὐτὰ δὲν παρουσιάζουν αἰσθητὴν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των ἢ τὴν ἀπόσπασιν μέρους αὐτῶν. Ὅπως τὰ στερεὰ, οὕτω καὶ τὰ ὑγρά δὲν εἶναι εὐκλόως συμπιεστά. Τὰ ἀέρια σώματα δὲν ἔχουν οὔτε ὠρισμένον ὄγκον οὔτε ἴδιον σχῆμα. Τὸ ἀέριον εἶναι εὐκίνητον, ὅπως καὶ τὰ ὑγρά, καὶ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται· διαφέρουν ὅμως ἀπὸ τὰ ὑγρά, διότι τείνουν νὰ καταλάβουν ὀλόκληρον τὸν χῶρον, ὁ ὁποῖος προσφέρεται εἰς αὐτά. Τὰ ἀέρια ἔχουν λοιπὸν τὴν ιδιότητά νὰ δύνανται νὰ ἀυξήσουν ἀπεριορίστως τὸν ὄγκον των. Ἀντιθέτως δὲ πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια εἶναι πολὺ συμπιεστά, δηλαδὴ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πιέσεως ὁ ὄγκος των ὑφίσταται μεγάλην ἐλάττωσιν.

Ἡ διάκρισις τῶν σωμάτων εἰς στερεά, ὑγρά καὶ ἀέρια δὲν εἶναι ἀπόλυτος, διότι εἰς τὴν πραγματικότητά καμμία ἀπὸ τὰς θεωρουμένας ιδιότητας δὲν χαρακτηρίζει ἀποκλειστικῶς ὠρισμένην μόνον κατάστασιν. Οὕτω π.χ. κανὲν στερεὸν σῶμα δὲν ἔχει ἀπολύτως ἀμετάβλητον σχῆμα, διότι, ἂν καταβάλωμεν σημαντικὴν προσπάθειαν, πάντοτε κατορθώομεν νὰ προκαλέσωμεν μόνιμον παραμόρφωσιν τοῦ σώματος. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἔν μὲταλλον, ἔαν ὑποβληθῆ εἰς πολὺ ἰσχυρὰν πίεσιν, ρεεῖ διὰ μέσου ὁπῆς ὡς νὰ ἦτο ὑγρόν. Ἐξ ἄλλου καὶ τὰ ὑγρά παρουσιάζουν πάντοτε κάποιαν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματός των. Ὁ βαθμὸς ὅμως τῆς τοιαύτης ἀντιστάσεως εἶναι διαφορετικὸς εἰς τὰ διάφορα ὑγρά. Οὕτω τὰ πυκνόρρευστα ὑγρά παραμορφώνονται δυσκολώτερον ἀπὸ τὸ ὕδωρ, πολὺ ὅμως εὐκολώτερον ἀπὸ τὸν σίδηρον.

10. Διαιρετότης τῆς ὕλης. — Τὰ σώματα δύναται νὰ διαιρεθῶν εἰς πολὺ μικρὰ μέρη, χωρὶς νὰ ἀποβάλλουν καμμίαν ἀπὸ τὰς χαρακτηριστικὰς τῶν ιδιότητας. Οὕτω κατασκευάζονται πλακίδια ἀπὸ ὕalon, τὰ ὁποῖα ἔχουν πᾶχος 1 μ. Ἐπίσης κατασκευάζονται φύλλα χρυσοῦ, τὰ ὁποῖα ἔχουν πᾶχος 0,1 μ. Ὅταν σχηματίζωμεν φυσαλίδας σάπωνος, διακρίνομεν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς, ὀλίγον πρὶν ἐπέλθῃ ἡ διάρρηξις, σκοτεινὰς κηλίδας· εἰς τὰ σημεῖα ἐκεῖνα τὸ πᾶχος τῆς φυσαλίδος εἶναι περίπου 0,01 μ. Τὸ στρῶμα τοῦ ἐλαίου, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ὕδατος ἀπὸ μίαν ἀρχικὴν σταγόνα ἐλαίου, δύναται νὰ ἔχῃ πᾶχος ὀλίγα μόνον χιλιοστὰ τοῦ μικροῦ. Ἡ διαίρεσις ὅμως τῆς ὕλης δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ συνεχισθῆ ἐπ' ἄπειρον, διότι ἕκαστον ὕλικὸν σῶμα ἀποτελεῖται ἀπὸ διακεκριμένα σωματίδια, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **μόρια**. Διακρίνομεν τόσα εἶδη μορίων, ὅσα εἶναι τὰ χημικῶς καθαρὰ σώματα. Ὡστε :

Τὸ μόριον εἶναι ἡ μικροτέρα ποσότης ἐνὸς χημικῶς καθαροῦ σώματος, ἡ ὁποῖα δύναται νὰ ὑπάρχῃ εἰς ἐλευθέραν κατάστασιν.

Ἡ χημικὴ ὅμως ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι τὰ μόρια τῶν περισσοτέρων σωμάτων ἀποτελοῦνται ἀπὸ τὴν συνένωσιν μικροτέρων σωματιδίων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν **ἄτομα**. Οὕτω, τὸ μόριον τοῦ ὕδατος ἀποτελεῖται ἀπὸ ἓν ἄτομον ὀξυγόνου καὶ ἀπὸ δύο ἄτομα ὑδρογόνου· ὑπάρχουν ὅμως καὶ μόρια ὀργανικῶν ἐνώσεων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦνται ἀπὸ πολλὰς δεκάδας ἄτόμων. Τὸ ἄτομον δύναται νὰ ὀρισθῆ ὡς ἐξῆς :

Τὸ ἄτομον εἶναι ἢ μικροτέρα ποσότης ἐνὸς ἀπλοῦ σώματος, ἢ ὁποῖα ὑπεισέρχεται εἰς τὸ μῶριον τῶν χημικῶν ἐνώσεων τοῦ σώματος τούτου μὲ ἄλλα ἀπλᾶ σώματα.

Ἡ ὕλη, ἂν καὶ ἐμφανίζεται ὡς συνεχῆς, εἰς τὴν πραγματικότητά ἀποτελεῖται ἀπὸ μέγιστον ἀριθμὸν πολὺ μικρῶν καὶ διακεκριμένων σωματιδίων. Ὡστε ἡ ὕλη ἔχει ἀσυνεχῆ κατασκευήν. Ἡ ὑπόθεσις αὕτη διετυπώθη πρὸ 2500 ἐτῶν ἀπὸ τὸν Ἑλληνα φιλόσοφον Δημόκριτον. Ἡ ὑπόθεσις περὶ τῆς ἀσυνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης ἀνεδείχθη εἰς θεμελιώδη θεωρίαν διὰ τῶν πειραματικῶν καὶ θεωρητικῶν ἐρευνῶν τοῦ παρελθόντος αἰῶνος.

11. Μᾶζα καὶ βάρος τῶν σωμάτων. — Ἐκαστὸν σῶμα ἔχει ὠρισμένον ὄγκον. Ἐντὸς τοῦ ὄγκου τούτου περικλείεται ὠρισμένη ποσότης ὕλης, ἢ ὁποῖα καλεῖται **μᾶζα** τοῦ σώματος. Εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν εὐκόλως ἀναγνωρίζομεν ὅτι ἐν σῶμα ἔχει μεγάλην ἢ μικρὰν μᾶζαν ἀπὸ τὸ ἂν τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι βαρὺ ἢ ἐλαφρόν. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι ἕκαστον σῶμα ἔχει **βάρος**, διότι ἔλκεται ἀπὸ τὴν Γῆν.

Τὸ ποσὸν τῆς ὕλης ἐνὸς σώματος, δηλαδὴ ἡ μᾶζα του, διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον εἰς τὸ σῶμα δὲν προστίθεται ἢ δὲν ἀφαιρεῖται ἀπὸ αὐτὸ καμμία μᾶζα. Εἰς οἷονδήποτε μέρος τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς καὶ ἂν μεταφερθῇ τὸ σῶμα τοῦτο, ἡ μᾶζα του θὰ εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή. Ἀντιθέτως, τὸ βάρος τοῦ σώματος τούτου εἶναι μέγεθος μεταβλητόν. Ἐπίσης ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ βάρος τοῦ σώματος ἐλαττώνεται συνεχῶς, καθ' ὅσον τὸ σῶμα ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἐάν δὲ ἦτο δυνατόν νὰ μεταφέρωμεν τὸ σῶμα εἰς πᾶρα πολὺ μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν Γῆν, τότε τὸ σῶμα θὰ ἐξακολουθῇ νὰ ἔχῃ τὴν αὐτὴν πάντοτε μᾶζαν, δὲν θὰ ἔχῃ ὅμως διόλου βάρος. Ὡστε ἡ μᾶζα καὶ τὸ βάρος εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα δὲν πρέπει νὰ τὰ συγχέωμεν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Μᾶζα ἐνὸς σώματος εἶναι τὸ ποσὸν τῆς ὕλης, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ σώματος. Ἡ μᾶζα τοῦ σώματος διατηρεῖται πάντοτε ἀμετάβλητος.

II. Βάρος ἐνὸς σώματος εἶναι ἡ δύναμις, μὲ τὴν ὁποῖαν ἡ Γῆ ἔλκει τὴν μᾶζαν τοῦ σώματος. Τὸ βάρος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν τόπον, εἰς τὸν ὁποῖον εὐρίσκεται τὸ σῶμα.

12. Μονάδες μάζης. — Ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα τοῦ **προτύπου χιλιογράμμου** (1 kgr), τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν. Ἡ μᾶζα τοῦ προτύπου χιλιογράμμου εἶναι αἰσθητῶς ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἑνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4⁰ C. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς μάζης τὸ χιλιοστὸν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου ἢ μονὰς αὕτη καλεῖται **γραμμάριον μάζης** (1 gr). Ὡστε :

Μονὰς μάζης εἶναι τὸ χιλιόγραμμον μάζης (1 kgr). Ἡ μᾶζα αὕτη εἶναι ἴση μὲ τὴν μᾶζαν ἑνὸς λίτρου χημικῶς καθαροῦ ὕδατος θερμοκρασίας 4⁰ C.

Εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr).

13. Μονάδες βάρους. — Ὡς μονὰς βάρους λαμβάνεται τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45⁰ καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ μονὰς βάρους καλεῖται **χιλιόγραμμον βάρους** (1 kgr*). Τὸ χιλιοστὸν τοῦ χιλιογράμμου βάρους καλεῖται **γραμμάριον βάρους** (1 gr*). Εἶναι προφανὲς ὅτι τὸ γραμμάριον βάρους ἐκφράζει τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἴση μὲ 1 γραμμάριον μάζης εἰς τὸ ἀνωτέρω γεωγραφικὸν πλάτος καὶ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ὡστε :

Μονὰς βάρους εἶναι τὸ χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*), ἥτοι τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἔχει τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον μάζης.

Τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*) εἶναι τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζα ἑνὸς γραμμαρίου εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45⁰ καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρων ὀρισμῶν τῶν μονάδων μάζης καὶ βάρους ἔπεται ὅτι ἐν σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν 8 kgr, ἔχει βᾶρος 8 kgr* (διότι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι φορὰς 8 μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν μᾶζαν τοῦ προτύπου χιλιογράμμου καὶ συνεπῶς τὸ βᾶρος τοῦ σώματος εἶναι 8 φορὰς μεγαλύτερον ἀπὸ τὸ βᾶρος τοῦ προτύπου χιλιογράμμου). Ἀντιστρόφως, ἂν σῶμα ἔχη βᾶρος 14 gr*, τότε ἡ μᾶζα τοῦ σώματος τούτου εἶναι 14 gr. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ βᾶρος τοῦ σώματος, ἐφ' ὅσον ἡ μὲν μᾶζα μετρεῖται εἰς gr (ἢ kgr), τὸ δὲ βᾶρος μετρεῖται εἰς gr* (ἢ kgr*).

Μονάδες μάζης και βάρους

Μ ᾶ ζ α		Β ἄ ρ ο ς	
1 γραμμάριον μάζης	1 gr	1 γραμμάριον βάρους	1 gr*
1 χιλιόγραμμα μάζης		1 χιλιόγραμμα βάρους	
	1 kgr = 10 ³ gr		1 kgr* = 10 ³ gr*
1 τόννος μάζης	1 tn = 10 ³ kgr	1 τόννος βάρους	1 tn* = 10 ³ kgr*

14. Μέτρησης τῶν μαζῶν. — Εἰς τὸν αὐτὸν τόπον δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν **ἴσα βάρη**, ἔχουν καὶ **ἴσας μάζας**. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησης τῶν μαζῶν. Μὲ τὸν κοινὸν ζυγὸν συγκρίνομεν τὴν ἄγνωστον μᾶζαν m ἐνὸς σώματος Σ πρὸς τὴν γνωστὴν μᾶζαν ὀρισμένων σωμάτων, τὰ ὁποῖα καλοῦμεν σταθμά. Ὄταν εὕρωμεν διὰ τοῦ ζυγοῦ, ὅτι ἡ ἄγνωστος μᾶζα τοῦ σώματος Σ καὶ ἡ γνωστὴ μᾶζα τῶν σταθμῶν ἔχουν τὸ αὐτὸ βᾶρος, συμπεραίνομεν ὅτι αἱ δύο αὐταὶ μᾶζαι εἶναι ἴσαι.

15. Εἰδικὸν βᾶρος καὶ πυκνότης. — Ὄταν ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος εἶναι ὁμοιομόρφως διανενημένη εἰς τὸν χῶρον, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνει τὸ σῶμα, τότε τὸ σῶμα λέγεται **ὁμογενές**. Εἰς ἓν τοιοῦτον σῶμα τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα τοῦ ὄγκου, ἔχει σταθερὰν τιμὴν καὶ εὐρίσκεται, ἐὰν διαιρέσωμεν τὸ βᾶρος τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του. Τὸ σταθερὸν τοῦτο πηλίκον εἶναι μέγεθος χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ σῶμα καὶ καλεῖται **εἰδικὸν βᾶρος** τοῦ σώματος. Συνήθως τὸ εἰδικὸν βᾶρος μετρεῖται εἰς γραμμάρια βάρους κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr^*/cm^3).

1. Εἰδικὸν βᾶρος σώματος εἶναι τὸ βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος.

$$\text{εἰδικὸν βᾶρος} = \frac{\text{βᾶρος}}{\text{ὄγκος}} \quad \rho = \frac{B}{V}$$

Τὸ βᾶρος ἐνὸς σώματος δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς. Ἄρα καὶ τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ σώματος εἶναι

μέγεθος μεταβλητόν. Εἰς τὴν Φυσικὴν ὁμως εἶναι ἀνάγκη νὰ χαρακτηρίζωμεν τὸ σῶμα μὲ ἓν ἀμετάβλητον μέγεθος. Τοιοῦτον μέγεθος εἶναι ἡ **πυκνότης** (ἡ εἰδικὴ ἢ μᾶζα) τοῦ σώματος, ἡ ὁποία φανερῶνει τὴν μᾶζαν, ἡ ὁποία περιέχεται εἰς τὴν μονάδα ὄγκου τοῦ σώματος. Ἡ πυκνότης μετρεῖται εἰς γραμμάρια μάζης κατὰ κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (gr/cm^3).

II. Πυκνότης ὁμογενοῦς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς μάζης τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου του.

$$\text{πυκνότης} = \frac{\text{μᾶζα}}{\text{ὄγκος}} = \frac{m}{V}$$

Τὸ εἰδικὸν βᾶρος καὶ ἡ πυκνότης ἑνὸς σώματος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, ὅταν τὸ μὲν εἰδικὸν βᾶρος ἐκφράζεται εἰς gr^*/cm ἢ δὲ πυκνότης εἰς gr/cm^3 (§ 13). Ἀλλὰ τὸ εἰδικὸν βᾶρος καὶ ἡ πυκνότης εἶναι δύο διαφορετικὰ φυσικὰ ποσά, τὰ ὁποῖα διαφέρουν μεταξύ των ὅσον διαφέρει τὸ βᾶρος ἀπὸ τὴν μᾶζαν.

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Σῶμα ἔχει βᾶρος $B = 200 \text{ gr}^*$ καὶ ὄγκον $V = 40 \text{ cm}^3$. Τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ σώματος εἶναι: $\rho = 200/40 = 5 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Τὸ σῶμα τοῦτο ἔχει μᾶζαν $m = 200 \text{ gr}$. Ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι: $d = 200/40 = 5 \text{ gr}/\text{cm}^3$.

16. Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S.— Τὰ φυσικὰ μεγέθη εἶναι πολλά. Διὰ νὰ ἀπλοποιήσωμεν τὴν μέτρησιν αὐτῶν θεωροῦμεν εἰς τὴν Φυσικὴν ὡς **θεμελιώδη** φυσικὰ μεγέθη τὸ **μῆκος**, τὴν **μᾶζαν** καὶ τὸν **χρόνον**. Τὰ μεγέθη ταῦτα τὰ μετροῦμεν πάντοτε μὲ τὰς ἐξῆς μονάδας:

τὸ μῆκος εἰς ἑκατοστόμετρα (cm)
τὴν μᾶζαν εἰς γραμμάρια (gr)
τὸν χρόνον εἰς δευτερόλεπτα (sec)

Αἱ μονάδες αὐταὶ καλοῦνται **θεμελιώδεις μονάδες**. Αἱ μονάδες ὅλων τῶν ἄλλων φυσικῶν μεγεθῶν εὐρίσκονται ἔπειτα εὐκόλως δι' ἀπλῶν συλλογισμῶν καὶ καλοῦνται **παράγωγοι μονάδες**. Οὕτω δημιουργεῖται ἓν σύστημα μονάδων, τὸ ὁποῖον ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ

γράμματα τῶν συμβόλων τῶν θεμελιωδῶν μονάδων καλεῖται **σύστημα μονάδων C.G.S.** Ὡστε:

Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ σύστημα μονάδων C.G.S., εἰς τὸ ὁποῖον θεμελιώδεις μονάδες εἶναι τὸ ἑκατοστόμετρον (1 cm), τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec).

Εἶδομεν (§ 13) ὅτι πρακτικαὶ μονάδες δυνάμεως εἶναι τὸ χιλιόγραμμα βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ γραμμάριον βάρους (1 gr*). Εἰς ἄλλο κεφάλαιον θὰ γνωρίσωμεν ὅτι ὡς μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. λαμβάνεται ἡ **δύνη** (1 dyn), ἡ ὁποία καθορίζεται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις τῆς Μηχανικῆς. Θὰ εὕρωμεν δὲ ὅτι:

Μία δύνη ἰσοῦται μὲ τὸ $\frac{1}{981}$ τοῦ γραμμαρίου βάρους.

1 γραμμάριον βάρους = 981 δύναι	1 gr* = 981 dyn
1 χιλιόγραμμα βάρους = 981 000 δύναι	1 kgr* = 981 000 dyn

ΕΙΔΗ ΦΥΣΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

17. Μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά μεγέθη.— Κατὰ τὴν σπουδὴν τῶν φυσικῶν φαινομένων παρουσιάζονται διάφορα **φυσικά μεγέθη**. Οὕτω τὸ μῆκος ἐνὸς σύρματος, ἡ μᾶζα ἐνὸς σώματος, ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἶναι φυσικά μεγέθη, τὰ ὁποῖα μετροῦνται μὲ καταλλήλους μονάδας. Τὰ ἀνωτέρω φυσικά μεγέθη καθορίζονται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῶν καὶ ἡ μονὰς, μὲ τὴν ὁποῖαν ἐμετρήθησαν. Εἶναι δηλαδὴ ἀρκετὸν νὰ εἴπωμεν ὅτι τὸ σύρμα ἔχει μῆκος 4 cm ἢ ὅτι τὸ σῶμα ἔχει μᾶζαν 37 gr.

Μονόμετρον καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ του καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτοῦ.

Μονόμετρα φυσικά μεγέθη εἶναι ὁ χρόνος, ἡ μᾶζα, ἡ θερμοκρασία κ.ἄ.

Ὅταν ὅμως λέγωμεν ὅτι ἐπὶ τῆς τραπέζης ἐφαρμόζομεν δύναμιν ἴσην μὲ 5 kgr*, δὲν καθορίζομεν τελείως τὴν δύναμιν. Διὰ τὸν πλήρη

καθορισμὸν τῆς δυνάμεως χρειάζονται, ἐκτὸς τῆς ἀριθμητικῆς τιμῆς καὶ τῆς μονάδος, καὶ δύο ἄλλα στοιχεῖα ἢ διεύθυνσις καὶ ἢ φορὰ, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐνεργεῖ ἡ δύναμις. Ἡ διεύθυνσις καθορίζει τὴν εὐθεΐαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας κεῖται ἡ δύναμις, ἡ δὲ φορὰ καθορίζει κατὰ ποίαν φορὰν ἡ δύναμις τείνει νὰ σύρῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς.

Ἄνυσματικὸν καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον καθορίζεται τελείως, ὅταν δοθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ του, καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως αὐτοῦ, ἢ διεύθυνσις καὶ ἢ φορὰ αὐτοῦ.

Ἄνυσματικά μεγέθη εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ταχύτης, ἡ ἐπιτάχυνσις κ.ἄ.

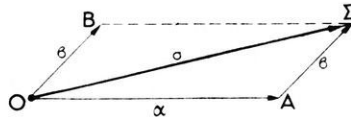
Ὡστε τὰ φυσικὰ μεγέθη διακρίνονται εἰς μονόμετρα καὶ ἀνυσματικά.

18. Γραφικὴ παράστασις ἀνυσματικοῦ μεγέθους. — Ἐν ἀνυσματικὸν μέγεθος, π.χ. ἡ δύναμις, παρίσταται γραφικῶς διὰ τμήματος εὐθείας, τὸ ὁποῖον λέγεται ἄνυσμα (σχ. 1). Τὸ μήκος τοῦ ἀνύσματος, ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, φανερώνει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους, ἡ δὲ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ τοῦ ἀνύσματος φανερώνουν τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φορὰν τοῦ θεωρουμένου φυσικοῦ μεγέθους. Εἰς τὸ ἕν ἄκρον τοῦ ἀνύσματος σημειώνεται αἰχμὴ βέλους, ἡ ὁποία φανερώνει τὴν φορὰν τοῦ ἀνύσματος.



Σχ. 1. Ἄνυσμα.

19. Πρόσθεσις ἀνυσματικῶν μεγεθῶν. — Ὅταν ἔχωμεν νὰ προσθέσωμεν δύο μονόμετρα μεγέθη, τότε τὸ ἄθροισμα αὐτῶν ἰσοῦται μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν των. Οὕτως, ἂν σῶμα κινηθῇ ἐπὶ 5 δευτερόλεπτα καὶ ἔπειτα κινηθῇ ἐπὶ 23 δευτερόλεπτα, τότε ὁ ὅλος χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι $5 + 23 = 28$ δευτερόλεπτα. Γενικῶς ἐπὶ τῶν μονομέτρων μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἀλγεβρικοῦ λογισμοῦ. Ἀντιθέτως ἐπὶ τῶν ἀνυσματικῶν μεγεθῶν ἐφαρμόζονται οἱ κανόνες τοῦ ἀνυσματικοῦ λογισμοῦ.



Σχ. 2. Πρόσθεσις δύο ἀνυσμάτων.

Ἄς ἴδωμεν πῶς προσθέτομεν δύο ἀνύσματα α καὶ β , τὰ ὁποῖα ἔχουν κοινὴν ἀρχὴν τὸ σημεῖον O (σχ. 2). Ἀπὸ τὸ τέλος τοῦ ἐνὸς ἀνύσματος

π.χ. τοῦ α φέρομεν ἄνυσμα $ΑΣ$ παράλληλον καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἄνυσμα β . Τὸ ἄνυσμα $ΟΣ$ καλεῖται **γεωμετρικὸν ἄθροισμα ἢ συνισταμένη** τῶν ἀνυσμάτων α καὶ β . Τὰ ἀνύσματα α καὶ β καλοῦνται τότε **συνιστώσαι** τοῦ ἀνύσματος σ . Ἐὰν ἐκτελέσωμεν τὴν πρόσθεσιν τῶν δύο ἀνυσμάτων α καὶ β , φέροντες ἀπὸ τὸ ἄκρον τοῦ ἀνύσματος β ἄνυσμα παράλληλον καὶ ἴσον πρὸς τὸ ἄνυσμα α , θὰ εὕρωμεν τὸ αὐτὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα $ΟΣ$: διότι τὸ σχηματιζόμενον τετράπλευρον $ΟΑΣΒ$ εἶναι παραλληλόγραμμον. Ἄρα:

Τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα δύο ἀνυσμάτων, τὰ ὁποῖα ἔχουν κοινὴν ἀρχήν, εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ἔχει ὡς πλευράς τὰ δοθέντα ἀνύσματα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Νὰ ἐκφραστοῦν εἰς m τὰ ἐξῆς μήκη: 7 cm , $14,2\text{ cm}$ καὶ $1,07\text{ m}$.

2. Νὰ ἐκφραστοῦν εἰς cm τὰ ἐξῆς μήκη: $2,04\text{ m}$, $3,4\text{ km}$, $300\ 000\text{ km}$.

3. Νὰ ἐκφραστοῦν εἰς cm^2 τὰ ἐξῆς ἐμβαδὰ ἐπιφανειῶν: 4 mm^2 , $1,07\text{ m}^2$.

4. Νὰ ἐκφραστοῦν εἰς cm^3 οἱ ἐξῆς ὄγκοι: 87 mm^3 , 6 dm^3 , $3,2\text{ m}^3$.

5. Νὰ ἐκφραστοῦν εἰς ἀκτίνια αἱ ἐξῆς γωναίαι: 1° , 18° , 60° , 120° , 135° , $30'$.

6. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς gr ἢ μᾶζα σώματος ἔχοντος βάρους $2,17\text{ kgr}^*$ ἢ $0,06\text{ kgr}^*$.

7. Νὰ ἐκφρασθῇ εἰς dyn τὸ βᾶρος σώματος 600 gr^* ἢ $1,5\text{ kgr}^*$.

8. Τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ ὕδραργύρου εἶναι $\rho = 13,6\text{ gr}^*/cm^3$. Πόσον εἶναι εἰς kgr^* τὸ βᾶρος $1,4\text{ dm}^3$ ὕδραργύρου;

9. Σῶμα ἔχει μᾶζαν $6,2\text{ kgr}$. Πόσον εἶναι εἰς gr^* καὶ dyn τὸ βᾶρος τοῦ σώματος;

10. Πόσον εἶναι εἰς kgr^* καὶ εἰς gr^* τὸ βᾶρος 1 m^3 ὕδατος, ἂν ἡ πικνότης τοῦ ὕδατος εἶναι $1\text{ gr}/cm^3$.

11. Σῶμα ἔχει βᾶρος $2,5\text{ tn}^*$. Νὰ ἐκφρασθῇ τὸ βᾶρος του εἰς kgr^* , gr^* καὶ dyn . Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἰς kgr καὶ gr ;

12. Σῶμα ἔχει βᾶρος 88 gr^* καὶ ὄγκον 10 cm^3 . Νὰ εὐρεθῇ τὸ εἰδικὸν βᾶρος καὶ ἡ πικνότης τοῦ σώματος.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

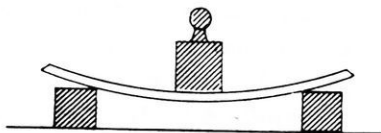
ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΟΡΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΕΩΣ

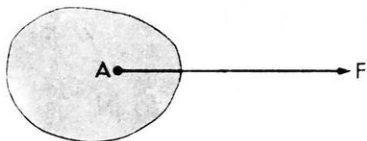
20. Θέμα τῆς Μηχανικῆς.—Τὰ σώματα τίθενται εἰς κίνησιν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ὠρισμένων αἰτίων. Καλεῖται **Μηχανικὴ** τὸ μέρος τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς κινήσεις τῶν σωμάτων καὶ τὰ αἴτια, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν αὐτάς. Ἡ **Μηχανικὴ** ἐξετάζει ἐπίσης ὑπὸ ποίας συνθήκας δύνανται τὰ σώματα νὰ ἰσορροποῦν. Ὡστε ἡ **Μηχανικὴ** ἐξετάζει γενικῶς τὴν ἰσορροπίαν καὶ τὴν κίνησιν τῶν σωμάτων.

21. Ὅρισμὸς τῆς δυνάμεως— Ὅταν μετάλλινον ἔλασμα κάμπτεται ἢ σπειροειδὲς ἐλατήριο ἐκτείνεται, τότε τὰ σώματα αὐτὰ παραμορφώνονται· τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν καλεῖται **δύναμις**. Ὅταν ἡρεμοῦν σῶμα τίθεται εἰς κίνησιν ἢ κινούμενον σῶμα σταματᾷ ἢ καὶ ἀλλάσῃ διεύθυνσιν, τότε λέγομεν ὅτι μεταβάλλεται ἡ κινητικὴ κατάστασις τοῦ σώματος· τὸ αἴτιον τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως καλεῖται **δύναμις**. Ὡστε ἡ δύναμις ἐπιφέρει δύο



Σχ. 3. Τὸ βάρος τοῦ σώματος προκαλεῖ παραμόρφωσιν τοῦ ἐλάσματος.

ἀποτελέσματα : τὴν παραμόρφωσιν ἑνὸς σώματος ἢ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος. Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος προκαλεῖ τὴν παραμόρφωσιν ἄλλων σωμάτων (σχ. 3) καὶ συνεπῶς τὸ βάρος εἶναι δύναμις. Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν δυνάμεων χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας τὰς γνωστὰς μονάδας βάρους, δηλαδὴ τὸ χιλιόγραμμον βάρους, τὸ γραμμάριον βάρους καὶ τὴν μονάδα δυνάμεως C.G.S., τὴν δύνην. Ἡ δύναμις εἶναι μέγεθος ἀνυσματικὸν καὶ παρίσταται γραφικῶς μὲ ἀνυσμα (σχ. 4).



Σχ. 4. Ἡ δύναμις F ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον A τοῦ σώματος.

ἀνύσματος δεικνύει τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως, δηλαδὴ τὸ σημεῖον τοῦ σώματος, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις. Ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά τοῦ ἀνύσματος δεικνύουν τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως, τὸ

δὲ μῆκος τοῦ ἀνύσματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς δυνάμεως, ἢ ὅποια καλεῖται ἔντασις τῆς δυνάμεως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται τὰ ἑξῆς:

I. Δυνάμεις καλοῦνται τὰ αἷτια, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν παραμορφώσεις τῶν σωμάτων ἢ μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως αὐτῶν.

II. Ἡ δύναμις προσδιορίζεται ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς, τὴν διεύθυνσιν, τὴν φορὰν καὶ τὴν ἔντασιν.

22. Ὑλικὰ σημεῖα καὶ ὑλικὰ σώματα.— Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποπίπτουν εἰς τὰς αἰσθήσεις μας, ἔχουν πάντοτε διαστάσεις. Εἰς πολλὰς ὅμως περιπτώσεις, διὰ νὰ ἀπλοποιήσωμεν τὴν ἔρευναν τῶν φαινομένων, ὑποθέτομεν ὅτι τὰ σώματα εἶναι τόσο πολὺ μικρὰ ἐν σχέσει μὲ τὰ ἄλλα μῆκη, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὰς μετρήσεις μας, ὥστε δυνάμεθα νὰ μὴ λαμβάνωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις τῶν σωμάτων. Τὰ σώματα, τὰ ὁποῖα ὑποθέτομεν ὅτι δὲν ἔχουν διαστάσεις, καλοῦνται **ὕλικὰ σημεῖα**. Οὕτως εἰς πολλὰ ἀστρονομικὰ προβλήματα ὁ πλανήτης μας θεωρεῖται ὡς ὑλικὸν σημεῖον. Ἐκαστον σῶμα, τὸ ὁποῖον ἔχει ὠρισμένας διαστάσεις, θεωρεῖται ὡς ἄθροισμα πολλῶν ὑλικῶν σημείων. Τὰ τοιαῦτα σώματα καλοῦνται **ὕλικὰ σώματα** ἢ καὶ ἀπλῶς **σώματα**.

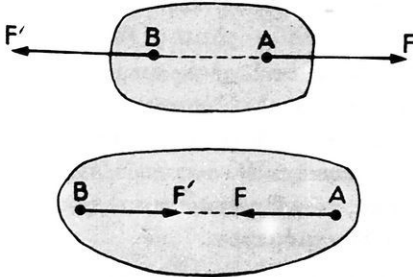
23. Ίσορροπία δύο δυνάμεων.— Έάν μία δύναμις F ενεργή ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου A , τὸ ὁποῖον δύναται νὰ κινηθῇ ἐλευθέρως, τότε ἡ δύναμις F θὰ κινήσῃ τὸ σημεῖον A κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Διὰ νὰ μὴ κινηθῇ τὸ ὑλικὸν σημεῖον, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου A μία τουλάχιστον ἄλλη δύναμις F' , ἡ ὁποία νὰ ἐξουδετερώσῃ τὸ ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἡ δύναμις F . Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἰσορροποῦν. Εἶναι φανερόν (σχ. 5) ὅτι :



Σχ. 5. Ίσορροπία δύο δυνάμεων.

Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις, ἐφηρμοσμένοι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Εἶναι δυνατὸν αἱ δύο δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν, καὶ ἂν ἐφαρμόζωνται εἰς δύο διαφορετικὰ σημεῖα ἑνὸς στερεοῦ σώματος (σχ. 6). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι ἐπίσης φανερόν ὅτι :



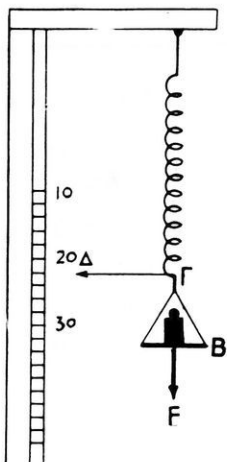
Σχ. 6. Ίσορροπία δύο δυνάμεων.

Διὰ νὰ ἰσορροποῦν δύο δυνάμεις ἐφηρμοσμένοι εἰς δύο σημεῖα στερεοῦ σώματος, πρέπει αἱ δύο δυνάμεις νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι καὶ νὰ ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας.

Ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω συνθήκην ἰσορροπίας δύο δυνάμεων προκύπτει καὶ ὁ ὀρισμὸς τῆς ἰσότητος δύο δυνάμεων. Οὕτω λέγομεν ὅτι δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι, ὅταν ἐνεργοῦσαι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ σημείου ἰσορροποῦν, ἤτοι δὲν ἐπιφέρουν καμμίαν μεταβολὴν εἰς τὴν κινήτηκην κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου.

24. Στατική μέτρησης τῶν δυνάμεων.— Διάφορα στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων ὑφίστανται **ἐλαστικὰς** παραμορφώσεις, δηλ. παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι ἐξαφανίζονται μόλις παύσουν νὰ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις. Τοιαῦται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις εἶναι ἡ ἐπιμήκυνσις ἢ ἐπιβράχυνσις ἑνὸς σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἀπὸ σύρμα γάλυβος (σχ. 7); ἡ κάμψις μιᾶς ράβδου γάλυβος

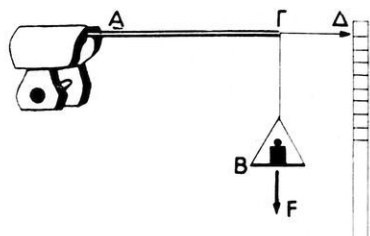
ἢ ἡ στρέψις ἐνὸς σώματος (σχ. 8). Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι: Ἡ ἐλαστικὴ παραμόρφωσις ἐνὸς στερεοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία τὴν προκαλεῖ.



Σχ. 7. Ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν.

τῶν δυνάμεων καλεῖται **στατικὴ μέτρησις τῶν δυνάμεων** καὶ γίνεται μὲ ἐιδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **δυναμόμετρα**.

25. Δυναμόμετρα. — Τὸ **δυναμόμετρον** ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποῖου αἱ παροδικαὶ παραμορφώσεις χρη-

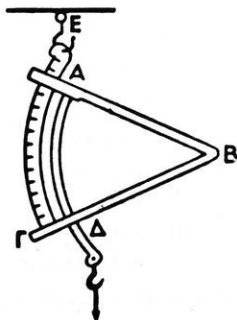


Σχ. 8. Ἡ κάμψις τῆς ράβδου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἄκρον Γ.

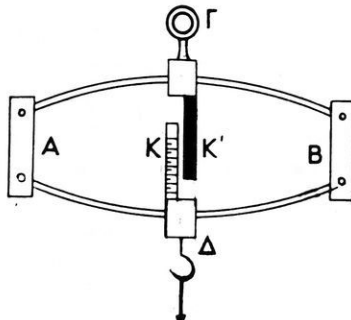
Ἐκ τῶν ἐλαστικῶν παραμορφώσεων, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν διάφοροι δυνάμεις ἐπὶ ἐνὸς σώματος, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν τὰς δυνάμεις. Ἡ τοιαύτη μέτρησις



Σχ. 9.



Σχ. 10.



Σχ. 11.

Διάφοροι τύποι δυναμόμετρων

σιμεύουν διά τήν μέτρησιν τῶν δυνάμεων. Ὑπάρχουν διάφοροι τύποι δυναμομέτρων. Τὸ σχῆμα 9 παριστᾷ σύνθετες δυναμόμετρον με σπειροειδῆς ἐλατήριον (κανταράκι). Τὸ σχῆμα 10 παριστᾷ ἄλλην μορφήν δυναμομέτρου. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ χαλύβδινον ἔλασμα, τὸ ὁποῖον ἔχει καμφθῆ εἰς σχῆμα γωνίας. Εἰς τήν βιομηχανίαν διά τήν μέτρησιν δυνάμεων μεγάλης ἐντάσεως χρησιμοποιεῖται εἰδικὸν δυναμόμετρον (σχ. 11), εἰς τὸ ὁποῖον τὰ ἄκρα δύο χαλυβδίνων τόξων ἀρθρώνονται εἰς δύο μεταλλικὰς πλάκας Α καὶ Β. Ὅταν εἰς τὸ Δ ἐφαρμόσωμεν μίαν δυνάμιν ἐπέρχεται σχετικὴ ἀπομάκρυνσις τῶν δύο τόξων καὶ ὁ δείκτης Κ' μετακινεῖται κατὰ μῆκος τῆς κλίμακος Κ.

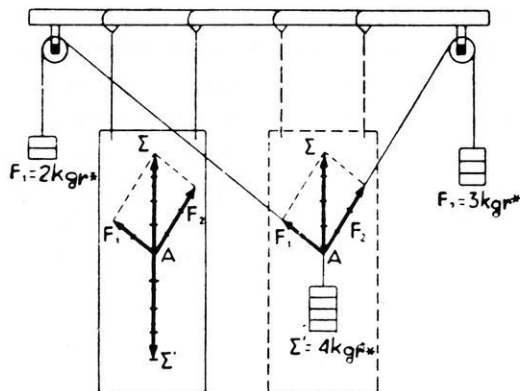
ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΔΥΝΑΜΕΩΝ

1. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΠΙ ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

26. Ὅρισμός. — Καλεῖται **σύνθεσις** δυνάμεων ἡ ἀντικατάστασις δύο ἢ περισσοτέρων δυνάμεων, διά μιᾶς μόνης δυνάμεως, ἡ ὅποια φέρει τὰ ἴδια μηχανικὰ ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα φέρουν καὶ αἱ δοθεῖσαι δυνάμεις. Ἡ δύναμις, ἡ ὅποια ἀντικαθιστᾷ τὰς δύο ἢ περισσοτέρας δυνάμεις, καλεῖται **συνισταμένη**, αἱ δὲ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντικαθίστανται, καλοῦνται **συνιστώσαι**.

27. Σύνθεσις δύο δυνάμεων. — Πειραματικῶς ἐξετάζομεν τὴν σύνθεσιν δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, διά τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος 12. Ἐπὶ ἐνὸς σημείου Α ἐνεργοῦν αἱ δύο ἄνισοι δυνάμεις $F_1 = 2 \text{ kgr}^*$ καὶ $F_2 = 3 \text{ kgr}^*$. Παρατηροῦμεν ὅτι, διά νὰ διατηρηθῇ ἀκίνητον τὸ σημεῖον Α, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ Α τὴν δυνάμιν $\Sigma' = 4 \text{ kgr}^*$. Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι ἡ δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ἐπομένως, ἡ δύναμις Σ' εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ἐπὶ ἐνὸς κατακορύφου φύλλου χάρτου σημειώνομεν τὰς διευθύνσεις τῶν τριῶν νημάτων, κατὰ μῆκος τῶν ὁποίων ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ Σ' . Ἐπὶ τῶν τριῶν εὐθειῶν λαμβάνομεν μῆκη ἀριθμητικῶς ἴσα πρὸς τὰς ἐντάσεις τῶν τριῶν δυνάμεων F_1 , F_2 καὶ Σ' . Παρατηροῦμεν τότε ὅτι ἡ διαγώνιος ΑΣ τοῦ παραλληλογράμου, τὸ ὁποῖον ὀρίζουν αἱ εὐθεῖαι Α F_1 καὶ Α F_2 εἶναι ἴση μετὰ τὴν εὐθεῖαν ΑΣ'.

Τὸ αὐτὸ συμβαίνει οἰαδιδήποτε καὶ ἂν εἶναι αἱ ἐντάσεις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .



Σχ. 12. Σύνθεσις δύο δυνάμεων.

Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο συναγομεν τὸν ἀκόλουθον **νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων**.

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, παρίσταται κατὰ μέγεθος καὶ διεύθυνσιν μὲ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλλη-

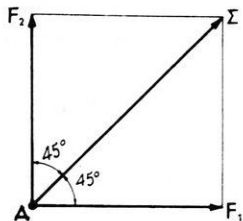
λογράμμου, τὸ ὅποιον σχηματίζουν αἱ δύο δυνάμεις, ἥτοι εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων.

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Ἐπὶ ἐνὸς σημείου A ἐνεργοῦν δύο ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 = 10 \text{ kgf}$, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι μεταξύ των (σχ. 13). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εἶναι ἡ διαγώνιος τοῦ σχηματιζομένου τετραγώνου. Ἐπομένως ἔχομεν :

$$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_1^2} = \sqrt{2F_1^2} = F_1 \sqrt{2}$$

$$\Sigma = 10 \times 1,41 = 14,1 \text{ kgf}^*$$

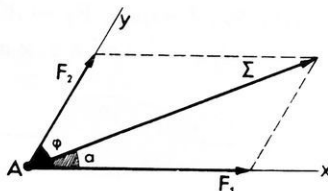
Ἡ συνισταμένη Σ σχηματίζει εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν γωνίας 45° μὲ τὰς διευθύνσεις τῶν δύο συνιστασῶν, διότι ἡ $\Delta\Sigma$ εἶναι διχοτόμος τῆς γωνίας F_1AF_2 .



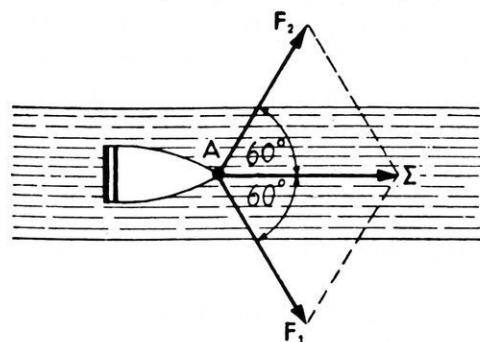
Σχ. 13. Σύνθεσις δύο ἴσων καθέτων δυνάμεων.

28. Ἐντάσεις καὶ διευθύνσεις τῆς συνισταμένης. — Δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου σχηματίζουσαι γωνίαν φ (σχ. 14). Ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο τούτων δυνάμεων εὐρίσκεται γραφικῶς, ἂν κατασκευασθῇ τὸ παραλληλόγραμμον τῶν δύο δυνάμεων. Ἀλλὰ διὰ νὰ ὀρισθῇ τελείως ἡ συνισταμένη Σ , πρέπει νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς καὶ ἡ διεύθυνσίς τῆς, πρέπει δηλαδή νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος τῆς διαγωνίου Σ καὶ μία ἐκ τῶν γωνιῶν, τὰς

ὅποιας σχηματίζει ἡ Σ μετὰ τὰς πλευρὰς τοῦ παραλληλογράμμου. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἐντάσεως καὶ τῆς διεύθυνσεως τῆς συνισταμένης Σ εἶναι καθαρῶς γεωμετρικὸν πρόβλημα. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ὁ ὑπολογισμὸς οὗτος εἶναι εὐκολος. Οὕτω π.χ. μίᾳ λέμβῳ σῦρεται ἐντὸς ποταμοῦ διὰ δύο σχοινίων ἀπὸ δύο ἐργάτας εὐρισκομένους εἰς τὰς ὄχθας τοῦ ποταμοῦ. Ἐκαστος ἐργάτης καταβάλλει δυνάμιν 40 kgr^* , τὰ δὲ δύο σχοινία σχηματίζουν



Σχ. 14. Εὐρέσις τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων.



Σχ. 15. Σύνθεσις τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .

κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς διχοτόμου τῆς γωνίας τῶν δύο σχοινίων καὶ σῦρεται ἀπὸ δυνάμιν 40 kgr^* .

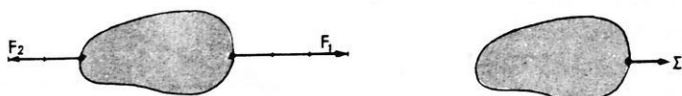
γωνίαν 120° (σχ. 15). Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ παραλληλόγραμμον τῶν δυνάμεων εἶναι ῥόμβος, τὰ δὲ σχηματιζόμενα τρίγωνα εἶναι ἰσόπλευρα. Ἄρα ἡ συνισταμένη Σ ἔχει ἐντάσιν 40 kgr^* , ἡ δὲ διεύθυνσις αὐτῆς διχοτομεῖ τὴν γωνίαν, τὴν ὅποιαν σχηματίζουν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ἡ λέμβος κινεῖται

29. Μερικὴ περίπτωσης.— Σύνθεσις δύο δυνάμεων τῆς αὐτῆς διεύθυνσεως. Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας καὶ ἔχουν τὴν αὐτὴν φοράν, τότε ἡ συνισταμένη ἔχει ἐντάσιν ἴσην μετὰ τὸ ἄθροισμα τῶν ἀρι-



Σχ. 16. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φοράν. Ἐπισημαστικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστασῶν καὶ διεύθυνσιν τὴν κοινὴν διεύθυνσιν αὐτῶν (σχ. 16). Οὕτως, ἐὰν εἶναι $F_1 = 200 \text{ gr}^*$ καὶ $F_2 = 300 \text{ gr}^*$,

ή συνισταμένη έχει έντασιν $\Sigma = F_1 + F_2 = 200\text{gr}^* + 300\text{gr}^* = 500\text{gr}^*$.
 'Εάν δύο δυνάμεις $F_1 = 300\text{gr}^*$ και $F_2 = 200\text{gr}^*$ ενεργούν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας και ἔχουν ἀντίθετον φοράν,



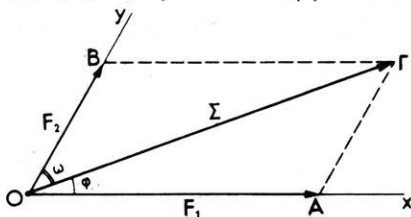
Σχ. 17. Αἱ δύο δυνάμεις F_1 και F_2 ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντίθετον φοράν.

τότε ἡ συνισταμένη έχει έντασιν ἴσην μετὴν διαφορὰν τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν δύο συνιστωσῶν και φοράν τὴν φοράν τῆς μεγαλύτερας συνιστώσεως (σχ. 17). Οὕτως εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ συνισταμένη έχει έντασιν $\Sigma = F_1 - F_2 = 300\text{gr}^* - 200\text{gr}^* = 100\text{gr}^*$.

'Εάν θεωρήσωμεν ὡς θετικὴν τὴν μίαν φοράν και ὡς ἀρνητικὴν τὴν ἀντίθετον, τότε ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

'Η συνισταμένη δύο δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ενεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, εἶναι ἴση μετὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστωσῶν.

30. Ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας. — Μία δύναμις Σ , ἡ ὁποῖα ενεργεῖ ἐπὶ ὑλικοῦ σημείου, δύναται νὰ ἀντικατασταθῇ ἀπὸ δύο ἄλλας δυνάμεις F_1 και F_2 , αἱ ὁποῖαι ἔχουν ὡς συνισταμένην τὴν δοθεῖσαν δύναμιν Σ . Ἡ τοιαύτη ἀντικατάστασις, ἡ ὁποῖα δὲν μεταβάλλει τὴν μηχανικὴν κατάστασιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου, καλεῖται **ἀνάλυσις** τῆς δυνάμεως Σ εἰς δύο συνιστώσας. Ἡ ἀνάλυσις

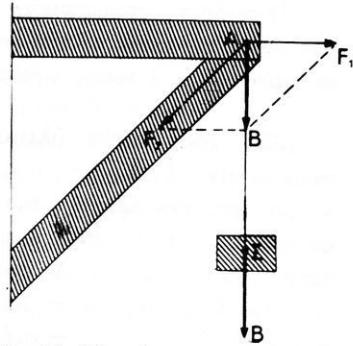


Σχ. 18. Ἀνάλυσις τῆς δυνάμεως Σ εἰς δύο συνιστώσας F_1 και F_2 .

μῆς δυνάμεως στηρίζεται εἰς τὸν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων. Διὰ νὰ ἀναλύσωμεν τὴν δύναμιν Σ (σχ. 18) εἰς δύο συνιστώσας, αἱ ὁποῖαι νὰ ενεργοῦν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῶν εὐθειῶν Ox και Oy , κατασκευάζομεν τὸ παραλληλόγραμμον $OAGB$, τοῦ ὁποῖου διαγώνιος εἶναι ἡ Σ . Ἄρα τὰ δύο ἀνύσματα OA και OB παριστοῦν τὰς δύο συνιστώσας τῆς δυνάμεως Σ . Γεωμετρικῶς ἡ ἀνάλυσις δυνάμεως εἰς δύο

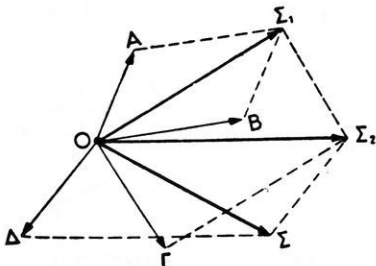
συνιστώσας ανάγεται πάντοτε εἰς τὸ ἐξῆς πρόβλημα: νὰ κατασκευασθῆ τρίγωνον OAG , ὅταν δίδωνται ὀρίσμενα στοιχεῖα του.

Παράδειγμα ἀναλύσεως μιᾶς δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας δεικνύει τὸ σχῆμα 19. Τὸ βῆρος B τοῦ σώματος ἐνεργεῖ διὰ τοῦ σχοινίου ἐπὶ τοῦ σημείου A τῆς ὀριζοντίας δοκοῦ. Ἡ δύναμις αὐτὴ B ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 , αἱ ὁποῖαι ἐξουδετερώνονται ἀπὸ τὰς ἀντιδράσεις τῶν δύο δοκῶν.

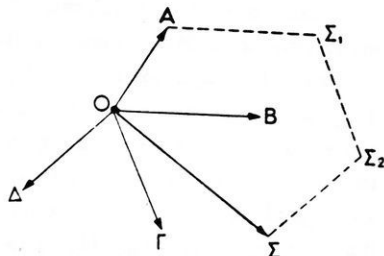


Σχ. 19. Τὸ βῆρος B ἀναλύεται εἰς τὰς συνιστώσας F_1 καὶ F_2 .

31. Σύνθεσις ὁσωνδήποτε δυνάμεων.— Ἐστω ὅτι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἐνεργοῦν ὁσασδήποτε δυνάμεις π.χ. αἱ A, B, Γ, Δ , αἱ ὁποῖαι ἔχουν διαφόρους διευθύνσεις (σχ. 20). Ἐφαρμόζοντες τὸν νόμον τοῦ παραλληλογράμμου, εὐρίσκομεν τὴν συνισταμένην αὐτῶν ὡς



Σχ. 20. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων.



Σχ. 21. Ἡ συνισταμένη Σ κλείει τὸ πολύγωνον τῶν δυνάμεων $OAS_1S_2\Sigma$.

ἐξῆς: Συνθέτομεν κατ' ἀρχὰς δύο δυνάμεις π.χ. τὰς A καὶ B καὶ εὐρίσκομεν τὴν συνισταμένην τῶν Σ_1 . Οὕτω τὸ σύστημα τῶν τεσσάρων δυνάμεων ἀνάγεται εἰς σύστημα τριῶν δυνάμεων Σ_1, Γ, Δ . Τὸ νέον τοῦτο σύστημα ἀνάγεται κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εἰς σύστημα δύο δυνάμεων, τὸ ὁποῖον τελικῶς ἀνάγεται εἰς μίαν μόνην δύναμιν. Ἡ δύναμις αὐτὴ εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν τεσσάρων δυνάμεων. Ὡστε:

Ἡ συνισταμένη ὁσωνδήποτε δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ

τοῦ αὐτοῦ σημείου, εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν συνιστασῶν. Ἐπειδὴ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα εἶναι ἀνεξάρτητον ἀπὸ τὴν σειράν, κατὰ τὴν ὁποίαν λαμβάνονται οἱ προσθετέοι, συνάγεται ὅτι ἡ συνισταμένη εἶναι ἐντελῶς ὠρισμένη (σχ. 21).

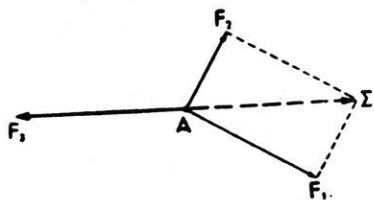
32. Ἴσορροπία ὑλικοῦ σημείου.— Λέγομεν ὅτι ἐν ὑλικὸν σημεῖον εἶναι ἐλεύθερον, ὅταν τὸ σημεῖον τοῦτο δύναται νὰ μετακινηθῇ ἀπὸ τὴν ἀρχικὴν του θέσιν πρὸς οἰανδήποτε διεύθυνσιν. Εἶναι φανερόν ὅτι, ἂν ἐπὶ ἐνὸς ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου A ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις, τὸ σημεῖον A ἡρεμεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο ὅμως συμβαίνει, μόνον ὅταν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι (σχ. 22). Ὡστε:



Σχ. 22. Ἴσορροπία ὑλικοῦ σημείου.

Ἐλεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δύο δυνάμεων, ἂν αἱ δύο δυνάμεις εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι.

Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τοῦτο συμβαίνει, ἂν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1, F_2, F_3 (σχ. 23) εὐρίσκωνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F_3 . Πειραματικὴν ἐπαλήθευσιν τοῦ συμπεράσματος τούτου ἔχομεν εἰς τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 12. Ὡστε:



Σχ. 23. Ἴσορροπία ὑλικοῦ σημείου.

Ἐλεύθερον ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τριῶν δυνάμεων, ἂν αἱ τρεῖς δυνάμεις εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἑκάστη ἐξ αὐτῶν εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο ἄλλων.

Τέλος, ἂν ἐπὶ τοῦ ἐλευθέρου ὑλικοῦ σημείου ἐνεργοῦν πολλαὶ δυνάμεις, εἶναι προφανές ὅτι τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση μὲ μηδέν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

13. Νὰ εὐρεθῇ εἰς τὰς κάτωθι περιπτώσεις ἡ συνισταμένη δύο ἴσων δυνάμεων $F_1 = F_2 = 8 \text{ kg}r^*$, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς : α) Αἱ δυνάμεις ἔχουν τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φορὰν. β) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 60° . γ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 90° . δ) Αἱ δυνάμεις σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 120° . ε) Αἱ δυνάμεις ἔχουν ἀντίθετον φορὰν.

14. Νὰ εὐρεθῇ ἡ συνισταμένη τεσσάρων δυνάμεων $F_1 = 1 \text{ kg}r^*$, $F_2 = 2 \text{ kg}r^*$, $F_3 = 3 \text{ kg}r^*$, $F_4 = 4 \text{ kg}r^*$, αἱ ὁποῖαι εἶναι ὁμοεπίπεδοι, ἔχουν τὸ αὐτὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς καὶ σχηματίζουν μεταξὺ των ἀνά δύο γωνίαν 90° .

15. Τρεῖς ἴσαι δυνάμεις $F_1 = F_2 = F_3 = 5 \text{ kg}r^*$ εἶναι ὁμοεπίπεδοι καὶ ἔχουν κοινὸν σημεῖον ἐφαρμογῆς. Αἱ F_1 καὶ F_3 εὐρίσκονται ἑκατέρωθεν τῆς F_2 καὶ σχηματίζουν μὲ αὐτὴν γωνίας 60° . Νὰ εὐρεθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν τούτων δυνάμεων.

16. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 13 \text{ kg}r^*$ εἰς δύο συνιστώσας F_1 καὶ F_2 καθέτους μεταξὺ των, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ F_1 νὰ εἶναι ἴση μὲ $5 \text{ kg}r^*$.

17. Νὰ ἀναλυθῇ δύναμις $F = 6 \text{ kg}r^*$ εἰς δύο ἴσας συνιστώσας, τῶν ὁποίων αἱ διευθύνσεις νὰ σχηματίζουν γωνίαν 30° μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς F .

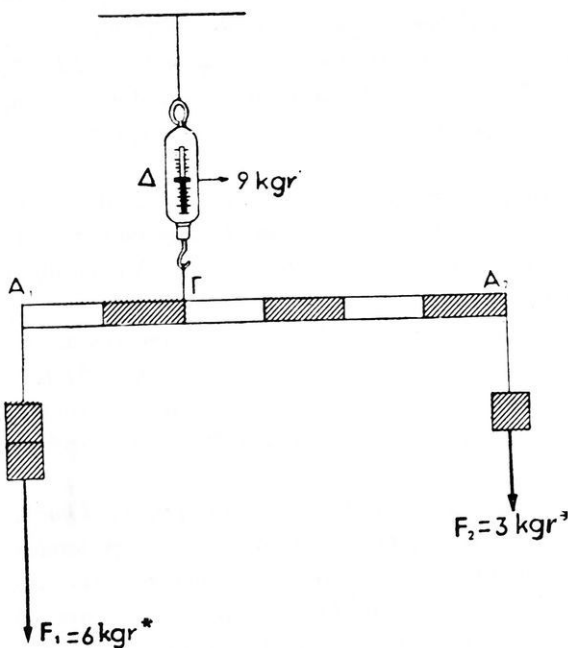
18. Εἰς τὸ ἐν ἄκρον νήματος OA ἐξαρτᾶται σῶμα βάρους $4 \text{ kg}r^*$. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἔντασις τῆς ὀριζοντίας δυνάμεως, τὴν ὁποῖαν θὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ σημεῖον A , ὥστε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ συστήματος τὸ νῆμα νὰ σχηματίζῃ γωνίαν 45° μὲ τὴν κατακόρυφον, ἡ ὁποία διέρχεται διὰ τοῦ O ; Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος; Τὸ βάρος τοῦ νήματος εἶναι ἀσήμαντον.

19. Ἐν σῶμα βάρους $1000 \text{ kg}r^*$ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ὀροφὴν μὲ δύο σχοινία, τὰ ὁποῖα σχηματίζουν μὲ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον γωνίαν 45° . Νὰ εὐρεθῇ ἡ τάσις ἐκάστου σχοινοῦ.

20. Μία μεταλλικὴ ὀρθογώνιος πλάξ ἔχει βάρους $6 \text{ kg}r^*$. Ἡ πλάξ ἐξαρτᾶται ἀπὸ ἐν ἄγκιστρον μὲ τὴν βοήθειαν νήματος, τοῦ ὁποῖου τὰ δύο ἄκρα στερεώνονται εἰς τὰς δύο ἀνωτέρας κορυφὰς τῆς πλακὸς. Τὰ δύο τμήματα τοῦ νήματος σχηματίζουν μὲ τὴν ἀνωτέραν ὀριζόντιαν πλευρὰν τῆς πλακὸς γωνίαν 45° . Πόση εἶναι ἡ τάσις ἐκάστου τμήματος τοῦ νήματος;

II. ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΕΦΗΡΜΟΣΜΕΝΑΙ ΕΙΣ ΔΙΑΦΟΡΑ ΣΗΜΕΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

33. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.— Λαμβάνομεν ξύλινον κανόνα πολύ ἐλαφρόν. Τὸ βᾶρος τοῦ κανόνος εἶναι πολύ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὰ δύο βάρη F_1 καὶ F_2 , τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζομεν εἰς τὰ ἄκρα του A_1 καὶ A_2 (σχ. 24). Αἱ δύο δυνά-



Σχ. 24. Σύνθεσις δύο δυνάμεων παραλλήλων τῆς αὐτῆς φορᾶς.

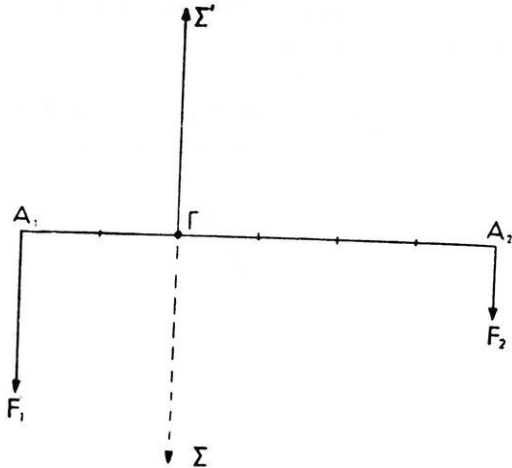
μεῖς F_1 καὶ F_2 εἶναι παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς. Ὁ κανὼν ἐξαρτᾶται ἀπὸ δυνάμετρον Δ. Μετακινούμεν τὸν δρομέα Γ, ἕως ὅτου ὁ κανὼν ἰσορροπήσῃ διατηρούμενος ὀριζόντιος. Ἐπὶ τοῦ κανόνος ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς κατακόρυφοι δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ Σ' (σχ. 25). Ἐπειδὴ δὲ ὁ κανὼν ἰσορροπεῖ, ἔπεται ὅτι ἡ δύναμις Σ' εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ὡστε ἡ συνισταμένη Σ ἐφαρμό-

ζεται εἰς τὸ σημεῖον Γ, εἶναι κατακόρυφος καὶ ἔχει τὴν ἰδίαν φορὰν μὲ τὴν φορὰν τῶν συνιστωσῶν F_1 καὶ F_2 (σχ. 25α). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἔντασις τῆς Σ' εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Ἄρα εἶναι $\Sigma = F_1 + F_2$. Ἐὰν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις ΓA_1 καὶ ΓA_2 τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης ἀπὸ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς A_1 καὶ A_2 τῶν δύο συνιστωσῶν, εὐρίσκομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέσις:

$$\frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}, \quad \text{ἤτοι} \quad F_1 \cdot \Gamma A_1 = F_2 \cdot \Gamma A_2$$

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω πειράματος συνάγονται τὰ ἐξῆς συμπεράσματα:

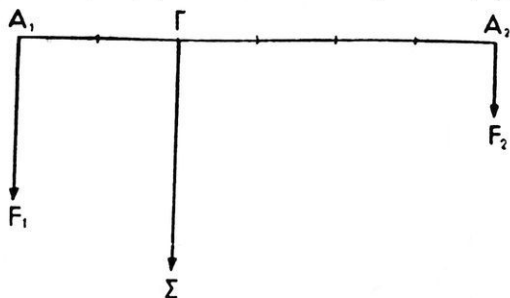
Ἡ συνισταμένη δύο παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 τῆς αὐτῆς φορᾶς εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς συνιστώσας, καὶ ἔχει ἔντασιν ἴσην μετὸ ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς Γ διαιρεῖ τὴν εὐθείαν A_1A_2 , ἢ ὅποια ἐνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰς δυνάμεις.



25. Ἡ δύναμις Σ' ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην Σ .

$$\text{συνισταμένη: } \Sigma = F_1 + F_2, \quad \frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

34. Ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον ἢ ἄξονα.— Πειραματικῶς εὔρομεν ὅτι διὰ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς Γ τῆς συνισταμένης



τῶν δύο παραλλήλων καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 25α) ἰσχύει ἡ σχέσηις:

$$F_1 \cdot \Gamma A_1 = F_2 \cdot \Gamma A_2$$

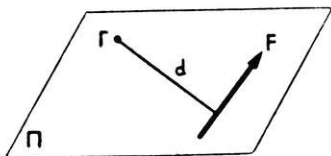
Ἐκαστον τῶν γινομένων τούτων παριστᾷ ἓν νέον φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὅποῖον πρέπει νὰ διευκρινήσωμεν. Ἔστω

σχ. 25α. Ἡ συνισταμένη Σ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ Γ .

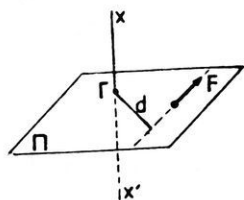
ὅτι μία δύναμις F εὔρισκεται ἐπὶ ἐνὸς ἐπιπέδου Π (σχ. 26). Ἄς θεωρήσωμεν ἓν σημεῖον Γ τοῦ ἐπιπέδου Π . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἰσχύει ὁ ἐξῆς ὁρισμός:

Καλείται ροπή τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς σημεῖον τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὴν ἀπόστασιν αὐτῆς (d) ἀπὸ τὸ σημεῖον τοῦτο.

ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον: $M = F \cdot d$



Σχ. 26. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς σημεῖον.



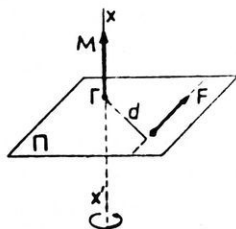
Σχ. 27. Διὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς ροπῆς δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα.

Ἄς θεωρήσωμεν ἄξονα xx' κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον Π (σχ. 27). Ὁ ἄξων τέμνει τὸ ἐπίπεδον εἰς τὸ σημεῖον Γ .

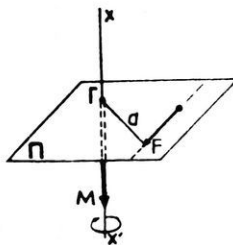
Καλείται ροπή τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως (F) ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν (d) τῆς δυνάμεως ἀπὸ τὸν ἄξονα.

ροπή δυνάμεως ὡς πρὸς ἄξονα: $M = F \cdot d$

Ἐὰν ἡ δύναμις F μετακινηθῇ ἐπὶ τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ, ἡ ἀπόστασις d μένει ἀμετάβλητος καὶ συνεπῶς ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Γ ἢ ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' δὲν μεταβάλλεται.



Σχ. 28.



Σχ. 28α.

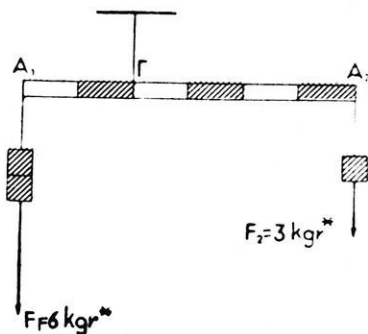
Ἡ ροπή δυνάμεως εἶναι μέγεθος ἀνυσματικόν.

Ἄνυσματικὸν μέγεθος καὶ παριστάνεται μὲ ἄνυσμα M κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον Π (σχ. 28 καὶ 28 α).

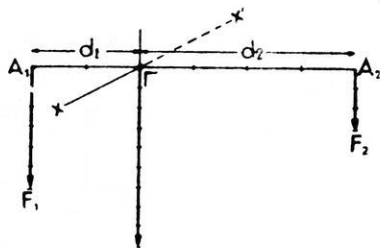
Ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται θετική, ὅταν ἡ δύναμις F τείνη νὰ στρέψη τὸ ἐπίπεδον Π περὶ τὸ σημεῖον Γ ἢ περὶ τὸν ἄξονα xx' κατὰ φορὰν ἀντίθετον τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὰρολογίου (σχ. 28).

Ἡ ροπή τῆς δυνάμεως F θεωρεῖται ἀρνητική, ὅταν ἡ δύναμις τείνη νὰ προκαλέσῃ περιστροφήν τοῦ ἐπιπέδου Π κατὰ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν δεικτῶν τοῦ ὰρολογίου (σχ. 28α).

35. Θεώρημα τῶν ροπῶν.— Ἄς ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσην τῆς ἰσορροπίας τῆς ράβδου A_1A_2 (σχ. 29). Ἐὰν ἡ ράβδος δὲν ἰσορροπῇ, τότε ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς



Σχ. 29. Ἴσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα.



Σχ. 30. Ἴσορροπία ράβδου στρεπτῆς περὶ ἄξονα.

δυνάμεως F_1 ἢ τῆς F_2 , ἡ ράβδος θὰ στραφῇ περὶ ὀριζόντιον ἄξονα xx' διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου Γ . Ὁ ἄξων οὗτος εἶναι κάθετος πρὸς τὸ κατακόρυφον ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὀποίου κεῖνται αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ (σχ. 30), εὔρομεν ὅτι ἰσχύει ἡ σχέση:

$$F_1 \cdot A_1\Gamma = F_2 \cdot A_2\Gamma \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2 \quad (1)$$

Ἄρα, ὅταν ἡ ράβδος ἰσορροπῇ, αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων εἶναι ἴσαι.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δύναται νὰ γραφῇ ὡς ἐξῆς:

$$F_1 \cdot d_1 - F_2 \cdot d_2 = 0$$

Ἡ εὔρεθεῖσα σχέση φανερώνει ὅτι τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δύο δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα xx' εἶναι ἴσον

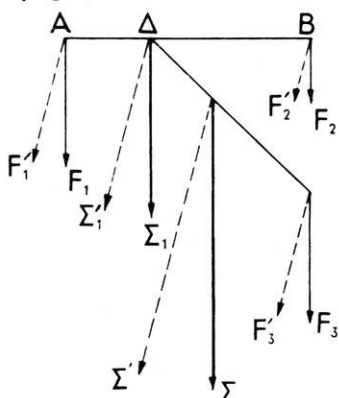
μέ μ η δ έ ν. Παρατηρούμεν ότι ή ροπή τῆς συνισταμένης Σ ως πρὸς τὸν ἄξονα χχ' εἶναι ἴση με μ η δ έ ν. Ὡστε καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα :

$$\text{ροπή τῆς } \Sigma = \text{ροπή τῆς } F_1 + \text{ροπή τῆς } F_2$$

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαχόμενον, τὸ ὁποῖον εὔρομεν πειραματικῶς εἶναι συνέπεια τοῦ γενικοῦ **θεωρήματος τῶν ροπῶν**, τὸ ὁποῖον εἰς τὴν μερικὴν περίπτωσιν τῶν παραλλήλων δυνάμεων διατυπώνεται ὡς ἐξῆς:

Ἡ ροπή τῆς συνισταμένης πολλῶν ὁμοεπιπέδων παραλλήλων δυνάμεων ὡς πρὸς ἄξονα κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση με τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τοῦτον.

36. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων τῆς αὐτῆς φορᾶς.— Ἐστω ὅτι εἰς διάφορα σημεῖα ἐνὸς σώματος ἐνεργοῦν πολλὰ

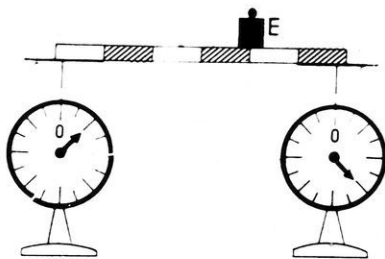


παράλληλοι δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς (σχ. 31). Διὰ νὰ εὔρωμεν τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων τούτων, συνθέτομεν πρῶτον τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἔπειτα συνθέτομεν τὴν συνισταμένην τῶν Σ_1 μετὰ τὴν δυνάμιν F_3 . Τὴν νέαν συνισταμένην Σ_2 συνθέτομεν μετὰ τὴν δυνάμιν F_4 κ.ο.κ. Οὕτως εὐρίσκομεν μίαν τελικὴν συνισταμένην Σ , ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς πρὸς τὰς συνιστώσας, ἔχει δὲ ἔντασιν ἴσην μετὰ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ἐντάσεων τῶν συνιστωσῶν.

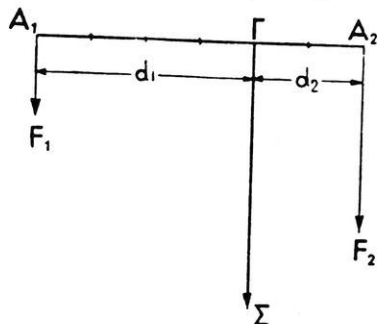
Σχ. 31. Σύνθεσις πολλῶν παραλλήλων δυνάμεων.

Ἐὰν ὅλαι αἱ δυνάμεις στραφοῦν περὶ τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς των, χωρὶς ὅμως νὰ μεταβληθοῦν αἱ ἐντάσεις των καὶ χωρὶς νὰ παύσουν νὰ εἶναι παράλληλοι, τότε ἡ συνισταμένη των λαμβάνει νέαν διεύθυνσιν, ἀλλὰ ἡ ἐντασις καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δὲν μεταβάλλονται. Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης καλεῖται **κέντρον παραλλήλων δυνάμεων** καὶ εἶναι ὠρισμένον σημεῖον τοῦ σώματος, μὴ ἐξαρτώμενον ἀπὸ τὴν διεύθυνσιν τῶν δυνάμεων.

37. 'Ανάλυσις δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς. — Μία λεπτή ἐπιμήκης σανὶς στηρίζεται ἐπὶ τῶν δίσκων δύο δυναμομέτρων (σχ. 32). 'Επὶ τῆς σανίδος θέτομεν σῶμα E βάρους 500 gr*. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ἄθροισμα τῶν ἐνδείξεων τῶν δύο δυναμομέτρων εἶναι πάντοτε ἴσον μὲ 500 gr* εἰς οἰαν-



Σχ. 32. 'Ανάλυσις δυνάμεως εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς



Σχ. 33. Τὸ βᾶρος Σ τοῦ σώματος E ἀναλύεται εἰς τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2

δήποτε θέσιν καὶ ἂν εὑρίσκεται τὸ σῶμα E. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ βᾶρος Σ τοῦ σώματος ἀναλύεται εἰς δύο συνιστώσας παραλλήλους τῆς αὐτῆς φορᾶς, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται εἰς τὰ ἄκρα A_1 καὶ A_2 τῆς σανίδος (σχ. 33). 'Επομένως ἰσχύουν αἱ γνωσταὶ σχέσεις:

$$\Sigma = F_1 + F_2 \quad \text{καὶ} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

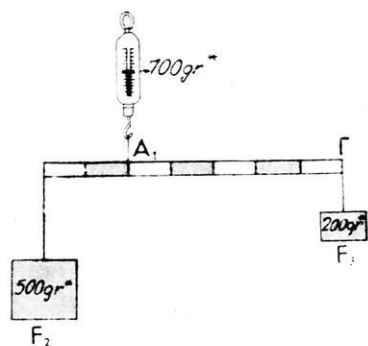
Αἱ συνιστώσαι F_1 καὶ F_2 προσδιορίζονται, ἂν εἶναι γνωσταὶ αἱ ἀποστάσεις d_1 καὶ d_2 . Οὕτως ἂν εἶναι $A_1A_2 = 100$ cm καὶ $\Gamma A_2 = d_2 = 20$ cm, τότε ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις εὑρίσκομεν:

$$\frac{F_1}{F_1 + F_2} = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \quad \text{ἢ} \quad \frac{F_1}{\Sigma} = \frac{d_2}{A_1A_2}$$

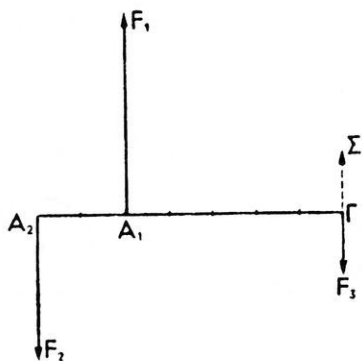
$$\text{ὅρα} \quad F_1 = 500\text{gr}^* \times \frac{20}{100} = 100 \text{gr}^* \quad \text{καὶ} \quad F_2 = 400 \text{gr}^*$$

38. Σύνθεσις δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων ἀντιθέτου φορᾶς. — Λαμβάνομεν ἐλαφρὸν ξύλινον κανόνα καὶ ἀπὸ τὰ δύο ἄκρα του ἐξαρτῶμεν δύο ἄνισα βάρη F_1 καὶ F_2 (σχ. 34). 'Ο κανὼν

ἐξαρτᾶται ἀπὸ δυναμόμετρον Δ. Μετακινούμεν τὸν δρομέα, ἕως ὅτου ὁ κανὼν ἰσορροπήσῃ διατηρούμενος ὀριζόντιος. Ἐπὶ τοῦ κανόνος ἐνεργοῦν αἱ τρεῖς δυνάμεις F_1 , F_2 , F_3 , αἱ ὁποῖαι ἰσορροποῦν (σχ. 35).



Σχ. 34. Ἴσορροπία τριῶν παραλλήλων δυνάμεων.



Σχ. 35. Ἡ δύναμις F_3 ἰσορροπεῖ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .

Ἐὰν καταργήσωμεν τὴν δύναμιν F_3 , ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται. Ἄρα ἡ δύναμις F_3 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 . Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ συνισταμένη Σ εἶναι:

$$\Sigma = F_3 = F_1 - F_2 = 700\text{gr}^* - 500\text{gr}^* = 200\text{gr}^*$$

$$\text{καὶ } \frac{F_3}{F_2} = \frac{A_1 A_2}{\Gamma A_1} \quad \eta \quad \frac{F_3 + F_2}{F_2} = \frac{A_1 A_2 + \Gamma A_1}{\Gamma A_1}$$

$$\text{Ἄρα } \frac{F_1}{F_2} = \frac{\Gamma A_2}{\Gamma A_1}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

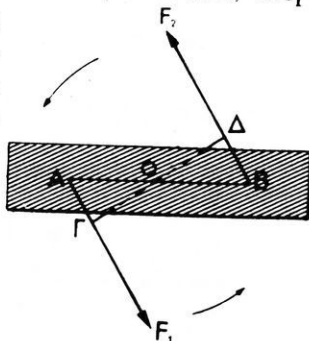
Ἡ συνισταμένη δύο ἀνίσων παραλλήλων δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ἀντιθέτου φορᾶς εἶναι παράλληλος πρὸς τὰς συνιστώσας, ἔχει τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας καὶ ἔντασιν ἴσην μετὴν διαφορὰν τῶν ἐντάσεων αὐτῶν· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς Γ κεῖται πέραν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως ἐπὶ τῆς εὐθείας $A_1 A_2$, ἡ ὁποῖα ἐνώνει τὰ σημεῖα ἐφαρμογῆς τῶν συνιστωσῶν, αἱ δὲ ἀποστάσεις τοῦ σημείου Γ ἀπὸ τὰ σημεῖα A_1 καὶ A_2 εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις.

$$\text{συνισταμένη: } \Sigma = F_1 - F_2, \quad \frac{\Gamma A_1}{\Gamma A_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

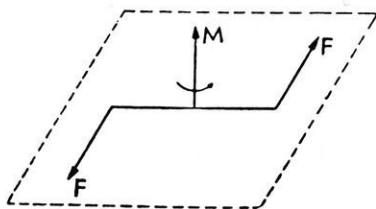
39. Ζεύγος δυνάμεων.— “Ας θεωρήσωμεν τὰς δύο παραλλήλους καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τοῦ σχήματος 35. Εἶδομεν (§ 38) ὅτι ἰσχύει ἡ σχέση:

$$\frac{A_1 A_2}{\Gamma A_1} = \frac{F_2}{F_1} \quad \text{ἤτοι} \quad \Gamma A_1 = A_1 A_2 \cdot \frac{F_2}{F_1 - F_2}$$

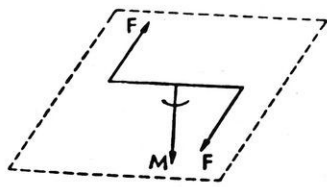
Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 τείνουν νὰ γίνουν ἴσαι, ἡ διαφορὰ $F_1 - F_2$ βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη καὶ συνεπῶς ἡ ἀπόστασις ΓA_1 βαίνει συνεχῶς ἀξιοσημείωτη. “Ὅταν δὲ γίνῃ $F_1 = F_2$, τότε εἶναι $\Sigma = 0$ καὶ $\Gamma A_1 = \infty$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὸ σύστημα τῶν δύο ἴσων παραλλήλων καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δυνάμεων F_1 καὶ F_2 (σχ. 36) δὲν ἔχει συνισταμένην καὶ ἐπομένως δὲν δύναται νὰ τὸ ἀντικαταστήσῃ ἢ νὰ τὸ ἰσοροπήσῃ μίᾳ δυνάμει· τὸ σύστημα τοῦτο τῶν δυνάμεων καλεῖται **ζεύγος**. Τὸ ζεύγος προσδίδει εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ, κίνησιν περιστροφικὴν περὶ ἄξονα κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο δυνάμεων (ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους). Οὕτως, ὅταν στρέφωμεν κοχλίαν, κλειδίον κ.τ.λ. ἀναπτύσσομεν ἐπὶ τῶν σωμάτων τούτων ἐν ζεύγος. Καλεῖται



Σχ. 36. Τὸ ζεύγος τῶν δυνάμεων προκαλεῖ περιστροφὴν τοῦ σώματος.



Σχ. 37.



Σχ. 37α.

Τὸ ἄνυσμα M παριστᾷ τὴν ροπήν τοῦ ζεύγους.

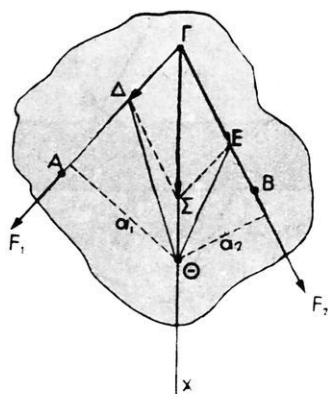
ροπή τοῦ ζεύγους ἄνυσμα κάθετον εἰς τὸ ἐπίπεδον τοῦ ζεύγους μετρεῖται τὸ γινόμενον τῆς ἐντάσεως τῆς μιᾶς τῶν δύο δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον ἀπόστασιν τούτων.

$$\text{ροπή ζεύγους : } M = F \cdot d$$

Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο δυνάμεων καλεῖται βραχίον τῶν ζεύγους. Ἡ ροπή M τοῦ ζεύγους χαρακτηρίζεται καὶ ἀπὸ τὴν φοράν τῆς περιστροφῆς, τὴν ὁποίαν τείνει τὸ ζεῦγος νὰ προσδώσῃ εἰς τὸ σῶμα, ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ (σχ. 37, 37α).

40. Σύνθεσις δύο ὁμοεπιπέδων δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως.—

Εἰς δύο διάφορα σημεῖα A καὶ B (σχ. 38) στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 , αἱ ὁποῖαι δὲν εἶναι παράλληλοι καὶ κείνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου. Προεκτείνομεν τὰς διευθύνσεις τῶν δύο δυνάμεων μέχρι τοῦ σημείου τῆς τομῆς τῶν Γ . Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δύο δυνάμεις ἐνεργοῦν ἐπὶ τοῦ Γ , τότε ἡ συνισταμένη τῶν Σ παρίσταται μετὰ τὴν διαγώνιον τοῦ σχηματιζομένου παραλληλογράμμου. Ἡ συνισταμένη ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς εὐθείας Γx , τῆς ὁποίας ὅλα τὰ σημεῖα ἔχουν μίαν ἀξιοσημείωτον ιδιότητα. Ἀπὸ τυχόν σημείον Θ τῆς εὐθείας αὐτῆς ἄς φέρωμεν τὰς α_1 καὶ α_2 καθέτους πρὸς τὰς δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Τὰ δύο τρίγωνα $\Gamma\Delta\Theta$ καὶ $\Gamma\Theta E$ ἔχουν τὴν $\Gamma\Theta$ κοινὴν καὶ αἱ ἀποστάσεις τῶν



Σχ. 38. Σύνθεσις τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 .

σημείων Δ καὶ E ἀπὸ τὴν $\Gamma\Theta$ εἶναι ἴσαι. Ἄρα τὰ δύο τρίγωνα ἔχουν ἴσα ἐμβαδά, ἤτοι :

$$\frac{1}{2} F_1 \cdot \alpha_1 = \frac{1}{2} F_2 \cdot \alpha_2 \quad \eta \quad F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2$$

Τὰ γινόμενα $F_1 \cdot \alpha_1$ καὶ $F_2 \cdot \alpha_2$ ἐκφράζουν ἀντιστοίχως τὰς ροπὰς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Θ (§ 34).

Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων διαφόρου διευθύνσεως, καὶ αἱ

ὅποιοι ἐνεργοῦν εἰς δύο διάφορα σημεῖα ἐνὸς σώματος, εἶναι ἴση μὲ τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν δύο δυνάμεων καὶ ἔχει ὡς σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐν σημείον τοῦ σώματος, ὡς πρὸς τὸν ὅποιον αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων εἶναι ἴσαι· ἤτοι τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης καθορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

21. Ἀπὸ τὰ ἄκρα ράβδου μήκους 60 cm ἐξαερωτῶνται βάρη 1 kgf* καὶ 4 kgf*. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων.

22. Ὁμογενὴς ράβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 50 gr*. Εἰς τὸ ἐν ἄκρον τῆς ράβδου ἐξαερωτᾶται βάρος 10 gr* καὶ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς ἐξαερωτᾶται βάρος 20 gr*. Νὰ εὐρεθῇ ἡ θέσις τοῦ σημείου τῆς ράβδου, εἰς τὸ ὅποιον πρέπει νὰ στηριχθῇ αὕτη, διὰ νὰ διατηρηθῇ ὀριζοντία.

23. Ἐν ὄχημα βάρους 20 τόννων εὐρίσκεται ἐπὶ μιᾶς γεφύρας, ἡ ὁποία ἔχει βάρος 150 τόννους καὶ μῆκος 45 m. Τὸ μέσον τοῦ ὀχήματος ἀπέχει ἀπὸ τὸ ἐν ἄκρον τῆς γεφύρας 15 m. Νὰ εὐρεθῇ ποῖα φορτία φέρουν οἱ δύο στῦλοι, οἱ ὅποιοι στηρίζουν τὴν γεφύραν εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς.

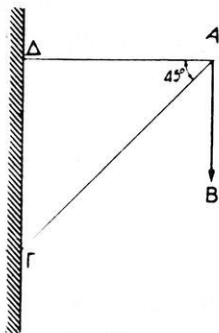
24. Τρεῖς δυνάμεις, ἴσαι, παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς ἐφαρμόζονται εἰς τὰς κορυφὰς τυχόντος τριγώνου. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν.

25. Τρεῖς παράλληλοι δυνάμεις ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεῖα A, B, Γ μιᾶς ράβδου. Εἶναι $AB = 40$ cm καὶ $BΓ = 80$ cm. Εἰς τὸ A ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις $F_1 = 2$ kgf* καὶ εἰς τὸ Γ ἐφαρμόζεται ἡ δύναμις $F_3 = 1$ kgf* τῆς αὐτῆς φορᾶς μὲ τὴν F_1 . Εἰς δὲ τὸ B ἐφαρμόζεται ἡ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμις $F_2 = 3$ kgf*. Νὰ προσδιορισθῇ ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν δυνάμεων.

26. Μία δύναμις 6 kgf* ἐνεργεῖ ἐπὶ ράβδου μήκους 80 cm καὶ ἐφαρμόζεται εἰς σημεῖον ἀπέχον 30 cm ἀπὸ τὸ ἐν ἄκρον τῆς ράβδου. Νὰ ἀναλυθῇ ἡ δύναμις αὕτη εἰς δύο παραλλήλους δυνάμεις τῆς αὐτῆς φορᾶς, ἐφαρμοζομένας εἰς τὰ ἄκρα τῆς ράβδου.

27. Ὁμογενὴς ράβδος ἔχει μῆκος 1 m καὶ βάρος 500 gr*. Ἡ ράβδος ἐξαερωτᾶται καταλλήλως ἀπὸ τὰ ἄγκιστρα δύο κατακορύφων δυνα-

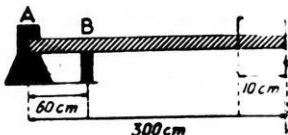
μομέτρων, ώστε να διατηρηται οριζοντία. Τα σημεία A και B της ράβδου, από τα οποία εξαρτάται αυτή, απέχουν αντίστοιχως 10 cm από εκαστον άκρον της ράβδου. Από δύο σημεία Γ και Δ της ράβδου, τα οποία απέχουν από τα αντίστοιχα άκρα της ράβδου αποστάσεις 20 cm και 25 cm , εξαρτώνται βάρη 1 kg από το Γ και 2 kg από το Δ . Να ερευνηθῆ ποιαι θα είναι αι ένδειξεις των δύο δυναμομέτρων.



Σχ. 39.

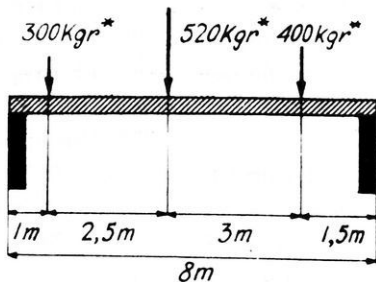
28. Από το άκρον A μιάς δοκού ΔA εξαρτάται βάρος 12 kg . Να σημειωθούν και να υπολογισθούν αι δυνάμεις αι αναπτυσσόμεναι εις τα άκρα A και Γ των δύο δοκών ΔA και ΓA (σχ. 39).

29. Εις έν κολυμβητήριον ή εξέδρα έχει μήκος 3 m και βάρος 50 kg . Εις το σημείον Γ της εξέδρας (σχ. 40) ίσταιται άνθρωπος έχων



Σχ. 40.

βάρος 70 kg . Να σημειωθούν εις το σχήμα και να υπολογισθούν αι δυνάμεις, αι οποίαι ενεργοῦν εις τα σημεία στηρίξεως A και B της εξέδρας.

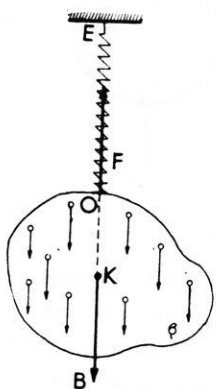


Σχ. 41.

30. Μία γέφυρα βάρους 2 t στηρίζεται εις δύο στύλους A και B (σχ. 41). Επί της γέφυρας ενεργοῦν τρεῖς δυνάμεις, όπως φαίνονται εις το σχήμα. Να υπολογισθούν αι αντιδράσεις των δύο στύλων.

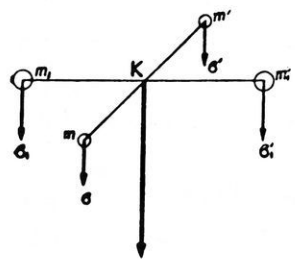
ΚΕΝΤΡΟΝ ΒΑΡΟΥΣ
ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

41. Κέντρον βάρους σώματος.— “Ας φαντασθῶμεν ὅτι ἐν σῶμα διαχωρίζεται εἰς μεγάλο πλῆθος μικροτάτων τμημάτων. “Ἐκαστον στοιχειῶδες τμημα ἔχει βάρος β , τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις κατακόρυφος (σχ. 42). “Ὅλοι αὐταὶ αἱ παράλληλοι καὶ τῆς αὐτῆς φορᾶς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν στοιχειωδῶν τμημάτων τοῦ σώματος, ἔχουν μίαν γενικὴν συνισταμένην B , ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος καὶ καλεῖται **βάρος** τοῦ σώματος (§ 11). Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς συνισταμένης B εἶναι ἀπολύτως ὀρισμένον (§ 36) καὶ καλεῖται **κέντρον βάρους** τοῦ σώματος. Τὸ κέντρον βάρους παραμένει σταθερόν, ὅπωςδήποτε καὶ ἂν στραφῇ τὸ σῶμα. Ἐπίσης παραμένει σταθερόν, ὅταν τὸ σῶμα μεταφέρεται εἰς ἄλλον τόπον, διότι τότε αἱ ἐντάσεις ὅλων τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν μεταβάλλονται κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον : “Ὡστε:



Σχ. 42. Εἰς τὸ κέντρον βάρους ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη B τῶν στοιχειωδῶν βαρῶν β .

Κέντρον βάρους ἐνὸς σώματος καλεῖται τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν μαζῶν τοῦ σώματος.



Σχ. 43. Τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον συμμετρίας K .

42. Θέσις τοῦ κέντρον βάρους.—

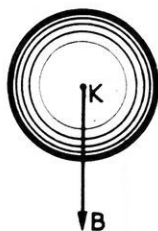
Εἰς ἐν ὁμογενὲς σῶμα ἡ θέσις τοῦ κέντρον βάρους ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἐὰν τὸ σῶμα ἔχη γεωμετρικὸν σχῆμα, ἡ εὔρεσις τοῦ κέντρον βάρους ἀνάγεται εἰς πρόβλημα τῆς γεωμετρίας. Διότι ἔστω ὅτι ἐν ὁμογενὲς σῶμα ἔχει κέντρον συμμετρίας K (σχ. 43). Δυνάμεθα τότε νὰ χωρίσωμεν τὸ σῶμα εἰς μικρὰ τμήματα m καὶ m' , m_1 καὶ m'_1, \dots , τὰ ὁποῖα ἀπέχουν ἐξ ἴσου ἀπὸ τὸ σημεῖον K

καὶ ἔχουν ἴσους ὄγκους. Ἐπομένως τὰ τμήματα ταῦτα ἔχουν ἴσα βάρη

$\beta = \beta'$, $\beta_1 = \beta'_1$ κ.τ.λ. Ἡ συνισταμένη τῶν βαρῶν τούτων ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον Κ. Ὡστε:

Εἰς τὰ ὁμογενῆ σώματα, τὰ ὅποια ἔχουν κέντρον συμμετρίας, τὸ κέντρον βάρους συμπίπτει μὲ τὸ κέντρον συμμετρίας.

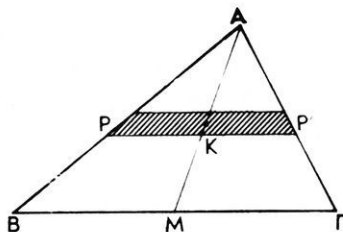
Οὕτω τὸ κέντρον βάρους ὁμογενοῦς σφαίρας εἶναι τὸ κέντρον αὐτῆς· τὸ κέντρον βάρους κυλίνδρου εἶναι τὸ μέσον τῆς εὐθείας, ἣ ὅποια ἐνώνει τὰ κέντρα τῶν δύο κυκλικῶν βάσεων αὐτοῦ· τὸ κέντρον βάρους παραλληλεπιπέδου εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων του· τὸ κέντρον βάρους κύκλου ἢ κανονικοῦ πολυγώνου εἶναι τὸ κέντρον τοῦ κύκλου ἢ τοῦ πολυγώνου. Εἰς τὴν περίπτωσιν κυκλικοῦ δακτυλίου (σχ. 44) τὸ κέντρον βάρους εὐρίσκεται εἰς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου, ἤτοι ἐκτὸς τῆς ὕλης τοῦ δακτυλίου.



Σχ. 44. Κέντρον βάρους δακτυλίου.

43. Παράδειγμα προσδιορισμοῦ τοῦ κέντρου βάρους. —

Ἐὰς θεωρήσωμεν μίαν λεπτήν τριγωνικὴν πλάκα ΑΒΓ (σχ. 45). Χωρίζομεν τὸ τρίγωνον εἰς μικρὰ στοιχειώδη τμήματα, τὰ ὅποια περιορίζονται ἀπὸ δύο εὐθείας παραλλήλους πρὸς τὴν πλευρὰν ΒΓ. Τὸ κέντρον βάρους ἐκάστου στοιχειώδους τμήματος εὐρίσκεται εἰς τὸ μέσον του, ἤτοι ἐπὶ τῆς διαμέσου ΑΜ. Ἐπομένως καὶ τὸ κέντρον βάρους ὁλοκλήρου τῆς τριγωνικῆς πλακῆς εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου ΑΜ. Ὁμοίως σκεπτόμενοι εὐρίσκομεν ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς τριγωνικῆς πλακῆς εὐρίσκεται ἐπὶ ἐκάστης τῶν ἄλλων διαμέσων τοῦ τριγώνου ΑΒΓ.



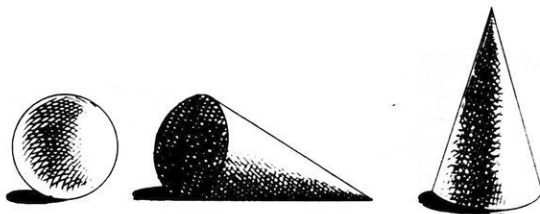
Σχ. 45. Τὸ κέντρον βάρους Κ εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς διαμέσου ΑΜ.

Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸ συμπέρασμα ὅτι τὸ κέντρον βάρους τριγωνικῆς πλακῆς εἶναι τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαμέσων του.

44. Ἴσορροπία στερεοῦ σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου. — Ἐν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον ἢ μὲ περισσότερα σημεῖα (σχ. 46).

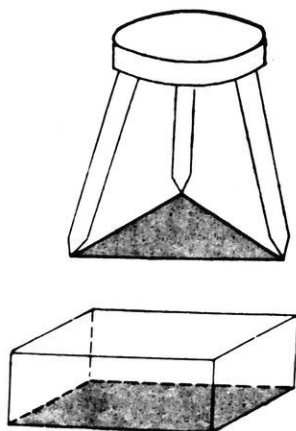
Ἐὰν τὰ σημεῖα στηρίξεως δὲν εὐρίσκωνται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας, τότε τὰ σημεῖα αὐτὰ καθορίζουν μίαν κλειστὴν πολυγωνικὴν γραμμὴν (σχ. 47).

Ὀνομάζομεν β-
σιν στηρίξε-
ως τὸ πολύγω-
νον, τὸ ὁποῖον
ἔχει ὡς κορυφὰς
ὠρισμένα σημεῖα
στηρίξεως ἐκλεγό-
μενα οὕτως, ὥστε
κανὲν ἀπὸ τὰ ση-
μεῖα στηρίξεως νὰ μὴ εὐρίσκειται ἐκτὸς τοῦ πολυγώνου τούτου.

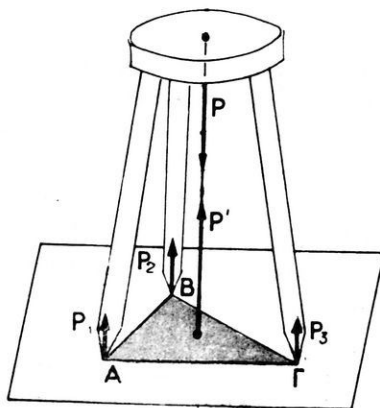


Σχ. 46. Στηρίξις σώματος ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου

Ἄς θεωρήσωμεν τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ βᾶσις στηρίξεως εἶναι τρίγωνον $ΑΒΓ$ (σχ. 48). Τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον εἶναι ἀπολύτως λεῖον. Τὸ ἐπίπεδον τοῦτο ἐξασκεῖ εἰς τὰ τρία σημεῖα τοῦ σώματος $Α, Β, Γ$ ἀντιδράσεις P_1, P_2, P_3 , αἱ ὁποῖαι εἶναι κατὰ-



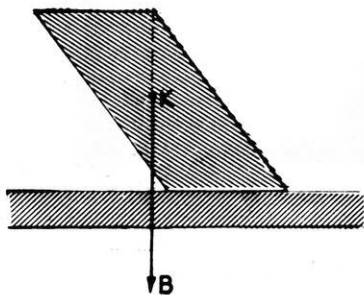
Σχ. 47. Ἡ βᾶσις στηρίξεως εἶναι :
α) τρίγωνον καὶ β) τετράπλευρον.



Σχ. 48. Τὸ βᾶρος τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις τοῦ ἐπιπέδου ἰσορροποῦν.

κόρυφοι. Αἱ ἀντιδράσεις αὐταὶ ἔχουν συνισταμένην P' , ἡ ὁποία εἶναι κατακόρυφος, ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἄνω καὶ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς εὐρίσκειται προφανῶς ἐντὸς τῆς βάσεως στηρίξεως. Διὰ νὰ ἰσορ-

ροπῇ τὸ στερεὸν σῶμα, πρέπει τὸ βάρος P τοῦ σώματος καὶ ἡ ἀντίδρασις P' τοῦ ἐπιπέδου νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Ὡστε :

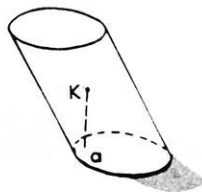


Σχ. 49. Τὸ σῶμα ἀνατρέπεται.

Ἐν στερεὸν σῶμα στηριζόμενον ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου ἰσορροπεῖ, ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἢ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος διέρχεται διὰ τῆς βάσεως στηρίξεως.

Ἐὰν ἡ κατακόρυφος ἢ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους διέρχεται ἐκτὸς τῆς βάσεως στηρίξεως, τότε τὸ σῶμα ἀνατρέπεται (σχ. 49).

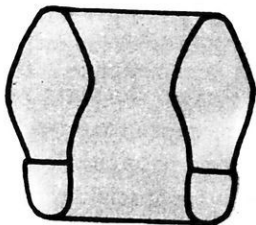
45. Εἶδη ἰσορροπίας. — Ἐὰν τὸ στερεὸν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου μὲ ἓν μόνον σημεῖον, τότε τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ κατακόρυφος, ἢ ὁποῖα διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους, διέρχεται καὶ διὰ τοῦ σημείου στηρίξεως. Εἰς τὴν ἐλαχίστην ὅμως μετακίνησιν τοῦ σώματος τὸ κέντρον βάρους τοῦ σώματος κατέρχεται ἢ ἰσορροπία εἶναι **ἀσταθής**. Τὸ ἴδιον συμβαίνει καὶ ὅταν τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ δύο σημείων. Ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα στηρίζεται διὰ τριῶν ἢ περισσοτέρων σημείων, τὰ ὁποῖα δὲν εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας, τότε τὸ σῶμα, ἐὰν ἀπομακρυνθῇ ὀλίγον ἀπὸ τὴν θέσιν του, ἐπανέρχεται εἰς αὐτήν ἢ ἰσορροπία εἶναι τότε **εὐσταθής**. Τόσον δὲ περισσότερο ἢ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ βᾶσις στηρίξεως καὶ ὅσον χαμηλότερα εἶναι τὸ κέντρον βάρους. Ὁ βαθμὸς τῆς εὐσταθείας τοῦ σώματος μετρεῖται διὰ τῆς γωνίας, κατὰ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ στραφῇ τὸ σῶμα, διὰ νὰ ἐπέλθῃ ἢ ἀνατροπῇ τοῦ σώματος. Ἡ γωνία αὕτη εἶναι τόσον μεγαλύτερα (δηλαδή ἡ ἀνατροπῇ τοῦ σώματος εἶναι τόσον δυσκολωτέρα), ὅσον χαμηλότερα εὑρίσκεται τὸ κέντρον βάρους, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ βᾶσις στηρίξεως καὶ ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ἡ ἀνατροπῇ τοῦ σώματος εἶναι εὐκολωτέρα κατὰ μίαν διεύθυνσιν (σχ. 50). Τέλος τὸ σῶμα, ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον



Σχ. 50. Ἴσορροπία κυλίνδρου.

από την αρχικήν θέσιν, δύναται νὰ ἡρεμῆ εἰς τὴν νέαν θέσιν, ὅπως π.χ. συμβαίνει μὲ μίαν σφαῖραν ἢ ἰσορροπία εἶναι τότε **ἀδιάφορος**.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α . Ὁ ἄνθρωπος, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ τοὺς δύο πόδας του, εὐρίσκεται εἰς εὐσταθῆ ἰσορροπίαν, ἂν ἡ κατακόρυφος, ἢ ὅποια διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους του, συναντᾷ τὸ ἐδαφος εἰς ἓν σημεῖον τῆς βάσεως στηρίξεως (σχ. 51). Ἡ συνθήκη αὐτὴ πρέπει νὰ ἰσχύῃ πάντοτε, ὅποιαδήποτε καὶ ἂν εἶναι ἡ θέσις, τὴν ὅποιαν λαμβάνει τὸ σῶμα



Σχ. 51. Βάσις στηρίξεως τοῦ ἀνθρώπινου σώματος.

τοῦτο κατὰ τὴν φόρτωσιν των τὰ βαρύτερα σώματα τοποθετοῦνται βαθύτερον, ὥστε νὰ ἀποτελοῦν ἔγμα. Μία σφαῖρα, ὅταν στηρίζεται ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιφανείας, εὐρίσκεται πάντοτε εἰς ἀδιάφορον ἰσορροπίαν (σχ. 52), ὅταν ὅμως στηρίζεται ἐπὶ κοιλῆς ἢ κυρτῆς ἐπιφανείας, ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθῆς ἢ ἀσταθῆς.

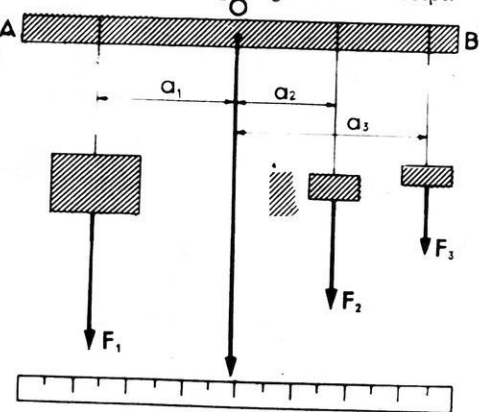


Σχ. 52. Ἴσορροπία σφαίρας.

μας. Ἐπίσης ἡ εὐστάθεια τῶν ὀχημάτων, τῶν πλοίων κ.τ.λ. εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον χαμηλότερα εὐρίσκεται τὸ κέντρον βάρους διὰ

46. Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περιὶ ἄξονα. — Πειρα-

ματιζόμεθα μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 53. Ἡ ράβδος AB δύναται νὰ στρέφεται ἐλευθέρως περιὶ ὀριζόντιον ἄξονα O, ὃ ὁποῖος διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους τῆς ράβδου. Οὕτως ἡ ροπή τοῦ βάρους τῆς ράβδου ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Κατὰ μῆκος τῆς ράβδου μετακινοῦνται δρομεῖς, ἀπὸ τοὺς ὁποῖους ἐξαρτῶμεν βάρη F_1, F_2, F_3 . Μετακινοῦντες τοὺς δρομεῖς ἐπιτυγχάνομεν, ὥστε ἡ



Σχ. 53. Ἴσορροπία σώματος στρεπτοῦ περιὶ ἄξονα.

ράβδος AB νὰ διατηρῆται ὀριζοντία. Αἱ τρεῖς δυνάμεις κ ε ἴ ν τ α ἰ ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου, ὃ δὲ ἄξων περιστροφῆς τοῦ σώ-

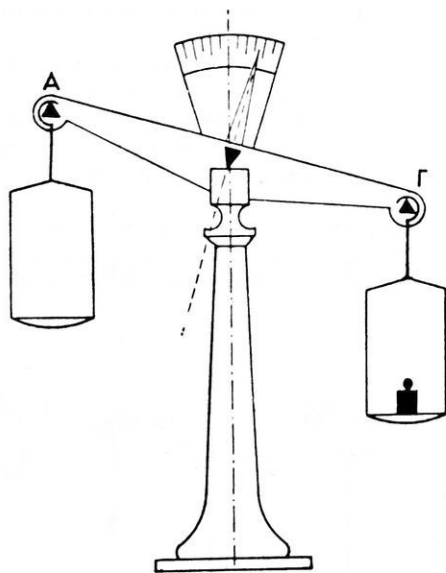
ματος είναι κάθετος πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων. Ἀπὸ τὸν ἄξονα O ἐξαρτῶμεν νῆμα στάθμης. Τότε μὲ τὴν βοήθειαν ἑνὸς ὀριζοντίου κανόνος εὐρίσκομεν τὰς ἀποστάσεις $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ τῶν τριῶν δυνάμεων ἀπὸ τὸν ἄξονα. Παρρηγοῦμεν ὅτι εἶναι :

$$\text{ροπή τῆς } F_1 = \text{ροπή τῆς } F_2 + \text{ροπή } F_3$$

$$F_1 \cdot \alpha_1 = F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha_1 - (F_2 \cdot \alpha_2 + F_3 \cdot \alpha_3) = 0$$

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω πείραμα συνάγεται τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Ὅταν ἐπὶ στερεοῦ σώματος ἐνεργοῦν πολλοὶ δυνάμεις κείμεναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου καὶ τὸ σῶμα εἶναι στρεπτόν περὶ ἄξονα καθέτον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δυνάμεων, τότε τὸ σῶμα ἰσοροπεῖ, ἂν τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.



Σχ. 54. Ζυγός.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι συνέπεια τοῦ θεωρήματος τῶν ροπῶν (§ 35). Διότι ἡ συνισταμένη Σ τῶν δυνάμεων F_1, F_2, F_3 ἐφαρμόζεται εἰς τὸ σημεῖον O καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Καὶ ἐπειδὴ ἡ ροπή τῆς Σ εἶναι ἴση μὲ μηδέν, πρέπει καὶ τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

47. Ζυγός.— Ὁ ζυγός

χρησιμοποιεῖται ὡς γνωστὸν διὰ τὴν σύγκρισιν τῶν βαρῶν τῶν σωμάτων. Τὸ κύριον μέρος τοῦ ζυγοῦ εἶναι ἡ φά-

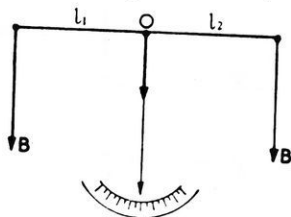
λαγξ, ἡ ὁποία εἶναι ἐλαφρὰ ἐπιμήκης μεταλλικὴ ράβδος (σχ. 54). Ἡ φάλαγξ φέρει εἰς τὸ μέσον τῆς πρισματικῆν ἀκμὴν ἀπὸ χάλυβα, ἡ ὁποία στηρίζεται ἐπὶ σταθερᾶς ὀριζοντίας πλακῶς ἀπὸ χάλυβα. Οὕτως ἡ φάλαγξ δύναται νὰ περιστρέφεται μὲ μεγάλην εὐκολίαν περὶ ὀρι-

ζώντιον ἄξονα. Εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς φάλαγγος ὑπάρχουν ὅμοιοι πρισμα-
 τικαὶ ἀκμαί, ἀπὸ τὰς ὁποίας ἐξαρτῶνται δύο ἰσοβαρεῖς δίσκοι. Ἐπὶ τῆς
 φάλαγγος εἶναι στερεωμένος δείκτης, ὁ ὁποῖος κινεῖται ἔμπροσθεν βα-
 θμολογημένου τόξου καὶ δεικνύει τὴν γωνίαν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ φάλαγγξ
 ἐκτρέπεται ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσοροπίας τῆς. Ὅταν ἡ φάλαγγξ ἰσοροπῇ,
 ὁ δείκτης εὐρίσκεται εἰς τὸ μηδὲν τῆς κλίμακος τοῦ τόξου. Οὕτως ὁ
 ζυγὸς ἀποτελεῖ σῶμα στρεπτόν περὶ ὀριζόντιον ἄξονα

α) Ἀκριβεία τοῦ ζυγοῦ. Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ἐὰν ἡ φά-
 λαγγξ διατηρῆται ὀριζοντία, ὅταν οἱ δίσκοι εἶναι κενοὶ ἢ ὅταν θέτωμεν
 ἐπὶ τῶν δύο δίσκων ἴσα βάρη. Εἰς τὴν δευ-
 τέρην περίπτωσιν αἱ ροπαὶ τῶν δύο ἴσων
 βαρῶν ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσαι (σχ.
 55). Ἐπομένως καὶ οἱ δύο βραχίονες τῆς
 φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Ὡστε :

Διὰ νὰ εἶναι ἀκριβής ὁ ζυγός, πρέ-
 πει οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος νὰ
 ἔχουν τὸ αὐτὸ μῆκος.

β) Εὐαίσθησις τοῦ ζυγοῦ. Ὅταν
 ἐπὶ τῶν δύο δίσκων τοῦ ζυγοῦ εὐρίσκωνται ἴσα βάρη B καὶ ἐπὶ τοῦ ἑνὸς
 δίσκου θέσωμεν τὸ πρόσθετον ἐλάχιστον βᾶρος β , τότε ἡ φάλαγγξ κλίνει
 κατὰ γωνίαν φ . Ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ γωνία φ , τόσοι περισσότεροι
 γίνεται σαφές ὅτι τὸ φορτίον τοῦ ἑνὸς δίσκου εἶναι μεγαλύτερον ἀπὸ
 τὸ φορτίον τοῦ ἄλλου δίσκου καὶ ἐπομένως τόσοι περισσότερον εὐαί-
 σθητος εἶναι ὁ ζυγός.



Σχ. 55. Ἐπὶ τῶν δύο δίσκων
 εὐρίσκονται ἴσα βάρη.

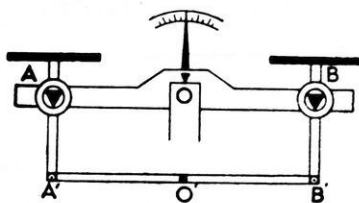
48. Ἀκριβὴς ζύγισις.— Ὁ ζυγὸς εἶναι ἀκριβής, ὅταν οἱ δύο
 βραχίονες τῆς φάλαγγος εἶναι ἴσοι. Δυνάμεθα ὅμως νὰ ἐπιτύχωμεν
 ἀκριβῆ ζύγισιν καὶ μὲ ζυγόν, τοῦ ὁποίου οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος
 εἶναι ἄνιστοι.

α) Μέθοδος τῆς ἀντικαταστάσεως. Θέτομεν εἰς τὸν δίσκον
 Δ_1 τὸ σῶμα, τὸ ὁποῖον θέλομεν νὰ ζυγίσωμεν εἰς τὸν ἄλλον δίσκον
 Δ_2 θέτομεν ἄμμον ἕως, ὅτου ἀποκατασταθῇ ἰσοροπία. Ἐπειτα ἀφαι-
 ροῦμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὸν δίσκον Δ_1 καὶ θέτομεν σταθμὰ ἕως, ὅτου ἀπο-
 κατασταθῇ ἡ ἰσοροπία. Τότε τὸ βᾶρος τοῦ σώματος εἶναι ἴσον μὲ
 τὸ βᾶρος τῶν σταθμῶν.

β) Μέθοδος τῆς διπλῆς ζυγίσεως. Ἐστω ὅτι l_1 καὶ l_2 εἶναι τὰ

μήκη τῶν βραχιόνων τῆς φάλαγγος τὰ ἀντιστοιχοῦντα εἰς τοὺς δίσκους Δ_1 καὶ Δ_2 . Θέτομεν τὸ πρὸς ζυγίσιν σῶμα βάρους x ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν θέτοντες σταθμὰ B_2 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2 . Τότε εἶναι : $x \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$ (1). Θέτομεν τῶρα τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_2 καὶ ἰσορροποῦμεν τὸν ζυγὸν, θέτοντες σταθμὰ B_1 ἐπὶ τοῦ δίσκου Δ_1 . Τότε εἶναι : $x \cdot l_2 = B_1 \cdot l_1$ (2). Ἄν πολλαπλασιάσωμεν κατὰ μέλη τὰς σχέσεις (1) καὶ (2), εὐρίσκομεν : $x = \sqrt{B_1 \cdot B_2}$

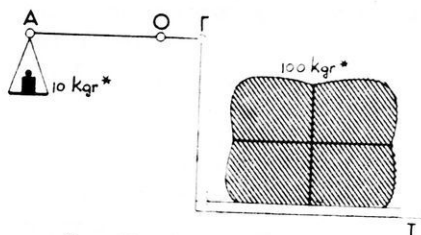
49. Πρακτικοὶ τύποι ζυγῶν.— Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦμεν διαφόρους τύπους ζυγῶν. Πολὺ συνήθης εἶναι ὁ ζυγὸς τοῦ Roberval (σχ. 56), εἰς τὸν ὁποῖον ἡ φάλαγξ AB ἀποτελεῖ τὴν



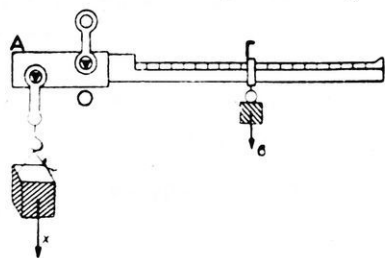
Σχ. 56. Ζυγὸς Roberval.

μὲνουν πάντοτε παράλληλοι πρὸς τὴν OO' καὶ ἐπομένως κατακόρυφοι.

Ἡ πλάστιγγὴ ἢ δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς (σχ. 57) ἀποτελεῖται ἀπὸ σύστημα μογλῶν, οἱ ὁποῖοι ἐξασφαλίζουν τὴν



Σχ. 57. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.



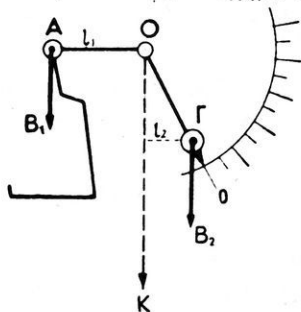
Σχ. 58. Στατήρ.

παράλληλον μετακίνησιν τῆς τραπέζης T . Οἱ μογλοὶ ὑπολογίζονται καταλλήλως, ὥστε τὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου σταθμὰ νὰ ἰσορροποῦν δεκαπλάσιον φορτίον εὐρισκόμενον ἐπὶ τῆς τραπέζης τῆς πλάστιγγος.

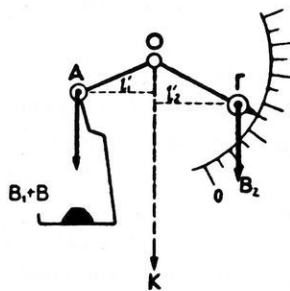
Εἰς τὸν στατήρα ἢ ρωμαϊκὸν ζυγὸν (σχ. 58), τὸ σταθερὸν βᾶρος β ἰσορροπεῖ τὸ βᾶρος x τοῦ σώματος· τότε εἶναι :

$$x \cdot AO = \beta \cdot O\Gamma, \quad \text{\AA} \rho \alpha \quad x = \beta \cdot \frac{O\Gamma}{OA}$$

Τὸ βάρος τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀπόστασιν ΟΙ'.
 Εὐρύτατα χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι αὐτομά-
 των ζυγῶν. Εἰς τὸ σχῆμα 59 φαίνεται μία ἀπλουστάτη μορφή τοι-



Σχ. 59. "Όταν ὁ δίσκος εἶναι
 κενός ἰσχύει ἡ σχέσηις :
 $B_1 \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$.



Σχλ. 59α. Τὸ βάρος B δι-
 δεται ἀμέσως ἐπὶ τῆς κλί-
 μακούς.

οὔτου ζυγοῦ. "Όταν ὁ δίσκος εἶναι κενός, ἰσχύει ἡ σχέσηις: $B_1 \cdot l_1 = B_2 \cdot l_2$
 Ἐὰν ἐπὶ τοῦ δίσκου τεθῆ σῶμα βάρους B, ὁ βραχίον ΟΓ στρέφεται,
 ὥστε νὰ ἰσχύῃ πάλιν ἡ σχέσηις: $(B_1 + B) \cdot l'_1 = B_2 \cdot l'_2$. Τὸ βάρος B
 ἀναγινώσκεται ἀμέσως ἐπὶ τοῦ βαθμολογημένου τόξου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

31. Τετράγωνον πλαίσιον ἔχει πλευρὰν 10 cm καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ ὁμογενὲς σύρμα, τὸ ὁποῖον ζυγίζει 0,2 gr* κατὰ ἑκατοστόμετρον μήκους. Ἐὰν ἀφαιρεθῆ ἡ μία πλευρὰ τοῦ πλαισίου, νὰ εὑρεθῆ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους.

32. Δύο μεταλλικαὶ ράβδοι τῆς αὐτῆς τομῆς καὶ ἀπὸ τὴν αὐτὴν ἔλην εἶναι ἠνωμένα κατὰ τὸ ἓν ἄκρον των σταθερῶς, ὥστε νὰ εἶναι κάθετοι μεταξύ των. Τὰ μήκη τῶν δύο ράβδων εἶναι $ΑΓ = 8$ m καὶ $ΑΔ = 6$ m, τὰ δὲ βάρη αὐτῶν εἶναι ἀντιστοίχως 16 kgf* καὶ 12 kgf*. Νὰ εὑρεθῆ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τοῦ συστήματος.

33. Εἰς μίαν τετράγωνον πλάκα πλευρᾶς $a = 10$ cm φέρομεν τὰς δύο διαγωνίους της καὶ ἀφαιροῦμεν ἓν ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα τρίγωνα. Νὰ εὑρεθῆ πόσον ἀπέχει ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς τομῆς τῶν διαγωνίων, τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἀπομεινάντος τμήματος τῆς πλακῶς.

34. Μεταλλική τετράγωνος πλάξ έχει πλευράν $a=6 \text{ cm}$. Μία άλλη πλάξ εκ του αυτού μετάλλου και του αυτού πάχους έχει σχήμα ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς a . Αί δύο πλάκες συνενώνονται και αποτελούν μίαν επιφάνειαν. Νά εύρεθῇ ἡ θέσις τοῦ κέντρου βάρους τῆς νέας πλακός.

35. Οἱ δύο βραχίονες τῆς φάλαγγος ζυγοῦ ἔχουν ἀντιστοιχῶς μήκη $159,2 \text{ mm}$ καὶ $160,4 \text{ mm}$. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ἀντιστοιχοῦντος εἰς τὸν μακρότερον βραχίονα θέτομεν βάρους $120,5 \text{ gr}^*$. Πόσον βάρους πρέπει νὰ θέσωμεν ἐπὶ τοῦ ἄλλου δίσκου, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσοροπία τοῦ ζυγοῦ ;

36. Ὁ δείκτης ἑνὸς ζυγοῦ δεικνύει τὴν διαίρεσιν μηδὲν τῆς κλίμακος, ὅταν οἱ δύο δίσκοι εἶναι κενοί. Ὁ δείκτης δεικνύει ἐπίσης τὴν διαίρεσιν μηδέν, ὅταν θέσωμεν 100 gr^* ἐπὶ τοῦ ἀριστεροῦ δίσκου καὶ 101 gr^* ἐπὶ τοῦ δεξιοῦ δίσκου. Τὸ μῆκος τοῦ ἀριστεροῦ βραχίονος τῆς φάλαγγος εἶναι ἀκριβῶς 15 cm . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ δεξιοῦ βραχίονος ;

ΚΙΝΗΣΙΣ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

50. Σχετική ήρεμία και κινήσις.— "Όταν αἱ ἀποστάσεις ἐνὸς σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος δὲν μεταβάλλονται, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα τοῦτο ἤ ρ ε μ ε ῖ ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. "Αν ὅμως αἱ ἀποστάσεις τοῦ σώματος ἀπὸ τὰ ἄλλα σώματα τοῦ περιβάλλοντος μεταβάλλονται, τότε λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα κ ι ν ε ῖ τ α ι ἐν σχέσει πρὸς τὰ σώματα αὐτά. "Ὅστε ἡ **ἡρεμία** ἢ ἡ **κίνησις** ἐνὸς σώματος εἶναι **σ χ ε τ ι κ ῆ** καὶ ἀναφέρεται εἰς τὸ περιβάλλον τοῦ θεωρουμένου σώματος. Ὅπως, ἐὰν λίθος εὑρίσκειται ἐπὶ τοῦ δαπέδου ἐνὸς κινουμένου σιδηροδρομικοῦ ὄχηματος, ὁ λίθος ἡρεμεῖ ἐν σχέσει πρὸς τὸ ὄχημα, κινεῖται ὅμως ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. 'Εὰν τὸ ὄχημα εἶναι ἀκίνητον, τότε τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος ἡρεμοῦν ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. 'Ἐπειδὴ ὅμως ὅλα τὰ σώματα, τὰ εὑρισκόμενα ἐπὶ τῆς Γῆς, μετέχουν τῆς κινήσεως αὐτῆς περὶ τὸν "Ἡλιον, διὰ τοῦτο τὸ ὄχημα καὶ ὁ λίθος κινοῦνται ἐν σχέσει πρὸς τὸν "Ἡλιον. "Ὅλα τὰ οὐράνια σώματα εὑρίσκονται εἰς κίνησιν. 'Ἐπομένως δὲν δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν εἰς τὸν κόσμον περιβάλλον ἀπολύτως ἀκίνητον, δηλαδὴ σύστημα ἀναφορᾶς τελείως ἀκίνητον. 'Απὸ τὰ ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἐξῆς :

I. 'Ἡ ἡρεμία καὶ ἡ κίνησις ἐνὸς σώματος εἶναι σχετικὴ καὶ ἀναφέρεται εἰς ὠρισμένον σύστημα, τὸ ὁποῖον αὐθαιρέτως θεωροῦμεν ἀκίνητον.

II. Διὰ νὰ σπουδάσωμεν τὰς συνήθεις κινήσεις λαμβάνομεν γενικῶς ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν Γῆν.

51. Τροχιά.— Τὸ σύνολον τῶν θέσεων, διὰ τῶν ὁποίων διέρχεται διαδοχικῶς ἐν κινούμενον σῶμα, καλεῖται **τροχιά**. Πᾶν κινούμενον σῶμα ὀνομάζεται γενικῶς **κινήτόν**. "Όταν τὸ κινήτόν εἶναι ὑλικὸν σημεῖον, ἡ τροχιά του εἶναι μία γραμμὴ. 'Ἡ γραμμὴ αὐτὴ δύναται νὰ

είναι εὐθεῖα ἢ καμπύλη καὶ τότε ἡ κίνησις χαρακτηρίζεται ἀντιστοίχως ὡς **εὐθύγραμμος** ἢ **καμπυλόγραμμος**.

Τὸ μῆκος τῆς τροχιάς τοῦ κινητοῦ θὰ καλοῦμεν εἰς τὰ κατωτέρω **διάστημα**. Διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως ἑνὸς κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς σύστημα ἀναφορᾶς τὴν τροχίαν τοῦ κινητοῦ, ὅποτε ὀρίζομεν ὡς $\alpha \rho \chi \eta \nu$ τῶν διαστημάτων ἐν σημείον τῆς τροχιάς. Διὰ τὴν μέτρησιν δὲ τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ ἐκλέγομεν ὡς $\alpha \rho \chi \eta \nu$ τῶν χρόνων μίαν ὀρισμένην χρονικὴν στιγμὴν.

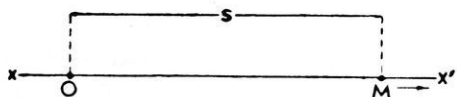
ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΚΙΝΗΣΙΣ

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

52. Ὅρισμός. — Ἐξ ὅλων τῶν κινήσεων ἀπλουστέρᾳ εἶναι ἡ κίνησις, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν διανύει ἐπὶ εὐθείας ἴσα διαστήματα εἰς ἴσους χρόνους.

Εὐθύγραμμος ὀμαλὴ κίνησις (ἢ ἰσοταχὴς κίνησις) καλεῖται ἡ κίνησις, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα.

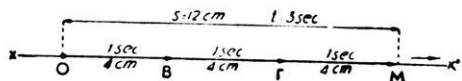
53. Ταχύτης τοῦ κινητοῦ. — Ἄς θεωρήσωμεν ὕλικὸν σημεῖον, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τοῦ σημείου O καὶ κινεῖται ὀμαλῶς ἐπὶ τῆς εὐθείας OX' (σχ. 60). Τὸ κινητὸν μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του φθάνει εἰς τὴν θέσιν M , δηλαδὴ εἰς ἀπόστασιν $OM = s$ ἀπὸ τὴν ἀρχὴν O τῶν διαστημάτων. Ἐντὸς χρόνου t τὸ κινητὸν διέτρεξε τὸ διάστημα s . Ἐπειδὴ δὲ ἐξ ὀρισμοῦ τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστή-



Σχ. 60. Τὸ κινητὸν διανύει διάστημα $OM = s$.

τως, ἂν εἶναι $s = 12 \text{ cm}$ καὶ $t = 3 \text{ sec}$, ἡ ταχύτης v φανερώνει ὅτι εἰς 1 sec τὸ κινητὸν διήνησε 4 cm κινούμενον καθ' ὀρισμένην φορὰν (σχ. 61).

Τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνησε τὸ κινητὸν εἰς 1 sec , ἔστω ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ, ἔκφράζεται δι' ἐνὸς ἀνύσματος.



Σχ. 61. Τὸ ἄνυσμα OB παριστᾷ τὴν ταχύτητα.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὁ ἐξῆς ὀρισμὸς τῆς ταχύτητος :

Ταχύτης κινητοῦ εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματα, $\kappa \epsilon \iota \mu \acute{\epsilon} \nu \omicron \upsilon$ ἐπὶ τῆς τροχιάς, ἔχοντος ἀρχὴν τὸ κινητόν, $\phi \omicron \rho \acute{\alpha} \nu$ τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ καὶ ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην μὲ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητόν εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

$$\text{ταχύτης} = \frac{\text{διάστημα}}{\text{χρόνος}} \quad \upsilon = \frac{s}{t}$$

54. Μονὰς ταχύτητος.— Ὡς μονάδα ταχύτητος λαμβάνομεν τὴν ταχύτητα κινητοῦ, τὸ ὁποῖον κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς διανύει τὴν μονάδα τοῦ διαστήματος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς ταχύτητος εἶναι ἡ ταχύτης κινητοῦ, τὸ ὁποῖον κινούμενον εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς διανύει διάστημα 1 cm ἐντὸς 1 sec.

$$1 \text{ μονὰς ταχύτητος} = \frac{1 \text{ cm}}{1 \text{ sec}} = 1 \text{ cm/sec}$$

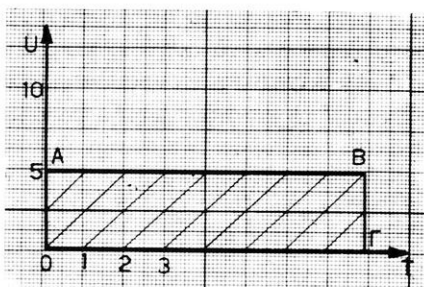
Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται ὡς μονάδες ταχύτητος τὸ 1 m/sec καὶ τὸ 1 km/h.

55. Νόμοι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῆς κινήσεως.— Δίδεται ὅτι ἐν κινητόν κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μὲ σταθερὰν ταχύτητα υ . Ἐὰν τὸ κινητόν κινηθῇ ἐπὶ χρόνον t , θὰ διατρέξῃ διάστημα $s = \upsilon \cdot t$. Ἡ ἐξίσωσις αὕτῃ μᾶς ἐπιτρέπει νὰ γνωρίζωμεν εἰς ἐκάστην χρονικὴν στιγμήν τὴν θέσιν τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τῆς τροχιάς του. Εἶναι φανερόν ὅτι, ἂν ὁ χρόνος τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ γίνῃ $2t, 3t, \dots$ καὶ τὸ διανυόμενον διάστημα γίνῃται $2s, 3s, \dots$. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἐξῆς **νόμοι τῆς εὐθύγραμμου ὁμαλῆς κινήσεως** :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὁμαλὴν κίνησιν : α) ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά β) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

$$\text{ταχύτης} : \upsilon = \text{σταθ.}, \quad \text{διάστημα} : s = \upsilon \cdot t$$

Λαμβάνομεν δύο ὀρθογωνίους ἄξονας ὡς ἄξονας τῶν χρόνων (Ot) καὶ τῶν ταχυτήτων (Ou).



Σχ. 62. Τὸ διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μετὰ τὸ ἔμβαδὸν $OAB\Gamma$.
β α δ ὄ ν τ ο ὕ ὀ ρ θ ο γ ω ν ί ο υ π α ρ α λ λ η λ ο γ ρ ᾶ μ μ ο υ $OAB\Gamma$.

Κατὰ τὰς διαφόρους χρονικὰς στιγμὰς 0, 1, 2, 3, ἡ ταχύτης διατηρεῖται σταθερὰ ($v = 5 \text{ cm/sec}$). Οὕτω λαμβάνομεν τὴν εὐθεῖαν AB (σχ. 62), παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν χρόνων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ κινητὸν εἰς χρόνον t , ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μετὰ τὸ ἔμβαδὸν τοῦ ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου $OAB\Gamma$.

ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΣ ΟΜΑΛΩΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

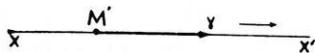
56. Ὅρισμός. — Ὄταν κινητὸν κινῆται εὐθυγράμμως, ἀλλὰ εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἄνισα διαστήματα, τότε λέγομεν ὅτι τὸ κινητὸν ἔχει εὐθύγραμμον μεταβαλλομένην κίνησιν. Εἰς μίαν τοιαύτην κίνησιν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ δύναται νὰ μεταβάλλεται κατὰ ποικίλους τρόπους συναρτήσῃ τοῦ χρόνου. Τὸ ἀπλούστερον εἶδος μεταβαλλομένης κινήσεως εἶναι ἡ **ὀμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις**, ἡ ὁποία ὀρίζεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὀμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ κινητοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου εἶναι σταθερά.

Ὄταν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, ἡ κίνησις καλεῖται ὀμαλῶς ἐπιταχυνομένη. Ἀντιθέτως, ἂν ἡ ταχύτης βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη, ἡ κίνησις καλεῖται ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένη.

57. Ἐπιτάχυνσις. — Ἄς θεωρήσωμεν κινητὸν, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας μετὰ ἀρχικὴν ταχύτητα u_0 καὶ κινεῖται ἐπὶ μιᾶς εὐθείας μετὰ κίνησιν ὀμαλῶς μεταβαλλομένην. Μετὰ χρόνον t τὸ κινητὸν ἔχει ἀποκτήσῃ ταχύτητα u . Ἐντὸς τοῦ χρόνου t παρατηρεῖται μεταβολὴ ταχύτητος $u - u_0$. Ἡ σταθερὰ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος τοῦ

κινητοῦ εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου καλεῖται **ἐπιτάχυνσις** (γ). Αὕτη εἶναι ἀνυσματικὸν μέγεθος καὶ ὀρίζεται ὡς ἑξῆς (σχ. 63) :

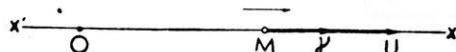


Σχ. 63. Τὸ ἀνυσμα γ παριστᾷ τὴν ἐπιτάχυνσιν.

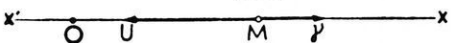
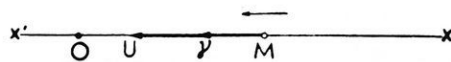
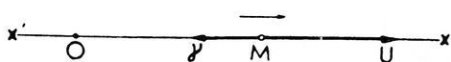
Ἐπιτάχυνσις κινητοῦ εἰς τὴν ὁμολῶς μεταβαλλομένην εὐθύγραμμον κίνησιν καλεῖται τὸ σταθερὸν φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἐκφράζεται δι' ἀνύσματος κειμένου ἐπὶ τῆς τροχιάς, ἔχοντος ἀρχὴν τὸ κινητόν, φερόμενον θετικὴν ἢ ἀρνητικὴν καὶ ἀριθμητικὴν τιμὴν ἴσην μετὰ τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

$$\text{ἐπιτάχυνσις} = \frac{\text{μεταβολὴ ταχύτητος}}{\text{χρόνος}} \quad \gamma = \frac{v - v_0}{t}$$

Ἡ κίνησις εἶναι **ἐπιταχυνομένη** ἢ **ἐπιβραδυνομένη**, καθ' ὅσον



τὰ ἀνύσματα v καὶ γ εἶναι τῆς αὐτῆς ἢ ἀντιθέτου φερόμενα (σχ. 64).



Σχ. 64. Ἡ κίνησις εἶναι ἐπιταχυνομένη, ὅταν τὰ ἀνύσματα v καὶ γ εἶναι ὁμόροπα.

58. Μονὰς ἐπιταχύνσεως.—Ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως λαμβάνεται ἡ ἐπιτάχυνσις κινητοῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ τὴν μονάδα τῆς ταχύτητος εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου.

Εἰς τὸ σύστημα C. G. S. μονὰς ἐπιταχύνσεως εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις κινητοῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ ταχύτης μεταβάλλεται κατὰ 1 cm/sec ἐντὸς 1 sec.

$$1 \text{ μονὰς ἐπιταχύνσεως} = \frac{1 \text{ cm/sec}}{1 \text{ sec}} = 1 \text{ cm/sec}^2$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται ὡς μονὰς ἐπιταχύνσεως τὸ 1 m/sec².

59. Ὑπολογισμὸς τῆς ταχύτητος.— Ἐκ τοῦ ὀρισμοῦ τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως εὐρίσκεται εὐκόλως ὁ νόμος, κατὰ τὸν ὁποῖον μεταβάλλεται ἡ ταχύτης εἰς τὸ εἶδος τοῦτο τῆς κινήσεως. Ἔστω μία ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη κίνηση, εἰς τὴν ὁποίαν εἶναι u_0 ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ($t = 0$) καὶ γ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως. Ἀφοῦ εἰς ἐκάστην μονάδα χρόνου ἡ ταχύτης αὐξάνεται κατὰ τὸ σταθερὸν ποσὸν γ , συνάγεται ὅτι εἰς τὸ τέλος τῆς 1, 2, 3, ... t χρονικῆς μονάδος ἡ ταχύτης θὰ εἶναι ἀντιστοίχως $u_0 + \gamma$, $u_0 + 2\gamma$,

$$u_0 + 3\gamma, \dots u_0 + \gamma \cdot t.$$

Ὡστε ἡ ταχύτης u τοῦ κινητοῦ εἰς τὸ τέλος τῆς t χρονικῆς μονάδος εἶναι :

$$u = u_0 + \gamma \cdot t \quad (1)$$

Ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος συναρτῆσει τοῦ χρόνου παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας AB (σχ. 65). Ἐάν τὸ κινητὸν δὲν ἔχη ἀρχικὴν ταχύτητα ($u_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

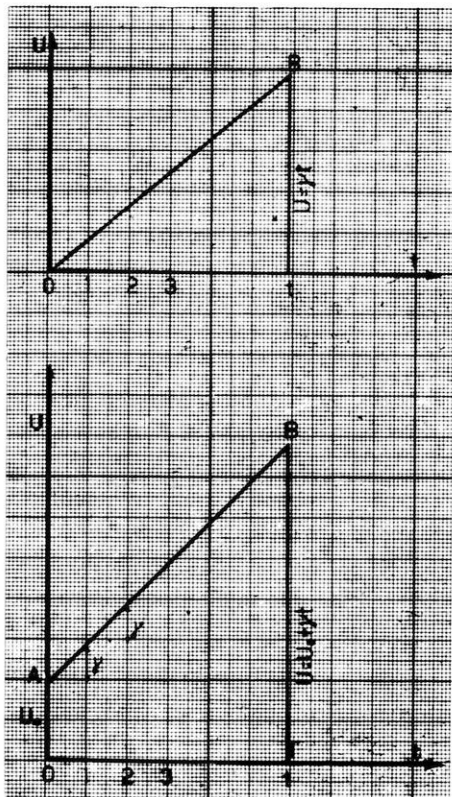
$$u = \gamma \cdot t.$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως εὐρίσκουμεν ὁμοίως ὅτι ἡ ταχύτης u τοῦ κινητοῦ κατὰ τὸν χρόνον t εἶναι :

$$u = u_0 - \gamma \cdot t \quad (2)$$

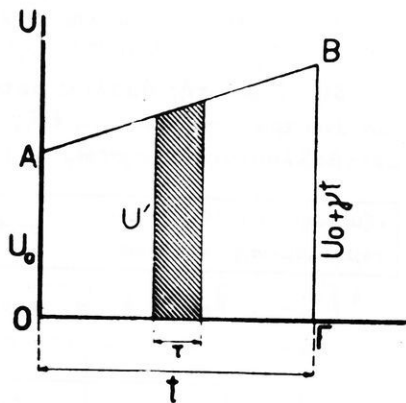
Αἱ ἐξισώσεις (1) καὶ (2) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ εἰς οἵανδήποτε χρονικὴν στιγμήν.

Οὕτως ἂν εἶναι $u_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμήν $t = 1,5$ sec, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι $u = 65$ cm/sec.



Σχ. 65. Ἡ ταχύτης μεταβάλλεται γραμμικῶς.

60. Ὑπολογισμὸς τοῦ διαστήματος. — Εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἢ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος παρίσταται ὑπὸ τῆς εὐθείας AB (σχ. 66). Ἄς φαντασθῶμεν ὅτι ἡ εὐθεῖα AB ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλῶν μικρῶν εὐθύγραμμα τμήματα. Τότε δυνάμεθα νὰ ὑποθέσωμεν ὅτι κατὰ τὸν ἐλάχιστον χρόνον τ ἡ ταχύτης u' διατηρεῖται σταθερά, δηλαδὴ ὅτι κατὰ τὸν χρόνον τοῦτον ἡ κίνησις δύναται νὰ θεωρηθῆ ἰσοταχῆς. Μετὰ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου τ ἡ ταχύτης αὐξάνεται, ἦτοι μεταβάλλει τιμὴν. Τὸ διάστημα λοιπὸν, τὸ ὅποιον διανύεται κατὰ τὸν χρόνον τ , εἶναι $u' \cdot \tau$ καὶ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἔμβαδὸν ἑνὸς ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου (εἰς τὸ σχῆμα σημειῶνεται γραμμοσκιασμένον). Τὸ ἄθροισμα τῶν ἔμβαδῶν ὅλων τῶν στοιχειωδῶν ὀρθογωνίων δίδει κατὰ προσέγγισιν τὴν τιμὴν τοῦ διανυθέντος διαστήματος. Ἡ τιμὴ αὕτη πλησιάζει τόσο περισσότερο πρὸς τὴν πραγματικὴν, ὅσον μικρότερος εἶναι ὁ χρόνος τ . Ὄταν ὁ χρόνος τ τείνη πρὸς τὸ μηδέν, τότε τὸ πραγματικῶς διανυθὲν διάστημα ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ ἔμβαδὸν τοῦ τραπεζίου OABΓ. Ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὅποιον διήνυσε τὸ κινητὸν ἐντὸς τῶν t χρονικῶν μονάδων μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, εἶναι :



Σχ. 66. Τὸ ἔμβαδὸν OABΓ ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ διανυθὲν διάστημα.

$$s = \frac{OA + \Gamma B}{2} \times O\Gamma = \frac{u_0 + u}{2} \cdot t = \frac{2u_0 + \gamma \cdot t}{2} \cdot t$$

$$\text{ἢ } s = u_0 \cdot t + \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad (3)$$

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχη ἀρχικὴν ταχύτητα ($u_0 = 0$), τότε ἡ ἐξίσωσις (3) γράφεται :

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως ($\gamma < 0$) εὐρίσκομεν ὁμοίως ὅτι τὸ διανυθὲν διάστημα εἶναι :

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad (4)$$

Αἱ ἐξισώσεις (3) καὶ (4) μᾶς ἐπιτρέπουν νὰ προσδιορίζωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητὸν.

Ὅτως ἂν εἶναι $v_0 = 50$ cm/sec καὶ $\gamma = 10$ cm/sec², τότε εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου $t = 2$ sec, τὸ κινητὸν θὰ ἔχη διατρέξει διάστημα $s = 100 + 20 = 120$ cm.

61. Νόμοι τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως. — Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰς ἐξῆς γενικὰς ἐξισώσεις τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως.

ἐξισώσεις ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως	: $\gamma = \text{σταθ.}, v = v_0 \pm \gamma \cdot t, s = v_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$
------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------

Ἐὰν τὸ κινητὸν δὲν ἔχη ἀρχικὴν ταχύτητα ($v_0 = 0$), τότε αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις τῆς κινήσεως γράφονται :

$\gamma = \text{σταθ.}, v = \gamma \cdot t, s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$

Αἱ ἀνωτέρω ἐξισώσεις δεικνύουν ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ὀμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα ἰσχύουν οἱ ἀκόλουθοι νόμοι :

Εἰς τὴν εὐθύγραμμον ὀμαλῶς μεταβαλλομένην κίνησιν : α) ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά· β) ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν χρόνον τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ· γ) τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

62. Διάρκεια τῆς κινήσεως καὶ ὀλικὸν διάστημα εἰς τὴν ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν. — Ἐστω ὅτι κινητὸν ἔχει ὀμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν καὶ ὅτι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης του εἶναι v_0 καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι γ . Τότε αἱ ἐξισώσεις τῆς κινήσεώς του εἶναι :

$$v = v_0 - \gamma \cdot t \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$$

Τὸ κινητὸν θὰ σταματήσει μετὰ χρόνον t , ὁπότε ἡ ταχύτης του θὰ μηδενισθῆ. Τότε εἶναι :

$$0 = v_0 - \gamma \cdot t \quad \text{ἄρα} \quad t = \frac{v_0}{\gamma}$$

Ἡ ἀνωτέρω σχέσις μᾶς δίδει τὴν διάρκειαν τῆς κινήσεως. Ἐὰν θέσωμεν τὴν εὑρεθεῖσαν τιμὴν τοῦ χρόνου τῆς κινήσεως εἰς τὴν ἐξίσωσιν τοῦ διαστήματος, θὰ εὑρωμεν ὅτι τὸ ὀλικὸν διάστημα εἶναι :

$$s = v_0 \cdot \left(\frac{v_0}{\gamma} \right) - \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \left(\frac{v_0}{\gamma} \right)^2 = \frac{v_0^2}{2\gamma}$$

Ἄρα εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν εἶναι :

διάρκεια τῆς κινήσεως : $t = \frac{v_0}{\gamma}$
 ὀλικὸν διάστημα : $s = \frac{v_0^2}{2\gamma}$

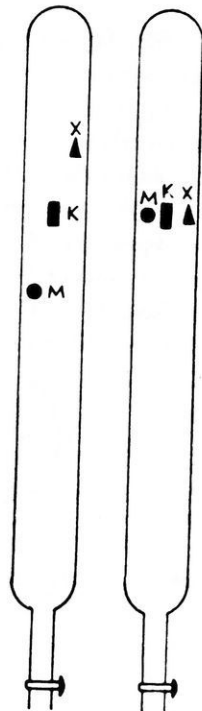
ΠΤΩΣΙΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

63. Ἔρευνα τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων. — Πρῶτος ὁ Γαλιλαῖος ἀπέδειξεν ὅτι :

Ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι μία ἀπλουστάτη εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις.

Τοῦτο θὰ ἀποδείξωμεν κατωτέρω πειραματικῶς. Τὸ νῆμα τῆς στάθμης φανερώνει ὅτι τὰ σώματα πίπτουν κατὰ κορυφῶς.

64. Πτώσις τῶν σωμάτων εἰς τὸ κενόν. Λαμβάνομεν σωλῆνα ὑάλινον (σχ. 67) μήκους 2 m περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸς κατὰ τὸ ἐν ἄκρον, εἰς δὲ τὸ ἄλλο φέρει στρόφιγγα. Ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὑπάρχουν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου (M), τεμάχιον κιμαλίας (K) καὶ τεμάχιον χάρτου (X). Ὄταν ὁ



Σχ. 67. Σωλὴν τοῦ Νεύτωνος.

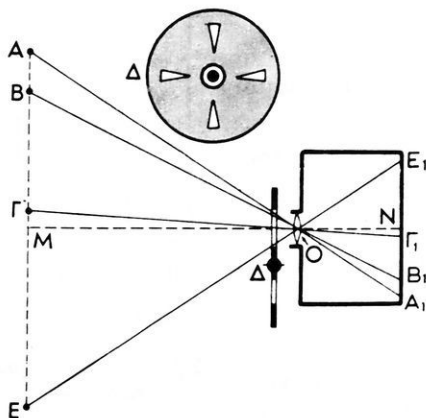
σωλήν περιέχη ἀέρα, ἀναστρέφομεν ἀποτόμως τὸν σωλήνα. Παρατηροῦμεν ὅτι πρῶτος πίπτει ὁ μόλυβδος. Ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τὸν σωλήνα καὶ ἐπαναλαμβάνομεν τὸ πείραμα. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ τρία σώματα φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ σωλήνος. Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο συνάγομεν ὅτι :

Εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως.

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαγόμενον δὲν μᾶς ἐξηγεῖ τί εἶδους κινήσεις εἶναι ἡ πτώσις τῶν σωμάτων.

65. Προσδιορισμὸς τοῦ εἶδους τῆς κινήσεως.— Τὰ σώματα πίπτουν κατακορύφως. Ἄρα ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι εὐθύγραμμος κίνησης. Διὰ νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ἡ πτώσις τῶν σωμάτων εἶναι κίνησης ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη χρησιμοποιοῦμεν σήμερον τὴν ἀκόλουθον μέθοδον.

Μέθοδος χρονοφωτογραφική. Ἐμπροσθεν ἑνὸς μαύρου πετάσματος ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως μία σφαῖρα ἀπὸ χάλυβα, τὴν ὁποίαν ἔχομεν χρωματίσει λευκὴν. Κατὰ χρονικὰ διαστήματα πολὺ μικρὰ λαμβάνομεν φωτογραφίαν τοῦ πίπτοντος σώματος. Πρὸς τοῦτο ἔνπροσθεν τοῦ φακοῦ τῆς φωτογραφικῆς μηχανῆς στρέφεται ἰσοταχῶς ἀδιαφανὴς δίσκος, ὁ ὁποῖος



Σχ. 68. Μέθοδος χρονοφωτογραφική. τῆς πλάκῃς μίαν σειρὰν εἰδῶλων A_1, B_1, Γ_1, E_1 . Τὰ εἰδῶλα αὐτὰ εἶναι τὰ εἰδῶλα τῆς σφαίρας, τὰ ὁποῖα λαμβάνονται, ὅταν μία ὀπή τοῦ δίσκου διέρχεται ἔμπροσθεν τοῦ

φακού τῆς μηχανῆς. Κατὰ τὰς ἀντιστοίχους χρονικὰς στιγμὰς ἡ σφαῖρα εὐρίσκεται εἰς τὰς θέσεις Α, Β, Γ, Ε, ... Ἀπὸ τὰ σχηματιζόμενα ὅμοια τρίγωνα εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1\Gamma_1}{B\Gamma} = \frac{\Gamma_1E_1}{\Gamma E} = \frac{ON}{OM} = \kappa$$

Ὁ λόγος κ εἶναι σταθερός. Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν εὐρίσκομεν :

$$A_1B_1 = \kappa \cdot AB, \quad B_1\Gamma_1 = \kappa \cdot B\Gamma, \quad \Gamma_1E_1 = \kappa \cdot \Gamma E$$

Αἱ ἀποστάσεις A_1B_1 , $B_1\Gamma_1$, Γ_1E_1 , ... εἶναι τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα διήνυσε τὸ εἶδωλον τῆς σφαίρας ἐντὸς ἴσων χρονικῶν διαστημάτων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ διαστήματα τὰ διανυθέντα ὑπὸ τοῦ εἰδώλου εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ διαστήματα τὰ ὁποῖα διήνυσεν ἡ σφαῖρα.

Ἐστω ὅτι εἰς τὴν ἀρχὴν τῶν χρόνων ἡ σφαῖρα εὐρίσκετο εἰς τὴν θέσιν Α, χωρὶς ἀρχικὴν ταχύτητα. Ἐὰν μετρήσωμεν τὰς ἀποστάσεις τῶν εἰδώλων, εὐρίσκομεν ὅτι τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα διήνυσε τὸ εἶδωλον τῆς σφαίρας, εἶναι :

$$A_1\Gamma_1 = 4 \cdot A_1B_1 \quad A_1E_1 = 9 \cdot A_1B_1$$

ἦτοι τὰ διαστήματα τὰ διανυόμενα ὑπὸ τοῦ εἰδώλου τῆς σφαίρας εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων, ἐντὸς τῶν ὁποίων διηγήθησαν. Τὸν αὐτὸν ὅμως νόμον ἀκολουθοῦν καὶ τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα διανύονται ἀπὸ τὴν πίπτουσαν σφαῖραν. Ἄρα :

Ἡ πτώσις τῆς σφαίρας εἶναι κινήσις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

Ἀπὸ τὸ πείραμα τοῦτο εἶναι εὐκόλον νὰ εὑρωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῆς σφαίρας.

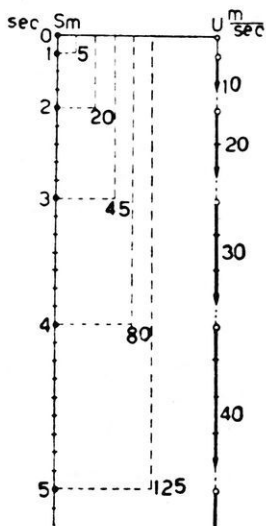
66. Ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων.— Εἶδομεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ὅλα τὰ σώματα πίπτουν συγχρόνως. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σώματα. Αὕτη παριστάνεται μὲ τὸ γράμμα g . Ἀκριβῆ πειράματα ἀπέδειξαν ὅτι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων ἔχει περίπου τὴν τιμὴν : $g = 981 \text{ cm/sec}^2$. Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων δὲν ἔχει τὴν αὐτὴν τιμὴν εἰς ὅλους τοὺς τόπους τῆς Γῆς. Οὕτως εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978 \text{ cm/sec}^2$, ἐνῶ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983 \text{ cm/sec}^2$. Εὐρέθη λοιπὸν ὅτι :

Εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἢ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι σταθερά.

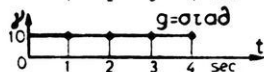
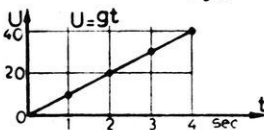
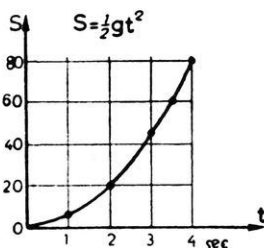
Ἡ τιμὴ τοῦ g εὐρίσκεται ἀκριβῶς μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ ἐκκρεμοῦς.

67. Νόμοι τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων.— Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων :

1. Ἡ ἐλευθέρως πτῶσις τῶν σωμάτων εἶναι κατακόρυφος κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.



Σχ. 69 Διάστημα καὶ ταχύτης κατὰ τὴν ἐλευθέρως πτῶσιν.



Σχ. 70. Γραφικὴ παράστασις τῶν νόμων τῆς ἐλευθέρως πτώσεως τῶν σωμάτων.

II. Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἶναι εἰς τὸν αὐτὸν τόπον σταθερὰ δι' ὅλα τὰ σώματα.

	ἐπιτάχυνσις :	$g = \text{σταθ.}$
νόμοι ἐλευθέρως πτώσεως :	ταχύτης :	$u = g \cdot t$
	διάστημα :	$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Εἰς τὸ σχῆμα 69 δεικνύονται αἱ τιμαὶ τῶν διαστημάτων καὶ τῶν ταχυτήτων, ἐλήφθη δὲ ὅτι κατὰ προσέγγισιν εἶναι $g = 10 \text{ m/sec}^2$. Εἰς τὸ σχῆμα 70 δεικνύονται γραφικῶς αἱ μεταβολαὶ τῶν μεγεθῶν s , v καὶ g συναρτήσῃ τοῦ χρόνου (διὰ $t = 0$ ἕως $t = 4 \text{ sec}$).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

37. Ἀπὸ τὰς δύο πόλεις A καὶ B ἀναχωροῦν συγχρόνως δύο ἀμαξοστοιχίαι, αἱ ὁποῖαι κινούνται ἢ μὲν πρώτη ἐκ τῆς A πρὸς τὴν B , ἢ δὲ δευτέρα ἀντιθέτως. Ἡ πρώτη ἔχει σταθερὰν ταχύτητα 92 km/h , ἢ δὲ δευτέρα ἔχει ταχύτητα 78 km/h . Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο πόλεων εἶναι 203 km . Νὰ εὑρεθῇ εἰς πόσῃ ἀπόστασιν ἀπὸ τὴν πόλιν A θὰ συναντηθοῦν αἱ δύο ἀμαξοστοιχίαι καὶ κατὰ ποίαν χρονικὴν στιγμήν.

38. Μία ταχεῖα ἀμαξοστοιχία ἀναχωρεῖ ἀπὸ τὴν πόλιν A κατὰ τὴν $7 \text{ h } 05 \text{ min}$ καὶ ἀφοῦ διατρέξῃ διάστημα $129,5 \text{ km}$ φθάνει εἰς τὴν πόλιν B κατὰ τὴν $8 \text{ h } 43 \text{ min}$. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῆς ἀμαξοστοιχίας;

39. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας καὶ κινούμενον μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 cm/sec^2 διανύει διάστημα 50 m . Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη καὶ πόση εἶναι ἡ τελικὴ ταχύτης του;

40. Σῶμα ἀναχωρεῖ ἐκ τῆς ἡρεμίας καὶ κινούμενον ἐπὶ 20 sec μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν διανύει διάστημα $0,8 \text{ km}$. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις;

41. Μία ἀτμομηχανὴ σιδηροδρόμου ἀναχωρεῖ ἀπὸ ἕνα σταθμὸν καὶ κινουμένη μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν ἀποκτᾷ ἐντὸς 12 min ταχύτητα 108 km/h . Νὰ εὑρεθῇ πόσον διάστημα διέτρεξεν: 1) ἐντὸς τοῦ πρώτου λεπτοῦ, 2) ἐντὸς τοῦ δευτέρου λεπτοῦ καὶ 3) ἐντὸς τοῦ δωδεκάτου λεπτοῦ.

42. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 2 m . Τὸ βλήμα, κινούμενον ἐντὸς τοῦ σωλῆρος μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆρος μὲ ταχύτητα 400 m/sec . Ἐπὶ πόσον χρόνον ἐκινήθη τὸ βλήμα ἐντὸς τοῦ σωλῆρος καὶ πόση ἦτο ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτοῦ;

43. Ἀπὸ τὰ ἄκρα A καὶ B μιᾶς εὐθείας ἀναχωροῦν δύο κινητά, τὰ ὁποῖα κινούμενα μὲ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν πλησιάζουν τὸ ἕν πρὸς τὸ ἄλλο μὲ ἀντιστοίχους ἐπιτάχυνσεις 1 m/sec^2 καὶ 2 m/sec^2 . Τὸ ἐκ τοῦ A προερχόμενον ἐκκινεῖ 2 sec μετὰ τὴν ἀναχώρησιν τοῦ ἐκ

τοῦ B προερχομένου. Τὰ δύο κινητὰ συναντῶνται εἰς ἓν σημεῖον Γ , τὸ ὁποῖον ἀπέχει 25 m ἀπὸ τὸ ἄκρον B . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῆς εὐθείας AB ;

44. Κινητὸν ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 200 cm/sec^2 . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης του, ὅταν τὸ κινητὸν διατρέξῃ διάστημα 8 m ;

45. Ἐν σῶμα ἔχει κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν ταχύτητα 10 m/sec καὶ μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν ὑφίσταται ἐπιτάχυνσιν 3 m/sec^2 . Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ, διὰ νὰ διπλασιασθῇ ἡ ταχύτης του;

46. Σῶμα ἔχει ἀρχικὴν ταχύτητα 20 m/sec καὶ ὑφίσταται ἐπιβράδυνσιν $1,2 \text{ m/sec}^2$. Πόσον διάστημα πρέπει νὰ διατρέξῃ; α) διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ ταχύτης του εἰς τὸ ἕμισυ· β) διὰ νὰ σταματήσῃ;

47. Ἐν πίπτον ἐλευθέρως σῶμα ἔχει εἰς ἓν σημεῖον A τῆς τροχιᾶς του ταχύτητα 40 cm/sec καὶ εἰς ἓν χαμηλότερον σημεῖον B , ἔχει ταχύτητα 150 cm/sec . Πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις AB τῶν δύο σημείων; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

48. Ἀπὸ τὸ χεῖλος φρέατος βάθους 180 m ἀφήνομεν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως σῶμα A καὶ μετὰ 1 sec ἀφήνομεν νὰ πέσῃ δεῦτερον σῶμα B . Εἰς πόσον ὕψος ἄνωθεν τοῦ πυθμένου τοῦ φρέατος εὐρίσκεται τὸ σῶμα B , ὅταν τὸ A φθάσῃ εἰς τὸν πυθμένα; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

49. Δύο σώματα εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ τὸ A εὐρίσκεται 300 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ B . Ἀφήνεται τὸ A νὰ πέσῃ ἐλευθέρως καὶ μετὰ 6 sec ἀπὸ τῆς ἀναχωρήσεώς του ἀρχίζει νὰ πίπτῃ ἐλευθέρως καὶ τὸ B . Μετὰ πόσα δευτερόλεπτα ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεως τοῦ B θὰ συναντηθοῦν τὰ δύο σώματα καὶ εἰς πόσῃ ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκκινήσεως τοῦ A ; Μετὰ πόσον χρόνον ἀπὸ τῆς συναντήσεώς των ἡ ἀπόστασις τῶν δύο σωμάτων θὰ εἶναι πάλιν 300 m ; $g = 10 \text{ m/sec}^2$

50. Ἀπὸ τὴν κορυφὴν τοῦ πύργου τοῦ Eiffel (ὕψος 300 m) ἐκσφενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω λίθος μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 35 m/sec . Μὲ πόσῃ ταχύτητα καὶ μετὰ πόσον χρόνον φθάνει ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος; $g = 9,8 \text{ m/sec}^2$.

51. Μὲ πόσῃ ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ἓν σῶμα, εὐρισκόμενον εἰς ὕψος 10 m , ὥστε τὸ σῶμα νὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος ἐντὸς 1 sec ; Μὲ πόσῃ ταχύτητα φθάνει τὸ σῶμα εἰς τὸ ἔδαφος;

Η ΔΥΝΑΜΙΣ ΚΑΙ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΥΤΗΣ

ΑΙ ΑΡΧΑΙ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

68. Κίνησις και δύναμις.— Εἰς τὰ προηγούμενα κεφάλαια ἐξητάσαμεν τὴν κίνησιν χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὴν αἰτίαν, ἣ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως τῶν σωμάτων καλεῖται κινητικὴ. Διὰ τὴν πλήρη ἔρευναν τοῦ φαινομένου τῆς κινήσεως πρέπει νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ δύναμις, ἣ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος καὶ παράγει τὴν κίνησιν. Ἡ τοιαύτη ἔρευνα τῆς κινήσεως καλεῖται δυναμικὴ.

69. Ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας.— Ἐκ τῆς πείρας καταφαίνεται ὅτι πρέπει νὰ δώσωμεν διὰ τὴν δύναμιν τὸν ἐξῆς ὀρισμὸν :

Δύναμις καλεῖται τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ προκαλέσῃ κίνησιν ἐνὸς σώματος ἢ τροποποίησιν τῆς κινήσεως ἐνὸς σώματος.

Ἐκ τοῦ ἀνωτέρω ὀρισμοῦ τῆς δυνάμεως προκύπτει ὅτι, ἂν ἐπὶ ἐνὸς ὑλικοῦ σημείου δὲν ἐνεργῇ καμμία δύναμις, τότε :

α) ἐὰν τὸ ὑλικὸν σημεῖον ἤρεμῇ, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ παραμένῃ εἰς ἡρεμίαν·

β) ἐὰν τὸ ὑλικὸν σημεῖον κινῆται, θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆται κατὰ τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν καὶ φοράν καὶ μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα, ἥτοι θὰ ἐξακολουθήσῃ νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας καὶ διατυπώνεται ὡς ἐξῆς :

Ἐκαστον σῶμα διατηρεῖ τὴν κατάστασιν τῆς ἡρεμίας ἢ τῆς εὐθυγράμμου ὁμαλῆς κινήσεώς του, ἐφ' ὅσον δὲν ἐνεργῆσῃ ἐπ' αὐτοῦ ἔξωτερικὴ δύναμις, διὰ νὰ μεταβάλλῃ τὴν κατάστασιν αὐτὴν.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ἀδρανείας διετυπώθη διὰ πρῶτην φοράν ἀπὸ τὸν Νεύτωνα καὶ δὲν προκύπτει ἀπὸ ἄλλους νόμους· ἐπομένως ἀποτελεῖ « β α σ ι κ ὸ ν ἦ θ ε μ ε λ ι ὶ ὸ δ η » νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἥτοι ἀπο-

τελεῖ μίαν « ἀρχήν » τῆς Μηχανικῆς. Διὰ τὴν ἀλήθειαν τῆς ἀρχῆς αὐτῆς βεβαιούμεθα κυρίως ἀπὸ τὸ γεγονός, ὅτι ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς κινήσεως φαίνονται ὡς ἀποτέλεσμα τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδράνειας.

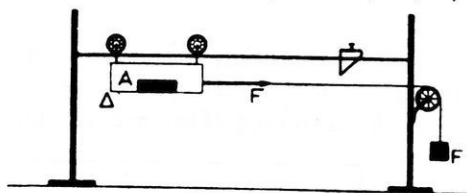
70. Ἀδράνεια τῆς ὕλης.—Εἶδομεν ὅτι διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως ἑνὸς σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ σώματος μία ἐξωτερικὴ δύναμις, διότι τὸ σῶμα δὲν δύναται ἀφ' ἑαυτοῦ νὰ μεταβάλλῃ τὴν κινητικὴν του κατάστασιν. Τὸ γεγονός τοῦτο μᾶς ἀναγκάζει νὰ παραδεχθῶμεν ὅτι τὰ σώματα ἀνθίστανται εἰς πᾶσαν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεώς των, μὲ ἄλλους λόγους ὅτι τὰ σώματα τείνουν νὰ διατηρήσουσιν τὴν κεκτημένην κινητικὴν των κατάστασιν. Αὕτῃ ἡ χαρακτηριστικὴ ιδιότης τῆς ὕλης καλεῖται **ἀδράνεια**. Ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν παρουσιάζουσιν τὰ σώματα εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς των καταστάσεως, ἦτοι ἡ ἀδράνεια αὐτῶν, ἐκδηλώνεται τόσον ἐντονώτερον, ὅσον ταχύτερον προσπαθοῦμεν νὰ ἐπιφέρωμεν αὐτὴν τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος. Οὕτω π.χ. κατὰ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν ἑνὸς ὀχήματος (τροχιοδρομικοῦ, λεωφορείου κ.τ.λ.) οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ὀπίσω· ἀντιθέτως κατὰ τὴν ἀπότομον στάσιν τοῦ ταχέως κινουμένου ὀχήματος οἱ ἐπιβάται κλίνουν ἀποτόμως πρὸς τὰ ἐμπρός. Ὅταν ἡ μεταβολὴ τῆς κινητικῆς καταστάσεως τοῦ σώματος ἐπιφέρεται βαθμιαίως, τότε τὸ σῶμα παρουσιάζει ἀνεπαίσθητον ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τῆς κινητικῆς του καταστάσεως.

71. Σχέσις μεταξὺ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς κινήσεως τοῦ σώματος.— Πᾶν σῶμα, ὅταν ἀφρηθῇ ἐλεύθερον, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του κατὰ κορυφῶς μὲ κίνησιν ὀμαλῶς ἐπιταχυνομένην (§ 67). Ἡ ἐλευθέρη πτώσις τοῦ σώματος εἶναι τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ σώματος ἡ συνεχῆς δρᾶσις τῆς σταθερᾶς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν ἐκαλέσαμεν βᾶρος τοῦ σώματος (§ 41). Γενικεύοντες τὰ ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸν ἀκόλουθον νόμον :

Ὅταν ἐπὶ ἑνὸς σώματος, εὐρισκομένου ἀρχικῶς εἰς ἠρεμίαν, ἐνεργήσῃ συνεχῶς μία δύναμις σταθερὰ κατ' ἔντασιν καὶ διεύθυνσιν, τὸ σῶμα ἀποκτᾷ κίνησιν ὀμαλῶς ἐπιταχυνομένην κατὰ τὴν διεύθυνσιν καὶ τὴν φοράν τῆς δυνάμεως.

72. Σχέσις μεταξύ τῆς δυνάμεως καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.—

Ἐπὶ ἑνὸς ἀρχικῶς ἠρεμοῦντος σώματος ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F , ἢ ὅποια προσδίδει εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ κατὰ τὴν διεύθυνσίν της. Διὰ νὰ εὐρωμεν ποία σχέσις ὑπάρχει μεταξύ τῆς κινούσης δυνάμεως F καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως γ , τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα, πειραματιζόμεθα μετὰ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Τὸ μικρὸν εὐκίνητον ὄχημα Δ σύρεται ὑπὸ τῆς σταθερᾶς δυνάμεως F , ἢ ὅποια ἐφαρμόζεται εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ νήματος. Τὸ ὄχημα ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Εὐρίσκομεν τὸ διάστημα s , τὸ ὁποῖον διανύει τὸ ὄχημα ἐντὸς ὠρισμένου χρόνου t .



Σχ. 71. Τὸ ὄχημα Δ ἀποκτᾷ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην.

Οὕτως ἀπὸ τῆς σχέσιν $\gamma = \frac{2s}{t^2}$ προσδιορίζομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν γ . Ἐὰν

ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργήσῃ δύναμις διπλασία $2F$, τριπλασία $3F$, εὐρίσκομεν ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις γίνεται διπλασία 2γ , τριπλασία 3γ . Τὸ πείραμα λοιπὸν ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν.

73. Σχέσις μεταξύ τῆς μάζης τοῦ σώματος καὶ τῆς ἐπιταχύνσεως.— Πειραματιζόμεθα πάλιν μετὰ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 71. Ὄταν ἡ μάζα τοῦ συστήματος (ὄχημα καὶ σῶμα A) εἶναι m , ἡ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἐπιτάχυνσιν γ . Ἐὰν ἡ μάζα τοῦ συστήματος γίνῃ διπλασία $2m$, τριπλασία $3m$, τότε εὐρίσκομεν ὅτι ἡ αὐτὴ δύναμις F προσδίδει εἰς τὸ σύστημα ἀντιστοίχους ἐπιταχύνσεις $\frac{\gamma}{2}$, $\frac{\gamma}{3}$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει λοιπὸν ὅτι :

Ἡ ἐπιτάχυνσις (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως (F), εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν μάζαν (m) τοῦ σώματος.

Ἡ μάζα m ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F ἀποκτᾷ ἐπιτάχυν-

σιν γ . Διὰ τὴν ἀποκτῆσιν καὶ ἡ μᾶζα $2m$ ἐπιτάχυνσιν γ , πρέπει νὰ ἐνεργῆσιν διπλασία δύναμις $2F$. Ὀμοίως διὰ τὴν ἀποκτῆσιν ἡ μᾶζα $3m$ ἐπιτάχυνσιν γ , πρέπει νὰ ἐνεργῆσιν τριπλασία δύναμις $3F$. Ἐκ τούτων συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀποκτῆσιν τὸ σῶμα ὠρισμένην ἐπιτάχυνσιν (γ), εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος.

74. Θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς. Ὁρισμὸς τῆς μᾶζης.— Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν (§ 72, § 73) συνάγεται ἡ ἀκόλουθος **θεμελιώδης ἐξίσωσις τῆς δυναμικῆς** :

$$\text{θεμελιώδης ἐξίσωσις δυναμικῆς: } F = m \cdot \gamma$$

Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις συνδέει τὸ αἰτίον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὴν κίνησιν (δηλ. τὴν δύναμιν), μὲ τὸ κινητικὸν ἀποτέλεσμα (δηλ. τὴν ἐπιτάχυνσιν) καὶ δεικνύει ὅτι :

Ἡ δύναμις (F), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μᾶζαν (m) τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν (γ), τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα.

Ἀπὸ τὴν εὐρεθεῖσαν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς προκύπτει καὶ ὁ ἀκόλουθος δυναμικὸς ὀρισμὸς τῆς μᾶζης :

Μᾶζα ἐνὸς σώματος καλεῖται τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος, πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἡ δύναμις αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα.

$$\text{μᾶζα} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιτάχυνσις}} \quad m = \frac{F}{\gamma}$$

75. Ἀρχὴ τῆς ἀφθαρσίας τῆς μᾶζης.— Πρῶτος ὁ Lavoisier ἀπέδειξε πειραματικῶς ὅτι ἡ μᾶζα τῶν σωμάτων διατηρεῖται ἀμετάβλητος. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν θεμελιώδη ἀρχὴν τῆς ἀφθαρσίας τῆς μᾶζης καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Εἰς ὅλα τὰ φυσικὰ ἢ χημικὰ φαινόμενα ἡ μᾶζα τοῦ συνόλου τῶν σωμάτων, τὰ ὅποια ὑφίστανται τὴν μεταβολήν, διατηρεῖται σταθερά.

76. Μονὰς τῆς δυνάμεως.— Ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται εἰς τὸ σύστημα C.G.S. τὸ γραμμαρίον μάζης (1 gr). Ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς δυναμικῆς $F = m \cdot \gamma$ ὀρίζομεν τὴν μονάδα δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς ἐξῆς:

$$F = m \cdot \gamma = 1 \text{ gr} \times 1 \text{ cm/sec}^2 = 1 \text{ δύνη (1 dyn)}$$

Μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα C.G.S. εἶναι ἡ δύνη (1 dyn), ἥτοι ἡ δύναμις ἡ ὅποια ἐνεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 gr, προσδίδει εἰς αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν ἴσην μετὰ 1 cm/sec².

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ κατὰ τὴν λύσιν προβλημάτων εἶναι προτιμότερον νὰ μετρῶνται ὅλα τὰ φυσικὰ μεγέθη F, m καὶ γ εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S., ἥτοι εἰς dyn, gr καὶ cm/sec².

77. Σχέσις μεταξὺ γραμμαρίου βάρους (gr*) καὶ δύνης.— Ἡ μᾶζα 1 γραμμαρίου (1 gr) ἔχει ἐξ ὀρισμοῦ βᾶρος ἴσον μετὰ 1 γραμμαρίον βάρους (1 gr*). Ἐὰν ἡ μᾶζα αὕτη ἀφεθῆ ἑλευθέρα, θὰ πέσῃ μετὰ ἐπιτάχυνσιν $g = 981 \text{ cm/sec}^2$. Συμφώνως πρὸς τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν ὅτι:

$$1 \text{ gr}^* = 1 \text{ gr} \times 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ dyn} \quad \eta \quad 1 \text{ dyn} = 1/981 \text{ gr}^*$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις δυνάμεθα νὰ λαμβάνωμεν κατὰ πρόσεγγισιν: $1 \text{ gr}^* = 1000 \text{ dyn}$.

78. Ἐφαρμογὴ τῆς θεμελιώδους ἐξίσωσεως $F = m \cdot \gamma$ εἰς τὴν πτώσιν τῶν σωμάτων.— Ἐν σῶμα, τὸ ὅποῖον ἔχει μᾶζαν m, ὅταν ἀφεθῆ ἑλευθέρον, πίπτει ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του B μετὰ ἐπιτάχυνσιν g. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν, ἐφαρμόζοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, ἔχομεν:

βᾶρος σώματος: $B = m \cdot g$

Ὅπως εἰς τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$, οὕτω καὶ εἰς τὴν ἐξίσωσιν

$B = m \cdot g$ είναι προτιμότερον νὰ μετρῶνται τὰ μεγέθη εἰς μονάδας C.G.S.

79. Συνέπεια τῆς σχέσεως : $B = m \cdot g$.— Θεωροῦμεν δύο σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν μάζας m_1 καὶ m_2 . Εἰς τὸν τόπον μας ἡ ἐπιτάχυνσις g τῆς πτώσεως εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ τὰ δύο σώματα. Ἐὰν μὲ δυναμόμετρον εὐρωμεν ὅτι τὰ δύο σώματα ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος B τότε εἶναι :

$$B = m_1 \cdot g = m_2 \cdot g \quad \text{ἄρα} \quad m_1 = m_2$$

Ἐὰν δύο σώματα ἔχουν εἰς τὸν αὐτὸν τόπον ἴσα βάρη, θὰ ἔχουν καὶ ἴσας μάζας.

Ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἀρχῆς στηρίζεται ἡ στατικὴ μέτρησις τῆς μάζης (§ 14). Τὴν ἰσότητα τοῦ βάρους τῶν δύο σωμάτων τὴν εὐρίσκομεν μὲ τὸν ζυγὸν ἢ τὸ δυναμόμετρον. Ἐὰν μεταφερθῶμεν εἰς ἄλλον τόπον, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως μεταβάλλεται καὶ γίνεται g' . Ἀλλὰ τὰ δύο σώματα, ἐπειδὴ ἔχουν ἴσας μάζας, θὰ ἔχουν πάλιν τὸ αὐτὸ βάρος B'

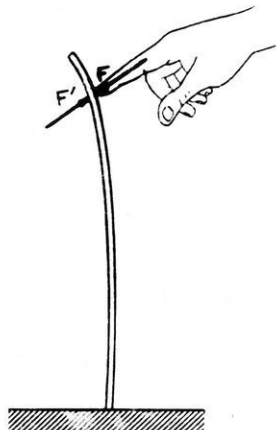
$$\text{ἦτοι} \quad B' = m_1 \cdot g' = m_2 \cdot g'$$

Ἐὰν εἰς ἓνα τόπον τὰ βάρη δύο σωμάτων εἶναι ἴσα μεταξύ των, τότε καὶ εἰς οἰονδήποτε ἄλλον τόπον τὰ βάρη τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσα μεταξύ των.

80. Ἀρχὴ τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως.— Ὁ Νεύτων, ἐκτὸς τῆς ἀρχῆς τῆς ἀδρανεῖας (§ 69), διετύπωσε καὶ τὴν ἀκόλουθον ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως :

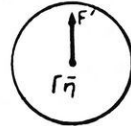
Ὅταν ἓν σῶμα A ἐξασκῆ ἐπὶ ἄλλου σώματος B μίαν δύναμιν, τότε καὶ τὸ σῶμα B ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος A δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον.

Ἡ μία ἐκ τῶν δυνάμεων τούτων καλεῖται **δράσις**, ἡ δὲ ἄλλη κα-



Σχ. 72. Τὸ ἐλασμα ἀντιδρᾷ μὲ δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον.

λείται **ἀντίδρασις**. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται εἰς τὴν Φύσιν κατὰ ζεύγη. Οὕτως, ὅταν μὲ τὸν δακτύλόν μας ἐξασκοῦμεν ἐπὶ ἐλάσματος μίαν δύναμιν F (σχ. 72), τότε καὶ τὸ ἔλασμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δακτύλου μας μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F . Εἰς τὸ παράδειγμα τοῦτο τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα εὐρίσκονται εἰς ἔ π α φ ἦ ν. Εἶναι ὅμως δυνατόν τὰ δύο ἀλληλεπιδρῶντα σώματα νὰ εὐρίσκωνται εἰς ἄ π ὁ σ τ α σ ι ν τὸ ἓν ἀπὸ τὸ ἄλλο. Οὕτως ἡ $\Gamma\eta$ ἐξασκεῖ ἐπὶ ἐνὸς λίθου μίαν ἔλξιν F , τὴν ὁποίαν καλοῦμεν βάρος (σχ. 73)· ἀλλὰ συγχρόνως καὶ ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς $\Gamma\eta$ ς μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F . Εἶναι φανερόν ὅτι ἡ μικρὰ σχετικῶς δύναμις F' εἶναι ἀνίκανος νὰ κινήσῃ τὴν $\Gamma\eta$ ν πρὸς τὸν λίθον καὶ διὰ τοῦτο δὲν γίνεται ἀντιληπτή.



Σχ. 73. Ὁ λίθος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς $\Gamma\eta$ ς ἔλξιν F' , ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F .

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

52. Σῶμα μάζης $19,62 \text{ kg}$ κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν $1,5 \text{ m/sec}^2$. Πόση εἶναι ἡ κινουῦσα δύναμις;

53. Σῶμα μάζης 2 kg κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθεροῦς δυνάμεως $1,5 \text{ kg}^*$. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως;

54. Σῶμα μάζης 10 gr ἀρχικῶς ἠρεμεῖ. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ ἐπὶ 4 sec δύναμις 2 gr^* . Πόσον διάστημα διανύει τὸ σῶμα ἐντὸς 6 sec ;

55. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος 3 m . Τὸ ἐκσφενδονιζόμενον βλήμα ἔχει μᾶζαν 1 kg καὶ ἐξέρχεται ἀπὸ τὸ στόμιον τοῦ σωλῆνος μὲ ταχύτητα 850 m/sec . Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ βλήματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ βλήματος ἐνεκα τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως, ἂν ὑποτεθῇ ὅτι ἡ δύναμις αὕτη διατηρεῖται σταθερά.

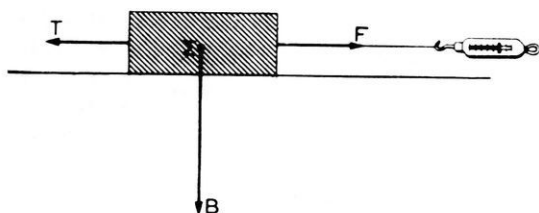
56. Βλήμα ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ ἐκσφενδονίζεται ἀπὸ τὴν κάννη ὄπλου, ἡ ὁποία ἔχει μῆκος 50 cm . Ἐὰν ἡ δύναμις τῶν ἀερίων τῆς ἐκρήξεως ἐντὸς τῆς κάννης εἶναι κατὰ μέσον ὄρον ἴση μὲ 25 tn^* , νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος, ὅταν τοῦτο ἐξέρχεται ἀπὸ τὴν κάννη. Αἱ τριβαί ἐντὸς τῆς κάννης παραλείπονται.

57. Ἐπὶ ἐνὸς σώματος ἐνεργεῖ δύναμις 4500 dyn , ἡ ὁποία κινεῖ τὸ

σῶμα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς. Κατὰ μίαν ὀρισιμένην χρονικὴν στιγμήν ἢ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι 60 cm/sec , μετὰ 8 sec βραδύτερον ἢ ταχύτης εἶναι 105 cm/sec . Πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος;

Τ Ρ Ι Β Η

81. Τριβὴ ὀλισθήσεως.— Ἐπὶ ὀριζοντίᾳ τραπέζῃς σύρομεν ἐν σῶμα οὕτως, ὥστε τὸ σῶμα νὰ ὀλισθαίνῃ ἰσοταχῶς. Παρατηροῦμεν τότε ὅτι, διὰ νὰ διατηρηθῇ ἡ ἰσοταχῆς κίνησις τοῦ σώματος, πρέπει νὰ ἐνεργῇ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ σώματος μία σταθερὰ δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν μετὰ δυναμόμετρον (σχ. 74). Ἡ



Σχ. 74. Μέτρσις τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.

δύναμις αὐτὴ F , ἂν καὶ ἐνεργῇ συνεχῶς ἐπὶ τοῦ σώματος, ἐν τούτοις δὲν προσδίδει εἰς αὐτὸ ἐπιτάχυνσιν. Ἄρα ἡ δύναμις F ἰσορροπεῖ καθ' ἐκάστην στιγμήν μίαν

ἄλλην ὀριζοντίαν καὶ ἀντιθέτου φορᾶς δύναμιν T , ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν μετακίνησιν τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὴν τράπεζαν. Ἡ ἀντιδρῶσα αὐτῆς δύναμις καλεῖται **τριβὴ ὀλισθήσεως**. Ἡ ἔντασις τῆς δυνάμεως αὐτῆς εἶναι ἴση μετὰ τὴν ἔντασιν τῆς δυνάμεως F , τὴν ὁποίαν μετροῦμεν μετὰ τὸ δυναμόμετρον. Ὡστε :

I. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι δύναμις, ἡ ὁποία ἔχει πάντοτε φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως.

II. Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἴση μετὰ τὴν δύναμιν ἐκείνην, ἡ ὁποία διατηρεῖ τὴν κίνησιν, χωρὶς νὰ προσδίδῃ ἐπιτάχυνσιν.

82. Νόμος τῆς τριβῆς ὀλισθήσεως.— α) Ὅταν τὸ σῶμα κινῆται ἰσοταχῶς ἐπὶ τῆς ὀριζοντίας τραπέζῃς (σχ. 75 α), παρατηροῦμεν ὅτι τὸ δυναμόμετρον δεικνύει τὴν αὐτὴν πάντοτε ἔνδειξιν, εἴτε βραδέως εἴτε ταχέως κινεῖται τὸ σῶμα. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα.

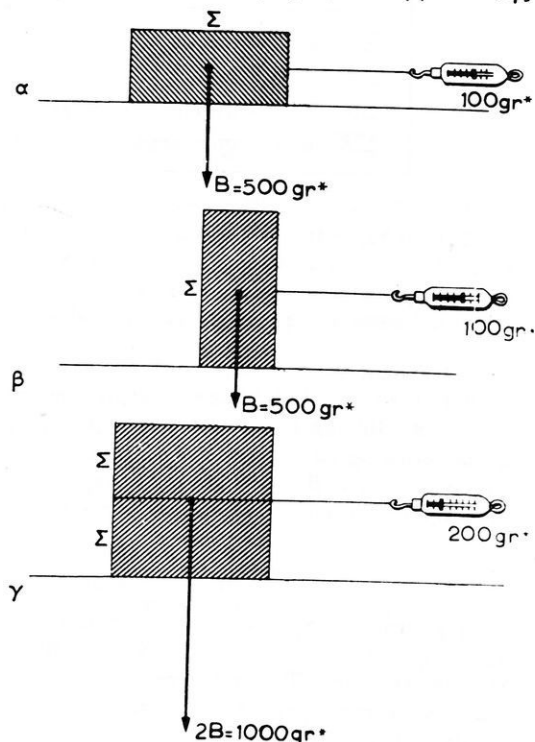
β) Ὅταν τὸ αὐτὸ σῶμα στηριχθῇ ἐπὶ τῆς τραπέζῃς μετὰ μικροτέραν

ἔδραν του, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει πάλιν τὴν αὐτὴν ἔνδειξιν (σχ. 75 β). Ὡστε ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἔμβαδου τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς τῶν δύο σωμάτων.

γ) Ἐὰν διπλασιασθῇ τὸ βάρος τοῦ σώματος, τὸ δυναμόμετρον δεικνύει ὅτι τώρα ἀντίτιθεται εἰς τὴν κίνησιν διπλασία δύναμις (σχ. 75 γ). Ἄρα ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, μετὴν ὁποῖαν τὸ σῶμα πιέζει καθέτως τὸ ἐπίπεδον, ἐπὶ τοῦ ὁποῖου ὀλισθαίνει (κάθετος δύναμις). Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως (T) εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν ταχύτητα καὶ τὸ ἔμβαδον

τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς, εἶναι δὲ ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν (F_K), ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως πρὸς τὸ ἐπίπεδον ὀλισθήσεως.



σχ. 75. Διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν νόμων τῆς τριβῆς.

$$\text{τριβὴ ὀλισθήσεως : } T = \eta \cdot F_K$$

ὅπου η εἶναι ὁ **συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως**, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν δύο ἐπιφανειῶν. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως ἐλαττοῦται, ἂν μεταξὺ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν παρεμβληθῇ στρῶμα λιπαντικοῦ ὑγροῦ.

$$\text{Συντελεσται τριβῆς ὀλισθήσεως } \eta = \frac{T}{F_K}$$

Σίδηρος ἐπὶ πάγου	0,014
Ξύλον ἐπὶ ξύλου	0,400
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου χωρὶς λίπανσιν	0,150
Σίδηρος ἐπὶ σιδήρου μὲ λίπανσιν	0,060

Π α ρ α δ ε ι γ μ α. Τεμάχιον σιδήρου, ἔχον σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπίπεδου καὶ βάρος 100 gr*, εὐρίσκεται ἐπὶ ὀριζοντίας τραπέζης. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐφαρμόζεται ὀριζοντία δύναμις $F = 80 \text{ gr}^*$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς κινήσεως εἰς τὰς ἐξῆς δύο περιπτώσεις : α) ἂν θεωρήσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχει τριβὴ καὶ β) ὅταν δοθῇ ὅτι ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως εἶναι $\eta = 0,20$.

α) Κίνησις χωρὶς τριβῆν. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ μόνον ἡ ὀριζοντία δύναμις $F = 80 \text{ gr}^*$. Ἡ δύναμις αὕτη εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι ἴση μὲ $F = 8 \cdot 10^4 \text{ dyn}$ (διότι κατὰ προσέγγισιν εἶναι $1 \text{ gr}^* = 1000 \text{ dyn}$). Ἡ μάζα τοῦ σώματος εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι $m = 100 \text{ gr}$ (ἐπειδὴ τὸ βάρος του εἶναι $B = 100 \text{ gr}^*$). Λύοντες τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ ὡς πρὸς τὴν ἐπιτάχυνσιν γ εὐρίσκομεν αὐτὴν εἰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S. :

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{8 \cdot 10^4 \text{ dyn}}{100 \text{ gr}} = 800 \text{ cm/sec}^2$$

β) Κίνησις μὲ τριβῆν. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν τώρα δύο ὀριζόντιοι δυνάμεις, ἡ δύναμις $F = 8 \cdot 10^4 \text{ dyn}$ καὶ ἡ ἀντιθέτου φορᾶς τριβὴ T . Διὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς τριβῆς T ἐκ τῆς σχέσεως $T = \eta \cdot F_K$ πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν δύναμιν F_K · αὕτη προφανῶς εἶναι τὸ βάρος τοῦ σώματος, ἥτοι εἶναι $F_K = 100 \text{ gr}^* = 10^5 \text{ dyn}$. Ὡστε ἡ τριβὴ T εἶναι :

$$T = \eta \cdot F_K = 0,2 \cdot 10^5 \text{ dyn} = 2 \cdot 10^4 \text{ dyn}$$

Ἡ συνισταμένη F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T εἶναι :

$$F' = F - T = 8 \cdot 10^4 - 2 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^4 \text{ dyn}$$

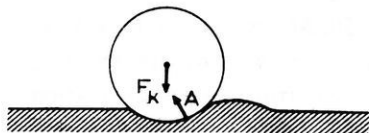
Ἡ συνισταμένη δύναμις F' προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν :

$$\gamma' = \frac{F'}{m} = \frac{6 \cdot 10^4 \text{ dyn}}{100 \text{ gr}} = 600 \text{ cm/sec}^2$$

83. Τριβὴ κυλίσεως.—“Ὅταν σῶμα κυλίσεται ἐπὶ ἄλλου σώματος, ἀναπτύσσεται πάλιν τριβὴ, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **τριβὴν κυλίσεως**. Ἡ τριβὴ αὕτη εἶναι ἐντελῶς διάφορος ἀπὸ τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Κατὰ τὴν κύλισιν ἔρχονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστήριγμα διαρκῶς νέα

σημεῖα τοῦ κυλινδρικοῦ σώματος, ἐνῶ κατὰ τὴν ὀλισθησὶν εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ὑποστήριγμα ἢ ἴδια πάντοτε ἐπιφάνεια τοῦ σώματος.

“Ὅταν κύλινδρος κυλιέται ἐπὶ ἐνὸς σώματος, τοῦτο, ὅσονδήποτε σκληρὸν καὶ ἂν εἶναι, ὑφίσταται πάντοτε μίαν παραμόρφωσιν (σχ. 76). “Ἐνεκα αὐτῆς τῆς παραμορφώσεως ἀναπτύσσεται ἡ ἀντίδρασις A τοῦ ὑποστηρίγματος, ἡ ὁποία



Σχ. 76. Παραμόρφωσις τοῦ ὑποστηρίγματος κατὰ τὴν κύλισιν.

τείνει νὰ ἐπιβραδύνη τὴν κίνησιν τοῦ κυλίνδρου. Ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ἡ τριβὴ κυλίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν (F_k) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν ἐπιφανειῶν.

Ἐπειδὴ ἡ προσπάθεια, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν κύλισιν ἐνὸς σώματος, εἶναι μικροτέρα ἀπὸ τὴν προσπάθειαν, τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν κατὰ τὴν ὀλισθησὶν τοῦ αὐτοῦ σώματος, διὰ τοῦτο προσπαθοῦμεν εἰς τὰς ἐφαρμογὰς νὰ ἔχωμεν κύλισιν ἀντὶ ὀλισθήσεως (τροχοί, ἐνσφαιροὶ τριβεῖς κ.τ.λ.).

Ἡ τριβὴ κυλίσεως ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν διὰ τὴν σπουδὴν τῆς κινήσεως τῶν ὀχημάτων. Καλεῖται **συντελεστὴς ἔλξεως** ἐνὸς ὀχήματος ὁ λόγος τῆς δυνάμεως ἔλξεως, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται ἐπὶ τοῦ ὀχήματος, πρὸς τὴν κάθετον δύναμιν, μὲ τὴν ὁποίαν τὸ ὄχημα πιέζει τὴν ὁδόν :

$$\text{συντελεστὴς ἔλξεως} = \frac{\text{δύναμις ἔλξεως}}{\text{κάθετος δύναμις}} \quad \varphi = \frac{F_e}{F_k}$$

$$\text{ἄρα} \quad F_e = \varphi \cdot F_k$$

Διὰ τὴν κύλισιν τροχῶν μὲ σιδηρᾶν στεφάνην ἐπὶ κοινῆς ὁδοῦ ὁ συντελεστὴς ἔλξεως εἶναι περίπου 0,03. Ἐνῶ διὰ τὰ σιδηροδρομικὰ ὀχήματα ὁ συντελεστὴς ἔλξεως εἶναι 0,004. Ἐπομένως διὰ τὴν ἔλξιν σιδηροδρομικοῦ ὀχήματος βάρους 1000 kg* ἀπαιτεῖται δύναμις :

$$F_e = 4 \text{ kg}^*$$

Ἐκ τούτου καταφαίνεται τὸ μέγα πλεονέκτημα τῶν σιδηροδρομικῶν γραμμῶν.

58. Δύναμις 10 kgf^* σύρει ἐπὶ ὀριζοντίου επιπέδου σῶμα βάρους 100 kgf^* . Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $0,04$. Τὴ κίνησιν ἔχει τὸ σῶμα;

59. Μὲ πόσῃν ἀρχικὴν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ διατρέξῃ ἐπὶ ὀριζοντίου επιπέδου διάστημα 100 m , ἕως ὅτου νὰ σταματήσῃ; Συντελεστὴς τριβῆς $0,01$.

60. Σῶμα μάζης 20 gr κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 800 dyn καὶ διανύει ἐπὶ ὀριζοντίου επιπέδου διάστημα 200 cm ἐντὸς 4 sec . ὅταν ἐκκινήσῃ ἐκ τῆς ἡρεμίας. Νὰ εὑρεθοῦν ἡ δύναμις τῆς τριβῆς καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς.

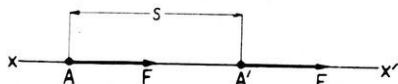
61. Ἐλκθηρον βάρους 600 kgf^* σύρεται μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $0,06$ πόση εἶναι ἡ κινουῦσα δύναμις;

62. Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα 108 km/h . Διὰ τῶν τροχοπεδῶν του ἀναγκάζει τοὺς τροχοὺς του νὰ μὴ στρέφονται. Τότε ὁ συντελεστὴς τριβῆς ὀλισθήσεως τῶν τροχῶν του ἐπὶ τοῦ ἐδάφους εἶναι $0,3$. Πόσον διάστημα θὰ διατρέξῃ τὸ αὐτοκίνητον, μέχρις ὅτου σταματήσῃ;

63. Κιβώτιον βάρους 800 kgf^* πρόκειται νὰ μετακινηθῇ ὀλισθαῖνον ἐπὶ ὀριζοντίου ἐδάφους κατὰ 10 m . Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $0,4$. Πόση εἶναι ἡ μικροτέρα δυνατὴ τιμὴ τῆς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν; Ἄν ἐφαρμόσωμεν δύναμιν 360 kgf^* , πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν μετακίνησιν ταύτην;

ΕΡΓΟΝ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

84. Ἔργον σταθερᾶς δυνάμεως.— Ἄς θεωρήσωμεν ὑλικὸν σημεῖον A , ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ σταθερὰ δύναμις F (σχ. 77). Λέ-



Σχ. 77. Ἡ δύναμις F παράγει ἔργον.

γομεν ὅτι μία δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν μετακινήτῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν τῆς.

Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ἔργου ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος ὀρισμὸς :

Τὸ ἔργον μιᾶς σταθερᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν τῆς, μετρεῖται μὲ τὸ γινόμενον

τῆς δυνάμεως (F) ἐπὶ τὴν μετατόπισιν (s) τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς τῆς.

$$\text{ἔργον} = \text{δύναμις} \times \text{μετατόπισις} \quad W = F \cdot s$$

Τὸ ἔργον εἶναι μέγεθος μονόμετρον.

85. Μονάδες ἔργου. — Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $W = F \cdot s$ ὀρίζομεν τὴν μονάδα ἔργου. Ὡς μονὰς ἔργου λαμβάνεται τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει δύναμις ἴση μὲ τὴν μονάδα τῆς δυνάμεως, ὅταν μετακινήσῃ κατὰ τὴν διεύθυνσίν τῆς τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ τὴν μονάδα τοῦ μήκους.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. μονὰς ἔργου εἶναι τὸ ἔργιον (1 erg), ἥτοι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει δύναμις μιᾶς δύνης, ὅταν αὐτὴ μετακινήσῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ ἓν ἑκατοστόμετρον.

$$1 \text{ μονὰς ἔργου C.G.S. : } 1 \text{ erg} = 1 \text{ dyn} \cdot 1 \text{ cm}$$

Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦμεν μίαν μεγαλύτεραν μονάδα ἔργου, ἡ ὁποία καλεῖται **Joule** (τζούλ) :

$$\text{πρακτικὴ μονὰς ἔργου : } 1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$$

Ἄλλη ἐπίσης πρακτικὴ μονὰς ἔργου εἶναι τὸ χιλιογραμμόμετρον (1 kgr*m) :

$$1 \text{ kgr*m} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \text{ m}$$

$$1 \text{ kgr*m} = 981\,000 \text{ dyn} \cdot 100 \text{ cm} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ Joule}$$

$$1 \text{ Joule} = 0,102 \text{ kgr*m} \quad \text{ἢ} \quad 1 \text{ Joule} \simeq 0,1 \text{ kgr*m}$$

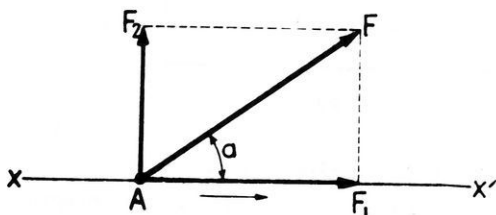
Παραδείγματα. 1) Μία δύναμις $F = 100 \text{ dyn}$ μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν τῆς κατὰ $s = 2 \text{ m}$. Τὸ παραγόμενον ἔργον εἶναι :

$$W = F \cdot s = 100 \text{ dyn} \cdot 200 \text{ cm} = 20\,000 \text{ erg}$$

2) Ἐργάτης ἀνωψώνει κατακόρυφως κιβώτιον βάρους 20 kgr^* κατὰ $1,5 \text{ m}$. Τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ ἐργάτου ἔργον εἶναι :

$$W = F \cdot s = 20 \text{ kgr}^* \cdot 1,5 \text{ m} = 30 \text{ kgr*m}$$

84. Γενική περίπτωση παραγωγής έργου.—“Ας εξετάσωμεν την γενικήν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιά τοῦ ὑλικοῦ σημείου,



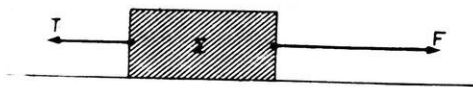
Σχ. 78. Ἔργον παράγει ἡ συνιστώσα F_1 .

ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐνεργεῖ ἡ δύναμις, δὲν συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F (σχ. 78). Ἀναλύομεν τότε τὴν δύναμιν F εἰς δύο συνιστώσας: μίαν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς τροχιάς καὶ μίαν κάθετον

$$W = F_1 \cdot s$$

πρὸς αὐτήν. Ἡ συνιστώσα F_2 δὲν παράγει ἔργον, διότι δὲν μετακινεῖ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κατὰ τὴν διεύθυνσίν τῆς. Ἐπομένως ἔργον παράγει μόνον ἡ συνιστώσα F_1 , ἡ ὁποία εἶναι ἡ π ρ ο β ο λ ῆ τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τῆς τροχιάς xx' τοῦ ὑλικοῦ σημείου. Τότε ἔχομεν:

87. Ἔργον παραγόμενον ὑπὸ τῆς τριβῆς.—“Ὅταν μία δύναμις F κινῆ ἓν σῶμα (σχ. 79), τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργεῖ καὶ ἡ τριβὴ T . Ἐὰν αἱ δύο δυνάμεις F καὶ T εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, τότε τὸ σῶμα ἔχει κίνησιν ἰσοταχῆ.



Σχ. 79. Ἐπὶ τοῦ σώματος Σ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F καὶ T .

Ἐὰν ὁμως ἡ δύναμις F εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν τριβὴν T , τότε τὸ σῶμα ἔχει κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, διότι κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνισταμένης F' τῶν δύο δυνάμεων F καὶ T .

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Ἐν ἑλληθρον μὲ σιδηρὰ τῶξα ἔχει βάρος (κάθετος δύναμις) 500 kgr^* καὶ σύρεται ἐπὶ ὀριζοντίας ἐπιφανείας πάγου ($\eta = 0,014$). Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως εἶναι:

$$T = \eta \cdot F_K = 0,014 \cdot 500 = 7 \text{ kgr}^*$$

Τὸ ἑλληθρον θά κινεῖται ὁμαλῶς, ἂν ἐνεργῆ ἐπὶ αὐτοῦ δύναμις ἴση μὲ 7 kgr^*

Ἐάν τὸ ἔλκxθρον διανύσῃ διάστημα 3 000 m, τὸ ἔργον τῆς τριβῆς θά εἶναι:

$$W = T \cdot s = 7 \text{ kgr} \cdot 3\,000 \text{ m} = 21\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

88. Ὅρισμός τῆς ἰσχύος.— Διὰ νὰ ἐκτιμῶμεν τὴν ἰκανότητα μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου, πρέπει νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν καὶ τὸν χρόνον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου ἡ πηγὴ αὕτη παράγει ὠρισμένην ποσότητα ἔργου. Ἡ ἐκτίμησις τῆς ἰκανότητος μιᾶς πηγῆς παραγωγῆς ἔργου εἶναι εὐκόλος, ἂν εἶναι γνωστὸν τὸ κατὰ μόνάδα χρόνου παραγόμενον ἔργον. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὸν ὅρισμόν ἐνὸς νέου ποσοῦ, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει ἐκάστην πηγὴν παραγωγῆς ἔργου :

Ἴσχυς καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ παραγομένου ἔργου διὰ τοῦ χρόνου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου παράγεται τὸ ἔργον τοῦτο.

$$\text{ἰσχύς} = \frac{\text{ἔργον}}{\text{χρόνος}} \quad P = \frac{W}{t}$$

Ἡ ἰσχύς εἶναι μέγεθος μονόμετρον.

89. Μονάδες ἰσχύος.— Γενικῶς διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἰσχύος ὡς μονὰς χρόνου λαμβάνεται τὸ δευτερόλεπτον.

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται ἡ ἰσχύς μηχανῆς, ἡ ὁποία εἰς 1 sec παράγει ἔργον ἴσον μὲ 1 erg.

$$1 \text{ μονὰς ἰσχύος C.G.S. : } 1 \text{ erg/sec}$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται σήμερον αἱ μεγαλύτεραι μονάδες ἰσχύος **Watt** (1 W) καὶ **kilowatt** (1 kW).

Μηχανὴ ἔχει ἰσχύν 1 Watt, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ 1 Joule.

$$\text{πρακτικὴ μονὰς ἰσχύος : } 1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sec}$$

Μηχανὴ ἔχει ἰσχύν 1 kilowatt, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ 1000 Joule.

$$1 \text{ kilowatt} = 1000 \text{ Joule/sec} \quad \eta \quad 1 \text{ kilowatt} = 1000 \text{ Watt}$$

Εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ὡς μονὰς ἔργου λαμβάνεται τὸ χιλιόγραμμα-

μόμετρον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται τὸ **χιλιογραμμόμετρον κατὰ δευτερόλεπτον** ($1 \text{ kgr} \cdot \text{m} / \text{sec}$), ἧτοι ἡ ἰσχύς μηχανῆς, ἡ ὁποία εἰς 1 sec παράγει ἔργον ἴσον μὲ $1 \text{ kgr} \cdot \text{m}$. Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι ὁ **ἀτμόῖππος** ἢ καὶ ἀπλῶς **ἵππος** (CV ἢ PS).

Μηχανὴ ἔχει ἰσχύν 1 ἵππου, ὅταν εἰς 1 sec παράγῃ ἔργον ἴσον μὲ $75 \text{ kgr} \cdot \text{m}$.

Μονάδες ἰσχύος		P = W/t
1 μονὰς ἰσχύος C.G.S.	= 1 erg/sec	
1 Watt (1 W)	= 1 Joule/sec	= 10^7 erg/sec
1 kilowatt (1 kW)	= 1000 Watt	= 10^{10} erg/sec
1 kgr·m/sec	= $9,81 \cdot 10^7$ erg/sec	
1 ἵππος (1 CV)	= $75 \text{ kgr} \cdot \text{m} / \text{sec}$	= 736 Watt = 0,736 kW
1 kilowatt	= 1,36 CV	

Ὁ ἀγγλικὸς ἵππος (HP) εἶναι ὀλίγον μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω ὀρισθέντα ἵππον, διότι εἶναι $1 \text{ HP} = 76 \text{ kgr} \cdot \text{m} / \text{sec} = 746 \text{ W}$.

Σημείωσις. Τὰ σύμβολα τῶν μονάδων ἰσχύος προέρχονται ἀπὸ τὰ ἀρχικά γράμματα τῶν λέξεων τῶν ἀντιστοίχων ξένων ὄρων :

CV : Cheval-Vapeur, PS : Pferdestärke, HP : Horse power.

90. Μεγάλαι πρακτικαὶ μονάδες ἔργου.— Μία μηχανὴ ἰσχύος 1 Watt παράγει κατὰ δευτερόλεπτον ἔργον 1 Joule. Ἐπομένως ἡ μηχανὴ αὐτὴ παράγει εἰς 1 ὥραν ἔργον 3 600 Joule. Τὸ ποσὸν τοῦτο τοῦ ἔργου λαμβάνεται εἰς τὴν πρᾶξιν ὡς μονὰς ἔργου, ἡ ὁποία καλεῖται **βατώριον** (1 Wh, Watt-heure). Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι τὸ **κιλοβατώριον** (1 kWh), ἧτοι τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 kilowatt λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν. Ἄλλη πρακτικὴ μονὰς ἔργου εἶναι ὁ **ὠριαῖος ἵππος** (1 CVh), ἧτοι τὸ ἔργον τὸ ὁποῖον παράγει μηχανὴ ἰσχύος 1 ἵππου λειτουργοῦσα ἐπὶ 1 ὥραν.

1 βατώριον	(Wh)	= 3 600 Joule
1 κιλοβατώριον	(kWh)	= 3 600 000 Joule
1 ὠριαῖος ἵππος	(CVh)	= $75 \cdot 3 600 = 270 000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α . Μία μηχανή ισχύος 600 W λειτουργεί επί 4 h. "Ας υπολογίσωμεν εις κιλοβατώρια τὸ παραχθὲν ἔργον. Ἡ μηχανή ἔχει ισχὺν 0,600 kW. Ἄρα εἰς 4 h παράγει ἔργον :

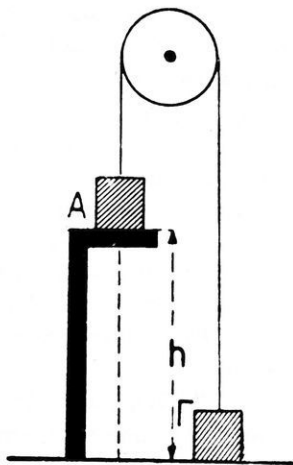
$$W = 0,600 \text{ kW} \cdot 4 \text{ h} = 2,4 \text{ kWh}$$

Ἡ ἰδία μηχανή ἐντὸς 20 min παράγει ἔργον :

$$W = 0,600 \text{ kW} \cdot \frac{1}{3} \text{ h} = 0,2 \text{ kWh}$$

91. Ἐνέργεια καὶ μορφαὶ αὐτῆς.— "Όταν ἐν σῶμα ἔχη τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγη ἔργον, λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα περικλείει **ἐνέργειαν**. Λαμβάνομεν ἔλασμα ἀπὸ χάλυβα καὶ στερεώνομεν μονίμως τὸ ἐν ἄκρον του, ὥστε τὸ ἔλασμα νὰ εἶναι ὀριζόντιον. Κάμπτομεν τὸ ἔλασμα πρὸς τὰ κάτω καὶ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον του θέτομεν μικρὸν τεμάχιον μολύβδου. Ἐὰν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ ἔλασμα, βλέπομεν ὅτι τὸ τεμάχιον τοῦ μολύβδου ἐκσφενδονίζεται πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἀνέρχεται μέχρις ὀρισμένου ὕψους. "Ὡστε τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἔχει τὴν ἱκανότητα νὰ παραγάγη ἔργον, ἤτοι περικλείει ἐνέργειαν. Αὕτη προέρχεται ἀπὸ τὴν ἐλαστικὴν παραμόρφωσιν τοῦ ἐλατηρίου. Τὴν ἐνέργειαν αὐτὴν χρησιμοποιοῦμεν διὰ τὴν λειτουργίαν ὀρολογίων, γραμμοφάνων κ.τ.λ.

"Όταν ἐν σῶμα A εὐρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, τότε τὸ σῶμα τοῦτο δύναται νὰ παραγάγη ἔργον· διότι, ἂν τὸ ἀφήσωμεν νὰ πέσῃ, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ ἐν ἄλλο σῶμα Γ (σχ. 80). "Όταν ὅμως τὸ σῶμα A εὐρίσκεται ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δὲν δύναται νὰ παραγάγη ἔργον. "Ὡστε ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ σῶμα A, ὅταν τοῦτο εὐρίσκεται εἰς ὕψος h, ὀφείλεται εἰς τὴν θέσιν τοῦ σώματος ἐν σχέσει πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς. Ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν περικλείουν τὸ παραμορφωμένον ἔλασμα ἢ τὸ σῶμα τὸ εὐρισκόμενον ὑψηλότερον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς, καλεῖται **δυναμικὴ ἐνέργεια**. "Ὡστε :



Σχ. 80. Εἰς τὴν θέσιν A τὸ σῶμα ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν.

Δυναμική ενέργεια καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποῖαν περικλείει τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς θέσεως ἢ τῆς καταστάσεως, εἰς τὴν ὁποῖαν εὐρίσκεται τὸ σῶμα.

Ἐν κινούμενον σῶμα ἔχει ἐπίσης τὴν ἰκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον. Οὕτω τὸ ὕδωρ χειμάρρου δύναται νὰ κινήσῃ μύλον, ὁ ἄνεμος δύναται νὰ κινήσῃ ἀνεμόμυλον, τὸ βλήμα πυροβόλου δύναται νὰ κρημίσῃ τοῦχον κ.ἄ.

Πᾶν λοιπὸν κινούμενον σῶμα περικλείει ἐνέργειαν, ἣ ὁποῖα ὀφείλεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ σώματος καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κινητική ἐνέργεια**. Ὡστε :

Κινητικὴ ἐνέργεια καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποῖαν περικλείει ἓν κινούμενον σῶμα, ἕνεκα τῆς ταχύτητός του.

Αἱ δύο αὐταὶ μορφαὶ τῆς ἐνεργείας, ἡ δυναμικὴ καὶ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια καλοῦνται **μηχανικὴ ἐνέργεια**. Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς βλέπομεν ὅτι ὁ ὑδράτμος ἔχει τὴν ἰκανότητα νὰ παραγάγῃ ἔργον. Αὕτῃ ἡ ἰκανότης τοῦ ὑδρατμοῦ ὀφείλεται εἰς τὴν **θερμότητα**, τὴν ὁποῖαν οὗτος περικλείει. Διὰ τοῦτο λέγομεν ὅτι ὁ ὑδρατμος περικλείει **θερμικὴν ἐνέργειαν**. Αἱ ἐκρηκτικαὶ ὕλαι, ὁ λιθάνθραξ κ.ἄ. περικλείουν μίαν ἄλλην μορφήν ἐνεργείας, τὴν ὁποῖαν καλοῦμεν **χημικὴν ἐνέργειαν**. Ὁ φορτισμένος πυκνωτὴς περικλείει **ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν**. Τὸ φῶς καὶ ἄλλαι ἀόρατοι ἀκτινοβολαὶ περικλείουν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν τὰ ἑξῆς :

I. Πᾶν σῶμα, τὸ ὁποῖον εἶναι ἰκανὸν νὰ παραγάγῃ ἔργον, λέγομεν ὅτι περικλείει ἐνέργειαν. Διακρίνομεν διαφόρους μορφὰς ἐνεργείας (μηχανικὴν, θερμικὴν, ἠλεκτρικὴν, χημικὴν, ἀκτινοβολουμένην).

II. Ἡ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος μετρεῖται μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον δύναται τὸ σῶμα νὰ ἐκτελέσῃ.

92. Μέτρησης τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας.— Ἄς θεωρήσωμεν ἓν σῶμα A, τὸ ὁποῖον ἔχει βᾶρος $B = m \cdot g$ καὶ εὐρίσκεται εἰς ὕψος h ὑπεράνω τοῦ δαπέδου τῆς αἰθούσης (σχ. 80). Διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα A εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἐδὰπανήθη ἔργον $W = B \cdot h$. Εἰς

τὴν θέσιν αὐτὴν τὸ σῶμα A ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν. Ἐὰν ὑποθέσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τότε τὸ σῶμα A , πίπτει μέχρι τοῦ δαπέδου, δύναται νὰ ἀνυψώσῃ εἰς ὕψος h ἓν σῶμα Γ , τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος ἴσον μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος A . Τὸ σῶμα A κατὰ τὴν πτώσιν του μέχρι τοῦ δαπέδου παρήγαγεν ἔργον $W = B \cdot h$, δηλαδή ἴσον μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανήθη κατὰ τὴν μεταφορὰν του εἰς ὕψος h . Ὡστε :

Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος εἶναι ἴση μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανήθη διὰ νὰ μεταφερθῇ τὸ σῶμα εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν εὐρίσκεται.

$$\text{δυναμικὴ ἐνέργεια : } W_{\Delta\upsilon\nu} = B \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 20 gr^* εὐρίσκεται εἰς ὕψος 10 m ἀνωθεν τοῦ ἐδάφους. Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι :

$$W_{\Delta\upsilon\nu} = 0,020 \text{ kgr}^* \cdot 10 \text{ m} = 0,2 \text{ kgr}^* \text{m}$$

93. Μέτρησης τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.— Κατὰ τὸν ὑπολογισμὸν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἶδομεν ὅτι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἐδαπανᾶται διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, ἀποταμιεύεται ἐξ ὀλοκλήρου ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφήν δυναμικῆς ἐνεργείας (ἐφ' ὅσον δὲν ὑπάρχουν τριβαί). Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα δύναται νὰ διατυπωθῇ γενικώτερον ὡς ἐξῆς :

Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ ἐνέργειαν ἓν σῶμα, πρέπει νὰ δαπανηθῇ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀποταμιεύεται ὀλοκλήρον ἐντὸς τοῦ σώματος.

Ὅταν ἓν σῶμα μάζης m κινῆται μὲ ταχύτητα v , τότε τὸ σῶμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Διὰ νὰ ἀποκτήσῃ τὸ σῶμα αὐτὴν τὴν ἐνέργειαν ἐδαπανήθη ἔργον. Τοῦτο ὑπολογίζεται εὐκόλως, ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι δὲν ὑπάρχουν τριβαί. Τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ κινῆται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως F , ἣ ὅποια προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ . Μετὰ χρόνον t ἀπὸ τῆς ἐκκινήσεώς του τὸ σῶμα ἔχει διανύσει διάστημα $s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$ καὶ ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $v = \gamma \cdot t$. Κατὰ τὸν χρόνον t ἡ δυνάμις F παρήγαγεν ἔργον :

$$W = F \cdot s = m \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 = \frac{1}{2} m (\gamma \cdot t)^2$$

$$\eta \quad W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Τὸ ἔργον τοῦτο ἀποταμιεύεται ἐντὸς τοῦ σώματος ὑπὸ μορφήν κινητικῆς ἐνεργείας. Ὡστε :

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἐνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ γινομένου τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος αὐτοῦ.

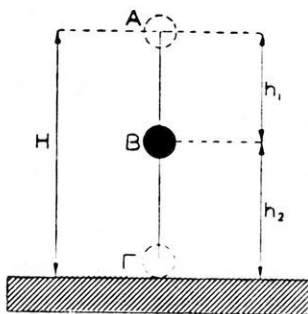
$$\text{κινητικὴ ἐνέργεια : } W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Παράδειγμα. Βλήμα βάρους 20 gr* ἐκφεύγει ἀπὸ τὸ στόμιον τῆς κάνης τοῦ ὄπλου μὲ ταχύτητα 600 m/sec. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ βλήματος εἶναι :

$$W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ gr} \cdot (6 \cdot 10^4 \text{ cm/sec})^2 = 36 \cdot 10^9 \text{ erg} \quad \eta$$

$$W_{\text{κιν}} = 3600 \text{ Joule} \quad \eta \quad \text{κατὰ προσέγγισιν} \quad W_{\text{κιν}} = 360 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

94. Μετατροπὴ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.— Μία ἐλαστικὴ σφαῖρα ἀπὸ χάλυβα ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἀπὸ ὕψος H ἐπὶ μιᾶς ἐπίσης ἐλαστικῆς πλακῆς ἀπὸ χάλυβα. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ καὶ ἀνέρχεται περίπου εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος (σχ. 81). Ἄς ἐξετάσωμεν τὸ φαινόμενον τοῦτο. Εἰς τὴν θέσιν A ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον δυναμικὴν ἐνέργειαν : $W_A = m \cdot g \cdot H$. Εἰς τὴν θέσιν B ἡ σφαῖρα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα $v = \sqrt{2g \cdot H}$. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἡ σφαῖρα ἔχει μόνον κινητικὴν ἐνέργειαν :



Σχ. 81. Μετατροπὴ τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας.

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot H$$

Ὡστε κατὰ τὴν πτώσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τὸ ὕψος H μέχρι τοῦ ἐδάφους ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τῆς σφαίρας μετετράπη ὀλόκληρος

εις κινητικήν ενέργειαν. Εις τήν ενδιάμεσον θέσιν Β ή σφαῖρα ἔχει δυναμικήν ἐνέργειαν: $W_{\Delta} = m \cdot g \cdot h_2$, ἔχει ὅμως καὶ κινητικήν ἐνέργειαν :

$$W_K = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 = m \cdot g \cdot h_1$$

Ἡ ὀλική ἐνέργεια, τήν ὁποίαν ἔχει ἡ σφαῖρα, εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, ἥτοι εἶναι :

$W_{ολ} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot g \cdot h_1 = m \cdot g \cdot (h_2 + h_1)$, ἢ $W_{ολ} = m \cdot g \cdot H$ δηλαδή εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀρχικὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν εἶχεν ἡ σφαῖρα εἰς τὴν θέσιν Α. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν. Τὸ ἀντίστροφον συμβαίνει, ὅταν ἡ σφαῖρα ἐκσπενδονίζεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα δίδονται αἱ τιμαὶ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας ($W_{\Delta uv}$) καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας ($W_{K uv}$) ἑνὸς σώματος μάζης 10 gr, τὸ ὁποῖον πίπτει ἀπὸ ὕψους 80 m (ἐλήφθη $g = 10^3 \text{ cm/sec}^2$).

t	s	h	$W_{\Delta uv}$	v cm/sec	$W_{K uv}$	$W_{\Delta uv} + W_{K uv}$
0 sec	0 cm	8000 cm	$8 \cdot 10^7$ erg	0	0 erg	$8 \cdot 10^7$ erg
1 >	500 >	7500 >	$7,5 \cdot 10^7$ >	1000	$0,5 \cdot 10^7$ >	$8 \cdot 10^7$ >
2 >	2000 >	6000 >	$6 \cdot 10^7$ >	2000	$2 \cdot 10^7$ >	$8 \cdot 10^7$ >
3 >	4500 >	3500 >	$3,5 \cdot 10^7$ >	3000	$4,5 \cdot 10^7$ >	$8 \cdot 10^7$ >
4 >	8000 >	0 >	0 >	4000	$8 \cdot 10^7$ >	$8 \cdot 10^7$ >

Ἀπὸ τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα συνάγεται ὅτι :

Εἰς ἐκάστην στιγμήν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ διατηρεῖται σταθερὸν καὶ ἴσον πάντοτε μὲ τὴν ἀρχικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος (δυναμικὴν ἢ κινητικὴν).

95. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.— Κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῶν διαφόρων μηχανικῶν φαινομένων παρατηρεῖται γενικῶς ὅτι, ἂν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος **διατηρεῖται σταθερόν**. Ἐὰν δηλαδή ἐμφανίζεται κινητικὴ ἐνέργεια, τοῦτο γίνεται εἰς βάρος τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας τοῦ σώματος καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς, εἰς τὰ ὁποῖα συμ-

βαίνουν μετατροπὴ τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως. Τὸ γενικὸν τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας**, ἡ ὁποία διατυπώνεται ὡς ἑξῆς:

“Ὅταν δὲν ὑπάρχουν τριβαί, ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια διατηρεῖται σταθερά.

Ἡ ἀνυπαρξία τριβῶν εἶναι ἰδανικὴ περίπτωσις. Σχεδὸν πάντοτε μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας δαπανᾶται διὰ τὴν κατανίκησιν τῶν τριβῶν. Καὶ ἡ ἐνέργεια ὅμως αὐτὴ δὲν χάνεται, ἀλλὰ μετατρέπεται κυρίως εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία εἶναι ἐπίσης μία μορφή ἐνεργείας. Εἰς ἄλλας πάλιν περιπτώσεις εἰς τὴν θέσιν τῆς ἐνεργείας, ἡ ὁποία φαινομενικῶς χάνεται, ἐμφανίζονται ἄλλαι μορφαὶ ἐνεργείας π.χ. ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια, φωτεινὴ ἐνέργεια, χημικὴ ἐνέργεια κ.τ.λ. Εἰς ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Φύσεως ἐμφανίζεται ἡ ἰδίᾳ πάντοτε νομοτέλεια, ἡ ὁποία ἀπεδείχθη καὶ εἰς τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς. Οὕτω καταλήγομεν εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ ἀκολουθοῦ γενικωτέρου συμπεράσματος, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖ τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας** :

Ἡ ποσότης ἐνεργείας, ἡ ὁποία ὑπάρχει εἰς τὴν Φύσιν, εἶναι σταθερά. Αἱ παρατηρούμεναι εἰς τὴν Φύσιν ποικίλαι μεταβολαὶ ὀφείλονται εἰς μεταβολὰς τῆς ἐνεργείας τῶν σωμάτων, κατὰ τὰς ὁποίας λαμβάνουν χώραν ποικίλαι μετατροπαὶ τῆς ἐνεργείας, χωρὶς ὅμως νὰ μεταβάλλεται ἡ ὅλη ποσότης τῆς ἐνεργείας.

Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Φυσικὴ, ὅπως ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης ἀποτελεῖ τὴν βάσιν, ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζεται ἡ Χημεία. Ἡ ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας μᾶς ἐπιβάλλει νὰ δεχθῶμεν ὅτι ἡ ἐνέργεια εἶναι μία φυσικὴ ὀντότης, ἡ ὁποία εἶναι ἀφθαρτος, ὅπως ἀκριβῶς καὶ ἡ ὕλη. Ὡστε δυνάμεθα νὰ συμπεράνωμεν ὅτι τὰ συστατικὰ τοῦ Σύμπαντος εἶναι ἡ ὕλη καὶ ἡ ἐνέργεια. Ἡ ποσότης ἐκάστου τῶν συστατικῶν τούτων τοῦ Σύμπαντος διατηρεῖται σταθερά.

Ἐφαρμογή. Ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἔχομεν εἰς τὰς ὑδατοπτώσεις. Οὕτως 1 m^3 ὕδατος πίπτον ἀπὸ ὕψος 10 m ἀποκτᾷ κινητικὴν ἐνέργειαν ἴσην μετὰ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν ἔχει εἰς ὕψος 10 m , δηλαδὴ ἴσην μετὰ $10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}$.

Αὐτὴν τὴν ἐνέργειαν μετατρέπομεν εἰς ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν (ὑδρο-
λεκτρικαὶ ἐγκαταστάσεις).

96. Μεταβολὴ τῆς μᾶζης μετὰ τῆς ταχύτητος.— Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ἡ μᾶζα m ἐνὸς σώματος εἶναι μέγεθος σταθερὸν καὶ ἀμετάβλητον (§ 75). Πρῶτος ὁ Einstein ἀπέδειξεν θεωρητικῶς εἰς τὴν περίφημον θεωρίαν τῆς σχετικότητος ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ταχύτητα, μετὰ τὴν ὁποίαν κινεῖται τὸ σῶμα. Οὕτως ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος ἀποδεικνύει ὅτι ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος μεταβολῆς τῆς μᾶζης μετὰ τῆς ταχύτητος :

Ἐὰν m_0 εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο ἡρεμῇ, τότε ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος, ὅταν τοῦτο κινῆται μετὰ ταχύτητα v , εἶναι :

$$\text{μᾶζα κινουμένου σώματος: } m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

ὅπου c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ($c = 300\,000 \text{ km/sec}$). Ἐπειδὴ αἱ ταχύτητες, τὰς ὁποίας πραγματοποιοῦμεν, εἶναι πολὺ μικραὶ ἐν σχέσει πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός, διὰ τοῦτο δὲν δυνάμεθα νὰ διαπιστώσωμεν τὴν μεταβολὴν τῆς μᾶζης, τὴν ὁποίαν προβλέπει ἡ ἀνωτέρω σχέση. Εἰς ἄλλο ὅμως κεφάλαιον θὰ γνωρίσωμεν ὑλικά σωματίδια κινούμενα μετὰ ταχύτητας, αἱ ὁποῖα πλησιάζουν πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός. Αἱ μετρήσεις ἐπὶ τῶν σωματιδίων τούτων ἀπέδειξαν ὅτι πράγματι ἡ μᾶζα των μεταβάλλεται μετὰ τῆς ταχύτητος, ὅπως προβλέπει ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος. Ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον σπουδαιότατον συμπέρασμα:

Ἐὰν ἡ ταχύτης (v) τοῦ σώματος γίνῃ ἴση μετὰ τὴν ταχύτητα (c) τοῦ φωτός, τότε ἡ μᾶζα τοῦ σώματος γίνεται ἄπειρος· δηλαδὴ ἡ ἀδράνεια τοῦ σώματος γίνεται ἄπειρος, διότι δὲν ἐπέρεχεται αὐξήσις τῆς ποσότητος τῆς ὕλης τοῦ σώματος. Ἄρα :

Εἶναι ἀδύνατον νὰ κινήθῃ σῶμα μετὰ τὴν ταχύτητα τοῦ φωτός.

97. Ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μᾶζης καὶ ἐνεργείας.— Ἡ θεωρία τῆς σχετικότητος ἀποδεικνύει ὅτι, ἂν ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος ἐξαφανισθῇ, δηλαδὴ ἂν παύσῃ νὰ ὑπάρχῃ ὡς ὕλη (φαινόμενον σύνηθες εἰς τὴν

Πυρηνικήν Φυσικήν), τότε θα προκύψει ώρισμένη ποσότης ἐνεργείας. Τὸ θεμελιώδες τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὴν ἀκόλουθον ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας :

Ἡ μάζα m ἑνὸς σώματος ἰσοδυναμεῖ με ἐνέργειαν ἴσην με τὸ γινόμενον τῆς μάζης τοῦ σώματος ἐπὶ τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός.

$$\text{ἀρχὴ ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας : } W = m \cdot c^2$$

Οὕτως ἡ ἡρεμοῦσα μάζα 1 gr οἴουδῆποτε σώματος ἰσοδυναμεῖ με ἐνέργειαν :

$$W = 1 \cdot (3 \cdot 10^{10})^2 \text{ erg} = 9 \cdot 10^{20} \text{ erg} = 9 \cdot 10^{13} \text{ Joule}$$

ἢτοι περίπου $9 \cdot 10^{12} \text{ kgr} \cdot m$

Ἐὰν λοιπὸν κατορθώσωμεν νὰ ἐξαφανίσωμεν μάζαν 1 gr, θὰ λάβωμεν ἐνέργειαν ἴσην με 9 τρισεκατομμύρια χιλιογραμμόμετρα. Τὰ ἀνωτέρω εὐρίσκουν σήμερον τεχνικὴν ἐφαρμογὴν εἰς τὴν ἐκμετάλλευσιν τῆς πυρηνικῆς ἐνεργείας (ἀτομικὴ βόμβα, βόμβα ὕδρογόνου, παραγωγή ἐνεργείας εἰς τοὺς ἀτομικοὺς ἀντιδραστήρας).

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

64. Ἐργάτης μεταφέρει σάκκον ζαχάρους βάρους $80 \text{ kgr} \cdot m$ εἰς ἀποθήκην εὐρισκομένην 12 m ἄνωθεν τῆς ὁδοῦ. Πόσον ἔργον καταβάλλει διὰ τὴν μεταφορὰν αὐτήν; Βάρος ἐργάτου $70 \text{ kgr} \cdot m$.

65. Ἐφαρμόζοντες σταθερὰν δύναμιν $5 \text{ kgr} \cdot m$ μετακινούμεν ἐπὶ τοῦ δαπέδου βαρὺ σῶμα κατὰ 4 m. Νὰ εὐρεθῇ τὸ ἔργον τῆς δυνάμεως εἰς $\text{kg} \cdot m$, Joule, erg.

66. Σῶμα ἔχον μάζαν 4 kgr διατρέχει διάστημα 15 m με ἐπιτάχυνσιν 5 cm/sec^2 . Πόσον εἶναι τὸ ἔργον τῆς κινούσης δυνάμεως;

67. Αὐτοκίνητον κινεῖται ἐπὶ ὀριζοντίας ὁδοῦ με ταχύτητα 72 km/h . Ὄταν διακοπῇ ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς του, σταματᾷ ἐντὸς 20 sec. Ἄν τὸ βάρος τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι $1,5 \text{ tn}$, νὰ εὐρεθῇ τὸ ἔργον τῆς τριβῆς.

68. Βλήμα βάρους $10 \text{ gr} \cdot m$ ἐκσφενδονίζεται με ἀρχικὴν ταχύτητα 800 m/sec . Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια εἰς erg, Joule καὶ $\text{kg} \cdot m$.

69. Ὁρειβάτης ἔχει βάρος 70 kg^* καὶ ἐντὸς 4 ὥρων ἀνέρχεται εἰς ὕψος 2040 m Πόσον ἔργον παράγει κατὰ δευτερολέπτον;

70. Σῶμα βάρους 1 kg^* βάλλεται κατακορυφῶς πρὸς τὸ ἔδαφος ἀπὸ ὕψος 347 m μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα 7 m/sec . Ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, εἰσχωρεῖ ἐντὸς αὐτοῦ κατὰ 65 cm . Πόση εἶναι κατὰ μέσον ὄρον ἢ ἀντίστασις τοῦ ἐδάφους;

71. Ὁ σωλὴν πυροβόλου ἔχει μῆκος $0,80 \text{ m}$ καὶ ἐκσφενδονίζει βλήμα βάρους 4 kg^* μὲ ταχύτητα 420 m/sec . Πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἢ ὁποία ὠθεῖ τὸ βλήμα ἐντὸς τοῦ σωλῆρος (ἂν ὑποθέσωμεν ὅτι ἡ δύναμις αὐτὴ εἶναι σταθερὰ) καὶ ἐπὶ πόσον χρόνον κινεῖται τὸ βλήμα ἐντὸς τοῦ σωλῆρος;

72. Σιδηροδρομικὸν ὄχημα βάρους 27 tu^* κινεῖται ἐπὶ ἐθνογρόμμου καὶ ὀριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 7 m/sec . Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ ἐπὶ τοῦ ὀχήματος, ὥστε ἐντὸς 4 min ἢ ταχύτης του νὰ γίνῃ διπλασία ;

73. Μηχανὴ ἰσχύος 5 CV ἐργάζεται ἐπὶ 100 min . Πόσον ἔργον παράγει εἰς kg^*m , Joule καὶ erg ;

74. Ὁ κινήτορ ἀεροπλάνου ἀναπτύσσει ἰσχὸν 1000 CV , ἡ δὲ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος κατὰ τὴν ὀριζοντίαν πτήσιν ἀνέρχεται εἰς 500 kg^* . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου; Εἰς πόσον χρόνον τὸ ἀεροπλάνον θὰ διατρέξῃ ὀριζοντίως ἀπόστασιν 30 km ;

75. Ὁρειβάτης ἔχει βάρος 80 kg^* καὶ ἐντὸς $1,5 \text{ h}$ ἀνέρχεται κατὰ 800 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς ἐκκινήσεως. Πόση εἶναι κατὰ μέσον ὄρον ἢ ἰσχὺς τοῦ ὀρειβάτου εἰς CV καὶ kW ;

76. Ρεῦμα ὕδατος πίπτει ἀπὸ ὕψος 80 m καὶ ἀναγκάζει ἓνα στρόβιλον νὰ στρέφεται. Ἡ ἰσχὺς τῆς παραγομένης ὑπὸ τοῦ στρόβιλου ἐνεργείας εἶναι $10\,000 \text{ CV}$, ἡ δὲ ἀπόδοσις τοῦ στρόβιλου εἶναι $0,75$. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσην ποσότητα ὕδατος καταναλίσκει ὁ στρόβιλος κατὰ λεπτόν.

77. Αὐτοκίνητον βάρους 1000 kg^* κινεῖται ἐπὶ ὀριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 72 km/h . Ὁ συντελεστής τριβῆς εἶναι $0,02$, ἡ δὲ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ὑπολογίζεται εἰς 10 kg^* . Πόσην ἰσχὸν ἀναπτύσσει ὁ κινήτορ;

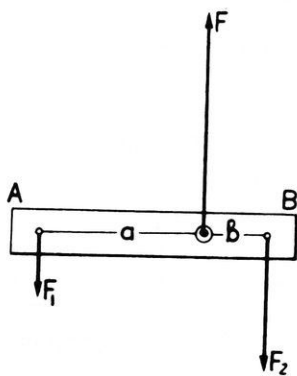
78. Μετεωρίτης ἔχει ἐν ἡρεμίᾳ μᾶζαν 1 kg^* . Πόση θὰ ἦτο ἡ μᾶζα του, ἂν οὗτος ἐκινεῖτο μὲ ταχύτητα ἴσην μὲ τὰ $9/10$ τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός ;

79. Κατὰ τὴν διάσπασιν 235 γραμμαρίων οὐρανίου ἐλευθερώνεται ἐνέργεια $19,26 \cdot 10^{12}$ Joule. Νὰ εὐρεθῆ πόση μᾶζα οὐρανίου ἐξαναίχεται κατὰ τὴν διάσπασιν ταύτην.

80. Ἡ ἐτήσια παραγωγή ἠλεκτροικῆς ἐνεργείας εἰς τὴν χώραν μας ἀνέρχεται εἰς 650 000 000 kWh. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας ἀπὸ πόσῃ μᾶζαν θὰ ἦτο δυνατόν νὰ ἔχωμεν τὴν ἀνωτέρω ἐνέργειαν, ἐὰν μᾶζα 1 gr ἰσοδυναμῆ μὲ ἐνέργειαν $9 \cdot 10^{13}$ Joule;

Α Π Λ Α Ι Μ Η Χ Α Ν Α Ι

98. Ὅρισμός.— Κκαλοῦμεν **μηχανὴν** ἐν σύστημα σωμάτων, διὰ τῶν ὁποίων μία ὠρισμένη μορφή ἐνεργείας μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς. Οὕτως ἡ ἀτμομηχανὴ μετατρέπει τὴν θερμικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἐπίσης ὁ ἀνεμιστήρ μετατρέπει τὴν ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἡ **ἀπλῆ μηχανὴ** ἀποτελεῖται συνήθως ἀπὸ ἐν μόνον σώμα. Εἰς τὰς ἀπλὰς μηχανὰς δαπανᾶται μηχανικὴ ἐνέργεια καὶ λαμβάνεται ἐπίσης μηχανικὴ ἐνέργεια. Ἐπὶ ἐκάστης ἀπλῆς μηχανῆς ἐνεργοῦν κυρίως δύο δυνάμεις: ἡ **κινητήριος δύναμις** (F_1), δηλαδή ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν καταβάλλομεν, καὶ ἡ **ἀντίστασις** (F_2), δηλαδή ἡ δύναμις τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ ὑπερνικήσωμεν. Θὰ ἐξετάσωμεν κατωτέρω τὰς κυριώτερας ἀπλὰς μηχανὰς, διὰ νὰ εὐρωμεν ὑπὸ ποίας συνθήκας ἐκάστη ἀπλῆ μηχανὴ ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κινητηρίου δυνάμεως καὶ τῆς ἀντιστάσεως (συνθήκη ἰσορροπίας).



Σχ. 82. Μοχλός μὲ δύο βραχίονας.

99. Μοχλός.— Κκαλεῖται **μοχλός** ἐν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἀκλόνητον ἄξονα ἢ σημεῖον (ὑπομόχλιον)· αἱ ἀποστάσεις τῆς ἀντιστάσεως καὶ τῆς κινητηρίου δυνάμεως ἀπὸ τὸ ὑπομόχλιον λέγονται **μοχλοβραχίονες**. Ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ ἐνεργοῦν αἱ δυνάμεις F_1 , F_2 καὶ ἡ

δύναμις F , την οποίαν αναπτύσσει τὸ ὑπομόχλιον (σχ. 82). Αἱ τρεῖς αὐταὶ δυνάμεις εὐρίσκονται ἐπὶ ἐνὸς ἐπιπέδου καθέτου πρὸς τὸν ἄξονα. Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ (§ 48), ὅταν αἱ ροπαὶ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι κατ' ἀπόλυτον τιμὴν ἴσαι :

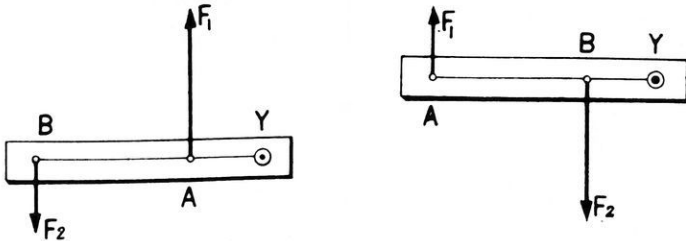
$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

Ἡ ροπή τῆς F ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴση μὲ μηδέν (διότι ἡ διεύθυνσις τῆς F διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ ἢ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν δύναμιν F , τὴν οποίαν ἀναπτύσσει ὁ ἄξων. Ὡστε:

Ὁ μοχλὸς ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα ὄλων τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι ἴσον μὲ μηδέν.

$$F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad \text{ἢ} \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

Ἀπὸ τὴν προηγουμένην σχέσιν συνάγεται ὅτι :

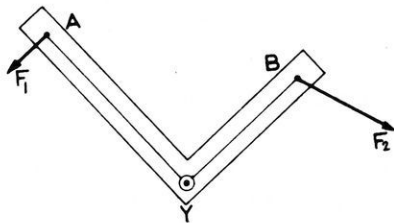


Σχ. 83. Μοχλοὶ μὲ ἓνα βραχίονα.

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ μοχλοῦ αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπ' αὐτοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τοὺς βραχίονας τῶν δυνάμεων :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Διακρίνομεν δύο εἴδη μοχλῶν ἀναλόγως τῆς θέσεως τοῦ ὑπομοχλίου ἐν σχέσει πρὸς τὰς δύο δυνάμεις. Εἰς τοὺς μοχλοὺς μὲ δύο βραχίονας (σχ. 82) τὸ ὑπομόχλιον εὐρίσκεται

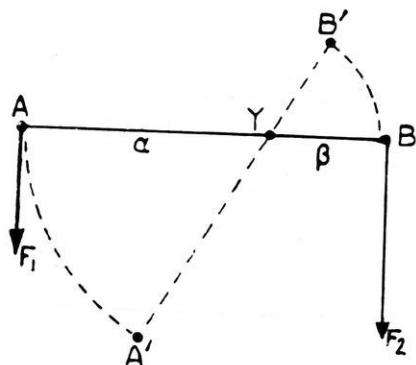


Σχ. 84. Γωνιώδης μοχλός.

μεταξύ τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς ἀντιστάσεως F_2 . Εἰς τοὺς μοχλοὺς μὲ ἓνα βραχίονα (σχ. 83) τὸ ὑπομόχλιον εὐρίσκεται εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ.

Οἱ μοχλοὶ χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν (ψαλίδι, τανάλια, κουπί, χειράμαξα κ.κ.). Ἐπίσης χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν τεχνικὴν. Τὸ σχῆμα 84 δεικνύει ἓνα γωνιωδὴ μοχλόν.

100. Ἐφαρμογὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὰς ἀπλὰς μηχανάς.— Ἄς θεωρήσωμεν ἓνα μοχλόν, ὁ ὁποῖος λειτουργεῖ



Σχ. 85. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἰς τὸν μοχλόν.

χωρὶς τριβάς. Ἐστω ὅτι κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμήν τὸ μὲν σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 εὐρίσκεται εἰς τὸ A, τὸ δὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀντιστάσεως F_2 εὐρίσκεται εἰς τὸ B (σχ. 85). Ἐντὸς χρόνου t τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς ἐκάστης τῶν δύο δυνάμεων ὑφίσταται ἀντιστοίχως μετατόπισιν :

$$\widehat{AA'} = s_1 \quad \text{καὶ} \quad \widehat{BB'} = s_2$$

Οὕτω τὸ ἔργον ἐκάστης δυνάμεως εἶναι:

$$\text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_1 : W_1 = F_1 \cdot s_1$$

$$\text{ἔργον τῆς δυνάμεως } F_2 : W_2 = F_2 \cdot s_2$$

Ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχουν τριβαί, συνάγεται ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 δαπανᾷται διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τοῦ ἔργου τῆς ἀντιστάσεως F_2 , ἥτοι εἶναι $F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$. Τὸ συμπέρασμα τοῦτο εἶναι γενικὸν καὶ ἰσχύει δι' ὅλας τὰς ἀπλὰς μηχανάς :

Ὅταν ἀπλῆ μηχανὴ λειτουργῇ χωρὶς τριβάς, τὸ ἔργον τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 εἶναι ἴσον μὲ τὸ ἔργον τῆς ἀντιστάσεως F_2 .

$$\boxed{\begin{aligned} \text{\textit{\textbf{Έργον κινητηρίου δυνάμεως}} = \text{\textit{\textbf{Έργον αντίστασεως}}} \\ F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2 \end{aligned}} \quad (1)$$

Από την εξίσωσιν (1) εύρισκομεν :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1} \quad (2)$$

Οί δρόμοι, τούς οποίους διατρέχουν τὰ σημεία ἐφαρμογῆς τῆς κινητηρίου δυνάμεως F_1 καὶ τῆς ἀντίστασεως F_2 , εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς δυνάμεις αὐτάς.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα ἐκφράζεται συνήθως καὶ ὡς ἐξῆς :

Εἰς ἀπλῆν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον.

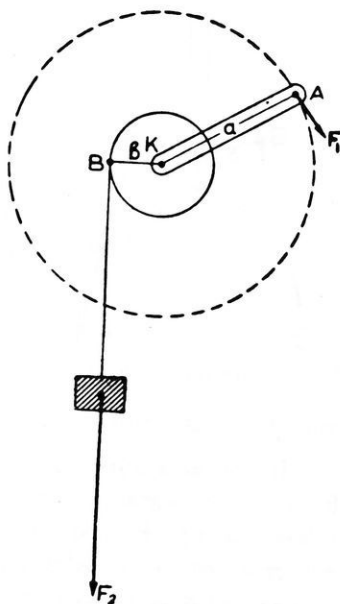
Ἐὰν καλέσωμεν u_1 καὶ u_2 τὰς ταχύτητας, μετὰ τὰς ὁποίας μετατοπιζονται ἀντιστοίχως τὰ σημεία ἐφαρμογῆς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 , τότε ἡ ἐξίσωσις (2) γράφεται :

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{u_2 \cdot t}{u_1 \cdot t} \quad \eta \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{u_2}{u_1}$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι :

Εἰς τὴν ἀπλῆν μηχανὴν ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς ταχύτητα.

101. Βαροῦλκον.— Τὸ βαροῦλκον ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν κύλινδρον, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ περιστρέφεται περὶ τὸν ὀριζόντιον ἄξονά του μετὰ τὴν βοήθειαν στροφάλου φέροντος λαβὴν (μανιβέλλα). Ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου K (σχ. 86) τυλίσσεται σχοινίον, εἰς τὸ ἄκρον τοῦ ὁποῖου ἐφαρμόζεται ἡ ἀντίστασις F_2 . Εἰς τὸ ἄκρον τῆς λαβῆς KA ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Τὸ βαροῦλκον ἰσορροπεῖ, δταν τὸ



Σχ. 86. Βαροῦλκον.

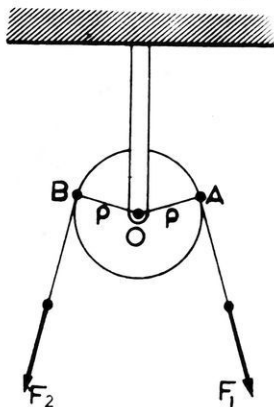
ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς εἶναι ἴσον μὲ μηδέν :

$$F_1 \cdot \alpha - F_2 \cdot \beta = 0 \quad \eta \quad F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

ὅπου α εἶναι τὸ μῆκος τῆς ράβδου KA καὶ β εἶναι ἡ ἀκτίς τοῦ κυλίνδρου K. Ἐάν ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου K εἶναι κατακόρυφος, τότε ἡ ἀπλῆ αὐτὴ μηχανὴ καλεῖται **ἐργάτης**. Καὶ δι' αὐτὴν ἰσχύει ἡ ἴδια συνθήκη ἰσορροπίας.

102. Τροχαλία.—Ἡ **τροχαλία** εἶναι δίσκος μεταλλινὸς ἢ ξύλινος, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ στρέφεται περὶ ἄξονα καθέτον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τοῦ δίσκου. Ὁ ἄξων στηρίζεται εἰς τροχαλιοθήκην.

α) Ἀκίνητος τροχαλία. Ἐάν ἡ τροχαλιοθήκη στερεωθῇ ἀκλονήτως,



Σχ. 87. Ἀκίνητος τροχαλία.

τότε ἡ τροχαλία λέγεται **ἀκίνητος** (σχ. 87). Συνήθως ἡ περιφέρεια τῆς τροχαλίας φέρει αὐλακκα, διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται σχοινίον ἢ ἄλυσις. Ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 ἐνεργοῦν εἰς δύο σημεῖα τοῦ σχοινίου. Τίποτε δὲν μεταβάλλεται, ἐάν ὑποθέσωμεν ὅτι αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐφαρμόζονται εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B τῆς περιφέρειας τοῦ δίσκου. Ἡ τροχαλία ἰσορροπεῖ, ὅταν τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 ὡς πρὸς τὸν ἄξονα εἶναι μηδέν :

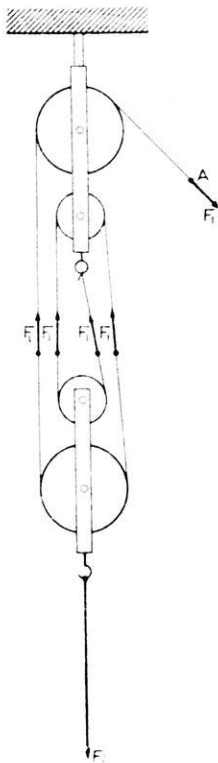
$$F_1 \cdot \rho - F_2 \cdot \rho = 0 \quad \alpha \rho \alpha \quad F_1 = F_2$$

Εἰς τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀντίστασιν.

Ἡ τροχαλία αὕτη προκαλεῖ μόνον μεταβολὴν τῆς διεύθυνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν καταβάλλεται ἡ κινητήριος προσπάθεια. Οὕτω διὰ τὴν ἀνύψωσιν ἑνὸς βαρέος σώματος χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν, διότι εἶναι εὐκολώτερον νὰ σύρωμεν τὸ σχοινίον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω παρά ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω.

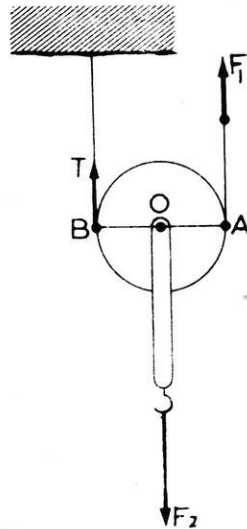
β) Κινητὴ τροχαλία. Εἰς τὴν **κινητὴν τροχαλίαν** (σχ. 88) ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται εἰς τὴν τροχαλιοθήκην. Τὸ ἐν ἄκρον τοῦ

σχοινίου στερεώνεται εις ἀκλόνητον σημείον, εις τὸ ἄλλο δὲ ἄκρον τοῦ σχοινίου ἐφαρμόζεται ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Ἐὰς θεωρήσωμεν τὰ δύο σχοινία παράλληλα. Ἐπὶ τῆς τροχαλίας ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις: ἡ κινητήριος δύναμις F_1 , ἡ ἀντίστασις F_2 καὶ ἡ τάσις τοῦ σχοινίου T . Αἱ δυνάμεις



Σχ. 89. Πολύσπαστον. ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὰς τροχαλίας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινὸν ἄξονα. Ἡ μία τροχαλιοθήκη εἶναι ἀκίνητος, ἡ δὲ ἄλλη εἶναι κινητή. Διὰ τῆς αὐλακῆς τῶν τροχαλιῶν διέρχεται σχοινίον, τοῦ ὁποῦ τοῦ ἐν ἄκρον στερεώνεται εἰς ἓν σημείον τῆς ἀκινήτου τροχαλιοθήκης, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι ἐλευθέρον, διὰ νὰ ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτοῦ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης (σχ. 89). Ἐστω ὅτι ἐκάστη τροχαλιοθήκη φέρει n τροχαλίας. Μεταξὺ τῶν δύο τροχαλιοθηκῶν τείνονται $2n$ τμήματα τοῦ σχοινίου. Ἐπομένως ἡ ἀντίστασις F_2 κατανέμεται εἰς $2n$ ἴσα μέρη καὶ ἕκαστον τμήμα

F_1 καὶ T θεωροῦνται ἐφαρμόζομενα εἰς τὰ σημεία A καὶ B τῆς περιφερείας τῆς τροχαλίας. Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῆς τροχαλίας ἡ δύναμις F_2 ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν συνισταμένην τῶν δυνάμεων F_1 καὶ T . Ἄρα πρέπει νὰ εἶναι: $F_1 = T$ καὶ $F_2 = 2F_1$. Ἡ ἀντίστασις F_2 μοιράζεται ἐξ ἴσου ἐπὶ τῶν δύο σχοινίων καὶ συνεπῶς:



Σχ. 88. Κινητὴ τροχαλία.

Ἡ κινητήριος δύναμις εἶναι ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τῆς ἀντιστάσεως.

$$F_1 = \frac{F_2}{2}$$

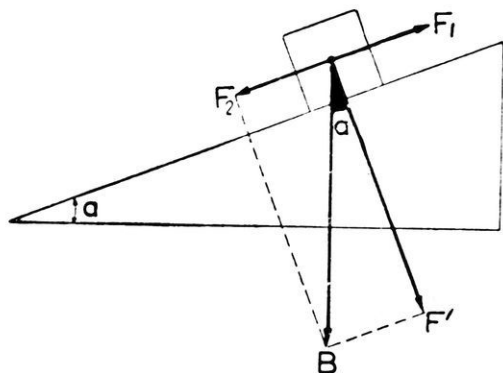
103. Πολύσπαστον.— Τὸ πολύσπαστον

ἀποτελεῖται ἀπὸ πολλὰς τροχαλίας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινὸν ἄξονα. Ἡ μία τροχαλιοθήκη εἶναι ἀκίνητος, ἡ δὲ ἄλλη εἶναι κινητή. Διὰ τῆς αὐλακῆς τῶν τροχαλιῶν διέρχεται σχοινίον, τοῦ ὁποῦ τοῦ ἐν ἄκρον στερεώνεται εἰς ἓν σημείον τῆς ἀκινήτου τροχαλιοθήκης, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι ἐλευθέρον, διὰ νὰ ἐφαρμόζεται ἐπ' αὐτοῦ ἡ κινητήριος δύναμις F_1 . Ἡ ἀντίστασις F_2 ἐφαρμόζεται ἐπὶ τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης (σχ. 89). Ἐστω ὅτι ἐκάστη τροχαλιοθήκη φέρει n τροχαλίας. Μεταξὺ τῶν δύο τροχαλιοθηκῶν τείνονται $2n$ τμήματα τοῦ σχοινίου. Ἐπομένως ἡ ἀντίστασις F_2 κατανέμεται εἰς $2n$ ἴσα μέρη καὶ ἕκαστον τμήμα

τοῦ σχοινίου ἰσορροπεῖ μέρος τῆς ἀντιστάσεως ἴσον με $\frac{F_2}{2\nu}$. Ὡστε ἔχομεν :

$$F_1 = \frac{F_2}{2\nu}$$

104. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.— Τὸ **κεκλιμένον ἐπίπεδον** εἶναι μία ἐπίπεδος ἐπιφάνεια, ἡ ὁποία παρουσιάζει κλίσην ὡς πρὸς τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον (σχ. 90). Διὰ νὰ ἰσορροπήσῃ ἐν βάρῳ σῶμα ἐπὶ

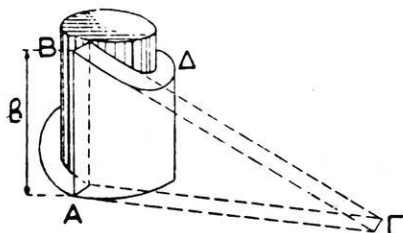


Σχ. 90. Κεκλιμένον ἐπίπεδον.

τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ ἐπὶ τοῦ σώματος μία δύναμις F_1 , ἡ ὁποία ἐμποδίζει τὸ σῶμα νὰ κατέλθῃ. Εἶναι φανερόν ὅτι ἡ F_1 πρέπει νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνιστώσαν F_2 τοῦ βάρους τοῦ σώματος, τὴν παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Ἡ ἄλλη συνιστώσα τοῦ βάρους, ἡ κάθετος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Ἐκ τοῦ σχήματος συνάγεται ὅτι ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ κλίσις τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, τόσο μικροτέρα εἶναι καὶ ἡ δύναμις F_1 .

105. Ὁ κοχλίας.— Ὁ **κοχλίας** εἶναι μία ἀπλὴ μηχανή, ἡ ὁποία ἔχει μεγάλην πρακτικὴν ἐφαρμογὴν. Ἡ λειτουργία του στηρίζεται εἰς τὰς γεωμετρικὰς ιδιότητας τῆς ἑλικίως. Αὕτη προκύπτει ὡς ἐξῆς: Ἐπὶ ἑνὸς ὀρθοῦ κυλίνδρου (σχ. 91) τυλίσσεται ὀρθογώνιον τρίγωνον, τοῦ ὁποίου ἡ μὲν μία κάθετος πλευρὰ εἶναι ἴση με τὴν περιφέρειαν τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου. Οὕτως ἡ ὑποτείνουσα τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου μεταβάλλεται εἰς καμπύλην γραμμὴν, ἡ ὁποία καλεῖται **ἑλιξ**. Ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν δύο σημείων A καὶ B, τὰ ὁποία εὐρίσκονται ἐπὶ τῆς

αυτῆς γενετείρας τοῦ κυλίνδρου, εἶναι σταθερά καὶ καλεῖται **βῆμα** β τῆς ἕλικος. Τὸ δὲ τόξον ΑΔΒ ἀποτελεῖ μίαν σπειρᾶν τῆς ἕλικος. Εἰς τὸν κοχλίαν αἱ σπειραὶ ἀποτελοῦν συνεχῆ προεξοχήν (σχ. 92). Συμπληρωματικὸν σῶμα τοῦ κοχλίου εἶναι τὸ περικόχλιον, τὸ ὁποῖον εἶναι κοῖλον σῶμα φέρον συνεχῆ ἕλικοειδῆ ἔσοχήν. Τὸ περι-



Σχ. 91. Σχηματισμὸς ἕλικος.

κόχλιον χρησιμεύει ὡς ὁδηγὸς τοῦ κοχλίου κατὰ τὴν περιστροφικὴν κίνησίν του. Καλεῖται βῆμα τοῦ κοχλίου τὸ βῆμα τῆς ἕλικος αὐτοῦ.

Ἐκ τοῦ τρόπου τῆς κατασκευῆς τοῦ κοχλίου προκύπτει ἡ ἐξῆς ιδιότης του:

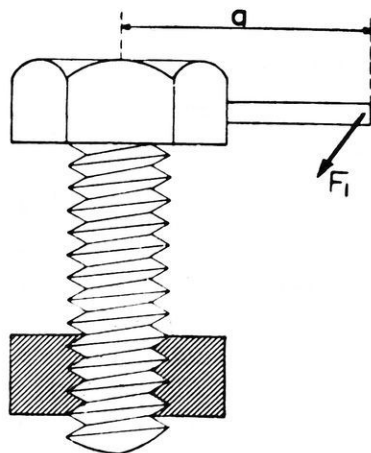
Ὅταν ὁ κοχλίας ἐκτελῆ μίαν πλήρη περιστροφήν, οὔτος ὑφίσταται συγχρόνως μετατόπισιν κατὰ μήκος τοῦ ἄξονός του ἴσην μὲ ἓν βῆμα.

Ἐὰν ὁ κοχλίας ἐκτελέσῃ μίαν περιστροφήν, ἡ δύναμις F_1 παράγει ἔργον $2\pi \cdot \alpha \cdot F_1$. Συγχρόνως ἡ ἀνθισταμένη δύναμις F_2 , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος τοῦ κοχλίου, ὀπισθοχωρεῖ κατὰ ἓν βῆμα β καὶ ἐπομένως ἡ F_2 καταναλίσκει ἔργον $F_2 \cdot \beta$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι :

$$2\pi \cdot \alpha \cdot F_1 = F_2 \cdot \beta \quad \text{ἄρα}$$

$$F_1 = F_2 \cdot \frac{\beta}{2\pi \cdot \alpha}$$

Ὁ κοχλίας χρησιμοποιοῦται εἰς διαφόρους μηχανὰς καὶ εἰς ὄργανα μετρήσεων.



Σχ. 92. Ὁ κοχλίας ὡς ἀπλὴ μηχανή.

106. Ἀπόδοσις μηχανῆς.—Εἰς ὅλας γενικῶς τὰς μηχανὰς δαπανᾶται μία μορφή ἐνεργείας, διὰ τὴν λαμβάνωμεν μίαν ἄλλην ὠφέλιμον μορφήν ἐνεργείας. Ἐνεκα τῶν διαφόρων ἀντιστάσεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται κατὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, ἡ ὠφέλιμος ἐνέργεια εἶναι πάντοτε μικρότερα ἀπὸ τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

Καλεῖται ἀπόδοσις μιᾶς μηχανῆς ὁ λόγος τῆς ὠφελίμου ἐνεργείας πρὸς τὴν δαπανωμένην ἐνέργειαν.

$$\text{ἀπόδοσις μηχανῆς} = \frac{\text{ὠφέλιμος ἐνέργεια}}{\text{δαπανωμένη ἐνέργεια}} \quad A = \frac{W_{\omega}}{W_s}$$

Ὅπως θὰ ἴδωμεν, ἡ ἀπόδοσις ἐνὸς ἠλεκτροκινητήρος εἶναι 0,90 ἐνῶ ἡ ἀπόδοσις μιᾶς ἀτμομηχανῆς εἶναι 0,25. Ἦτοι εἰς μὲν τὸν ἠλεκτροκινητήρα χάνονται μόνον τὰ 10% τῆς δαπανωμένης ἠλεκτρικῆς ἐνεργείας, ἐνῶ εἰς τὴν ἀτμομηχανὴν χάνονται τὰ 75% τῆς δαπανωμένης θερμικῆς ἐνεργείας. Ὅλαι αἱ προσπάθειαι τῆς τεχνικῆς τείνουν εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς ἀποδόσεως τῶν διαφόρων μηχανῶν.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

81. Μοχλὸς μὲ δύο βραχίονας ἔχει μῆκος 2,4 m. Εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ μοχλοῦ ἐφαρμόζεται βάρος 30 kgf* καὶ εἰς ἀπόστασιν 0,8 m ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς. Πόσον βάρος πρέπει νὰ ἐφαρμοσθῇ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ μοχλοῦ, διὰ τὴν ἐπέλθῃ ἡ ἰσορροπία;

82. Μοχλὸς μὲ ἓνα βραχίονα ἔχει μῆκος 3 m καὶ περιστρέφεται περὶ τὸ ἓν ἄκρον του. Εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον του προσδένεται βάρος 10 kgf*. Πόσῃ δυνάμει πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς ἀπόστασιν 1 m ἀπὸ τοῦ ὑπομοχλίου, ἵνα ὁ μοχλὸς διατηρηθῇ ὀριζόντιος;

83. Τὸ ἄκρον σιδηρᾶς ράβδου μῆκος 2,4 m τίθεται κάτωθεν βαρέος σώματος καὶ εἰς ἀπόστασιν 30 cm ἀπὸ τοῦ ἄκρου τούτου τοποθετεῖται ὑπομόχλιον. Ἐφαρμόζοντες εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς ράβδου δυνάμει 25 kgf* ἀνυψώνομεν ὀλίγον τὸ κιβώτιον. Πόσῃ δυνάμει ἰσορροποῦμεν;

84. Οἱ δύο βραχίονες μοχλοῦ ΑΟΓ σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 135°. Ὁ μοχλὸς περιστρέφεται περὶ ὀριζόντιον ἄξονα Ο κάθετον πρὸς τὸ ἐπίπεδον τῶν δύο βραχιόνων τοῦ μοχλοῦ. Ὁ βραχίον ΟΓ εἶναι

ὀριζόντιος, εἶναι δὲ $OA = 2 \cdot OG$. Ἀπὸ τὰ σημεῖα A καὶ G ἐξαρτῶμεν ἀντιστοιχῶς τὰ βάρη B_1 καὶ B_2 . Νὰ εὐρεθῇ ποῖος πρέπει νὰ εἶναι ὁ λόγος τῶν βαρῶν, ὥστε ὁ μοχλὸς νὰ ἰσορροπῇ.

85. Εἰς τὸ ἐν ἄκρον τοῦ σχοινίου ἀκινήτου τροχαλίας ἐξαρτᾶται βάρος 30 kgr^* . Νὰ εὐρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἐφαρμοζομένη εἰς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας, ὅταν αἱ διευθύνσεις τῶν δύο σχοινίων σχηματίζουν μεταξὺ των γωνίαν 0° , 90° καὶ 120° .

86. Ἐπὶ μιᾶς κινήτης τροχαλίας ἐφαρμόζεται βάρος 80 kgr^* . Πόση δύναμις πρέπει νὰ ἐνεργῇ εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, ὅταν τὰ δύο σχοινία σχηματίζουν μεταξύ των γωνίαν 0° , 90° καὶ 120° ; Τὸ βάρος τῆς τροχαλίας παραλείπεται.

87. Εἰς πολύσπαστον ἐκάστη τροχαλιοθήκη φέρει 3 τροχαλίας. Τὸ βάρος τῆς κινήτης τροχαλιοθήκης εἶναι 3 kgr^* . Νὰ εὐρεθῇ πόσῃν δυνάμειν πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον τοῦ σχοινίου, διὰ νὰ ἰσορροπήσωμεν τὸ πολύσπαστον, ὅταν ἐξ αὐτοῦ ἐξαρτήσωμεν βάρος 45 kgr^* .

88. Ὁ στρόφαλος ἐνὸς βαροῦλκου διαγράφει κύκλον ἀκτίνος 54 cm , ἡ δὲ διάμετρος τοῦ κυλίνδρου εἶναι 12 cm . Ἀπὸ τὸ σχοινίον τοῦ βαροῦλκου ἐξαρτᾶται βάρος 30 kgr^* . Νὰ εὐρεθῇ ἡ δύναμις ἡ ἀπαιτούμενη διὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ βαροῦλκου.

89. Ἡ λαβὴ ἐνὸς βαροῦλκου διαγράφει περιφέρειαν ἀκτίνος 60 cm , ὁ δὲ κύλινδρος, ἐπὶ τοῦ ὁποίου τυλίσσεται τὸ σχοινίον, ἔχει ἀκτῖνα 15 cm . Τὸ βαροῦλκον χρησιμεύει διὰ τὴν ἀντλησιν ὕδατος ἀπὸ βάθος 10 m , τὸ δὲ χρησιμοποιούμενον δοχεῖον ἔχει ὄγκον 10 λίτρα. Νὰ ὑπολογισθῇ πόσον ἔργον δαπανᾶται διὰ τὴν ἀντλησιν 100 λίτρων ὕδατος. Πόση εἶναι εἰς Watt ἡ μέση ἰσχὺς, ἡ ὁποία καταβάλλεται, ἂν εἰς μίαν ὥραν ἀντλήται 1 m^3 ὕδατος.

90. Ἐργάτης, διὰ νὰ ἀνυψώσῃ βαρέλιον 240 kgr^* εἰς ὕψος $1,10 \text{ m}$ ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, χρησιμοποιοεῖ κεκλιμένον ἐπιπέδον. Πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὥστε, ὅταν ὁ ἐργάτης καταβάλλῃ δυνάμειν 40 kgr^* , τὸ βαρέλιον νὰ ἰσορροπῇ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου;

91. Μία ἀνυψωτικὴ μηχανὴ διὰ κοχλίου (γρούλλος) στρέφεται μὲ μοχλὸν μήκους 50 cm , τὸ δὲ βῆμα τοῦ κοχλίου εἶναι 5 cm . Πόση δύναμις πρέπει νὰ καταβληθῇ διὰ τὴν ἀνύψωσιν βάρους 200 kgr^* ;

92. Εἰς μίαν ὑδροηλεκτρικὴν ἐγκατάστασιν διαβιβάζονται ἐτησίως

διὰ τοῦ στροβίλου 120 ἑκατομμύρια κυβικά μέτρα ὕδατος, πίπτοντος ἀπὸ ὕψος 500 m. Ἡ ὅλη ἀπόδοσις τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 60% Πόσα κιλοβατώρια λαμβάνονται ἐτησίως ; Ἐὰν τὰ γενικά ἔξοδα (ἀπόσβεσις, συντήρησις, τόκοι) ἀνέρχονται ἐτησίως εἰς 19,62 ἑκατομμύρια δραχμάς, πόσον κοστίζει ἕκαστον κιλοβατώριον ;

ΣΥΝΘΕΣΙΣ ΤΩΝ ΚΙΝΗΣΕΩΝ

107. Ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.—Ἐὰν ἐπὶ ἐνὸς σώματος ἐνεργοῦν συγχρόνως δύο ἢ περισσότερα αἷτια κινήσεως, τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ μίαν κίνησιν, ἡ ὁποία εἶναι συνισταμένη κινήσις καὶ ἀπορρέει ἀπὸ ἰδιαιτέρας κινήσεις, τὰς ὁποίας ἔπρεπε νὰ ἐκτελέσῃ τὸ σῶμα. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ μία κίνησις δὲν ἐπιφέρει τὴν ἄλλην. Ἐὰν π.χ. εὐρισκώμεθα ἐντὸς σιδηροδρομικοῦ ὁχήματος καὶ ἀφήσωμεν σῶμα νὰ πέσῃ ἐλευθέρως πλησίον νήματος τῆς στάθμης, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα πίπτει κατακορύφως εἴτε τὸ ὁχήμα ἠρεμεῖ, εἴτε κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς. Ἐκ τούτου συναγεται ὅτι ἡ κίνησις τοῦ ὁχήματος δὲν ἐπιηρεάζει τὴν πτώσιν τοῦ σώματος. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι συνέπεια μιᾶς θεμελιώδους ἀρχῆς τῆς Μηχανικῆς, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων :**

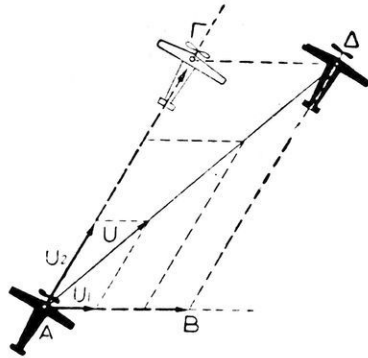
Ἡ δρᾶσις μιᾶς δυνάμεως ἐπὶ ἐνὸς σώματος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν κινήτικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος.

108. Σύνθεσις δύο εὐθυγράμμων κινήσεων.—Ἐστω ὅτι ἐν ἀεροπλάνον κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μετὰ ταχύτητα u_2 (σχ. 93), συγχρόνως ὁμως ὁ ἀνεμος τὸ παρασύρει μετὰ σταθερὰν ταχύτητα u_1 κατὰ τὴν διεύθυνσιν AB. Οὕτω τὸ ἀεροπλάνον ἀναγκάζεται νὰ ἐκτελέσῃ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων τὸ ἀεροπλάνον ἐντὸς ὁρισμένου χρόνου (π.χ. ἐντὸς 3 sec) θὰ ἔλθῃ εἰς ἐκείνην τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν θὰ ἔφθανεν, ἐὰν ἐξετέλει τὰς δύο αὐτὰς κινήσεις διαδοχικῶς. Οὕτω μετὰ χρόνον t τὸ ἀεροπλάνον φθάνει εἰς τὸ σημεῖον Δ, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ὀρίζουν οἱ δύο δρόμοι ΑΓ καὶ ΑΒ.

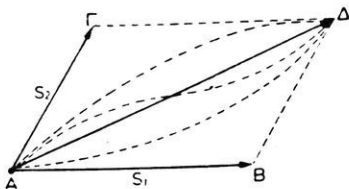
Τὰ ἀνωτέρω ἰσχύουν καὶ ὅταν αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις δὲν εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαὶ κινήσεις. Οὕτω καταλήγουμεν εἰς τὸ ἀκόλουθον γενικὸν συμπέρασμα :

Ἐὰν σῶμα ἐκτελῇ συγχρόνως δύο κινήσεις, τότε ἡ θέσις του εἰς ἐκάστην στιγμὴν εἶναι ἡ τετάρτη κορυφή τοῦ παραλληλογράμμου, τὸ ὁποῖον ὀρίζουν αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις.

Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα τοῦ ἀεροπλάνου αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαὶ καὶ ἐπομένως τὰ ἐντὸς ὠρισμένου χρόνου t διανυόμενα διαστήματα $AB = v_1 \cdot t$ καὶ $AG = v_2 \cdot t$ ἔχουν πάντοτε λόγον σταθερὸν, ὁ ὁποῖος ἰσοῦται μὲ τὸν λόγον τῶν ταχυτήτων.



Σχ. 93. Σύνθεσις δύο εὐθύγραμμων κινήσεων.



Σχ. 94. Σύνθεσις δύο κινήσεων.

Μόνον εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἢ τροχιά τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι ἡ διαγώνιος AD τοῦ παραλληλογράμμου $ABGD$. Ἐὰν αἱ δύο συνιστώσαι κινήσεις δὲν εἶναι εὐθύγραμμοι ὁμαλαί, ἢ τροχιά τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι καμπύλη γραμμὴ, τῆς ὁποίας ἡ μορφή ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τῶν δύο συνιστωσῶν κινήσεων (σχ. 94). Διὰ τὴν ταχύτητα καὶ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς συνισταμένης κινήσεως ἰσχύει γενικῶς ὁ ἀκόλουθος νόμος:

Ἡ ταχύτης ἢ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς συνισταμένης κινήσεως εἶναι καθ' ἐκάστην στιγμὴν ἴση μὲ τὴν συνισταμένην τῶν ταχυτήτων ἢ τῶν ἐπιταχύνσεων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων.

109. Κίνησις τῶν βλημάτων.—Ἐφαρμογὴν τῆς συνθέσεως τῶν κινήσεων ἔχομεν εἰς τὴν κίνησιν τῶν βλημάτων.

α) Κατακόρυφος βολή. Ὅταν ἓν σῶμα ἐκσφενδονίζεται κατα-

κορύφως πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_0 , τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἐξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_0 , κινεῖται εὐθύγραμμως καὶ ὀμάλως πρὸς τὰ ἄνω· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g . Ἡ συνισταμένη κίνησις εἶναι τότε μία κίνησις εὐθύγραμμος ὀμάλως ἐπιβραδυνομένη, ἥ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις:

$$v = v_0 - g \cdot t \quad \text{καὶ} \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Τὸ σῶμα ἀνέρχεται, ἕως ὅτου μηδενισθῇ ἡ ταχύτης του. Εὐκόλως εὐρίσκομεν (§ 62) ὅτι εἶναι:

$$\text{διάρκεια ἀνόδου: } t = \frac{v_0}{g} \quad \text{μέγιστον ὕψος: } H = \frac{v_0^2}{2g}$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος εἶναι ἐλευθέρη πτώσις. Κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀφίξεώς του εἰς τὸ ἔδαφος τὸ σῶμα ἔχει ταχύτητα:

$$v' = \sqrt{2g \cdot H} \quad \text{ἤτοι} \quad v' = \sqrt{2g \cdot \frac{v_0^2}{2g}} = v_0$$

Ἡ διάρκεια t' τῆς καθόδου τοῦ σώματος εἶναι:

$$t' = \sqrt{\frac{2H}{g}} \quad \text{ἤτοι} \quad t' = \sqrt{\frac{2v_0^2}{2g^2}} = \frac{v_0}{g} = t$$

Ἡ κάθοδος τοῦ σώματος διαρκεῖ, ὅσον καὶ ἡ ἀνοδος αὐτοῦ καὶ τὸ σῶμα ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἔδαφος μὲ τὴν ἰδίαν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἤρχισε τὴν ἀνοδὸν του.

Τὸ ἀνωτέρω συμπέρασμα εἶναι σύμφωνον πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας (§ 95).

β) Ὁριζοντιὰ βολή. Ἀπὸ ἓν σημεῖον A , εὐρισκόμενον εἰς ὕψος h ἄνωθεν τοῦ ἐδάφους, ἐκσφενδονίζεται ὀριζοντιῶς μὲ ταχύτητα v_0 ἓν σῶμα μάζης m (σχ. 95). Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο εὐθυγράμμους κινήσεις τὰς ἐξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_0 , κινεῖται ὀριζοντιῶς καὶ ὀμάλως· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g . Ἡ συν-

σταμένη κίνησης είναι μία καμπυλόγραμμος κίνησης. Ούτω τὸ σῶμα διαγράφει τόξον ἡμιπαραβολῆς καὶ μετὰ χρόνον t συναντᾷ τὸ ἔδαφος εἰς ἓν σημεῖον Δ (σχ. 95), τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ τετάρτη κορυφὴ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ ὀριζομένου ἀπὸ τοὺς δρόμους:

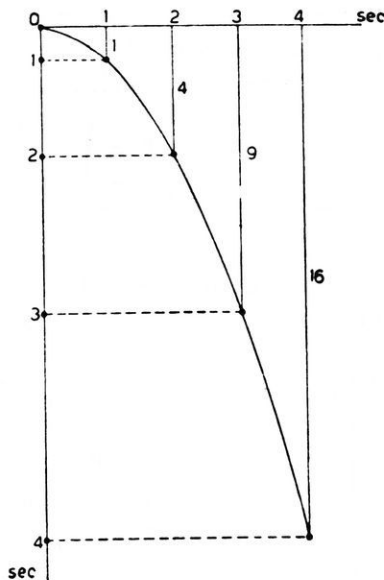
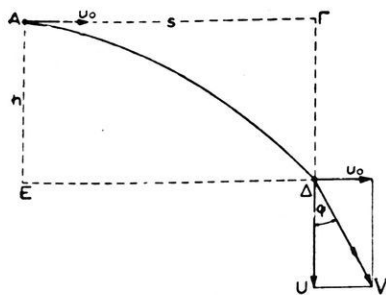
$$A\Gamma = s = v_0 \cdot t \quad \text{καὶ} \quad AE = h = \frac{1}{2}g \cdot t^2$$

Τὸ σῶμα κινεῖται, ἐφ' ὅσον διαρκεῖ ἡ πτώσις του. Ἡ διάρκεια λοιπὸν τῆς κινήσεως τοῦ σώματος εἶναι :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα, κινούμενον ὀριζοντίως, εἶναι :

$$s = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad (1)$$



Σχ. 95. Ὅριζοντία βολή. Τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις.

Ἡ ἐξίσωσις (1) δίδει τὴν ἀπόστασιν τοῦ σημείου Δ ἀπὸ τὴν κατακόρυφον AE , δηλαδή τὸ βεληνεκὲς τοῦ βλήματος. Ἡ ταχύτης V τοῦ σώματος εἰς τὸ σημεῖον Δ εἶναι τὸ γεωμετρικὸν ἄθροισμα τῶν ταχυτήτων τῶν συνιστωσῶν κινήσεων, ὑπολογίζεται δὲ εὐκόλως ὡς ἐξῆς: Εἰς τὸ σημεῖον A τὸ σῶμα ἔχει ὀλικὴν ἐνέργειαν :

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h$$

Όταν τὸ σῶμα φθάσῃ εἰς τὸ Δ, ὅλη ἡ ἀρχικὴ ἐνέργειά του ἔχει μετατραπῆ εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν $\frac{1}{2} m \cdot V^2$. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας ἔχομεν :

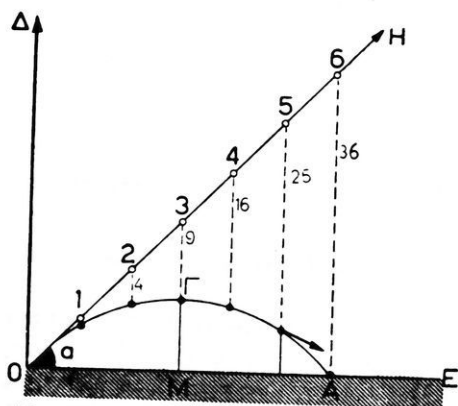
$$\frac{1}{2} m \cdot V^2 = \frac{1}{2} m \cdot v_0^2 + m \cdot g \cdot h \quad \text{ἄρα } V = \sqrt{v_0^2 + 2g \cdot h}$$

Όταν ἀεροπλάνον ἀπορρίπτῃ τὰς βόμβας του, τότε λαμβάνει χῶραν ὀριζοντία βολή τῆς βόμβας· διότι τὴν στιγμὴν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφήνεται ἐλευθέρᾳ ἡ βόμβα, αὕτη ἔχει ἀρχικὴν ὀριζοντίαν ταχύτητα ἴσην μὲ τὴν ταχύτητα τοῦ ἀεροπλάνου. Οὕτως ἡ βόμβα διαγράφει περίπου μίαν ἡμιπαραβολήν. Δι' ἐν ἀεροπλάνον, τὸ ὁποῖον κινεῖται ὀριζοντίως μὲ ταχύτητα 60 m/sec εἰς τὸ ὕψος 4500 m, τὸ ὀριζόντιον βεληνεκές εἶναι:

$$s = 60 \cdot \sqrt{\frac{9000}{10}} = 60 \cdot 30 = 1800 \text{ m}$$

Ἐπομένως αἱ βόμβαι ρίπτονται πρὶν τὸ ἀεροπλάνον φθάσῃ ὑπεράνω τοῦ στόχου.

γ) Πλαγία βολή. Ἀπὸ τὸ σημεῖον Ο τοῦ ἐδάφους ἐκσφενδονίζεται πλαγίως πρὸς τὰ ἄνω σῶμα κατὰ διεύθυνσιν ΟΗ, ἡ ὁποία σχηματίζει γωνίαν α μετὰ τὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον ΟΕ τοῦ ἐδάφους (σχ. 96). Ἡ ἀρχικὴ ταχύτης τοῦ σώματος εἶναι v_0 . Τότε τὸ σῶμα ἐκτελεῖ συγχρόνως δύο κινήσεις, τὰς ἐξῆς: α) τὸ σῶμα, ἕνεκα τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_0 , κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς ἐπὶ τῆς ΟΗ· β) τὸ σῶμα, ἕνεκα τοῦ βάρους του, πίπτει μὲ σταθεράν ἐπιτάχυνσιν g.



Σχ. 96. Τὸ βλήμα διαγράφει παραβολικὴν τροχίαν.

τὸ τόξον παραβολῆς ΟΓΑ καὶ ἐπανέρχεται εἰς τὸ ἐδαφος. Τὴν

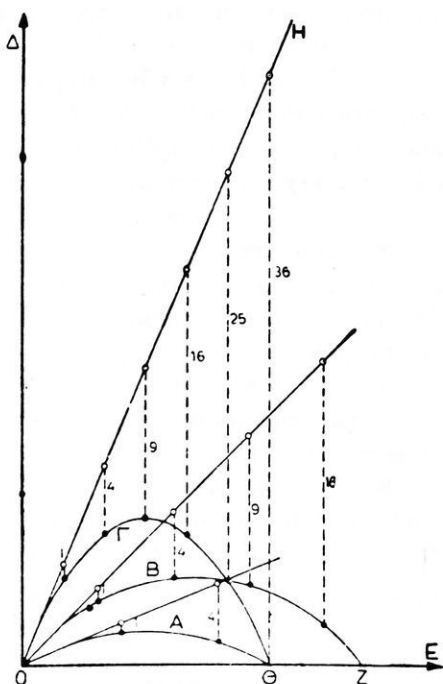
Οὕτω τὸ σῶμα διαγράφει

παραβολικήν αὐτὴν τροχίαν παρατηροῦμεν, ὅταν ρεῦμα ὕδατος ἐκσφενδονίζεται πλαγίως. Τὸ βεληνεκὲς OA καὶ τὸ μέγιστον ὕψος MG , εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, εἶναι τόσον μεγαλύτερα, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἀρχικὴ ταχύτης u_0 . Τὰ δύο αὐτὰ μεγέθη ἐξαρτῶνται καὶ ἀπὸ τὴν γωνίαν κλίσεως α (σχ. 97). Τὸ μέγιστον βεληνεκὲς OZ ἀντιστοιχεῖ εἰς γωνίαν κλίσεως 45° , ὁπότε εἶναι :

$$OZ = \frac{u_0^2}{g}. \quad \text{Τὸ μέγιστον ὕψος}$$

εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει τὸ σῶμα, αὐξάνεται μετὰ τῆς γωνίας κλίσεως α . Εἰς δύο συμπληρωματικὰς γωνίας κλίσεως (π.χ. 30° καὶ 60°) ἀντιστοιχεῖ τὸ αὐτὸ βεληνεκὲς $O\Theta$, διάφορον ὅμως μέγιστον ὕψος. Τοῦτο ἔχει σημασίαν εἰς τὴν βλητικὴν, διότι οὕτως ἐπιτυγχάνεται ὁ στόχος Θ καὶ ἂν εὑρίσκειται ὀπισθεν ὑψώματος.

Εἰς τὴν ἀνωτέρω ἔρευναν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων δὲν ἐλήφθη ὑπ' ὄψιν ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία εἰς τὴν πραγματικότητά τροποποιεῖ τὴν τροχίαν τοῦ βλήματος καὶ τὴν μεταβάλλει εἰς ἀσύμμετρον καμπύλην.



Σχ. 97. Βολὴ ὑπὸ διαφόρους γωνίας.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

93. Ποταμόπλοιοι κινεῖται κατὰ τὸν ἄξονα τοῦ ποταμοῦ. Ὄταν τὸ πλοῖον ἀναπλήρῃ τὸν ποταμόν, ἡ ταχύτης τοῦ πλοίου ὡς πρὸς τὴν ὄχθην εἶναι 2 m/sec , ἐνῶ ὅταν κατέρχεται ἡ ταχύτης του εἶναι 6 m/sec . Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἰδίᾳ ταχύτης τοῦ πλοίου καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ὕδατος τοῦ ποταμοῦ.

94. Ἀεροπλάνον κινούμενον ἐξ ἀνατολῶν πρὸς δυσμὰς διανύει εὐθυ-

γραμμως απόστασιν 6 km και επανέρχεται εις την άφετηρίαν του. 'Η σχετική ταχύτης του ως προς τόν άέρα είναι 50 m/sec. Να υπολογισθῆ πόσος χρόνος απαιτείται δι' αὐτήν τήν μετάβασιν και επιστροφῆν τοῦ αεροπλάνου : α) όταν επικρατῆ νημερία β) όταν πνέη σταθερός δυτικός άνεμος ταχύτης 20 m/sec.

95. Να εὑρεθῆ με πόσῃ ἀρχικῆν ταχύτητα πρέπει νά ἐκσφενδονισθῆ κατακορυφως πρὸς τὰ ἄνω βλήμα, διὰ νά φθάσῃ εἰς ὕψος 3 920 m και πόσος χρόνος θά παρέλθῃ ἀπὸ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκσφενδονίσεως τοῦ βλήματος μέχρι τῆς στιγμῆς, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ βλήμα θά ἐπανεέλθῃ εἰς τὸ ἔδαφος. $g = 980 \text{ cm/sec}^2$.

96. Ἀπὸ τὴν ὀροφὴν οἰκοδομῆς ὕψους 45 m ἐκσφενδονίζεται ὀριζοντίως λίθος με ἀρχικῆν ταχύτητα 20 m/sec. Εἰς πόσῃ ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον ἐκσφενδονίσεώς του ὁ λίθος θά συναντήσῃ τὸ ἔδαφος και πόση εἶναι τότε ἡ ταχύτης του ; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

97. Μία ἀκτίς ὕδατος ἐκσφενδονίζεται με ἀρχικῆν ταχύτητα 30 m/sec και ὑπὸ γωνίαν 45° ὡς πρὸς τὸν ὀρίζοντα. Πόσον εἶναι τὸ βεληνεκές αὐτῆς;

98. Ἀεροπλάνον κινεῖται ὁμαλῶς με ταχύτητα 40 m/sec εἰς ὕψος 6 000 m. Ἄν ἀπὸ τὸ αεροπλάνον ἀφεθῆ ἐλεύθερον ἐν σῶμα, νά εὑρεθῆ εἰς ποῖον σημεῖον τοῦ ἔδάφους θά πέσῃ τὸ σῶμα και πόσῃ ταχύτητα ἔχει τὸ σῶμα, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.

ΟΡΜΗ ΚΑΙ ΚΡΟΥΣΙΣ*

110. Ὡθησις δυνάμεως και ὀρμή.— Ἐπὶ σώματος μάζης m, τὸ ὁποῖον ἀρχικῶς εὑρίσκεται εἰς ἠρεμίαν, ἐνεργεῖ σ τ α θ ε ρ ἄ δύναιμις F· αὕτη προσδίδει εἰς τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ και ἰσχύει ἡ γνωστὴ σχέση : $F = m \cdot \gamma$. Ἐστὼ ὅτι ἡ δύναιμις F ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπὶ χρόνον t, εἰς τὸ τέλος τοῦ ὁποῖου τὸ σῶμα ἔχει ἀποκτήσει ταχύτητα : $v = \gamma \cdot t$. Ἐὰν πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ t και τὰ δύο μέλη τῆς ἐξισώσεως $F = m \cdot \gamma$, λαμβάνομεν :

$$F \cdot t = m \cdot \gamma \cdot t \quad \tilde{\eta} \quad F \cdot t = m \cdot v$$

* Ἡ διδασκαλία τοῦ κεφαλαίου τούτου δὲν εἶναι ὑποχρεωτικὴ διὰ τὰς τάξεις κλασσικῆς κατευθύνσεως.

Τὸ γινόμενον $m \cdot v$ χαρακτηρίζει τὸ ἀποτέλεσμα τῆς κινήσεως τῆς μάζης m καὶ καλεῖται **ὄρμη** ἢ **ποσότης κινήσεως** :

$$\text{ὄρμη: } J = m \cdot v$$

Τὸ γινόμενον $F \cdot t$ καλεῖται **ὤθησις τῆς δυνάμεως**.

“Ὅταν τὸ σῶμα ἠρεμῇ, ἡ ὄρμη του εἶναι ἴση μὲ μηδέν, (διότι εἶναι $v = 0$). Ἐντὸς χρόνου t ἡ ὄρμη $m \cdot v$ ἐβλήθη καὶ ἐγένετο ἴση μὲ $m \cdot v$, ἥτοι μετεβλήθη κατὰ $m \cdot v$. Ἡ εὐρεθεῖσα λοιπὸν ἐξίσωσις:

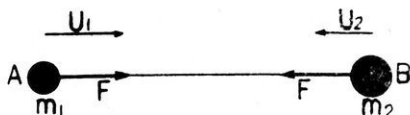
$$F \cdot t = m \cdot v \quad \text{φανεράνει ὅτι :}$$

“Ὅταν δύναμις ἐνεργῇ ἐπὶ σώματος, ἡ μεταβολὴ τῆς ὄρμης, τὴν ὁποῖαν προκαλεῖ ἡ δύναμις αὕτη, ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν χρόνον.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $F \cdot t = m \cdot v$ εὐρίσκομεν τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐνεργῇ ἐπὶ μάζης m , διὰ νὰ προκληθῇ ὠρισμένη μεταβολὴ τῆς ὄρμης τοῦ σώματος ἐντὸς ὠρισμένου χρόνου t . Οὕτως, ἂν εἰς ἠρεμοῦσαν μάζαν $m = 10 \text{ gr}$ θελήσωμεν νὰ προσδώσωμεν ταχύτητα $v = 600 \text{ m/sec}$ ἐντὸς χρόνου $t = 1/10\,000 \text{ sec}$, τότε πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμιν :

$$F = \frac{m \cdot v}{t} = \frac{10 \cdot 6 \cdot 10^4}{10^{-4}} = 6 \cdot 10^9 \text{ dyn} = 6\,116 \text{ kgf}^*$$

111. Ἀρχὴ τῆς διατηρήσεως τῆς ὄρμης.— Ἄς θεωρήσωμεν δύο σώματα A καὶ B , τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀντιστοίχως μάζας m_1 καὶ m_2 (σχ. 98) καὶ ἐπὶ τῶν ὁποίων δὲν ἐνεργεῖ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμις. Ἄς ὑποθέσωμεν ὅτι τὸ A ἄσκει ἐπὶ τοῦ B μίαν σταθερὰν ἑλξιν F . Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως καὶ τὸ B ἄσκει ἐπὶ τοῦ A μίαν ἴσην καὶ ἀντίθετον ἑλξιν F . Τὰ δύο σώματα ἀρχικῶς ἠρεμοῦν καὶ συνεπῶς ἡ ὄρμη ἐκάστου σώματος εἶναι ἴση μὲ μηδέν. Τὰ δύο σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀμοιβαίας ἑλξεως αὐτῶν ἀρχίζουσι νὰ κινουῦνται. Μετὰ χρόνον t τὰ



Σχ. 98. Αἱ ἑλξεις προκαλοῦν κινήσιν τῶν σφαιρῶν.

σώματα A και B έχουν αποκτήσει αντίστοιχως ταχύτητας u_1 και u_2 . Τότε ή μὲν ὄρμη τοῦ A εἶναι $F \cdot t = m_1 \cdot u_1$, ή δὲ ὄρμη τοῦ B εἶναι $F \cdot t = -m_2 \cdot u_2$ (τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον ὀφείλεται εἰς τὴν ἀντίθετον φορὰν τῆς ταχύτητος u_2).

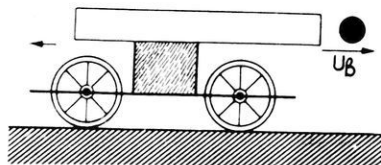
Ἄρα $m_1 \cdot u_1 = -m_2 \cdot u_2$, ἤτοι $m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = 0$

Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t τὸ ἄθροισμα τῶν ὀρμῶν τῶν δύο σωμάτων εἶναι ἴσον μὲ μηδέν, ὅσον ἀκριβῶς ἦτο εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου t . Ἡ εὐρεθεῖσα ἐξίσωσις ἐκφράζει τὴν **ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς** :

Ἡ ὄρμη ἑνὸς μεμονωμένου συστήματος μαζῶν διατηρεῖται σταθερά, ἐφ' ὅσον δὲν ἐπιδρῶν ἐπ' αὐτοῦ ἐξωτερικαὶ δυνάμεις.

112. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς.—

Εἰς ὅλα τὰ πυροβόλα ὅπλα παρατηρεῖται ὅτι κατὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος τὸ σῶμα τοῦ ὅπλου κινεῖται ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ βλήματος. Ἡ τοιαύτη ὀπισθοχώρησις τοῦ ὅπλου καλεῖται **ἀνακρούσις** τοῦ ὅπλου καὶ εἶναι συνέπεια τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς. Ἐστω m_B ή μάζα τοῦ βλήματος καὶ m_0 ή μάζα τοῦ ὅπλου. Τὰ ἐκ τῆς ἀνα-



Σχ. 99. Τὸ ὄχημα προχωρεῖ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων.

φλέξεως τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης προελθόντα ἀέρια ἀσκοῦν ἴσην δυνάμειν καὶ ἐπὶ τοῦ βλήματος καὶ ἐπὶ τοῦ κλειστρου τοῦ ὅπλου. Ὅταν τὸ βλήμα ἐκσφενδονίζεται ἀπὸ τὸ ὄπλον μὲ ταχύτητα u_B , τὸ βλήμα ἔχει ὀρ-

μὴν $m_B \cdot u_B$. Ἐπομένως τὸ ὄπλον ἀποκτᾷ ἴσην καὶ ἀντίθετον ὀρμὴν $-m_0 \cdot u_0$, ὥστε νὰ ἰσχύῃ ή σχέσις :

$$-m_0 \cdot u_0 = m_B \cdot u_B$$

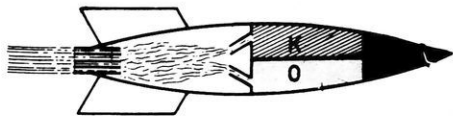
Ἄπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν ὅτι ή ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ

ὅπλου εἶναι :

$$u_0 = -\frac{m_B \cdot u_B}{m_0}$$

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς ἔχομεν εἰς τὸν **πύραυλον**. Ἡ λειτουργία του στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἐξῆς ἀρχῆς: Ἐπὶ ὀριζοντίου ἐπιπέδου ὑποθέτομεν ὅτι δύναται νὰ κυλίεται ἐλαφρὸν πυροβόλον, τὸ ὁποῖον ἐκσφενδονίζει συνεχῶς βλήματα (σχ. 99), μά-

ζης m_B με ταχύτητα u_B . Το πυροβόλον θα κινηθεί τότε κατ' αντίθετον φοράν. Κατά τὴν στιγμήν τῆς ἐξόδου τοῦ βλήματος ἀπὸ τὸν σωλήνα, τὸ πυροβόλον θὰ ἔχῃ ταχύτητα u_π , τὴν ὁποίαν προσδιορίζει ἡ σχέση :



Σχ. 100. Πύραυλος (Κ καύσιμον, Ο δξυγόνον).

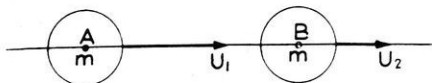
χωρῆ ἀντιθέτως πρὸς τὴν φοράν τῆς κινήσεως τῶν βλημάτων. Εἰς τὴν πράξιν ἐπιτυγχάνομεν συνεχῆ ἐκσφενδόνισιν μάζης, χρησιμοποιοῦντες τὰ ἀέρια τὰ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως καταλλήλων καυσίμων οὐσιῶν (σχ. 100).

$$u_\pi = - \frac{m_B \cdot u_B}{m_\pi}$$

Ἐὰν λοιπὸν ἐκσφενδονίζωνται συνεχῶς βλήματα, ὁ σωλὴν ἐκσφενδόνισεως θὰ προ-

113. Κρούσις.—Κατὰ τὴν κρούσιν δύο τελεῖως ἐλαστικῶν σωμάτων (π.χ. δύο σφαιρῶν ἀπὸ ἐλεφαντοστοῦν ἢ ἀπὸ χάλυβα) προκαλοῦνται ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι διαρκοῦν ἐπὶ ἐλάχιστον χρόνον. Τὰ σώματα ἀναλαμβάνουν ταχέως τὸ ἀρχικὸν σχῆμα των. Κατὰ τὸν ἐλάχιστον τοῦτον χρόνον ἀναπτύσσονται ἐπὶ ἐκάστου σώματος ἴσαι καὶ ἀντίθετοι δυνάμεις, τείνουσαι νὰ ἀπομακρύνουν τὸ ἓν σῶμα ἀπὸ τὸ ἄλλο. Ἄς υποθέσωμεν ὅτι δύο ἴσαι τελεῖως ἐλαστικαὶ σφαῖραι κινοῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φοράν οὕτως, ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὐρίσκωνται πάντοτε ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας (σχ. 101).

Ἐκάστη σφαῖρα ἔχει μάζαν m . Πρὸ τῆς κρούσεως αἱ σφαῖραι Α καὶ Β ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας u_1 καὶ u_2 . Ἐστω ὅτι μετὰ τὴν κρούσιν αἱ σφαῖραι Α καὶ Β



Σχ. 101. Κεντρικὴ κρούσις τελείως ἐλαστικῶν σφαιρῶν.

ἔχουν ἀντιστοίχως ταχύτητας V_1 καὶ V_2 . Τὸ σύστημα τῶν δύο σφαιρῶν θεωρεῖται μεμονωμένον, διότι δὲν ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ καμμία ἐξωτερικὴ δύναμις (π.χ. τριβή). Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς, πρέπει ἡ ὀρμὴ τοῦ συστήματος νὰ διατηρῆται σταθερά. Ἐπομένως πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέση :

$$m \cdot u_1 + m \cdot u_2 = m \cdot V_1 + m \cdot V_2 \quad \text{ἢ} \quad u_1 - V_1 = V_2 - u_2 \quad (1)$$

Ἐξ ἄλλου, ἐπειδὴ αἱ σφαῖραι εἶναι τελείως ἐλαστικάι, δὲν συμβαίνει μετατροπὴ κινητικῆς ἐνεργείας εἰς ἄλλην μορφήν ἐνεργείας. Ἄρα συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, πρέπει ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ συστήματος νὰ διατηρῆται σταθερά, δηλαδὴ πρέπει νὰ ἰσχύη ἡ σχέση :

$$\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot V_1^2 + \frac{1}{2} m \cdot V_2^2$$

$$\eta \quad v_1^2 - V_1^2 = V_2^2 - v_2^2$$

$$\text{καὶ} \quad (v_1 - V_1) \cdot (v_1 + V_1) = (V_2 - v_2) \cdot (V_2 + v_2) \quad (2)$$

Διαιροῦντες κατὰ μέλη τὰς ἐξισώσεις (2) καὶ (1) εὐρίσκομεν :

$$v_1 + V_1 = V_2 + v_2 \quad (3)$$

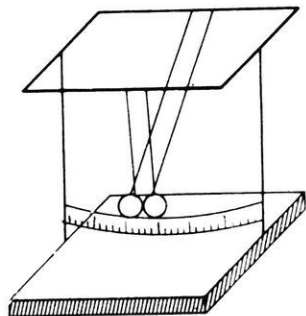
Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (3) εὐρίσκομεν τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἔχει ἐκάστη σφαῖρα μετὰ τὴν κρούσιν :

$$\text{ταχύτης τῆς A :} \quad V_1 = v_2$$

$$\text{ταχύτης τῆς B :} \quad V_2 = v_1$$

Κατὰ τὴν κεντρικὴν κρούσιν δύο ἴσων ἐλαστικῶν σφαιρῶν συμβαίνει ἀνταλλαγὴ τῶν ταχυτήτων των.

Ἐάν λοιπὸν ἡ σφαῖρα B ᾖτο ἀρχικῶς ἀκίνητος (δηλαδὴ εἶναι $v_2 = 0$), τότε μετὰ τὴν κρούσιν ἡ μὲν σφαῖρα A μένει ἀκίνητος, ἡ δὲ σφαῖρα B κινεῖται μὲ τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ A.



Σχ. 102. Κρούσις δύο σφαιρῶν.

Τὰ ἀνωτέρω ἐπαληθεύονται πειραματικῶς μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 102, εἰς τὴν ὁποίαν ὑπάρχουν δύο ἴσαι σφαῖραι ἀπὸ ἐλεφαντοστοῦν.

Ἐάν αἱ δύο ἐλαστικάι σφαῖραι A καὶ B εἶναι ἄνισοι τότε, ἐργαζόμενοι ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ἴσων, σφαιρῶν εὐρίσκομεν τὴν ταχύτητα ἐκάστης σφαίρας μετὰ τὴν κρούσιν.

Ἐάν ἡ σφαῖρα A πρὸσπέσῃ κἀ-

θέτωσ ἐπὶ ἐλαστικοῦ τοιχώματος, τότε ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας A μετὰ τὴν κρούσιν εἶναι $V_1 = -v_1$ δηλαδή ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ καθέτως μετὰ τὴν ἰδίαν ταχύτητα.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

99. Αὐτοκίνητον ἔχει μᾶζαν ἑνὸς τόννου καὶ κινεῖται ὁμαλῶς με ταχύτητα $v_1 = 8 \text{ m/sec}$. Ἐντὸς 2 sec μεταβάλλει τὴν ταχύτητά του εἰς $v_2 = 18 \text{ m/sec}$ Πόση εἶναι ἡ ἐνεργήσασα δύναμις;

100. Ὅπλον ἔχει βάρος 2 kg * καὶ ἐκσφενδονίζει βλήματα βάρους 10 gr * με ταχύτητα 800 m/sec Πόση εἶναι ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως αὐτοῦ;

101. Μία σφαῖρα βάρους $0,5 \text{ kg}$ * βάλλεται ἀπὸ ὕψος 5 m κατακορυφῶς πρὸς τὰ κάτω με ἀρχικὴν ταχύτητα 10 m/sec Ἡ σφαῖρα προσκρούει ἐπὶ ὀριζοντίας πλακὸς καὶ ἀνακλᾶται. Κατὰ τὴν κρούσιν τῆς σφαίρας τὰ 20% τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῆς μεταβάλλονται εἰς θερμότητα. Εἰς ποῖον ὕψος ἀνέρχεται ἡ σφαῖρα μετὰ τὴν ἀνάκλασίν τῆς; $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

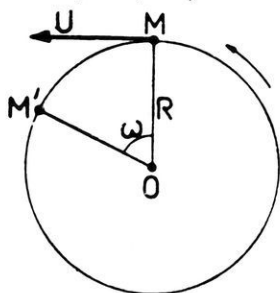
102. Ἐπὶ ὀριζοντίας εὐθείας κινουῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν δύο σφαῖραι A καὶ B , αἱ ὁποῖαι ἔχουν ἀντιστοίχως μάζας $m_1 = 100 \text{ gr}$ καὶ $m_2 = 25 \text{ gr}$. Αἱ ταχύτητες αὐτῶν εἶναι ἀντιστοίχως $v_1 = 20 \text{ cm/sec}$ καὶ $v_2 = 50 \text{ cm/sec}$. Αἱ δύο σφαῖραι συγκρούονται μεταξύ των καὶ ἡ B ἐνσωματώνεται ἐντὸς τῆς A . Νὰ εὐρεθῇ με πόσην ταχύτητα θὰ κινηθῇ τὸ νέον σῶμα Γ , τὸ ὁποῖον προκύπτει ἀπὸ τὴν σύγκρουσιν τῶν δύο σφαιρῶν.

103. Δύο ἀπολύτως ἐλαστικαὶ σφαῖραι A καὶ B κινουῦνται κατὰ τὴν αὐτὴν φορὰν οὕτως, ὥστε τὰ κέντρα των νὰ εὐρίσκονται πάντοτε ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας. Προηγείται ἡ A , ἡ ὁποία ἔχει μᾶζαν $m_1 = 3 \text{ gr}$ καὶ ἀκολουθεῖ αὐτὴν ἡ B , ἡ ὁποία ἔχει μᾶζαν $m_2 = 4 \text{ gr}$. Μετὰ τὴν κρούσιν ἡ A ἔχει ταχύτητα $V_1 = 20 \text{ m/sec}$ καὶ ἡ B ἔχει ταχύτητα $V_2 = 10 \text{ m/sec}$ Πόση ἦτο ἡ ταχύτης ἐκάστης σφαίρας πρὸ τῆς κρούσεως;

ΚΥΚΛΙΚΗ ΟΜΑΛΗ ΚΙΝΗΣΙΣ

114. Όρισμοί.—Έν ύλικόν σημεῖον M διαγράφει περιφέρεια κύκλου ἀκτίνας R καὶ κέντρου O μὲ κίνησιν ὁμαλήν (σχ. 103). Ὁ χρόνος T μιᾶς περιφορᾶς τοῦ κινητοῦ ἔχει σταθεράν τιμὴν καὶ καλεῖται **περίοδος**. Ὁ ἀριθμὸς ν τῶν περιφορῶν, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ κινητὸν κατὰ μονάδα χρόνου, καλεῖται **συχνότης**. Οὕτως ἡ περίοδος T καὶ ἡ συχνότης ν συνδέονται μεταξύ των μὲ τὴν σχέσιν : $\nu = 1/T$.

Ἐὰν εἶναι $T = 1 \text{ sec}$, τότε ἡ συχνότης εἶναι $\nu = 1$. Ἡ μονὰς τῆς συχνότητος καλεῖται **Hertz (1 Hz)** ἢ καὶ **κύκλος κατὰ δευτερόλεπτον (1 c/sec)**. Ὡστε :



Σχ. 103. Κυκλικὴ κίνησις.

Μονὰς συχνότητος εἶναι τὸ 1 Hertz ἢ 1 κύκλος/sec, ἢτοι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως ἡ ὁποία ἔχει περίοδον 1 δευτερόλεπτον.

Πολλαπλάσια τῆς μονάδος αὐτῆς εἶναι :

1 kilohertz (1kHz) ἢ 1 χιλιοκύκλος/sec

1 kHz = 10^3 Hz ἢ 1 kc/sec = 10^3 c/sec

1 megahertz (1MHz) ἢ 1 megάκύκλος/sec

1 MHz = 10^6 Hz ἢ 1 Mc/sec = 10^6 c/sec.

115. Ταχύτης εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν.—Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου T τὸ κινητὸν διανύει ὁμαλῶς διάστημα $2\pi \cdot R$, ἔπεται ὅτι ἡ **ταχύτης** (ἢ καὶ ἄλλως ἡ **γραμμικὴ ταχύτης**) τοῦ κινητοῦ εἶναι :

$$\text{ταχύτης : } v = \frac{2\pi \cdot R}{T} = \text{σταθ.} \quad (1)$$

Ἡ ἀνωτέρω σχέσις προσδιορίζει τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν τῆς ταχύτης. Ἡ τιμὴ αὕτη διατηρεῖται σταθερά. Τὸ ἄνυσμα v τῆς ταχύτης εἶναι πάντοτε ἐφαπτόμενον τῆς περιφερείας καὶ ἐπομένως ἡ διεύθυνσις του συνεχῶς μεταβάλλεται.

Ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ M ἐπὶ τῆς κυκλικῆς τροχιάς του δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ μὲ τὴν γωνίαν ω , τὴν ὁποίαν διαγράφει ἡ ἐπιβατικὴ

ἀκτίς OM εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Ἡ γωνία ω καλεῖται **γωνιακὴ ταχύτης** τοῦ κινητοῦ. Ἐπειδὴ ἐντὸς χρόνου T ἡ ἐπιβατικὴ ἀκτίς διαγράφει γωνίαν 2π ἀκτινίων, ἔπεται ὅτι ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς γωνιακῆς ταχύτητος εἶναι :

$$\text{γωνιακὴ ταχύτης: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \text{σταθ.} \quad (2)$$

Ἡ γωνιακὴ ταχύτης μετρεῖται εἰς ἀκτίνια κατὰ δευτερόλεπτον (rad/sec). Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) εὐρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης v καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω συνδέονται μεταξύ των μὲ τὴν ἀκλόουθον σχέσιν :

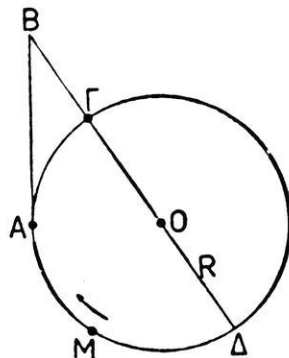
$$\text{σχέσις μεταξύ ταχύτητος καὶ γωνιακῆς ταχύτητος: } v = \omega \cdot R \quad (3)$$

Ἐὰν ἀντὶ τῆς περιόδου T λάβωμεν τὴν συχνότητα ν , τότε αἱ προηγούμεναι σχέσεις (1) καὶ (2) γράφονται :

$$v = 2\pi \cdot \nu \cdot R \quad \text{καὶ} \quad \omega = 2\pi \cdot \nu$$

116. Κεντρομόλος δύναμις.—Εἰς τὴν κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος v συνεχῶς μεταβάλλεται. Ἄρα ἐπὶ τοῦ κινητοῦ ἐνεργεῖ συνεχῶς δύναμις. Ἔστω ὅτι ὑλικὸν σημεῖον M , τὸ ὁποῖον ἔχει μᾶζαν m , κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀκτίνος R μὲ ταχύτητα v (σχ. 104). Κατὰ μίαν χρονικὴν στιγμὴν τὸ κινητὸν εὐρίσκεται εἰς τὴν θέσιν A . Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου δὲν ἐνῆργει καμμία δύναμις, τοῦτο ἔπρεπε νὰ κινήθῃ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Οὕτως ἐντὸς τοῦ ἐλαχίστου χρόνου t τὸ κινητὸν θὰ ἤρ-χeto εἰς τὴν θέσιν B . Ἄλλ' ἐντὸς τοῦ χρόνου t τὸ κινητὸν μεταβαίνει ἀπὸ τὴν θέσιν A εἰς τὴν θέσιν Γ τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς. Ἄρα ἐπὶ τοῦ ὑλικοῦ σημείου ἐνεργεῖ μία δύναμις F , ἡ ὁποία ἐντὸς τοῦ χρόνου t μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ B εἰς τὸ Γ .

Ἡ δύναμις F διευθύνεται σταθερῶς πρὸς τὸ κέντρον τοῦ κύκλου καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **κεντρομόλος δύναμις**. Ἡ δύναμις αὕτη προσδί-



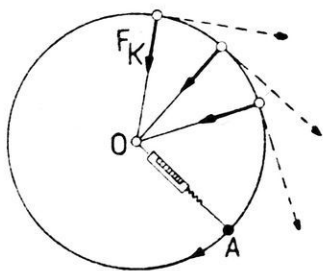
Σχ. 104. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

δει εις τὸ σῶμα ἐπιτάχυνσιν γ , ἡ ὁποία καλεῖται **κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις**: ἀποδεικνύεται ὅτι εἶναι: $\gamma = v^2/R$. Συνεπῶς ἡ δύναμις $F = m \cdot \gamma$ εἶναι σταθερά. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγουμεν εις τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

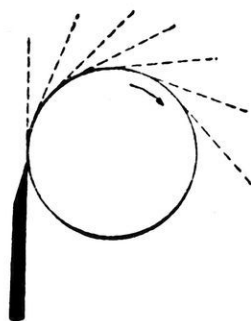
“Ὅταν σῶμα μάζης m κινῆται κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς, τότε συνεχῶς ἐνεργεῖ ἐπ’ αὐτοῦ σταθερὰ κεντρομόλος δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει εις τὸ σῶμα κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν.

κεντρομόλος δύναμις:	$F = m \cdot \gamma = \frac{m \cdot v^2}{R}$
κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις:	$\gamma = \frac{v^2}{R}$

Εἰς τὸ ἄκρον νήματος προσδένουμεν μικρὰν σφαῖραν μολύβδου καὶ κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μὲς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος θέτομεν τὴν σφαῖραν εἰς κυκλικὴν ὁμαλὴν κίνησιν. Τότε ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὴν ὁποίαν δυνάμεθα κατὰ προσέγγισιν νὰ μετρήσωμεν, ἐὰν εἰς τὸ νῆμα παρεμβάλλωμεν δυναμόμετρον (σχ. 105).



Σχ. 105. Μέτρησις τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.



Σχ. 106. Οἱ σπινθήρες ἀκολουθοῦν τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης.

Ἐὰν κόψωμεν τὸ νῆμα, τότε καταργεῖται ἡ κεντρομόλος δύναμις καὶ τὸ σῶμα, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς ἀδρανείας, θὰ κινηθῇ εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς, δηλαδὴ θὰ κινηθῇ μὲ ταχύτητα v κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης. Ὡστε:

“Ὅταν ἐπὶ σώματος κινουμένου κυκλικῶς καὶ ὁμαλῶς παύση νὰ ἐνεργῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις, τὸ σῶμα κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ

όμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης τῆς τροχιάς.

Τοῦτο βλέπομεν ὅτι συμβαίνει εἰς τοὺς σπινθηῆρας, οἱ ὁποῖοι ἐκτινάσσονται ἀπὸ τὸν σμυριδοτροχὸν (σχ. 106).

* Ἄλλη ἔκφρασις τῆς γ καὶ τῆς F . Ἐὰν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι εἶναι $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu$, τότε ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις γ δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἐξῆς :

$$\gamma = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 \nu^2 R$$

* Ἐπομένως ἡ κεντρομόλος δύναμις F δύναται νὰ ἐκφρασθῇ καὶ ὡς ἐξῆς :

$$F = \frac{m v^2}{R} = m \omega^2 R = \frac{4\pi^2 m \cdot R}{T^2} = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot m \cdot R$$

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Σῶμα μάζης 50 gr ἔχει προσδεθῆ εἰς τὸ ἄκρον νήματος μήκους 1 m. Κρατοῦντες μὲ τὴν χεῖρα μας τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος ἀναγκαζόμεν τὸ σῶμα νὰ ἐκτελῇ ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν μὲ συχνότητα 5 στροφῶν κατὰ δευτερόλεπτον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εἶναι :

ἡ ταχύτης : $v = 2\pi \cdot \nu \cdot R = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 100 = 3140 \text{ cm/sec}$

ἡ γωνιακὴ ταχύτης : $\omega = 2\pi \cdot \nu = 2 \cdot 3,14 \cdot 5 = 31,4 \text{ rad/sec}$

ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις :

$$\gamma = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R = 4 \cdot 9,86 \cdot 25 \cdot 100 = 98600 \text{ cm/sec}^2$$

ἡ κεντρομόλος δύναμις : $F = m \cdot \gamma = 50 \cdot 98600 = 4.930.000 \text{ dyn.}$

117. Ὑπολογισμὸς τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως.— Ἄν τὸ κινητὸν ἐκινεῖτο ὁμαλῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης (σχ. 104), τότε ἐντὸς τοῦ χρόνου t θὰ διήνουν διάστημα $AB = v \cdot t$. Ἐντὸς τοῦ χρόνου t ἡ κεντρομόλος δύναμις μεταφέρει τὸ κινητὸν ἀπὸ τὸ

B εἰς τὸ Γ , ὥστε μετακινεῖ τὸ κινητὸν κατὰ διάστημα $B\Gamma = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$.

Ἐκ τῆς Γεωμετρίας εἶναι γνωστὸν ὅτι :

$$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot (B\Delta) \quad \text{ἢ} \quad (AB)^2 = (B\Gamma) \cdot [(B\Gamma) + 2R]$$

* Ἐπειδὴ τὸ $B\Gamma$ εἶναι πολὺ μικρὸν ἐν σχέσει πρὸς τὸ $2R$, δυνάμεθα νὰ λάβωμεν :

$$(AB)^2 = (B\Gamma) \cdot 2R \quad \text{ἢ} \quad (v \cdot t)^2 = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \cdot 2R$$

$$\text{ἄρα : } \gamma = \frac{v^2}{R}$$

118. Φυγόκεντρος δύναμις.—Μία σφαῖρα μολύβδου προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος περιστρέφεται διὰ τῆς χειρὸς μας μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω (σχ. 107). Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ συνεχῶς ἡ κεντρομόλος δύναμις $F = m \cdot \gamma = m \cdot \omega^2 \cdot R$. Τὴν κεντρομόλον δύναμιν F ἐξασκεῖ ἡ χεὶρ ἐπὶ τῆς σφαίρας διὰ μέσου τοῦ μήκτου ἑκτατοῦ νήματος. Τότε, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως, ἡ σφαῖρα ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς χειρὸς διὰ μέσου



Σχ. 107. Ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις πρὸς τὴν κεντρομόλον.

τοῦ νήματος μίαν δύναμιν F' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F . Ἡ δύναμις ἡ ἐνεργουσα ἐπὶ τῆς χειρὸς μας ἔχει φορὰν ἀντί-

θετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται **φυγόκεντρος δύναμις**. Οὕτως ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐνεργεῖ πραγματικῶς μόνον ἡ κεντρομόλος δύναμις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Ἐάν σῶμα κινῆται κυκλικῶς ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, τότε ἀναπτύσσεται ὡς ἀντίδρασις καὶ ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν κεντρομόλον δύναμιν.

$$\text{φυγόκεντρος δύναμις : } F = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

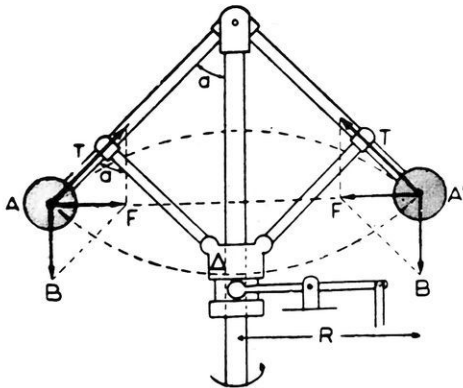
Ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἀναπτύσσεται εἰς πᾶσαν γενικῶς καμπυλόγραμμον κίνησιν, διότι ἡ κίνησις αὕτη παράγεται μόνον ὅταν ἐνεργῇ ἐπὶ τοῦ σώματος δύναμις διευθυνομένη πρὸς ἓν σταθερὸν σημεῖον (κέντρον). Ἦτοι πᾶσα καμπυλόγραμμος κίνησις παράγεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς κεντρομόλου δυνάμεως.

119. Πρακτικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.—Θὰ ἀναφέρωμεν μερικὰς ἐνδιαφερούσας πρακτικὰς ἐφαρμογὰς τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

α) Ρυθμιστὴς τοῦ Watt. Ἐπὶ καταχορῶφου στελέχους, στροφομένου περὶ τὸν ἄξονά του, ἀρθρώνονται δύο βραχίονες, ἕκαστος τῶν ὁποίων φέρει εἰς τὸ ἄκρον του μεταλλικὴν σφαῖραν (σχ. 108). Αἱ δύο

σφαίραι είναι ίσαι. 'Επί εκάστης σφαίρας ενεργούν τὸ βάρος B τῆς σφαίρας καὶ ἡ δύναμις T , ἡ ὀφειλομένη εἰς τὴν ἀντίδρασιν τοῦ βραχίονος. "Όταν ὁ βραχίων περιστρέφεται, ἡ σφαῖρα διαγράφει κυκλικὴν τροχιάν ἀκτίνας R . Συνεπῶς ἐπὶ τῆς σφαίρας ενεργεῖ ἡ κεντρομόλος δύναμις

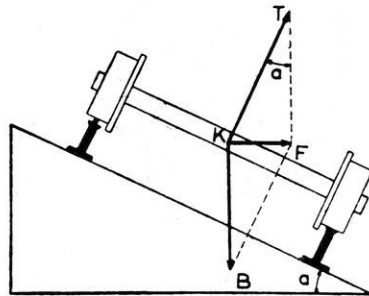
$F = m \cdot \omega^2 \cdot R$, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς ἐκάστην στιγμήν ἡ δύναμις F εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων B καὶ T . "Όταν λοιπὸν ἀυξάνεται ἡ ταχύτης περιστροφῆς τοῦ κατακορύφου στελέχους, αἱ σφαῖραι ἀνυψώνονται καὶ οὕτως ὁ δρομεὺς Δ ἀνέρχεται. 'Η διάταξις αὕτη δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ ὡς αὐτόματος ρυθμιστὴς εἰς πολλὰς περι-



Σχ. 108. Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.

πτώσεις (π.χ. εἰς τὰς ἀτμομηχανάς, διὰ τὴν εἰσαγωγὴν μιᾶς ἀντιστάσεως εἰς τὸ κύκλωμα γεννητρίας ἡλεκτρικοῦ ρεύματος, διὰ τὴν αὐτόματον ἔναρξιν τῆς λειτουργίας μιᾶς τροχοπέδης κ.τ.λ.).

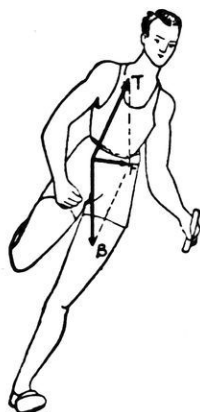
β) Στροφή τῆς ὁδοῦ. "Όταν ὄχημα (αὐτοκίνητον, τροχιοδρομικὸν ὄχημα κ.ἄ.) διατρέχῃ μίαν στροφήν τῆς ὁδοῦ, τότε πρέπει νὰ ἀναπτυχθῇ κεντρομόλος δύναμις. Πρὸς τοῦτο δίδουν εἰς τὸ ἐπίπεδον τῆς ὁδοῦ μικρὰν κλίσιν (σχ. 109). 'Επὶ τοῦ ὀχήματος ενεργούν τότε τὸ βάρος B τοῦ ὀχήματος καὶ ἡ ἀντίδρασις T τῆς ὁδοῦ ἡ T θεωρεῖται κάθετος πρὸς τὴν ὁδόν. 'Η κλίσις τῆς ὁδοῦ εἶναι τόση, ὥστε ἡ συνισταμένη F τῶν δυνάμεων B καὶ T νὰ εἶναι ὀριζοντία. Αὕτη ἡ συνισταμένη δύναμις F εἶναι ἡ κεντρομόλος δύναμις



Σχ. 109. "Ενεκα τῆς κλίσεως τῆς ὁδοῦ ἀναπτύσσεται ἡ κεντρομόλος δύναμις F .

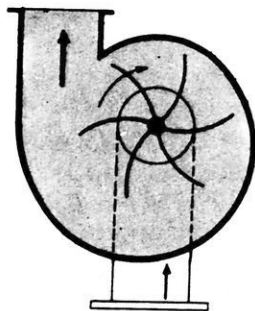
μεις. Ἡ κλίσις τῆς ὁδοῦ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ἡ ταχύτης $υ$ εἶναι μεγαλυτέρα καὶ ὅσον ἡ ἀκτίς καμπυλότητος R εἶναι μικροτέρα.

Ἐάν δρομεὺς διατρέχη καμπύλην τροχίαν, τότε δίδει εἰς τὸ σῶμα



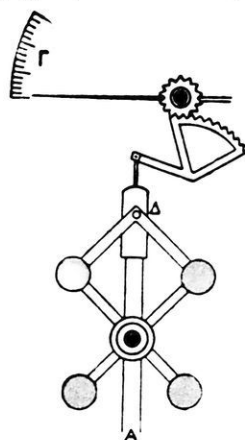
Σχ. 110. Ὁ δρομεὺς κλίνει τὸ σῶμα του διὰ νὰ ἀναπτυχθῇ κεντρομόλος δύναμις.

του μικρὰν κλίσειν διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τῆς ἀπαραιτήτου κεντρομόλου δυνάμεως (σχ. 110).



Σχ. 112. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

κατὰ τὴν ἐφαπτομένην ὑπάρχοντος σωλῆνος, ἐνῶ εἰς τὸ μέσον τῆς ἀντλίας ἀναρροφᾶται νέον ὑγρόν.

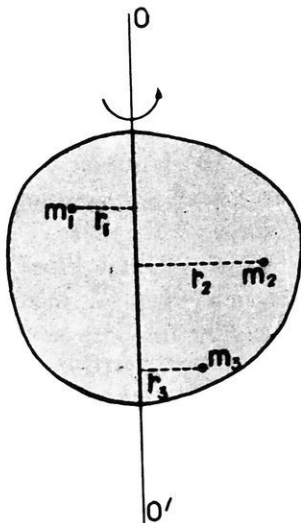


Σχ. 111. Ταχύμετρον.

γ) Ταχύμετρα. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ ἄξονος A (σχ. 111) ἀπομακρύνονται αἱ 4 μᾶζαι ἀπὸ τὸν ἄξονα, ἔλκεται πρὸς τὰ κάτω ὁ δρομεὺς Δ καὶ οὕτως ὁ δείκτης Γ μετακινεῖται πρὸς τὰ ἄνω.

δ) Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία. Εἰς τὴν φυγοκεντρικὴν ὑδραντλίαν τὸ ὕδωρ τίθεται εἰς ταχεῖαν περιστροφικὴν κίνησιν μετὰ σύστημα πτερυγίων, τὰ ὅποια εἶναι στερεωμένα ἐπὶ τοῦ στρεφόμενου ἄξονος (σχ. 112). Τὸ ὕδωρ ἐκσπενδονίζεται ἐντὸς τοῦ

120. Περιστροφική κίνησης στερεοῦ σώματος.—



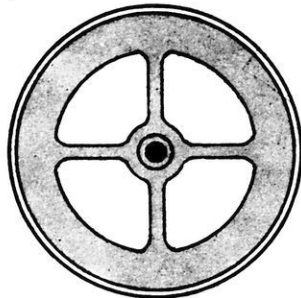
Σχ. 113. Περιστροφική κίνησης στερεοῦ.

Ἐστωμεν ὅτι ἐν στερεόν σῶμα ἀναλύεται εἰς στοιχειώδεις μάζας $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$, τὰς ὁποίας θεωροῦμεν ὡς ὑλικά σημεῖα. Τὸ σῶμα στρέφεται περὶ μόνιμον ἄξονα OO' (σχ. 113). Τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ σώματος, κινούμενα μετὰ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω , διαγράφουσι κυκλικὰς τροχιάς, τῶν ὁποίων τὰ ἐπίπεδα εἶναι κάθετα πρὸς τὸν ἄξονα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι τὸ σῶμα ἐκτελεῖ **περιστροφικὴν κίνησην**.

Ἐκαστὸν ὑλικὸν σημεῖον ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν. Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι ἴση μετὰ τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχουσι ὅλα τὰ ὑλικά σημεῖα τοῦ σώματος. Ἀποδεικνύεται ὅτι:

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα εἶναι τόσο μεγαλύτερα, ὅσον ταχύτερον περιστρέφεται τὸ σῶμα καὶ ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς.

Ὁ σφόνδυλος, μετὰ τὸν ὁποῖον εἶναι ἐφοδιασμένοι διάφοροι μηχαναί, εἶναι τροχὸς ἔχων εἰς τὴν περιφέρειάν του διατεταγμένην κανονικῶς μεγάλην μάζαν (σχ. 114)· οὕτως ἡ ἀπόστασις τῶν ὑλικῶν σημείων τοῦ στρεφομένου σώματος ἀπὸ τὸν ἄξονα εἶναι μεγάλη.



Σχ. 114. Σφόνδυλος.

* Ὑπολογισμὸς τῆς κινητικῆς ἐνεργείας στρεφομένου σώματος. Ἐν ὑλικὸν σημεῖον μάζης m_1 , εὑρισκόμενον εἰς ἀπόστασιν r_1 ἀπὸ τὸν ἄξονα ἔχει ταχύτητα $u_1 = \omega \cdot r_1$ καὶ κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$\frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 \quad \text{ήτοι} \quad \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2$$

‘Η όλική κινητική ενέργεια του στρεφομένου σώματος είναι ίση με τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ ὑλικά σημεῖα τοῦ σώματος. Ἄρα :

$$W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} m_1 \cdot \omega^2 \cdot r_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \cdot \omega^2 \cdot r_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_v \cdot \omega^2 \cdot r_v^2 \quad \eta$$

$$W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + \dots + m_v \cdot r_v^2) \cdot \omega^2$$

Τὸ ἐντὸς τῆς παρενθέσεως ἄθροισμα παρίσταται συντομώτερον ὡς ἐξῆς $\Sigma (m \cdot r^2)$. Τὸ μέγεθος τοῦτο εἶναι χαρακτηριστικὸν διὰ τὸ θεωρούμενον σῶμα καὶ καλεῖται **ροπή ἀδρανείας** (Θ) τοῦ σώματος. Ὡστε:

‘Η κινητική ἐνέργεια σώματος στρεφομένου περὶ ἄξονα εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ροπήν ἀδρανείας τοῦ σώματος καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς γωνιακῆς ταχύτητος.

$$\text{κινητικὴ ἐνέργεια στρεφομένου σώματος: } W_{\text{κιν}} = \frac{1}{2} \Theta \cdot \omega^2$$

‘Η ροπή ἀδρανείας ὑπολογίζεται εὐκόλως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σφ ο ν δ ὕ λ ο υ. Ἐάν R εἶναι ἡ ἀκτίς τοῦ σφονδύλου καὶ M ἡ συγκεντρωμένη εἰς τὴν περιφέρειαν μᾶζα του, τότε ἡ ροπή ἀδρανείας του εἶναι :

$$\Theta = (m_1 \cdot R^2 + m_2 \cdot R^2 + \dots + m_v \cdot R^2)$$

$$\text{ήτοι} \quad \Theta = (m_1 + m_2 + \dots + m_v) \cdot R^2 = M \cdot R^2$$

Ἐπομένως ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot \omega^2$$

‘Ο σφόνδυλος στερεώνεται ἐπὶ τοῦ ἄξονος τῆς μηχανῆς καὶ ἐξασφαλίζει τὴν κανονικὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς, διότι ἀποταμιεύεται ἐπ’ αὐτοῦ μεγάλη κινητικὴ ἐνέργεια. Οὕτως, ἂν εἶναι $M = 2\,000 \text{ kgr}$, $R = 1 \text{ m}$ καὶ ὁ σφόνδυλος ἐκτελῇ 10 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σφονδύλου εἶναι :

$$W = \frac{1}{2} M \cdot R^2 \cdot 4\pi^2 \cdot \nu^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 10^4 \cdot 4 \cdot 9,86 \cdot 10^2 \text{ erg}$$

$$\ddagger W = 4 \cdot 9,86 \cdot 10^{12} \text{ erg} = 400\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

104. Ὁ τροχὸς μιᾶς μηχανῆς ἔχει ἀκτίνα 50 cm καὶ ἐκτελεῖ 1800 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὐρεθοῦν : α) ἡ συχνότης καὶ ἡ περίοδος τῆς κινήσεως, β) ἡ γωνιακὴ ταχύτης, γ) ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τοῦ τροχοῦ.

105. Αὐτοκίνητον, τοῦ ὁποίου οἱ τροχοὶ ἔχουν διάμετρον 60 cm, θέλει νὰ διατρέξῃ ὁμαλῶς μίαν ὀριζοντίαν ὁδὸν μήκους 7,536 km ἐντὸς 20 min. Νὰ εὐρεθῇ ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῶν τροχῶν, ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου καὶ ἡ γραμμικὴ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας τῶν τροχῶν.

106. Τροχὸς ἔχει ἀκτίνα 1,2 m καὶ ἐκτελεῖ 1200 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ ὑπολογισθοῦν ἡ γωνιακὴ ταχύτης του καὶ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις ἢ ἀναπτυσσομένη εἰς τὰ σημεία τῆς περιφερείας του.

107. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται σημεῖον τοῦ ἡμερηνοῦ τῆς Γῆς λόγῳ τῆς περιστροφικῆς κινήσεως αὐτῆς, ἂν ἡ ἀκτίς τῆς Γῆς θεωρηθῇ σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 6370 km, ἡ δὲ διάρκεια μιᾶς περιστροφῆς τῆς Γῆς ληφθῇ ἴση μὲ 24 ὥρας.

108. Σφόνδυλος ἔχει ἀκτίνα 2 m καὶ ἐκτελεῖ 150 στροφὰς κατὰ λεπτόν. Νὰ εὐρεθῇ ἡ γραμμικὴ ταχύτης ἐνὸς σημείου τῆς περιφερείας του καθὼς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ νὰ συγκριθῇ αὕτη μὲ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος : $g = 980 \text{ cm/sec}^2$.

109. Σῶμα μάζης 150 gr κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου ἀκτίνος 50 cm μὲ ταχύτητα 2 m/sec. Νὰ εὐρεθῇ ἡ κεντρομόλος δύναμις. Πόση γίνεται αὕτη, ἂν ὁ χρόνος μιᾶς περιφορᾶς γίνῃ 1,5 sec ;

110. Σφαῖρα μάζης 1 kgr εἶναι προσδεδεμένη εἰς τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει ὀριζοντίως κύκλον ἀκτίνος 1 m. Ἐὰν ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι 10 kgr*, πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τῆς σφαίρας;

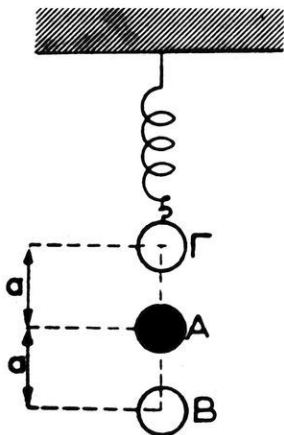
111. Νὰ εὐρεθῇ μὲ πόσῃν ταχύτητα πρέπει νὰ ἐκσφενδονισθῇ ὀριζοντίως βλήμα, ὥστε τοῦτο νὰ μὴ πέσῃ ποτὲ εἰς τὴν Γῆν, ἀλλὰ νὰ περιφέρεται πέριξ αὐτῆς ἰσοταχῶς, ἂν παραλείψωμεν τὴν ἀντίστασιν τοῦ ἀέρος. Ἡ ἀκτίς περιφορᾶς τοῦ βλήματος θὰ ληφθῇ ἴση μὲ τὴν ἀκτίνα τῆς Γῆς : $R = 6370 \text{ km}$. $g = 10 \text{ m/sec}^2$.

112. Σώμα μάζης 200 γρ είναι προσδεδεμένον εις τὸ ἄκρον νήματος καὶ διαγράφει κατακορυφῶς κύκλον ἀκτίνος 40 cm με ταχύτητα 2 m/sec. Νὰ εὑρεθῇ ἡ συχνότης περιστροφῆς καὶ ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἀσκεῖται ἐπὶ τῆς χειρός μας, ὅταν τὸ σῶμα διέρχεται ἀπὸ τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς τροχιάς του.

113. Φορητὸν αὐτοκίνητον ἔχει τὸ κέντρον βάρους του εἰς ὕψος 1 m ἀπὸ τὴν ἐπιφάνεια τῆς ὁριζοντίας ὁδοῦ. Ἡ ἀπόστασις τῶν δύο τροχῶν του εἶναι 1,20 m. Νὰ εὑρεθῇ πόση εἶναι ἡ μεγίστη ταχύτης, με τὴν ὁποίαν δύναται ἀσφαλῶς νὰ κινηθῇ εἰς μίαν στροφὴν τῆς ὁδοῦ, ἂν ἡ ἀκτίς καμπυλότητος αὐτῆς εἶναι 40 m.

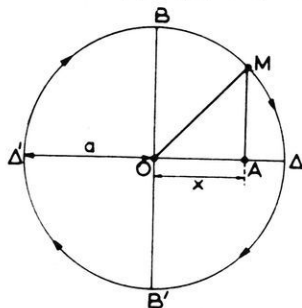
ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΙΣ — ΕΚΚΡΕΜΕΣ

121. Ἀρμονικὴ ταλάντωσις.—Μία σφαῖρα μολύβδου ἐξαρτᾶται εἰς τὸ ἄκρον ἐλατηρίου. Ἀπομακρύνομεν τὴν σφαῖραν ἀπὸ τὴν θέσιν



Σχ. 115. Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν.

τῆς ἰσορροπίας της A καὶ τὴν ἀφήνομεν ἔπειτα ἐλευθέραν (σχ. 115). Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ μίαν περιοδικὴν κίνησιν εὐθύγραμμον, ἡ ὁποία καλεῖται



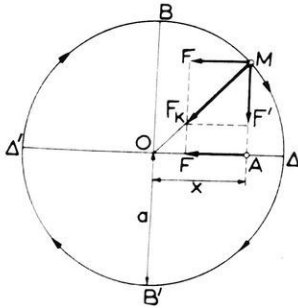
Σχ. 116. Τὸ ὕλικόν σημεῖον A ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν.

ἄρμονικὴ ταλάντωσις. Ἡ μεγίστη ἀπομακρύνσις τῆς σφαῖρας ἑκατέρωθεν τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας της A καλεῖται πλάτος τῆς ταλάντωσεως ($AB = AΓ =$

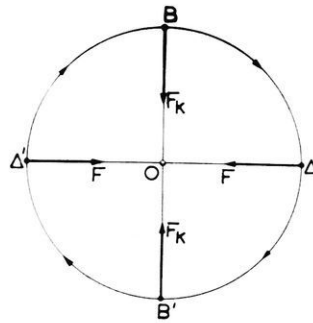
$= a$). Ἡ ἄρμονικὴ ταλάντωσις εἶναι μία εὐθύγραμμος κίνησις ἐιδικῆς μορφῆς, ἡ ὁποία προκύπτει ἀπὸ τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν ὡς ἑξῆς: Ὅταν ὕλικόν σημεῖον M διατρέχῃ ὁμαλῶς τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου (σχ. 116), ἡ προβολὴ A τοῦ κινητοῦ ἐπὶ τῆς διαμέτρου

$\Delta\Delta'$ εκτελεί αρμονικὴν ταλάντωσιν, ἣ ὅποια ἔχει πλάτος α καὶ περίοδον T , ἴσην μὲ τὴν περίοδον τῆς κινήσεως τοῦ M . Ἡ ἀπόστασις x τοῦ κινητοῦ A ἀπὸ τὸ O καλεῖται ἀπομάκρυνσις.

α) Κινοῦσα δύναμις. Ἐπὶ τοῦ κινητοῦ M ἐνεργεῖ ἡ σταθερὰ κεντρομόλος δύναμις F_K . Ἀναλύομεν τὴν κεντρομόλον δύναμιν εἰς τὰς συνιστώσας F καὶ F' (σχ. 117). Ἡ κίνησις τῆς προβολῆς τοῦ M



Σχ. 117. Ἡ δύναμις F παράγει τὴν κίνησιν τοῦ A .



Σχ. 117α. Μεταβολὴ τῆς κινουσῆς δυνάμεως F μετὰ τῆς ἀπομακρύνσεως x .

ἐπὶ τῆς διαμέτρου $\Delta\Delta'$, ἔτσι ἡ ἀρμονικὴ ταλάντωσις τοῦ κινητοῦ A , γίνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς συνιστώσεως F τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγώνων $MF'F_K$ καὶ MAO εὐρίσκομεν :

$$\frac{F}{x} = \frac{F_K}{\alpha} \quad \text{ἢ} \quad F = \frac{F_K}{\alpha} \cdot x$$

Ἡ παράστασις $\frac{F_K}{\alpha} = k$ εἶναι σταθερὰ καὶ ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις γράφεται ὡς ἐξῆς :

$$\text{κινουσα δύναμις εἰς τὴν ἀρμονικὴν ταλάντωσιν : } F = k \cdot x$$

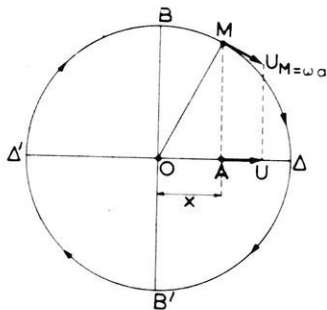
Ἡ δύναμις, ἣ ὅποια παράγει τὴν ἀρμονικὴν ταλάντωσιν τοῦ ὕλικου σημείου, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐκάστοτε ἀπομάκρυνσιν αὐτοῦ καὶ διευθύνεται πάντοτε πρὸς τὸ μέσον τῆς παλμικῆς διαδρομῆς του. Ἡ δύναμις αὕτη λέγεται καὶ δύναμις ἐπαναφοράς.

Ἀπὸ τὸ σχῆμα 117α συμπεραίνομεν τὰ ἐξῆς :

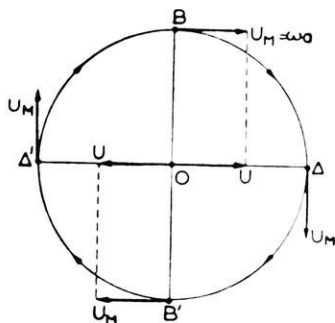
Ὅταν τὸ κινητὸν A διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν O , τότε ἡ κινουσα

δύναμις F είναι ίση με μηδέν, διότι είναι $x = 0$. Όταν το κινητόν εύρεται εις τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ' , ἡ κινουσα δύναμις F ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν τῆς $F = F_K$, διότι εἶναι $x = a$.

β) Ταχύτης. Τὸ κινητόν M ἔχει σταθερὰν γραμμικὴν ταχύτητα $u_M = \omega \cdot a$ (§ 115). Ἡ προβολὴ τοῦ M ἐπὶ τῆς διαμέτρου $\Delta\Delta'$, ἧτοι τὸ κινητόν A , τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν, ἔχει εἰς ἐκάστην στιγμὴν ταχύτητα u ἴσην μετὴν προβολῇ τῆς γραμμικῆς ταχύτητος u_M ἐπὶ τῆς διαμέτρου (σχ. 118). Ἀπὸ τὸ σχῆμα 118α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :



Σχ. 118. Ταχύτης εἰς τὴν ἄρμονικὴν ταλάντωσιν.



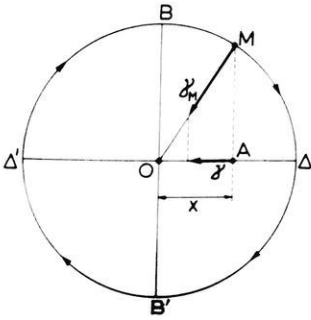
Σχ. 118α. Μεταβολὴ τῆς ταχύτητος μετὰ τῆς ἀπομακρύνσεως x .

Ὄταν τὸ κινητόν A διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν O , τότε ἡ ταχύτης u ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν τῆς, ἧτοι εἶναι $u = \omega \cdot a$. Ὄταν τὸ κινητόν A εὑρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ' , τότε ἡ ταχύτης u εἶναι ἴση μετὴν μηδέν, διότι ἡ προβολὴ τῆς u_M εἶναι ἓν σημεῖον.

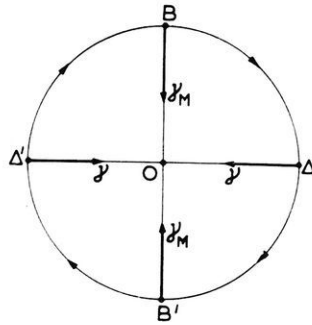
γ) Ἐπιτάχυνσις. Τὸ κινητόν M ἔχει σταθερὰν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν $\gamma = \frac{u_M^2}{a}$ (§ 116). Ἡ προβολὴ τοῦ M ἐπὶ τῆς διαμέτρου $\Delta\Delta'$, ἧτοι τὸ κινητόν A , τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν, ἔχει εἰς ἐκάστην στιγμὴν ἐπιτάχυνσιν γ ἴσην μετὴν προβολῇ τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως γ_M ἐπὶ τῆς διαμέτρου (σχ. 119). Ἀπὸ τὸ σχῆμα 119α συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς :

Ὄταν τὸ κινητόν A διέρχεται ἀπὸ τὴν θέσιν O , τότε ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι ἴση μετὴν μηδέν, διότι ἡ προβολὴ τῆς γ_M εἶναι ἓν σημεῖον.

Όταν τὸ κινητὸν Α εὐρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ', τότε



Σχ. 119. Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ἄρμονικὴν ταλάντωσιν.



Σχ. 119α. Μεταβολὴ τῆς ἐπιτάχυνσεως γ μετὰ τῆς ἀπομακρύνσεως x.

ἡ ἐπιτάχυνσις γ ἔχει τὴν μεγίστην τιμὴν της, ἥτοι εἶνα $\gamma = \frac{v_M^2}{\alpha}$. Ἐπειδὴ εἶναι $v_M = \omega \cdot \alpha$, ἔπεται ὅτι εἰς τὰς ἄκρας θέσεις Δ καὶ Δ' ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ Α εἶναι :

$$\gamma = \frac{\omega^2 \cdot \alpha^2}{\alpha} \quad \text{ἥτοι} \quad \gamma = \omega^2 \cdot \alpha$$

Ἀπὸ τὴν εὐρεθεῖσαν σχέσιν συνάγεται ὅτι, ἂν ἡ ἀπομάκρυνσις τοῦ κινητοῦ Α εἶναι x, τότε ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ εἶναι $\gamma = \omega^2 \cdot x$.

δ) Περίοδος. Ἐστω m ἡ μᾶζα τοῦ ὑλικοῦ σημείου Α καὶ x ἡ ἀπομάκρυνσις αὐτοῦ. Τότε ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν τοῦ ὑλικοῦ σημείου Α, εἶναι :

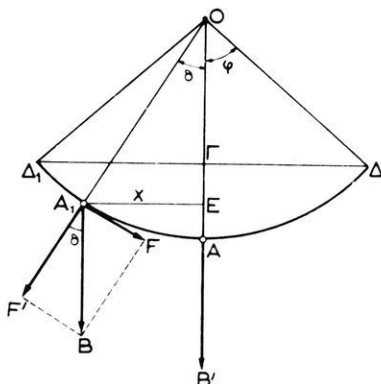
$$F = m \cdot \gamma \quad \text{ἢ} \quad F = m \cdot \omega^2 \cdot x$$

Ἐὰν εἰς τὴν εὐρεθεῖσαν σχέσιν θέσωμεν $\omega = \frac{2\pi}{T}$ εὐρίσκομεν :

$$F = m \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot x \quad \text{ἄρα}$$

περίοδος ἄρμονικῆς ταλάντωσεως: $T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{F}}$

122. Ἀπλοῦν ἐκκρεμές. — Τὸ ἀπλοῦν ἐκκρεμές εἶναι ἰδανικὴ διάταξις, ἣ ὁποία ἀποτελεῖται ἀπὸ μικρὰν σφαῖραν μάζης m ἐξηρητημένην εἰς τὸ ἄκρον ἀβαροῦς καὶ μὴ ἐκτατοῦ νήματος, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στρέφεται χωρὶς τριβῆν περὶ ὀριζόντιον ἄξονα O (σχ. 120). Τὸ μήκος



Σχ. 120. Τὸ ἀπλοῦν ἐκκρεμές ἐκτελεῖ ἄρμονικὴν ταλάντωσιν.

τῆς τροχιᾶς τοῦ κινητοῦ. Ἐκ τῶν ὁμοίων τριγῶνων OEA_1 καὶ BFA_1 ἔχομεν :

$$\frac{B}{l} = \frac{F}{x} \quad \text{ἄρα} \quad F = \frac{B}{l} \cdot x \quad (1)$$

Ἐὰν ἡ γωνία θ εἶναι πολὺ μικρά, τότε δυνάμεθα νὰ θεωρήσωμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις x εἶναι ἴση μὲ τὸ τόξον AA_1 . Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι ἡ κινουσα δύναμις F εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπομάκρυνσιν τῆς σφαίρας ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας A . Ὡστε :

Ὅταν τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι πολὺ μικρὸν ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι κατὰ μεγάλην προσέγγισιν ὀρμονικὴ ταλάντωσις.

Ἐπομένως ἡ περίοδος τῆς κινήσεως τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς δίδεται ἀπὸ τὸν τύπον :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot \frac{x}{F}}$$

Ἐάν εἰς τὸν τύπον τοῦτον θέσωμεν τὴν τιμὴν τῆς κινούσης δυνάμεως F ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1), εὐρίσκομεν :

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot x \cdot l}{B \cdot x}} \quad \eta \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m \cdot l}{m \cdot g}}$$

Ὡστε ἡ περίοδος τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι :

περίοδος ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς : $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$

(2)

123. Νόμοι τοῦ ἀπλοῦ ἐκκρεμοῦς. — Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγουμεν τοὺς κατωτέρω νόμους, τοὺς ὁποίους ἀποδεικνύομεν καὶ πειραματικῶς :

I. Αἱ αἰωρήσεις μικροῦ πλάτους εἶναι ἰσόχρονοι.

Τοῦτο συνάγεται ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὅποιον δὲν εἰσέρχεται τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως. Πράγματι, ἂν μετρήσωμεν τὸν χρόνον, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ ἐκκρεμὸς ἐκτελεῖ 10 αἰωρήσεις, ὅταν τὸ πλάτος εἶναι π.χ. 4° καὶ ἐπαναλάβωμεν τὴν μέτρησιν, ὅταν τὸ πλάτος γίνῃ 2° , τότε εὐρίσκομεν ὅτι ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἡ αὐτή.

II. Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν μᾶζαν καὶ τὴν φύσιν τοῦ σώματος ἐκ τοῦ ὁποίου ἀποτελεῖται τὸ ἐκκρεμὸς.

Τοῦτο συνάγεται ἐπίσης ἀμέσως ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς, εἰς τὸν ὅποιον δὲν εἰσέρχεται ἡ μᾶζα ἢ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὁ νόμος οὗτος, ἂν χρησιμοποιήσωμεν πολλὰ ἐκκρεμῆ τοῦ αὐτοῦ μήκους, τὰ ὅποια εἰς τὰ ἄκρα τῶν νημάτων τῶν φέρουν μικρὰς σφαίρας ἀπὸ διάφορα σώματα (μόλυβδον, χάλυβα, ξύλον) Ἡ περίοδος εἶναι ἡ αὐτή δι' ὅλα τὰ ἐκκρεμῆ.

III. Ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς.

Τοῦτο συνάγεται ἀπὸ τὸν τύπον (2) τοῦ ἐκκρεμοῦς. Πειραματικῶς ἐπιβεβαιώνεται ὡς ἑξῆς :

Λαμβάνομεν έκκρεμῆ, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἀντιστοίχως μήκη : 25 cm, 36 cm, 49 cm, 64 cm, 81 cm, 100 cm. Αἱ περίοδοι τῶν έκκρεμῶν τούτων εἶναι μεταξὺ των ὡς οἱ ἀριθμοὶ 5, 6, 7, 8, 9, 10.

IV. Ἡ περίοδος τοῦ έκκρεμοῦς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν τετραγωνικὴν ρίζαν τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς βαρύτητος εἰς τὸν τόπον, ὅπου ὑπάρχει τὸ έκκρεμές.

Τοῦτο φανεράνει ὁ τύπος (2) τοῦ έκκρεμοῦς. Ἡ ἄμεσος πειραματικὴ ἐπαλήθευσις τοῦ νόμου τούτου δὲν εἶναι εὐκόλος. Ἐν τούτοις, ὅπως θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, ὁ νόμος οὗτος ἐπιβεβαιώνεται ἐξ ἄλλων φαινομένων.

124. Ἐφαρμογαὶ τοῦ έκκρεμοῦς.— Ἐπειδὴ αἱ μικροῦ πλάτους αἰωρήσεις εἶναι ἰσόχρονοι, τὸ έκκρεμές χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν **μέτρησιν τοῦ χρόνου**. Οὕτως, ἂν εἰς ἓνα τόπον εἶναι $g = 981 \text{ cm/sec}^2$, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἀπλοῦ έκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον θὰ ἐκτελῆ μίαν ἀπλῆν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου, ἥτοι θὰ ἔχη $T = 2 \text{ sec}$. Τὸ ζητούμενον μῆκος τοῦ έκκρεμοῦς εἶναι :

$$l = \frac{g \cdot T^2}{4\pi^2} = \frac{981 \cdot 4}{4 \cdot 9,87} = 99,4 \text{ cm}$$

Τὸ έκκρεμές χρησιμοποιεῖται ἐπίσης διὰ τὴν **ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς τιμῆς τοῦ g**. Ἄν εἶναι γνωστὴ ἡ περίοδος καὶ τὸ μῆκος τοῦ έκκρεμοῦς, τότε ὑπὸ τὸν τύπον τοῦ έκκρεμοῦς εὐρίσκομεν :

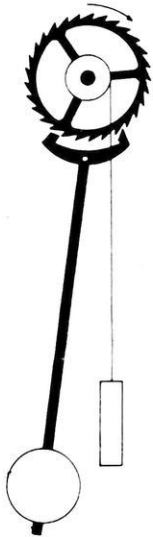
$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

Οὕτως εὐρέθη ὅτι εἰς τὸν ἰσημερινὸν εἶναι : $g = 978 \text{ cm/sec}^2$. Εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45° εἶναι : $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ καὶ εἰς τὸν πόλον εἶναι : $g = 983 \text{ cm/sec}^2$.

125. Φυσικὸν έκκρεμές.— Καλεῖται **φυσικὸν έκκρεμές** πᾶν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στραφῆ περὶ ὀριζόντιον ἄξονα μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους τοῦ σώματος (σχ. 121). Ἀπομακρύνομεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσοροπίας καὶ ἔπειτα τὸ ἀφήνομεν ελεύθερον. Τότε τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους τοῦ Β ἐκτελεῖ

αιωρήσεις. Ἐὰν τὸ πλάτος αἰωρήσεως εἶναι πολὺ μικρὸν, ἡ κίνησις τοῦ φυσικοῦ ἔκκρεμοῦς εἶναι ἄρμονικὴ ταλάντωσις.

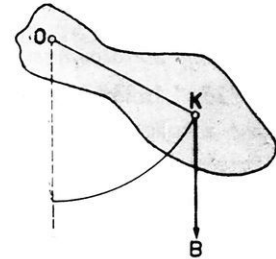
“Ὅλα τὰ χρησιμοποιούμενα ἔκκρεμῆ εἶναι φυσικὰ ἔκκρεμῆ. Ἔνεκα τῶν ἀντιστάσεων αἱ αἰωρήσεις γίνονται φθίνουσαι, δηλαδή τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως βαίνει συνεχῶς ἐλαττούμενον καὶ ταχέως τὸ ἔκκρεμὲς ἡρεμεῖ. Διὰ τοῦτο εἰς τὰ ὥρολόγια ὑπάρχει εἰδικὸν σύστημα (πίπτον σῶμα ἢ ἐλατήριο), τὸ ὁποῖον προσδίδει εἰς τὸ ἔκκρεμὲς τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποῖαν ἀπερρόφησαν αἱ τριβαί (σχ. 122).



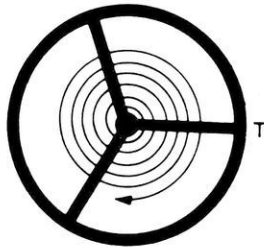
Σχ. 122. Διατήρησις τῶν αἰωρήσεων ἔκκρεμοῦς ὥρολογίου.

Ἔνεκα τῶν ἀντιστάσεων αἱ αἰωρήσεις γίνονται φθίνουσαι, δηλαδή τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως βαίνει συνεχῶς ἐλαττούμενον καὶ ταχέως τὸ ἔκκρεμὲς ἡρεμεῖ. Διὰ τοῦτο εἰς τὰ ὥρολόγια ὑπάρχει εἰδικὸν σύστημα (πίπτον σῶμα ἢ ἐλατήριο), τὸ ὁποῖον προσδίδει εἰς τὸ ἔκκρεμὲς τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποῖαν ἀπερρόφησαν αἱ τριβαί (σχ. 122).

Εἰς τὰ συνήθη ὥρολόγια χρησιμοποιεῖται σπειροειδὲς ἔκκρεμὲς. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ σπειροειδὲς ἐλατήριον ἐκ χάλυβος (σχ. 123), τοῦ ὁποῖου τὸ μὲν ἓν ἄκρον εἶναι στερεωμένον μονίμως, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον εἶναι στερεωμένον ἐπὶ στρεπτοῦ ἄξονος. Οὗτος φέρει τροχὸν T , ὁ ὁποῖος καλεῖται αἰωρητής. Ἄν ἀπομακρύνωμεν τὸν αἰωρητὴν ἀπὸ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας του, τότε οὗτος ἐκτελεῖ ἄρμονικὰς ταλαντώσεις. Ἡ διατήρησις τῶν ταλαντώσεων τοῦ αἰωρητοῦ ἐξασφαλίζεται ἀπὸ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, ἡ ὁποία ἀποταμιεύεται εἰς ἰσχυρὸν ἐλατήριον λόγῳ τῆς παραμορφώσεως, τὴν ὁποῖαν τοῦ προκαλοῦμεν (κτύπος τοῦ ὥρολογίου).



Σχ. 121. Φυσικὸν ἔκκρεμὲς.



Σχ. 123. Αἰωρητὴς ὥρολογίου.

Ἡ μετὰ τὴν ἐκκρεμὲς εἶναι ἄρμονικὴ ταλάντωσις. Ἐὰν τὸ πλάτος αἰωρήσεως εἶναι πολὺ μικρὸν, ἡ κίνησις τοῦ φυσικοῦ ἔκκρεμοῦς εἶναι ἄρμονικὴ ταλάντωσις. Ἔνεκα τῶν ἀντιστάσεων αἱ αἰωρήσεις γίνονται φθίνουσαι, δηλαδή τὸ πλάτος τῆς αἰωρήσεως βαίνει συνεχῶς ἐλαττούμενον καὶ ταχέως τὸ ἔκκρεμὲς ἡρεμεῖ. Διὰ τοῦτο εἰς τὰ ὥρολόγια ὑπάρχει εἰδικὸν σύστημα (πίπτον σῶμα ἢ ἐλατήριο), τὸ ὁποῖον προσδίδει εἰς τὸ ἔκκρεμὲς τὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποῖαν ἀπερρόφησαν αἱ τριβαί (σχ. 122).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

114. Ἄπλοῦν ἔκκρεμὲς μήκους 6 m αἰωρεῖται εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 981\text{ cm/sec}^2$. Νὰ εὑρεθῇ πόσας αἰωρήσεις ἐκτελεῖ κατὰ λεπτὸν.

115. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἐκτελεῖ 60 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν. Κατὰ πόσα ἑκατοστόμετρα πρέπει νὰ ἐλαττωθῇ τὸ μῆκος του, ἂν θέλωμεν νὰ ἐκτελῇ 90 αἰωρήσεις κατὰ λεπτόν;

116. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἔχει μῆκος 125 cm, ἡ δὲ μᾶζα τῆς ἐξηρητημένης μικρᾶς σφαίρας εἶναι 500 gr. Τὸ πλάτος αἰωρήσεως τοῦ ἔκκρεμους εἶναι 45° . Πόση εἶναι ἡ τάσις τοῦ νήματος, ὅταν ἡ σφαῖρα διέρχεται διὰ τῆς κατακορύφου καὶ ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτερον σημεῖον τῆς διαδρομῆς τῆς;

117. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἔχει μῆκος 98 cm καὶ περίοδον 2 sec. Πόση εἶναι ἡ τιμὴ τοῦ g εἰς τὸν τόπον τοῦτον;

118. Εἰς τόπον, ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$, θέλωμεν νὰ ἐγκαταστήσωμεν ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς, τὸ ὁποῖον νὰ ἔχη περίοδον 1 min. Πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος του;

119. Τὸ ἔκκρεμὲς ὥρολόγιον θεωρεῖται ὡς ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς, τὸ ὁποῖον ἔχει περίοδον 2 sec, ὅταν εὐρίσκεται εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$. Πόσον θὰ καθυστερῇ τὸ ὥρολόγιον ἐντὸς 24 ὥρων, ἂν τὸ ὥρολόγιον μεταφερθῇ εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 974 \text{ cm/sec}^2$;

120. Ἀπλοῦν ἔκκρεμὲς ἔχει μῆκος 1 cm καὶ περίοδον 2 sec εἰς τόπον ὅπου εἶναι $g = 980 \text{ cm/sec}^2$. Πόση εἶναι ἡ περίοδος τοῦ ἔκκρεμους τούτου εἰς τὸν ἰσημερινὸν ($g = 978 \text{ cm/sec}^2$) καὶ εἰς τὸν πόλον ($g = 983 \text{ cm/sec}^2$);

ΠΑΓΚΟΣΜΙΟΣ ΕΛΞΙΣ — ΒΑΡΥΤΗΣ

126. **Νόμος τοῦ Νεύτωνος.**— Ὁ Νεύτων, διὰ νὰ ἐξηγήσῃ τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν περὶ τὸν Ἥλιον καὶ τὰ φαινόμενα τῆς βαρύτητος, ἐδέχθη ὅτι μεταξὺ δύο ὑλικῶν σωμάτων ἐξασκοῦνται ἑλκτικαὶ δυνάμεις. Αἱ ἑλξεις αὗται διέπονται ἀπὸ τὸν ἀκόλουθον νόμον τοῦ Νεύτωνος ἢ νόμον τῆς παγκοσμίου ἑλξεως :

Δύο σώματα ἑλκονται μεταξὺ των' μὲ δύναμιν, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ γινόμενον τῶν μαζῶν των (m_1 καὶ m_2) καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως (r) αὐτῶν.

$$\text{νόμος τοῦ Νεύτωνος: } F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

όπου k είναι σταθερά ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν σωμάτων.
 Ἡ σταθερά k καλεῖται **σταθερά τῆς παγκοσμίου ἔλξεως** καὶ εἶναι :
 $k = 6,68 \cdot 10^{-8}$ C.G.S.

127. Τὸ βάρος τῶν σωμάτων. — Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ $G\eta$ εἶναι ὁμογενῆ σφαῖρα. Ἐν σῶμα A εὐρισκόμενον ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς $G\eta$ ς ὑφίσταται ἐκ μέρους τῆς $G\eta$ ς ἔλξιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **βάρος** τοῦ σώματος. Ὡς εἶναι γνωστόν, ἐν σῶμα μάζης m ἔχει βάρος $B = m \cdot g$. Ἐὰν M εἶναι ἡ μᾶζα τῆς $G\eta$ ς καὶ R ἡ ἀκτίς αὐτῆς, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον τοῦ Νεύτωνος εἶναι :

$$m \cdot g = k \cdot \frac{M \cdot m}{R^2} \quad \text{ἦτοι}$$

$$g = k \cdot \frac{M}{R^2}$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως τοῦ σώματος ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς $G\eta$ ς.

Ἐφ' ὅσον λοιπὸν ἀνερχόμεθα κατακορυφῶς, ἀνωθεν τῆς ἐπιφανείας τῆς $G\eta$ ς, ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς ἐλαττουμένη καὶ συνεπῶς τὸ βάρος ἑνὸς σώματος ἐλαττώνεται.

Ἡ τιμὴ τοῦ g βαίνει συνεχῶς ἀύξανόμενη, καθ' ὅσον προχωροῦμεν ἐκ τοῦ ἰσημερινοῦ πρὸς τοὺς πόλους. Αὐτὴ ἡ μεταβολὴ τῆς τιμῆς τοῦ g μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους ὑφίεται εἰς τὰ ἐξῆς δύο αἷτια :

α) Εἰς τὸ ἐλλειψοειδῆ σχῆμα τῆς $G\eta$ ς, ἕνεκα τοῦ ὁποίου ἡ ἰσημερινὴ ἀκτίς τῆς $G\eta$ ς εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν πολικὴν ἀκτῖνα.

β) Εἰς τὴν φυγόκεντρον δυνάμιν, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ παντὸς σώματος ἕνεκα τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς $G\eta$ ς. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς περιστροφῆς τῆς $G\eta$ ς περὶ τὸν ἄξονά της δεχόμεθα ὅτι ἡ φυγόκεντρος δυνάμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος. Διότι καὶ ἡμεῖς οἱ ἴδιοι μετέχομεν τῆς περιστροφικῆς κινήσεως τῆς $G\eta$ ς. Ὅπως δὲ ἀποδεικνύει ἡ Μηχανικὴ, ὅταν ὁ παρατηρητὴς μετέχη τῆς περιστροφικῆς κινήσεως, τότε ὁ παρατηρητὴς οὗτος, διὰ τὴν ἐρμηνεύσῃ τὰ φαινόμενα, πρέπει νὰ δεχθῇ ὅτι ἐπὶ ἐκάστου σώματος, εὐρισκομένου ἐντὸς τοῦ στρεφόμενου συστήματος, ἀναπτύσσεται φυγόκεντρος δυνάμις. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι :

Τὸ βάρος ἑνὸς σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς ἀποστάσεως

τοῦ σώματος ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους.

127α. Πεδίον βαρύτητος τῆς Γῆς.— Καλεῖται **πεδίον βαρύτητος** τῆς Γῆς ὁ χώρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου, φερόμενον ἐν σῶμα, ὑφίσταται ἔλξιν ἐκ μέρους τῆς Γῆς. Ἐντὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς κινεῖται ἡ Σελήνη, ἡ ὁποία διαγράφει περὶ τὴν Γῆν σχεδὸν κυκλικὴν τροχίαν. Ὡς κεντρομόλος δύναμις ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς Σελήνης ἡ ἔλξις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ Γῆ ἐπὶ τῆς Σελήνης.

Διὰ τὴν ἐξέλιξιν ἐν σῶμα ἐκτὸς τοῦ πεδίου βαρύτητος τῆς Γῆς, πρέπει νὰ προσδῶσωμεν εἰς τὸ σῶμα τοῦτο ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσην μὲ 11 180 m/sec. Ὄταν ἐν σῶμα ἀποκτήσῃ αὐτὴν τὴν ταχύτητα, ἀπελευθερώνεται ἀπὸ τὴν ἔλξιν τῆς Γῆς καὶ δύναται νὰ κινήθῃ πλέον ἐλευθέρως ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος. Ἐπὶ τοῦ παρόντος εἶναι ἀδύνατον νὰ προσδῶσωμεν εἰς ἐν σῶμα ἀρχικὴν κατακόρυφον ταχύτητα ἴσην μὲ 11,18 km/sec. Μὲ ἓνα ὅμως πύραυλον δυνάμεθα νὰ προσδῶσωμεν εἰς τὸ σῶμα σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ ὀλίγον μεγαλύτεραν ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν g τῆς βαρύτητος. Οὕτως ἡ κατακόρυφος ταχύτης τοῦ σώματος βαίνει συνεχῶς ἀξανομένη, μέχρις ὅτου τὸ σῶμα ἀποκτήσῃ τὴν ἀνωτέρω ταχύτητα ἀπελευθερώσεως. Τότε καταργεῖται ἡ προωστικὴ δύναμις τοῦ πυραύλου καὶ τὸ σῶμα κινεῖται μὲ σταθερὰν ταχύτητα ἐντὸς τοῦ ἀστρικοῦ διαστήματος.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

121. Δύο σφαῖραι μολύβδου, ἀκτίνας r εὐρίσκονται εἰς ἐπαφήν, Νὰ εὐρεθῇ ἡ μεταξὺ αὐτῶν ἀσκουμένη ἔλξις.

Ἐφαρμογὴ : $r = 1 \text{ m}$, $d = 11 \text{ gr/cm}^3$ (ἡ ἔλξις νὰ εὐρεθῇ εἰς gr^*).

122. Δύο μάζαι m_1 καὶ m_2 εὐρίσκονται εἰς τὰ ἄκρα εὐθείας $A_1A_2 = a$, ἐπὶ τῆς ὁποίας δύναται νὰ κινήται ἐλευθέρως μάζα m . Εἰς ποίαν θέσιν ἐπὶ τῆς εὐθείας αὐτῆς θὰ ἰσοροπῇ ἡ μάζα m ;

123. Ἡ ἀπόστασις τῶν κέντρων τῆς Γῆς καὶ τῆς Σελήνης εἶναι $60 R$, ὅπου R εἶναι ἡ ἀκτίς τῆς Γῆς. Ὁ λόγος τῶν μαζῶν τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι $81 : 1$. Εἰς πόσῃν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ κέντρον τῆς Γῆς πρέπει νὰ εὐρεθῇ σῶμα, ὥστε τοῦτο νὰ ἰσοροπῇ ;

124. Ἡ μᾶζα τῆς Σελήνης εἶναι τὰ 0,0123 τῆς μάζης τῆς Γῆς, ἡ δὲ μέση ἀκτίς τῆς Σελήνης εἶναι 1 738 km. Πόση εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πτώσεως τῶν σωμάτων εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Σελήνης; Μᾶζα τῆς Γῆς: $6 \cdot 10^{27}$ gr.

125. Σῶμα ἀφήνεται εἰς τὴν Γῆν νὰ πέσῃ ἐλευθέρως ἀπὸ ὕψος 100 m. Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ ἀφεθῆ νὰ πέσῃ εἰς τὴν Σελήνην τὸ σῶμα, ὥστε ἡ τελικὴ ταχύτης του νὰ εἶναι ἴση μετ' ἐκείνην, τὴν ὁποίαν εἶχεν, ὅταν ἔφθασεν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς Γῆς;

126. Πλοῖον ἔχει μᾶζαν $m = 40\,000$ tn. Νὰ εὐρεθῆ πόση εἶναι ἡ φυγόκεντρος δύναμις, ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπ' αὐτοῦ, ὅταν εὐρίσκειται ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ. Ἡ Γῆ εἶναι σφαιρικὴ καὶ ἔχει ἀκτίνα 6 370 km. $g = 10^3$ cm/sec².

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

128. Συστήματα μονάδων.— Κατὰ τὴν μελέτην τῶν διαφόρων φαινομένων ἐγνωρίσαμεν διάφορα φυσικὰ μεγέθη, ἕκαστον τῶν ὁποίων μετρεῖται μετ' ἰδιαιτέραν μονάδα. Διὰ νὰ διευκολυνώμεθα εἰς τὴν ἐκλογὴν τῶν μονάδων ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς: Ἐκλέγομεν αὐθαιρέτως τρία μεγέθη, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **θεμελιώδη**. Αἱ μονάδες, μετὰ τὰς ὁποίας μετροῦνται τὰ θεμελιώδη μεγέθη, καλοῦνται **θεμελιώδεις μονάδες**. Τότε αἱ μονάδες τῶν ἄλλων μεγεθῶν εὐρίσκονται εὐκόλως. Αἱ οὕτως εὐρίσκόμεναι μονάδες καλοῦνται **παράγωγοι μονάδες**. Αἱ τρεῖς θεμελιώδεις μονάδες καὶ αἱ προκύπτουσαι παράγωγοι μονάδες ἀποτελοῦν ἓν **σύστημα μονάδων**. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται τὸ **σύστημα μονάδων C.G.S.** (§ 16), εἰς τὸ ὁποῖον ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ **μῆκος**, ἡ **μᾶζα** καὶ ὁ **χρόνος**. Αἱ θεμελιώδεις μονάδες τοῦ συστήματος C.G.S. εἶναι τὸ ἑκατοστόμετρον (1 cm), τὸ γραμμάριον μάζης (1 gr) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec). Εἰς τὸν πίνακα 3 ἀναγράφονται αἱ συνηθέστεραι μονάδες τοῦ συστήματος C.G.S., τὰς ὁποίας ἐγνωρίσαμεν κατὰ τὴν μελέτην διαφόρων φαινομένων.

129. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων.— Εἰς τὰς τεχνικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιεῖται τὸ **τεχνικὸν σύστημα μονάδων** ἢ **σύ-**

στημα μονάδων M.K*.S., εις τὸ ὅποιον ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ μῆκος, ἡ δύναμις καὶ ὁ χρόνος

Θεμελιώδεις μονάδες τοῦ τεχνικοῦ συστήματος μονάδων εἶναι τὸ μέτρον (1 m), τὸ χιλιόγραμμα βάρους (1 kgr*) καὶ τὸ δευτερόλεπτον (1 sec).

Ἀπὸ τὰς τρεῖς αὐτὰς θεμελιώδεις μονάδας προκύπτουν διάφοροι παράγωγοι μονάδες. Οὕτως ὡς μονὰς ταχύτητος λαμβάνεται τὸ 1 m/sec. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι ὡς μονὰς ἐπιτάχυνσεως λαμβάνεται τὸ 1 m/sec².

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων ἡ μονὰς μάζης εἶναι παράγωγος μονὰς καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν :

$F = m \cdot \gamma$. Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν $m = \frac{F}{\gamma}$ θέσωμεν $F = 1 \text{ kgr*}$ καὶ $\gamma = 1 \text{ m/sec}^2$, εὐρίσκομεν $m = 1$, ἥτοι τὴν μονάδα μάζης εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα :

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς μάζης λαμβάνεται ἡ μᾶζα ἐκείνη, ἡ ὁποία ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 1 kgr* ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν 1 m/sec²

$$1 \text{ μονὰς μάζης T.Σ.} = \frac{1 \text{ kgr*}}{1 \text{ m/sec}^2} = 1 \frac{\text{kgr*}}{\text{m/sec}^2}$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $B = m \cdot g$ εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$1 \text{ kgr*} = 1000 \text{ gr} \cdot 981 \text{ cm/sec}^2 = 981 \text{ 000 dyn}$$

Ἐπομένως ἀπὸ τὸν ἀνωτέρω ὄρισμὸν τῆς μονάδος μάζης τοῦ T.Σ. εὐρίσκομεν :

$$1 \text{ μονὰς μάζης T.Σ.} = \frac{981 \text{ 000 dyn}}{100 \text{ cm/sec}^2} = 9 \text{ 810 gr}$$

$$1 \text{ μονὰς μάζης T.Σ.} = 9,810 \text{ kgr}$$

Εἰς τὸν πίνακα 3 δίδονται αἱ συνηθέστεραι μονάδες τοῦ τεχνικοῦ συστήματος καὶ ἡ ἀντιστοιχία τούτων πρὸς τὰς μονάδας τοῦ συστήματος C.G.S.

129α. Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων.— Τὸ σύστημα μονάδων C.G.S. καλύπτει τὰς ἀνάγκας τῆς Φυσικῆς, παρουσιάζει ὅμως τὸ μειονέκτημα ὅτι αἱ μονάδες του εἶναι πολὺ μικραὶ διὰ τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς. Τὸ τεχνικὸν σύστημα μονάδων εἶναι χρήσιμον εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς, ἰδίως τῆς Μηχανικῆς, δὲν ἐπεκτείνεται ὅμως καὶ εἰς τὰ ἠλεκτρικὰ μεγέθη. Διὰ τὰ ἐνοποιηθῆ ἡ μέτρησις τῶν διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν, ἀπεφασίσθη διεθνῶς (1956) ἡ χρησιμοποίησις νέου συστήματος μονάδων, τὸ ὁποῖον καλεῖται **πρακτικὸν σύστημα μονάδων**.

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς θεμελιώδη μεγέθη λαμβάνονται τὸ **μῆκος**, ἡ **μᾶζα**, ὁ **χρόνος** καὶ ἡ **ἐντάσις** τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος.

Θεμελιώδεις μονάδες τοῦ πρακτικοῦ συστήματος μονάδων εἶναι τὸ μέτρον (1 m), τὸ χιλιόγραμμον μάζης (1 kg.), τὸ δευτερόλεπτον (1 sec) καὶ τὸ ἄμπέρ (1 A).

Τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων σημειώνεται συντόμως M.K.S.A. (ἀπὸ τὰ ἀρχικὰ γράμματα τῶν μονάδων metre, kilogramme, seconde, Ampère). Ἀπὸ τὰς ἀνωτέρω θεμελιώδεις μονάδας προκύπτουν διάφοροι παράγωγοι μονάδες. Οὕτως εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα ὡς μονάς ταχύτητος λαμβάνεται τὸ 1 m/sec. Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι ὡς μονάς ἐπιταχύνσεως λαμβάνεται τὸ 1 m/sec².

Μονὰς δυνάμεως. Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ἡ μονὰς δυνάμεως εἶναι παράγωγος μονάς (ὅπως εἰς τὸ σύστημα C.G.S.) καὶ ὀρίζεται ἀπὸ τὴν θεμελιώδη ἐξίσωσιν :

$$F = m \cdot \gamma$$

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν θέσωμεν $m = 1 \text{ kg}$ καὶ $\gamma = 1 \text{ m/sec}^2$, εὐρίσκομεν $F = 1$, ἤτοι τὴν μονάδα δυνάμεως εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα:

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς δυνάμεως λαμβάνεται ἡ δύναμις, ἡ ὁποία, ἐνεργοῦσα ἐπὶ μάζης 1 kg, προσδίδει εἰς

αυτήν επιτάχυνσιν 1 m/sec^2 . Ἡ μονὰς αὕτη τῆς δυνάμεως καλεῖται Newton (1 N).

$$1 \text{ Newton (1 N)} = 1 \text{ kgr} \cdot 1 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \quad \eta \quad 1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kgr} \cdot \text{m}}{\text{sec}^2}$$

Ἀπὸ τὸν ὀρισμὸν τῆς μονάδος Newton προκύπτει ὅτι εἶναι :
 $1 \text{ Newton} = 1000 \text{ gr} \cdot 100 \text{ cm/sec}^2$ ἤτοι $1 \text{ Newton} = 10^5 \text{ dyn}$.

Εἶναι γνωστὸν, ὅτι $1 \text{ kgr}^* = 9,81 \cdot 10^5 \text{ dyn}$. Ἄρα μεταξὺ τῆς μονάδος δυνάμεως Newton (1 N) καὶ τῆς γνωστῆς μονάδος χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr^*) ὑπάρχει ἡ ἀκόλουθος σχέσις :

$$1 \text{ kgr}^* = 9,81 \text{ N} \quad \text{καὶ} \quad 1 \text{ N} = 0,102 \text{ kgr}^*$$

Μονὰς ἔργου. Ἡ μονὰς ἔργου ὀρίζεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν :
 $W = F \cdot s$. Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν θέσωμεν $F = 1 \text{ N}$ καὶ $s = 1 \text{ m}$, εὐρίσκομεν $W = 1$, ἤτοι τὴν μονάδα ἔργου εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων. Ἄρα :

$$1 \text{ μονὰς ἔργου M.K.S.A.} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}$$

Ἐὰν εἰς τὴν ἀνωτέρω σχέσιν θέσωμεν $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn}$ καὶ $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$, εὐρίσκομεν :

$$1 \text{ μονὰς ἔργου M.K.S.A.} = 10^5 \text{ dyn} \cdot 10^2 \text{ cm} = 10^7 \text{ erg}$$

Εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς ἔργου προκύπτει τὸ 1 Joule .

$$1 \text{ μονὰς ἔργου M.K.S.A.} = 1 \text{ Joule}$$

Συνεπῶς εἰς τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων ὡς μονὰς ἰσχύος λαμβάνεται τὸ 1 Watt ($= 1 \text{ Joule/sec}$).

Οὕτω τὸ πρακτικὸν σύστημα μονάδων παρουσιάζει τὸ μέγα πλεονέκτημα, ὅτι ὡς μονάδες ἔργου καὶ ἰσχύος προκύπτουν τὸ Joule καὶ τὸ Watt, αἱ ὁποῖαι εἶναι αἱ ἐπικρατοῦσαι σήμερον μονάδες εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς. Εἰς τὸν πίνακα 3 ἀναφέρονται αἱ συνηθέστεραι μηχανικαὶ μονάδες τοῦ πρακτικοῦ συστήματος μονάδων.

Παράδειγμα. Σῶμα βάρους 60 kgr^* κινεῖται μὲ ταχύτητα 144 km/h .

Νά εὑρεθῆ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἰς τὰ τρία συστήματα μονάδων.

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος δίδεται γενικῶς ἀπὸ τὴν γνωστὴν ἐξίσωσιν:

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Σύστημα C. G. S. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῆ εἰς erg.

Ἐχομεν: $m = 6 \cdot 10^4 \text{ gr}$ καὶ $v = \frac{144\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ sec}} = 40 \text{ m/sec}$ ἢ $v = 4 \cdot 10^3 \text{ cm/sec}$.

Ἄρα: $W = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10^4 \cdot 16 \cdot 10^6 = 48 \cdot 10^{10} \text{ erg}$

Τεχνικὸν σύστημα (M.K*.S.). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῆ εἰς kgr*m.

Ἐχομεν: $m = \frac{60}{9,81} \frac{\text{kgr}^*}{\text{m/sec}^2}$ καὶ $v = 40 \text{ m/sec}$

Ἄρα: $W = \frac{1}{2} \cdot \frac{60}{9,81} \cdot 40^2 = \frac{48\,000}{9,81} = 4892,96 \text{ kgr}^* \text{m}$

Πρακτικὸν σύστημα (M.K.S.A.). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ κινητικὴ ἐνέργεια θὰ εὑρεθῆ εἰς Joule.

Ἐχομεν: $m = 60 \text{ kgr}$ καὶ $v = 40 \text{ m/sec}$

Ἄρα: $W = \frac{1}{2} \cdot 60 \cdot 40^2 = 48 \cdot 10^3 \text{ Joule}$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

127. Σῶμα ἔχει μᾶζαν $9,81 \text{ tn}$. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα του εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;

128. Σῶμα βάρους 100 kgr^* μεταφέρεται εἰς ὕψος 20 m . Πόση εἶναι ἡ δυναμικὴ του ἐνέργεια εἰς τὸ σύστημα C.G.S. καὶ εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;

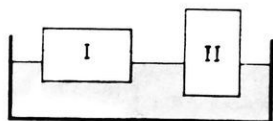
129. Αὐτοκίνητον βάρους 2 tn^* κινεῖται μὲ ταχύτητα 72 km/h . Πόση εἶναι ἡ κινητικὴ του ἐνέργεια εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα καὶ εἰς τὸ σύστημα C.G.S.;

130. Σῶμα μάζης $19,62 \text{ kgr}$ κινεῖται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως μὲ ἐπιτάχυνσιν 4 m/sec^2 . Πόση εἶναι ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα;

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΓΕΝΙΚΑΙ ΕΝΝΟΙΑΙ

130. Όρισμός τῆς πιέσεως.—Όταν στερεόν σῶμα στηρίζεται ἐπὶ ἄλλου σώματος, τότε ἡ παραμόρφωσις τοῦ ὑπστηρίγματος δὲν ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀλλὰ καὶ ἀπὸ τὸ μέγεθος τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας. Ἔστω π.χ. ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἀπὸ σίδηρον. Τοποθετοῦμεν τὸ σῶμα τοῦτο μὲ προσοχὴν ἐπὶ στρώματος ἄμμου, τοῦ ὁποίου ἡ ἐπιφάνεια εἶναι ὀριζοντία (σχ. 124). Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ σῶμα εἰσχωρεῖ περισσότερο ἐντὸς τῆς ἄμμου, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια στηρίξεως τοῦ σώματος γίνεται μικροτέρα. Ἡ παραμόρφωσις δηλαδὴ αὐξάνει, ὅταν αὐξάνη καὶ τὸ



Σχ. 124. Εἰς τὴν θέσιν II τὸ σῶμα ἀσκεῖ μεγαλύτεραν πίεσιν.

πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος διὰ τοῦ ἔμβαδοῦ τῆς πιεζομένης ἐπιφανείας σ .

Πίεσις καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τοῦ ἔμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐνεργεῖ ἡ δύναμις.

$$\text{πίεσις} = \frac{\text{δύναμις}}{\text{ἐπιφάνεια}} \quad p = \frac{F}{\sigma}$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἐνδιαφερόμεθα νὰ ἐλαττώσωμεν ἢ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφερομένην πίεσιν. Οὕτω π.χ. διὰ νὰ βαδίσωμεν ἐπὶ στρώματος χιόνος χρησιμοποιοῦμεν εἰδικὰ πέδιλα, τὰ ὅποια ἔχουν μεγάλην ἐπιφάνειαν· ἐπίσης ἐφοδιάζομεν τοὺς τροχοὺς τῶν τρακτέρ μὲ προεξοχὰς διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, ὥστε νὰ βυθίζωνται ὀλιγώτερον ἐντὸς τοῦ μαλακοῦ ἐδάφους. Ἀντιθέτως, διὰ νὰ διευκολύνωμεν τὴν εἰσχώρησιν ἐνὸς στερεοῦ ἐντὸς ἄλλου, φροντίζομεν νὰ περιορίσωμεν σημαντικῶς τὴν ἐπιφάνειαν ἐπαφῆς, π.χ. εἰς τὰς βελόνας καὶ τὰ τέμνοντα ὄργανα (ψαλίδι, μαχαῖρι κ.ά.).

Εἰς τὸ σύστημα C.G.S. ὡς μονὰς πιέσεως λαμβάνεται ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δύναμις μιᾶς δύνης ἐπὶ ἐνὸς τετραγωνικοῦ ἑκατοστομέτρου (1 dyn/cm^2).

Ὡς πρακτικὴ μονὰς πίεσεως λαμβάνεται ἡ **τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα** (1 at), ἥτοι ἡ πίεσις τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ δυνάμις 1 kgr* ἐπὶ 1 cm². Ἄλλη μικροτέρα πρακτικὴ μονὰς πίεσεως εἶναι ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ δυνάμις 1 gr* ἐπὶ 1 cm² (1 gr*/cm²).

Μονάδες πίεσεως

1 μονὰς πίεσεως C.G.S.	= 1 dyn/cm ²
1 τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα (1 at)	= 1 kgr*/cm ²
1 gr*/cm ²	= 981 dyn/cm ²

131. Τὰ ρευστὰ σώματα.— Καλοῦνται **ρευστὰ**, τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ ρέουν, δηλαδή ἐκεῖνα τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ μεταβάλλουν τὸ σχῆμα των ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς πολὺ μικρᾶς δυνάμεως. Τὰ μέρια τῶν ρευστῶν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν εὐκόλως ἐπὶ τῶν γειτονικῶν μορίων. Διὰ τοῦτο τὰ ρευστὰ λαμβάνουν τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου ἐντὸς τοῦ ὁποίου εὐρίσκονται. Διακρίνομεν δύο κατηγορίας ρευστῶν :

α) Τὰ **ἀσυμπιέστα ρευστὰ**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἢ ὁποῖα ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάρχονται τὰ **ὕγρὰ**. Ἐπομένως τὰ ὕγρὰ ἔχουν ὀρισμένον ὄγκον καὶ παρουσιάζουν ἐλευθέρην ἐπιφάνειαν.

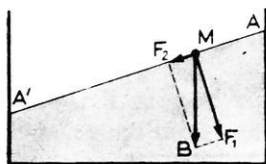
β) Τὰ **συμπιεστὰ ρευστὰ**, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν πίεσιν, ἢ ὁποῖα ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν. Εἰς τὴν κατηγορίαν αὐτὴν τῶν ρευστῶν ὑπάρχονται τὰ **ἀέρια**.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΥΓΡΩΝ

ΥΑΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

132. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τῶν ὑγρῶν.— Ἐὰν θεωρήσωμεν ἓν ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον εὐρίσκαται μόνον τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Τὰ μέρια τὰ ἀποτελοῦντα τὸ ὑγρὸν εἶναι εὐκίνητα καὶ δύνανται νὰ μετατοπίζωνται εὐκόλως. Ὡστε ἡ κατάστασις ἰσορροπίας τοῦ ὑγροῦ εἶναι ἀπο-

τέλεσμα τῆς ἰσορροπίας ἐκάστου μορίου. Ἐάν λοιπὸν υποθέσωμεν ὅτι

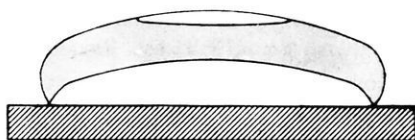


Σχ. 125. Τὸ μόνιον Μ θὰ ἐκινεῖτο ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς F_2 .

ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἐνὸς ἡρεμοῦντος ὑγροῦ δὲν εἶναι ὀριζοντία, τότε τὸ βάρος Β ἐνὸς ἐπιφανειακοῦ μορίου Μ (σχ. 125) δύναται νὰ ἀναλυθῇ εἰς δύο συνιστώσας δυνάμεις F_1 καὶ F_2 . Ἡ F_1 εἶναι κάθετος πρὸς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν καὶ ἐξουδετερώνεται ἀπὸ τὴν ἀντίδρασιν τῶν ὑποκειμένων μορίων (διότι τὸ ὑγρὸν εἶναι ἀσυμπίεστον). Ἡ F_2 κεῖται ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφάνειας καὶ δὲν ἐξουδετερώνεται· ἄρα θὰ κινήσῃ τὸ μόνιον κατὰ τὴν διεύθυνσίν της καὶ ἐπομένως δὲν ὑφίσταται κατάστασις ἰσορροπίας. Ἡ ἐπιφανειακὴ συνιστώσα F_2 εἶναι ἴση μὲ μηδέν, μόνον ὅταν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ὀριζοντία. Ὡστε :

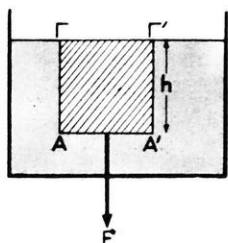
Ὅταν ὑγρὸν ἰσορροπῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ εἶναι ὀριζοντία.

Ἐφαρμογὴν τῆς ἀνωτέρω ιδιότητος τῶν ὑγρῶν ἀποτελεῖ ἡ ἀεροστάθμη (σχ. 126), ἡ ὁποία χρησιμεύει διὰ τὴν ἐξασφάλισιν τῆς ὀριζοντιότητος διαφόρων ἐπιφανειῶν.



Σχ. 126. Ἀεροστάθμη.

133. Πίεσις ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ.—

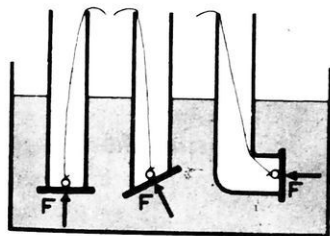


Σχ. 127. Μέτρσις τῆς ὑδροστατικῆς πίεσεως.

ἄσφαινον ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον ἰσορροπεῖ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του. Φανταζόμεθα μίαν ομάδα μορίων τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν μικρὰν ὀριζοντίαν ἐπιφάνειαν AA' ἔχουσαν ἐμβαδὸν σ (σχ. 127). Ἐπὶ τῆς ἐπιφάνειας αὐτῆς ἐνεργεῖ δύναμις F , ἡ ὁποία ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῆς ὑπερκειμένης στήλης τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποῖα ἔχει ὕψος h . Ἡ δύναμις F ἐνεργεῖ καθέτως ἐπὶ τῆς ἐπιφάνειας AA' καὶ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τῆς ὑγρᾶς στήλης $AA'TG'$, ἡ ὁποῖα ἔχει

ρος τῆς στήλης τοῦ ὑγροῦ εἶναι $F = V \cdot \rho$, ἤτοι εἶναι $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$. Συμ-
φώνως πρὸς τὸν ὀρισμὸν τῆς πίεσεως (§ 130) εἰς πᾶν σημεῖον τῆς
ἐπιφανείας AA' ἐπιφέρεται πίεσις : $p = \frac{F}{\sigma}$ ἤτοι $p = h \cdot \rho$.

Ἡ πίεσις αὕτη καλεῖται **ὕδροστατική πίεσις** καὶ ὀφείλεται εἰς
τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων μορίων τοῦ ὑγροῦ. Τὴν ὑπαρξίν τῆς ὕδρο-
στατικῆς πίεσεως ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς ὡς ἐξῆς: Ἡ μία βάσις
ὕαλινου κυλίνδρου κλείεται ὕδατοστεγῶς μὲ μικρὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος
συγκρατεῖται μὲ τὴν βοήθειαν λεπτοῦ νήματος (σχ. 128). Βυθίζομεν
τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ κυλίνδρου ἐντὸς
ὑδάτος. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ δίσκος μέ-
νει προσκεκολλημένος ἐπὶ τοῦ κυλίν-
δρου, ὁ π ω σ δ ἦ π ο τ ε καὶ ἂν κλί-
νωμεν τὸν κύλινδρον. Ὁ δίσκος συγ-
κρατεῖται εἰς τὴν θέσιν του ἀπὸ τῆν
ἐπ' αὐτοῦ ἐνεργοῦσαν δύναμιν F , ἡ ὁ-
ποία ὀφείλεται εἰς τὴν ὕδροστατικὴν
πίεσιν. Ὁ δίσκος ἀποσπᾶται, ὅταν ὁ
κύλινδρος πληρωθῇ μὲ ὕδωρ μέχρι τῆς
ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδάτος εἰς τὸ
ἐξωτερικὸν δοχεῖον. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἐξῆς συμ-
περάσματα :



Σχ. 128. Πειραματικὴ ἀπόδειξις
τῆς ὕδροστατικῆς πίεσεως.

I. Πᾶσα ἐπιφάνεια, εὑρισκομένη ἐντὸς ἡρεμοῦντος ὑγροῦ, ὑπί-
σταται ὕδροστατικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν ἐπιφά-
νειαν καὶ ἀνεξάρτητος τοῦ προσανατολισμοῦ τῆς ἐπιφανείας.

II. Ἡ ὕδροστατικὴ πίεσις (p) εἰς ἓν σημεῖον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ
μετρεῖται μὲ τὸ βάρος τῆς ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν 1 cm^2
καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν (h) τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τῆς
ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

$$\text{ὕδροστατικὴ πίεσις : } p = h \cdot \rho$$

Ἐὰν θεωρήσωμεν ἐντὸς τοῦ ἡρεμοῦντος ὑγροῦ ἓν ὀριζόντιον
ἐπίπεδον εὑρισκόμενον εἰς βάθος h κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφα-
νειας τοῦ ὑγροῦ. Τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ἐπιπέδου τούτου ἡ πίε-
σις εἶναι σταθερὰ (διότι εἶναι $p = h \cdot \rho = \text{σταθ.}$).

134. Μέτρησης τῆς πίεσεως διὰ τοῦ ὕψους στήλης ὑδαργύρου.— Ἐὰς θεωρήσωμεν μίαν στήλην ὑδαργύρου, ἣ ὅποια ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος h . Ἐὰν ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδαργύρου, τότε πᾶν σημεῖον τῆς βάσεως αὐτῆς τῆς στήλης δέχεται πίεσιν :

$$p = h \cdot \rho$$

Οὕτως, ἂν εἶναι $\rho = 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$ καὶ $h = 10 \text{ cm}$, ἡ βάσις τῆς στήλης τοῦ ὑδαργύρου δέχεται πίεσιν : $p = 10 \cdot 13,6 = 136 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$, ἥτοι πίεσιν ἴσην μὲ τὸ βάρος στήλης ὑδαργύρου ὕψους 10 cm . Χάριν συντομίας λέγομεν ὅτι ἡ θεωρουμένη πίεσις εἶναι 10 cm ὑδαργύρου καὶ τὴν σημειώνομεν :

$$p = 10 \text{ cm Hg.}$$

Ἐντὶ τοῦ ὑδαργύρου δύναται νὰ ληφθῇ οἰονδήποτε ὑγρὸν.

135. Θεμελιώδης ἀρχὴ τῆς ὑδροστατικῆς.— Ἐὰς λάβωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 129), τὰ ὅποια εὐρίσκονται ἀντιστοιχῶς εἰς βάθος h_1 καὶ h_2 . Ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A εἶναι :

$$p_1 = h_1 \cdot \rho \quad (\text{ὅπου } \rho \text{ παριστᾷ τὸ εἰδικὸν βάρος}).$$

Ἡ ἴδια πίεσις ἀντιστοιχεῖ καὶ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὅποια εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου τοῦ διερχομένου διὰ τοῦ σημείου A . Ὅμοίως εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου, τὸ ὅποιον διέρχεται διὰ τοῦ σημείου B , ἡ πίεσις εἶναι

$$p_2 = h_2 \cdot \rho.$$

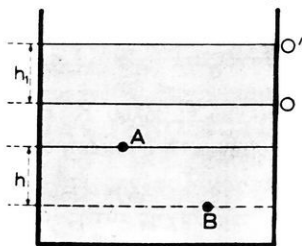
Ἐπομένως ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξὺ τῶν σημείων A καὶ B ἰσοῦται μὲ τὴν διαφορὰν τῶν πίεσεων, αἱ ὅποια ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ δύο ὀριζόντια ἐπίπεδα :

$$p_2 - p_1 = h_2 \cdot \rho - h_1 \cdot \rho = (h_2 - h_1) \cdot \rho$$

Ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξὺ δύο σημείων ἡρεμοῦντος ὑγροῦ εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὑγροῦ, ἣ ὅποια ἔχει βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν (h) τῶν δύο σημείων :

$$\text{διαφορὰ πίεσεως : } p_2 - p_1 = h \cdot \rho$$

136. Μετάδοσις τῶν πιέσεων.— Ἐὰν λάβωμεν ἐντὸς τοῦ ἰσορροποῦντος ὑγροῦ δύο σημεῖα A καὶ B (σχ. 301), εἰς τὰ ὁποῖα αἱ πιέσεις εἶναι p_A καὶ p_B , τότε μεταξὺ τῶν δύο αὐτῶν σημείων ὑπάρχει διαφορὰ πίεσεως :



Σχ. 130. Μετάδοσις τῆς πίεσεως.

$$p_B - p_A = h \cdot \rho$$

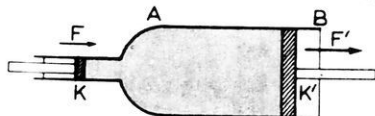
Ἐὰν προσθέσωμεν εἰς τὸ δοχεῖον νέαν ποσότητα ὑγροῦ, ὥστε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ νὰ ἀνέλθῃ ἕως τὸ O' , τότε ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ $p_1 = h_1 \cdot \rho$. Ἐπομένως ἡ πίεσις εἰς τὰ σημεῖα A καὶ B γίνεται ἀντιστοίχως :

$$(p_1 + p_A) \quad \text{καὶ} \quad (p_1 + p_B)$$

Ἡ διαφορὰ πίεσεως μεταξὺ τῶν σημείων A καὶ B εἶναι πάλιν ἴση μὲ $h \cdot \rho$. Τὸ ἐξαγόμενον τοῦτο φανερώνει, ὅτι, ἂν κατὰ οἰονδήποτε τρόπον αὐξηθῇ ἡ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A κατὰ p_1 , τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ὑγροῦ ἡ πίεσις αὐξάνεται κατὰ τὸ αὐτὸ ποσόν. Ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἀκόλουθον γενικὸν συμπέρασμα, τὸ ὁποῖον εἶναι γνωστὸν ὡς **ἀρχὴ τοῦ Πασκάλ :**

Ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ ἡρεμοῦντος ὑγροῦ, μεταδίδεται ἡ αὐτὴ πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal. — Ἄς λάβωμεν δοχεῖον πλήρες ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον κλείεται μὲ δύο ἔμβολα K καὶ K' (σχ. 131). Ἡ ἐπιφάνεια σ' τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι ν φορὰς μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν σ τοῦ ἐμβόλου K, ἤτοι εἶναι $\sigma' = \nu \cdot \sigma$. Ἐφαρμόζομεν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K μίαν δύναμιν F. Τότε ἐπὶ ἑνὸς τμήματος τῆς ἐπιφάνειας τοῦ ἐμβόλου K', τὸ ὁποῖον ἔχει ἐμβαδὸν σ ἴσον μὲ τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφάνειας τοῦ ἐμβόλου K, θὰ ἐνεργῇ ἡ ἰδία δύναμις F. Ἄρα ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K' θὰ ἐνεργῇ δύναμις $F' = \nu \cdot F$. Γενικῶς, ἂν F καὶ F' εἶναι αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐφαρμόζονται ἐπὶ τῶν δύο ἐμβόλων καὶ σ, σ'

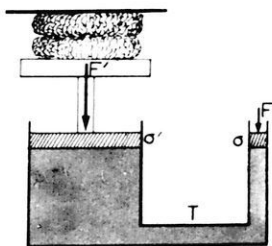


Σχ. 131. Ἐφαρμογὴ τῆς μετάδοσεως τῆς πίεσεως.

είναι τὰ ἐμβαδὰ τῶν ἐπιφανειῶν αὐτῶν, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Pascal, θὰ ἔχωμεν τὴν σχέσιν :

$$p = \frac{F}{\sigma} = \frac{F'}{\sigma'} \quad \eta \quad F' = F \cdot \frac{\sigma'}{\sigma}$$

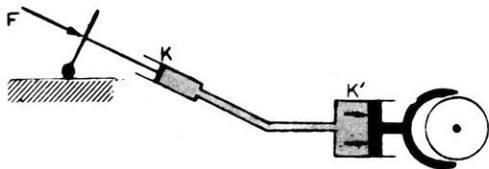
Ἡ δύναμις F' , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ καθέτως ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου K' εἶναι πολὺ μ ε γ α λ υ τ ἔ ρ α ἀπὸ τὴν δύναμιν F . Ἐπομένως ἡ συσκευή αὕτη πολλαπλασιάζει σημαντικῶς τὰς δυνάμεις τὰς ἐφαρμοζομένας ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου. Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται τὸ **ὕδραυλικὸν πιεστήριον** (σχ. 132). Ἐὰν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργῇ δύναμις F , τότε τὸ μεγαλύτερον ἔμβολον τείνει νὰ ἀνυψωθῇ· διὰ νὰ διατηρηθῇ εἰς ἰσοροπίαν, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μίαν δύναμιν F' , ἡ ὁποία προσδιορίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν : $\frac{F'}{F} = \frac{\sigma'}{\sigma}$. Ἐὰν



Σχ. 132. Ὑδραυλικὸν πιεστήριον.

λοιπὸν ἢ σ' εἶναι 10, 100, 1000... φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν σ , τότε καὶ ἡ F' θὰ εἶναι 10, 100, 1000... φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν F . Τὸ μέγαλον ἔμβολον, ὠθούμενον πρὸς τὰ ἄνω, ἀνυψώνει τὴν τράπεζαν, ἐπὶ τῆς ὁποίας τοποθετεῖται τὸ πρὸς συμπίεσιν σῶμα. Τὸ ὕδραυλικὸν πιεστήριον χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ἐξαγωγήν τῶν ἐλαίων ἀπὸ διαφόρους καρπούς ἢ σπέρματα, διὰ τὴν συσκευασίαν τῶν ἀχύρων, τοῦ βάμβακος, διὰ τὴν ἀνύψωσιν βαρέων ἀντικειμένων κ.ἄ.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῆς ὕδραυλικῆς τροχοπέδης (ὕδραυλικὸν φρένο) τοῦ αὐτοκινήτου, εἰς τὴν ὁποίαν ἢ ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐφαρμόζομένη πίεσις μεταβιβάζεται διὰ τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ μέγαλον ἔμβολον (σχ. 133).



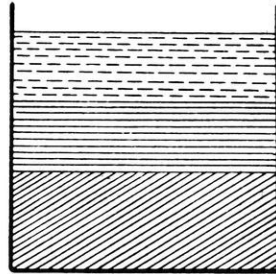
Σχ. 133. Ὑδραυλικὴ τροχοπέδη.

137. Ἴσοροπία μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.— Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ δοχείου θέτομεν διάφορα ὑγρά, τὰ ὁποῖα δὲν ἀναμιγνύονται π.χ.

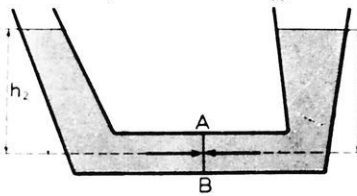
υδράργυρον, ὕδωρ καὶ πετρέλαιον. Ὄταν τὰ ὑγρά ταῦτα ἰσορροπήσουν, παρατηροῦμεν ὅτι διατάσσονται κατὰ τὴν σειρὰν τῆς πυκνότητός των καὶ ὅτι αἱ ἐπιφάνειαι διαχωρισμοῦ εἶναι ὀριζόντιοι (σχ. 134). Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ ἐκάστης ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ ἡ πίεσις εἶναι σταθερά (§ 133).

138. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.—

Δύο συγκοινωνοῦντα δοχεῖα περιέχουν τὸ ἴδιον ὑγρὸν, τοῦ ὁποίου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι ρ (σχ. 135). Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τοῦ ὑγροῦ αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτοῦ ἐντὸς τῶν δύο δοχείων εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐρμηνεύεται εὐκόλως. Ἄς θεωρήσω-



Σχ. 134. Ἴσορροπία τριῶν μὴ ἀναμιγνυομένων ὑγρῶν.

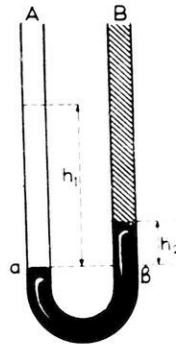


Σχ. 135. Συγκοινωνοῦντα δοχεῖα.

τὴν αὐτὴν πίεσιν. Ἄρα ἔχομεν: $h_1 \cdot \rho = h_2 \cdot \rho$ ἢ $h_1 = h_2$
Ἄπὸ τῆν σχέσιν αὐτὴν συνάγομεν ὅτι :

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν ὑγροῦ ἐντὸς συγκοινωνοῦντων δοχείων ἢ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς ὄλων τῶν δοχείων ἀνέρχεται μέχρι τοῦ αὐτοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου.

Ἐὰν ἐντὸς τῶν δύο συγκοινωνοῦντων δοχείων ὑπάρχουν δύο διάφορα ὑγρά μὴ ἀναμιγνυόμενα, τότε κατὰ τὴν ἰσορροπίαν τῶν ὑγρῶν αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι αὐτῶν δὲν εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ ἴδιου ὀριζοντίου ἐπιπέδου (σχ. 136). Ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου αβ, τὸ ὁποῖον εἶναι προέκτασις τῆς ἐπιφάνειας διαχωρισμοῦ τῶν δύο ὑγρῶν, ἡ πίεσις εἶναι ἡ αὐτή, δηλαδὴ τὰ



Σχ. 136. Ἴσορροπία δύο ὑγρῶν.

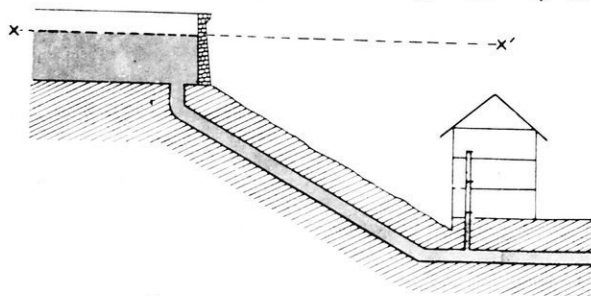
σημεία του επιπέδου αβ δέχονται την ίδιαν πίεσιν εκ μέρους εκάστου υγρού. Άρα ἔχομεν : $p_1 = p_2$, ἤτοι $h_1 \cdot \rho_1 = h_2 \cdot \rho_2$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συναγομεν ὅτι :

Κατὰ τὴν ἰσορροπίαν δύο μὴ ἀναμιγνυομένων υγρῶν ἐντὸς συγκοινωνούντων δοχείων τὰ ὕψη τῶν υγρῶν ἀνωθεν τῆς ἐπιφανείας διαχωρισμοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰ εἰδικὰ βάρη αὐτῶν.

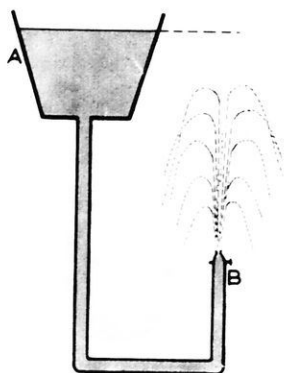
$$\text{συνθήκη ἰσορροπίας δύο υγρῶν : } \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

***139. Ἐφαρμογαὶ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων.**—α) Ἐ-

φαρμογὴν τοῦ νόμου τῶν συγκοινωνούντων δοχείων ἔχομεν εἰς τὴν διανομὴν τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῶν πόλεων. Τὸ ὕδωρ συγκεντρώνεται εἰς μίαν δεξαμενὴν (σχ. 137).



Σχ. 137. Διανομὴ τοῦ ὕδατος.



Σχ. 138. Πίδαξ.

Ἀπὸ τὴν δεξαμενὴν ἀναχωροῦν ἀγωγοί, μετὰ τοὺς ὁποίους συνδέεται τὸ δίκτυον ἐκάστης οἰκοδομῆς. Εἶναι φανερόν ὅτι, διὰ νὰ φθάσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὀρισμένον σημεῖον τῆς οἰκοδομῆς, πρέπει τὸ σημεῖον τοῦτο νὰ εὑρίσκηται κάτωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὴν δεξαμενὴν.

β) Ἐὰν τὸ δοχεῖον Α (σχ. 138) συγκοινωνῇ μετὰ τὸν σωλῆνα Β, ὁ ὁποῖος εἶναι ἀνοικτός εἰς τὸν ἀέρα, τότε τὸ ὑγρὸν σχηματίζει πίδακα. Τὸ ὕδωρ τοῦ πίδακος δὲν δύναται νὰ φθάσῃ τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ δοχείου Α, ἕνεκα τῆς τριβῆς τοῦ υγροῦ ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος καὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος.

γ) "Όταν ἐν ὑδριφόρον στρωμα περικλείεται μεταξύ δύο ὕδατο-στεγῶν στρωμάτων, τότε, ἂν διανοιχθῇ φρέαρ, τὸ ὕδωρ ἀναπηδᾷ σχηματίζον πίδακα· τὸ φρέαρ τοῦτο καλεῖται ἀρτεσιανόν.

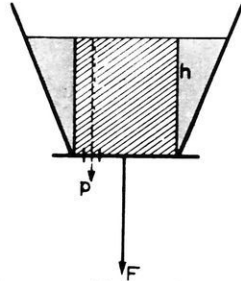
140. Δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου. —

Ἄς θεωρήσωμεν δοχεῖον (σχ. 139), τοῦ ὁποίου ὁ πυθμὴν εἶναι ὀριζόντιος. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει ὑγρὸν εὐρισκόμενον εἰς ἰσορροπίαν. Τὸ ὑγρὸν ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ καὶ ἡ ἀπόστασις τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ εἶναι h . Τότε εἰς πᾶν σημεῖον τοῦ πυθμένος ἡ πίεσις εἶναι $p = h \cdot \rho$. Ἐπομένως ἐφ' ὀλοκλήρου τοῦ πυθμένος, τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν εἶναι σ , ἐνεργεῖ κατακόρυφος δύναμις F διευθυνομένη ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἡ ὁποία ἔχει ἔντασιν :

$$F = p \cdot \sigma \quad \text{ἤτοι} \quad F = h \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις φανερώνει ὅτι :

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος μιᾶς κατακόρυφου στήλης ὑγροῦ, ἐχούσης βάσιν τὸν πυθμένα καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν τοῦ πυθμένος ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ.



Σχ. 139. Δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

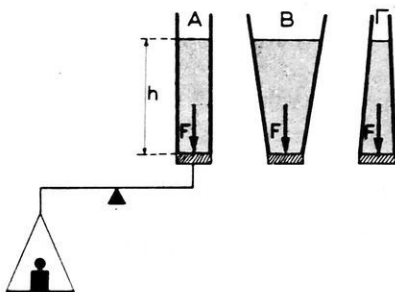
δύναμις ἀσκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος : $F = h \cdot \sigma \cdot \rho$

Ἄπὸ τὸν ἀνωτέρω νόμον συνάγεται ὅτι :

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου, εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ.

Τοῦτο ἀποδεικνύεται πειραματικῶς μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 140. Ἐπὶ καταλλήλου βάσεως δύνανται νὰ κοχλιοῦνται ὕαλινα δοχεῖα ἄνευ πυθμένος καὶ διαφορετικοῦ σχήματος. Ὡς πυθμὴν τοῦ δοχείου χρησιμεύει μεταλλικὸς δίσκος, ὁ ὁποῖος εἶναι στερεωμένος εἰς τὸ ἐν ἄκρον φάλαγγος ζυγοῦ. Ἐπὶ τοῦ δίσκου τοῦ ζυγοῦ, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἄλλο ἄκρον τῆς φάλαγγος τοῦ ζυγοῦ, θέτομεν σταθμὰ καὶ

οὕτως ὁ κινητὸς πυθμὴν κλείει ὑδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου A θέσωμεν ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάσῃ εἰς ὕψος h ἐντὸς τοῦ δοχείου A. Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ τὰ ἄλλα δοχεῖα B καὶ Γ, εὐρίσκομεν ὅτι ἡ δύναμις, ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ὕγρου ἐπὶ τοῦ κινητοῦ πυθμένους, εἶναι πάντοτε ἡ αὐτή, δηλαδὴ εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὸ ποσὸν τοῦ ὕγρου, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς τοῦ δοχείου.



Σχ. 140. Ἡ δύναμις ἢ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένους εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ σχήματος τοῦ δοχείου.

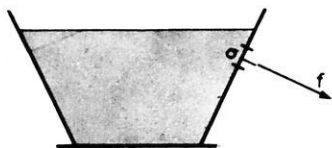
Παράδειγμα. Ὁ πυθμὴν μιᾶς δεξαμενῆς ἔχει ἐπιφάνειαν $\sigma = 2 \text{ m}^2$ καὶ ἀπέχει $h = 4 \text{ m}$ ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος. Ἡ πίεσις εἰς ὅλα τὰ σημεία τοῦ πυθμένους εἶναι :

$$p = h \cdot \rho = 400 \text{ cm} \cdot 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3 = 400 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$$

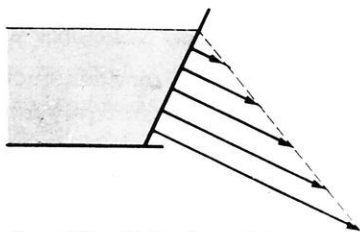
ἡ δὲ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένους, εἶναι :

$$F = p \cdot \sigma = 400 \text{ gr}^*/\text{cm}^2 \cdot 20\,000 \text{ cm}^2 = 8 \cdot 10^6 \text{ gr}^* = 8 \text{ tn}^*$$

141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.—Ἄς θεωρήσωμεν δοχεῖον, τοῦ ὁποῖου τὸ πλευρικὸν τοίχωμα εἶναι ἐπίπεδον (σχ. 141). Ἐπὶ μικρᾶς στοιχειώδους ἐπιφανείας σ τοῦ τοιχώματος ἐνεργεῖ ἡ κάθετος δύναμις $f = p \cdot \sigma$. Ἐφ' ὀλοκλήρου λοιπὸν τοῦ τοιχώματος ἐνε-



Σχ. 141. Δύναμις ἐπὶ πλευρικοῦ τοιχώματος.



Σχ. 142. Αἱ δυνάμεις βαίνουν αὐξανόμεναι.

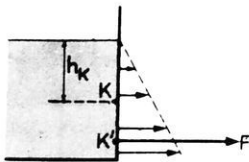
γοῦν δυνάμεις κάθετοι πρὸς τὸ τοίχωμα, τῶν ὁποίων αἱ ἐντάσεις βαίνουν αὐξανόμεναι καθ' ὅσον κατερχόμεθα ἐντὸς τοῦ ὕγρου (σχ. 142).

Αί δυνάμεις αὐταὶ ἔχουν μίαν συνισταμένην F , ἡ ὁποία εἶναι παράλληλος πρὸς αὐτάς, ἴση μὲ τὸ ἀλγεβρικὸν ἄθροισμὰ των καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον K' τοῦ συστήματος τῶν παραλλήλων δυνάμεων (κέντρον πιέσεως). Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν εὐρίσκεται ὅτι :

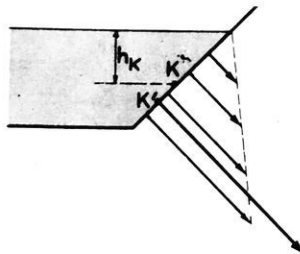
Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὑγρὸν ἐπὶ πλαγίου ἐπιπέδου τοιχώματος, εἶναι κάθετος πρὸς τὸ τοίχωμα καὶ ἴση μὲ τὸ βάρος στήλης ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τὴν πιεζομένη ἐπιφάνειαν (Σ) τοῦ τοιχώματος καὶ ὕψος τὴν ἀπόστασιν (h_K) τοῦ κέντρου βάρους τῆς ἐπιφανείας ἀπὸ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ· ἐφαρμόζεται δὲ εἰς ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον καλεῖται κέντρον πιέσεως.

$$\text{δύναμις ἐπὶ πλαγίου τοιχώματος: } F = \Sigma \cdot h_K \cdot \rho$$

Ἐὰν τὸ τοίχωμα εἶναι κατακόρυφον (σχ. 143), ἡ συνισταμένη F εἶναι ὀριζοντία. Ὄταν τὸ δο-



Σχ. 143. Ἡ συνισταμένη F εἶναι ὀριζοντία.

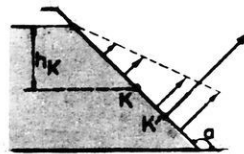


Σχ. 144. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω.

χεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω πλατύτερον (σχ. 144), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ κάτω· ἐνῶ ὅταν τὸ δοχεῖον εἶναι πρὸς τὰ ἄνω στενώτερον (σχ. 145), ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω.

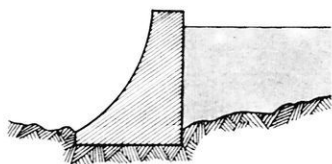
Εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, ὅπως εἶναι τὰ φράγματα, οἱ λιμενοβραχίονες, αἱ δεξαμεναὶ πλοίων κ.ἄ., λαμβάνονται πάντοτε ὑπ' ὄψιν αἱ πιέσεις τοῦ ὑγροῦ, διότι, ὅταν τὸ ὕψος τοῦ ὑγροῦ εἶναι σημαντικόν, αἱ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι.

Οὕτως εἰς μίαν δεξαμενὴν βάρους 10 μέτρων, κατακόρυφος τοῖχος



Σχ. 145. Ἡ συνισταμένη F διευθύνεται πρὸς τὰ ἄνω.

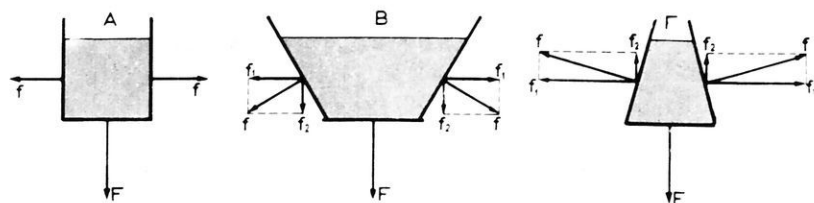
πλάτους 10 μέτρων (ἄρα ἐπιφανείας 100 m^2) θὰ ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως 500 τόννων. Τὸ σχῆμα 146 δεικνύει τὴν κατακόρυφον τομὴν ἑνὸς φράγματος· τὸ πάχος τοῦ φράγματος βαίνει ἀξονόμενον ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτως ἀποφεύγεται ἡ διάρρηξις καὶ ἡ ὀλίσθησις τοῦ φράγματος ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν



Σχ. 146. Τομὴ φράγματος.

τῶν μεγάλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται ἐπ' αὐτοῦ.

142. Δυνάμεις ἀσκούμεναι ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων.— Ἄς θεωρήσωμεν τρία δοχεῖα (σχ. 147), τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν βάσιν, διαφορετικὸν ὅμως σχῆμα. Ἐντὸς αὐτῶν ὑπάρχει ὕδωρ, τὸ ὁποῖον φθάνει εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ εἰς τὰ τρία δοχεῖα. Ἡ δυνάμις F , ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου πυθμένος, εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ



Σχ. 147. Ἡ δυνάμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐφ' ὅλων τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ὕγρου.

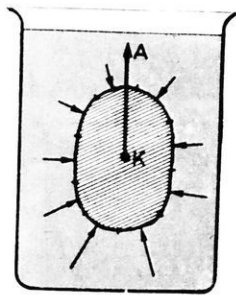
τὰ τρία δοχεῖα. Ἐὰν ζυγίσωμεν τὸ ὕγρον, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς ἐκάστου δοχείου, εὐρίσκομεν ὅτι τὸ βάρος τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου A εἶναι ἴσον μὲ τὴν δυνάμιν F , ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ πυθμένος· τὸ βάρος ὅμως τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου B εἶναι μεγαλύτερον, ἐνῶ τὸ βάρος τοῦ ὕγρου τοῦ δοχείου Γ εἶναι μικρότερον ἀπὸ τὴν δυνάμιν F .

Εἰς τὸν δίσκον τοῦ ζυγοῦ, ἐπὶ τοῦ ὁποίου θέτομεν τὸ δοχεῖον, ἐνεργοῦν: α) τὸ βάρος τοῦ δοχείου· β) ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὕγρον ἐπὶ τοῦ συνόλου τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου. Εἰς τὸ δοχεῖον A αἱ πλευρικοὶ δυνάμεις f εἶναι ὀριζόντιαι καὶ ἀναιροῦν ἢ μία τὴν ἄλλην· ἐπομένως ἐπὶ τοῦ ζυγοῦ ἐνεργεῖ μόνον ἡ δυνάμις F , τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὕγρον ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ

δοχείου Β ἐκάστη ἀπὸ τὰς πλευρικὰς δυνάμεις ἀναλύεται εἰς μίαν ὀριζοντίαν καὶ μίαν κατακόρυφον συνιστῶσαν· αἱ ὀριζόντιαι συνιστῶσαι f_1 ἀναιροῦν ἢ μία τὴν ἄλληλην, αἱ κατακόρυφοι ὅμως συνιστῶσαι f_2 ἔχουν συνισταμένην, ἣ ὅποια διευθύνεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω καὶ ἐπομένως πρὸς τὴν δύναμιν F , ἣ ὅποια ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Ἀντιθέτως, εἰς τὸ δοχεῖον Γ αἱ κατακόρυφοι συνιστῶσαι f_2 ἔχουν συνισταμένην, ἣ ὅποια διευθύνεται ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἐπομένως ἀφαιρεῖται ἀπὸ τὴν δύναμιν F , ἣ ὅποια ἐνεργεῖ ἐπὶ τοῦ πυθμένος. Γενικῶς εὐρίσκεται ὅτι :

Αἱ πιέσεις, τὰς ὁποίας ἐπιφέρει τὸ ὑγρὸν εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, δημιουργοῦν δυνάμεις ἐνεργοῦσας ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων· αἱ δυνάμεις αὗται ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἣ ὅποια εἶναι κατακόρυφος, διευθύνεται ἐκ τῶν ἄνω πρὸς τὰ κάτω, εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ὑγροῦ.

143. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους.— Ὅταν στερεὸν σῶμα εἶναι τελείως βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ, τότε εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος καὶ καθέτως πρὸς αὐτὴν ἐνεργοῦν δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ὀφείλονται εἰς τὴν ὑδροστατικὴν πίεσιν. Αἱ ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος ἐνεργοῦσαι πιέσεις δημιουργοῦν δυνάμεις· ὅλαι αὗται αἱ δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἣ ὅποια διευθύνεται κατακόρυφως πρὸς τὰ ἄνω καὶ διὰ τοῦτο καλεῖται ἄνωσις (σχ. 148). Ἔνεκα τῆς ἀνώσεως τὸ στερεὸν σῶμα φαίνεται ἐλαφρότερον, ὅταν εἶναι τελείως βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ. Πρῶτος ὁ Ἕλληγὴν Ἀρχιμήδης ἀνεκάλυψε πειραματικῶς ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐξασκεῖ ἄνωσιν ἐπὶ παντὸς σώματος βυθιζομένου ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ καὶ διετύπωσε τὸν ἀκόλουθον νόμον, ὁ ὁποῖος εἶναι γνωστὸς ὡς **ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους** :

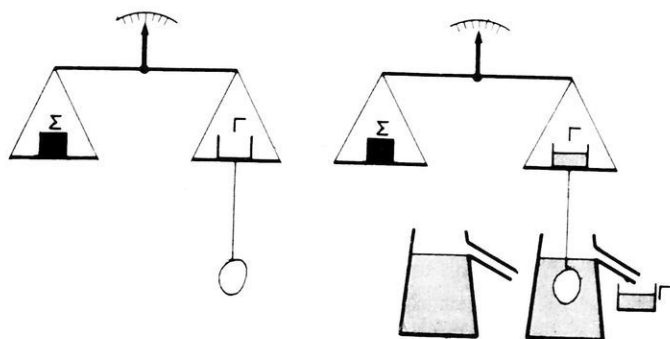


Σχ. 148. Τὸ σῶμα ὑφίσταται ἄνωσιν Α.

Πᾶν σῶμα, βυθιζόμενον ἐντὸς ἰσορροποῦντος ὑγροῦ, ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

α) Πειραματικὴ ἀπόδειξις. Ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἀποδει-

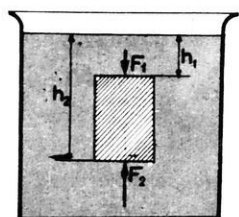
κνύεται πειραματικῶς με τὴν βοήθειαν τοῦ ὑδροστατικοῦ ζυγοῦ (σχ. 149). "Όταν τὸ σῶμα βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἡ ἰσορροπία τοῦ ζυγοῦ



Σχ. 149. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους.

καταστρέφεται ἡ ἰσορροπία ἀποκαθίσταται, ὅταν θέσωμεν τὸ ἐκτοπισθὲν ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου τοῦ εὐρισκομένου ἐπὶ τοῦ δίσκου, ἀπὸ τὸν ὑποῖον ἐξαρτᾶται τὸ σῶμα ἢ ἂν θέσωμεν σταθμὰ ἐπὶ τοῦ δίσκου τούτου. Τὰ σταθμὰ φανερῶνουν τότε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, ἧται τὴν ἄνωσιν.

Ἐὰν V εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ, τότε ἡ ἄνωσις εἶναι :



Σχ. 150. Ὑπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως.

$$\text{ἀνωσις: } A = V \cdot \rho$$

β) Ὑπολογισμὸς τῆς ἀνώσεως. Ἡ ἀνωσις ὑπολογίζεται εὐκόλως, ὅταν τὸ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ βυθισμένον σῶμα ἔχη σχῆμα πρίσματος (σχ. 150). Ἐνεκα τῶν πιέσεων ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ πρίσματος αἱ ἐξῆς δυνάμεις :

α) αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν κατάκορυφων ἐδρῶν του καὶ αἱ ὁποῖαι ἀλληλοαναιροῦνται β) αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐνεργοῦν ἐπὶ τῶν δύο βάσεων καὶ αἱ ὁποῖαι εἶναι :

$$F_1 = p_1 \cdot \sigma = h_1 \cdot \rho \cdot \sigma$$

$$F_2 = p_2 \cdot \sigma = h_2 \cdot \rho \cdot \sigma$$

Ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων τούτων, δηλαδή ἡ ἄνωσις εἶναι :

$$A = F_2 - F_1 = (h_2 - h_1) \cdot \sigma \cdot \rho$$

Ἀλλὰ $(h_2 - h_1) \cdot \sigma$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ πρίσματος καὶ ἐπομένως ἡ ἄνωσις εἶναι : $A = V \cdot \rho$, ὅπου ρ εἶναι τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ ὑγροῦ.

Τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀνώσεως καλεῖται **κέντρον ἀνώσεως** καὶ συμπίπτει πάντοτε μὲ τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

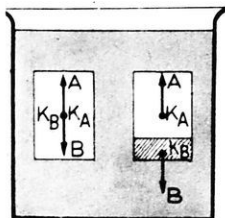
144. Ἴσοροπία σώματος βυθισμένου ἐντὸς ὑγροῦ.— Διακρίνομεν δύο περιπτώσεις : α) τὸ σῶμα εἶναι ἐξ ὀλοκλήρου βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ· β) τὸ σῶμα εἶναι ἐν μέρει βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ.

α) Σῶμα ἐξ ὀλοκλήρου βυθισμένον. Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν δύο δυνάμεις : 1) τὸ βᾶρος B τοῦ σώματος, τὸ ὁποῖον ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος· 2) ἡ ἄνωσις A , ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὸ βᾶρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ καὶ ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A . Ἐὰν τὸ σῶμα εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ δύο κέντρα K_B καὶ K_A συμπίπτουν (σχ. 151)· ἐὰν ὅμως τὸ σῶμα δὲν εἶναι ὁμογενές, τότε τὰ κέντρα K_B καὶ K_A δὲν συμπίπτουν.

Διὰ νὰ ἰσοροπῇ τὸ στερεὸν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ πρέπει : 1) τὸ κέντρον βάρους K_B τοῦ σώματος καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A νὰ εὑρισκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου καὶ 2) τὸ βᾶρος B τοῦ σώματος νὰ εἶναι ἴσον μὲ τὴν ἄνωσιν A , ἥτοι $B = A$.

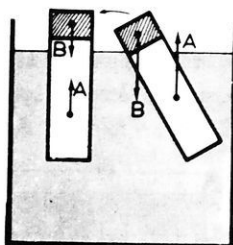
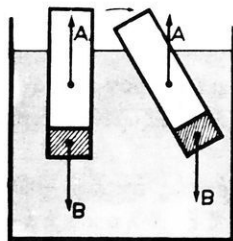
Ἐὰν εἶναι $B > A$, τότε τὸ στερεὸν πίπτει εἰς τὸν πυθμένα. Ἐὰν δὲ εἶναι $B < A$, τότε τὸ στερεὸν ἀνέρχεται εἰς τὴν ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ὅπου καὶ ἐπιπλέει.

β) Σῶμα ἐπιπλέον. Ὅταν τὸ στερεὸν σῶμα ἐπιπλέῃ, μέρος μόνον τοῦ σώματος εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ σῶμα ἰσοροπεῖ, ἂν τὸ βᾶρος B τοῦ σώματος καὶ ἡ ἄνωσις A εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Τότε τὸ κέντρον βάρους K_B καὶ τὸ κέντρον ἀνώσεως K_A εὑρίσκονται ἐπὶ τῆς αὐτῆς κατακορύφου.



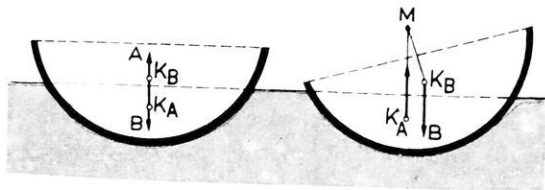
Σχ. 151. Θέσις τοῦ κέντρου βάρους καὶ τοῦ κέντρου ἀνώσεως.

Ἡ ἰσορροπία τοῦ σώματος εἶναι εὐσταθής, ὅταν τὸ κέντρο βάρους εὐρίσκεται χαμηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρο ἀνώσεως (σχ. 152).



Σχ. 152. Ἴσορροπία ἐπιπλέοντος σώματος.

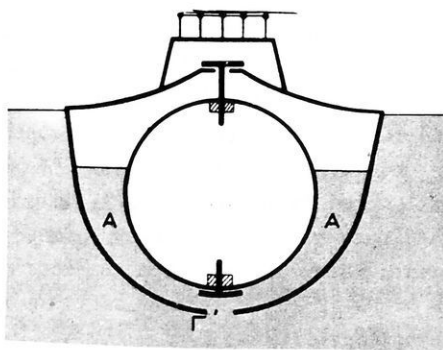
K_A (σχ. 153). Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία τοῦ πλοίου εἶναι εὐσταθής, ἐφ' ὅσον τὸ κέντρο βάρους K_B εὐρίσκεται κάτωθεν τοῦ μετακέντρου M τοῦ εἶναι τὸ σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ἀνωσις τέμνει τὸν ἄξονα συμμετρίας τοῦ πλοίου τὸν διερχόμενον διὰ τοῦ K_B . Ἡ εὐ-



Σχ. 153. Τὸ μετακέντρον M εὐρίσκεται ἄνωθεν τοῦ K_B .

στάθεια εἶναι τόσο μεγαλύτερα, ὅσον ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ κέντρο βάρους εὐρίσκεται τὸ μετακέντρον. Διὰ νὰ αὐξήσουν τὴν εὐστάθειαν τοῦ πλοίου δίδουν εἰς αὐτὸ τοιοῦτον σχῆμα, ὥστε, ὅταν τὸ πλοῖον κλίνη πλαγίως, τὸ κέντρο ἀνώσεως νὰ μετατοπίζεται πολὺ ἐν σχέσει πρὸς τὸ κέντρο βάρους.

γ) Ὑποβρύχια. Τὰ ὑποβρύχια εἶναι σκάφη, τὰ ὅποια δύναται νὰ πλέουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, δύναται ὅμως νὰ πλέουν καὶ ὅταν εἶναι τελείως βυθισμένα ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Διὰ νὰ καταδυθοῦν, πρέπει νὰ ἀυξηθῇ τὸ βάρος τοῦ σκάφους· τοῦτο ἐπιτυγχάνομεν ἀφήνοντας νὰ εἰσέλθῃ ὕδωρ ἐντὸς εἰδικῶν χώρων, οἱ ὅποιοι προηγουμένως ἦσαν πλήρεις πεπιεσμένου ἀέρος (σχ. 154). Διὰ νὰ ἐπαναφέρωμεν τὸ σκάφος ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας, ἐκδιώκομεν τὸ ὕδωρ ἀπὸ τὰ ἀνωτέρω διαμερίσματα μετὰ τὴν βοήθειαν ἀντλιῶν ἢ πεπιεσμένου ἀέρος. Τὸ ὑποβρύχιον δὲν δύναται νὰ συγκρατηθῇ εἰς ἓν ὀρισμένον βάθος, παρὰ μόνον ἐὰν κινῆται καὶ μετὰ τὴν βοήθειαν πάντοτε τῶν ὀριζοντίων πηδαλίων. Εἰς τὰ ὑποβρύχια πρέπει τὸ κέντρον βάρους νὰ εὐρίσκεται κάτω ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως.



Σχ. 154. Τομή υποβρυχίου. (Α ὕδαταποθήκη, Γ κρουνοὶ πληρώσεως).

καὶ μετὰ τὴν βοήθειαν πάντοτε τῶν ὀριζοντίων πηδαλίων. Εἰς τὰ ὑποβρύχια πρέπει τὸ κέντρον βάρους νὰ εὐρίσκεται κάτω ἀπὸ τὸ κέντρον ἀνώσεως.

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ

145. Πυκνότης τοῦ ὕδατος. Εἶναι γνωστὸν ὅτι τὸ ὕδωρ εἰς θερμοκρασίαν 4° C ἔχει τὴν μεγαλύτεραν πυκνότητα. Ἐκ τῶν μετρήσεων εὐρέθη ὅτι :

Εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἰς gr^*/cm^3	
Θερμοκρασία $^{\circ}\text{C}$	Εἰδικὸν βάρος
0	0,9998
3	0,9999
4	1,0000
5	0,9999
10	0,9997
50	0,9880
100	0,9583

Εἰς θερμοκρασίαν 4° C ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση μετὰ $1 \text{ gr}/\text{cm}^3$.

Μία μᾶζα ὕδατος δὲν ἔχει τὸν αὐτὸν ὄγκον εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας. Ἐπομένως ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος ἔχει διαφορετικὴν τιμὴν εἰς τὰς διαφόρους

θερμοκρασίας. Εἰς τὸν παραπλεύρωσ πίνακα δεικνύεται ἡ μεταβολὴ τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

146. Μέτρησης τῆς πυκνότητος.— Διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν πυκνότητα ἑνὸς στερεοῦ σώματος, πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν μᾶζαν m καὶ τὸν ὄγκον V τοῦ σώματος. Τότε ἡ πυκνότης τοῦ σώματος εἶναι $d = \frac{m}{V}$

Τὴν μᾶζαν m τοῦ σώματος προσδιορίζομεν ἀμέσως, ἐὰν ζυγίσωμεν τὸ σῶμα, διότι τὸ βάρος B τοῦ σώματος (εἰς gr^*) καὶ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος (εἰς gr) ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν. Ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος σπανίως δύναται νὰ εὐρεθῇ ἀμέσως. Διὰ τοῦτο ἡ μέτρησης τῆς πυκνότητος γίνεται ἐμμέσως. Ἐὰν θεωρήσωμεν τεμάχιον σιδήρου, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρος $B = 78 \text{ gr}^*$. Ἡ μᾶζα τοῦ σιδήρου εἶναι $m = 78 \text{ gr}$. Βυθίζομεν τὸν σίδηρον ἐντὸς ὕδατος καὶ εὐρίσκομεν ὅτι οὗτος ὑφίσταται ἄνωσιν 10 gr^* . Ἄρα τὸ βάρος B' τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος εἶναι $B' = 10 \text{ gr}^*$. Ἄν καλέσωμεν V τὸν ὄγκον τοῦ σώματος, τότε καὶ τὸ ἐκτοπιζόμενον ὕδωρ ἔχει ὄγκον V . Ἐὰν δὲ θεωρήσωμεν ὅτι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι $\rho' = 1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι $V = 10 \text{ cm}^3$. Ἄρα ἡ πυκνότης τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$d = \frac{m}{V} = \frac{78 \text{ gr}}{10 \text{ cm}^3} = 7,8 \text{ gr}/\text{cm}^3$$

καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σιδήρου εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} = \frac{78 \text{ gr}^*}{10 \text{ cm}^3} = 7,8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3.$$

147. Μέτρησης τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.— Ἐὰν εἶναι γνωστὸν τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος, τότε εἶναι γνωστὴ καὶ ἡ πυκνότης τοῦ σώματος (διότι ἡ πυκνότης καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος ἐκφράζονται μὲ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, § 15). Ἐστω B τὸ βάρος ἑνὸς στερεοῦ σώματος καὶ B' ἡ ἄνωσις, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν τοῦτο βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος ἔχοντος εἰδικὸν βάρος ρ' . Τότε ὁ ὄγκος V τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος (συνεπῶς καὶ ὁ ὄγκος τοῦ σώματος) εἶναι : $V = \frac{B'}{\rho'}$

Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ τοῦ σώματος θὰ εἶναι :

$$\rho = \frac{B}{V} \quad \eta \quad \rho = B : \frac{B'}{\rho'} \quad \text{καὶ} \quad \rho = \rho' \cdot \frac{B}{B'} \quad (1)$$

Ὁ λόγος τοῦ βάρους (B) τοῦ σώματος πρὸς τὸ βάρος (B') ἴσου ὄγκου ὕδατος καλεῖται **σχετικὸν εἰδικὸν βάρος** τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ. Ἐπομένως ἡ ἐξίσωσις (1) δεικνύει ὅτι :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὕδατος ἐπὶ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὰς συνήθεις θερμοκρασίας τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι κατὰ προσέγγισιν ἴσον μὲ $1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, τότε ἀπὸ τῆν ἐξίσωσιν (1) καταλήγομεν εἰς τὸ ἐξῆς συμπέρασμα :

Τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς σώματος ἰσοῦται ἀριθμητικῶς μὲ τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ.

Ἡ ἐξίσωσις (1) ἰσχύει γενικῶς δι' οἰονδήποτε ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον ἔχει εἰδικὸν βάρος ρ' καὶ τὸ ὁποῖον ἐπιφέρει ἐπὶ τοῦ στερεοῦ σώματος ἄνωσιν B'.

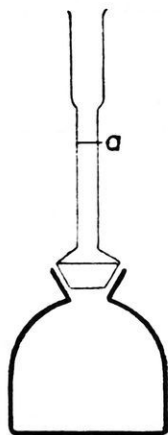
148. Μέθοδοι μετρήσεως τοῦ σχετικοῦ εἰδικοῦ βάρους.—

Τὸ εἰδικὸν βάρος ρ' τοῦ ὕδατος εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας δίδεται ἀπὸ πίνακας (βλ. πίν. σελ. 161). Τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ σώματος εὐρίσκεται συνήθως μὲ μίαν ἀπὸ τὰς κατωτέρω μεθόδους:

α) Μέθοδος τῆς ἀνώσεως. 1) Σ τ ε ρ ε ἄ σ ὡ μ α τ α. Εὐρίσκομεν τὸ βάρος B τοῦ στερεοῦ σώματος καὶ ἔπειτα εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B', τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα, ὅταν βυθίζεται τελείως ἐντὸς ὕδατος. Οὕτως εὐρίσκομεν τὸν λόγον $\frac{B}{B'}$.

2) Ὑ γ ρ ἄ σ ὡ μ α τ α. Λαμβάνομεν ἓν στερεὸν σῶμα καὶ εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τοῦτο, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ἐξεταζομένου ὑγροῦ. Ἐπειτα εὐρίσκομεν τὴν ἄνωσιν B', τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ ἴδιον στερεὸν σῶμα, ὅταν βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος. Οὕτως εὐρίσκομεν τὸν λόγον τοῦ βάρους B ἑνὸς ὠρισμένου ὄγκου τοῦ θεωρουμένου ὑγροῦ πρὸς τὸ βάρος B' ἴσου ὄγκου ὕδατος, ἧτοι εὐρίσκομεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ σώματος.

β) Μέθοδος τῆς ληκύθου. 1) Στερεὰ σώματα. Ἡ λήκυθος



Σχ. 155. Λήκυθος. Οὕτως εὐρίσκωμεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ

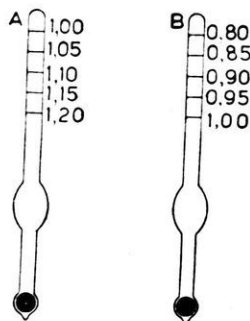
στερεοῦ σώματος.

2) Ὑγρὰ σώματα. Πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α μετὰ τὸ ὑπὸ ἐξέτασιν ὑγρὸν καὶ τὴν ζυγίζομεν. Ἐπειδὴ γνωρίζομεν τὸ βάρος τῆς ληκύθου κενῆς, εὐρίσκωμεν τὸ βάρος B τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ. Ἐπειτα πληροῦμεν τὴν λήκυθον μέχρι τῆς γραμμῆς α μετὰ ὕδωρ καὶ κατὰ τὸν ἴδιον τρόπον εὐρίσκωμεν τὸ βάρος B' τοῦ ὕδατος, τὸ ὁποῖον ἔχει ὄγκον ἴσον μετὰ τὸν ὄγκον τοῦ ὑγροῦ. Οὕτως εὐρίσκωμεν τὸ σχετικὸν εἰδικὸν βάρος $\frac{B}{B'}$ τοῦ ὑγροῦ.

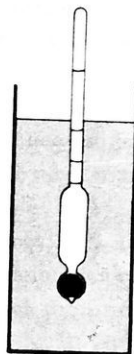
149. Ἀραιόμετρα.— Ἡ πυκνότης τῶν ὑγρῶν εὐρίσκεται εὐκόλως μετὰ τὴν βοήθειαν εἰδικῶν ὄργάνων, τὰ ὑποία καλοῦνται ἀραιόμετρα. Τὰ πλέον εὐχρηστικὰ εἶναι τὰ ἀραιόμετρα σταθεροῦ βάρους. Ταῦτα εἶναι ὑάλινοι πλωτήρες, οἱ ὁποῖοι καταλήγουν εἰς κυλινδρικήν σωλήνα (σχ. 156). Εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον τοῦ πλωτήρος ὑπάρχει σφαῖρα, ἐντὸς τῆς ὁποίας τοποθετεῖται ἔρμα (ὕδραργυρος ἢ σφαιρίδια μολύβδου). Ὅταν τὸ ὄργανον τοῦτο ἐπιπλήξῃ ἐπὶ ἐνὸς ὑγροῦ τότε τὸ ὄργανον βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ τόσον, ὥστε τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ νὰ εἶναι ἴσον μετὰ τὸ σταθερὸν βάρος τοῦ ὄργα-

νου. Ἐπομένως, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρὸν, τόσοι ὀλιγώτερον βυθίζεται τὸ ὄργανον.

Τὰ πυκνόμετρα βαθμολογῶνται καταλλήλως, ὥστε ἡ διαίρεσις, εἰς τὴν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, νὰ δίδῃ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὸ σχῆμα 157 δεικνύονται δύο πυκνόμετρα. Ἐκ τούτων τὸ μὲν Α χρησιμοποιεῖται διὰ τὰ πυκνότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά, τὸ δὲ Β διὰ τὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος ὑγρά.



Σχ. 157. Πυκνόμετρον (Α) καὶ ἀραιόμετρον (Β).



Σχ. 156. Ἀραιόμετρον.

Εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς χρησιμοποιοῦνται τὰ πυκνόμετρα ἢ ἀραιόμετρα

Baumé, τὰ ὁποῖα ἔχουν αὐθαίρετον βαθμολογίαν. Ἡ πυκνότης, ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὰς διαφόρους διαίρεσεις τῆς κλίμακος Baumé, εὐρίσκεται ἀμέσως ἀπὸ εἰδικούς πίνακας.

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιοῦνται ἀραιόμετρα δι' εἰδικὰς μετρήσεις, τὰ ὁποῖα ἔχουν βαθμολογηθῆ καταλλήλως, ὥστε νὰ δεικνύουν ἀμέσως τὴν περιεκτικότητα τοῦ ὑγροῦ ὡς πρὸς ἓν συστατικόν του (οἶνο-πνευματόμετρα, γαλακτομέτρα κ.ἄ.).

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

131. Πόσον εἶναι τὸ ὕψος στήλης ὕδραργύρου ἢ ὕδατος ἢ οἶνο-πνεύματος, ἡ ὁποία ἐπιφέρει πίεσιν $5\ 000\ \text{dyn/cm}^2$; Εἰδικὰ βάρη: ὕδραργύρου: $13,6\ \text{gr}^*/\text{cm}^3$ ὕδατος: $1\ \text{gr}^*/\text{cm}^3$ οἶνοπνεύματος: $0,8\ \text{gr}^*/\text{cm}^3$.

132. Ἐν δοχείῳ ἔχει σχῆμα U καὶ περιέχει ὕδωρ ἕως τὸ μέσον του. Οἱ δύο βραχίονες αὐτοῦ ἔχουν τὴν ἴδιαν διάμετρον. Χύνομεν εἰς τὸν ἓνα βραχίονά του παραφινέλαιον εἰδικοῦ βάρους $0,8\ \text{gr}^*/\text{cm}^3$ τοῦτο σχηματίζει στήλην ὕψους $5\ \text{cm}$. Πόσον θὰ ὑψωθῇ εἰς τὸν ἄλλον βραχίονα ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος;

133. Ἐντὸς σωλῆνος σχήματος U χύνομεν ὀλίγον ὕδραργυρον. Ἐπειτα χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἑνὸς σκέλους θεικὸν ὀξύ, εἰδικοῦ βάρους $1,84\ \text{gr}^*/\text{cm}^3$, τὸ ὁποῖον σχηματίζει στήλην ὕψους $20\ \text{cm}$, ἐντὸς δὲ τοῦ

ἄλλου σκέλους χύνομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι τοῦ θεικουῦ ὀξέος καὶ τοῦ ὕδατος νὰ εὐρεθοῦν εἰς τὸ αὐτὸ ὀριζόντιον ἐπίπεδον. Νὰ εὐρεθῆ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὕδατος.

134. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνὸς ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου εἶναι 3 cm^2 , ἡ δὲ ἐπιφάνειά τοῦ μεγάλου ἐμβόλου εἶναι $1,8 \text{ dm}^2$. Ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ δύναμις 4 kg^* . Πόση δύναμις ἀναπτύσσεται ἐπὶ τοῦ μεγάλου ἐμβόλου;

135. Κυλινδρικὸν δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ βάσις εἶναι 100 cm^2 , περιέχει ἐν λίτρον ὑδροαργύρου καὶ ἐν λίτρον ὕδατος. Νὰ εὐρεθῆ ἡ πίεσις ἡ ἐπιφερομένη ἐπὶ ἐκάστου σημείου τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου καὶ ἡ δύναμις ἡ ἐνεργοῦσα ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

136. Δεξαμενὴ ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου, τὸ ὁποῖον ἔχει μῆκος 10 m , πλάτος 4 m , ὕψος 2 m . Ἡ δεξαμενὴ εἶναι πλήρης ὕδατος. Νὰ εὐρεθῆ ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐνεργεῖ: α) ἐπὶ τοῦ πυθμένος τῆς δεξαμενῆς καὶ β) ἐπὶ ἐκάστης τῶν κατακορῶν πλευρῶν δεξαμενῆς.

137. Μετάλλινον κυλινδρικὸν δοχεῖον ἔχει ὕψος $1,20 \text{ m}$ καὶ διάμετρον βάσεως 1 m . Τὸ δοχεῖον εἶναι πλήρες ἐλαιολάδου, εἰδικοῦ βάρους $0,9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Νὰ εὐρεθῆ πόση εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς κυκλικῆς βάσεως τοῦ δοχείου, εἰς τὰς ἐξῆς δύο περιπτώσεις στηρίξεως τοῦ δοχείου ἐπὶ τοῦ ἐδάφους: α) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι κατακόρυφος· β) ὁ ἄξων τοῦ κυλίνδρου εἶναι ὀριζόντιος.

138. Ἡ θύρα ἐνὸς ὑδροφράκτου ἔχει πλάτος 6 m . Ἐκατέρωθεν οὗτου ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἶναι 3 m καὶ $2,8 \text{ m}$. Νὰ ὑπολογισθοῦν αἱ δυνάμεις αἱ ἐνεργοῦσαι ἐπὶ ἐκάστης ἐπιφανείας τῆς θύρας.

139. Ἐν φωτωμένον πλοῖον ἔχει βάρος $10\,000 \text{ tn}^*$. Ἐὰν τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι $1,028 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, νὰ εὐρεθῆ ὁ ὄγκος τοῦ βυθισμένου ἐντὸς τῆς θαλάσσης μέρους τοῦ πλοίου. Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος οὗτος, ἐὰν τὸ πλοῖον εἰσέλθῃ ἐντὸς ποταμοῦ, τοῦ ὁποίου τὸ ὕδωρ ἔχει εἰδικὸν βάρος $1 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$;

140. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα $40,47 \text{ gr}^*$ καὶ ἐντὸς ὕδατος $31,77 \text{ gr}^*$. Πόσον ζυγίζει, ὅταν βυθισθῆ ἐντὸς οἰνοπνεύματος, τοῦ ὁποίου τὸ εἰδικὸν βάρος εἶναι $0,79 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$;

141. Μία σφαῖρα ἐξ ὀρειχάλκου ζυγίζει εἰς τὸν ἀέρα 160 gr^* . Ὅταν αὕτη βυθισθῆ ἐντὸς ὕδατος ζυγίζει 100 gr^* . Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι $8 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$. Νὰ δευχθῆ ὅτι ἡ σφαῖρα εἶναι κοίλη καὶ νὰ ὑπολογισθῆ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος.

142. Μία συμπαγής και όμογενής σφαίρα εκ σιδήρου ειδικού βάρους $7,8 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$, βυθίζεται εντός δοχείου περιέχοντος ύδωρ και ύδραργυρον ειδικού βάρους $13,6 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$. Η σφαίρα ισορροπεί βυθιζομένη εν μέρει εντός του ύδραργύρου. Να εύρεθῆ πόσον μέρος του όλου όγκου της σφαίρας είναι βυθισμένοι εντός του ύδραργύρου.

143. Έν κυβικόν τεμάχιον ξύλου, έχον πλευράν 10 cm , βυθίζεται πρώτον εντός ύδατος και έπειτα εντός έλαιου. Να εύρεθῆ πόσον μέρος της πλευράς του κύβου εύρίσκεται έξω από το ύγρόν, εις καθεμίαν από τας δύο άνωτέρω περιπτώσεις. Τα ειδικά βάρη του ξύλου και του έλαιου είναι αντιστοίχως $0,6 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$ και $0,8 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$.

144. Από τον δίσκον Δ_1 ενός ζυγού εξαρτάται σώμα A και από τον δίσκον Δ_2 εξαρτάται σώμα B έχον βάρος 10 gr^* και ειδικόν βάρος $8 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$ τότε ο ζυγός ισορροπεί. Βυθίζομεν το μὲν σώμα A εντός ύδατος, το δὲ σώμα B εντός ύγρου ειδικού βάρους $0,88 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$ ο ζυγός και πάλιν ισορροπεί. Να εύρεθῆ το ειδικόν βάρος του σώματος A .

145. Τεμάχιον μετάλλου ζυγίζει εις τον άέρα $40,05 \text{ gr}^*$ και εις το ύδωρ $35,55 \text{ gr}^*$. Το άνωτέρω μέταλλον σφηνώνεται με τεμάχιον παραφίνης· το σύστημα ζυγίζει εις τον άέρα $47,88 \text{ gr}^*$ και εις το ύδωρ $34,38 \text{ gr}^*$. Να εύρεθῆ το ειδικόν βάρος της παραφίνης.

146. Λήκνθος έχει βάρος 130 gr^* , όταν είναι πλήρης ύδατος και 120 gr^* , όταν είναι πλήρης έλαιου, το όποιον έχει ειδικόν βάρος $0,9 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$. Πόσον είναι το βάρος της ληκθου, όταν αυτή είναι κενή; Θέτομεν εντός της ληκθου τεμάχιον σιδήρου και πληροῦμεν την ληκθον με ύδωρ. Η ληκθος ζυγίζει τότε 398 gr^* . Πόσος είναι ο όγκος του σιδήρου, αν είναι γνωστόν ότι το ειδικόν βάρος του σιδήρου είναι $7,7 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$.

147. Όμογενές τεμάχιον άλουμινίου ζυγίζει εις τον άέρα 270 gr^* . Βυθιζόμενον εντός ύδατος 18° C ζυγίζει $170,14 \text{ gr}^*$. Το ειδικόν βάρος του ύδατος εις 18° C είναι $0,9986 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$. Να εύρεθῆ το ειδικόν βάρος του άλουμινίου.

148. Κυβικόν τεμάχιον πάγου έχει άκμήν 3 cm και επιπλέει επί της επιφανείας διαλύματος άλατος θερμοκρασίας 0° C . Διά να βυθισθῆ εξ ολοκλήρου ο πάγος εντός του διαλύματος, θέτομεν επί της άνωτέρας επιφανείας του βάρος $7,56 \text{ gr}^*$. Να εύρεθῆ το ειδικόν βάρος του διαλύματος. Πόσον μέρος της άκμης του κύβου θα είναι βυθισμένοι εντός του διαλύματος, αν αφαιρέσωμεν το βάρος, το όποιον έτέθη επί της άνωτέρας επιφανείας του πάγου; Ειδικόν βάρος πάγου : $0,92 \text{ gr}^* / \text{cm}^3$.

149. Μία κοίλη σφαίρα εκ μετάλλου, ειδικού βάρους ρ , θέλομεν νὰ βυθίζεται κατὰ τὸ ἡμισυ ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ βᾶρος τῆς σφαίρας εἶναι B , πόσον πρέπει νὰ εἶναι τὸ πάχος τῶν τοιχωμάτων τῆς. Ἐφαρμογή: $\rho = 9 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, $B = 30 \text{ kg}^*$.

ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΤΩΝ ΑΕΡΙΩΝ

ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΗ ΠΙΕΣΙΣ

150. Χαρακτηριστικά τῶν ἀερίων.— Τὰ ὑγρά καὶ τὰ ἀέρια ἀποτελοῦν τὰ ρευστὰ σώματα (§ 131). Καὶ τὰ δύο αὐτὰ εἶδη τῶν ρευστῶν δὲν ἔχουν ὀρισμένον σχῆμα, ἕνεκα τῆς ἐξαιρετικῆς εὐκινησίας τῶν μορίων των. Ἀντιθέτως ὅμως πρὸς τὰ ὑγρά, τὰ ὅποια εἶναι (σχεδὸν) ἀσυμπίεστα, τὰ ἀέρια εἶναι πολὺ συμπίεστα. Ἐνεκα αὐτῆς τῆς ιδιότητος των τὰ ἀέρια δὲν ἔχουν ὀρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ καταλαμβάνουν ὅλον τὸν χῶρον, ὁ ὅποιος προσφέρεται εἰς αὐτά. Ἄρα τὰ ἀέρια χαρακτηρίζονται ἀπὸ μεγάλην τάσιν πρὸς διαστολήν. Ἐὰν συμπιέσωμεν ἐλαφρῶς τὸ ἐντὸς δοχείου περιεχόμενον ἀέριον, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις καταργηθῇ ἡ ἐπιφερομένη ἐπ' αὐτοῦ πίεσις, τὸ ἀέριον ἀναλαμβάνει τὸν ἀρχικὸν ὄγκον του. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι τὰ ἀέρια ἔχουν τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου. Ὡστε:

I. Τὰ ἀέρια δὲν παρουσιάζουν ἀντίστασιν εἰς τὴν μεταβολὴν τοῦ σχήματος αὐτῶν ὡς καὶ εἰς τὴν αὐξήσιν τοῦ ὄγκου των, παρουσιάζουν ὅμως μικρὰν ἀντίστασιν εἰς τὴν ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου των.

II. Τὰ ἀέρια χαρακτηρίζονται ἀπὸ μεγίστην τάσιν πρὸς διαστολήν καὶ τελείαν ἐλαστικότητα ὄγκου.

Ἡ τάσις τῶν ἀερίων πρὸς διαστολήν φανερώνει ὅτι μεταξὺ τῶν μορίων τῶν ἀερίων δὲν ἀναπτύσσονται δυνάμεις, αἱ ὅποια νὰ ἐξασφαλίζουν τὴν συνοχὴν τῆς μάζης τοῦ ἀερίου. Ὅταν λοιπὸν ἐν ἀέριον εὑρίσκειται ἐντὸς δοχείου, τὸ ἀέριον δὲν παρουσιάζει ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν.

151. Βᾶρος τῶν ἀερίων.— Διὰ τῆς ἀεραντλίας ἀφαιροῦμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ ἐν δοχεῖον καὶ τὸ ζυγίζομεν. Ἐπειτα πληροῦμεν τὸ δοχεῖον μὲ ἐν ἀέριον καὶ τὸ ζυγίζομεν ἐκ νέου. Οὕτως εὐρίσκομεν ὅτι ὅλα τὰ

ἀέρια ἔχουν βάρος. Ἐν συγκρίσει ὅμως πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια ἔχουν πολὺ μικρότερον εἰδικὸν βάρος. Εὐρέθη ὅτι:

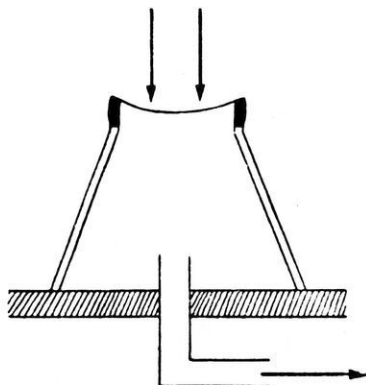
Ἐν λίτρον ἀέρος ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας (θερμοκρασία 0°C καὶ πίεσις 760 mm Hg) ἔχει βάρος 1,293 gr*.

152. Ἀτμοσφαιρική πίεσις.— Ἡ ἀτμόσφαιρα εἶναι στρῶμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον περιβάλλει τὸν πλανήτην μας καὶ συγκρατεῖται ἕνεκα τῆς βαρύτητος. Ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρᾶς ἀναπτύσσεται πίεσις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀτμοσφαιρική πίεσις**. Ἡ πίεσις αὕτη ὀφείλεται εἰς τὸ βάρος τῶν ὑπερκειμένων στρωμάτων τοῦ ἀέρος. Ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἐξασκεῖται ἐπὶ παντὸς σώματος, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρᾶς.

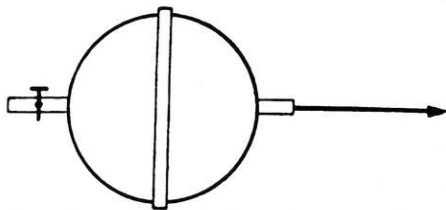
Ἡ ὑπαρξίς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως ἀποδεικνύεται εὐκόλως.

α) Ἐπὶ τοῦ δίσκου ἀεραντλίας στερεώνομεν ὑάλινον δοχεῖον, τοῦ ὁποίου ἡ μία βᾶσις κλείεται μὲ μεμβράνην (σχ. 158). Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἀπὸ τοῦ δοχεῖου, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μεμβράνη κατ' ἀρχᾶς κοιλοῦται καὶ τέλος διαρρηγνύεται. β)

Δύο μεταλλικὰ ἡμισφαίρια (σχ. 159) δύνανται νὰ ἐφαρμοῦζον ἀκριβῶς τὸ ἓν ἐπὶ τοῦ ἄλλου. Τὸ ἓν ἐξ αὐτῶν φέρει σωλήνα μὲ στρόφιγγα. Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν



Σχ. 158. Ἀπόδειξις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως.

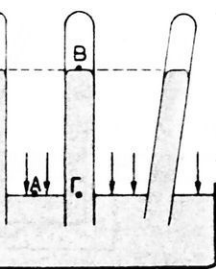


Σχ. 159. Ἡμισφαίρια τοῦ Μαγδεμβούργου.

τὸν ἀέρα ἀπὸ τὴν σφαιραν, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν τὰ δύο ἡμισφαίρια, παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ νὰ ἀποχωρίσωμεν τὰ ἡμισφαίρια, πρέπει νὰ ἐφαρμοῦσωμεν ἐπ' αὐτῶν πολὺ μεγάλας δυνάμεις. Ὅταν τὰ ἡμισφαίρια ἔχουν διάμετρον 10 cm, τότε

ἐπὶ ἐκάστου ἡμισφαιρίου πρέπει νὰ ἐνεργήσῃ δύναμις 80 kgr* περίπου, διὰ νὰ κατορθωθῇ ὁ ἀποχωρισμὸς τῶν ἡμισφαιρίων.

153. Μέτρησης τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως.—Ἡ δύναμις, τὴν ὁποῖαν ἐπιφέρει ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ 1 cm^2 τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς, δηλ. ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις, εἶναι προφανῶς ἴση μὲ τὸ βᾶρος στήλης τοῦ ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει βᾶσιν 1 cm καὶ ὕψος ἴσον μὲ τὸ ὕψος ὀλοκλήρου τῆς ἀτμοσφαιράς. Ὁ ὑπολογισμὸς τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως εἶναι ἀδύνατος, διότι εἶναι ἄγνωστον τὸ ὕψος τῆς ἀτμοσφαιράς καὶ διότι ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη, καθ' ὅσον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Ἡ μέτρησης τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως ἐπιτυγχάνεται πειραματικῶς μὲ τὸ γνωστὸν πείραμα τοῦ Torricelli. Λαμβάνομεν σωλῆνα μήκους ἑνὸς μέτρου περίπου, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸς κατὰ τὸ ἓν ἄκρον του. Πληροῦμεν τελείως τὸν σωλῆνα μὲ ὑδράργυρον κλείομεν τὸν σωλῆνα μὲ τὸν δάκτυλον καὶ τὸν ἀναστρέφομεν ἐντὸς λεκάνης μὲ ὑδράργυρον (σχ. 160). Ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ σχηματίζει στήλην ὕψους $H=76 \text{ cm}$ περίπου, ὅταν πειραματιζώμεθα πλησίον τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης. Ἡ κατακόρυφος ἀπόστασις H τῶν ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ ἐντὸς τῆς λεκάνης εἶναι ἀνεξάρτητος ἀπὸ τὴν τομὴν, τὸ σχῆμα καὶ τὴν κλίσιν τοῦ σωλῆνος. Τὸ πείραμα τοῦτο μᾶς ἐπιτρέπει νὰ μετρήσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Εἰς τὸ σημεῖον A τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης ἐνεργεῖ ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις p_A . Εἰς τὸ σημεῖον Γ , τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς τοῦ ὑδραργύρου, ἀλλὰ ἐπὶ τοῦ ὀριζοντίου ἐπιπέδου τὸ ὁποῖον διέρχεται διὰ τοῦ A , ἡ p_{Γ} εἶναι ἴση μὲ τὴν p_A . Εἰς δὲ τὸ σημεῖον B τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἡ πίεσις εἶναι μηδέν, διότι ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑπάρχει κενόν (βαρομετρικὸν κενόν). Ὡστε ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις εἰς τὸ σημεῖον A ἰσορροπεῖ στήλην ὑδραργύρου ὕψους 76 cm ἥτοι εἶναι :



Σχ. 160. Τὸ ὕψος H μετρεῖ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

$p_A = H \cdot \rho = 76 \text{ cm} \cdot 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^3 = 1\,033 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$.

Ἡ πίεσις αὕτη καλεῖται **κανονικὴ ἀτμοσφαιρική πίεσις** ἢ καὶ πίεσις μιᾶς **φυσικῆς ἀτμοσφαιράς** (1 Atm).

Ἡ κανονικὴ ἀτμοσφαιρική πίεσις εἶναι ἴση μὲ τὴν πίεσιν στήλης ὑδραργύρου ὕψους 76 cm εἰς θερμοκρασίαν 0° C .

$$\begin{aligned} 1 \text{ Atm} &= 1,033 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2 = 76 \text{ cm Hg} \\ 1 \text{ at} &= 1,000 \text{ kgr}^*/\text{cm}^2 = 73,5 \text{ cm Hg} \\ 1 \text{ cm Hg} &= 13,6 \text{ gr}^*/\text{cm}^2 \end{aligned}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἰσορροπεῖ στήλην ὕδατος ὕψους 1 033 cm, ἢ 10,33 m.

Συνήθως τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μετρεῖται εἰς χιλιοστόμετρα. Οὕτως ἡ κανονικὴ ἀτμοσφαιρική πίεσις λέγομεν ὅτι εἶναι 760 mm Hg. Ἡ πίεσις 1 mm Hg καλεῖται Torr (ἀπὸ τὸ ὄνομα τοῦ Torricelli) καὶ εἶναι :

$$1 \text{ mm Hg} = 1 \text{ Torr} = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$$

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις μετρεῖται μὲ τὴν μονάδα πίεσεως Bar καὶ τὰ ὑποπολλαπλασια αὐτῆς millibar καὶ microbar. Εἶναι δέ :

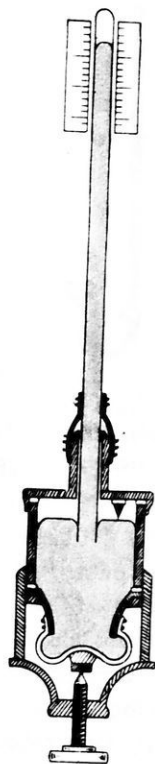
$$1 \text{ Bar (B)} = 10^6 \text{ dyn/cm}^2$$

$$1 \text{ millibar (mB)} = 10^{-3} \text{ B} = 10^3 \text{ dyn/cm}^2 = 0,75 \text{ mmHg}$$

$$1 \text{ microbar (}\mu\text{B)} = 10^{-6} \text{ B} = 1 \text{ dyn/cm}^2$$

154. Βαρόμετρα.— Τὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως καλοῦνται **βαρόμετρα**. Διακρίνομεν δύο εἶδη βαρομέτρων : α) Τὰ **ὑδραργυρικά βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὸ πείραμα τοῦ Torricelli. Εἰς τὰ ὄργανα αὐτά, τὰ ὁποῖα εἶναι ἀκριβῆ, ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις ἰσορροπεῖται ἀπὸ τὴν στήλην ὑδραργύρου. β) Τὰ **μεταλλικά βαρόμετρα**, τὰ ὁποῖα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς παραμορφώσεις, τὰς ὁποίας ὑφίσταται μεταλλικὸν κιβώτιον, κενὸν ἀέρος, ὅταν μεταβάλλεται ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις. Βαθμολογῶνται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.

α) Βαρόμετρον τοῦ Fortin. Τὸ βαρόμετρον τοῦ Fortin δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὅμως πολὺ εὐχρηστον. Εἰς τὸ βαρόμετρον τοῦτο (σχ. 161) ὁ πυθμὴν τῆς λεκάνης του δύναται νὰ μετακινήται κατακορύφως μὲ τὴν βοήθειαν κοχλίου. Ἡ διάταξις αὕτη ἐπιτρέπει νὰ φέ-



Σχ. 161. Βαρόμετρον Fortin.

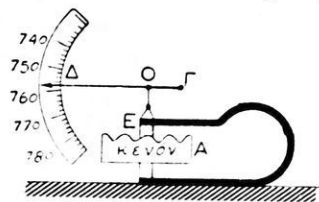
ρωμεν τὴν στάθμην τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸ ἄκρον σταθερᾶς ἀκίδος ἀπὸ ὑάλου ἢ ἐλεφαντοστοῦν. Τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὸ μηδὲν τῆς κατακορύφου κλίμακος, ἢ ὁποία ὑπάρχει κατὰ μῆκος τοῦ βαρομετρικοῦ σωλῆνος. Τὸ βαρόμετρον τοῦτο μεταφέρεται εὐκόλως. Μὲ τὸν κοχλίαν ἀνυψώνομεν τὸν πυθμένα τῆς λεκάνης, ἕως ὅτου ὀλόκληρος ἡ λεκάνη καὶ ὁ σωλὴν πληρωθοῦν μὲ ὑδράργυρον. Ὁ ἀήρ, ὁ ὁποῖος ὑπάρχει εἰς τὴν λεκάνην, ἐκφεύγει διὰ τοῦ δέρματος, μὲ τὸ ὅποιον ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν εἶναι στερεωμένος εἰς τὴν λεκάνην.



Σχ. 162. Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον.

β) Σιφωνοειδὲς βαρόμετρον. Τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ κεκαμμένον ὑάλινον σωλῆνα (σχ. 162). Τὸ μικρότερον σκέλος του εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ἀποτελεῖ τὴν λεκάνην τοῦ βαρομέτρου. Τὸ μακρότερον σκέλος εἶναι εἰς τὸ ἄκρον του κλειστὸν. Κατὰ μῆκος τοῦ ὄργανου ὑπάρχει κλίμαξ.

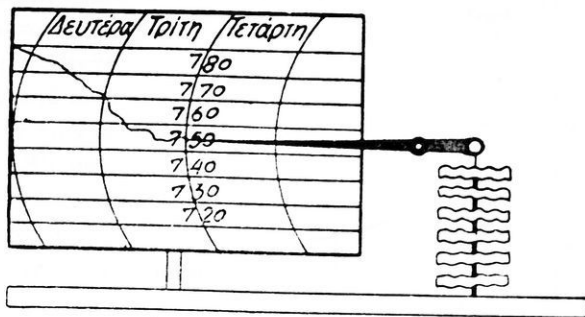
γ) Μεταλλικὸν βαρόμετρον. Τὰ μεταλλικὰ βαρόμετρα στηρίζονται εἰς τὰς ἐλαστικὰς ιδιότητες τῶν μετάλλων. Αἱ μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως προκαλοῦν ἐλαστικὰς παραμορφώσεις τῆς ἀνωτέρας βάσεως τοῦ μεταλλικοῦ δοχείου Α (σχ. 163), ἀπὸ τὸ ὅποιον ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀήρ. Διὰ νὰ μὴ διαρραγῇ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς πίεσεως ἡ εὐκαμπτος ἐπιφάνεια τοῦ δοχείου, ὑπάρχει ἐσωτερικῶς ἢ ἐξωτερικῶς κατάλληλον ἐλατήριο. Ὅταν αὐξάνεται ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἡ ἀνωτέρα βᾶσις τοῦ δοχείου κάμπτεται ὀλίγον καὶ τὸ ἐλατήριο συμπιέζεται. Αἱ παραμορφώσεις αὗται μεταδίδονται διὰ συστήματος μοχλῶν εἰς δείκτην, ὁ ὁποῖος μετακινεῖται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ ὄργανον βαθμολογεῖται ἐν συγκρίσει πρὸς ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.



Σχ. 163. Μεταλλικὸν βαρόμετρον.

δ) Βαρογράφος. Τὸ μεταλλικὸν βαρόμετρον, τροποποιούμενον καταλλήλως μετατρέπεται εἰς αὐτογραφικὸν βαρόμετρον ἢ βαρογρά-

φρον. Το ὄργανον τοῦτο καταγράφει τὴν εἰς ἐκάστην στιγμήν ὑπάρχουσαν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν (σχ. 164). Ἡ καταγραφή γίνεται ἐπὶ ταινίας χάρτου, τυλιγμένης πέριξ κατὰ κορυφὸν κυλίνδρου. Οὗτος περιστρέφεται ἰσοσταχῶς διὰ μηχανισμού ὥρολογίου καὶ ἐκτελεῖ ὀλόκληρον περιστροφήν ἐντὸς μιᾶς ἐβδομάδος ἢ ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας.

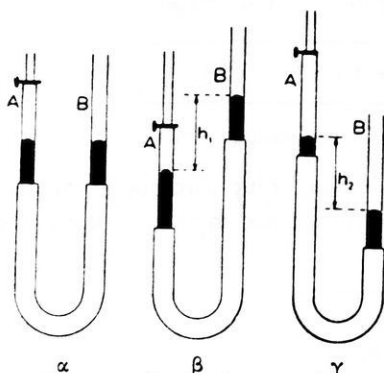


Σχ. 164. Αὐτογραφικὸν βαροόμετρον.

155. Χρήσεις τῶν βαρομέτρων.— Τὰ βαροόμετρα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ ὕψους, εἰς τὸ ὅποιον ἀνερχόμεθα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρας (§ 166) καὶ εἰς τὴν Μετεωρολογίαν διὰ τὴν πρόβλεψιν τοῦ καιροῦ.

ΝΟΜΟΣ BOYLE - MARIOTTE

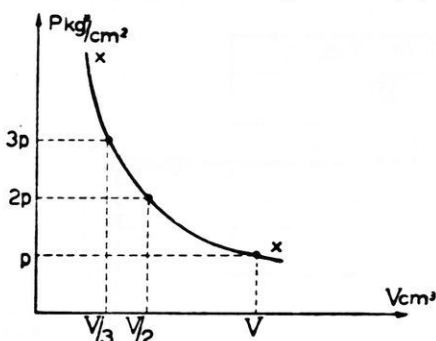
156. Νόμος Boyle - Mariotte.— Ἄς ἐξετάσωμεν πῶς μεταβάλλεται ἡ πίεσις ἀερίου, ὅταν μεταβάλλεται ὁ ὄγκος του. Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν δύο σωλῆνας Α καὶ Β (σχ. 165 α), οἱ ὅποιοι συνδέονται μὲ ἀνθεκτικὸν ἐλαστικὸν σωλῆνα. Ὁ σωλῆν Α φέρει στρόφιγγα, ἡ ὁποία κλείει ἀεροστεγῶς. Ἐπὶ τοῦ σωλῆνος Α ὑπάρχουν διαιρέσεις εἰς κυβικὰ ἑκατοστομέτρα. Ὅταν ἡ στρόφιγγα εἶναι ἀνοικτὴ, χύνομεν ἐντὸς τοῦ ἑνὸς σωλῆνος ὑδράργυρον. Οὗτος φθάνει καὶ εἰς τοὺς δύο σωλῆνας



Σχ. 165. Ἀποδείξεις τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.

εἰς τὸ ἴδιον ὕψος. Ὁ σωλῆν Β δύναται νὰ ἀναβιβάζεται καὶ νὰ καταβιβά-

ζεται εμπροσθεν κανόνος, ο οποίος φέρει διαιρέσεις εις εκατοστόμετρα.



Σχ. 166. Μεταβολή τῆς πίεσεως συναρτήσεως τοῦ ὄγκου.

V_3 , ἡ δὲ πίεσις του γίνεται $p_3 = p - h_3$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι πάντοτε εἶναι :

$$V \cdot p = V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2 = \text{σταθ.}$$

Ἀπὸ τὰ πειραματικὰ ἐξαγόμενα συνάγεται ὁ ἀκόλουθος **νόμος Boyle - Mariotte** :

Ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τὸ γινόμενον τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον μιᾶς ὠρισμένης μάζης ἀερίου εἶναι σταθερόν.

νόμος Boyle - Mariotte : $p \cdot V = \text{σταθ.}$

Ἀπὸ τὴν σχέσιν $V_1 \cdot p_1 = V_2 \cdot p_2$ εὐρίσκομεν ὅτι :

Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν οἱ ὄγκοι, τοὺς ὁποίους καταλαμβάνει ὠρισμένη μάζα ἀερίου, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι πρὸς τὰς πίεσεις του.

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1}$$

Ἡ καμπύλη τοῦ σχήματος 166 παριστᾷ γραφικῶς τὴν μεταβολὴν τῆς πίεσεως ὠρισμένης μάζης ἀερίου.

***157. Ίσχύς τοῦ νόμου Boyle - Mariotte.**— Ἀκριβεῖς μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι ὁ νόμος Boyle - Mariotte δὲν ἐφαρμόζεται ἀπολύτως εἰς τὰ **φυσικὰ ἀέρια**. Τὰ ἰδεώδη ἀέρια, εἰς τὰ ὁποῖα ἐφαρμόζεται ἀκριβῶς ὁ νόμος Boyle - Mariotte, καλοῦνται **τέλεια ἢ ἰδανικὰ ἀέρια**. Ὁ νόμος Boyle - Mariotte, ἐφαρμόζεται μὲ ἀρκετὴν προσέγγισιν, μόνον εἰς ἐκεῖνα τὰ φυσικὰ ἀέρια, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν πολὺ ἀπὸ τὰς συνθήκας ὑγροποιήσεως των καὶ μόνον διὰ μικρὰς μεταβολὰς τῆς πίεσεως.

***158. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος ἀερίου.**— Ἄς θεωρήσωμεν μᾶζαν ἀερίου m , ἡ ὁποία ὑπὸ πίεσιν p καταλαμβάνει ὄγκον V . Ἡ πυκνότης d τοῦ ἀερίου εἶναι τότε : $d = \frac{m}{V}$. Ἐὰν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου γίνῃ V' , ἡ πίεσίς του μεταβάλλεται καὶ γίνεται p' . Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου γίνεται τότε : $d' = \frac{m}{V'}$. Ἄρα ἔχομεν : $m = d \cdot V = d' \cdot V'$

Ἄπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συναγομεν ὅτι εἶναι : $\frac{d}{d'} = \frac{V'}{V}$

Ἄλλὰ συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte εἶναι : $\frac{p}{p'} = \frac{V'}{V}$

Ἄρα εἶναι : $\frac{d}{d'} = \frac{p}{p'}$ Ἄπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν συναγεται :

Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου διατηρῆται σταθερά, ἡ πυκνότης αὐτοῦ μεταβάλλεται ἀναλόγως πρὸς τὴν πίεσιν τοῦ ἀερίου.

***159. Σχετικὴ πυκνότης ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα.**— Ἄς θεωρήσωμεν ἓνα ὄγκον V ἀερίου, π.χ. ὀξυγόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει πυκνότητα d , θερμοκρασίαν 0°C καὶ πίεσιν p_0 . Τὸ ἀέριον τοῦτο ἔχει τότε μᾶζαν $m = V \cdot d$. Λαμβάνομεν ἴσον ὄγκον ἀέρος, ὁ ὁποῖος ἔχει τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν μὲ τὸ ἀέριον (δηλαδὴ 0°C καὶ p_0) καὶ πυκνότητα D . Ὁ ἀὴρ οὗτος ἔχει μᾶζαν : $M = V \cdot D$. Διαιροῦμεν κατὰ μέλη τὰς ἀνωτέρω ἐξισώσεις, ὁπότε λαμβάνομεν : $\frac{m}{M} = \frac{d}{D} = \delta$. Ὁ εὐρεθεὶς λόγος δ φανερώνει πόσας φορές τὸ ληφθὲν ἀέριον εἶναι βαρύτερον ἢ ἐλαφρότερον ἀπὸ ἴσον ὄγκον ἀέρος, εὐρισκομένου ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερ-

μοκρασίαν και πίεσιν με τὸ ἀέριον. Ὁ λόγος αὐτὸς δ καλεῖται **σχετικὴ πυκνότης** τοῦ ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα. Ὡστε :

I. Σχετικὴ πυκνότης ἐνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν μάζαν ἴσου ὄγκου ἀέρος, ἔχοντος τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν με τὸ ἀέριον.

II. Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἐνὸς ἀερίου ἰσοῦται με τὸν λόγον τῆς πυκνότητος τοῦ ἀερίου πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ἀέρος, ὅταν τὸ ἀέριον καὶ ὁ ἀήρ εὑρίσκωνται ὑπὸ τὰς αὐτὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως.

$$\text{σχετικὴ πυκνότης ἀερίου: } \delta = \frac{d}{D}$$

Π α ρ α τ ῆ ρ η σ ι ς. Δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν τὴν σχετικὴν πυκνότητα ἐνὸς ἀερίου ὡς ἐξῆς : Γνωρίζομεν ἐκ τῆς Χημείας ὅτι ἐν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου, εὑρισκομένου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως (δηλαδὴ 0°C καὶ 760 mm Hg), καταλαμβάνει ὄγκον $22,4$ λίτρα. Ἄν μ εἶναι τὸ μοριακὸν βάρους τοῦ ἀερίου, τότε ἔχομεν ὅτι : $22,4$ λίτρα τοῦ ἀερίου ἔχουν βάρους $\mu\text{ gr}^*$. Ἄν τῶρα λάβωμεν ὑπ' ὄψιν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας ἔχει βάρους $1,293\text{ gr}^*$, τότε ἔχομεν ὅτι : $22,4$ λίτρα ἀέρος ἔχουν βάρους $1,293 \cdot 22,4 = 28,96\text{ gr}^*$. Ἄρα ἡ σχετικὴ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἶναι :

$$\delta = \frac{\mu}{1,293 \cdot 22,4} = \frac{\mu}{28,96}$$

Ἡ σχετικὴ πυκνότης ἐνὸς ἀερίου ὡς πρὸς τὸν ἀέρα ἰσοῦται με τὸν λόγον τοῦ μοριακοῦ βάρους τοῦ ἀερίου διὰ $28,96$.

160. Μανόμετρα.— Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πίεσεως τῶν ἀερίων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **μανόμετρα**. Ὑπάρχουν δύο τύποι μανομέτρων : α) τὰ **μανόμετρα με ὑγρὸν καὶ β) τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα**.

α) Ἄνοικτον μανόμετρον. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ δοχεῖον σχήματος U (σχ. 167), τὸ ὁποῖον περιέχει συνήθως ὑδράργυρον. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ ἐπικρατῆ πίεσις ἴση με τὴν ἀτμοσφαιρικὴν, ὁ ὑδράργυρος εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος ἐντὸς τῶν δύο σωλῆνων τοῦ δοχείου.

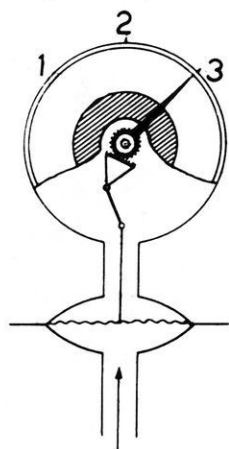
Ἄν ἡ πίεσις p τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ δὲν εἶναι ἴση μετὰ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν, τότε αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου ἐντὸς τῶν δύο σωλῶνων παρουσιάζουν διαφοράν στάθμης ἴσην μετὰ h . Συνεπῶς ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἐντὸς τοῦ δοχείου Δ εἶναι :

πίεσις ἀερίου = ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις \pm πίεσις στήλης ὑδραργύρου h ἑκατοστομέτρων

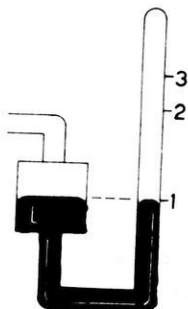
$$P_{\text{αε}} = P_{\text{ατμ}} \pm h$$

β) Κλειστὸν μανόμετρον. Τὸ μανόμετρον τοῦτο χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν εὐκόλῃν μέτρησιν ἀρκετὰ μεγάλων πιέσεων. Εἰς τὸ κλειστὸν μανόμετρον ὁ σωλὴν εἶναι κλειστὸς καὶ περιέχει ποσότητα ἀέρος (σχ. 168). Ὄταν ὁ ὄγκος τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεταί τὸ $1/2$, $1/3$, $1/4$... τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου, τότε συμφώνως πρὸς τὸν νόμον Boyle - Mariotte ἡ πίεσις τοῦ περιεχομένου ἀέρος γίνεταί ἴση μετὰ 2, 3, 4... ἀτμοσφαιρας.

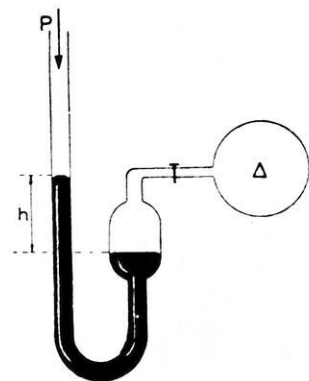
Ἐφ' ὅσον λοιπὸν αὐξάνεται ἡ πίεσις, αἱ διαίρεσεις τοῦ σωλῆνος εὐρίσκονται πλησιέστερον ἢ μία πρὸς τὴν ἄλλην. Καὶ εἰς τὰ κλειστά μανόμετρα χρησιμοποιεῖται συνήθως ὁ ὑδράργυρος.



Σχ. 169. Μεταλλικὸν μανόμετρον.



Σχ. 168. Κλειστὸν μανόμετρον.



Σχ. 167. Μέτρησις τῆς πίεσεως ἀερίου.

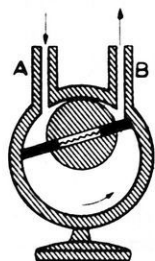
γ) Μεταλλικὰ μανόμετρα. Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα ἀποτελοῦνται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον μετὰ ἐλαστικὰ τοιχώματα. Ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου ἐνεργεῖ ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν θέλομεν νὰ μετρήσωμεν. Τὸ δοχεῖον ὑφίσταται παραμορφώσεις, αἱ ὁποῖαι

εἶναι τόσον μεγαλύτεραι, ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ πίεσις. Αἱ παραμορφώσεις αὗται πολλαπλασιάζονται διὰ συστήματος μοχλῶν, οἱ ὁποῖοι

ἀναγκάζουν ἓνα δείκτην νὰ στρέφεται ἔμπροσθεν βαθμολογημένου τόξου. Τὸ σχῆμα.169 δεικνύει ἓνα πολὺ χρησιμοποιούμενον τύπον μεταλλικῆς μανομέτρου (με μεμβράνην). Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν βιομηχανίαν, δὲν εἶναι ὅμως πολὺ ἀκριβῆ.

ΑΝΤΑΙΑΙ ΑΕΡΙΩΝ ΚΑΙ ΥΓΡΩΝ

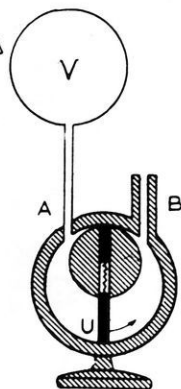
161. Ἀεραντλία.— Αἱ ἀεραντλίας χρησιμοποιοῦνται εἴτε διὰ



Σχ. 170. Περιτροφικὴ ἀεραντλία.

τὴν ἀραίωσιν τοῦ αἰρίου, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς δοχείου ἔχοντος σταθερὸν ὄγκον, εἴτε διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ αἰρίου τοῦ περιχομένου ἐντὸς ὠρισμένου χώρου. Σήμερον χρησιμοποιεῖται εὐρύτατα ἡ **περιστροφικὴ ἀεραντλία**. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ σιδηροῦν κύλινδρον (σχ. 170), ἐντὸς τοῦ ὁποῖου περιστρέφεται μεταλλικὸν τύμπανον. Μεταξὺ τῶν σωλῆνων Α καὶ Β τὸ στρεφόμενον τύμπανον ἐφαρμόζει ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ κυλίνδρου. Πέραν ὅμως τοῦ σημείου τούτου τὸ διάστημα μεταξὺ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ τυμπάνου γίνεται συνεχῶς πλατύτερον μέχρι τοῦ κατωτέρου σημείου. Εἰς μίαν ἐντομὴν τοῦ τυμπάνου ὀλισθαίνουν δύο πλάκες ἀπὸ χάλυβα, αἱ ὁποῖαι χάρις εἰς ἓν ἐλατήριον εὐρίσκονται πάντοτε εἰς ἐπαφὴν μετὰ τὰ τοιχώματα τοῦ σώματος τῆς ἀντλίας. Καθ' ἐκάστην ἡμίσειαν στροφῆν τοῦ τυμπάνου ἀπομονοῦται μία μᾶζα αἰέρος, ὃ ὁποῖος συμπιεζόμενος συνεχῶς ἐκδιώκεται διὰ τοῦ ἀνοίγματος Β (σχ. 171).

τὴν ἀραίωσιν τοῦ αἰρίου, τὸ ὁποῖον περιέχεται ἐντὸς δοχείου ἔχοντος σταθερὸν ὄγκον, εἴτε διὰ τὴν συμπίεσιν τοῦ αἰρίου τοῦ περιχομένου ἐντὸς ὠρισμένου χώρου. Σήμερον χρησιμοποιεῖται εὐρύτατα ἡ **περιστροφικὴ ἀεραντλία**. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ σιδηροῦν κύλινδρον (σχ. 170), ἐντὸς τοῦ ὁποῖου περιστρέφεται μεταλλικὸν τύμπανον. Μεταξὺ τῶν σωλῆνων Α καὶ Β τὸ στρεφόμενον τύμπανον ἐφαρμόζει ἀκριβῶς ἐπὶ τοῦ ἐξωτερικοῦ κυλίνδρου. Πέραν ὅμως τοῦ σημείου τούτου τὸ διάστημα μεταξὺ τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ τυμπάνου γίνεται συνεχῶς πλατύτερον μέχρι τοῦ κατωτέρου σημείου. Εἰς μίαν ἐντομὴν τοῦ τυμπάνου ὀλισθαίνουν δύο πλάκες ἀπὸ χάλυβα, αἱ ὁποῖαι χάρις εἰς ἓν ἐλατήριον εὐρίσκονται πάντοτε εἰς ἐπαφὴν μετὰ τὰ τοιχώματα τοῦ σώματος τῆς ἀντλίας. Καθ' ἐκάστην ἡμίσειαν στροφῆν τοῦ τυμπάνου ἀπομονοῦται μία μᾶζα αἰέρος, ὃ ὁποῖος συμπιεζόμενος συνεχῶς ἐκδιώκεται διὰ τοῦ ἀνοίγματος Β (σχ. 171).



Σχ. 171. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τῆς λειτουργίας τῆς περιστροφικῆς ἀεραντλίας.

***162. Σημασία τῶν χαμηλῶν καὶ ὑψηλῶν πιέσεων.**—Μὲ τὰς ἀεραντλίας εἶναι πρακτικῶς ἀδύνατον νὰ δημιουργήσωμεν ἀ π ὀ λ υ τ ο ν κ ε ν ὄ ν. "Ὅταν λέγωμεν ὅτι εἰς ἓνα χῶρον ἐδημιουργήσαμεν κενόν, ἐννοοῦμεν ὅτι εἰς τὸν χῶρον τοῦτον ἐπικρατεῖ πίεσις πολὺ μικροτέρα ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν. Τὸ καλῦτερον κενόν, τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ πραγματοποιήσωμεν, ἀντιστοιχεῖ εἰς πιέσεις, αἱ ὁποῖαι μετροῦνται εἰς ἑκατομμυριοστὰ τοῦ χιλιοστομέτρου ὕδραργύρου. Ἡ πίεσις αὕτη εἶναι

περίπου τὸ ἐν δισεκατομμυριοστὸν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως, πρέπει ὅμως νὰ θεωρῆται σημαντικὴ, διότι ὑπὸ τὴν πίεσιν αὐτὴν καὶ εἰς θερμοκρασίαν 0°C εἰς 1 cm^3 τοῦ ἀερίου περιέχονται 35 δισεκατομμύρια μόρια ἀερίου (ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν περιέχονται $27 \cdot 10^{18}$ μόρια). Διὰ νὰ ἀφαιρεθοῦν ἀπὸ ἕνα χῶρον, εἰς τὸν ὁποῖον ἐδημιουργήθη κενόν, καὶ τὰ τελευταῖα ἔχνη τοῦ ἀερίου, χρησιμοποιοῦνται συνήθως κατάλληλα εἶδη ἄνθρακος, τὰ ὁποῖα παρουσιάζουν μεγάλην ἀπορροφητικὴν ἰκανότητα. Ἡ ἰκανότης αὐτὴ τοῦ ἄνθρακος γίνεται πολὺ μεγαλύτερα, ἂν ὁ ἄνθραξ ψυχθῆ δι' ὑγροῦ ἀέρος, ὑγροῦ ὕδρογόνου, ἢ ἡλίου.

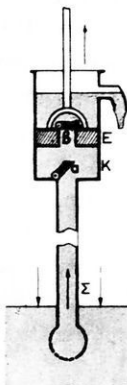
Ἡ πραγματοποίησις πολὺ χαμηλῶν πιέσεων, δηλαδὴ ἡ πραγματοποίησις πολὺ μεγάλης ἀραιώσεως τῶν ἀερίων, εἶχεν ἐξαιρετικὴν σημασίαν διὰ τὴν νεωτέραν ἐπιστημονικὴν ἔρευναν καὶ διὰ πολλὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς (σωλῆνες παραγωγῆς ἀκτίνων Röntgen, ἠλεκτρονικοὶ σωλῆνες, φωτοηλεκτρικὸν κύτταρον κ.ἄ.).

Ἐπίσης ἡ πραγματοποίησις πολὺ ὑψηλῶν πιέσεων εἶχε μεγάλην σημασίαν, τόσον διὰ τὴν ἀνάπτυξιν διαφόρων πρακτικῶν ἐφαρμογῶν, ὅσον καὶ διὰ τὴν σπουδὴν τῶν ἰδιοτήτων, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη, ὅταν αὐτὴ εὑρεθῆ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πίεσεως χιλιάδων ἀτμοσφαιρῶν. Οὕτω κατὰ τὴν συνθετικὴν παρασκευὴν πολλῶν χημικῶν ἐνώσεων (ἀμμωνίας, μεθανόλης κ.ἄ.) χρησιμοποιοῦνται πολὺ μεγάλαι πιέσεις. Γενικῶς ἀπεδείχθη ὅτι ἡ συμπίεσις διευκολύνει τὴν χημικὴν συγγένειαν καὶ αὐξάνει καταπληκτικῶς τὴν ταχύτητα τῶν χημικῶν ἀντιδράσεων. Ἐπίσης ἀπεδείχθη ὅτι ἡ χρησιμοποίησις πολὺ μεγάλων πιέσεων καθιστᾷ τελείως περιττοὺς τοὺς καταλύτας. Πολὺ ἐνδιαφέρουσαι εἶναι καὶ αἱ ιδιότητες, τὰς ὁποίας ἀποκτᾷ ἡ ὕλη ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν πολὺ μεγάλων πιέσεων. Οὕτω τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον θεωροῦμεν ὡς ὑγρὸν σχεδὸν ἀσυμπίεστον, ὅταν εὑρεθῆ ὑπὸ πίεσιν 25 000 ἀτμοσφαιρῶν, συμπεριφέρεται ὅπως ἐν τεμάχιον καουτσούκ. Εἰς τὰς πολὺ μεγάλας πιέσεις ὑφίσταται σημαντικὰς μεταβολὰς καὶ ἡ ἠλεκτρικὴ ἀγωγιμότης τῶν σωμάτων.

***163. Ὑδραντλίας.**— Αἱ ὕδραντλίας χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν ἀντλήσιν ὑγρῶν. Τὰ συνηθέστερα εἶδη ὕδραντλιῶν εἶναι τὰ ἑξῆς:

α) Ἀναρροφητικὴ ἀντλία. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κύλινδρον K , ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται ἔμβολον (σχ. 172). Εἰς τὴν βᾶσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλῆν Σ , ὁ ὁποῖος βυθίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ φρέατος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος κλείεται μὲ βαλβίδα a .

Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ὑπάρχει ἐπίσης βαλβὶς β. Αἱ βαλβίδες α καὶ β ἀνοίγουν ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Ὄταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἐμβολον, ὁ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ τοῦ σωλήνος Σ ἀήρ γίνεται ἀραιότερος καὶ ἐπομένως ἡ πίεσις αὐτοῦ ἐλαττώνεται. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλήνος. Ὄταν ἔπειτα καταβιβάζωμεν τὸ ἐμβολον, ἡ βαλβὶς α ἐμποδίζει τὸν ἀέρα τοῦ κυλίνδρου νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸν σωλήνα. Ὁ ἀήρ οὗτος συμπιεζόμενος ἀνοίγει τὴν βαλβίδα β καὶ ἐξέρχεται εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Κατὰ τὴν δευτέραν ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου ὁ ἐντὸς τοῦ σωλήνος Σ ἀήρ ἀραιώνεται ἀκόμη περισσότερον καὶ τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται ὑψηλότερον εἰς τὸν σωλήνα Σ. Ἐπειτα ἀπὸ μερικὰς κινήσεις τοῦ ἐμβόλου τὸ ὕδωρ φθάνει μέχρι τοῦ ἀνωτάτου σημείου τῆς διαδρομῆς τοῦ ἐμβόλου. Ὄταν τότε καταβιβάζωμεν τὸ ἐμβολον, τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου καὶ κατὰ τὴν νέαν ἀνύψωσιν τούτου τὸ

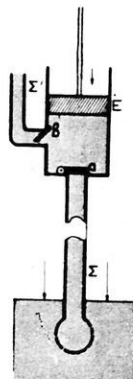


Σχ. 172. Ἀναρροφητικὴ ὑδραντλία.

ὕδωρ ἐκρέει ἀπὸ τὸν πλευρικὸν σωλήνα. Θεωρητικῶς ἡ ἀναρροφητικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς ὕψος 10,33 m (§ 153).

Εἰς τὴν πρᾶξιν ὅμως τὸ ὕψος τοῦτο εἶναι 7 - 8 m.

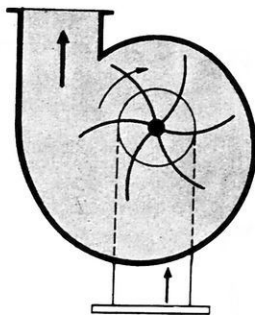
β) Καταθλιπτικὴ ἀντλία. Εἰς τὴν καταθλιπτικὴν ἀντλίαν τὸ ἐμβολον εἶναι πλήρες (σχ. 173). Ὁ πυθμὴν τοῦ κυλίνδρου φέρει βαλβίδα α, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Παρὰ τὴν βᾶσιν τοῦ κυλίνδρου ἐφαρμόζεται σωλήν Σ', ὁ ὁποῖος κλείεται μὲ βαλβίδα β· αὕτη ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔσω πρὸς τὰ ἔξω. Ὄταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἐμβολον, ἡ βαλβὶς β κλείει καὶ τὸ ὕδωρ εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον. Ὄταν καταβιβάζωμεν τὸ ἐμβολον, κλείει ἡ βαλβὶς α καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς β· τὸ ὕδωρ ἐξωθεῖται τότε εἰς τὸν σωλήνα Σ'. Ἡ καταθλιπτικὴ ἀντλία δύναται νὰ ἀνυψώσῃ τὸ ὕδωρ εἰς πολὺ μέγαν ὕψος.



Σχ. 173. Καταθλιπτικὴ ὑδραντλία.

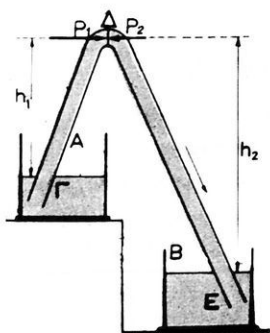
γ) Ἡ φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία. Αὕτη (σχ. 174) ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν κυλινδρικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποῖου στρέφεται ταχέως δι' ἐνὸς κινητῆρος ἄξων φέρων πτερύγια. Διὰ νὰ ἀρχίσῃ ἡ ἀντλία νὰ λειτουργῇ, πρέπει ὁ κύλινδρος νὰ πληρωθῇ μὲ ὕδωρ. Κατὰ

τὴν περιστροφὴν τῶν πτερυγίων τὸ ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ὕδωρ τίθεται εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἕνεκα τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως ὠθεῖται πρὸς τὴν περιφέρειαν καὶ ἀναγκάζεται νὰ ἐκρεύσῃ διὰ τοῦ πλευρικοῦ σωλήνος. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ κυλίνδρου ἡ πίεσις ἐλαττώνεται καὶ διὰ τοῦτο εἰσρέει εἰς τὸν κύλινδρον νέα ποσότης ὕδατος διὰ τοῦ σωλήνος ἀναρροφήσεως. Ἡ φυγοκεντρικὴ ἀντλία ἔχει μεγάλην ἀπόδοσιν καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται πολὺ εἰς τὰς διαφόρους ἐφαρμογὰς.



Σχ. 174. Φυγοκεντρικὴ ὑδραντλία.

***164. Σίφων.** -- Ὁ σίφων εἶναι σωλὴν κεκαμμένος (σχ. 175). Ἄς θεωρήσωμεν ὅτι ὁ σίφων εἶναι πλήρης μὲ τὸ ἴδιον ὑγρὸν, τὸ ὁποῖον περιέχουν τὰ δύο δοχεῖα Α καὶ Β. Ἐστω p_0 ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις καὶ Δ μία ὑγρὰ τομὴ τοῦ σωλήνος. Ἐπὶ τῆς τομῆς αὐτῆς ἐνεργεῖ ἡ πίεσις $p_1 = p_0 - h_1 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Α πρὸς τὸ Β καὶ ἡ πίεσις $p_2 = p_0 - h_2 \cdot \rho$ ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α. Ἡ συνισταμένη p τῶν δύο τούτων πιέσεων εἶναι :

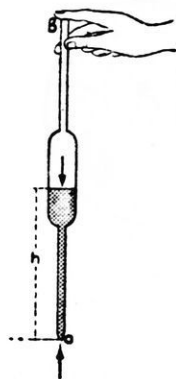


Σχ. 175. Σίφων.

στάθμης τοῦ ὑγροῦ εἰς τὰ δύο δοχεῖα. Ὄταν γίνῃ $h_1 = h_2$, ἡ ἐκροὴ τοῦ ὑγροῦ διακόπτεται. Ὁ σίφων λειτουργεῖ καὶ εἰς τὸ κενόν. Ἡ ἐρμηνεία τῆς λειτουργείας ταύτης δίδεται μὲ τὰς δυνάμεις συνοχῆς τοῦ ὑγροῦ (§ 171).

***165. Σιφώνιον.** -- Τὸ σιφώνιον εἶναι εὐθύγραμμος σωλὴν, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς στενὸν στόμιον (σχ. 176)· χρησιμεύει διὰ τὴν ἀντλήσιν μικρᾶς ποσότητος ὑγροῦ. Βυθίζομεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ διὰ τοῦ στενοῦ ἄκρου του α, ἐνῶ τὸ ἀνώτερον ἄκρον β διατηρεῖται ἀνοιχτόν. Ἐὰν ἀναρροφήσωμεν διὰ τοῦ ἄκρου β ἢ βυθίσωμεν τὸ σιφώνιον ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὄργανον πληροῦται μὲ ὑγρὸν. Κλείομεν τότε

μέ τον δάκτυλον τὸ ἀνώτερον ἄκρον β καὶ ἀνασύρομεν τὸ ὄργανον. Κατ' ἀρχὰς ἐκρέει μικρὰ ποσότης ὑγροῦ, ἔπειτα ὅμως ἡ ἐκροή ὑγροῦ παύει. Τότε ἰσχύει ἡ σχέσηις: $p_0 = p_1 + h \cdot \rho$, ὅπου p_0 εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις καὶ p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλήνος ἀποκλεισθέντος ἀέρος. Ἐὰν ἀποσύρωμεν τὸν δάκτυλον, τὸ ὑγρὸν ἀρχίζει νὰ ἐκρέη. Διὰ νὰ σταματήσωμεν τὴν ἐκροήν, ἀρκεῖ νὰ κλείσωμεν ἐκ νέου τὸ ἀνώτερον ἀνοίγμα τοῦ σωλήνος. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τοῦ σταγονομέτρου.



Σχ. 176. Σιφώνιον.

Η ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΑ ΤΗΣ ΓΗΣ

166. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως μετὰ τοῦ ὕψους.—Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι :

Ὅταν ἀνερχώμεθα κατὰ 10,5 m ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρας, ἡ πίεσις ἐλαττώνεται περίπου κατὰ 1 mm Hg.

Ὁ νόμος οὗτος ἰσχύει μόνον διὰ πολὺ μικρὰς μεταβολὰς τοῦ ὕψους, διότι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι σταθερόν.

Τὸ ἀνωτέρω ἐξαχόμενον εὐρίσκομεν καὶ δι' ὑπολογισμοῦ, ἂν δεχθῶμεν ὅτι τὸ κατώτερον στρώμα ἀέρος ἔχει σταθερὸν εἰδικὸν βάρος $\rho = 0,001293 \text{ gr}^/\text{cm}^3$. Γνωρίζομεν ὅτι 1 mm Hg = 1,36 gr^{*}/cm². Διὰ νὰ ἐλαττωθῇ λοιπὸν ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ $p = 1,36 \text{ gr}^*/\text{cm}^2$, πρέπει νὰ ἀνέλθωμεν εἰς ὕψος h , τὸ ὅποιον ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p = h \cdot \rho$ εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$h = \frac{p}{\rho} = \frac{1,36}{0,001293} = 1050 \text{ cm} = 10,5 \text{ m}$$

167. Μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς πίεσεως.— Ἡ μέτρησις τοῦ ὕψους ἐκ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως εἶναι δυνατή, διότι γνωρίζομεν τὴν ἀτμοσφαιρικήν πίεσιν εἰς τὰ διάφορα ὕψη ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρας (βλ. παραπλευρῶς πῖνακκα). Εἰς τὰς πρακτικὰς ἐφαρμογὰς π.χ. τὴν ἀεροπορίαν χρῆ-

Ὑψος	Ἀντίστοιχος πίεσις
	σταθερὰ θερμοκρασία 0°C
0 m	762 mm
1000 »	671 »
2000 »	593 »
3000 »	523 »
4000 »	462 »
5000 »	407 »
6000 »	359 »
7000 »	317 »
8000 »	280 »

σιμοποιούνται μεταλλικά βαρόμετρα, τὰ ὁποῖα δεικνύουν ἀμέσως τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν p_v καὶ τὸ ἀντίστοιχον ὕψος v εἰς μέτρα.

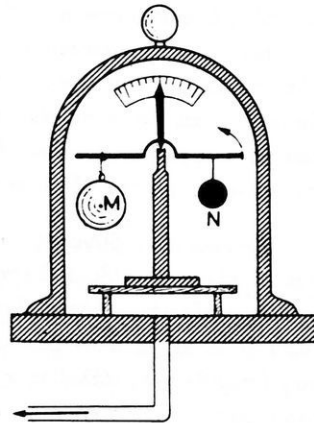
168. Ἐφαρμογὴ τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους εἰς τὰ ἀέρια.

Ὅπως πᾶν στερεὸν σῶμα εὐρισκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ ὑφίσταται πίεσεις (§ 143), οὕτω καὶ πᾶν σῶμα εὐρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου ὑφίσταται ἐκ μέρους τοῦ ἀερίου πιέσεις, αἱ ὁποῖαι εἶναι κάθετοι πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ σώματος. Αἱ ἕνεκα τῶν πιέσεων ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις ἔχουν μίαν συνισταμένην, ἡ ὁποία, ὅπως καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν (§ 143), καλεῖται ἄνωσις. Ὡστε ἡ ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους ἰσχύει καὶ διὰ τὰ ἀέρια.

Ἡ ἄνωσις, ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ παντὸς σώματος βυθισμένου ἐντὸς ἰσορροποῦντος ἀερίου, εἶναι δύναμις κατακόρυφος, ἴση μὲ τὸ βᾶρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου, καὶ ἐφαρμόζεται εἰς τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου.

Τὴν ὑπαρξιν τῆς ἀνώσεως τοῦ ἀέρος δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα: Εἰς τὰ δύο ἄκρα τῆς φάλαγγος ζυγοῦ (σχ. 177) ἐξαρτῶμεν μίαν κοίλην σφαῖραν M καὶ μίαν μεταλλικὴν συμπαγῆ σφαῖραν N , ἡ ὁποία εἰς τὸν ἀέρα ἰσορροπεῖ τὴν σφαῖραν M . Ἐὰν καλύψωμεν τὸν ζυγὸν μὲ κώδωνα καὶ ἀφαιρέσωμεν ἐξ αὐτοῦ τὸν ἀέρα, πικρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὸ κενὸν ἡ μεγάλη σφαῖρα φαίνεται βαρύτερα. Εἰς τὸν ἀέρα ἡ μεγάλη σφαῖρα ἰσορροπεῖ τὴν μικρὰν σφαῖραν, διότι ἐκτοπίζει μεγαλύτερον ὄγκον ἀέρος καὶ ἐπομένως ὑφίσταται μεγαλύτεραν ἄνωσιν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν ζυγίσωμεν ἐν σῶμα εἰς τὸν ἀέρα, εὐρισκομεν τὸ φαινόμενον βᾶρος τοῦ σώματος. Τὸ βᾶρος τοῦτο εἶναι τὸ ἀπόλυτον βᾶρος τοῦ σώματος ἠλαττωμένον κατὰ τὴν ἄνωσιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται τὸ σῶμα. Εἰς τὰς μετρήσεις μεγίστης ἀκριβείας λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν ἡ ἄνωσις τοῦ ἀέρος.



Σχ. 177. Ἡ σφαῖρα M ὑφίσταται μεγαλύτεραν ἄνωσιν.

***169. Ἀερόστατα.**— Τὸ ἀερόστατον εἶναι ἡ πρώτη πτητικὴ συσκευή, τὴν ὁποίαν ἐπενόησεν ὁ ἄνθρωπος, διὰ νὰ ἀνέλθῃ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρας. Αἱ πρόοδοι τῆς ἀεροπορίας περιώρισαν κατὰ πολὺ τὴν πρακτικὴν σημασίαν τῶν ἀεροστατών. Τὸ ἀερόστατον ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαφρὸν περίβλημα (ἐλαστικὸν ἢ ὑφασμα, τὸ ὁποῖον φέρει ἐπίχρισμα ἐκ βερνικίου). Ὁ σάκκος οὗτος πληροῦται μὲ ἐν ἀέριον εἰδικῶς ἐλαφρότερον τοῦ ἀέρος (π.χ. θερμὸς ἀήρ, φωταέριον, ὑδρογόνον, ἥλιον). Ἐὰς θεωρήσωμεν κλειστὴν σφαιραν ἀπὸ καουτσούκ, ἡ ὁποία πληροῦται ὑδρογόνου. Ἐὰν τὴν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν, αὕτη ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, διότι ἡ ἄνωσις εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ βᾶρος τῆς σφαίρας. Ἐφ' ὅσον ἡ σφαῖρα ἀνέρχεται, ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις ἐλαττώνεται διὰ τοῦτο τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον διαστέλεται καὶ δύναται νὰ διαρρήξῃ τὴν σφαιραν. Τοιαῦτα εἶναι τὰ ἀερόστατα, τὰ ὁποῖα χρησιμοποιοῦνται πρὸς ἐξερεύνησιν τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τῆς ἀτμοσφαιρας. Τὰ ἀερόστατα αὐτὰ φέρουν ἐντὸς καλάθου αὐτογραφικὰ ὄργανα. Ἡ σφαῖρα διαρρηγνύεται εἰς ὕψος περίπου 20 — 25 χιλιομέτρων καὶ τότε ὁ κάλαθος πίπτει βραδέως μὲ τὴν βοήθειαν ἀλεξιπτώτου.

Ἐὰν ἀντὶ ἐλαστικοῦ μεταχειρισθῶμεν περίβλημα μὴ ἐκτεινόμενον, τότε τὸ ἀερόστατον διαρρηγνύεται εἰς μικρὸν ὕψος. Τὸ ἐλάττωμα τοῦτο ἀποφεύγεται, ἐὰν τὸ ἀερόστατον ἐροδιασθῇ εἰς τὸ κατώτερον ἄκρον του μὲ ἀπαγωγὸν σωλῆνα, διὰ τοῦ ὁποίου τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀέριον συγκοινωνεῖ μὲ τὸν ἐξωτερικὸν ἀέρα.

Ἀνυψωτικὴ δύναμις. Ἐὰν V εἶναι ὁ ὄγκος τοῦ ἀεροσταίου, ρ καὶ ρ' εἶναι τὰ εἰδικὰ βάρη τοῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀερίου, τότε τὸ βᾶρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀέρος εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ βᾶρος τοῦ ἀερίου εἶναι $V \cdot \rho'$. Ἐὰν B εἶναι τὸ ὅλον βᾶρος τῶν διαφόρων ἐξαρτημάτων τοῦ ἀεροσταίου (περίβλημα, κάλαθος κ.τ.λ.), τότε ἡ μὲν ἄνωσις εἶναι $V \cdot \rho$, τὸ δὲ ὅλον βᾶρος τῆς συσκευῆς εἶναι $V \cdot \rho' + B$. Ἐπομένως ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις F κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἀπογειώσεως εἶναι :

$$F = V \cdot \rho - (V \cdot \rho' + B) \quad \text{ἢ} \quad F = V \cdot (\rho - \rho') - B$$

170. Ἀερόπλοια. Τὰ συνήθη ἀερόστατα παρασύρονται ἀπὸ τὰ ρεύματα τοῦ ἀέρος. Διὰ νὰ κατευθύνουν τὸ ἀερόστατον πρὸς ὠρισμένην διεύθυνσιν, ἐφοδιάζουν τοῦτο μὲ κινητηρίους ἕλικας καὶ μὲ πτερύγια, διὰ τῶν ὁποίων ἐξασφαλίζονται αἱ ὀρίζοντιοι καὶ κατακόρυφοι ἀλλαγαί

κατευθύνσεως. Τὰ ἀερόπλοια ἔχουν ἀτρακτοειδῆς σχῆμα, διὰ τὸ ἐλαττώνεται ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος. Ἐάν καὶ ἡ ἰσορροπία των εἰς τὸν ἀέρα εἶναι εὐσταθής, ἐν τούτοις τὰ ἀερόπλοια ὑπεσκελίσθησαν ἀπὸ τὰ ἀεροπλάνα, τὰ ὅποια εἶναι μὲν συσκευαί βραχύτεραι ἀπὸ ἴσον ὄγκον ἀέρος, εἶναι ὅμως πολὺ ταχύτερα, πολὺ μικρότερα κατ' ὄγκον καὶ ἀπαιτοῦν πολὺ μικροτέραν δαπάνην κατασκευῆς καὶ ἐγκαταστάσεων.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

150. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας εἶναι $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἰς gr/cm^3 καὶ πόσας φορὰς ὁ ἀῆρ εἶναι ἐλαφρότερος ἀπὸ ἴσον ὄγκον ὕδατος.

151. Ἐκτελοῦμεν τὸ πείραμα τοῦ Torricelli χρησιμοποιοῦντες γλυκερίνην ἀντὶ ὑδροαργύρου. Εἰς ποῖον ὕψος θὰ ἀνέλθῃ τὸ ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἐάν τὸ εἰδ. βάρος τῆς γλυκερίνης εἶναι $1,25 \text{ gr}^*/\text{cm}^3$, ἡ δὲ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος εἶναι 76 cm Hg ;

152. Μία φουσαλὶς ἀέρος ἀνέροχεται ἐντὸς ὑδροαργύρου. Ὄταν ἡ φουσαλὶς εὐρίσκειται εἰς βάθος 40 cm , αὕτη ἔχει ὄγκον $0,5 \text{ cm}^3$. Πόσον ὄγκον θὰ ἔξῃ, ὅταν φθάσῃ εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑδροαργύρου; Ἀτμοσφαιρική πίεσις: 75 cm Hg .

153. Στενὸς ἰσοδιαμετρικὸς ὕαλινος σωλῆν εἶναι κλειστὸς εἰς τὸ ἐν ἄκρον του καὶ ἀνοικτὸς εἰς τὸ ἄλλο. Ὁ σωλῆν περιέχει σταγόνα ὑδροαργύρου, ἡ ὅποια ἔχει μῆκος 5 cm . Ὄταν ὁ σωλῆν κρατῆται κατακορυφῶς, μὲ τὸ κλειστὸν ἄκρον του πρὸς τὰ ἄνω, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος, ὁ ὅποιος εἶναι κλεισμένος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι $25,6 \text{ cm}$. Ὄταν ὁ σωλῆν ἀναστραφῇ, τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος γίνεται $22,4 \text{ cm}$. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἀτμοσφαιρική πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην.

154. Τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀέρος εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg εἶναι $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$. Νὰ εὐρεθῇ τὸ βάρος 2 m^3 ἀέρος εὐρισκομένου εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 73 cm Hg .

155. Βαρομετρικὸς σωλῆν ἔχει τομὴν 2 cm^2 . Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδροαργύρου εἶναι 76 cm , ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χῶρος τοῦ σωλῆνος ἔχει ὕψος 8 cm . Νὰ εὐρεθῇ πόσος ὄγκος ἐξωτερικοῦ ἀέρος, πρέπει νὰ εἰσαχθῇ εἰς τὸν θάλαμον, διὰ νὰ γίνῃ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδροαργύρου 40 cm .

156. Βαρομετρικὸς σωλῆν ἔχει τομὴν 2 cm^2 . Τὸ ὕψος τῆς στήλης

τοῦ ὑδραργύρου εἶναι 75 cm, ὁ δὲ ἄνωθεν αὐτῆς κενὸς χώρος τοῦ σωλή-
 νος ἔχει ὕψος 9 cm. Νὰ εὐρεθῆ πόσον θὰ γίνῃ τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ
 ὑδραργύρου, ἐὰν ἐντὸς τοῦ σωλήνος εἰσαχθοῦν 4 cm³ τοῦ ἐξωτερικοῦ
 ἀέρος.

157. Βαρομετρικὸς σωλὴν ἔχει τομὴν 4 cm² καὶ περιέχει ἐντὸς
 τοῦ θαλάμου του μικρὰν ποσότητα ἀέρος. Τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ
 ὑδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλήνος εἶναι 748 mm, τὸ δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ
 χώρου τοῦ σωλήνος εἶναι 122 mm. Ἀννῶνομεν ὀλίγον τὸν σωλὴνα
 καὶ τότε γίνεται τὸ μὲν ὕψος τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου 750 mm, τὸ
 δὲ ὕψος τοῦ κενοῦ χώρου 141 mm. Ἡ θερμοκρασία εἶναι 0°C. Πόση
 εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις κατὰ τὴν στιγμὴν τοῦ πειράματος; Πόσον
 εἶναι τὸ βάρος τοῦ ἀέρος, τὸν ὅποιον περιέχει ὁ σωλὴν; Εἰδικὸν βάρ-
 ος ἀέρος ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας: 1,293 gr*/dm³.

158. Εἰς τὸ τοίχωμα ἑνὸς δοχείου, περιέχοντος ὕδωρ, εἶναι προ-
 κεκολλημένη μικρὰ φυσαλὶς ἀέρος, ἡ ὁποία ἔχει ὄγκον 0,02 cm³. Ἡ φυ-
 σαλὶς εὐρίσκεται 10 cm κάτωθεν τῆς ἐλευθερᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.
 Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι 74 cm Hg. Πόσον θὰ γίνῃ ὁ ὄγκος τῆς
 φυσαλίδος, ἐὰν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἀξηθῆ εἰς 77 cm Hg;

159. Πόσον ζυγίζει 1 λίτρον ἀέρος 0°C ὑπὸ πίεσιν 50 ἀτμοσφαι-
 ρῶν;

160. Εἶναι γνωστὸν ὅτι 1 λίτρον ἀέρος εἰς 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν
 76 cm Hg ἔχει βάρος 1,293 gr*. Πόσον ὄγκον καταλαμβάνουν 25 gr*
 ἀέρος 0°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 85 cm Hg;

161. Κλειστὸν μανόμετρον ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο σωλήνας τῆς αὐ-
 τῆς διαμέτρου καὶ λειτουργεῖ μὲ ὑδράργυρον. Ὄταν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ
 πίεσις εἶναι 76 cm Hg, αἱ ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου εἰς τοὺς δύο σω-
 λήνας εὐρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου τότε ὁ ἀποκεκλεισμένος ἀήρ
 σχηματίζει στήλην ὕψους 50 cm. Πόση εἶναι ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν θὰ
 δεικνῆ τὸ ὄργανον, ὅταν ὁ ὑδράργυρος θὰ ἀνέλθῃ κατὰ 10 cm ἐντὸς
 τοῦ κλειστοῦ σωλήνος καὶ θὰ κατέλθῃ ἐπίσης κατὰ 10 cm ἐντὸς τοῦ
 ἄλλου σωλήνος;

162. Εἰς ἓν κλειστὸν ὑδραργυρικὸν μανόμετρον ὁ ἀποκεκλεισμένος
 ἀήρ σχηματίζει στήλην ὕψους h ἑκατοστομέτρων, ὅταν ἡ πίεσις του
 εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν H . Νὰ εὐρεθῆ ἡ ἀνύψωσις x τοῦ ὑδραρ-
 γύρου ἐντὸς τοῦ σωλήνος, ὅταν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς
 λεκάνης τοῦ μανομέτρου ἐπιφέρεται πίεσις ἴση μὲ ν ἀτμοσφαιρας

Υποτίθεται ότι η επιφάνεια του υδραργύρου της λεκάνης διατηρείται σταθερά. Έφαρμογή: $h = 50 \text{ cm}$, $H = 76 \text{ cm Hg}$, $v = 6$.

163. Κλειστόν μανόμετρον αποτελείται από σωλήνα σχήματος U. Έντός του κλειστού βραχίονος υπάρχει στήλη αέρος ύψους $\alpha = 8 \text{ cm}$ και στήλη υδραργύρου ύψους $\beta = 17 \text{ cm}$, εντός δὲ τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος υπάρχει στήλη υδραργύρου ύψους $\gamma = 43 \text{ cm}$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος x τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ βραχίονος, δταν τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ βραχίονος γίνῃ $\delta = 60 \text{ cm}$. Ἀτμοσφαιρική πίεσις: $H = 76 \text{ cm Hg}$.

*164. Ὁ σωλὴν ἀναρροφησεως μιᾶς ὑδραντλίας ἔχει ὕψος 5 m καὶ τομὴν 4 cm^2 . Ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου εἶναι 10 cm . Νὰ εὑρεθῇ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ ἐμβόλου ὥστε, μετὰ τὴν πρώτην ἀνύψωσιν τοῦ ἐμβόλου, τὸ ὕδωρ νὰ γεμίζῃ ὀλόκληρον τὸν ἀναρροφητικὸν σωλὴνα.

*165. Ἐντὸς λεκάνης υδραργύρου βυθίζομεν κατακορύφως κυλινδρικὸν σωλὴνα ὕψους 20 cm ἀνοικτὸν καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα του. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος εἶναι ἀνοικτὸν καὶ ὁ υδραργύρος ἀνέρχεται μέχρι τοῦ μέσου τοῦ σωλῆνος. Κλείομεν τότε τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος μετὰ τὸν δάκτυλον καὶ ἐξάγομεν τὸν σωλὴνα. Νὰ δευχθῇ ὅτι ἀναγκαστικῶς θὰ ἐκρεύσῃ ὑδραργύρος. Πόσον θὰ εἶναι τελικῶς τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ υδραργύρου ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ πόση θὰ εἶναι τότε ἡ πίεσις τοῦ αἰέρος ἐντὸς αὐτοῦ; Ἀτμοσφαιρική πίεσις: 75 cm Hg .

166. Ἐν στερεὸν σῶμα εἰδικοῦ βάρους $2,3 \text{ gr}^/\text{cm}^3$ ζυγίζει εἰς τὸν αἰέρα ἀκριβῶς $58,64 \text{ gr}^*$. Ἡ πυκνότης τῶν χρησιμοποιηθέντων σταθμῶν εἶναι $8,4 \text{ gr}/\text{cm}^3$. Νὰ εὑρεθῇ τὸ ἀπόλυτον βᾶρος τοῦ σώματος. Εἰδικὸν βᾶρος αἰέρος: $1,29 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

167. Μικρὰ σφαῖρα ἀπὸ καουτσούκ ἔχει ὄγκον $7,5 \text{ dm}^3$. Τὸ περιβλημα ἔχει βᾶρος $.5,2 \text{ gr}^$. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἀννρωτικὴ δύναμις, δταν ἡ σφαῖρα εἶναι πλήρης μετὰ ὑδρογόνον. Ὁ αἰρ καὶ τὸ ἐντὸς τῆς σφαίρας αἰέριον ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν καὶ πίεσιν. Εἰδικὸν βᾶρος αἰέρος: $1,293 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$ καὶ τοῦ ὑδρογόνου $0,09 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

168. Σφαιρικὸν ἀερόστατον ἔχει διάμετρον 2 m , τὸ δὲ βᾶρος τοῦ περικαλύμματος καὶ τῶν ἐξαρτημάτων του εἶναι 100 gr^ . Ἡ σφαῖρα τοῦ ἀεροστατοῦ περιέχει ὑδρογόνον ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Νὰ εὑρεθῇ πόσον βᾶρος δύναται νὰ ἀννψώσῃ τὸ ἀερόστατον, ἂν τὸ εἰδικὸν βᾶρος τοῦ ὑδρογόνου εἶναι $0,09 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$, τοῦ δὲ αἰέρος εἶναι $1,29 \text{ gr}^*/\text{dm}^3$.

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

171. Μοριακαὶ δυνάμεις.— Κατὰ τὸν μηχανικὸν διαχωρισμὸν ἐνὸς στερεοῦ σώματος (π.χ. κατὰ τὴν θραῦσιν μιᾶς ξυλίνης ράβδου) παρατηρεῖται πάντοτε ἀντίστασις. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι μεταξύ τῶν μορίων τοῦ σώματος ὑπάρχουν ἐλκτικαὶ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται **δυνάμεις συνοχῆς** ἢ ἀπλῶς **συνοχή**. Εἰς τὰ στερεὰ σώματα ἡ συνοχή εἶναι μεγίστη, ἐνῶ εἰς τὰ ἀέρια εἶναι σχεδὸν ἀνύπαρκτος. Ὅμοιαι ἐλκτικαὶ δυνάμεις ἀναπτύσσονται καὶ μεταξύ τῶν μορίων διαφορετικῶν σωμάτων, ὅταν ταῦτα φέρονται εἰς στενὴν ἐπαφήν μεταξύ των. Αἱ δυνάμεις αὗται καλοῦνται **δυνάμεις συναφείας** ἢ ἀπλῶς **συνάφεια**. Ἐνεκα τῆς συναφείας δυνάμεθα νὰ γράψωμεν ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος μὲ κιμαλίαν, ἐπὶ τοῦ χάρτου μὲ μελάνην κ.τ.λ. Αἱ δυνάμεις συνοχῆς καὶ συναφείας καλοῦνται γενικῶς **μοριακαὶ δυνάμεις**. Αἱ δυνάμεις αὗται ἐμφανίζονται μόνον, ὅταν τὰ μόρια εὔρεθῶν εἰς πολὺ μικρὰν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων (μικροτέραν ἀπὸ $5 \cdot 10^{-6}$ cm). Ἐὰν θραύσωμεν κιμαλίαν εἰς δύο τεμάχια καὶ ἔπειτα πιέσωμεν πρὸς ἀλλήλας τὰς δύο ἐπιφανείας θραύσεως, τὰ δύο τεμάχια δὲν δύνανται πλέον νὰ συνενωθῶν καὶ νὰ ἀποτελέσουν ἓν σῶμα, διότι τὰ μόρια δὲν δύνανται νὰ πλησιάσουν τόσον πολὺ μεταξύ των, ὥστε νὰ δράσουν αἱ δυνάμεις συνοχῆς καθ' ὅλην τὴν ἔκτασιν τῆς ἐπιφανείας θραύσεως.

172. Ἐλαστικότητα.— Τὰ φυσικὰ στερεὰ σώματα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν ἐπ' αὐτῶν ἐφαρμοζομένων δυνάμεων ὑφίστανται πάντοτε παραμορφώσεις. Κατὰ τὰς τοιαύτας παραμορφώσεις ἀναφαίνονται αἱ μοριακαὶ δυνάμεις. Μετὰ τὴν κατάργησιν τῶν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, αἱ μοριακαὶ δυνάμεις τείνουν νὰ ἐπαναφέρουν τὸ σῶμα εἰς τὴν ἀρχικὴν μορφήν του. Αἱ τοιαῦται παραμορφώσεις καλοῦνται ἐλαστικά, ἡ δὲ ιδιότης τῶν στερεῶν σωμάτων νὰ ὑφίστανται ἐλαστικὰς παραμορφώσεις καλεῖται **ἐλαστικότητα**. Ὅλα τὰ στερεὰ σώματα δὲν παρουσιάζουν τὸν αὐτὸν βαθμὸν ἐλαστικότητος. Ὁ χάλυψ, τὸ ἐλεφαντοστοῦν, τὸ καουτσούκ εἶναι πολὺ ἐλαστικὰ σώματα.

Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων τὰ στερεὰ σώματα ὑφίστανται ἐλκυσμόν, κάμψιν ἢ στρέψιν. Πειραματικῶς

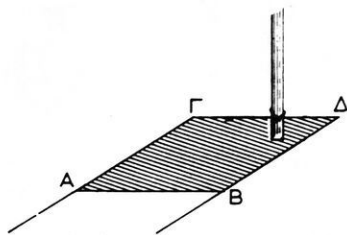
εύρίσκεται ότι αἱ ἐλαστικαὶ αὐταὶ παραμορφώσεις παρατηροῦνται, ἐφ' ὅσον ἡ ἐνεργοῦσα δύναμις δὲν ὑπερβαίνει μίαν ὠρισμένην τιμὴν, τὴν ὁποῖαν καλοῦμεν **ὄριον ἐλαστικότητος**. Ἐὰν ἡ δύναμις γίνῃ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὸ ὄριον ἐλαστικότητος, τότε ἡ προκαλουμένη παραμόρφωσις εἶναι μόνιμος. Ἐὰν δὲ ἡ δύναμις γίνῃ ἀκόμη μεγαλυτέρα, τότε ἐπέρχεται θραῦσις. Διὰ σύρμα ἢ ράβδον τομῆς 1 cm^2 , τὸ ὄριον ἐλαστικότητος εἶναι διὰ τὸν χάλυβα $5\,000 \text{ kgf}^*$, διὰ τὸν χαλκὸν 1200 kgf^* , καὶ διὰ τὸν μόλυβδον 30 kgf^* .

173. Ἐπιφανειακὴ τάσις.— Ἐντὸς διαλύματος σάπωνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχομεν προσθέσει ὀλίγην γλυκερίνην, βυθίζομεν πλαίσιον ἀπὸ σύρμα (σχ. 178), τοῦ ὁποῖου ἡ πλευρὰ AB δύναται νὰ ὀλισθαίη χωρὶς τριβῆν. Ὄταν ἀνασύρωμεν τὸ πλαίσιον, παρατηροῦμεν ὅτι ἔχει σχηματισθῆ ἓν ὀρθογώνιον ὑγρὸν ὑμένιον. Διατηροῦμεν τὸ πλαίσιον ὀριζόντιον καὶ τότε παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πλευρὰ AB μετακινεῖται πλησιάζουσα πρὸς τὴν πλευρὰν $\Gamma\Delta$. Τὸ πείραμα τοῦτο δεικνύει ὅτι τὸ ὑγρὸν ὑμένιον τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐπιφανείαν του, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μιᾶς δυνάμεως, ἡ ὁποία εἶναι **κάθετος** πρὸς τὴν εὐθεῖαν AB καὶ **ἐφαπτομένη** τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Τὸ πείραμα τοῦτο φανερώνει ὅτι αἱ μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις συνοχῆς προσδίδουν εἰς τὸ ὑγρὸν ὑμένιον ἰδιότητας **τεταμένης ἐλαστικῆς μεμβράνης**, ἡ ὁποία τείνει νὰ συσταλῇ. Καθ' ὅμοιον τρόπον συμπεριφέρεται καὶ ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ. Ὄστε εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ ὑπάρχει μία κατάστασις τάσεως, τὴν ὁποῖαν καλοῦμεν **ἐπιφανειακὴν τάσιν**.

Ἐνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ ὑγρὸν τείνει νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐξωτερικὴν ἐπιφανείαν του.

Ἐνεκα τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως αἱ πολὺ μικραὶ σταγόνες ὑγροῦ ἀποκτοῦν σφαιρικὸν σχῆμα (διότι ἐξ ὅλων τῶν σχημάτων ἡ σφαῖρα ἔχει, διὰ τὸν αὐτὸν ὕγκον, τὴν μικροτέραν ἐπιφάνειαν).

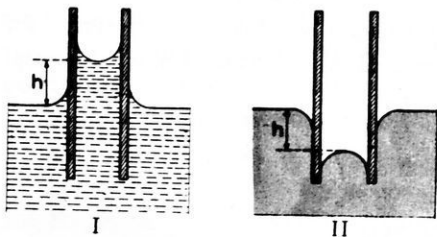
Εὐκόλως μετροῦμεν τὴν δύναμιν F , ἡ ὁποία ἐνεργεῖ ἐπὶ τῆς πλευ-



Σχ. 178. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑμενίου ἐλαττώνεται.

ρᾶς $AB = l$ τοῦ πλαισίου. Οὕτω κατὰ μονάδα μήκους τῆς πλευρᾶς AB ἐνεργεῖ δύναμις $\alpha = \frac{F}{l}$. Τὸ α καλεῖται **συντελεστὴς ἐπιφανειακῆς τάσεως** τοῦ ὑγροῦ καὶ εἶναι χαρακτηριστικὸς δι' ἕκαστον ὑγρὸν. Οὕτως εἶναι διὰ τὸν ὑδράργυρον $\alpha = 500$ dyn/cm, διὰ τὸ ὕδωρ $\alpha = 73$ dyn/cm καὶ διὰ τὸ ἐλαιόλαδον $\alpha = 38$ dyn/cm.

174. Τριχοειδῆ φαινόμενα.— Ἐντὸς ὕδατος βυθίζομεν ὑάλινον σωλῆνα πολὺ μικρᾶς διαμέτρου (σχ. 179). Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς τοῦ σωλῆνος τὸ ὕδωρ ἰσορροπεῖ σχηματίζον μικρὰν στήλην ὑγροῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ ἐλευθέρη ἐπιφάνεια εἶναι κοίλη. Ἐὰν χρησιμοποιήσωμεν σωλῆνας διαφόρων διαμέτρων εὐρίσκομεν ὅτι ἡ ἀνύψωσις h τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος τοῦ



Σχ. 179. Ἀνύψωσις καὶ ταπείνωσις ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδῶν σωλῆνων.

σωλῆνος. Ἀντιθέτως ἐὰν βυθίσωμεν λεπτὸν ὑάλινον σωλῆνα ἐντὸς ὑδραργύρου, παρατηροῦμεν ταπείνωσιν τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, ἡ δὲ ἐλευθέρη ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου εἶναι κυρτή. Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα καλοῦνται **τριχοειδῆ φαινόμενα**. Τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ ὑάλινου σωλῆνος, λέγομεν ὅτι *διαβρέχει* τὴν ὕαλον, ἐνῶ ἀντιθέτως λέγομεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος *δὲν διαβρέχει* τὴν ὕαλον. Τὰ τριχοειδῆ φαινόμενα ἐρμηνεύονται, ἐὰν ληφθοῦν ὑπ' ὄψιν αἱ ἀναπτυσσόμεναι ἐπιφανειακαὶ τάσεις.

* **175. Διαλύματα.**— Ἐντὸς ὠρισμένης μάζης ὕδατος ρίπτομεν τεμάχιον ζαχάρεως. Τότε τὰ μόρια τῆς ζαχάρεως διαχέονται ὁμοιομόρφως ἐντὸς ὁλοκλήρου τῆς μάζης τοῦ ὕδατος. Τὸ προκύπτον ὁμογενὲς μείγμα καλεῖται *διάλυμα*.

Ἡ μᾶζα τῆς ζαχάρεως, ἡ ὁποία δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος ἔχει ἐν ὠρισμένον ὄριον, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν. Τὸ ὄριον τοῦτο αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

Τὸ σπουδαιότερον εἰς τὴν Φύσιν ὑπάρχον διαλυτικὸν μέσον εἶναι

τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν ιδιότητα νὰ διαλύῃ τὰ περισσότερα σώματα. Ἐν διάλυμα δύναται νὰ χωρισθῇ εἰς τὰ συστατικά του διὰ διαφόρων μεθόδων (π.χ. δι' ἐξατμίσεως ἢ διὰ πύξσεως τοῦ διαλυτικοῦ μέσου). Τὸ διαλυόμενον σῶμα δύναται νὰ εἶναι στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον, τὸ ὁποῖον ὅμως δὲν ἀντιδρᾷ χημικῶς μὲ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐφαρμογὴν τῆς διαλύσεως ἀερίων ἔχομεν εἰς τὰ διάφορα ἀεριοῦχα ποτά.

α) Κεκορεσμένον καὶ ἀκόρεστον διάλυμα. Εἶδομεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ στερεοῦ, ἢ ὁποῖα δύναται νὰ διαλυθῇ ἐντὸς 1 gr ὕδατος, ἔχει ἐν ὀρισμένον ὄριον. Τὸ ὄριον τοῦτο καλεῖται **συντελεστὴς διαλυτότητος** τοῦ στερεοῦ καὶ αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.

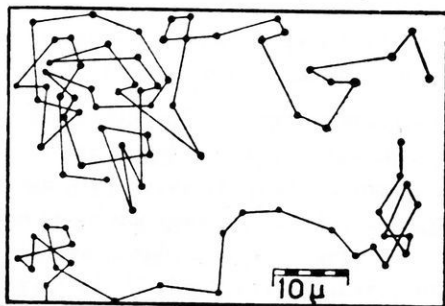
Ἐν διάλυμα λέγεται **κεκορεσμένον**, ὅταν εἰς τὸ διάλυμα περιέχεται τὸ ἀνώτατον ὄριον τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ περιέχῃ τὸ διαλυτικὸν μέσον. Ἐὰν αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, τοῦτο μεταβάλλεται εἰς **ἀκόρεστον** διάλυμα, διότι αὐξάνεται ὁ συντελεστὴς διαλυτότητος. Ἀντιθέτως ἐὰν ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κεκορεσμένου διαλύματος, ὁ συντελεστὴς διαλυτότητος ἐλαττοῦται καὶ μέρος τοῦ διαλελυμένου στερεοῦ ἀποβάλλεται ἐκ τοῦ διαλύματος, τὸ ὁποῖον ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ κεκορεσμένον.

Τὰ κράματα θεωροῦνται ὡς **στερεὰ διαλύματα**.

β) Γαλάκτωμα. Μία ἐνδιαφέρουσα κατηγορία διαλυμάτων εἶναι τὰ **γαλακτώματα**. Οὕτω χαρακτηρίζομεν ὀρισμένα ὑγρά, τὰ ὁποῖα περιέχουν ἐν αἰωρήσει μικροὺς κόκκους ἄλλου σώματος. Τὸ σῶμα τοῦτο εἶναι ἀδιάλυτον εἰς τὸ διαλυτικὸν μέσον. Τὸ ὕδωρ καὶ τὸ ἔλαιον εἶναι δύο μὴ μιγνύομενα ὑγρά. Διὰ παρατεταμένης ὅμως ἀναταράξεως ἐπιτυγχάνεται ἡ παρασκευὴ γαλακτώματος, δηλαδὴ ἐπιτυγχάνεται ὁ λεπτότατος διαμερισμὸς τοῦ ἐλαίου καὶ ἡ ὁμοιόμορφος διανομὴ τῶν σταγονιδίων τοῦ ἐλαίου ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ἐὰν δὲν ληφθοῦν ὀρισμέναι προφυλάξεις, τὸ γαλάκτωμα ταχέως καταστρέφεται, διότι τὰ αἰωρούμενα σταγονίδια συνεννοῦνται καὶ τέλος τὰ δύο ὑγρά σχηματίζουν δύο σαφῶς διακεκριμένα στρώματα. Ἡ ταχεῖα καταστροφὴ τοῦ γαλακτώματος παρεμποδίζεται, ἂν εἰς τὸ γαλάκτωμα προστεθῇ ἐν τρίτον σῶμα, τὸ ὁποῖον νὰ εἶναι διαλυτὸν ἐντὸς τοῦ ἐνὸς ἢ τοῦ ἄλλου ὑγροῦ. Τὸ προστιθέμενον τρίτον σῶμα **σταθεροποιεῖ** τὸ γαλάκτωμα. Τὸ γάλα εἶναι ἐν γαλάκτωμα μικροτάτων σταγονιδίων λιπαρῶν οὐσιῶν αἰωρουμένων ἐντὸς ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει ἐν διαλύσει

λακτόζην, άνόργανα άλατα, καζεΐνην και άλβουμίνας. Τά γαλακτώματα παΐζουν σπουδαιότατον ρόλον εις τήν φαρμακευτικήν. Ούτω τά χρησιμοποιοϋν εύρύτατα διά νά καταστήσουν ελάχιστα δυσάρεστον τήν λήψιν λιπαρών ούσιων (μουρουελαίου, κικινελαίου κ.ά.). Έπίσης τά γαλακτώματα παΐζουν σπουδαιότατον ρόλον εις τήν οικιακήν οικονομίαν και τήν υγιεινήν. Ο καθαρισμός των ύφασμάτων και του δέρματος από τάς λιπαράς ούσίας όφείλεται εις τό γεγονός, ότι οι σάπωνες βοηθούν έξαιρετικώς εις τόν σχηματισμόν σταθερών γαλακτωμάτων λιπαρών σωμάτων έντός ύδατος.

176. Κινητική θεωρία.— Δι' ένός ισχυροϋ μικροσκοπίου παρατηρούμεν σταγόνα ύδατος, έντός τής οποίας προσετέθη ελάχιστη ποσότης σιλικής μελάνης: αύτη άποτελείται από μικρότατα τεμάχια αιθάλης. Βλέπομεν τότε ότι τά σωματίδια αύτά εύρίσκονται εις άδιάκοπον κίνησιν. Η διεύθυνσις τής κινήσεως συνεχώς μεταβάλλεται, ώστε έκαστον σωματίδιον διαγράφει άκανόνιστον τεθλασμένην γραμμήν (σχ. 180). Τό φαινόμενον τούτο παρατηρήθη διά πρώτην



Σχ. 180. Κίνησις του Brown.

φοράν από τόν Άγγλον βοτανικόν Brown (1827) και καλείται **κίνησις του Brown**. Τά μικρά στερεά σωματίδια εύρίσκονται εις άδιάκοπον κίνησιν, διότι δέχονται έκ μέρους των μορίων του ύγρου κρούσεις, αι οποΐαι προσδίδου εις τά σωματίδια τόσον μεγαλυτέραν ταχύτητα, όσον μικρότερα είναι ή μάζα των

σωματιδίων. "Ωστε ή κίνησις του Brown άποδεικνύει ότι :

Τά μόρια ένός ύγρου εύρίσκονται εις άδιάκοπον κίνησιν.

"Όταν μία άκτις φωτός εισέρχεται έντός σκοτεινού σωματίου, παρατηρούμεν ότι τά έντός του άέρος αιώρούμενα λεπτότατα σωματίδια, εύρίσκονται εις άδιάκοπον κίνησιν. Έκ τούτου συνάγεται ότι :

Τά μόρια των άερίων εύρίσκονται εις άδιάκοπον κίνησιν, όπως και τά μόρια των ύγρων.

Ἐπὶ τῶν ἀντιλήψεων τούτων ἀνεπτύχθη ἡ **κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων**, ἡ ὁποία ἐρμηνεύει μηχανικῶς τοὺς νόμους τῶν ἀερίων. Τὰ μόρια τῶν ἀερίων συμπεριφέρονται ὡς ἐλαστικαὶ σφαῖραι. Ὅταν λοιπὸν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου προσπίπτουν ἐπὶ τοῦ τοιχώματος τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ἀέριον, τότε τὰ μόρια ἀνακλῶνται. Τὸ τοίχωμα δέχεται συνεπῶς μίαν ἄπωσιν πρὸς τὰ ἔξω. Αὐταὶ αἱ ἀναρίθμητοι κρούσεις τῶν μορίων ἐπὶ τοῦ τοιχώματος ἐκδηλοῦνται ὡς πίεσις τοῦ ἀερίου.

Μέση ταχύτης τῶν μορίων τῶν ἀερίων εἰς 0°C	
Ἀέριον	Ταχύτης
Ἵδρογόνον	1840 m/sec
Ἀζωτον	493 »
Ὄξυγόνον	461 »
Διοξειδίου ἀνθρακος	393 »

***177. Συμπεράσματα τῆς κινητικῆς θεωρίας.**— Ἡ κινητικὴ θεωρία τῶν ἀερίων καταλήγει εἰς τὰ ἑξῆς συμπεράσματα:

I. Ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν πυκνότητα (d) τοῦ ἀερίου καὶ ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος τῶν μορίων τοῦ ἀερίου.

$$\text{πίεσις ἀερίου: } p = \frac{1}{3} d \cdot v^2$$

II. Ἐν κυβικὸν ἑκατοστόμετρον παντὸς ἀερίου ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως περιέχει σταθερὸν ἀριθμὸν μορίων:

$$\text{ἀριθμὸς τοῦ Loschmidt: } N_L = 26,87 \cdot 10^{18} \text{ μόρια/cm}^3$$

III. Εἰς ἓν γραμμομόριον παντὸς ἀερίου περιέχεται σταθερὸς ἀριθμὸς μορίων:

$$\text{ἀριθμὸς τοῦ Avogadro: } N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ μόρια/mol}$$

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

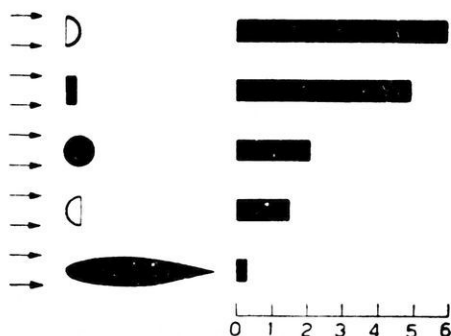
169. Εἰς πόσον ὄγκον ὕδρογόνου εὐρισκομένου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας περιέχεται τόσον πλῆθος μορίων, ὅσος εἶναι ὁ πλῆθυσμὸς τῆς Γῆς; Πληθυσμὸς τῆς Γῆς $2,5 \cdot 10^9$ ἄνθρωποι.

170. Πόσα μόρια περιέχονται εἰς 1 m^3 ὀξυγόνου, εὐρισκομένου ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας;

171. Πόση εἶναι ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων τοῦ αἰέρος ὑπὸ τὰς κανονικᾶς συνθήκας, ἂν ἡ πυκνότης του εἶναι $1,293 \text{ gr/m}^3$;

ΑΝΤΙΣΤΑΣΙΣ ΤΟΥ ΑΕΡΟΣ

178. Νόμος τῆς ἀντιστάσεως τοῦ αἰέρος.— Ὅταν ἐν σώματι κινῆται ἐντὸς ἡρεμοῦντος αἰέρος ἢ ἀντιστρόφως ὁ αἴρ κινεῖται ἐν σχέ-



Σχ. 181. Τὰ 5 σώματα ἔχουν διαφορετικὰ σχήματα, ἀλλὰ παρουσιάζουν τὴν αὐτὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν.

σει πρὸς τὸ ἡρεμοῦν σώμα, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἀναπτύσσεται μία δύναμις, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀντίστασις τοῦ αἰέρος**. Τὴν δύναμιν αὐτὴν αἰσθάνεται ὁ ταχέως κινούμενος ποδηλάτης καὶ ὁ ἀκίνητος παρατηρητὴς ὁ δεχόμενος τὸ ρεῦμα ἰσχυροῦ ἀνέμου. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι διὰ τὴν ἀντίστασιν τοῦ αἰέρος ἰσχύει ὁ ἀκόλουθος νόμος:

Ἡ ἀντίστασις τοῦ αἰέρος (R) εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν μετωπικὴν ἐπιφάνειαν (σ) τοῦ σώματος, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ταχύτητος (v) καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος.

$$\text{ἀντίστασις τοῦ αἰέρος: } R = K \cdot \sigma \cdot v^2$$

Ὁ συντελεστὴς τῆς ἀντιστάσεως K ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Ἡ ἀνωτέρω ἐξίσωσις ἰσχύει ἐφ' ὅσον ἡ ταχύτης

υ είναι μικρότερα από την ταχύτητα του ήχου. Διὰ τὰς πολὺ μεγάλας ταχύτητας (βλήματα) ὁ ἀνωτέρω τύπος δὲν ἰσχύει. Ἡ σπουδαία ἐπίδρασις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος ἐπὶ τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος, φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα 181. Ἀπὸ τὴν σύγκρισιν τῶν τιμῶν τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος καταφαίνεται ὅτι ἔχει ἰδιαιτέραν σημασίαν ἢ διαμόρφωσις τοῦ σώματος εἰς τὸ ὀπισθεν τμήμα του. Πολὺ μικρὰ ἀντίστασις ἀναπτύσσεται, ὅταν τὸ σῶμα ἔχη ἰχθυοειδὲς σχῆμα (κοινῶς ἀεροδυναμικόν).

Παράδειγμα. Δι' ἓνα ποδηλατιστὴν εἶναι $K = 0,03$ ὅταν τὸ σ μετρητῆται εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec . Ἐὰν ἡ μετωπικὴ ἐπιφάνεια τοῦ ποδηλατιστοῦ εἶναι $\sigma = 0,5 m^2$ καὶ ἡ ταχύτης τού εἶναι $v = 4 m/sec$, τότε ἡ ἀναπτυσσομένη ἀντίστασις τοῦ ἀέρος εἶναι:

$$R = 0,03 \cdot 0,5 \cdot 16 = 0,24 \text{ kgr}^* = 240 \text{ gr}^*$$

179. Πτώσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος.— Ὅταν ἐν σῶμα πίπτῃ κατακόρυφος ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε ἐπὶ τοῦ σώματος ἐνεργοῦν αἱ ἐξῆς δυνάμεις: 1) τὸ βάρος τοῦ σώματος B , τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερά· 2) ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος R , ἡ ὁποία εἶναι δύναμις κατακόρυφος διευθυνομένη πρὸς τὰ ἄνω καὶ ἡ ὁποία βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενη, ἐφ' ὅσον αὐξάνεται καὶ ἡ ταχύτης τοῦ σώματος. Τὸ σῶμα κινεῖται λοιπὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $B - R$ καὶ ἀποκτᾷ ἐπιτάχυνσιν γ , ἡ ὁποία, ὅπως φαίνεται ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $B - R = m \cdot \gamma$, δὲν εἶναι σταθερά, διότι τὸ R δὲν εἶναι σταθερόν. Ἡ ἐπιτάχυνσις βαίνει συνεχῶς ἐλαττωμένη καὶ τέλος μηδενίζεται ὅταν γίνῃ $R = B$. Ἡ πτώσις τότε γίνεται ὁμαλὴ καὶ ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν ἀπέκτησε τὸ σῶμα, καλεῖται ὀρική ταχύτης. Ἡ ὀρική ταχύτης ὑπολογίζεται ἀπὸ τὴν σχέσιν $R = B$, ἡ ὁποία γράφεται:

$$K \cdot \sigma \cdot v^2 = B$$

Ἐφαρμογὴν τῆς πτώσεως σώματος μετὰ τὴν ὀρικήν ταχύτητα ἔχομεν εἰς τὰ ἀλεξίπτωτα. Ἐπίσης αἱ σταγόνες τῆς βροχῆς καὶ τῆς ομίχλης πίπτουν συνήθως μετὰ τὴν ὀρικήν ταχύτητα. Ὡστε:

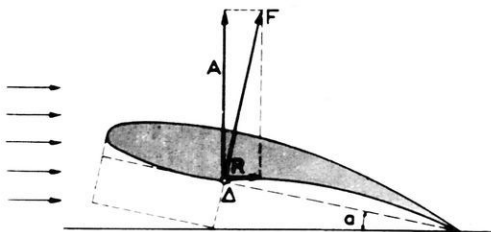
Ἐνεκα τῆς ἀντιστάσεως τοῦ ἀέρος ἡ πτώσις τῶν σωμάτων ἐντὸς τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι κίνησις ὁμαλῶς μεταβαλλομένη.

Παράδειγμα. Διὰ τὸ ἀλεξίπτωτον εἶναι $K = 0,163$ ὅταν τὸ σ μετρητῆται εἰς m^2 καὶ τὸ υ εἰς m/sec . Ἐὰν τὸ ὀλικὸν βᾶρος τῆς συσκευῆς (ἀνθρώπου καὶ ἀε-

Είπωτον) είναι $B = 200 \text{ kgr}^*$ και ή μετωπική επιφάνεια είναι $\sigma = 78 \text{ m}^2$ τότε ή όρική ταχύτης είναι:

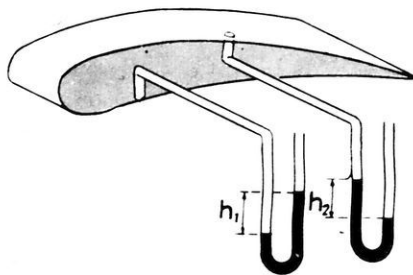
$$v = \sqrt{\frac{200}{0,163 \cdot 78}} = 4 \text{ m/sec}$$

180. Άεροπλάνον. — Τò άεροστάτον στηρίζεται εις τόν άέρα ένεκα τής άνώσεως του άέρος, ή όποία καλείται **στατική άνωσις**. Τò



Σχ. 182. Έπί τής πτέρυγος αναπτύσσεται ή άεροδύναμις F.

άεροστάτον δύναται νά διατηρηθῆ ακίνητον έντός του άέρος. Άντιθέτως τò άεροπλάνον στηρίζεται εις τόν άέρα μόνον έφ' όσον κινείται, όποτε, ένεκα τής σχετικής κινήσεώς του ως προς τόν άέρα, αναπτύσσεται επί των δύο πτερυγών του κατακόρυφος δύναμις διευθυνομένη προς τά άνω, και ή όποία καλείται **δυναμική άνωσις**. Προς τούτο ή πτέρυξ του άεροπλάνου έχει διαμορφωθῆ καταλλήλως (σχ. 182). Όταν ή πτέρυξ του άεροπλάνου κινῆται έντός του άέρος, τότε αναπτύσσεται επί τής πτέρυγος μία δύναμις F, ή όποία καλείται **άεροδύναμις**. Η άεροδύναμις δύναται νά αναλυθῆ εις δύο καθέτους συνιστώσας, τήν **δυναμικήν άνωσιν** A, κάθετον προς τήν τροχίαν και τήν **δυναμικήν αντίστασιν** R παράλληλον προς τήν τροχίαν. Η έντασις των δύο τούτων δυνάμεων εξαρτάται από τήν γωνίαν προσβολῆς α . Αί μετρήσεις αποδεικνύουν ότι ή δυναμική άνωσις λαμβάνει τήν μεγίστην τιμήν, όταν είναι $\alpha = 15^\circ$. Η ανάπτυξις τής άεροδυνάμεως F είναι αποτέλεσμα τής κατανομῆς των πιέσεων εις τήν άνω και τήν κάτω επιφάνειαν τής πτέρυγος. Η μέτρησης των πιέσεων τούτων έπιτυγχάνεται με ειδικά μανόμετρα (σχ. 183).



Σχ. 183. Μέτρησης τής διαφορῆς πιέσεως.

Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν πιέσεων, αἱ ὁποῖαι ἐπικρατοῦν εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τῆς πτέρυγος, εὐρέθη ὅτι εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος ἐπικρατεῖ ὑποπίεσις, ἐνῶ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν ἐπικρατεῖ ἀντιθέτως ὑπερπίεσις. Ἐκ τῆς τοιαύτης κατανομῆς τῶν πιέσεων προκύπτει ὡς συνισταμένη ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι σχεδὸν κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος.

Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν λοιπὸν ἔρευναν συνήχθησαν τὰ ἐπόμενα συμπεράσματα :

I. Ἐπὶ μιᾷ κινουμένης πτέρυγος ἀεροπλάνου ἀναπτύσσεται ἡ ἀεροδύναμις, ἡ ὁποία εἶναι περίπου κάθετος πρὸς τὴν χορδὴν τῆς πτέρυγος· τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς ἀεροδυναμῆος εὐρίσκεται πλησίον τοῦ ἔμπροσθίου ἄκρου τῆς πτέρυγος.

II. Ἡ ἀεροδύναμις προκύπτει ὡς συνισταμένη τῆς ὑπερπίεσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν κάτω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος, καὶ τῆς ὑποπίεσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς τὴν ἄνω ἐπιφάνειαν τῆς πτέρυγος.

III. Ἡ ἔντασις τῆς ἀεροδυναμῆος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν γωνίαν προσβολῆς.

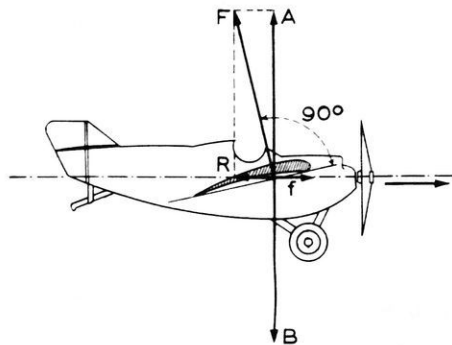
Ἐπὶ τοῦ πετῶντος ἀεροπλάνου ἐνεργοῦν τρεῖς δυνάμεις: α) τὸ βάρος B τοῦ ἀεροπλάνου, β) ἡ ἔλξις f , τὴν ὁποίαν ἀναπτύσσει ἡ ἔλιξ καὶ γ) ἡ ἀεροδύναμις F , ἡ ὁποία ἀναπτύσσεται ἐπὶ τῆς πτέρυγος τοῦ ἀεροπλάνου.

Κατὰ τὴν ὁμαλὴν ὀριζοντιαν πτήσιν τοῦ ἀεροπλάνου ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων B , f καὶ F εἶναι ἴση μὲ μηδὲν

(σχ. 184). Τότε ἰσχύουν αἱ ἀκόλουθοι σχέσεις:

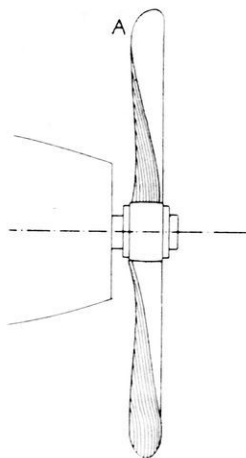
$$\text{ἔξισωσις στηρίξεως : } A = B$$

$$\text{ἔξισωσις ἔλξεως : } f = R$$



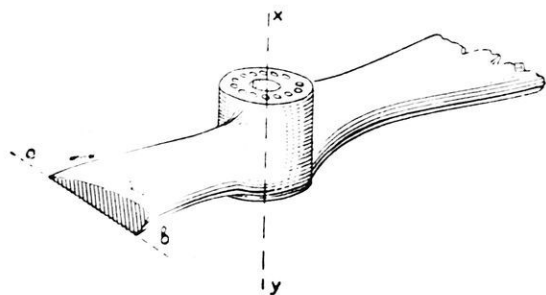
Σχ. 184. Ὅριζοντία πτήσις ἀεροπλάνου.

181. Σύστημα προώθησως τοῦ ἀεροπλάνου.—Διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου χρησιμοποιοῦνται ἑλικοεσ. Ἡ ἑλιξ ἀποτελεῖται ἀπὸ 2, 3 ἢ 4 πτερύγια (σχ. 185).



Σχ. 185. Ἑλιξ ἀεροπλάνου.

Κατὰ τὴν περιστροφὴν τῆς ἑλικος δημιουργεῖται δύναμις, ἡ ὁποία προσδίδει ἐπιτάχυνσιν εἰς μεγάλην μᾶζαν ἀέρος με φερὰν πρὸς τὰ ὀπίσω. Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως ἡ ἐξωθουμένη πρὸς τὰ ὀπίσω μᾶζα τοῦ ἀέρος ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς ἑλικος μίαν δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον, ἡ ὁποία ἔχει φερὰν πρὸς τὰ ἔμπροσ. Ἀντὶ τῆς ἑλικος χρησιμοποιοῦνται σήμερον διὰ τὴν προώθησιν τοῦ ἀεροπλάνου οἱ κινητήρες ἀεριοπροωθήσεως. Εἰς τοὺς κινητήρας τούτους ὁ ἀήρ εἰσέρχεται ἀπὸ ἓν στόμιον εὐρισκόμενον εἰς τὸ ἔμπροσθεν μέρος τοῦ ἀεροπλάνου. Δι' ἐνὸς ἀεροσυμπίεστοῦ ὁ ἀήρ συμπίεζεται ἐντὸς τοῦ κινητήρος καὶ ἀποκτᾷ πίεσιν 4 ἕως 5 ἀτμοσφαιρῶν. Ὁ συμπίεσθεις ἀήρ χρησιμοποιεῖται ἔπειτα διὰ τὴν καύσιν μιᾶς ὑγρᾶς καυσίμου οὐσίας (βενζίνης ἢ πετρελαίου). Οὕτω προκύπτουν μεγάλαι μᾶζαι πολὺ θερμῶν ἀερίων, τὰ ὁποῖα ἐκφεύγουν πρὸς τὰ ὀπίσθεν με μεγάλην ταχύτητα.



Σχ. 185α. Τομὴ ἑλικος.

Συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ὀρμῆς, τὸ ἀεροπλάνον κινεῖται κατὰ φερὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φερὰν τῆς ἐξόδου τῶν ἀερίων, ὅπως συμβαίνει καὶ εἰς τοὺς πυραύλους. Διὰ τὴν κυβέρνησιν τοῦ ἀεροπλάνου ὑπάρχει σύστημα πηδάλιων, ἧτοι ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν

στρεπτῶν περὶ κατακορύφους ἢ ὀριζοντίους ἄξονας. Τὰ πηδάλια ταῦτα εὐρίσκονται εἰς τὸ οὐραῖον μέρος τοῦ ἀεροπλάνου καὶ εἰς τὰ ὀπισθεν ἄκρα τῶν πτερύγων.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

172. Διὰ τὸ ἀλεξιπτωτον ἡ τιμὴ τοῦ K εἶναι 0,123, ὅταν ἡ R μετρηθῆται εἰς $\text{kg}r^*$, ἢ σ εἰς m^2 καὶ ἡ v εἰς $\text{m}|\text{sec}$. Νὰ εὐρεθῆ πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐπιφάνεια σ τοῦ ἀλεξιπτώτου, ὥστε τοῦτο νὰ ἀποκτᾷ ὀρικτὴν ταχύτητα ἴσην μὲ 3,5 $\text{m}|\text{sec}$, ὅταν τὸ ὅλον βᾶρος, τὸ ὁποῖον ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ἀλεξιπτωτον εἶναι 95 $\text{kg}r^*$.

173. Μία σφαιρικὴ σταγὼν βροχῆς ἔχει ἀκτῖνα 0,2 cm . Νὰ εὐρεθῆ ἡ πόση εἶναι ἡ ὀρικτὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποῖαν πίπτει ἡ σταγὼν, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἐπὶ μιᾶς σφαιρας, ἡ ὁποία ἔχει ἀκτῖνα $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ μέτρον καὶ πίπτει μὲ ταχύτητα 1 $\text{m}|\text{sec}$, ἀναπτύσσεται ἀντίστασις τοῦ ἀέρος ἴση μὲ 0,03 $\text{kg}r^*$.

174. Μία μικρὰ κοίλη σφαιρα ἀπὸ ἀργίλλιον, εἶναι στερεωμένη εἰς τὸ ἄκρον λεπτῆς ράβδου OA , τῆς ὁποίας τὸ βᾶρος δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν. Ἡ ράβδος δύναται νὰ στρέφεται περὶ ὀριζόντιον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ ἄκρου τῆς O . Ἡ συσκευὴ αὕτη τοποθετεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ πνεόντος ἀνέμου. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ράβδος OA σχηματίζει γωνίαν 45° μὲ τὴν κατακόρυφον, ἐνῶ τὸ ἀνεμόμετρον δεικνύει ὅτι κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκεῖνην ὁ ἀνεμος ἔχει ταχύτητα $v = 10 \text{ m}|\text{sec}$. Νὰ εὐρεθῆ ἡ πόση θὰ ἦτο ἡ ὀρικτὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποῖαν θὰ ἐπιπτεν ἡ σφαιρα ἐντὸς ἡρεμοῦντος ἀέρος.

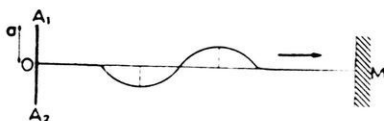
175. Τὸ φορτίον, τὸ ὁποῖον ὑποβαστάζει μία πτέρυξ ἀεροπλάνου, ἀνέρχεται εἰς 50 $\text{kg}r^*/\text{m}^2$. Νὰ εὐρεθῆ ἡ διαφορὰ πιέσεως μεταξὺ τῆς κατωτέρας καὶ τῆς ἀνωτέρας ἐπιφανείας τῆς πτέρυγος εἰς gr^*/cm^2 .

176. Ἀεροπλάνον ἔχει βᾶρος 6 400 $\text{kg}r^*$, ἡ δὲ ἀναπτυσσομένη ἀεροδύναμις δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν: $F' = 0,03 \Sigma \cdot v^2$, ὅπου Σ εἶναι ἡ γέροσσα ἐπιφάνεια εἰς m^2 , v εἶναι ἡ ταχύτης εἰς $\text{m}|\text{sec}$ καὶ F' εἶναι ἡ

αεροδύναμις εἰς kgf^* . Ἐὰν ἡ φέρουσα ἐπιφάνεια τοῦ αεροπλάνου εἶναι $60 m^2$ καὶ ἡ γωνία προσβολῆς πολὺ μικρά, νὰ εὐρεθῇ πόση πρέπει νὰ γίνη ἡ ταχύτης τοῦ αεροπλάνου διὰ νὰ κατορθώσῃ τοῦτο νὰ ἀπογειωθῇ.

Κ Υ Μ Α Ν Σ Ε Ι Σ

182. Ἐγκάρσια κύματα.—Τὸ ἐν ἄκρον μακρᾶς χορδῆς ἀπὸ κομπούκ στερεώνομεν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον M (σχ. 186), ἐνῶ τὸ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μετὰ τὴν



Σχ. 186. Ἐγκάρσια κύματα.

χεῖρα μας, τείνοντες συγχρόνως τὴν χορδὴν ἐλαφρῶς. Ἐὰν ἀναγκάσωμεν τὸ ἄκρον O νὰ ἐκτελέσῃ μίαν ταλάντωσιν πλάτους a , παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς

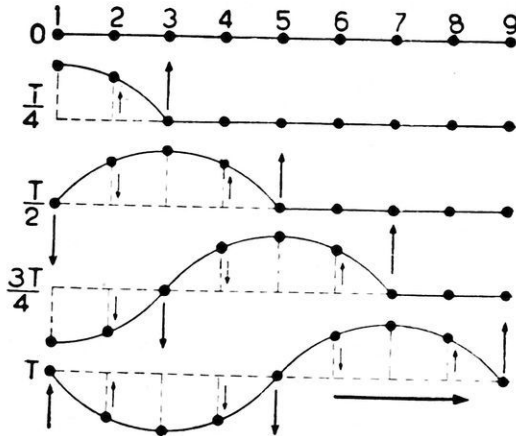
χορδῆς διαδίδεται μία κυματοειδῆς παραμόρφωσις, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **κύματα**.

Ἡ κίνησις τοῦ O προκαλεῖ διατάραξιν εἰς τὰ γειτονικὰ πρὸς αὐτὸ σημεῖα, διότι τὰ σημεῖα αὐτὰ συνδέονται μετὰ τὸ O δι' ἐλαστικῶν δυνάμεων (μοριακῶν δυνάμεων). Οὕτως ὅλα τὰ μέρη τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς ἀναγκάζονται νὰ ἐκτελέσουν διὰδοχικῶς τὴν ἴδιαν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐξετέλεσε τὸ σημεῖον O . Ἡ τοιαύτη μετάδοσις τῆς κινήσεως ἀπὸ τοῦ ἑνὸς σημείου εἰς τὸ ἄλλο καλεῖται **κύμανσις**. Εἰς τὸ ἀνωτέρω παράδειγμα τῆς τεντωμένης χορδῆς τὰ μέρη τοῦ **ἐλαστικοῦ μέσου** (δηλαδή τὰ μέρη τοῦ ἐλαστικοῦ σώματος) πάλλονται καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα καλοῦνται **ἐγκάρσια κύματα**.

Εἰς τὰ ἐγκάρσια κύματα σχηματίζονται κοιλώματα καὶ ὑψώματα.

183. Μῆκος κύματος.— Ἄς θεωρήσωμεν μίαν σειρὰν μορίων τῆς ἐλαστικῆς χορδῆς. (σχ. 187). Ἡ κίνησις μεταδίδεται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς μορίου εἰς τὸ ἀμέσως ἐπόμενον μετὰ μικρὰν καθυστέρησιν, ἕνεκα τῆς ἀδρανείας τοῦ μορίου. Ἐὰν λοιπὸν ὑποθέσωμεν ὅτι ἕκαστον μῶριον ἀρχίζει νὰ κινῆται μετὰ παρέλευσιν χρόνου $T/8$ ἀπὸ τῆς στιγμῆς τῆς ἐκκι-

νήσεως τοῦ γειτονικοῦ μορίου, τότε κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμήν T τίθεται εἰς κίνησιν τὸ μόριον 9, ἐνῶ τὸ μόριον 1 ἔχει συμπληρώσει μίαν ὀλόκληρον ταλάντωσιν. Κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμήν τὸ μόριον 3 ἔχει ἐκτελέσει τὰ τρία τέταρτα τῆς ταλάντωσεως· τὸ μόριον 5 ἔχει ἐκτελέσει τὸ ἕμισυ τῆς ταλάντωσεως· τὸ δὲ μόριον 7 ἔχει ἐκτελέσει τὸ τέταρτον τῆς ταλάντωσεως. Τὰ βέλη φανερώνουν τὴν φοράν καὶ κατὰ προσέγγισιν τὸ μέγεθος τῆς ταχύτητος τῶν μορίων.



Σχ. 187. Διάδοσις ἐγκάρσιας κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

Παρατηροῦμεν ὅτι ἐντὸς τοῦ χρόνου T ἡ κύμανσις διαδίδεται εἰς ὀρισμένην ἀπόστασιν μὲ σταθεράν ταχύτητα $υ$.

Μῆκος κύματος λ τῆς κυμάνσεως καλεῖται ἡ ἀπόστασις, εἰς τὴν ὁποίαν διαδίδεται ἡ κύμανσις ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

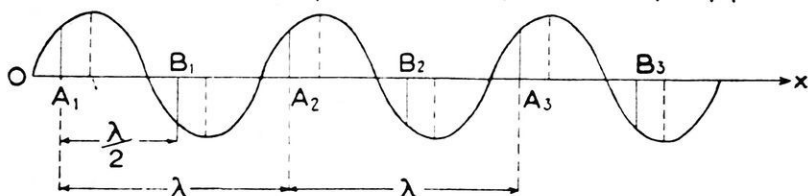
$$\text{μῆκος κύματος: } \lambda = υ \cdot T$$

Ἐπειδὴ ἡ συχνότης ν εἶναι $\nu = \frac{1}{T}$ ἡ προηγουμένη σχέσηις δίδει τὴν ἀκόλουθον θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῶν κυμάνσεων:

$$\text{ταχύτης διαδόσεως κυμάνσεως: } υ = \nu \cdot \lambda$$

Ἐὰν τὸ σημεῖον O ἐκτελῇ συνεχῶς ἀρμονικὰς ταλάντωσεις, τότε ἐντὸς τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου διαδίδεται συνεχῶς μία κύμανσις. Κατὰ μίαν ὀρισμένην χρονικὴν στιγμήν τὸ κύμα ἔχει τὴν μορφήν, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 188. Τὰ σημεῖα A_1, A_2, A_3 , ἔχουν κατὰ τὴν αὐτὴν στιγμήν τὴν αὐτὴν ἀπομάκρυνσιν. Μετὰ παρέλευσιν χρόνου τινὸς τὰ

σημεία A_1, A_2, A_3 θά ἔχουν ἄλληλη ἀπομάκρυνση, ἢ ὅποια ὅμως θά εἶναι ἡ αὐτὴ διὰ τὰ τρία σημεία. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι



Σχ. 188. Ἡ ἀπόστασις A_1A_2 ἢ A_2A_3 εἶναι ἴση μὲ λ , ἢ δὲ ἀπόστασις A_1B_1 ἢ B_1A_2 εἶναι ἴση μὲ $\lambda/2$.

τὰ θεωρούμενα σημεία ἔχουν τὴν **αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως**. Αἱ ἀποστάσεις A_1A_2 καὶ A_2A_3 εἶναι ἴσαι μὲ τὸ μῆκος κύματος λ . Ὡστε:

Μῆκος κύματος λ καλεῖται ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν δύο πλησιετέρων σημείων, τὰ ὅποια ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως.

Ἀντιθέτως, τὸ σημεῖον B_1 , τὸ ὅποῖον ἀπέχει $\frac{\lambda}{2}$ ἀπὸ τὸ A_1 καθυστερεῖ πάντοτε ὡς πρὸς τὸ A_1 κατὰ $\frac{T}{2}$. Ἄρα εἰς πᾶσαν στιγμὴν αἱ ἀπομακρύνσεις τῶν σημείων B_1 καὶ A_1 , εἶναι ἴσαι, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς. Λέγομεν ὅτι τὰ σημεία αὐτὰ ἔχουν **ἀντίθετον φάσιν κυμάνσεως**.

Γενικώτερον, ὅταν δύο σημεία τῆς εὐθείας Ox τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἀπέχουν μεταξύ των κατὰ ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$ τότε τὰ σημεία ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως· ἀντιθέτως, ἐάν ἡ ἀπόστασις d μεταξύ τῶν δύο σημείων εἶναι ἴση μὲ περιττὸν ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, τότε τὰ σημεία ἔχουν ἀντίθετον φάσιν. Ἦτοι:

τὰ σημεία ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν: $d = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$
τὰ σημεία ἔχουν ἀντίθετον φάσιν: $d = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$

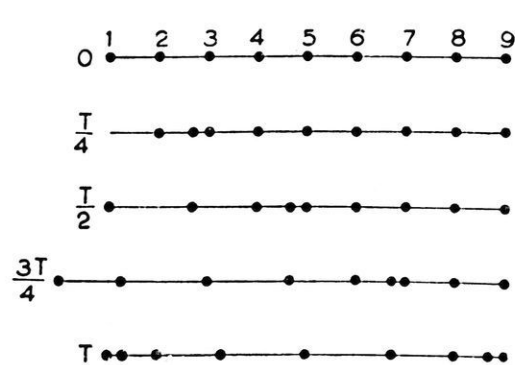
ὅπου k εἶναι οἰοσδήποτε ἀκέραιος ἀριθμὸς.

184. Διαμήκη κύματα.—Τὸ ἐν ἄκρον μακροῦ ἐλατηρίου τὸ σταθερὸν εἰς τὸ σταθερὸν σημεῖον Μ, τὸ δὲ ἄλλο ἄκρον τὸ κρατοῦμεν μετὰ τὴν χεῖρα μας (σχ. 189). Πλησίον τοῦ ἄκρου Ο ἀναγκάζομεν μερικὰς σπείρας νὰ πλησιάσῃσιν ἢ μίαν πρὸς τὴν ἄλλην καὶ ἔπειτα τὰς ἀφήνομεν ἀποτόμως ἐλευθέρως. Ἐκαστὴ σπείρα ἐκτελεῖ μερικὰς ταχεῖας ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας τῆς καὶ ἔπειτα ἡρεμεῖ. Ἀλλὰ ἡ διατάραξις, τὴν ὁποίαν προσκαλέσαμεν εἰς τὰς ὀλίγας αὐτὰς σπείρας, βλέπομεν ὅτι διαδίδεται κατὰ μῆκος τοῦ ἐλατηρίου μέχρι τοῦ σταθεροῦ σημείου Μ. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο ἕκαστη σπείρα πᾶλλεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα λέγονται **διαμήκη κύματα**.



Σχ. 189. Διαμήκη κύματα.

Ἐκαστὴ σπείρα ἐκτελεῖ μερικὰς ταχεῖας ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰσορροπίας τῆς καὶ ἔπειτα ἡρεμεῖ. Ἀλλὰ ἡ διατάραξις, τὴν ὁποίαν προσκαλέσαμεν εἰς τὰς ὀλίγας αὐτὰς σπείρας, βλέπομεν ὅτι διαδίδεται κατὰ μῆκος τοῦ ἐλατηρίου μέχρι τοῦ σταθεροῦ σημείου Μ. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο ἕκαστη σπείρα πᾶλλεται κατὰ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τῆς κυμάνσεως καὶ τὰ σχηματιζόμενα κύματα λέγονται **διαμήκη κύματα**. Ἐὰν θεωρήσωμεν



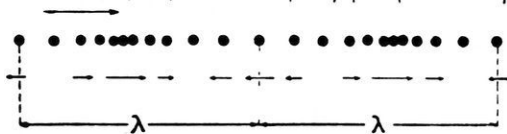
Σχ. 190. Διάδοσις διαμήκους κυμάνσεως ἐντὸς μιᾶς περιόδου.

πάλιν μίαν σειρὰν μορίων τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου (σχ. 190), τὰ ὁποῖα συνδέονται μεταξύ των, ὅπως εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 187. Τὸ μόριον 1 ἐκτελεῖ μίαν ἄρμονικὴν ταλάντωσιν κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας εὐρίσκονται τὰ μόρια. Τότε ὅλα τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου θὰ ἐκτελέσουν διαδοχικῶς τὴν

αὐτὴν ἀκριβῶς κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐξετέλεσε τὸ μόριον 1

Εἰς τὴν διαμήκη κύμανσιν παρατηροῦμεν ὅτι τὰ μόρια τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου ἐναλλάξ πλησιάζουσιν καὶ ἀπομακρύνονται ἀλλήλων. Οὕτω δημιουργοῦνται **πυκνώματα** καὶ **ἀραιώματα** τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὰ ὁποῖα διαδίδονται κατὰ μῆκος τῆς θεωρουμένης εὐθείας τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου. Εἰς τὴν κύμανσιν αὐτὴν λαμβάνομεν ὡς **μῆκος κύματος** λ τὴν ἀπόστασιν δύο διαδοχικῶν πυκνώματων (ἢ ἀραιωμάτων). Εἰς τὸ σχῆμα 191 παριστῶν-

ται δύο μήκη κύματος. Τὰ βέλη φανερώουν τὴν φοράν καὶ κατὰ προσέγγι-
 γισιν τὸ μέγεθος τῆς



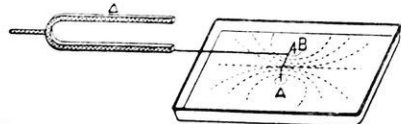
ταχύτητος τῶν μορίων. Ὡστε:

Σχ. 191. Σχηματισμὸς πυκνωμάτων καὶ ἀραιωμάτων.

Εἰς τὰ διαμήκη κύματα σχηματίζονται ἀλληλοδιαδόχως πυκνώματα καὶ ἀραιώματα τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου καὶ συνεπῶς συμβαίνουν διαδοχικαὶ μεταβολαὶ τῆς πυκνότητος τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου.

185. Συμβολὴ κυμάνσεων.— Ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ μέσου δυνατὸν νὰ διαδίδωνται συγχρόνως δύο κυμάνσεις. Ὅταν αἱ κυμάνσεις αὐταὶ φθάσουν εἰς ἓν σημεῖον τοῦ μέσου, τότε τὸ σημεῖον τοῦτο ἐκτελεῖ μίαν συνισταμένην κίνησιν. Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο κυμάνσεις συμβάλλουσι. Τὸ ἀκόλουθον πείραμα δεικνύει τὸ **φαινόμενον τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων** τῆς αὐτῆς περιόδου (T).

Εἰς τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν (σχ. 192) εἶναι στερεωμένον στέλεχος, τὸ ὁποῖον εἰς τὰ ἄκρα του εἶναι κεκαμμένον κατὰ ὀρθὴν γωνίαν οὕτως, ὥστε τὰ σημεῖα A καὶ B νὰ πάλλωνται κατακορύφως. Ὅταν τὸ διαπασῶν ἡρεμῇ, τὰ σημεῖα A καὶ B εὐρίσκονται εἰς ἐπαφὴν μὲ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν ἡρεμοῦντος ὕδατος ἢ ὑδραργύρου.



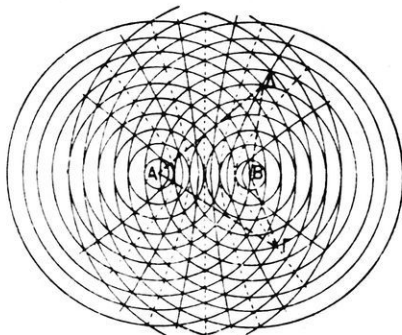
Σχ. 192. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων.

Ἐπὶ τῆς ἐπιφανεῖας τοῦ ὑγροῦ διασκορπίζομεν μικρὰ τεμάχια φελλοῦ καὶ θέτομεν τὸ διαπασῶν εἰς συνεχῆ παλμικὴν κίνησιν (μὲ τὴν βοήθειαν ἡλεκτρομαγνήτου). Παρατηροῦμεν ὅτι μερικὰ τεμάχια φελλοῦ μένουσι διαρκῶς ἀκίνητα, ἄλλα δὲ πάλλωνται κατακορύφως μὲ μέγιστον πλάτος. Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Τὰ σημεῖα A καὶ B εἶναι δύο πηγαὶ κυμάνσεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουσι τὴν αὐτὴν περίοδον T καὶ τὸ αὐτὸ πλάτος a . Αἱ κυμάνσεις ἀναχωροῦν συγχρόνως ἀπὸ τὰ σημεῖα A καὶ B , διαδίδονται ἐπὶ τῆς ἐπιφανεῖας τοῦ ὑγροῦ καὶ ὅταν φθάσουν εἰς ἓν μόριον τῆς ἐπιφανεῖας τοῦ ὑγροῦ τὸ ἀναγκάζουσι ἐκτελέσειν συγχρόνως δύο κατακορύφους ταλαντώσεις περὶ τὴν θέσιν ἰ-

σορροπίας του. Ἐστω ἐν σημείον Γ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ (σχ. 193) τοιοῦτον, ὥστε ἡ διαφορά τῶν ἀποστάσεων του ἀπὸ τὸ A καὶ τὸ B νὰ εἶναι ἴση μετ' ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἥτοι εἶναι :

$$\Gamma A - \Gamma B = 2\kappa \cdot \frac{\lambda}{2} \quad \eta$$

$$\Gamma A - \Gamma B = \kappa \cdot \lambda \quad (1)$$



Σχ. 193. Ἐξήγησις τῆς συμβολῆς δύο κυμάνσεων.

Εἰς τὸ σημείον Γ αἱ δύο κυμάνσεις φθάνουν μετ' ἴσην φάσιν καὶ ἐπομένως τὸ Γ πάλ्लεται μετ' πλάτος 2κ , δηλαδὴ μετ' τὸ μέγιστον πλάτος. Ὁ ἀνωτέρω ἀπαραίτητος ὅρος διὰ τὴν ἐνίσχυσιν τῆς κυμάνσεως κατὰ τὴν συμβολὴν δύο κυμάτων ἐκπληροῦται καὶ εἰς ἄλλα σημεία τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὅποια πάλ्लονται μετ' ἴσην φάσιν καὶ ἐπομένως μετ' ἴσην φάσιν μετ' ἄρτιον ἀριθμὸν $\frac{\lambda}{2}$, ἥτοι εἶναι :

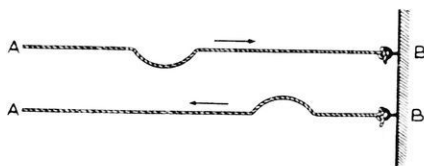
$$\Delta A - \Delta B = (2\kappa + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (2)$$



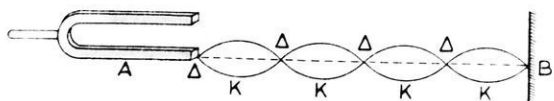
Σχ. 194. Κροσσοὶ συμβολῆς.

νητον. Ὅλα τὰ σημεία τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, τὰ ὅποια δὲν πάλ्लονται εὐρίσκονται ἐπίσης ἐπὶ ἐνὸς συστήματος ὑπερβολῶν (αἱ πλήρεις γραμμαὶ). Τὰ δύο συστήματα τῶν ὑπερβολῶν ἀποτελοῦν τοὺς λεγομένους **κροσσοὺς συμβολῆς** (σχ. 194).

136. Στάσιμα κύματα.— Τὸ ἄκρον Β μακρῆς χορδῆς ἀπὸ κεντροῦ εἶναι στερεωμένον εἰς τοῦτον (σχ. 195). Τείνομεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν καὶ ἀναγκάζομεν τὸ ἄκρον τῆς Α νὰ ἐκτελέσῃ ταχέως ἡμίσειαν ταλάντωσιν. Ἡ ἐγκαρσική διατάραξις, ἢ προκληθεῖσα εἰς τὸ Α, διαδίδεται ἐκ τοῦ Α ἕως τὸ Β, ἐκεῖ ἀνακλᾶται καὶ ἐπιστρέφει πάλιν ἐκ τοῦ Β πρὸς τὸ Α. Ἐὰν τῶρα ἀναγκάσωμεν τὸ ἄκρον Α νὰ ἐκτε-

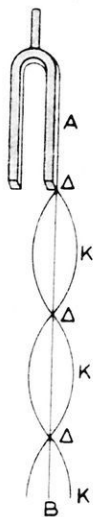


Σχ. 195. Ἀνάκλασις τῆς κυμάνσεως.

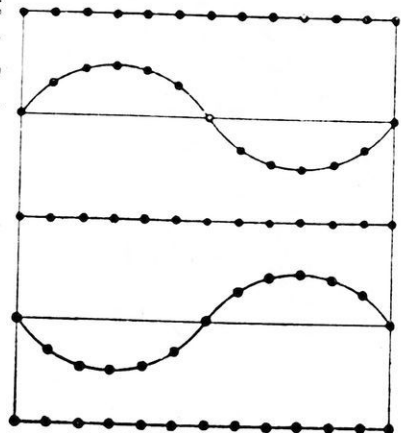


Σχ. 196α. Ἐγκάρσια στάσιμα κύματα. Ἀνάκλασις ἐπὶ ἀνευδότητος τοιχώματος.

λῆ συνεχῶς παλμικὴν κίνησιν (σχ. 196 α), τότε εἰς ἕκαστον σημεῖον τῆς χορδῆς φθάνουν εἰς πᾶσαν στιγμὴν δύο κυμάνσεις, ἢ προσπίπτουσα καὶ ἢ ἀνακλωμένη κύμανσις. Παρατηροῦμεν ὅτι κατὰ μῆκος τῆς χορδῆς ἐμφανίζονται ἄτρακτοι. Ὁρισμένα σημεία τῆς χορδῆς μένουσιν πάντοτε ἀκίνητα, καὶ καλοῦνται δεσμοὶ (Δ), ἄλλα δὲ σημεία τῆς χορδῆς κινουῦνται πάντοτε μὲ μέγιστον πλάτος καὶ καλοῦνται κοιλίαι (Κ). Ἡ τοιαύτη ἰδιάζουσα κύμανσις τῆς χορδῆς χαρακτηρίζεται μὲ τὸν ὄρον **στάσιμα κύματα** καὶ εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς τῶν δύο ἀντιθέτως δια-



Σχ. 196 β. Ἀνάκλασις εἰς ἐλεύθερον ἄκρον.



Σχ. 197. Ἐγκάρσιον στάσιμον κύμα.

χορδῆς κυμάνσεων. Τὰ στάσιμα κύματα ἔχουν τὰς ἐξῆς ιδιότητας:

α) "Όλα τὰ σημεῖα τοῦ μέσου διέρχονται συγχρόνως ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας των καὶ φθάνουν συγχρόνως εἰς τὸ μέγιστον πλάτος των (σχ. 197).

β) Τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῶν διαφόρων σημείων εἶναι διάφορον· τοῦτο εἶναι μέγιστον εἰς τὰς κοιλίας καὶ μηδὲν εἰς τοὺς δεσμούς.

γ) Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν (ἢ κοιλιῶν) εἶναι ἴση μὲ τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους κύματος.

δ) Ἐκατέρωθεν ἐνὸς δεσμοῦ τὰ σημεῖα κινοῦνται πάντοτε κατ' ἀντίθετον φoρὰν.

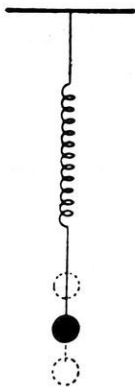
187. Διάδοσις κυμάνσεως εἰς τὸν χῶρον.— Εἰς τὰ ἀνωτέρω ἐξήγησαμεν τὴν διάδοσιν κυμάνσεως εἰς ὑλικά σημεῖα διατεταγμένα κατὰ μῆκος μιᾶς εὐθείας ἢ ἐπὶ μιᾶς ἐπιφανείας.

Ἄς θεωρήσωμεν τώρα ὑλικὸν σημεῖον O , τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ἀμειώτους ταλαντώσεις καὶ περιβάλλεται ἀπὸ ἔλαστικὸν μέσον ἀπεριόριστον. Τὸ κέντρον κυμάνσεως O ἐκπέμπει τότε παλμικὴν ἐνέργειαν πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις πέραξ τοῦ O . Οὕτω σχηματίζονται **σφαιρικά κύματα**. "Όλα τὰ σημεῖα τὰ εὐρισκόμενα εἰς τὴν αὐτὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ O θὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν φάσιν κυμάνσεως. Τὰ σημεῖα αὐτὰ ἀποτελοῦν ἐπιφάνειαν σφαίρας, ἢ ὁποία ἔχει κέντρον τὸ σημεῖον O . Ἡ σφαιρικὴ αὕτη ἐπιφάνεια καλεῖται **ἐπιφάνεια κύματος**. Αἱ διευθύνσεις τῆς διαδόσεως τῆς κυμάνσεως (δηλαδή αἱ ἀκτῖνες τῆς ἀνωτέρω σφαιρικῆς ἐπιφανείας) καλοῦνται **ἀκτῖνες κυμάνσεως**. "Ωστε :

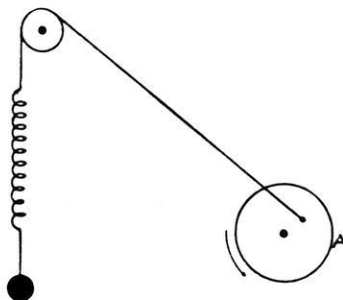
Ἐντὸς τοῦ χῶρου ἡ κύμανσις διαδίδεται κατὰ σφαιρικά κύματα.

188. Συντονισμός.— Εἰς τὸ ἄκρον κατακορύφου σπειροειδοῦς ἐλατηρίου ἐξαρτῶμεν μεταλλικὴν σφαῖραν καὶ σύρομεν αὐτὴν πρὸς τὰ κάτω (σχ. 198). "Όταν ἀφήσωμεν τὴν σφαῖραν ἐλευθέραν, αὕτη ἐκτελεῖ ἄρμονικὰς ταλαντώσεις, διότι ἡ δύναμις, ἢ ὁποία προκαλεῖ τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐκάστοτε ἀπομάκρυνσιν αὐτῆς. Ἡ συχνότης ν_0 τῆς ταλαντώσεως εἶναι ὠρισμένη καὶ καλεῖται **ἰδιοσυχνότης** τοῦ παλλομένου συστήματος. Ἡ ἀνωτέρω ταλάντωσις τῆς σφαίρας εἶναι **ἐλευθέρα ταλάντωσις**, διότι ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (σφαῖρα, ἐλατήριο) δὲν ἐπιδρᾷ ἐξωτερικὴ δύναμις.

Προσδένουμεν τώρα τὸ ἐλατήριο εἰς τὸ ἓν ἄκρον τοῦ νήματος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο εἶναι στερεωμένον εἰς τροχὸν Α (σχ. 199). *Αν θέσωμεν τὸν τροχὸν εἰς κίνησιν, τότε ἐπὶ τοῦ παλλομένου συστήματος



Σχ. 198. Τὸ σύστημα πάλτεται μετὴν ἰδιοσυχνότητά του.



Σχ. 199. Τὸ σύστημα ἐκτελεῖ ἐξηναγκασμένας ταλαντώσεις καὶ συντονίζεται, ὅταν ἡ συχνότης τοῦ τροχοῦ γίνη ἴση μετὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ συστήματος.

ἐνεργεῖ περιοδικῶς ἐξωτερικὴ δύναμις. Ἡ περιοδικὴ ἐπίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς δυνάμεως ἔχει συχνότητα ν , τὴν ὁποίαν ρυθμίζομεν μεταβάλλοντες τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ τροχοῦ. *Ὅταν λοιπὸν στρέφωμεν τὸν τροχόν, παρατηροῦμεν ὅτι καὶ ἡ σφαῖρα ἀναγκάζεται νὰ ἐκτελέσῃ ταλάντωσιν, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν **ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν**. Τότε ἡ συχνότης τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἐκάστοτε συχνότητα ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ. *Αν ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ διαφέρει πολὺ ἀπὸ τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας εἶναι μικρὸν. *Αν ὅμως ἡ συχνότης ν τῆς περιστροφῆς τοῦ τροχοῦ λαμβάνῃ τιμὰς, αἱ ὁποῖαι συνεχῶς πλησιάζουν πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε παρατηροῦμεν ὅτι τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως τῆς σφαίρας βαίνει συνεχῶς αὐξανόμενον. *Ὅταν δὲ ἡ συχνότης ν τοῦ τροχοῦ γίνη ἴση μετὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 τῆς σφαίρας, τότε τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῆς σφαίρας γίνεται μέγιστον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγο-

μεν ὅτι μεταξύ τοῦ στρεφομένου τροχοῦ (διεγέρτης) καὶ τοῦ παλλομένου συστήματος (συντονιστής) ὑπάρχει **συντονισμός**. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται τὸ ἐξῆς συμπέρασμα :

Δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὐρίσκονται εἰς συντονισμόν, ὅταν ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα.

Ἐφαρμογὴν τοῦ φαινομένου τοῦ συντονισμοῦ ἔχομεν εἰς τὴν αἰώραν (κούνια)· διὰ νὰ προσδώσωμεν εἰς αὐτὴν μεγάλο πλάτος αἰωρήσεως, δίδομεν εἰς τὴν αἰώραν περιοδικῶς ὠθήσεις μετὰ συχνότητα ἴσην πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς αἰώρας. Ἄλλην ἐφαρμογὴν ἔχομεν εἰς τὰς γεφύρας, ἐπὶ τῶν ὁποίων οἱ πολυάνθρωποι σχηματισμοὶ (στρατός, σχολεῖα κ.ἄ.) οὐδέποτε βαδίζουν ρυθμικῶς· διότι ἡ γέφυρα ἔχει ὀρισμένην ἰδιοσυχνότητα, καὶ ἂν ἡ συχνότης τοῦ βηματισμοῦ συμπέσῃ νὰ γίνῃ ἴση μετὰ τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς γεφύρας, τότε τὸ πλάτος ταλαντώσεως τῆς γεφύρας αὐξάνεται πολὺ καὶ εἶναι δυνατόν νὰ προκληθῇ καταστροφὴ τῆς γεφύρας.

***189. Σύζευξις.**—Ἐν σύστημα A δύναται νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις καὶ τοῦτο εἶναι συνδεδεμένον μετὰ ἄλλο σύστημα B οὕτως, ὥστε κατὰ τὴν κίνησιν τοῦ A νὰ ἀσκοῦνται ἐπὶ τοῦ B δυνάμεις· τότε λέγομεν ὅτι τὰ δύο συστήματα A καὶ B εἶναι **συνεζευγμένα**. Ἐν παράδειγμα συνεζευγμένων συστημάτων εἶναι τὸ ἐξῆς: Δύο ἐκκρεμῆ A καὶ B στερεώνονται εἰς ἓν νῆμα, τὸ ὁποῖον τείνεται ὀριζοντιῶς, (σχ. 200). Τὰ δύο ἐκκρεμῆ ἔχουν τὸ αὐτὸ μῆκος, ἐπομένως ἔχουν καὶ τὴν αὐτὴν ἰδιοσυχνότητα ν_0 . Ἐὰν θέσωμεν εἰς κίνησιν τὸ A, παρατηροῦμεν, ὅτι καὶ τὸ B ἀρχίζει νὰ ἐκτελῇ ταλαντώσεις. Ἐρχεται δὲ στιγμὴ, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ μὲν B κινεῖται μετὰ μέγιστον πλάτος, τὸ δὲ A ἡρεμεῖ. Τότε τὸ A μετέδωκε διὰ μέσου τοῦ νήματος ὁλόκληρον τὴν ἐνέργειάν του εἰς τὸ B. Μετὰ τὴν στιγμὴν αὐτὴν τὸ φαινόμενον ἀντιστρέφεται· τὸ B παρασύρει εἰς κίνησιν τὸ A κ.ο.κ. Ἄρα ἡ ἐνέργεια μεταδίδεται ἐναλλάξ ἀπὸ τὸ ἓν σῶμα εἰς τὸ ἄλλο.



Σχ. 200 Τὰ ἐκκρεμῆ A καὶ B ἔχουν τὴν αὐτὴν περίοδον.

Ὅταν δύο ταλαντευόμενα συστήματα εὐρίσκονται εἰς συντονι-

σμών και είναι συνεζευγμένα, τότε λαμβάνει χώραν μεταφορά τῆς ἐνεργείας τοῦ ἑνὸς συστήματος εἰς τὸ ἄλλο.

Ἐὰν αἱ ἰδιοσυχνότητες τῶν δύο ἐκκρεμῶν διαφέρουν πολὺ μεταξύ των, τότε τὸ Β ἐκτελεῖ μερικὰς μόνον ταλαντώσεις, ἔπειτα ἡρεμεῖ, διὰ τὴν ἐπαναληφθῆ πάλιν τὸ ἴδιον φαινόμενον.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

177. Ἡ ταχύτης διαδόσεως μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 300 m/sec , ἡ δὲ συχνότης αὐτῆς εἶναι 75 Hz . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος;

178. Ἡ συχνότης μιᾶς κυμάνσεως εἶναι $2\,500 \text{ Hz}$, τὸ δὲ μῆκος κύματος αὐτῆς εἶναι 2 cm . Πόση εἶναι ἡ ταχύτης διαδόσεως τῆς κυμάνσεως;

179. Τὸ μῆκος κύματος μιᾶς κυμάνσεως εἶναι 400 m , ἡ δὲ ταχύτης διαδόσεως αὐτῆς εἶναι $300\,000 \text{ km/sec}$. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τῆς κυμάνσεως εἰς μεγακέκλους κατὰ δευτερόλεπτον;

180. Ἀπὸ τὸ ἄκρον A μιᾶς εὐθείας AB μήκους 10 m ἀναχωρεῖ κύμανσις ἔχουσα μῆκος κύματος 40 cm . Μὲ πόσα μίση κύματος ἰσοῦται ἡ εὐθεῖα AB ;

181. Ἐκκρεμές ἔχει μῆκος $l = 60 \text{ cm}$. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ συχνότης, ἡ ὁποία θὰ διεγείρῃ τὸ ἐκκρεμές, ὥστε νὰ ἔχωμεν συντονισμόν; ($g = 980 \text{ cm/sec}^2$).

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

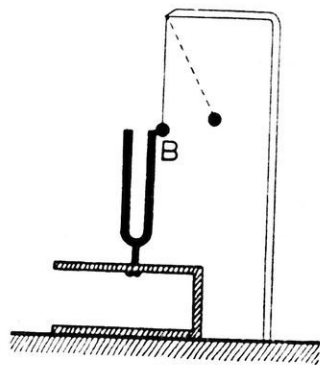
Α Κ Ο Υ Σ Τ Ι Κ Η

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΟΥ ΗΧΟΥ

190. Παραγωγή του ήχου.— Ὁ ήχος εἶναι τὸ αἷτιον, τὸ ὁποῖον διεγείρει τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς. Τὸ αἷτιον τοῦτο εἶναι μία κύμανσις καταλλήλου συχνότητος, ἢ ὁποῖα διεδόθη διὰ μέσου ἑνὸς ἐλαστικοῦ σώματος. Ἡ διαδοθεῖσα κύμανσις ὀφείλεται εἰς τὴν περιοδικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος. Τὸ ἐπόμενον πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι:

Ὁ ήχος ὀφείλεται εἰς τὴν παλμικὴν κίνησιν ἑνὸς σώματος.

Μία μικρὰ χαλυβδίνη σφαῖρα Β εὐρίσκεται εἰς ἐπαφὴν μετὰ τὸ ἓν σκέλος διαπασῶν (σχ. 201). Ἡ σφαῖρα ἐξαρτᾶται μετὰ νῆμα ἀπὸ σταθερὸν σημεῖον. Ὅταν τὸ διαπασῶν παράγῃ ήχον, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ σφαῖρα ἀναπηδᾷ ζωηρῶς, ὡσάκις ἔρχεται εἰς ἐπαφὴν μετὰ τὸ διαπασῶν.



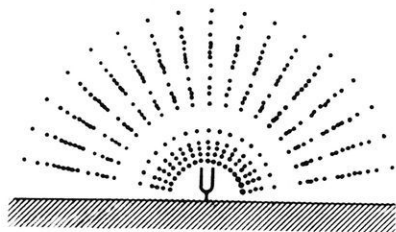
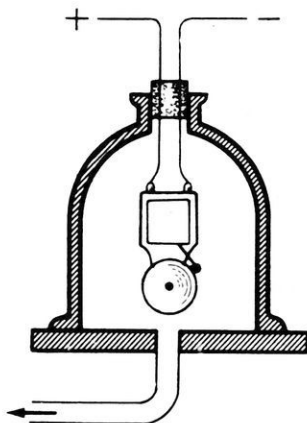
Σχ. 201. Τὸ παλλόμενον σῶμα παράγει ήχον.

191. Διάδοσις τοῦ ήχου.— Ἐντὸς τοῦ κώδωνος μιᾶς ἀεραντλίας τοποθετοῦμεν ἠλεκτρικὸν κώδωνα, τὸν ὁποῖον θέτομεν εἰς λειτουργίαν μετὰ διακόπτην εὐρισκόμενον ἐκτὸς τοῦ κώδωνος (σχ. 202). Ὅταν ὁ κώδων περιέχῃ ἀέρα, ἀκούομεν τὸν ήχον. Ὅταν ὅμως ἀφαιρέσωμεν τὸν

ἀέρα τοῦ κώδωνος, δὲν ἀκούομεν ἤχον, ἂν καὶ βλέπωμεν τὴν σφύραν νὰ κτυπᾷ ἐπὶ τοῦ κώδωνος. Ὡστε:

Ὁ ἤχος διαδίδεται μόνον διὰ μέσου τῶν ὑλικῶν σωμάτων.

192. Ἡχητικὰ κύματα.— Ὅταν μίᾳ ἠχητικῇ πηγῇ π.χ. ἐν διαπασῶν πάλλεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε τὸ διαπασῶν καθ' ἑκάστην ταλάντωσίν του ἐξασκεῖ ἐπὶ τῶν γειτονικῶν μορίων τοῦ ἀέρος μίαν ὄθησιν. Ἡ εἰς τὰ πρῶτα μόρια τοῦ ἀέρος μεταδοθεῖσα



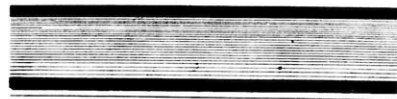
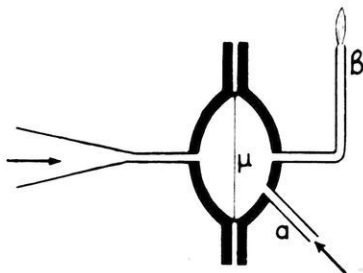
203. Ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματίζονται πικνώματα καὶ ἀραιώματα.

Σχ. 202. Διάδοσις τοῦ ἤχου. ἐνέργεια διαδίδεται πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις μὲ ὀρισμένην ταχύτητα. Οὕτως ἡ ἠχητικὴ πηγὴ δημιουργεῖ ἐντὸς τοῦ ἀέρος πικνώματα καὶ ἀραιώματα, δηλαδὴ δημιουργεῖ διαμήκη κύματα (σχ. 203). Ἐὰν ἡ ἠχητικὴ πηγὴ ἐκτελῇ n ταλαντώσεις κατὰ δευτερόλεπτον, τότε ἡ συχνότης τῆς διαδομένης κυμάνσεως εἶναι ἐπίσης n .

Ἐντὸς τῶν ἀερίων καὶ τῶν ὑγρῶν ὁ ἤχος διαδίδεται μὲ διαμήκη κύματα. Ἐντὸς τῶν στερεῶν ὁ ἤχος διαδίδεται μὲ διαμήκη ἢ καὶ ἐγκάρσια κύματα.

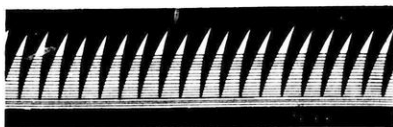
193. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν ἠχητικῶν κυμάτων.— Ἐὰν ἐντὸς τοῦ ἀέρος σχηματιζόμενα ἠχητικὰ κύματα δυνάμεθα νὰ τὰ ἀποδείξωμεν καὶ πειραματικῶς μὲ τὴν μανομετρικὴν κάψαν (σχ. 204). Αὕτη εἶναι μικρὰ κάψα χωριζομένη εἰς δύο μέρη διὰ μιᾶς ἐλαστικῆς μεμβράνης. Εἰς τὸν ἓνα χῶρον προσάγεται φωταέριον, τὸ ὁποῖον ἐξέρχεται ἀπὸ τὸν λεπτὸν σωλῆνα β. Ἐὰν ἀναφλεξῶμεν τὸ ἐξερχόμενον φωταέριον, σχηματίζεται κατακόρυφος φλόξ. Ἄν τότε παρατηρήσωμεν ἐπὶ διαφράγματος τὸ εἶδωλον τῆς φλογός, τὸ ὁποῖον δίδει

στρεφόμενον κάτοπτρον, βλέπομεν μίαν ὀριζοντίαν φωτεινὴν ταινίαν (σχ. 205). Ἐὰν ὁμως φθάνη εἰς τὴν κάψαν ὁ ἤχος ὁ παραγόμενος π.χ. ἀπὸ ἑν διαπασῶν, τότε ἡ φωτεινὴ ταινία παρουσιάζει διαδοχικὰς ἀνυ-



Σχ. 205. Εἶδωλον τῆς φλογός.

Σχ. 204. Μανομετρικὴ κάψα. ψώσεις καὶ ταπεινώσεις (σχ. 206). αὐταὶ ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰ πυκνώματα καὶ τὰ ἀραιώματα τῶν ἡχητικῶν κυμάτων, τὰ ὁποῖα φθάνουν εἰς τὴν μεμβράνην. Ἐὰν εἰς τὴν κά-



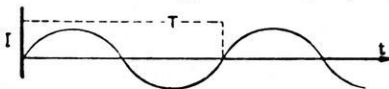
Σχ. 206. Εἶδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς ἀελοῦν ἤχον.



Σχ. 207. Εἶδωλον ἀντιστοιχοῦν εἰς φθόγγον.

ψαν φθάνη ὁ ἤχος ἐνὸς μουσικοῦ ὄργάνου (π.χ. μιᾶς χορδῆς πιάνου), τότε ἡ μορφή τοῦ εἰδώλου τῆς φλογός εἶναι πολύπλοκος, παρουσιάζει ὁμως περιοδικότητα (σχ. 207).

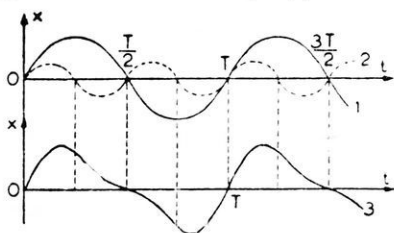
194. Εἶδη ἤχων.— Οἱ ἤχοι, τοὺς ὁποίους ἀκούομεν, δὲν προκαλοῦν πάντοτε εἰς ἡμᾶς τὴν αὐτὴν ἐντύπωσιν. Διακρίνομεν τόνους, φθόγγους, θορύβους καὶ κρότους. Εἰς τὰ ἐργαστήρια ἐπιτυγχάνεται διὰ καταλλήλων διατάξεων ἢ καταγραφῆ τῶν ἡχητικῶν κυμάτων, τὰ ὁποῖα ἀντιστοιχοῦν εἰς ἕκαστον εἶδος ἤχου. Οὕτως εὐρέθη ὅτι ὁ ἤχος ὁ παραγόμενος ὑπὸ ἐνὸς διαπασῶν ἀντιστοιχεῖ εἰς κανονικὰ ἡχητικὰ κύματα (σχ. 208). Ὁ ἤ-



Σχ. 208. Καταγραφὴ ἀπλοῦ ἤχου.

ἤχος οὗτος ὀφείλεται εἰς ἀρμονικὰς ταλαντώσεις τῆς ἡχητικῆς πηγῆς καὶ καλεῖται **τόνος** ἢ **ἀπλὸς ἤχος**. Τοιοῦτους ἤχους παράγουν μόνον ὠρισμένα ἐργαστηριακὰ ὄργανα. Οἱ ἤχοι, οἱ παραγόμενοι ἀπὸ τὰ συνήθη μουσικὰ ὄργανα, ἀντιστοιχοῦν εἰς

περιοδικήν κίνησιν, ή όποία όμως δέν είναι άρμονική ταλάντωσις. Οι ήχοι ούτοι καλοϋνται φθόγγοι. Αί καμπύλαι 1 και 2 τοϋ σχήματος

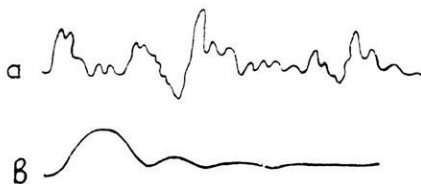


Σχ. 209. Ή περιοδική κίνησις 3 είναι συνισταμένη των άρμονικών 1 και 2.

209 άντιστοιχοϋν εις δύο άπλοϋς ήχοις, οι όποιοι έχουν συχνότητα ν και 2ν . Ή καμπύλη 3 άντιστοιχεί εις φθόγγον, ό όποιος έχει περίοδον T . Παρατηροϋμεν ότι ή καμπύλη 3 προκύπτει εύκόλως εκ των 1 και 2, εάν εις εκάστην στιγμήν προσθέσωμεν άλγεβρικώς τας άπομακρύνσεις των. Ωστε :

Ή φθόγγος είναι σύνθετος ήχος και δύναται νά αναλυθῆ εις πολλούς άπλοϋς ήχοις (τόνοις), των όποιων αι συχνότητες είναι άκέραια πολλαπλάσια μιās θεμελιώδους συχνότητας.

Ή **θόρυβος** άντιστοιχεί εις άκανόνιστα ήχητικά κύματα, τά όποια δέν παρουσιάζουν καμμίαν περιοδικότητα (σχ. 210). Τέλος ό **κρότος** άντιστοιχεί εις μιάν αλειψιδίαν και ίσχυράν δόνησιν τοϋ άέρος, όπως π.χ. συμβαίνει κατά την εκπυροσκόρησιν όπλου.



Σχ. 210. Καταγραφή θορύβου (α) και κρότου (β).

195. Ταχύτης διαδόσεως τοϋ ήχου.— Ή ταχύτης διαδόσεως τοϋ ήχου εξαρτάται από την φύσιν τοϋ μέσου, έντός τοϋ όποιου διαδίδεται ό ήχος.

α) Ταχύτης τοϋ ήχου εις τόν άέρα.— Ή ταχύτης τοϋ ήχου εις τόν άέρα μετρείται με άκριβεϊς μεθόδους έργαστηριακώς. Έκ των μετρήσεων εύρέθη ότι:

Ή ταχύτης (ν) τοϋ ήχου εις τόν άέρα είναι άνεξάρτητος από την άτμοσφαιρικήν πίεσιν και αύξάνεται, όταν αύξάνεται ή θερμοκρασία τοϋ άέρος.

Εἰς τὴν συνθήκη θερμοκρασίαν ἢ ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι περίπου 340 m/sec.

$$\text{εἰς } 0^{\circ}\text{C} : v_0 = 331 \text{ m/sec} \quad \text{εἰς } 15^{\circ}\text{C} : v = 340 \text{ m/sec}$$

*Ἐπίδρασις τῆς θερμοκρασίας. Εἰς αὐξήσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀέρος κατὰ 1°C ἀντιστοιχεῖ αὐξήσις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου 0,60 m/sec περίπου. Ἀκριβέστερον εὑρέθη ὅτι ἡ ταχύτης v τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα καὶ εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ δίδεται ἀπὸ τὴν σχέσιν :

$$\text{ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : v = 331 \cdot \sqrt{1 + \frac{\theta}{273}} \text{ m/sec}$$

β) Ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά καὶ τὰ στερεὰ. Αἱ μετρήσεις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά ἀπέδειξαν γενικῶς ὅτι :

Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ἀέρια.

Οὕτως εὑρέθη ὅτι εἰς τὸ ὕδωρ θερμοκρασίας 8°C ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 1 435 m/sec. Ἐπίσης εὑρέθη ὅτι :

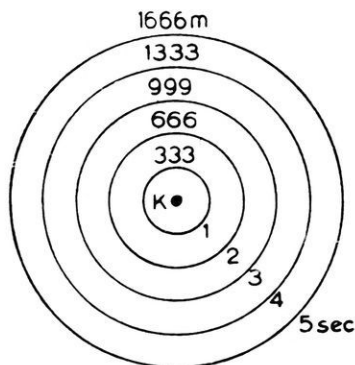
Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὰ στερεὰ εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὰ ὑγρά.

Οὕτω εἰς τὸν χάλυβα ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι 5 000 m/sec.

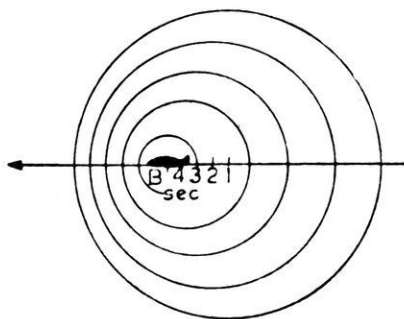
Ταχύτης τοῦ ἤχου				
Ἄηρ	εἰς 0°C :	331 m/sec	Ὑδωρ	1 430 m/sec
Ἄηρ	εἰς 15°C :	340 m/sec	Ἐύλον ἐλάτης	4 200 m/sec
Ὑδρογόνον	εἰς 15°C :	1 290 m/sec	Μόλυβδος	1 250 m/sec
Διοξειδίου ἀνθρακος	εἰς 15°C :	270 m/sec	Χάλυψ	5 000 m/sec

196. Ὑπερηχητικαὶ ταχύτητες.— Τὸ ἀεροπλάνον, ὅταν πετᾷ εἶναι μία τεραστία πηγή διαταράξεως τοῦ ἀέρος. Ἐπομένως τὸ ἀεροπλάνον κατὰ τὴν πτήσιν του παράγει περίξ αὐτοῦ ἠχητικὰ κύματα (σχ. 211), τὰ ὁποῖα διαδίδονται μὲ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου ($V = 1\,200 \text{ km/h}$). Ἐὰν ἡ ταχύτης v τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικροτέρα

ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον δὲν ἐπηρεάζεται ἀπὸ τὰ παραγόμενα ἤχητικά κύματα, διότι ταῦτα προηγοῦνται πάντοτε

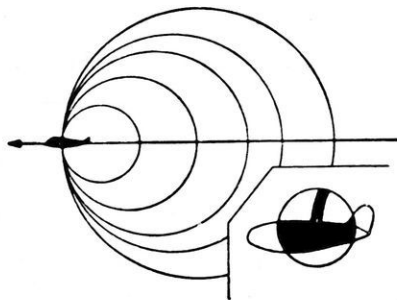


Σχ. 211. Διάδοσις τῶν ἤχητικῶν κυμάτων.



Σχ. 212. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μικρότερα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου.

τοῦ ἀεροπλάνου (σχ. 212). Ἀντιθέτως, ἐὰν ἡ ταχύτης $υ$ τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴση μετὰ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὰ ἤχητικά κύματα συγκεντρώνονται εἰς τὸ ἐμπρόσθιον ἄκρον τοῦ ἀεροπλάνου, ὅπου παρουσιάζεται μία πύκνωσις τῶν κυμάτων (σχ. 213). Ἡ πύκνωσις αὕτη ἀποτελεῖ τὸ καλούμενον **κύμα κρούσεως**. Τέλος, ἐὰν ἡ τα-



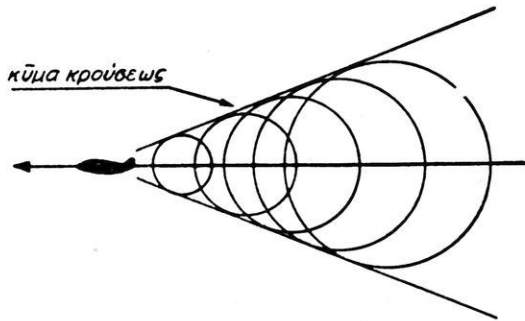
Σχ. 213. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι ἴση μετὰ τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου.

χύτης $υ$ τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν ταχύτητα V τοῦ ἤχου, τότε τὸ ἀεροπλάνον ἀφήνει ὀπισθὲν του τὰ ἤχητικά κύματα ταῦτα, ἀντὶ νὰ αὐξάνουν σχηματίζοντα συγκεντρικὰς σφαίρας, ἀποτελοῦν ἓνα κώνον, τοῦ ὁποίου κορυφὴ εἶναι τὸ ἀεροπλάνον. Ὁ κώνος οὗτος ἐκτείνεται ὀπισθεν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κώνου εἶναι τὸ κύμα κρούσεως (σχ. 214)

καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν συνένωσιν τοῦ συμπιεσμένου τμήματος ὄλων τῶν ἤχητικῶν κυμάτων.

Τὸ κύμα κρούσεως εἶναι ἓν στρώμα ἀέρος πολὺ μικροῦ πάχους,

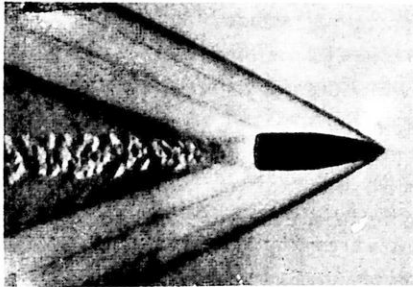
εις τὸ ὅποιον παρατηροῦνται σημαντικαὶ μεταβολαὶ θερμοκρασίας καὶ πίεσεως. Οὕτως ὁ ἀήρ δὲν ρέει πλέον κανονικῶς κατὰ μῆκος τῶν πτερύγων καὶ τοῦ ἀεροσκά-
φους. Τὸ κύμα κρούσεως
σέως δύναται νὰ φωτο-
γραφηθῇ, διότι τὸ στρώ-
μα τοῦτο τοῦ ἀέρος, ἔχει
πυκνότητα πολὺ διάφο-
ρον ἀπὸ τὴν πυκνότη-
τα τοῦ ὑπολοίπου ἀέρος
(σχ. 215).



Σχ. 214. Ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου εἶναι
μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου.

Σήμερον ἐπιτυγχά-
νομεν ταχύτητας τῶν ἀε-
ροπλάνων περίπου ἴσας
πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου.

Ἄλλὰ διὰ τὰς ταχύτητας αὐτάς ὁ ἀήρ
ἐμφανίζεται διὰ τὸ ἀεροπλάνον
ὡς ἀδιαπέραστον ἐμπόδιον.



Σχ. 215. Φωτογράφησις τοῦ κύματος
κρούσεως.
(Ταχύτης βλήματος 800 m/sec).

Πειραματικῶς εὐρέθη ὅτι,
ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου
γίνῃ ἴση μὲ 850 km/h, τότε ἐμ-
φανίζονται δυσκολαὶ εἰς τὴν κί-
νησιν τοῦ ἀεροπλάνου. Ἐν ὅμως
ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου ὑπερ-
βῇ τὴν τιμὴν 1 450 km/h, τότε
αἱ συνθήκαι τῆς πτήσεως γίνονται
πάλιν κανονικαί. Σήμερον κατορ-
θώθη νὰ κατασκευασθοῦν ἀερο-

πλάνα δυνάμενα νὰ ὑπερβουῦν τὸ ἀνωτέρω ὄριον τῆς ταχύτητος, πέραν
τοῦ ὁποίου ἡ πτήσις εἶναι κανονική.

197. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου.— Ὅταν τὰ ἡχητικὰ κύματα προσ-
πέσουν ἐπὶ καταλλήλων ἐμποδίων, τότε τὰ κύματα ὑφίστανται **ἀνά-
κλασιν**. Ὁ ἤχος ἀνακλάται καὶ ὅταν προσπέσῃ ἐπὶ ἀκανονίστων ἐμπο-
δίων, τὰ ὁποῖα ὅμως, ἔχουν μεγάλας διαστάσεις (π.χ. τοῖχος, συστάς
δένδρων, λόφος κ.ά.). Οἱ θόρυβοι κυλίσεως, οἱ ὁποῖοι συνοδεύουν τὴν
βροντὴν, ἀφείλονται εἰς τὴν ἀνάκλασιν τοῦ ἤχου ἐπὶ τῶν νεφῶν. Ἐὰν

παρατηρητής, εύρισκόμενος εις ἀρκετὴν ἀπόστασιν ἀπὸ κατακόρυφον τοῦχοι, πυροβολήσῃ, τότε ὁ παρατηρητής θὰ ἀκούσῃ ἐπαναλαμβανόμενον τὸν κρότον τοῦ πυροβολισμοῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ἡ χ ῶ καὶ γίνεται ἀντιληπτόν, ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μεγαλυτέρα ἀπὸ 17 m. Ὅταν τὸ οὖς δέχεται ἓνα πολὺ σύντομον ἡχητικὸν ἐρεθισμόν, ἢ προκληθεῖσα ἐντύπωσις παραμένει ἐπὶ $1/10$ τοῦ δευτερολέπτου. Ἐπομένως δύο ἤχοι προκαλοῦν δύο διεκεκριμένους ἐρεθισμούς, ὅταν μεταξὺ τῶν δύο τούτων ἤχων μεσολαμβάνῃ χρονικὸν διάστημα ἴσον μὲ $1/10$ sec. Κατὰ τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα ὁ ἤχος διατρέχει ἀπόστασιν 34 m. Ἄρα, διὰ νὰ γίνῃ ἀντιληπτὴ ἡ ἡχώ, πρέπει ὁ δρόμος τῆς μεταβάσεως τοῦ ἤχου εἰς τὸ ἐμπόδιον καὶ τῆς ἐπιστροφῆς του εἰς τὸν παρατηρητὴν νὰ εἶναι περίπου 34 m. Ἐὰν ἡ ἀπόστασις τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὸ ἐμπόδιον εἶναι μικροτέρα ἀπὸ 17 m, τότε ὁ ἀνακλασθεὶς ἤχος φθάνει εἰς τὸν παρατηρητὴν πρὶν τελειώσῃ ἡ ἐντύπωσις τοῦ πρώτου ἤχου· οὕτως ὁ ἀνακλασθεὶς ἤχος προκαλεῖ παράτασιν τῆς ἐντύπωσεως τοῦ πρώτου ἤχου. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ἀ ν τ ἡ χ η σ ι ς. Εἰς μερικὰς περιπτώσεις ὁ ἤχος ἀνακλάται διαδοχικῶς ἐπὶ περισσοτέρων ἐμποδίων. Τότε ὁ παρατηρητής ἀκούει ἐπαναλαμβανόμενον τὸν αὐτὸν ἤχον πολλαῖς φορές. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται π ο λ λ α π λ ῆ ἡ χ ῶ.

Ἐφαρμογαί. Τὸ φαινόμενον τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου λαμβάνεται πάντοτε ὑπ' ὄψιν κατὰ τὴν διαμόρφωσιν μεγάλων αἰθουσῶν (θεάτρου, κοινοβουλίου κ.ἄ.). Διὰ νὰ ἔχη ἡ αἶθουσα καλὴν ἀ κ ο υ σ τ ι κ ῆ ν, πρέπει ἡ ἡχώ καὶ ἡ ἀντήχησις νὰ εἶναι ἀρκετὰ βραχεῖαι, διὰ νὰ ἐνισχύουν τὸν ἀπ' εὐθείας ἀκουόμενον ἤχον, χωρὶς νὰ συμπύπτουν μὲ τὸν ἐπόμενον ἤχον.

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου ἔχομεν εἰς τὴν μέτρησιν τοῦ βάθους τῆς θαλάσσης (βυθόμετρον). Εἰς τὰ ὕφαλα τοῦ πλοίου εὐρίσκεται κατάλληλος δέκτης, ἐνῶ εἰς ἄλλο σημεῖον τῶν ὕφαλων τοῦ πλοίου εὐρίσκεται διεγέρτης ἡχητικῶν κυμάτων. Ὁ ἤχος διαδίδεται ἐντὸς τῆς θαλάσσης, ἀνακλάται ἐπὶ τοῦ πυθμένος καὶ ἐπιστρέφει εἰς τὸν δέκτην. Ἐὰν μεταξὺ τῆς ἐκπομπῆς τοῦ ἡχητικοῦ σημάτος καὶ τῆς ἀφίξεως τοῦ ἤχου εἰς τὸν δέκτην μεσολάβῃ χρόνος t , τότε τὸ βάθος s τῆς θαλάσσης εἶναι $s = 1\,430 \cdot \frac{t}{2}$ μέτρα.

ΦΥΣΙΟΛΟΓΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΩΝ ΗΧΩΝ

198. Χαρακτηριστικά τῶν μουσικῶν ἤχων.— Οἱ ἤχοι, τοὺς ὁποῖους παράγουν τὰ διάφορα μουσικὰ ὄργανα καὶ τὰ φωνητικὰ ὄργανα τοῦ ἀνθρώπου, ἀντιστοιχοῦν εἰς περιοδικὰς κινήσεις καὶ καλοῦνται **μουσικοὶ ἤχοι**. Οὗτοι εἶναι ὡς γνωστὸν (§ 194) οἱ τόνοι καὶ οἱ φθόγγοι. Εἰς τοὺς μουσικοὺς ἤχους τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς μας ἀναγνωρίζει τὰ ἐξῆς τρία χαρακτηριστικὰ γνωρίσματα: ἔν τ α σ ι ν, ὕ ψ ο ς, χ ρ ο ι ἄ ν. "Ἐντασις εἶναι τὸ γνωρίσμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἓνα ἤχον ὡς ἰσχυρὸν ἢ ἀσθενῆ. "Ὑψος εἶναι τὸ γνωρίσμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ χαρακτηρίζωμεν ἓνα ἤχον ὡς ὑψηλὸν ἢ βαρύν. Χροιά ἢ ποιὸν εἶναι τὸ γνωρίσμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον μᾶς ἐπιτρέπει νὰ διακρίνωμεν μεταξύ των δύο ἤχους τῆς αὐτῆς ἐντάσεως καὶ τοῦ αὐτοῦ ὕψους παραγομένους ἀπὸ δύο διαφύρετικὰς πηγὰς.

199. Ἐντασις τοῦ ἤχου.— α) Κτυπῶμεν μίαν χορδὴν, ὥστε αὕτη νὰ πάλλεται μὲ μεγάλο πλάτος· ἔπειτα κτυπῶμεν τὴν αὐτὴν χορδὴν, ὥστε αὕτη νὰ πάλλεται μὲ μικρότερον πλάτος. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἀκούομεν ἤχον. Παρατηροῦμεν ὅμως ὅτι ἡ ἔν τ α σ ι ς τοῦ ἤχου εἶναι μεγαλύτερα, ὅταν τὸ π λ ἄ τ ο ς τῆς ταλαντώσεως τῆς χορδῆς εἶναι μεγαλύτερον. Εὐρέθη ὅτι:

Ἡ ἐντασις τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.

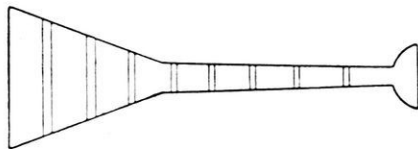
β) Ἐὰν μία ἠχητικὴ πηγὴ (π.χ. κώδων ἐκκλησίας) παράγῃ ἤχον σταθερᾶς ἐντάσεως, παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον περισσότερον ἀπομακρυνόμεθα ἀπὸ τὴν ἠχητικὴν πηγὴν, τόσον ἀσθενέστερος γίνεται ὁ ἤχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν. Εὐρέθη ὅτι:

Ἡ ἐντασις τοῦ ἤχου μεταβάλλεται ἀντιστρόφως ἀναλόγως πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως τοῦ παρατηρητοῦ ἀπὸ τὴν πηγὴν.

Διὰ νὰ περιορίσωμεν τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ μετὰ τῆς ἀποστάσεως χρησιμοποιοῦμεν τὸν τ η λ ε β ὀ α ν καὶ τὸν φ ω ν α γ ω γ ὀ ν. Διὰ τούτων ἐμποδίζομεν νὰ διασκορπισθῇ ἡ ἠχητικὴ ἐνέργεια ἐπὶ διαρκῶς ἀύξανόμενων σφαιρικῶν ἐπιφανειῶν καὶ

τὴν ἀναγκάζομεν νὰ μένῃ κατανεμημένη ἐπὶ μικρῶν ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν (σχ. 216).

Τὰ στερεὰ σώματα (π.χ. τὸ ξύλον, τὸ ἔδαφος) μεταδίδουν τὸν



Σχ. 216. Εἰς τὸν τηλεβόαν μετριάζεται ἡ ἐλάττωσις τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ τῆς ἀποστάσεως.

πλησίον αὐτῶν παραγόμενον ἤχον μὲ μεγαλυτέραν ἔντασιν παρὰ ὁ ἀήρ. Ὡστε ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἐλαστικοῦ μέσου, τὸ ὁποῖον παρεμβάλλεται μετὰξὺ τῆς ἠχητικῆς πηγῆς καὶ τοῦ παρατηρητοῦ.

γ) Ἐν διαπασῶν, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν μὲ τὴν χεῖρα μας, παράγει ἀσθενῆ ἤχον. Ἐὰν ὁμως τὸ στηρίζωμεν ἐπὶ τῆς τραπέζης, ἀκούομεν πολὺ ἰσχυρότερον ἤχον, διότι τότε πάλλεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς τραπέζης. Ὡστε :

Ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου αὐξάνεται, ὅταν αὐξάνεται καὶ ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.

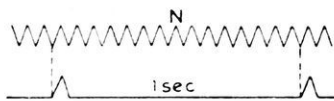
200. Ὑψος τοῦ ἤχου. — Ὅταν μία ἠχητικὴ πηγὴ, π.χ. μία χορδὴ, παράγῃ ἤχον, τότε ἡ ἠχητικὴ πηγὴ ἐκτελεῖ ὠρισμένον ἀριθμὸν παλμικῶν κινήσεων κατὰ δευτερόλεπτον, δηλαδὴ ἡ παλμικὴ κίνησις τῆς χορδῆς ἔχει ὠρισμένην συχνότητα ν. Ἀποδεικνύεται πειραματικῶς ὅτι :

Τὸ ὕψος τοῦ ἤχου εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν συχνότητα τῶν ταλαντώσεων τῆς ἠχητικῆς πηγῆς.

Ἡ συχνότης λοιπὸν ν τῶν ταλαντώσεων τῆς ἠχητικῆς πηγῆς χαρακτηρίζει τὸ ὕψος τοῦ ἤχου καὶ διὰ τοῦτο λέγομεν συνήθως ὅτι ἡ **συχνότης** τοῦ ἤχου εἶναι ν. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς συχνότητος τῶν ταλαντώσεων μιᾶς ἠχητικῆς πηγῆς ἐφαρμόζονται συνήθως δύο μέθοδοι, ἡ γραφικὴ μέθοδος καὶ ἡ μέθοδος ὁμοφωνίας.

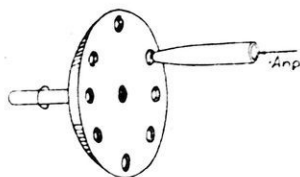
α) Μέθοδος γραφικῆ. Ἡ μέθοδος αὕτη εἶναι ἡ ἀκριβεστέρα. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας ἑνὸς ὁμαλῶς στρεφομένου κυλίνδρου καταγράφονται συγχρόνως ὁ ἀριθμὸς τῶν αἰωρήσεων ἑνὸς ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ μίαν ἀπλῆν αἰώρησιν ἐντὸς 1 δευτερολέπτου καὶ ἀφ' ἑτέρου αἰ

ταλαντώσεις μιᾶς ἤχητικῆς πηγῆς, π.χ. ἑνὸς διαπασῶν. Οὕτως εὐρίσκουμεν τὸν ἀριθμὸν ν τῶν ταλαντώσεων, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ διαπασῶν κατὰ δευτερόλεπτον (σχ. 217), ἥτοι εὐρίσκουμεν τὴν συχνότητα τῆς ἤχητικῆς κυμάνσεως. Ὅσον μεγαλύτερα εἶναι ἡ συχνότης, τόσο ὑψηλότερος εἶναι ὁ ἦχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν.



Σχ. 217. Μέτρησης τοῦ ὕψους.

β) Μέθοδος ὁμοφωνίας. Ὅταν δύο ἦχοι ἔχουν τὴν αὐτὴν συχνότητα, ἔχουν καὶ τὸ αὐτὸ ὕψος, ἀν καὶ οἱ δύο οὗτοι ἦχοι εἶναι δυνατόν νὰ προέρχωνται ἀπὸ δύο διαφορετικὰς πηγὰς (π.χ. ἀπὸ ἓν διαπασῶν καὶ ἀπὸ μίαν χορδὴν). Λέγομεν τότε ὅτι αἱ δύο ἤχητικαὶ πηγαὶ εὐρίσκονται εἰς ὁμοφωνίαν. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν συχνότητα ἑνὸς ἤχου χρησιμοποιοῦμεν τὴν σειρήνα. Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ κυκλικὸν δίσκον, ὁ ὁποῖος φέρει ὀπὰς εἰς ἴσας ἀποστάσεις ἀπὸ τὸν ἄξονα περιστροφῆς τοῦ δίσκου ἢ ἀπόστασις μεταξύ δύο ὀπῶν εἶναι σταθερὰ (σχ. 218). Ὁ δίσκος στρέφεται ἰσοταχῶς μετὰ τὴν βοήθειαν κινητήρος. Δι' ἑνὸς σωλήνος, καταλήγοντος ἔμπροσθεν τῶν ὀπῶν, προσφυσᾶται ἀήρ. Ἔστω ὅτι ὁ δίσκος φέρει κ ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ μ στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Ὅταν στρέφεται ὁ δίσκος, οὗτος προκαλεῖ περιοδικὴν διατάραξιν εἰς τὸν ἀέρα τὸν ἐκφεύγοντα ἀπὸ τὸν σωλήνα. Οὕτω παράγεται ἦχος, τοῦ ὁποῖου ἡ συχνότης ν εἶναι :



Σχ. 218. Σειρήνα.

$\nu = \kappa \cdot \mu$

ἀπὸ τὸν σωλήνα. Οὕτω παράγεται ἦχος, τοῦ ὁποῖου ἡ συχνότης ν εἶναι :

$$\nu = \kappa \cdot \mu$$

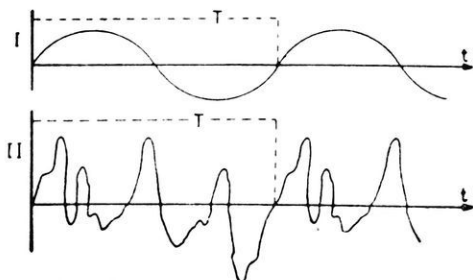
291. Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἤχων.—Τὸ οὖς ἀντιλαμβάνεται μόνον τοὺς ἤχους, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες περιλαμβάνονται μεταξύ 16 καὶ 20 000 Hz. Τὰ ὅρια ὅμως αὐτὰ τῶν ἀκουστῶν ἤχων μεταβάλλονται ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἀτόμου εἰς τὸ ἄλλο. Οἱ ἦχοι οἱ ἔχοντες συχνότητα μικροτέραν ἀπὸ 16 Hz καλοῦνται **ὑπόηχοι**, ἐνῶ οἱ ἔχοντες συχνότητα μεγαλύτεραν ἀπὸ 20 000 Hz καλοῦνται **ὑπέρηχοι**. Οὗτοι ἐπιδρῶν ἐπὶ τῆς μεμβράνης τῆς μανομετρικῆς κάψης. Αἱ συχνότητες τῶν χρησιμοποιουμένων εἰς τὰς ἐφαρμογὰς ὑπέρηχων περιλαμβάνονται μεταξύ 20 000 καὶ 40 000 Hz. Παράγονται ὅμως καὶ ὑπέρηχοι με

πολύ μεγάλης συχνότητας. Οί υπέρηχοι διαδίδονται με κύματα, όπως και οί άκουστοί ήχοι, παρουσιάζουν όμως τὸ πλεονέκτημα νὰ ἐξασθενίζουν πολύ ὀλιγώτερον ἀπὸ τοὺς άκουστοὺς ήχους, ὅταν διαδίδωνται ἐντὸς ὠρισμένων μέσων καὶ κυρίως ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν βυθομέτρησιν τῆς θαλάσσης.

Οί υπέρηχοι, ὅταν ἔχουν μεγάλην συχνότητα καὶ ἀρκετὴν ἔντασιν, προκαλοῦν σημαντικὰς μηχανικὰς, θερμικὰς καὶ βιολογικὰς δράσεις. Οὕτως, ὅταν υπέρηχοι προσπίπτουν ἐπὶ δύο μὴ μιγνυομένων ὑγρῶν, τὰ ὁποῖα υπέρκεινται τὸ ἓν τοῦ ἄλλου (ἔλαιον καὶ ὕδωρ ἢ ὕδωρ καὶ ὑδράργυρος), τότε προκαλοῦν τὴν ἀνάμιξιν τῶν δύο ὑγρῶν καὶ τὸν σχηματισμὸν γαλακτώματος. Ἀπὸ βιολογικῆς ἀπόψεως παρατηρήθη ὅτι οί υπέρηχοι προκαλοῦν διαμελισμὸν τῶν κυττάρων μονοκυττάρων ὀργανισμῶν, ὡς καὶ τῶν ἐρυθρῶν αἰμοσφαιρίων. Τελευταίως γίνεται χρῆσις τῶν υπερέχων διὰ θεραπευτικοὺς σκοποὺς καὶ εἰς τὴν τεχνικὴν.

202. Ἄρμονικοὶ ήχοι.— Ἐὰς θεωρήσωμεν ἄπλὸν ήχον ἔχοντα συχνότητα $\nu = 200$ Hz. Οί ἄπλοὶ ήχοι οί ἔχοντες συχνότητας 400, 600, 800 Hz καλοῦνται **ἀρμονικοὶ** τοῦ ήχου συχνότητος $\nu = 200$ Hz. Ὁ ήχος συχνότητος ν καλεῖται **θεμελιώδης ἢ πρῶτος ἀρμονικός**. Οί ἀρμονικοὶ ήχοι ἔχουν συχνότητας $2\nu, 3\nu, 4\nu, \dots$ καὶ καλοῦνται ἀντιστοίχως δεῦτερος ἀρμονικός, τρίτος ἀρμονικός, τέταρτος ἀρμονικός κ.ο.κ.

203. Χροιά τοῦ ήχου.— Ἐν διαπασῶν παράγει ήχον συχνότητος ν . Ἐὰν καταγράψωμεν τὸν ἄπλὸν τοῦτον ήχον, θὰ λάβωμεν μίαν καμπύλην, ἣ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀρμονικὴν, ταλάντωσιν (σχ. 219 I).



Σχ. 219. Καταγραφή ἄπλου καὶ συνθέτου ήχου.

Ἐὰν τώρα καταγράψωμεν ἓνα ήχον τοῦ αὐτοῦ ὕψους, τὸν ὁποῖον ὁμοίως παράγει ἓν μουσικὸν ὄργανον (π.χ. ἡ χορδὴ βιολιοῦ), θὰ λάβωμεν μίαν καμπύλην, ἣ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς περιοδικὴν κίνησιν ἄλλὰ μὴ ἀρμονικὴν (σχ. 219 II). Ὁ δεῦτερος λοιπὸν

ήχος είναι σύνθετος ήχος (§ 194) και αποτελείται από την πρόσθε-
 σιν ώρισμένου αριθμού απλών ήχων, οι όποιοι είναι άρμονικοί ενός
 θεμελιώδους. Από την σπουδή των μουσικών ήχων εύρέθη ότι :

Η χροιά ενός ήχου εξαρτάται από τον αριθμόν και την σχετικήν
 έντασιν των όρμονικῶν, οι όποιοι προστίθενται εις τον θεμελιώδη.

204. Μουσική κλίμαξ.— Εις τους φθόγγους, τους όποιους παρά-
 γουν τὰ μουσικά όργανα, επικρατεῖ συνήθως εἰς άρμονικὸς και διὰ τοῦτο
 ὡς συχνότητα τοῦ φθόγγου θεωροῦμεν την συχνότητα τοῦ επικρατοῦντος
 άρμονικοῦ. Τὸ πείραμα αποδεικνύει ὅτι ἡ σύγχρονος ἢ διαδοχικὴ ἀκρόα-
 σις δύο φθόγγων προκαλεῖ εὐχάριστον συναίσθημα, ἐάν ὁ λόγος τῶν συ-
 χνοτήτων τῶν δύο φθόγγων ἔχη ὡρισμένας τιμὰς. Καλεῖται **διάστημα**
 δύο φθόγγων ὁ λόγος τῶν συχνότητων τῶν δύο φθόγγων. Εἰς τὴν μου-
 σικὴν χρησιμοποιεῖται μία σειρά φθόγγων, τῶν ὁποίων αἱ συχνότητες
 βαίνουν ἀξανάμενοι, ἀλλὰ ἀσυνεχῶς. Ἡ σειρά αὐτὴ τῶν φθόγγων καλεῖ-
 ται **μουσικὴ κλίμαξ**.

Όταν ὁ λόγος τῶν συχνότητων δύο φθόγγων τῆς κλίμακος εἶναι ἴσος
 με 2, τότε λέγομεν ὅτι τὸ διάστημα τῶν δύο τούτων φθόγγων εἶναι μία
 ὀ γ δ ὀ η. Εἰς τὴν μουσικὴν χρησιμοποιεῖται συνήθως ἡ **συγκεκραμένη**
κλίμαξ, εἰς τὴν ὁποίαν τὸ διάστημα μιᾶς ὀγδῶδης διαιρεῖται εἰς 12 ἴσα
 διαστήματα καλούμενα ἡ μ ι τ ὀ ν ι α. Ἄν δ εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὀ-
 παῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓν ἡμιτόνιον, τότε τὸ διάστημα δ πολλαπλασιαζόμε-
 νον 12 φορές ἐπὶ τὸν ἑαυτὸν του, δίδει τὸ διάστημα μιᾶς ὀγδῶδης: ἄρα εἶναι:

$$\delta^{12} = 2 \quad \text{καὶ} \quad \delta = \sqrt[12]{2} = 1,059\dots$$

Δύο ἡμιτόνια αποτελοῦν ἓνα τ ὀ ν ο ν· ἐπομένως τὸ διάστημα, τὸ
 ὀπαῖον ἀντιστοιχεῖ εἰς ἓνα τόνον, εἶναι :

$$\delta^2 = (1,059)^2 = 1,121.$$

Εἰς τὴν **συγκεκραμένην κλίμακα** μεταξύ τοῦ τ ὀ ν ι κ ο ῦ και τοῦ
 κατὰ μίαν ὀγδῶδην ὕψηλότερου φθόγγου παρεμβάλλονται 5 τόνοι και 2
 ἡμιτόνια, ὅπως φαίνεται εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα :

φθόγγος : do₁ re₁ mi₁ fa₁ sol₁ la₁ si₁ do₂
 1,121 1,121 1,059 1,121 1,121 1,121 1,059

διάστημα : τόνος τόνος ἡμιτόνιον τόνος τόνος τόνος ἡμιτόνιον

Ὁ φθόγγος do_3 ἔχει συχνότητα διπλασίαν τῆς συχνότητος τοῦ do_1 καὶ δύναται νὰ ληφθῇ ὡς τονικός διὰ τὸν σχηματισμὸν νέας κλίμακος κ.ο.κ. Διὰ νὰ καθορίσουν τὴν συχνότητα ἐκάστου φθόγγου τῆς κλίμακος, ὤρισαν ἀθαιρέτως τὴν συχνότητα τοῦ φθόγγου la_3 ἴσην μὲ 440 Hz. Ὁὕτως ἡ συχνότης τοῦ φθόγγου si_3 εἶναι ἴση μὲ :

$440 \cdot 1,121 = 493$ Hz, τοῦ δὲ do_4 εἶναι ἴση μὲ $493 \cdot 1,059 = 522$ Hz.

Ἐπειδὴ οἱ φθόγγοι do_3 καὶ do_4 διαφέρουν κατὰ μίαν ὀγδόην, ἔπεται ὅτι ἡ συχνότης τοῦ do_3 εἶναι ἴση μὲ $\frac{522}{2} = 261$ Hz.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

182. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας $0^\circ C$ εἶναι 331 m/sec. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τοῦ ἀέρος ἀντιστοιχεῖ ταχύτης τοῦ ἤχου 350 m/sec;

183. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ἀέρος εἰς θερμοκρασίαν $15^\circ C$ εἶναι 340 m/sec. Νὰ εὐρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, ὅταν ἡ θερμοκρασία του εἶναι $10^\circ C$.

184. Παρατηρητὴς εὐρίσκεται ἐντὸς κοιλάδος περιβαλλομένης ἀπὸ δύο παράλληλα ὄρη μὲ κατακορύφους κλιτῶς. Ὁ παρατηρητὴς πυροβολεῖ καὶ ἀκούει μίαν πρώτην ἠχὴν 0,5 sec μετὰ τὸν πυροβολισμόν καὶ μίαν δευτέραν ἠχὴν 1 sec μετὰ τὸν πυροβολισμόν. 1) Νὰ εὐρεθῇ πόση εἶναι ἡ ἀπόστασις τῶν δύο ὀρέων. 2) Νὰ εὐρεθῇ μήπως εἶναι δυνατὸν νὰ ἀκούσῃ ὁ παρατηρητὴς καὶ τρίτην ἠχὴν. Ταχύτης τοῦ ἤχου: 340 m/sec.

185. Ἐν πλοίον εὐρίσκεται ἐν καιρῷ ὁμίχλης ἔμπροσθεν βραχώδους ἀκτῆς. Ἐκ τοῦ πλοίου ἐκπέμπεται πρὸς τὴν ἀκτὴν ἠχητικὸν σῆμα, ὅποτε εἰς τὸ πλοῖον ἀκούονται ἐξ ἀνακλάσεως δύο ἤχοι ἀπέχοντες μεταξὺ των χρονικῶς κατὰ 13 sec. Ἐὰν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec, καὶ εἰς τὴν θάλασσαν εἶναι 1440 m/sec, νὰ εὐρεθῇ ἡ ἀπόστασις τοῦ πλοίου ἀπὸ τὴν ἀκτὴν.

186. Ἦχος συχνότητος $\nu = 400$ Hz διαδίδεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος καὶ ἐντὸς χαλυβδίνης ράβδου. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος κύματος ἐντὸς τῶν δύο τούτων ἐλαστικῶν μέσων, ἐὰν ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου εἶναι εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec καὶ εἰς τὸν χάλυβα 5000 m/sec;

187. Ὁ δίσκος σειρῆνος φέρει 10 ὀπὰς καὶ ἐκτελεῖ 26 στροφὰς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόση εἶναι ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου;

188. Οί δίσκοι δύο σειρήνων *A* και *B* φέρουν ἀντιστοίχως 50 και 80 ὀπές. Ὁ δίσκος τῆς σειρήνος *A* ἐκτελεῖ 8 στροφάς κατὰ δευτερόλεπτον. Πόσας στροφάς πρέπει νὰ ἐκτελεῖ ὁ δίσκος τῆς σειρήνος *B*, ὥστε ὁ ὑπ' αὐτῆς παραγόμενος ἤχος νὰ εἶναι ὁ δεύτερος ἁρμονικὸς τοῦ ὑπὸ τῆς σειρήνος *A* παραγομένου ἤχου;

189. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ συχνότητες τῶν φθόγγων τῆς κλίμακος ἀπὸ τοῦ μ_3 ἕως τὸ μ_4 .

190. Ὁ δίσκος σειρήνος φέρει δύο ὁμοκέντρους σειρὰς ὀπῶν. Ἡ ἔξωτερικὴ σειρὰ φέρει 40 ὀπές. Πόσας ὀπές πρέπει νὰ ἔχη ἡ ἐσωτερικὴ σειρὰ, ἵνα τὸ διάστημα τῶν συγχρόνως παραγομένων δύο ἤχων εἶναι $3/2$;

191. Νὰ μετρηθῇ εἰς μίγκη κύματος τὸ μήκος μιᾶς εὐθείας $AB = 10 \text{ m}$, δι' ἓνα ἤχον συχνότητος $\nu = 440 \text{ Hz}$, ὁ ὁποῖος διαδίδεται εἰς τὸν ἀέρα. Ταχύτης ἤχου εἰς τὸν ἀέρα 340 m/sec .

ΠΗΓΑΙ ΜΟΥΣΙΚΩΝ ΗΧΩΝ

205. **Χορδαί.**— Εἰς τὴν Μουσικὴν καλεῖται χορδὴ ἓν ἐπίμηκες κυλινδρικὸν καὶ ἐλαστικὸν στερεὸν σῶμα, τοῦ ὁποῖου τὰ δύο ἄκρα, εἶναι σταθερῶς στερεωμένα καὶ τὸ ὁποῖον τείνεται ἰσχυρῶς μεταξὺ τῶν δύο τούτων σημείων. Αἱ χρησιμοποιούμεναι εἰς τὴν μουσικὴν χορδαί εἶναι μεταλλικαὶ ἢ ζωικῆς προελεύσεως.

Ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς τὴν χορδὴν εἰς ἓν σημεῖον τῆς, τότε ἐπὶ τῆς χορδῆς διαδίδονται κυμάνσεις, αἱ ὁποῖαι ἀνακλῶνται εἰς τὰ δύο σταθερὰ ἄκρα τῆς χορδῆς (σχ. 220).

Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν προσπιπτουσῶν καὶ ἀνακλωμένων κυμάνσεων παράγονται **στάσιμα κύματα** (σχ. 221). Τὰ σταθερὰ ἄκρα τῆς χορδῆς εἶναι πάντοτε δεσμοί. Ἡ ἀ-

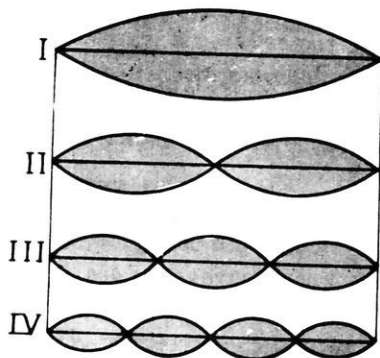


Σχ. 220. Σχηματισμὸς στασίμων κυμάτων ἐπὶ τῆς χορδῆς.

πόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν εἶναι πάντοτε ἴση μετὰ $\frac{\lambda}{2}$

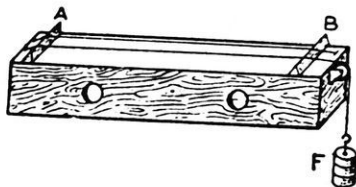
Ὅταν λοιπὸν ἐπὶ τῆς χορδῆς σχηματίζεται 1 στάσιμον κύμα (σχ. 221 I), τότε ἡ χορδὴ παράγει τὸν βαρύτερον δυνατὸν ἤχον, τὸν ὁποῖον καλοῦμεν **θεμελιώδη ἢ πρῶτον ἁρμονικόν**. Εἶναι γνωστὸν

(§ 203) ότι τὰ συνήθη μουσικὰ ὄργανα παράγουν πάντοτε συνθέτους ἤχους. Ὡς συχνότητα ν τοῦ ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἐν μουσικῶν ὄργανον, θεωροῦμεν τὴν συχνότητα τοῦ ἐπικρατεστέρου ἐκ τῶν παραγομένων ἀρμονικῶν (§ 204). Ἡ συχνότης ν τοῦ θεμελιώδους ἤχου ἐξαρτᾶται :



Σχ. 221. Ἡ χορδὴ δίδει ὅλους τοὺς ἀρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους.

ξύλινον κιβώτιον, ἐπὶ τοῦ ὁποῖου τείνονται δύο ἢ περισσότεραι χορδαί, στηριζόμεναι εἰς δύο σταθεροὺς ἵππεῖς A καὶ B, οἱ ὁποῖοι προσδιορίζουν τὸ μήκος l τῶν παλλομένων χορδῶν. Ἡ μία χορδὴ, ἡ ὁποία χρησιμεύει πρὸς σύγκρισιν, τείνεται μετὰ τὴν βοήθειαν κοιλίου, ἐνῶ ἡ ὑπὸ ἐξέτασιν χορδὴ τείνεται ἀπὸ δύναμιν F. Μετὰ τὸ πολὺχορδον εὐρίσκονται πειραματικῶς οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῶν χορδῶν :



Σχ. 222. Πολύχορδον.

Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἡ χορδὴ, εἶναι : α) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς· β) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτίνος τῆς χορδῆς· γ) ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς τεινούσης δυνάμεως· δ) ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ρίζης τῆς πυκνότητος τῆς χορδῆς.

$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου : } \nu = \frac{1}{2l \cdot r} \cdot \sqrt{\frac{F}{\pi \cdot d}}$$

ὅπου $\pi = 3,14$.

Ὅταν ἡ χορδὴ πάλλεται οὕτως, ὥστε νὰ σχηματίζωνται 1, 2, 3...

στάσιμα κύματα (σχ. 221), τότε ἡ χορδὴ παράγει ἀντιστοίχως τὸν 1ον, 2ον, 3ον... ἁρμονικόν. Ἐὰν ἡ χορδὴ πάλ्लεται ἐλευθέρως, τότε ὁ παραγόμενος μουσικὸς ἦχος εἶναι σύνθετος ἦχος καὶ ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν θεμελιώδη καὶ ἀπὸ μερικοὺς ἐκ τῶν πρώτων ἁρμονικῶν του. Ὡστε:

Μία χορδὴ δύναται νὰ δώσῃ ἰδιαιτέρως ἢ συγχρόνως τὴν σειρὰν τῶν ἁρμονικῶν τοῦ θεμελιώδους (2ν, 3ν, 4ν...)

* Πειραματικὴ εὔρεσις τῶν νόμων τῶν χορδῶν. α) Αἱ δύο ὅμοιοι χορδαὶ φέρονται εἰς ὁμοφωνίαν. Ἐπειτα θέτοίμεν ἓνα κινητὸν ἰπέα εἰς τὸ μέσον, τὸ τρίτον, τὸ τέταρτον... τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς οὕτως, ὥστε τὸ παλλόμενον μῆκος τῆς χορδῆς νὰ γίνῃ 2, 3, 4... φορές μικρότερον ἀπὸ τὸ ἀρχικόν μῆκος l τῆς χορδῆς. Τότε οἱ παραγόμενοι ἦχοι εἶναι ὁ δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... ἁρμονικὸς τοῦ θεμελιώδους.

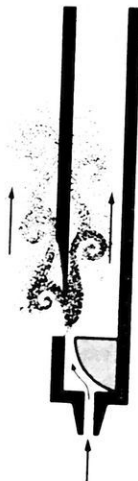
β) Αἱ δύο ὅμοιοι χορδαὶ φέρονται εἰς ὁμοφωνίαν. Ἐπὶ τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς ἐφαρμόζεται δύναμις F . Εἰς τὴν δύναμιν αὐτὴν δίδομεν διαδοχικῶς τὰς τιμὰς $4F$, $9F$, $16F$... Τότε οἱ παραγόμενοι ἦχοι εἶναι ἀντιστοίχως ὁ δεύτερος, τρίτος, τέταρτος... ἁρμονικὸς τοῦ θεμελιώδους.

γ) Φέρομεν τὰς δύο χορδὰς πάλιν εἰς ὁμοφωνίαν, ἐφαρμόζοντες ἐπὶ τῆς ἐξεταζομένης χορδῆς μίαν τάσιν F . Ἐπειτα συμπλέκομεν τέσσαρας ὁμοίας πρὸς τὴν ἐξεταζομένην χορδὰς καὶ τὴν οὕτω σχηματισθεῖσαν νέαν χορδὴν τὴν τείνομεν πάλιν μετὰ δύναμιν F . Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 4 φορές μεγαλύτερα. Τότε ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου εἶναι ἴση μετὰ τὸ $1/2$ τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους.

206. Συντονισμός.—Λαμβάνομεν δύο ὅμοια διαπασῶν A καὶ B , τὰ ὁποῖα παράγουν τὸν αὐτὸν ἀπλὸν ἦχον (π.χ. τὸ la_3). Τὰ δύο διαπασῶν ἔχουν συνεπῶς τὴν αὐτὴν συχνότητα. Ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς τὸ διαπασῶν A , τοῦτο παράγει ἦχον. Τότε καὶ τὸ πλησίον τοῦ A εὐρισκόμενον διαπασῶν B διεγείρεται καὶ ἐκτελεῖ ταλαντώσεις μεγάλου πλάτους, διότι ἔχει τὴν αὐτὴν συχνότητα μετὰ τὸ A καὶ συνεπῶς τὸ διαπασῶν B εἶναι συντονισμένον μετὰ τὸ διαπασῶν A . Ἐὰν ἐπιθέσωμεν τὸν δάκτυλόν μας ἐπὶ τοῦ διαπασῶν A , τοῦτο παύει νὰ πάλ्लεται, ἀκούομεν ὅμως τὸν ἦχον, τὸν ὁποῖον παράγει τὸ διαπασῶν B .

Τὸ αὐτὸ παρατηροῦμεν καὶ ὅταν τὸ διαπασῶν A παράγῃ ἦχον

πλησίον ενός πιάνου. Τότε ἐξ ὄλων τῶν χορδῶν ἡ χορδὴ $1a_3$ τοῦ πιάνου πάλλεται καὶ παράγει ἤχον.

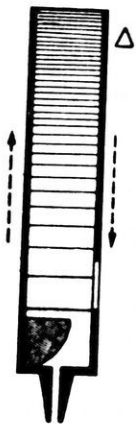


Σχ. 223 Διέγερσις ἡχητικοῦ σωλήνος.

Εἰς τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ στηρίζεται ἡ χρῆσις τῶν ἀντηχειῶν. Ταῦτα εἶναι συνήθως κιβώτια ξύλινα, μετάλλινα, ἢ σφαιρικά κοιλότητες, αἱ ὁποῖαι συντονίζονται, ὅταν ἡ συχνότης των εἶναι ἴση μὲ τὴν συχνότητα τοῦ διεγείροντος ἤχου. Ἡ συχνότης τῶν ἀντηχειῶν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς διαστάσεις των.

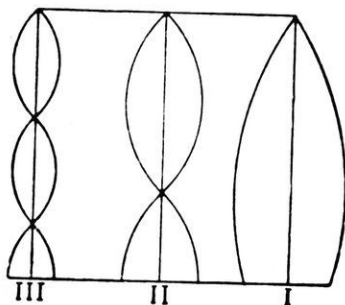
207. Ἡχητικοὶ σωλήνες.— Ὁ ἡχητικὸς σωλήν εἶναι σωλήν (κυλινδρικός ἢ πρισματικός) περιέχων ἀέριον, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ τεθῆ εἰς παλμικὴν κίνησιν. Ἡ διέγερσις τοῦ ἀερίου γίνεται συνήθως μὲ μίαν εἰδικὴν διάταξιν, ἡ ὁποία καλεῖται **στομίον** (σχ. 223). Τὸ προσφυσώμενον ρεῦμα τοῦ ἀέρος θραύεται ἐπὶ λεπτοῦ χεῖλους καὶ οὕτως ἐντὸς τοῦ σωλήνος σχηματίζεται σύστημα στροβίλων, τὸ ὁποῖον δημιουργεῖ κύμανσιν τοῦ ἀέρος τοῦ σωλήνος. Τὸ ἀπέναντι τοῦ στομίου ἄκρον τοῦ σωλήνος εἶναι κλειστὸν ἢ ἀνοικτόν. Οὕτως οἱ ἡχητικοὶ σωλήνες διακρίνονται εἰς κλειστοὺς καὶ ἀνοικτοὺς σωλήνας.

α) Κλειστοὶ ἡχητικοὶ σωλήνες. Ἐντὸς τοῦ κλειστοῦ ἡχητικοῦ σωλήνος διαδίδονται ἀντιθέτως δύο κυμάνσεις (ἡ ἀρχικὴ καὶ ἡ ἐξ ἀνακλάσεως). Ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν κυμάνσεων τούτων σχηματίζονται **στάσιμα κύματα**. Εἰς τὸ κλειστὸν ἄκρον τοῦ σωλήνος σχηματίζεται δεσμός, ἐνῶ πλησίον τοῦ στομίου σχηματίζεται κοιλία (σχ. 224). Ὁ ἀριθμὸς τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων αὐξάνεται,



Σχ. 224. Κλειστός σωλήν.

Σχ. 225. Στάσιμα κύματα εἰς κλειστὸν σωλήνα.



224). Ὁ ἀριθμὸς τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων αὐξάνεται,

Όταν αυξάνεται και η ταχύτης του αέρος, ο οποίος προσφυσάται εις τὸν σωλήνα. Εἰς τὸ σχῆμα 225 δεικνύονται αἱ τρεῖς πρώται δυναταὶ μορφαὶ τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ μήκος l τοῦ σωλήνος εἰς ἐκάστην περίπτωσιν εἶναι :

$$\text{I.} \quad l = \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = 4l$$

$$\text{II.} \quad l = 3 \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = \frac{4l}{3}$$

$$\text{III.} \quad l = 5 \cdot \frac{\lambda}{4} \quad \text{ἄρα} \quad \lambda = \frac{4l}{5}$$

Ἐὰν V εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν αέρα, τότε ἀπὸ τὴν γνωστὴν σχέσιν $V = v \cdot \lambda$ εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου εἶναι $v = \frac{V}{\lambda}$.

Ἐὰν εἰς τὴν σχέσιν αὐτὴν θέσωμεν τὰς ἀνωτέρω τιμὰς τοῦ μήκους κύματος λ , εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ἤχου, ὁ ὁποῖος παράγεται εἰς ἐκάστην περίπτωσιν εἶναι :

$$\text{I.} \quad v = \frac{V}{4l}$$

$$\text{II.} \quad v' = 3 \cdot \frac{V}{4l} \quad \text{ἦτοι} \quad v' = 3v$$

$$\text{III.} \quad v'' = 5 \cdot \frac{V}{4l} \quad \text{ἦτοι} \quad v'' = 5v$$

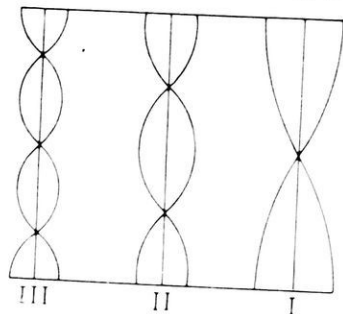
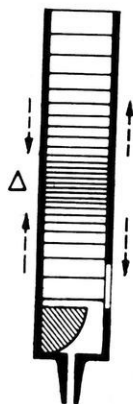
Οἱ τρεῖς οὗτοι ἤχοι εἶναι ὁ θεμελιώδης, ὁ τρίτος ἁρμονικὸς καὶ ὁ πέμπτος ἁρμονικὸς. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται αἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τῶν κλειστῶν ἤχητικῶν σωλήνων :**

I. Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει κλειστός ἤχητικὸς σωλήν εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸ μήκος τοῦ σωλήνος.

II. Κλειστός ἤχητικὸς σωλήν δύναται νὰ δώσῃ μόνον τοὺς περιττῆς τάξεως ἁρμονικοὺς τοῦ θεμελιώδους ἤχου ($v, 3v, 5v, \dots$).

$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου : } v = \frac{V}{4l}$$

β) Άνοικτοί ήχητικοί σωλήνες. Τὰ ἐντὸς τοῦ ἀνοικτοῦ ήχητικοῦ σωλήνος σχηματιζόμενα στάσιμα κύματα παρουσιάζουν πάντοτε εἰς τὰ δύο ἄκρα τοῦ σωλήνος κοιλίας (σχ. 226). Αἱ τρεῖς πρῶται δυναταὶ μορφαὶ τῶν σχηματιζομένων στασίμων κυμάτων δεικνύονται εἰς τὸ σχῆμα 227. Εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτὰς εἶναι:



Σχ. 227. Στάσιμα κύματα εἰς ἀνοικτὸν σωλήνα.

Σχ. 226. Άνοικτός σωλήν.

I.	$l = 2 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{2}$
II.	$l = 4 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{4}$
III.	$l = 6 \cdot \frac{\lambda}{4}$	ἄρα	$\lambda = \frac{4l}{6}$

Ἐκ τῆν σχέσιν $v = \frac{V}{\lambda}$ εὐρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης τοῦ ήχου, ὃ ὁποῖος παράγεται εἰς ἐκάστην περίπτωση, εἶναι :

I.	$v = \frac{V}{2l}$		
II.	$v' = 2 \cdot \frac{V}{2l}$	ἦτοι	$v' = 2v$
III.	$v'' = 3 \cdot \frac{V}{2l}$	ἦτοι	$v'' = 3v$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἀκόλουθοι νόμοι τῶν ἀνοικτῶν ήχητικῶν σωλήνων :

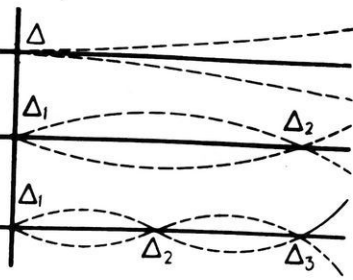
I. Ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ήχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἀνοικτός

ήχητικός σωλήν, είναι αντίστροφως ανάλογος πρὸς τὸ μήκος τοῦ σωλήνος.

II. Ἄνοικτος ήχητικός σωλήν δύναται νὰ παράγη ὁλόκληρον τὴν σειράν τῶν ἑρμονικῶν τοῦ θεμελιώδους (ν , 2ν , 3ν ...).

$$\text{συχνότης θεμελιώδους ἤχου : } \nu = \frac{V}{2l}$$

207α. Ράβδοι.— Μία χορδὴ ἀποκτᾷ ἐλαστικότητα σχήματος, ὅταν τεντεται. Μία ὅμως ράβδος ἔχει τὴν ιδιότητα αὐτὴν πάντοτε. Ἐπομένως ἡ ράβδος δύναται νὰ παραγάγη ἤχον, ὅταν στερεωθῆ καταλλήλως καὶ ἀναγκασθῆ νὰ ἐκτελέσῃ ταλαντώσεις. Εἰς τὸ σχῆμα 228 φαίνεται ἡ διάταξις τῶν δεσμῶν εἰς μίαν παλλομένην ράβδον, ἡ ὁποία εἶναι στερεωμένη κατὰ τὸ ἓν ἄκρον της καὶ παράγει τοὺς τρεῖς πρῶτους περιττῆς τάξεως ἄρμονικὸς ἤχους. Τὸ διαπασῶν εἶναι μεταλλικὴ ράβδος κεκαμμένη εἰς σχῆμα U. Οἱ δεσμοὶ Δ καὶ Δ τῆς θεμελιώδους κυμάνσεως εὐρίσκονται εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ



Σχ. 228. Στάσιμα κύματα εἰς ράβδον.

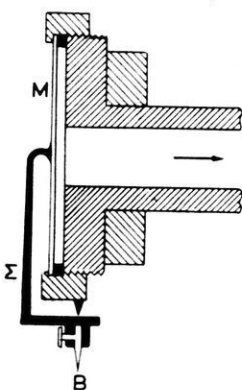


Σχ. 229. Παλλόμενον διαπασῶν.

διαπασῶν καὶ ὀλίγον ἄνωθεν τοῦ σημείου στηρίξεως A (σχ. 229). Αἱ ταλαντώσεις τοῦ διαπασῶν εἶναι ἐγκάρσιαι.

208. Φωνογραφία.— Μία τῶν ὠραιότερων κατακτῆσεων τῶν νεωτέρων χρόνων εἶναι ἡ **φωνογραφία**, ἣτοι ἡ ἀποτύπωσις καὶ ἡ ἀναπαραγωγή τῶν ἀποτυπωθέντων ἤχων. Ἡ ἀποτύπωσις τῶν ἤχων (φωνοληψία ἢ ἤχοληψία) γίνεται σήμερον μετὰ τὴν βοήθειαν μικροφώνου, διὰ τοῦ ὁποίου αἱ ἤχητικαὶ κυμάνσεις μετατρέπονται εἰς ἀντιστοιχοῦς μεταβολὰς τῆς ἐντάσεως ἡλεκτρικοῦ ρεύματος. Τοῦτο διέρχεται δι' ἐνὸς ἡλεκτρομαγνήτου, ὁ ὁποῖος θέτει εἰς ἀντίστοιχον παλμικὴν κίνησιν μίαν ἀκίδα κινουμένην ἐλικοειδῶς ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας δίσκου ἀπὸ κηρόν. Οὐ-

τως ἐπὶ τοῦ δίσκου καταγράφεται ἑλικοειδῆς γραμμὴ, τῆς ὁποίας αἱ ἀνωμαλίαι ἀντιστοιχοῦν εἰς τὰς παλμικὰς κινήσεις τῆς βελόνης, δηλαδὴ ἀντιστοιχοῦν εἰς τοὺς πρὸ τοῦ μικροφώνου παραχθέντας ἤχους. Ἐπὶ τοῦ δίσκου



Σχ. 230. Σχηματικὴ διάταξις τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (M πλακίδιον μαρμαρυγίου, B βελόνη).

τοῦτου λαμβάνεται ἔπειτα ἠλεκτρολυτικῶς μεταλλικὸν ἀρνητικὸν ἀνάτυπον, τὸ ὁποῖον χρησιμεύει ὡς μήτρα (καλούπι) διὰ τὴν παραγωγὴν τῶν δίσκων, οἱ ὁποῖοι φέρονται εἰς τὸ ἐμπόριον.

Ἡ ἀναπαραγωγὴ τῶν ἀποτυπωθέντων ἐπὶ τοῦ δίσκου ἤχων γίνεται διὰ τοῦ φωνογραφικοῦ τυμπάνου (σχ. 230). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ στερεὸν πλακίδιον μαρμαρυγίου, τὸ ὁποῖον στερεώνεται καταλλήλως, ὥστε νὰ δύναται νὰ πάλλεται ἐλευθέρως. Εἰς τὸ μέσον τοῦ πλακιδίου εἶναι στερεωμένον λεπτὸν μεταλλικὸν στέλεχος, εἰς τὸ ἄκρον δὲ τοῦ στελέχους τούτου ὑπάρχει σκληρὰ βελόνη. Κατὰ τὴν κίνησιν τῆς βελόνης ἐντὸς τῆς ἑλικοειδοῦς γραμμῆς τοῦ δίσκου προκαλοῦνται παλμικαὶ κινήσεις τοῦ πλακιδίου τοῦ τυμπάνου, αἱ ὁποῖαι ἀναπαράγουν εἰς τὸν ἀέρα τὰς ἀρχικὰς ἠχητικὰς κυμάνσεις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

192. Χορδὴ μήκους 1 m καὶ διαμέτρου 1 mm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 50 kgf*. Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 8 gr/cm³. Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον δίδει ἡ χορδὴ;

193. Χορδὴ ἔχει διάμετρον 0,8 mm καὶ μῆκος 0,6 m. Ἐὰν ἡ χορδὴ τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgf*, ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου; Πυκνότης χορδῆς 6 gr/cm³.

194. Χορδὴ μήκους 80 cm δίδει τὸν τέταρτον ἁρμονικόν. Πόσοι δεσμοὶ σχηματίζονται ἐπὶ τῆς χορδῆς καὶ πόση εἶναι ἡ μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν ἀπόστασις;

195. Χορδὴ ἔχει μῆκος 36 cm τείνεται ὑπὸ δυνάμεως 10 kgf* καὶ δίδει ὡς θεμελιώδη ἤχον τὸ la₃. Ἡ πυκνότης τῆς χορδῆς εἶναι 2,88 gr/cm³. Πόση εἶναι ἡ διάμετρος τῆς χορδῆς;

196. Κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν ἔχει μῆκος 68 cm καὶ περιέχει

ἀέρα. Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου;

197. Κλειστός ἤχητικός σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος 260 Hz . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα τοῦ σωλῆνος εἶναι 340 m/sec . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος;

*198. Κλειστός ἤχητικός σωλὴν δίδει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος 400 Hz , ὅταν ὁ ἐντὸς αὐτοῦ ἀῆρ ἔχη θερμοκρασίαν 0°C . Πόση γίνεται ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους ἤχου, ὅταν ὁ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀῆρ ἔχη θερμοκρασίαν 37°C ;

199. Ἀνοικτός ἤχητικός σωλὴν ἔχει μῆκος 62 cm . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι 340 m/sec . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ παραγομένου θεμελιώδους ἤχου;

200. Κλειστός ἤχητικός σωλὴν ἔχει μῆκος 60 cm . Παραπλεύρως αὐτοῦ ὑπάρχει ἀνοικτός σωλὴν. Οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τὸν θεμελιώδη των. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ κλειστός σωλὴν παράγει ὑψηλότερον ἤχον, τὸ δὲ διάστημα τῶν παραγομένων δύο ἤχων εἶναι $3/2$. Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τοῦ ἀνοικτοῦ σωλῆνος;

201. Μακρὸς ὑάλινος σωλὴν διατηρεῖται κατακόρυφος οὕτως, ὥστε τὸ ἐν ἄκρον του νὰ εἶναι βυθισμένον ἐντὸς ὕδατος. Ἐμπροσθεν τοῦ ἄλλου ἄκρον τοῦ σωλῆνος πάλλεται διαπασῶν, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι 512 Hz . Παρατηροῦμεν ὅτι ὑπάρχει σαφῆς συντονισμός, ὅταν τὸ ἐκτὸς τοῦ ὕδατος τμήμα τοῦ σωλῆνος ἔχη μῆκος 51 cm καὶ ἔπειτα 85 cm , ἐνῶ δὲν παρατηρεῖται συντονισμός διὰ καμμίαν ἄλλην ἐνδιάμεσον τιμὴν τοῦ μήκους τοῦ σωλῆνος. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα.

*202. Κλειστός ἤχητικός σωλὴν παράγει θεμελιώδη ἤχον συχνότητος ν , ὅταν ἡ θερμοκρασία εἶναι 5°C . Πόσον πρέπει νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία, ὥστε ὁ σωλὴν νὰ παράγῃ θεμελιώδη ἤχον ὑψηλότερον κατὰ ἐν ἡμιτόνιον; (*Υποθέτομεν ὅτι τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος δὲν μεταβάλλεται).

*203. Δύο ὅμοιοι ἀνοικτοὶ ἤχητικοὶ σωλῆνες ἔχουν μῆκος 85 cm . Ὁ εἷς ἐξ αὐτῶν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 15°C . Ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα θερμοκρασίας 15°C εἶναι 340 m/sec . Ὁ ἄλλος σωλὴν περιέχει ἀέρα θερμοκρασίας 18°C . Ποῖον εἶναι τὸ ὕψος τοῦ θεμελιώδους ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει ἕκαστος σωλὴν; Ἐὰν καὶ οἱ δύο σωλῆνες παράγουν συγχρόνως τοὺς ἀντιστοίχους θεμελιώδεις ἤχους των, νὰ εὐρεθῇ ὁ λόγος τῶν συχνότητων τῶν δύο ἤχων.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

Θ Ε Ρ Μ Ο Τ Η Σ

ΜΕΤΡΗΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ

209. Θερμότης.—Τὸ αἴτιον, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ τὸ αἶσθημα τοῦ θερμοῦ ἢ τοῦ ψυχροῦ καλεῖται **θερμότης**. Εἶναι γνωστὸν ὅτι εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς ἢ θερμότης, ἢ ὁποῖα προκύπτει ἀπὸ τὴν καῦσιν τοῦ λιθάνθρακος ἢ τοῦ πετρελαίου, παράγει ἔργον. Ὡστε :

Ἡ θερμότης εἶναι μία μορφή ἐνεργείας.

210. Θερμοκρασία.—Ὅταν λέγωμεν ὅτι ἐν σῶμα εἶναι θερμὸν ἢ ψυχρὸν, χαρακτηρίζομεν τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος. Ὁ χαρακτηρισμὸς τῆς θερμικῆς καταστάσεως ἐνὸς σώματος ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀφῆς ἔχει σχετικὴν ἀξίαν, διότι ἐξαρτᾶται κυρίως ἀπὸ τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ δέρματός μας.

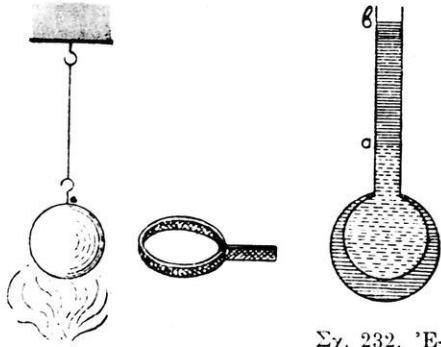
Ἡ θερμικὴ κατάστασις ἐνὸς σώματος δύναται νὰ μεταβληθῇ σὺν εὐχῶς ἀπὸ τοῦ ψυχροῦ εἰς τὸ θερμὸν καὶ ἀντιστρόφως. Τοῦτο καταφαίνεται, ὅταν θερμαίνεται ψυχρὸν ὕδωρ ἢ ὅταν θερμὸν ὕδωρ ἀφήνεται νὰ ψυχθῇ. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ἐκάστοτε θερμικῆς καταστάσεως ἐνὸς σώματος εἰσήχθη ἡ ἔννοια τῆς **θερμοκρασίας**.

Θερμοκρασία τοῦ σώματος καλεῖται τὸ φυσικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον χαρακτηρίζει τὴν θερμικὴν κατάστασιν τοῦ σώματος, δηλαδὴ τὸν βαθμὸν τῆς θερμάνσεως τοῦ σώματος.

211. Διαστολὴ τῶν σωμάτων.—Καλοῦμεν **διαστολὴν** τὰς μεταβολὰς, τὰς ὁποίας ὑφίστανται αἱ διαστάσεις τῶν σωμάτων, ὅταν μεταβάλλεται ἢ θερμοκρασία των. Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ ἀποδείξωμεν ὅτι ὅλα τὰ σώματα θερμαινόμενα διαστέλλονται (ἐξαιρέσειν ἀποτελοῦν ἐλάχι-

στα σώματα, ὅπως τὸ καουτσούκ, ἡ πορσελάνη, ὁ ἰωδιούχος ἄργυρος κ.ἄ.).

Ἡ διαστολὴ τῶν στερεῶν ἀποδεικνύεται διὰ τῆς γνωσ-
στῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν δει-
κνύει τὸ σχῆμα 231. Κατὰ τὴν
θέρμανσιν τῆς σφαίρας ὁ ὄγκος
αὐτῆς αὐξάνεται. Εἰδικώτερον
ἢ τοιαύτη αὐξήσις τοῦ ὄγκου
καλεῖται κυβικὴ δια-
στολὴ.

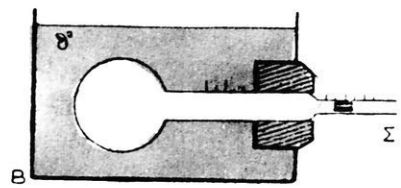


Σχ. 231. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν
τῆς διαστολῆς τῶν στερεῶν.

Σχ. 232. Ἐ-
πίδρασις τῆς
διαστολῆς τοῦ
δοχείου.

Ἡ διαστολὴ τῶν
ὕγρῶν παρατηρεῖται εὐκό-
λως, ἐὰν θερμάνωμεν ὑγρὸν
ἐντὸς δοχείου καταλήγοντος
εἰς στενὸν καὶ μακρὸν λαιμὸν
(σχ. 232). Ἡ παρατηρουμένη
αὐξήσις τοῦ ὄγκου εἶναι ἢ
φαινομένη διαστολὴ

τοῦ ὑγροῦ, διότι συγχρόνως μετὸ ὑγρὸν
διεστάλη καὶ τὸ δοχεῖον. Ἐπομένως ἡ πραγματικὴ διαστο-
λὴ τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλύτερα
ἀπὸ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν παρατη-
ροῦμεν κατὰ τὸ ἀνωτέρω πείραμα.



Σχ. 233. Ἀπόδειξις τῆς διαστολῆς
τοῦ ἀέριου.

Ἡ διαστολὴ τῶν ἀε-
ρίων παρατηρεῖται ἀκόμη εὐκό-
λῳτερον, ἐὰν θερμάνωμεν ἐλαφρῶς
τὸν ἀέρα, ὁ ὁποῖος περιέχεται ἐντὸς
δοχείου καταλήγοντος εἰς στενὸν
σωλῆνα (σχ. 233). Ὁ ἀῆρ τῆς

φιάλης ἀποκλείεται ἀπὸ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα μετὴν σταγόνα ὑδραρ-
γύρου, ἢ ὁποία κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἀέρος μετατοπίζεται ταχέως
πρὸς τὰ ἔξω.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πειραμάτων ἀποδεικνύεται ὅτι :

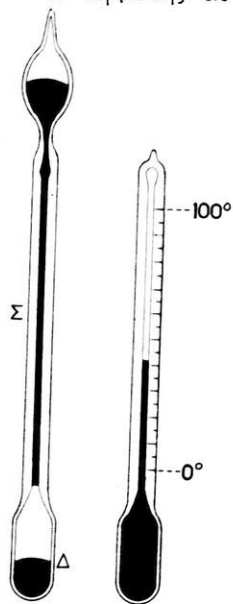
Τὰ ἀέρια ὑφίστανται τὴν μεγαλύτεραν διαστολὴν ἐξ ὄλων τῶν
σωμάτων, τὰ δὲ στερεὰ ὑφίστανται τὴν μικροτέραν διαστολὴν.

212. Μέτρησις θερμοκρασιῶν.— Διὰ τὴν ἀκριβῆ μέτρησιν τῆς
θερμοκρασίας τῶν σωμάτων χρησιμοποιοῦνται εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὅποια

καλούνται **θερμόμετρα**. Ἡ λειτουργία τῶν θερμομέτρων στηρίζεται ἐπὶ τοῦ γεγονότος ὅτι κατὰ τὴν θέρμανσιν ἑνὸς σώματος μεταβάλλονται αἱ διαστάσεις καὶ διάφοροι ἰδιότητες αὐτοῦ (ὀπτικά, ἠλεκτρικά κ.ἄ.). Μία λοιπὸν ἰδιότης τῶν σωμάτων, ἡ ὁποία μεταβάλλεται συνεχῶς μετὰ τῆς θερμοκρασίας, δύναται νὰ ἀποτελέσῃ τὴν βάσιν τῆς λειτουργίας ἑνὸς θερμομέτρου. Οὕτω χρησιμοποιοῦνται σήμερον διάφοροι τύποι θερμομέτρων. Ὁ συνήθης τύπος θερμομέτρου στηρίζεται εἰς τὴν διαστολὴν τῶν σωμάτων (θερμόμετρα διαστολῆς).

Ὅταν θερμὸν σῶμα Α ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν μετὰ ἄλλο ψυχρὸν σῶμα Β, τότε εἶναι γνωστὸν ἐκ τῆς πείρας ὅτι μετὰ παρέλευσιν ὠρισμένου χρόνου τὰ δύο σώματα ἀποκοτῶν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι συνέπεια τῆς ἐξῆς γενικῆς ἀρχῆς:

Ἡ θερμότης αὐτομάτως μεταβαίνει πάντοτε ἀπὸ τὸ θερμότερον εἰς τὸ ψυχρότερον σῶμα.



Σχ. 234. Κατασκευή ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς αὐτῆς στηρίζεται ἡ μέτρησις τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν θερμομέτρων. Τὸ θερμομέτρον Β φέρεται εἰς ἐπαφὴν μετὰ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα Α. Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμοκλιση ἰσορροπία, τὰ δύο σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὁποίαν μᾶς δεικνύει τὸ θερμομέτρον. Τὰ θερμομέτρα ἔχουν γενικῶς τὴν ἰδιότητα νὰ ἀπορροφῶν ἐλάχιστον ποσὸν θερμότητος ἀπὸ τὸ θερμομετρούμενον σῶμα καὶ οὕτως ἡ ἐπαφὴ τῶν μετὰ τὸ σῶμα τοῦτο δὲν μεταβάλλει αἰσθητῶς τὴν θερμοκρασίαν του.

213. Ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον.— Τὸ ὑδραργυρικὸν θερμομέτρον ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑάλινον δοχεῖον (σφαιρικὸν ἢ κυλινδρικόν), τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα σταθεροῦς διαμέτρου (σχ. 234). Τὸ δοχεῖον καὶ μέρος τοῦ σωλῆνος εἶναι πλήρη ὑδραργύρου. Τὸ ὑπολοιπὸν τμήμα τοῦ σωλῆνος εἶναι κενὸν ἀέρος. Ἡ ἐκδίωξις τοῦ ἀέρος ἐκ τοῦ σωλῆνος ἐπιτυγχάνεται ὡς ἐξῆς: Τὸ θερμομέτρον φέρεται εἰς ὑψηλὴν θερμοκρασίαν, ὥστε

νά πληρωθῆ με ὑδράργυρον ὀλόκληρος ὁ σωλῆν· τότε κλείεται τὸ ἀνώτερον ἄκρον τοῦ σωλῆνος διὰ συντήξεως τῆς ὑάλου.

214. Βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου.— Διὰ νὰ καθορίσωμεν μίαν κλίμακα θερμοκρασιῶν, ἐκλέγομεν δύο σταθεράς θερμοκρασίας, ἐκάστην τῶν ὁποίων αὐθαιρέτως χαρακτηρίζομεν μὲ ἓνα ἀριθμὸν. Οὕτως εἰς τὴν ἑκατονταβάθμιον κλίμακα θερμοκρασιῶν, ἣ ὁποία καλεῖται συνήθως **κλίμαξ Κελσίου** ($^{\circ}\text{C}$), ἡ σταθερὰ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 0° ἢ δὲ σταθερὰ θερμοκρασία τῶν ὑδρατμῶν, ὅταν τὸ ὕδωρ βράζῃ ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν (76 cm Hg), χαρακτηρίζεται ὡς θερμοκρασία 100° . Κατόπιν τοῦ ἀνωτέρω ὀρισμοῦ ἡ βαθμολογία τοῦ ὑδραργυρικοῦ θερμομέτρου γίνεται ὡς ἐξῆς: Βυθίζομεν τὸ θερμοόμετρον ἐντὸς τῶν ἀτμῶν ὕδατος, τὸ ὁποῖον βράζει ὑπὸ τὴν κανονικὴν πίεσιν καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 100 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει τότε ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Ἐπειτα βυθίζομεν τὸ θερμοόμετρον ἐντὸς λεπτῶν τριμμάτων πάγου καὶ σημειώνομεν τὸν ἀριθμὸν 0 εἰς τὸ σημεῖον τοῦ σωλῆνος, εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει φθάσει ἡ στάθμη τοῦ ὑδραργύρου. Τὸ μεταξὺ τῶν διαιρέσεων 0 καὶ 100 τμήμα τοῦ σωλῆνος διαιρεῖται εἰς 100 ἴσα μέρη. Ἡ βαθμολογία τοῦ θερμομέτρου ἐπεκτείνεται κάτωθεν τῆς διαιρέσεως 0 καὶ ἄνωθεν τῆς διαιρέσεως 100. Αἱ διαρέσεις τῆς κλίμακος καλοῦνται **βαθμοὶ** (σύμβολον grad). Αἱ κάτω τοῦ μηδενὸς διαιρέσεις θεωροῦνται ὡς ἀρνητικά.

Κλίμαξ Fahrenheit. Εἰς τὴν Ἀγγλίαν καὶ τὰς Ἡνωμένας Πολιτείας χρησιμοποιεῖται ἡ **κλίμαξ Fahrenheit**. Εἰς τὴν κλίμακα αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου εἶναι 32° , ἡ δὲ θερμοκρασία τῶν ἀτμῶν τοῦ βράζοντος ὕδατος εἶναι 212° . Οὕτως 100 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Κελσίου ἀντιστοιχοῦν εἰς 180 διαιρέσεις τῆς κλίμακος Fahrenheit. Ἐπομένως C βαθμοὶ Κελσίου καὶ F βαθμοὶ Fahrenheit συνδέονται μεταξύ των διὰ τῆς σχέσεως:

$$\frac{C}{F - 32} = \frac{100}{212 - 32} \quad \tilde{\eta}$$

$$\boxed{\frac{C}{F - 32} = \frac{5}{9}}$$

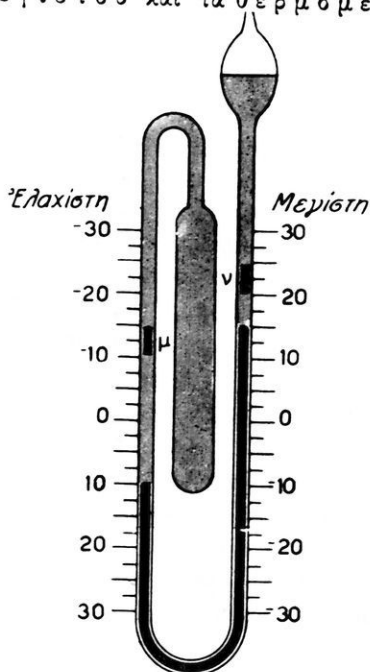
***215. Θερμόμετρα με ὑγρόν.**— Ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς -39°C καὶ βράζει εἰς 357°C . Ἐπομένως τὸ ὑδραργυρικὸν θερμοόμετρον δύναται

νά χρησιμοποιηθῆ μόνον μεταξύ τῶν ἀνωτέρω ὀρίων θερμοκρασίας. Ἄλλὰ πρακτικῶς δὲν χρησιμοποιεῖται ἄνω τῶν 300°C . Διὰ τὴν μέτρησιν ὑψηλοτέρων θερμοκρασιῶν (ἕως 500°C) χρησιμοποιοῦνται ὑδραργυρικά θερμομέτρα, τὰ ὁποῖα κατασκευάζονται ἀπὸ δύστηκτον ὕαλον καὶ περιέχουν ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ἄζωτον ὑπὸ πίεσιν. Διὰ θερμοκρασίας κατωτέρας τῶν -39°C χρησιμοποιοῦνται θερμομέτρα, τὰ ὁποῖα περιέχουν οἰνόπνευμα (ἕως -50°C), τολουόλιον (ἕως -100°C) ἢ πετρελαϊκὸν αἰθέρα (ἕως -90°C). Διὰ τὴν μέτρησιν τῶν πολὺ χαμηλῶν ἢ πολὺ ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν καταφεύγομεν εἰς ἄλλας μεθόδους.

216. Θερμόμετρα μεγίστου καὶ ἐλαχίστου. — Τὰ θερμομέτρα μεγίστου καὶ τὰ θερμομέτρα ἐλαχίστου μᾶς



Σχ. 235. Ἰατρικὸν θερμομέτρον.



Σχ. 236. Θερμόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου.

δίδουν τὴν μεγαλυτέραν ἢ τὴν μικροτέραν θερμοκρασίαν, ἢ ὁποῖα παρατηρεῖται ἐντὸς ὀρισμένου χρονικοῦ διαστήματος. Τὸ σύνθημα ἰατρικὸν θερμομέτρον εἶναι θερμομέτρον μεγίστου. Ὁ τριχοειδῆς σωλὴν φέρει εἰς τὴν βᾶσιν τοῦ μίαν στένωσιν (σχ. 235). Ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑδραργύρου, οὗτος διέρχεται διὰ τῆς στενώσεως καὶ ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Κατὰ τὴν ψύξιν δὲ μὴ τοῦ θερμομέτρου, ἢ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εὐρεθεῖσα στήλη τοῦ ὑδραργύρου ἀποκόπτεται κατὰ τὴν στένωσιν καὶ

ἀπομένει ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Τὸ ἀνώτερον ἄκρον τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου δεικνύει τὴν μεγίστην θερμοκρασίαν. Ὁ ὑδράργυρος τοῦ σωλῆ-

νος επανεφέρεται εντός του δοχείου δια διαδοχικῶν τιναγμῶν.

Εἰς τὴν Μετεωρολογίαν χρησιμοποιεῖται συνήθως θερμοόμετρον μεγίστου καὶ ἐλαχίστου περιέχον οἰνόπνευμα, τὸ ὁποῖον μετατοπίζει στήλην ὑδραργύρου (σχ. 236). Ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐξάνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην ν. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐλαττώνεται, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ὠθεῖ τὸν ἐκ σιδήρου δείκτην μ. Οὕτως ὁ μὲν δείκτης ν δεικνύει τὴν σημειωθεῖσαν μεγίστην θερμοκρασίαν, ὁ δὲ δείκτης μ τὴν ἐλαχίστην. Οἱ δείκται επαναφέρονται εἰς ἐπαφὴν μετὰς δύο ἐπιφανείας τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου μετὰ τὴν βοήθειαν μικροῦ μαγνήτου.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

204. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου αἱ ἐξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit: -15° , 50° , 200° .

205. Νὰ τραποῦν εἰς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Fahrenheit αἱ ἐξῆς ἐνδείξεις τῆς κλίμακος Κελσίου: -22° , 36° , 87° .

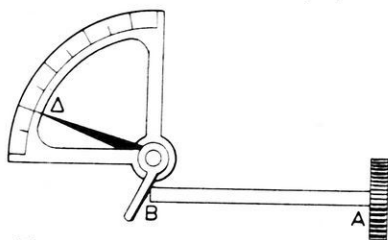
206. Θερμοόμετρον φέρει ἐκατέρωθεν τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος κλίμακα Κελσίου καὶ κλίμακα Fahrenheit. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ ἐνδείξεις τῶν δύο κλιμάκων θὰ εἶναι αἱ αὐταί;

207. Κατὰ μίαν ἡμέραν ἡ μὲν θερμοκρασία τῶν Ἀθηνῶν εἶναι 20°C , τοῦ δὲ Λονδίνου εἶναι 77°F . Πόσῃ διαφορᾷ θερμοκρασίας εὐρίσκει μεταξὺ τῶν δύο πόλεων κάτοικος τῶν Ἀθηνῶν καὶ πόσῃ εὐρίσκει ὁ κάτοικος τοῦ Λονδίνου;

ΔΙΑΣΤΟΛΗ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

217. Διαστολὴ τῶν στερεῶν.— Ὅταν στερεὸν σῶμα θερμαίνεται, τότε αἱ τρεῖς διαστάσεις τοῦ σώματος αὐξάνονται ἀναλόγως. Ἡ τοιαύτη διαστολὴ τοῦ σώματος καλεῖται **κυβικὴ διαστολὴ**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι ἐπιμήκης ράβδος, τότε μᾶς ἐνδιαφέρει κυρίως ἡ διαστολὴ, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μία τῶν διαστάσεων τοῦ σώματος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ διαστολὴ καλεῖται **γραμμικὴ διαστολὴ**. Ἐὰν τὸ στερεὸν εἶναι λεπτὴ πλάξ, τότε κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ σώματος παρατηρεῖται διαστολὴ τῶν δύο διαστάσεων αὐτοῦ· ἡ διαστολὴ αὕτη καλεῖται **ἐπιφανειακὴ διαστολὴ**.

218. Γραμμική διαστολή.— 'Η γραμμική διαστολή δεικνύεται εύκολως διά τῆς διατάξεως, τὴν ὁποίαν δεικνύει τὸ σχῆμα 237. Τὸ ἐν ἄκρον τῆς ράβδου εἶναι στερεωμένον σταθερῶς. Ἐστω ὅτι εἰς θερμοκρασίαν 0°C ἡ ράβδος ἔχει μῆκος l_0 .



Σχ. 237. Διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς.

Βυθίζομεν τὴν ράβδον ἐντὸς ὕδατος σταθερᾶς θερμοκρασίας θ° . Ἡ ράβδος διαστέλλεται καὶ τὸ μῆκος τῆς γίνεται l . Ἡ ἐπιμήκυνσις τῆς ράβδου εἶναι $l - l_0$. Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :

'Η ἐπιμήκυνσις $(l - l_0)$, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ ράβδος, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς αὐξάνεται κατὰ θ° , εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ ἀρχικὸν μῆκος (l_0) τῆς ράβδου καὶ πρὸς τὴν αὐξήσιν (θ) τῆς θερμοκρασίας.

$$\text{ἐπιμήκυνσις ράβδου: } l - l_0 = \lambda \cdot l_0 \cdot \theta \quad (1)$$

ὅπου λ εἶναι συντελεστὴς ἐξαρτώμενος ἀπὸ τὴν φύσιν τῆς ράβδου καὶ ὁ ὁποῖος καλεῖται **συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς**. Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς λ εὐρίσκομεν :

$$\lambda = \frac{l - l_0}{l_0} \cdot \frac{1}{\theta} \quad (2)$$

Ἄν τὸ ἀρχικὸν μῆκος l_0 εἶναι ἴσον μὲ 1 μονάδα μῆκους, π.χ. εἶναι $l_0 = 1 \text{ m}$, καὶ ἡ αὐξήσις τῆς θερμοκρασίας εἶναι ἴση μὲ 1°C , ἤτοι εἶναι $\theta = 1 \text{ grad}$, τότε ἡ ἐξίσωσις (2) γράφεται :

$$\lambda = \frac{l - 1}{1} \cdot \frac{1}{1 \text{ grad}}$$

Ἄρα ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς ἐκφράζει τὴν αὐξήσιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς μῆκους τῆς ράβδου, ὅταν ἡ θερμοκρασία τῆς αὐξάνεται κατὰ 1°C .

Ἐάν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς l , εὐρίσκομεν ὅτι τὸ μῆκος τῆς ράβδου εἰς θερμοκρασίαν θ° εἶναι :

$$\text{μῆκος ράβδου εἰς } \theta^{\circ} \text{ C: } l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \theta)$$

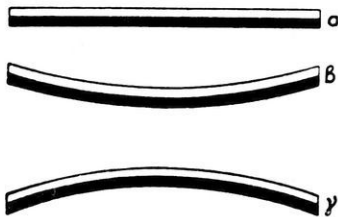
Ἡ παράστασις $(1 + \lambda \cdot \theta)$ καλεῖται **διώνυμον τῆς γραμμικῆς διαστολῆς**.

Π α ρ ά δ ε ι γ μ α. Διὰ τὸν σίδηρον εἶναι $\lambda = 0,000012 \cdot \text{grad}^{-1}$. Μία ράβδος σιδήρου, ἡ ὁποία εἰς 0° C ἔχει μῆκος $l_0 = 10$ m, ἐάν θερμανθῇ εἰς 100° C ἐπιμηκύνεται κατὰ :

$$l - l_0 = 10 \cdot 0,000012 \cdot 100 = 0,012 \text{ m} = 12 \text{ mm}$$

Συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς			
Ἀργύλιον	$2,33 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$	Σίδηρος	$1,22 \cdot 10^{-5} \text{ grad}^{-1}$
Ἀργυρος	$1,93 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	Λευκόχρυσος	$0,90 \cdot 10^{-5} \text{ »}$
Χαλκός	$1,70 \cdot 10^{-5} \text{ »}$	Invar	$0,16 \cdot 10^{-5} \text{ »}$

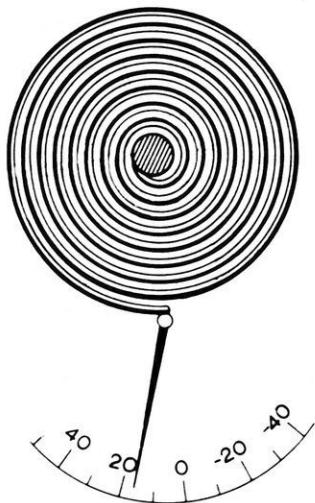
218α. Ἐφαρμογαὶ τῆς γραμμικῆς διαστολῆς.— Ἄν παρεμποδίσωμεν μίαν ράβδον νὰ διασταλῇ ἐλευθέρως, τότε ἀναπτύσσονται πολὺ μεγάλαί δυνάμεις· αὗται εἶναι ἴσαι πρὸς τὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦν τὴν αὐτὴν ἐπιμήκυνσιν τῆς ράβδου κατὰ μηχανικὸν τρόπον. Οὕτω ράβδος σιδήρου, ἔχουσα εἰς 0° C μῆκος 1 m, ὅταν θερμαίνεται εἰς 100° C ἐπιμηκύνεται κατὰ 1,2 mm. Ἐάν ἡ ράβδος ἔχη τομὴν 1 cm^2 , τότε διὰ νὰ τὴν ἐπιμηκύνωμεν κατὰ 1,2 mm, πρέπει νὰ ἐφαρμόσωμεν δύναμιν 2 500 kgf*. Τόση δύναμις ἀναπτύσσεται κατὰ τὴν διαστολὴν τῆς ράβδου, ἂν παρεμποδίσωμεν τὴν ἐλευθέραν διαστολὴν αὐτῆς. Ἐπειδὴ λοιπὸν αἱ κατὰ τὴν διαστολὴν ἀναπτυσσόμεναι δυνάμεις εἶναι πολὺ μεγάλαι, διὰ τοῦτο εἰς τὰ διάφορα τεχνικὰ ἔργα, λαμβάνονται διάφορα μέτρα, ὥστε ἡ διαστολὴ νὰ γίνεταί ἐλευθέρως. Εἰς τὰς μεταλλικὰς γεφύρας τὸ ἔν ἄκρον των στηρίζεται ἐπὶ τροχῶν, διὰ νὰ γίνεταί ἐλευθέρως ἡ διαστολὴ. Ἐπίσης μεταξὺ τῶν ράβδων τῆς σιδηροδρομικῆς γραμμῆς ἀφήνονται μικρὰ διάκενα, διὰ νὰ ἀποφευχθῇ ἡ κάμψις τῶν ράβδων.



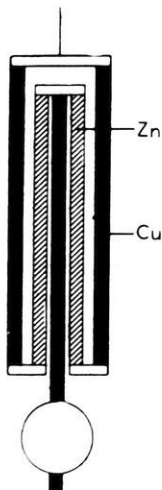
Σχ. 238. Διμεταλλικαὶ ράβδοι.

Ἄλλην ἐφαρμογὴν τῆς γραμμικῆς διαστολῆς ἀποτελοῦν αἱ **διμεταλλικαὶ ράβδοι** (σχ. 238). Αὗται ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο ἐπιμήκη ἐλά-

σματα, τὰ ὁποῖα εἶναι στενῶς συνδεδεμένα μεταξύ των καὶ ἔχουν διάφορον συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς. Εἰς μίαν ὠρισμένην θερμοκρασίαν ἡ ράβδος εἶναι εὐθύγραμμος. Ἐὰν ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τῆς ράβδου, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα β, ἐνῶ ἂν ἡ ράβδος ψυχθῇ, αὕτη λαμβάνει τὸ σχῆμα γ. Τοιαῦται διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τὰ **μεταλλικὰ θερμομέτρα** (σχ. 239) καὶ διὰ τὴν αὐτόματον λειτουργίαν ὠρισμένων διατάξεων (αὐτόματος διακοπὴ ἡλεκτρικοῦ ρεύματος εἰς τοὺς ἡλεκτρικοὺς κλιβάνους, τὰ ἡλεκτρικὰ ψυγεῖα κ.τ.λ.). Ἐπίσης αἱ διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τοὺς ὠρολογιακοὺς μηχανισμοὺς (σχ. 240), διὰ νὰ μὴ ἐπηρεάζεται ἡ λειτουργία των ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας. Τὸ κράμα **Invar** (64% Fe + 36% Ni) ἔχει ἀσήμαντον συντελεστὴν



Σχ. 239. Διμεταλλικὸν θερμομέτρον.



Σχ. 240. Διμεταλλικὸν ἔκκρεμές.

γίαν ὠρισμένων διατάξεων (αὐτόματος διακοπὴ ἡλεκτρικοῦ ρεύματος εἰς τοὺς ἡλεκτρικοὺς κλιβάνους, τὰ ἡλεκτρικὰ ψυγεῖα κ.τ.λ.). Ἐπίσης αἱ διμεταλλικαὶ ράβδοι χρησιμοποιοῦνται εἰς τοὺς ὠρολογιακοὺς μηχανισμοὺς (σχ. 240), διὰ νὰ μὴ ἐπηρεάζεται ἡ λειτουργία των ἀπὸ τὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας. Τὸ κράμα **Invar** (64% Fe + 36% Ni) ἔχει ἀσήμαντον συντελεστὴν

γραμμικῆς διαστολῆς καὶ διὰ τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς ὄργανα ἀκριβείας.

219. Κυβικὴ διαστολή.— Ἄς θεωρήσωμεν ἓν στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον εἰς θερμοκρασίαν 0°C ἔχει ὄγκον V_0 . Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος γίνῃ θ° , τότε ὁ ὄγκος τοῦ σώματος γίνεται V . Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι :

Ἡ μεταβολὴ $(V - V_0)$ τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ σώματος καὶ πρὸς τὴν αὔξησιν (θ) τῆς θερμοκρασίας.

Ἄρα εἶναι $V - V_0 = \kappa \cdot V_0 \cdot \theta$, ὅπου κ εἶναι ὁ **συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς** τοῦ σώματος. Ὁ συντελεστὴς οὗτος ἐκφράζει τὴν

αύξησιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἡ μονὰς τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος, ὅταν ἡ θερμοκρασία του αὐξηθῇ κατὰ 1°C .

Ἐκ τῆς ἀνωτέρω σχέσιν εὐρίσκομεν ὅτι ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ εἶναι :

$$\text{ὄγκος στερεοῦ εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$$

Ἡ παράστασις $(1 + \kappa \cdot \theta)$ καλεῖται **διώνυμον τῆς κυβικῆς διαστολῆς**. Ἀποδεικνύεται ὅτι :

Ὁ συντελεστὴς τῆς κυβικῆς διαστολῆς εἶναι ἴσος μὲ τὸ τριπλάσιον τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς ($\kappa = 3\lambda$).

219α. Μεταβολὴ τῆς πυκνότητος στερεοῦ σώματος μετὰ τῆς θερμοκρασίας — Ἐπειδὴ ὁ ὄγκος ἐνὸς στερεοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, ἐνῶ ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος διατηρεῖται ἀμετάβλητος, ἔπεται ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ σώματος μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐὰν καλέσωμεν d_0 καὶ d τὴν πυκνότητα τοῦ σώματος εἰς τὰς θερμοκρασίας 0°C καὶ $\theta^{\circ}\text{C}$, τότε ἔχομεν $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν $d = \frac{d_0 \cdot V_0}{V}$.

Ἐπειδὴ δὲ εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$, ἔχομεν :

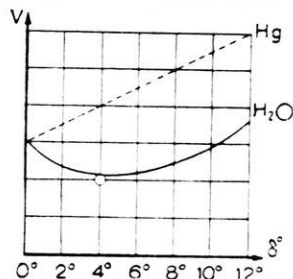
$$\text{πυκνότης τοῦ σώματος εἰς } \theta^{\circ}\text{C} : d = \frac{d_0}{1 + \kappa \cdot \theta}$$

220. Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν.— Ὅπως εἶδομεν (§ 211), τὰ ὑγρά διαστέλλονται πολὺ περισσότερον ἀπὸ τὰ στερεά. Εἶναι φανερόν ὅτι τὰ ὑγρά ὑφίστανται μόνον κυβικὴν διαστολὴν. Ἐπομένως ἡ **πραγματικὴ ἢ ἀπόλυτος** διαστολὴ τοῦ ὑγροῦ διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον, ὁ ὁποῖος ἰσχύει διὰ τὴν κυβικὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν. Οὕτως ἔχομεν ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ὑγροῦ εἰς θερμοκρασίαν $\theta^{\circ}\text{C}$ εἶναι $V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \theta)$, ὅπου γ εἶναι ὁ **συντελεστὴς ἀπολύτου διαστολῆς** τοῦ ὑγροῦ. Ἡ δὲ μεταβολὴ τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ μετὰ τῆς θερμοκρασίας δίδεται

ἀπὸ τὴν γνωστὴν σχέσιν : $d = \frac{d_0}{1 + \gamma \cdot \theta}$

Συντελεσται άπολύτου διαστολής ύγρων						
Αιθήρ	$163 \cdot 10^{-5}$	grad ⁻¹	"Υδωρ	18°	$18 \cdot 10^{-5}$	grad ⁻¹
Οινόπνευμα	$111 \cdot 10^{-5}$	"	"	50°	$46 \cdot 10^{-5}$	"
Τολουόλιον	$103 \cdot 10^{-5}$	"	"	100°	$78 \cdot 10^{-5}$	"
Υδράργυρος	$18 \cdot 10^{-5}$	"				

221. Διαστολή του ύδατος.—'Η διαστολή του ύδατος παρουσιάζει την εξής ένδιαφέρουσαν άνωμαλίαν : τὸ ὕδωρ θερμαίνόμενον ἀπὸ 0°C ἕως 4°C συνεχῶς συστέλλεται, καταλαμβάνει τὸν μικρότερον ὄγκον εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4°C καὶ ἄνωθεν τῆς θερμοκρασίας ταύτης θερμαίνόμενον συνεχῶς διαστέλλεται. 'Η μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὀρισμένης μάζης ὕδατος συναρτῆσει τῆς θερμοκρασίας φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 241. Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦτο δεῖκνύεται ἡ διαφορὰ τῆς διαστολῆς τοῦ ὕδατος ἀπὸ τὴν διαστολὴν τοῦ ὑδραργύρου. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4°C ὀρισμένη μάζα ὕδατος ἔχει τὸν μικρότερον ὄγκον καὶ ἐπομένως :



Σχ. 241. Διαστολὴ τοῦ ὕδατος καὶ τοῦ ὑδραργύρου.

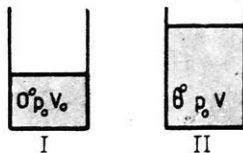
Εἰς τὴν θερμοκρασίαν 4°C τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγίστην πυκνότητα.

'Η ἀνωτέρω άνωμαλία εἰς τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος ἔχει πολὺ μεγάλην βιολογικὴν σημασίαν, διότι εἰς τὰ βαθύτερα σημεῖα τῶν λιμνῶν καὶ τῶν ὠκεανῶν συγκεντρώνεται τὸ πυκνότερον ὕδωρ θερμοκρασίας 4°C. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τῶν ἀνωτέρων στρωμάτων τοῦ ὕδατος κατέλθῃ κάτω τῆς θερμοκρασίας 4°C, τὰ στρώματα ταῦτα παραμένουν εἰς τὴν ἐπιφάνειαν ὡς εἰδικῶς ἑλαφρότερα. Οὕτως εἰς τὰ βάθη τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν ἐπικρατεῖ σταθερὰ σχεδὸν θερμοκρασία. Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα καταγράφεται ἡ άνωμαλος διαστολὴ τοῦ ὕδατος.

*Όγκος ἐνὸς γραμμαρίου ὕδατος			
θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm ³	θερμοκρασία	ὄγκος εἰς cm ³
0°	1,00016	20°	1,00180
4°	1,00003	50°	1,01210
10°	1,00030	100°	1,04346

222. Διαστολή τών αερίων.— Έντός δοχείου, τὸ ὁποῖον κλειε-
ται ἀεροστεγῶς μὲ εὐκίνητον ἔμβολον περιέχεται μάζα m αερίου (σχ.
242). Εἰς θερμοκρασίαν 0°C τὸ αέριον ἔχει
ὄγκον V_0 καὶ πίεσιν p_0 , ἴσην μὲ τὴν ἐξωτερι-
κὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

α) Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου τοῦ αερίου ὑπὸ στα-
θερὰν πίεσιν. Θερμαίνομεν τὸ αέριον εἰς θ° . Τὸ αέ-
ριον διαστέλλεται ὑπὸ **σταθερὰν πίεσιν** p_0
καὶ ὁ ὄγκος του γίνεται V . Τὸ πείραμα ἀπο-
δεικνύει ὅτι :



Σσ. 242. Μεταβολὴ τοῦ
ὄγκου αερίου μετὰ τῆς
θερμοκρασίας.

Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἡ μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ὠρισμένης μάζης
αερίου εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν ἀρχικὸν ὄγκον (V_0) τοῦ αερίου
καὶ πρὸς τὴν μεταβολὴν (θ) τῆς θερμοκρασίας αὐτοῦ.

$$V - V_0 = \alpha \cdot V_0 \cdot \theta \quad (1)$$

ὅπου α εἶναι ὁ **συντελεστὴς διαστολῆς τοῦ αερίου**. Πειραματικῶς
εὐρέθη ὅτι ὁ συντελεστὴς α εἶναι ὁ αὐτὸς δι' ὅλα τὰ αέρια,
ἢ δὲ τιμὴ του εἶναι :

συντελεστὴς διαστολῆς αερίων: $\alpha = \frac{1}{273} = 0,003660 \text{ grad}^{-1}$

Οὕτως ἐκ τοῦ πειράματος εὐρέθη ὁ ἀκόλουθος **νόμος τοῦ Gay-Lussac** :

Ὅλα τὰ αέρια, θερμαίνόμενα ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν κατὰ 1°C
αὐξίτανται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου των ἴσην μὲ τὸ $\frac{1}{273}$ τοῦ ὄγκου, τὸν
ὁποῖον ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0°C .

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ὅταν αέριον θερμαίνεται ὑπὸ
σταθερὰν πίεσιν ἀπὸ 0°C εἰς $\theta^{\circ}\text{C}$, ὁ **τελικὸς ὄγκος** V εἶναι :

διαστολὴ αερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν: $V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ (2)

β) Μεταβολὴ τῆς πίεσεως τοῦ αερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἐπαναλαμ-
βάνομεν τὸ προηγούμενον πείραμα, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι τὸ ἔμβολον

είναι τώρα ακίνητον. Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς $\theta^{\circ}\text{C}$. Ὁ ὄγκος τοῦ V_0 διατηρεῖται σταθερὸς καὶ ἡ πίεσις τοῦ αὐξάνεται ἀπὸ p_0 εἰς p . Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ μεταβολὴ τῆς πίεσεως τοῦ ἀερίου εἶναι :

$$p - p_0 = \alpha \cdot p_0 \cdot \theta$$

ὅπου εἶναι $\alpha = \frac{1}{273} \text{ grad}^{-1}$. Ἐκ τούτων συνάγεται ὁ ἀκόλουθος νόμος :

Ὅλα τὰ ἀέρια, θερμαίνόμενα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, κατὰ 1°C ὑψίστανται αὐξησιν τῆς πίεσεως ἴσην μὲ τὸ $\frac{1}{273}$ τῆς πίεσεως, τὴν ὁποίαν ἔχουν εἰς θερμοκρασίαν 0°C .

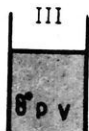
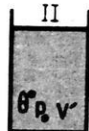
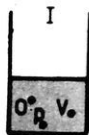
Ὅταν λοιπὸν ἀέριον θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον ἀπὸ 0°C εἰς θ° , ἡ τελικὴ πίεσις p εἶναι :

$$\text{μεταβολὴ ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον: } p = p_0 \cdot (1 + \alpha \theta)$$

γ) Τέλεια ἀέρια. Ὅπως ἀποδεικνύει τὸ πείραμα, τὰ φυσικὰ ἀέρια ἀκολουθοῦν μόνον κατὰ προσέγγισιν τοὺς ἀνωτέρω εὑρεθέντας νόμους. Καλοῦμεν τέλεια ἀέρια ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα ἀκολουθοῦν αὐστηρῶς τοὺς νόμους Boyle - Mariotte καὶ Gay - Lussac.

Πολλὰ συνήθη ἀέρια, τὰ ὁποῖα δυσκόλως ὑγροποιῦνται, συμπεριφέρονται σχεδὸν ὡς τέλεια ἀέρια (ὀξυγόνον, ὑδρογόνον, ἄζωτον, ἥλιον).

223. Ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων.— Εὐκόλως δυνάμεθα νὰ εὐρωμεν ἓνα γενικὸν νόμον, ὁ ὁποῖος νὰ ἰσχύη δι' ὅλας τὰς γνωστὰς μετα-



Σχ. 243. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ἀερίου μετὰ τῆς πίεσεως καὶ τῆς θερμοκρασίας.

βολὰς τῶν ἀερίων (ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν καὶ ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον). Ἄς θεωρήσωμεν μίαν μᾶζαν m ἀερίου, τὸ ὁποῖον ἔχει:

I. θερμοκρασίαν 0°C , πίεσιν p_0 , ὄγκον V_0 (σχ. 243 I).

Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον εἰς θ° ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν. Τότε τὸ ἀέριον ἔχει :

II. θερμοκρασίαν θ , πίεσιν p_0 , ὄγκον $V' = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$ (σχ. 243 II).

Ἐπειτα ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν θ μεταβάλλομεν τὴν πίεσιν καὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου. Τότε τὸ ἀέριον ἔχει :

III. θερμοκρασίαν θ , πίεσιν p , ὄγκον V (σχ. 243 III).

Ἡ τελευταία μεταβολὴ τοῦ ἀερίου ἔγινε ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν καὶ ἐπομένως διέπεται ἀπὸ τὸν νόμον Boyle-Mariotte (§ 159). ἄρα ἔχομεν :

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta) \quad (1)$$

Ἡ εὐρεθεῖσα ἐξίσωσις καλεῖται **ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων**.

Ἐὰν ἡ ἀνωτέρω μᾶζα ἀερίου θερμανθῇ εἰς θ_1 , τότε ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου γίνεται p_1 καὶ ὁ ὄγκος του V_1 , ὥστε νὰ ἰσχύη πάλιν ἡ ἐξίσωσις :

$$p_1 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta_1) \quad (2)$$

Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) εὐρίσκομεν ὅτι εἶναι :

$$p_0 \cdot V_0 = \frac{p \cdot V}{1 + \alpha \cdot \theta} = \frac{p_1 \cdot V_1}{1 + \alpha \cdot \theta_1} = \text{σταθ.}$$

Δι' ὠρισμένην μᾶζαν ἀερίου τὸ πηλίκον τοῦ γινομένου τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου διὰ τοῦ διωνύμου τῆς διαστολῆς εἶναι σταθερόν.

***224. Πυκνότης ἀερίου.**— Ἄς λάβωμεν μᾶζαν m ἀερίου, τὸ ὁποῖον ὑπὸ κανονικῆς συνθήκας (0°C καὶ $p_0 = 76 \text{ cm Hg}$) ἔχει ὄγκον V_0 .

Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἶναι $d_0 = \frac{m}{V_0}$. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου γίνῃ θ , τότε ἡ πίεσις του γίνεται p καὶ ὁ ὄγκος του γίνεται V .

Ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου μετεβλήθη καὶ ἔγινε $d = \frac{m}{V}$. Ὡστε ἔχομεν τὴν σχέσιν : $m = d_0 \cdot V_0 = d \cdot V$. Ἀπὸ τὴν σχέσιν αὐτὴν προκύπτει ὅτι εἶναι : $d = \frac{d_0 \cdot V_0}{V}$. Ἐὰν εἰς τὴν τελευταίαν σχέσιν θέσωμεν τὴν

τιμὴν τοῦ V ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$, εὐρίσκομεν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ἀερίου εἰς θερμοκρασίαν θ° καὶ ὑπὸ πίεσιν p εἶναι :

$$\text{πυκνότης ἀερίου εἰς } \theta^\circ \text{C: } d = d_0 \cdot \frac{p}{p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)}$$

Παράδειγμα. Ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας εἶναι $1,293 \text{ gr/dm}^3$. Εἰς θερμοκρασίαν 27°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 2 Atm ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος εἶναι:

$$d = 1,293 \cdot \frac{2 \cdot 76 \cdot 273}{76 \cdot 300} = 2,353 \text{ gr/dm}^3$$

255. Ἀπόλυτον μηδὲν καὶ ἀπόλυτος κλίμαξ θερμοκρασιῶν.— Ἐὰν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς ἀερίου κατέλθῃ εἰς -273°C , τότε ἡ ἐξίσωσις τῶν τελείων ἀερίων δίδει :

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 - 1) \quad \text{ἤτοι} \quad p \cdot V = 0$$

Ὡστε εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὸ γινόμενον τῆς πίεσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου μηδενίζεται. Ἐπειδὴ ὅμως εἶναι ἀδύνατον νὰ δεχθῶμεν ὅτι μηδενίζεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου, πρέπει νὰ δεχθῶμεν ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν -273°C ἡ πίεσις γίνεται ἴση μὲ μηδέν. Ἄρα εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν δὲν δύναται νὰ ὑπάρξῃ σῶμα εἰς ἀέριον κατάστασιν. Ἡ θερμοκρασία -273°C , εἰς τὴν ὁποίαν μηδενίζεται ἡ πίεσις παντὸς ἀερίου, καλεῖται **ἀπόλυτον μηδέν** καὶ λαμβάνεται ὡς ἀρχὴ μιᾶς νέας κλίμακος θερμοκρασιῶν, ἡ ὁποία καλεῖται **ἀπόλυτος κλίμαξ ἢ κλίμαξ Kelvin ($^\circ \text{K}$)**. Εἰς τὴν κλίμακα αὐτὴν ἡ θερμοκρασία τοῦ τηχομένου πάγου (0°C) ἀντιστοιχεῖ εἰς 273°K . Γενικῶς θ βαθμοὶ Κελσίου ἀντιστοιχοῦν πρὸς T βαθμοὺς Kelvin συμφώνως πρὸς τὴν σχέσιν :

$$T = 273 + \theta$$

Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ ἀέριον ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου, εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς κινήσεως τῶν μορίων τοῦ ἀερίου (§ 176). Ἀφοῦ ὅμως εἰς τὸ ἀπόλυτον μηδέν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου γίνεται ἴση μὲ μηδέν, ἔπεται ὅτι εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν τὰ μόρια τοῦ ἀερίου εἶναι ἀκίνητα. Εἶναι **τελείως ἀδύνατον νὰ πραγματοποιήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός**. Κατωρθώσαμεν ὅμως νὰ φθάσωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας $0,004^\circ \text{K}$.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

208. Πόσῃ ἐπιμήκυνσιν ὑφίσταται ράβδος σιδήρου μήκους 20 m , ὅταν αὕτη θερμαίνεται ἀπὸ -15°C εἰς 40°C ; $\lambda = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$

209. Πόσον μῆκος ἔχει μία ράβδος ἐκ νικελίου εἰς 0°C , ἐὰν τὸ μῆκος αὐτῆς εἰς 18°C εἶναι 20 cm ; $\lambda = 13 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

210. Μία ὑαλινὴ ράβδος εἰς 0°C ἔχει μῆκος $412,5 \text{ mm}$, θερμο-

νομένη δὲ εἰς $98,5^{\circ}\text{C}$ ἐπιμηκύνεται κατὰ $0,329\text{ mm}$. Πόσος εἶναι ὁ συντελεστῆς γραμμικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου;

211. Κανὼν ἐξ ὀρειχάλκου εἶναι βαθμολογημένος εἰς 0°C . Πόσον εἶναι τὸ ἀκριβὲς μῆκος μιᾶς ράβδου, ἡ ὁποία μετρούμενη εἰς 20°C εὐρίσκειται ὅτι ἔχει μῆκος 80 cm ; $\lambda = 19 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

212. Δύο ράβδοι, ἡ μία ἀπὸ ὑάλου καὶ ἡ ἄλλη ἀπὸ χάλυβα, ἔχουν εἰς 0°C τὸ αὐτὸ μῆκος, ἐνῶ εἰς 100°C τὰ μῆκη τῶν δύο ράβδων διαφέρουν κατὰ 1 mm . Πόσον εἶναι τὸ μῆκος τῶν ράβδων εἰς 0°C ; Συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς:

$$\text{ὑάλου } \lambda_1 = 8 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}, \text{ χάλυβος } \lambda_2 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$$

213. Μία ὀρθογώνιος πλάξ ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0°C διαστάσεις $0,8\text{ m}$ καὶ $1,5\text{ m}$. Πόσον ἀξάνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς πλακός, ὅταν αὕτη θερμαίνεται ἀπὸ 5°C εἰς 45°C ; Χαλκοῦ $\lambda = 14 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

214. Κυκλικὸς δίσκος ἐκ χαλκοῦ ἔχει εἰς 0°C διάμετρον 100 mm . Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ θερμανθῇ ὁ δίσκος, ὥστε ἡ διάμετρος αὐτοῦ νὰ ἀξήθη κατὰ 1 mm ; Πόση εἶναι ἡ ἀξησης τῆς ἐπιφανείας τοῦ δίσκου;

215. Σφαῖρα ἐκ σιδήρου ἔχει εἰς 0°C διάμετρον 19 mm . Ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ ἀποκτήσῃ ἡ σφαῖρα, ὥστε αὕτη νὰ μὴ διέρχεται διὰ μεταλλικοῦ δακτυλίου, τοῦ ὁποίου ἡ διάμετρος εἶναι $19,04\text{ mm}$; Πόσον ἀξάνεται τότε ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας; $\text{Fe} : \lambda = 12 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

216. Κατὰ πόσον πρέπει νὰ θερμανθῇ τεμάχιον ὑάλου ἐκ χαλαζίου, ὥστε ὁ ὄγκος του νὰ ἀξήθη κατὰ $1^{\circ}/_{\infty}$; $\lambda = 6 \cdot 10^{-7} \cdot \text{grad}^{-1}$.

217. Ὑαλινὴ φιάλη ἔχει εἰς 10°C ὄγκον 100 cm^3 . Πόσον ὄγκον ἔχει εἰς 100°C ; $\lambda = 8 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

*218. Ἡ πυκνότης τοῦ ὕδαργύρου εἰς 18°C εἶναι $13,551\text{ gr/cm}^3$. Πόση εἶναι ἡ πυκνότης του εἰς 0°C καὶ εἰς 100°C ; Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ἡ πυκνότης τοῦ ὕδαργύρου εἶναι ἀκριβῶς $13,60\text{ gr/cm}^3$; $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

*219. Ἡ πυκνότης ἐνὸς ὕγρου εἰς 0°C εἶναι $0,92\text{ gr/cm}^3$ καὶ εἰς 100°C εἶναι $0,81\text{ gr/cm}^3$. Νὰ εὑρεθῇ ὁ μέσος συντελεστῆς διαστολῆς τοῦ ὕγρου μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν 0°C καὶ 100°C .

220. Ὑάλινος κυλινδρικός σωλὴν ἔχει εἰς 0°C ὕψος 1 m καὶ τομὴν 1 cm^2 . Ὁ σωλὴν εἶναι κατακόρυφος καὶ περιέχει ὕδαργυρον, ὁ ὁποῖος εἰς 0°C σχηματίζει στήλην ὕψους $0,96\text{ m}$. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν τὸ δοχεῖον θὰ εἶναι πλήρες ὕδαργύρου; Ὑδαργύρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$ ὑάλου $\alpha = 24 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$.

221. Ὑάλινον δοχεῖον εἰς 0°C εἶναι τελείως πλήρες μὲ ὑδρογόνον, ὁ ὁποῖος ἔχει μᾶζαν 500 gr . Πόση πρέπει νὰ γίνῃ ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος, ὥστε νὰ χυθοῦν 10 gr ὑδροαργύρου.

Ὑάλου $\kappa = 27 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$, ὑδροαργύρου $\gamma = 181 \cdot 10^{-6} \cdot \text{grad}^{-1}$. Πυκνότης τοῦ ὑδροαργύρου εἰς 0°C : $13,6 \text{ gr/cm}^3$.

222. Μία μᾶζα ἀέρος ἔχει εἰς 0°C ὄγκον 200 cm^3 . Ἐὰν αὕτη θερμομανθῇ ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος τῆς διπλασιάζεται;

223. Ὡρισμένη μᾶζα ὑδρογόνου ἔχει εἰς 17°C ὄγκον 4 dm^3 . Θερμαίνεται ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν εἰς 57°C . Πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου;

224. Ἀέριον ἔχει εἰς -13°C ὄγκον 60 cm^3 . Ἐὰν ἡ πίεσις του διατηρηθῇ σταθερά, πόσος γίνεται ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς 117°C ;

225. Μία μᾶζα ὀξυγόνου ἔχει εἰς 0°C ὄγκον 40 cm^3 καὶ πίεσιν 76 cm Hg . Τὸ ἀέριον θερμαίνεται εἰς 30°C καὶ ἡ πίεσις του γίνεται 70 cm Hg . Πόσος εἶναι τότε ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου;

226. Εἰς 27°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 762 cm Hg ἐν ἀέριον ἔχει ὄγκον 35 cm^3 . Θερμαίνομεν τὸ ἀέριον καὶ ὁ μὲν ὄγκος του γίνεται 38 cm^3 , ἡ δὲ πίεσις του γίνεται 760 cm Hg . Πόση εἶναι τότε ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου;

227. Μία ποσότης ἀζώτου ἔχει εἰς 35°C καὶ ὑπὸ πίεσιν 78 cm Hg , ὄγκον 2 m^3 . Πόσον ὄγκον ἔχει τὸ ἀέριον ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας;

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

226. Μονὰς ποσότητος θερμότητος.— Ὅταν φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σώματα διαφορετικῆς θερμοκρασίας, τότε τὸ ψυχρότερον σῶμα θερμαίνεται καὶ τὸ θερμότερον σῶμα ψύχεται. Λέγομεν τότε **ποσότης θερμότητος** μετεδόθη ἀπὸ τὸ θερμότερον σῶμα εἰς τὸ ψυχρότερον. Ἡ μονὰς ποσότητος θερμότητος καλεῖται **θερμὶς** (σύμβολον cal) καὶ ὀρίζεται ὡς ἑξῆς:

Θερμὶς (1 cal) εἶναι ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr ὕδατος κατὰ 1°C .

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται ἡ μεγαλύτερα μονὰς ποσότητος θερμότητος **χιλιοθερμὶς** (1 kcal):

$$\begin{aligned} 1 \text{ χιλιοθερμίδες} &= 1\,000 \text{ θερμίδες} \\ 1 \text{ kcal} &= 1\,000 \text{ cal} \end{aligned}$$

Ἡ μέτρησης τῶν ποσοτήτων θερμότητος (**θερμιδομετρία**) στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἀκολουθούτου ἀρχῆς, τὴν ὁποίαν ἀπεκάλυψε τὸ πείραμα :

Ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ σῶμα κατὰ μίαν μεταβολὴν του, ἀποβάλλεται ἀπὸ τὸ σῶμα ὁλόκληρος, ὅταν τοῦτο ὑφίσταται τὴν ἀντίστροφον μεταβολὴν.

Οὕτως, ἐὰν ἀναμείξωμεν 1 kgf ὕδατος 50° C μὲ 1 kgf ὕδατος 20° C, λαμβάνομεν 2 kgf ὕδατος 35° C. Ἄρα τὸ 1 kgf τοῦ ψυχροῦ ὕδατος προσλαμβάνει 15 kcal διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15° C, ἐνῶ τὸ 1 kgf τοῦ θερμοῦ ὕδατος ἀποβάλλει 15 kcal διὰ νὰ ἐλαττωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 15° C.

227. Εἰδικὴ θερμότης καὶ θερμοχωρητικότης.—Ἐκ τῶν διαφόρων μετρήσεων ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ προκληθῇ ἡ αὐτὴ ὑψώσις τῆς θερμοκρασίας ἴσων μαζῶν ἐκ διαφόρων σωμάτων, ἀπαιτοῦνται ἄνισοι ποσότητες θερμότητος.

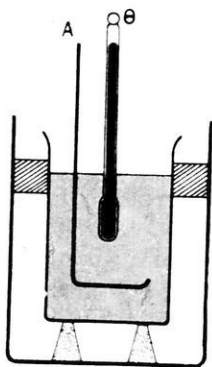
Εἰδικὴ θερμότης ἑνὸς ὑλικοῦ καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται, διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr τοῦ ὑλικοῦ τούτου κατὰ 1° C.

Ἡ εἰδικὴ θερμότης (c) μετρεῖται εἰς θερμίδας (cal) κατὰ γραμμάριον μάζης (gr) καὶ κατὰ βαθμὸν θερμοκρασίας (grad), ἥτοι μετρεῖται εἰς $\text{cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Ἐὰν m εἶναι ἡ μάζα ἑνὸς σώματος καὶ c ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐτοῦ, τότε διὰ νὰ ὑψωθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος κατὰ 1° C, ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος $K = m \cdot c$, ἡ ὁποία καλεῖται θερμοχωρητικότης τοῦ σώματος. Ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος αὐξήθῃ ἀπὸ θ_1 εἰς θ_2 τότε τὸ σῶμα προσέλαβε ποσότητα θερμότητος:

$$Q = K \cdot (\theta_2 - \theta_1) \quad \text{ἢ} \quad Q = m \cdot c \cdot (\theta_2 - \theta_1)$$

Ἡ εὐρεθεῖσα σχέσις ἀποτελεῖ τὴν **θεμελιώδη ἐξίσωσιν τῆς θερμιδομετρίας**.

228. Μέτρησης τῆς ειδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν.— Ἡ ἐιδικὴ θερμότης τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν μετρεῖται κατὰ διαφόρους μεθόδους. Ἡ ἀπλούστερα αὐτῶν εἶναι ἡ μέθοδος τῶν μειγμάτων. Κατ' αὐτὴν χρησιμοποιεῖται **θερμιδόμετρον**, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν δοχεῖον, ἐντὸς τοῦ ὁποῖου ὑπάρχει ὕδωρ (σχ. 244). Τὸ δοχεῖον προφυλάσσεται καταλλήλως ἀπὸ κάθε



Σχ. 244. Θερμιδόμετρον. (Α ἀναδευτήρ, Θ θερμιδόμετρον).

ἀνταλλαγὴν ποσοτήτων θερμότητος, μετὰ τὸ ἐξωτερικὸν περιβάλλον (στηρίγματα ἀπὸ φελλόν, τοιχώματα στιλπνά). Ἐστω m' ἡ μάζα τοῦ δοχείου καὶ c_A ἡ ἐιδικὴ θερμότης αὐτοῦ. Ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχει μάζα m ὕδατος, τοῦ ὁποῖου ἡ ἐιδικὴ θερμότης εἶναι c_Y . Τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ ἔχουν κατ' ἀρχὰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν θ . Τὸ σῶμα, τοῦ ὁποῖου θέλομεν νὰ εὗρωμεν τὴν ἐιδικὴν θερμότητα c_S , ἔχει μάζαν M . Θερμαίνομεν τὸ σῶμα εἰς θερμοκρασίαν θ' καὶ ἔπειτα φέρομεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμικὴ ἰσορροπία, τὰ τρία σῶματα (δοχεῖον, ὕδωρ, σῶμα) ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν τ , ἡ ὁποία εἶναι $\theta' > \tau > \theta$.

Τὸ σῶμα ἀπέβαλε ποσότητα θερμότητος $M \cdot c_S \cdot (\theta' - \tau)$, τὴν ὁποίαν προσέλαβε τὸ δοχεῖον καὶ τὸ ὕδωρ. Ἄρα ἔχομεν τὴν ἐξίσωσιν :

$$M \cdot c_S \cdot (\theta' - \tau) = m \cdot c_Y \cdot (\tau - \theta) + m' \cdot c_A \cdot (\tau - \theta)$$

$$\text{ἢ } M \cdot c_S \cdot (\theta' - \tau) = [m \cdot c_Y + m' \cdot c_A] \cdot (\tau - \theta) \quad (1)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν εὐρίσκομεν τὴν ἄγνωστον ἐιδικὴν θερμότητα c_S τοῦ στερεοῦ. Ἡ παράστασις $(m \cdot c_Y + m' \cdot c_A)$ ἐκφράζει τὴν θερμοχωρητικότητα K τοῦ θερμιδομέτρου. Ἐὰν ἀντὶ ὕδατος θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου μάζαν m ἄλλου ὑγροῦ, τοῦ ὁποῖου ἡ ἐιδικὴ θερμότης x εἶναι ἄγνωστος, τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται :

$$M \cdot c_S \cdot (\theta' - \tau) = (m \cdot x + m' \cdot c_A) \cdot (\tau - \theta)$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν αὐτὴν, ἂν εἶναι γνωστὴ ἡ ἐιδικὴ θερμότης c_S τοῦ χρησιμοποιουμένου στερεοῦ, εὐρίσκεται ἡ x .

Ἐξαγομμένα τῶν μετρήσεων. Αἱ μετρήσεις ἀπέδειξαν ὅτι :

Ἐξ ὄλων τῶν σωμάτων τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγαλύτεραν εἰδικὴν θερμότητα ($1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).

Ἐξάίρεσιν ἀποτελεῖ τὸ ὑδρογόνον ($3,4 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$). Γενικῶς ἡ εἰδικὴ θερμότης ἐνὸς σώματος εἶναι μεγαλύτερα εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν καὶ μικροτέρα εἰς τὴν στερεὰν κατάστασιν (ὕδωρ $1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$, πάγος $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$).

Ἡ εἰδικὴ θερμότης αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Εἰς τὰς πολὺ χαμηλάς θερμοκρασίας ἡ εἰδικὴ θερμότης ἐλαττώνεται ταχέως μετὰ τῆς θερμοκρασίας καὶ γίνεται ἴση μὲ μηδὲν ὀλίγον πρὸ τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Εἰδικαὶ θερμότητες ($\text{cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ εἰς 18°C)			
Ἀργύλιον	0,210	Ὑδωρ	1,00
Μόλυβδος	0,031	Ὑδράργυρος	0,03
Ἀργυρος	0,055	Τολουόλιον	0,40
Χαλκός	0,091	Οἰνόπνευμα	0,58
Σίδηρος	0,111	Πετρέλαιον	0,50

220. Εἰδικὴ θερμότης τῶν ἀερίων.— Ὅταν 1 gr ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1°C ὑπὸ σταθερῶν ὀγκῶν, τότε ἀπορροφᾷ ὀρισμένην ποσότητα θερμότητος, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερῶν ὀγκῶν** (c_v). Ὅταν ὅμως τὸ 1 gr τοῦ ἰδίου ἀερίου θερμαίνεται κατὰ 1°C ὑπὸ σταθερῶν πίεσεων, τότε ὁ ὀγκος τοῦ ἀερίου αὐξάνεται καὶ συνεπῶς τὸ ἀέριον παράγει ἔργον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν τὸ 1 gr τοῦ ἀερίου ἀπορροφᾷ μεγαλύτεραν ποσότητα θερμότητος, ἡ ὁποία καλεῖται **εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀερίου ὑπὸ σταθερῶν πίεσιν** (c_p). Ἐκ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου ἡ c_p δύναται νὰ προσδιορισθῇ διὰ πειράματος ἀμέσως, ἐνῶ ἡ c_v προσδιορίζεται ἑμμέσως ἐκ τοῦ λόγου $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τοῦ ἀερίου. Ἀπὸ τὴν μέτρησιν τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων συνάγονται τὰ ἑξῆς συμπεράσματα :

I. Εἰς ὅλα τὰ ἀέρια ἡ εἰδικὴ θερμότης ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν (c_p) εἶναι μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον (c_v).

$$c_p > c_v$$

II. Ὁ λόγος $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ τῶν δύο εἰδικῶν θερμοτήτων τῶν ἀερίων ἔχει ὠρισμένας τιμὰς, ἐκάστη τῶν ὁποίων ἀντιστοιχεῖ εἰς ὠρισμένον ἀριθμὸν ἀτόμων εἰς τὸ μόριον.

μονατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = 1,66$
διατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = 1,41$
τριατομικὰ ἀέρια :	$\gamma = 1,33$

Εἰδικαὶ θερμότητες μερικῶν ἀερίων

Ἀέριον	c_p	c_v	c_p / c_v
Ἡλιον	1,250	0,755	1,66
Ἀργόν	0,127	0,077	1,65
Υδρογόνον	3,400	2,410	1,41
Ὄξυγόνον	0,218	0,156	1,40
Ἀζωτον	0,249	0,178	1,40
Διοξ. ἄνθρακος	0,203	0,156	1,30
Υδρατμοί	0,379	0,296	1,29

230. Πηγαὶ θερμότητος.— Διὰ τοὺς κατοίκους τῆς Γῆς ἡ μεγαλύτερα φυσικὴ πηγὴ θερμότητος εἶναι ὁ Ἡλιος. Ὑπολογίζου, ὅτι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν ἐκπέμπει ὁ Ἡλιος ἐντὸς μιᾶς ἡμέρας, εἶναι ἰκανὴ νὰ τήξῃ στρῶμα πάγου πάχους 29 m, τὸ ὁποῖον θὰ περιέβαλλεν ὁλόκληρον τὸν πλανήτην μας. Ἐκ τῆς τεραστίας αὐτῆς ποσότητος θερμότητος ἐλάχιστον μέρος φθάνει εἰς τὸν πλανήτην μας. Εἰς τὴν πράξιν λαμβάνομεν μεγάλα ποσὰ θερμότητος ἐκ τῆς καύσεως διαφόρων σωμάτων, τὰ ὁποῖα γενικῶς καλοῦμεν **κ α ὕ σ ι μ α**. Τὰ σώματα αὐτὰ εἶναι στερεὰ, ὑγρὰ ἢ ἀέρια (γαϊάνθραξ, ξύλον, κώκ, πετρέλαιον, βενζίνη,

μονοξειδίου του άνθρακος, μεθάνιον, άκετυλένιον κ.τ.λ.). **Θερμότης καύσεως** ενός καυσίμου καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἐκλύεται κατὰ τὴν τελείαν καύσιν 1 gr τοῦ σώματος τούτου.

Θερμότης καύσεως (εἰς cal/gr)			
Υδρογόνον	34 500	Οινόπνευμα	7 000
Βενζίνη	10 400	Φωταέριον	4 000
Μεθάνιον	9 000	Λιγνίτης	2 500
Λιθάνθραξ	7 200	Ξύλον	2 500

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

228. Ἀνάμειγνύομεν 200 gr ὕδατος 10°C μὲ 500 gr ὕδατος 45°C . Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος;
229. Πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας 17°C καὶ πόσον ὕδωρ θερμοκρασίας 80°C πρέπει νὰ ἀναμειξώμεν, διὰ νὰ λάβωμεν 50 kg ὕδατος θερμοκρασίας 35°C ;
230. Ἐντὸς γλυκερίνης $14,5^{\circ}\text{C}$ ῥίπτομεν τεμάχιον ψευδαργύρου ἔχον θερμοκρασίαν $98,3^{\circ}\text{C}$. Ἡ μᾶζα καὶ τῶν δύο τούτων σωμάτων εἶναι 400 gr, ἡ δὲ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος εἶναι $19,6^{\circ}\text{C}$. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα τῆς γλυκερίνης καὶ τοῦ ψευδαργύρου. Εἰδικαὶ θερμότητες γλυκερίνης: $0,57 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$, ψευδαργύρου: $0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.
231. Θερμιδόμετρον ἐκ χαλκοῦ ἔχει μᾶζαν 200 gr καὶ περιέχει 300 gr πετρελαίου· ἡ ἀρχικὴ θερμοκρασία τῶν δύο σωμάτων εἶναι $18,5^{\circ}\text{C}$. Ἐὰν θέσωμεν ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου 100 gr μολύβδου θερμοκρασίας 100°C , ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται 20°C . Νὰ εὑρεθῇ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ πετρελαίου, ἐὰν ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι $0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ καὶ τοῦ μολύβδου εἶναι $0,031 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.
232. Θερμιδόμετρον περιέχει 210 gr ὕδατος θερμοκρασίας $11,3^{\circ}\text{C}$. Προσθέτομεν 245 gr ὕδατος θερμοκρασίας $31,5^{\circ}\text{C}$ καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται $21,7^{\circ}\text{C}$. Πόση εἶναι ἡ θερμοχωρητικότης τοῦ θερμιδομέτρου;
233. Ἡ θερμοχωρητικότης ἐνὸς θερμιδομέτρου εἶναι $1,84 \text{ cal/grad}$. Τὸ θερμιδόμετρον βυθίζεται ἐντὸς ὕδατος $73,6^{\circ}\text{C}$ καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς θερμιδομέτρου, ἔχοντος ἀρχικὴν θερμοκρασίαν $14,5^{\circ}\text{C}$ καὶ θερ-

μοχωρητικότητα $90,5 \text{ cal/grad}$. Ποία θά είναι ἡ ἔνδειξις τοῦ θερμομέτρου, ὅταν ἀποκατασταθῇ θερμοκὴ ἰσορροπία;

234. Νὰ εὐρεθῇ ποιοὶ ὄγκοι σιδήρου, μολύβδου καὶ ἀλουμινίου ἔχουν τὴν ἰδίαν θερμοχωρητικότητα μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν ἔχει ἐν λίτρον ὕδατος. Αἱ εἰδικαὶ θερμοότητες (c) καὶ αἱ πυκνότητες (d) τῶν ἀνωτέρω τριῶν μετάλλων εἶναι :

$$\text{τοῦ σιδήρου} : c_1 = 0,12 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1} \quad d_1 = 7,5 \text{ gr/cm}^3$$

$$\text{τοῦ μολύβδου} : c_2 = 0,31 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1} \quad d_2 = 11,4 \text{ gr/cm}^3$$

$$\text{τοῦ ἀλουμινίου} : c_3 = 0,22 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1} \quad d_3 = 2,7 \text{ gr/cm}^3$$

235. Διὰ τὴν προσδιορίσωμεν τὴν θερμοκρασίαν τῆς φλογὸς τοῦ λύχνου Bunsen, ἐκτελοῦμεν τὴν ἐξῆς μέτρησιν: Θερμαίνομεν διὰ τῆς φλογὸς τεμάχιον σιδήρου, ἔχον μᾶζαν $6,85 \text{ gr}$ καὶ ἔπειτα τὸ φέρομεν ἐντὸς χαλκίνου θερμοδομέτρου. Ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμοδομέτρου μεταβάλλεται ἀπὸ $18,4^\circ \text{C}$ εἰς $21,3^\circ \text{C}$. Ἡ μᾶζα τοῦ δοχείου εἶναι $152,8 \text{ gr}$ καὶ τοῦ ὕδατος εἶναι 300 gr . Εἰδικὴ θερμοότης χαλκοῦ: $c = 0,092 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

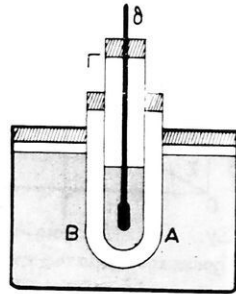
231. Αἱ μεταβολαὶ καταστάσεως.—Εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερμοότης, ἡ ὁποία προσφέρεται εἰς ἓν σῶμα, δύναται νὰ προκαλέσῃ τὴν μεταβολὴν ἐνὸς στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρὸν ἢ τὴν μεταβολὴν ἐνὸς ὑγροῦ εἰς ἀέριον. Κατὰ τὴν ψύξιν τῶν σωμάτων προκαλοῦνται αἱ ἀντίστροφαι μεταβολαί.

232. Τήξις.—Καλεῖται τήξις ἡ διὰ τῆς θερμοότητος μεταβολὴ ἐνὸς στερεοῦ σώματος εἰς ὑγρὸν. Τὸ ἀντίστροφον φαινόμενον καλεῖται πηξις.

Ἡ τήξις τῶν διαφόρων σωμάτων δὲν συμβαίνει κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον. Τὰ κρυσταλλικὰ σώματα (πάγος, ναφθαλίνη, φωσφόρος κ.ἄ.) μεταβαίνουν ἀπὸ τὸ ἰσόμοις ἀπὸ τὴν στερεὰν εἰς τὴν ὑγράν κατάστασιν. Ἄλλα ὅμως σώματα (ὑάλος, σίδηρος, κηρὸς) μεταβαίνουν β α θ μ ι α ἰ ω ς ἀπὸ τὴν στερεὰν εἰς τὴν ὑγράν κατάστασιν. Τὰ ἐπόμενα ἀναφέροντα εἰς τὴν τήξιν τῶν κρυσταλλικῶν σωμάτων.

233. Νόμοι τῆς τήξεως.—Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλήνος Γ (σχ. 245) θέτομεν ναφθαλίνην καὶ διὰ τὴν ἐπιτύχωμεν τὴν βραδεῖαν θέρμανσιν αὐτῆς, τοποθετοῦμεν τὸν σωλήνα Γ ἐντὸς ἄλλου Β περιέχοντος ἀέρα.

Τὸ σύστημα τῶν δύο σωλῆνων βυθίζεται ἐντὸς θερμοῦ ὕδατος Α. Παρακολουθοῦντες τὰς ἐνδείξεις τοῦ θερμομέτρου εὐρίσκομεν ὅτι, μόλις ἀρχίσῃ ἡ τήξις τῆς ναφθαλίνης, τὸ θερμομέτρον δεικνύει 79°C . Ἡ θερμοκρασία αὕτη παραμένει σταθερὰ ἐφ' ὅσον ὑπάρχει ἄτηκτος ναφθαλίνη. Ἡ θερμοκρασία ἀρχίζει ἐκ νέου νὰ ἀνέρχεται μόνον μετὰ τὴν πλήρη τήξιν τῆς ναφθαλίνης. Ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος συναρτῆσει τοῦ χρόνου φαίνεται εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 246. Ἄν τῶρα ἀντικαταστήσωμεν τὸ θερμὸν ὕδωρ Α με ψυχρὸν ὕδωρ, προκαλοῦμεν τὴν βραδείαν ψύξιν τῆς ὑγρᾶς ναφθαλίνης. Ἡ πτώσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος φαίνεται εἰς τὸ



Σχ. 245. Προσδιορισμὸς τῆς θερμοκρασίας τήξεως.

διάγραμμα τοῦ σχήματος 247.

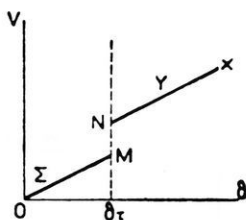
Ἀπὸ τὴν πειραματικὴν ἔρευναν συνάγονται οἱ ἐπόμενοι νόμοι τῆς τήξεως:

I. Ἡ τήξις ἐνὸς στερεοῦ σώματος συμβαίνει εἰς ὠρισμένην θερμοκρασίαν (θερμοκρασία τήξεως), ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.

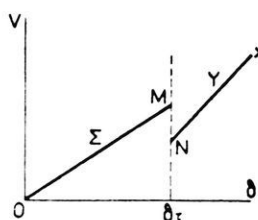
II. Ἡ τήξις καὶ ἡ πῆξις εἶναι φαινόμενα ἀντίστροφα καὶ συμβαίνουν εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

234. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν τήξιν.—Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι ἡ τήξις συνοδεύεται ἀπὸ μεταβολὴν τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος. Τὸ εἶδος τῆς μεταβολῆς ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ σώματος. Ὅλα σχεδὸν τὰ σώματα τηγόμενα ὑφίστανται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου των (σχ. 248). Ἐξαιρέσειν ἀποτελοῦν ὁ πάγος, τὸ βισμούθιον, ὁ αἰθήρας, τὰ ὁποῖα τηγόμενα ὑφίστανταὶ ἐλάττωσιν τοῦ ὄγκου των (σχ. 249).

Διὰ τὸν πάγον εὐρέθη ὅτι 1 kgρ πάγου εἰς 0°C ἔχει ὄγκον $1\,090\text{ cm}^3$.



Σχ. 248. Αύξησης τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τῆξιν.



Σχ. 249. Ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ σώματος κατὰ τὴν τῆξιν.

Ἐπομένως 1 λίτρον ὕδατος 0°C στερεοποιούμενον ὑφίσταται αὐξήσιν τοῦ ὄγκου του κατὰ 90 cm^3 . Ἐπειδὴ κατὰ τὴν πήξιν τοῦ ὕδατος συμβαίνει σημαντικὴ αὐξήσις τοῦ ὄγκου, διὰ τοῦτο ἐπὶ τῶν τοιχω-

μάτων τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχεται τὸ ὕδωρ, ἀναπτύσσονται μεγάλαί δυνάμεις.

235. Θερμότης τήξεως.— Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 246 ἡ γραμμὴ ABΓΔ δεικνύει τὴν πορείαν τῶν ἐνδείξεων τοῦ θερμομέτρου κατὰ τὴν τῆξιν τῆς ναφθαλίνης. Τὸ τμήμα ΒΓ τῆς γραμμῆς αὐτῆς ἀντιστοιχεῖ εἰς ἀπορρόφησιν θερμότητος ὑπὸ τοῦ σώματος, χωρὶς νὰ ἐπέρχεται ὑψώσις τῆς θερμοκρασίας του. Ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ σώματος κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως (δηλαδὴ κατὰ τὸν χρόνον $t_3 - t_2$), καλεῖται **λανθάνουσα θερμότης τήξεως**, καὶ δ α π α ν ᾶ τ α ι διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς

Θερμότης τήξεως ἑνὸς στεροῦ σώματος καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμάριον τοῦ στερεοῦ εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, διὰ νὰ μεταβληθῇ εἰς ὑγρὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

Ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι 80 cal/gr .

Οὕτω διὰ νὰ τακοῦν 100 gr πάγου 0°C καὶ νὰ μεταβληθοῦν εἰς 100 gr ὕδατος 0°C , πρέπει νὰ δαπανηθῇ ποσότης θερμότητος ἴση μὲ:

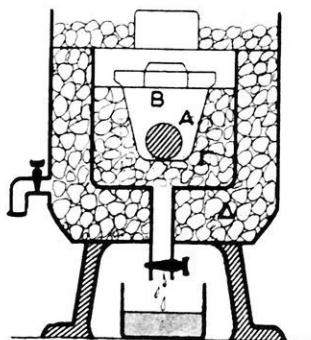
$$80\text{ cal/gr} \cdot 100\text{ gr} = 8\,000\text{ cal} = 8\text{ kcal}$$

Εἰς τὸν ἀκολουθοῦντα πίνακα ἀναγράφονται αἱ θερμότητες τήξεως μερικῶν σωμάτων.

Θερμοκρασία τήξεως και θερμότης τήξεως		
Σώμα	°C	cal/gr
Αργίλλιον	659	94,6
Αργυρος	960	25,1
Μόλυβδος	327	5,9
Χαλκός	1084	49
Χρυσός	1063	15,4

236. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.— Τὸ θερμιδόμετρον τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν πλέγμα Β, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται ἐντὸς δοχείου Γ περιέχοντος τρίμματα πάγου (σχ. 250). Τὸ δοχεῖον τοῦτο περιβάλλεται ἀπὸ τρίμματα πάγου, ὥστε ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος νὰ διατηρῆται σταθερὰ καὶ ἴση μὲ 0° C. Τὸ σῶμα Α, τοῦ ὁποῖου θέλομεν νὰ προσδιορίσωμεν τὴν εἰδικὴν θερμότητα c_s , θερμαίνεται εἰς θερμοκρασίαν θ° καὶ ἔπειτα φέρεται ἐντὸς τοῦ πλέγματος. Ἐὰν m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ σώματος Α, τότε τοῦτο ψυχόμενον ἀπὸ θ° εἰς 0° ἀποβάλλει ποσότητα θερμότητος: $Q = m \cdot c_s \cdot \theta$. Αὕτη ἡ ποσότης θερμότητος ἀπερροφῆθη ἀπὸ μᾶζαν Μ πάγου 0° C, ἡ ὁποία μετεβλήθη εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Ἐπειδὴ εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι $\tau = 80$ cal/gr, ἔχομεν τὴν σχέσιν:

$$m \cdot c_s \cdot \theta = \tau \cdot M \quad \text{ἢ} \quad c_s = \frac{\tau \cdot M}{m \cdot \theta}$$



Σχ. 250. Θερμιδόμετρον τοῦ Laplace.

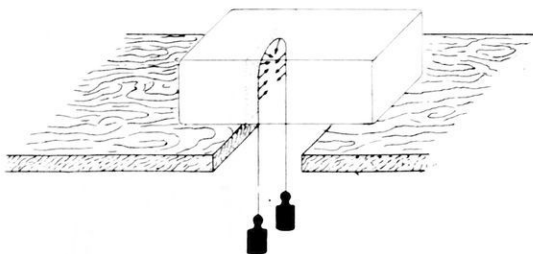
237. Ἐπίδρασις τῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως.— Αἱ συνήθεις μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πίεσεως δὲν προκαλοῦν αἰσθητὰς μεταβολὰς τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῶν σωμάτων. Μόνον ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν μεγάλων πιέσεων παρατηροῦνται αἰσθητὰι μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας τήξεως. Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα κατέληξεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα:

I. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα διαστέλλονται κατὰ τὴν τῆξιν των, ἢ θερμοκρασία τήξεως ἀνέρχεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

II. Διὰ τὰ σώματα ἐκεῖνα, τὰ ὁποῖα συστέλλονται κατὰ τὴν τῆξιν των, ἢ θερμοκρασία τήξεως κατέρχεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

Γενικῶς ἡ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως μετὰ τῆς πίεσεως εἶναι πολὺ μικρά. Οὕτως εἰς μεταβολὴν τῆς πίεσεως κατὰ 1 ἀτμόσφαιραν ἀντιστοιχεῖ μεταβολὴ τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου κατὰ $0,0075^{\circ}\text{C}$.

Ἡ πτώσις τῆς θερμοκρασίας τήξεως τοῦ πάγου μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἀποδεικνύεται μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα : Λεπτὸν σύρμα, ἀπὸ τὰ ἄκρα τοῦ ὁποῖου εἶναι ἐξηρτημένα βάρη, διέρχεται βραδέως διὰ τῆς μάζης πάγου, χωρὶς οὗτος νὰ ἀποκοπῇ (σχ. 251). Ἐνεκα τῆς μεγάλης πίεσεως,



Σχ. 251. Τὸ σύρμα διέρχεται χωρὶς νὰ κοπῇ ὁ πάγος.

τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ σύρμα ἐπὶ τοῦ πάγου, οὗτος τήκεται κατὰ μῆκος τῆς ἐπιφανείας ἐπαφῆς· τὸ παραγόμενον ὕδωρ ἀνέρχεται ἄνωθεν τοῦ σύρματος καὶ στερεοποιεῖται ἐκ νέου εἰς τὴν θερμοκρα-

σίαν τοῦ περιβάλλοντος. Οὕτω ἡ ἀρχικὴ μάζα τοῦ πάγου δὲν ἀποκόπτεται εἰς δύο τεμάχια, διότι συμβαίνει ἀνασυγκόλλησις τοῦ πάγου.

*Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι εἰς τὰς πολὺ ὑψηλὰς πιέσεις ὁ πάγος λαμβάνει νέαν ἀλλοτροπικὴν μορφήν, ἢ ὁποία ἔχει πυκνότητα μεγαλύτεραν ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὕδατος, ἢ δὲ θερμοκρασία τήξεως ἀνέρχεται μετὰ τῆς πίεσεως καὶ φθάνει τοὺς 24°C ὑπὸ πίεσιν 11 000 ἀτμοσφαιρῶν.

238. Ὑστέρησις πήξεως.—Ὅταν αὐξάνεται συνεχῶς ἡ θερμοκρασία ἐνὸς στερεοῦ σώματος, παρατηροῦμεν ὅτι, μόλις ἡ θερμοκρασία του φθάσῃ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ τήκεται

“Ὡστε εἶναι ἀδύνατον εἰς ἓν στερεὸν σῶμα νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν ἀ ν ω τ έ ρ α ν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεώς του, χωρὶς τὸ σῶμα, νὰ τακῆ. Ἀντιθέτως ἐν καθαρὸν ὑγρὸν, ἐὰν ψύχεται βαθμιαίως, δύναται νὰ διατηρηθῆ εἰς τὴν ὑγρὰν κατάστασιν, καὶ ὅταν ἡ θερμοκρασία του γίνῃ κ α τ ω τ έ ρ α τῆς θερμοκρασίας πήξεως. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ὑστέρησις πήξεως.

Οὕτως ἀπεσταγμένον ὕδωρ δύναται, ψυχόμενον βαθμιαίως, νὰ ἀποκτήσῃ θερμοκρασίαν — 10° C, χωρὶς νὰ στερεοποιηθῆ. Ἐπίσης τὸ θεῖον, τὸ ὅποιον τήκεται εἰς 115° C, δύναται νὰ ψυχθῆ μέχρι 15° C διατηρούμενον εἰς ὑγρὰν κατάστασιν.

Ἐὰν ἀναταράξωμεν τὸ εἰς κατάστασιν ὑστερήσεως πήξεως εὐρισκόμενον ὕδωρ, ἢ ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς αὐτοῦ τεμάχιον πάγου, τότε ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται εἰς 0° C καὶ μέρος τοῦ ὕδατος στερεοποιεῖται. Τὸ μείγμα στερεοῦ καὶ ὑγροῦ ἔχει θερμοκρασίαν 0° C.

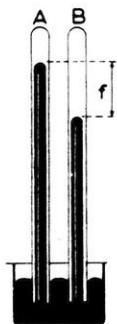
239. Θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων.—Ἡ θερμοκρασία τήξεως τῶν κραμάτων ἐνδιαφέρει πολὺ τὴν τεχνικὴν. Κατὰ γενικὸν κανόνα ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ κράματος π ε ρ ι λ α μ β ά ν ε τ α ι μετὰ τὴν τῶν θερμοκρασιῶν τήξεως τῶν συστατικῶν τοῦ κράματος. Ἐν τούτοις μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον εὐτήκτου μετάλλου τοῦ κράματος. Οὕτω τὸ κράμα τὸ ἀποτελούμενον ἀπὸ κασίτερον (12,5%), κάδμιον (12,5%), μόλυβδον (25%) καὶ βισμούθιον (50%) ἔχει θερμοκρασίαν τήξεως 68° C, ἐνῶ κανὲν ἀπὸ τὰ συστατικὰ τοῦ κράματος δὲν τήκεται κάτω τῶν 230° C. Ἀντιθέτως μερικὰ κράματα ἔχουν θερμοκρασίαν τήξεως μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν τήξεως τοῦ πλέον δυστήκτου μετάλλου τοῦ κράματος.

240. Ψυκτικὰ μείγματα.—Ὅταν ἡ ζάχαρις διαλύεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος, συμβαίνει πλήρης διαχωρισμὸς τῶν μορίων τῆς ζαχάρεως. Ὅπως εἶδομεν (§ 235) διὰ τὴν τήξιν ἐνὸς στερεοῦ δ α π α ν ᾶ τ α ι ποσότης θερμότητος, διὰ τὴν ἐλάττωσιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων δυνάμεων συνοχῆς (λανθάνουσα θερμότης). Ὅμοίως διὰ τὴν διάλυσιν ἐνὸς σώματος ἐντὸς ἄλλου δ α π α ν ᾶ τ α ι ποσότης θερμότητος. Ἐὰν ἀναμείξωμεν πάγον 0° C καὶ μαγειρικὸν ἄλας (εἰς ἀναλογίαν 3 πάγος : 1 μαγειρικὸν ἄλας), λαμβάνομεν διάλυμα μαγειρικοῦ ἄλατος εἰς ὕδωρ. Διὰ τὴν τήξιν

τοῦ πάγου καὶ τὴν διάλυσιν τοῦ ἄλατος ἀπαιτεῖται ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία προσφέρεται ἀπὸ τὰ δύο σώματα. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τοῦ διαλύματος κατέρχεται μέχρι -22°C . Τὰ τοιαῦτα μείγματα, τὰ ὁποῖα προκαλοῦν πτώσιν τῆς θερμοκρασίας, καλοῦνται **ψυκτικὰ μείγματα** καὶ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν παραγωγὴν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν.

241. Ἐξαέρωσις.— Ἡ μεταβολὴ ἐνὸς ὑγροῦ εἰς ἀέριον καλεῖται **ἐξαέρωσις**. Διὰ νὰ παρακολοθησῶμεν τὸ φαινόμενον τῆς εξαέρωσεως, θὰ ἐξετάσωμεν πρῶτον πῶς συμβαίνει ἡ εξαέρωσις ἐνὸς καθαροῦ ὑγροῦ ἐντὸς χώρου, ὁ ὁποῖος δὲν περιέχει ἄλλο ἀέριον.

242. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.— Ὡς κενὸν χώρον χρησιμοποιοῦμεν τὸ κενόν, τὸ ὁποῖον σχηματίζεται εἰς τὸν βαρομετρικὸν σωλῆνα ἄνωθεν τῆς στήλης τοῦ ὑδραργύρου (σχ. 252). Ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου εἰσάγομεν μίαν σταγόνα ὑγροῦ π.χ. αἰθέρος. Τὸ ὑγρὸν μεταβάλλεται ἀκαριαίως εἰς ἀέριον καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον, ἔνεκα τῆς πίεσεως, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ τὸ σχηματισθὲν ἀέριον. Τὸ ἀέριον τοῦτο καλεῖται **ἀτμός**, ἡ δὲ πίεσις του καλεῖται **τάσις τοῦ ἀτμοῦ**.



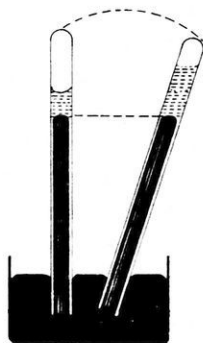
Σχ. 252. Ἐξαέρωσις εἰς τὸ κενόν.

Εἰσάγομεν νέαν σταγόνα αἰθέρος. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν εξαερώνεται πάλιν ἀκαριαίως καὶ ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται ὀλίγον. Ἡ εξαέρωσις τῆς δευτέρας σταγόνας φανερώνει ὅτι, πρὸ τῆς εἰσαγωγῆς τῆς, ὁ χώρος τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου ἠδύνατο νὰ περιλάβῃ καὶ ἄλλην ποσότητα ἀτμῶν αἰθέρος ἐκτὸς ἐκείνης, τὴν ὁποίαν περιεῖχεν κατ' ἐκείνην τὴν στιγμήν. Ὁ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου εὐρισχόμενος τότε ἀτμός καλεῖται **ἀκόρεστος ἀτμός**. Ἐὰν ἐξακολοθησῶμεν νὰ εἰσάγωμεν ἐντὸς τοῦ βαρομετρικοῦ θαλάμου σταγόνας αἰθέρος, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου κατέρχεται συνεχῶς, ἕως ὅτου ἐμφανισθῇ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου ὑγρὸν. Ἐὰν τότε εἰσαχθοῦν καὶ ἄλλαι σταγόνες ὑγροῦ, ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου δὲν κατέρχεται πλέον. Λέγομεν τότε ὅτι ὁ χώρος εἶναι **κεκορεσμένος** ἀπὸ ἀτμούς ἢ ὅτι ἐντὸς τοῦ χώρου ὑπάρχει **κεκορεσμένος ἀτμός**. Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἀσκεῖ ὁ κεκορεσμένος ἀτμός, καλεῖται **μεγίστη τάσις**.

Τὰ ἀνωτέρω φαινόμενα ἐξηγοῦνται εὐκόλως. Κατ' ἀρχὰς τὸ ὑγρὸν

εξαερώνεται άκαριαίως, διότι καμμία έξωτερική πίεσις δέν αντίτιθεται εις τόν σχηματισμόν του άτμου. 'Η εξαέρωσις του ύγρου έξακολουθεϊ, έως ότου ή πίεσις του παραχθέντος άτμου έμποδιζή την περαιτέρω παραγωγήν άτμου.

'Ιδιότητες των άτμων. 'Εάν έλαττώσωμεν τόν όγκον του κεκορεσμένου άτμου (σχ. 253), μέρος του άτμου ύγροποιείται, ή τάσις όμως του άτμου διατηρεϊται σταθερά. 'Εάν αύξήσωμεν τόν όγκον του κεκορεσμένου άτμου, τότε μέρος του ύγρου εξαερώνεται, ή τάσις όμως του άτμου δέν μεταβάλλεται. 'Η πειραματική έρευνα απέδειξεν ότι οι άτμοι έχουν τας άκολουθους ιδιότητες:



Σχ. 253. 'Ελάττωσις του όγκου προκαλεϊ ύγροποίησιν.

α) Κεκορεσμένοι άτμοί :

I. Εις έκάστην θερμοκρασίαν άντιστοιχει ώρισμένη μεγίστη τάσις, ή όποια έξαρτάται από την φύσιν του ύγρου.

II. 'Η μεγίστη τάσις των άτμων αύξάνεται μετά της θερμοκρασίας.

β) 'Ακόρεστοι άτμοί :

I. 'Η τάσις των άκορέστων άτμων είναι πάντοτε μικροτέρα από την μεγίστην τάσιν, ή όποια άντιστοιχει εις αύτήν την θερμοκρασίαν.

III. Οι άκόρεστοι άτμοι ακολουθοϋν τούς νόμους των άερίων και συνεπώς έξομοιώνονται προς τά άέρια.

Μεγίστη τάσις των ύδρατμων

Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg	Θερμοκρασία θ° C	Μεγίστη τάσις mm Hg
0	4,6	80	355
10	9,2	90	526
20	17,5	100	760
30	31,8	105	906
35	42,2	110	1 073

243. 'Εξάτμισις.— 'Η βραδεία εξαέρωσις ύγρου από μόνον την έπιφάνειαν αύτου, έντός χώρου περιέχοντος άλλο άέριον, καλεϊται ειδι-

κώτερον **εξάτμισις**. Ἐάν τὸ ὑγρὸν ἐξατμίζεται ἐντὸς περὶ ωρισμένου χώρου, τότε ἡ ἐξάτμισις συνεχίζεται, μέχρις ὅτου σχηματισθῆ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου κεκορεσμένος ἀτμός. Ἐάν ὁμοίως τὸ ὑγρὸν ἐξατμίζεται ἐντὸς ἀπεριορίστου χώρου, δὲν δύναται νὰ συμβῆ κορεσμός τοῦ χώρου τούτου, καὶ ἡ ἐξάτμισις συνεχίζεται, μέχρις ὅτου ἐξαντληθῆ τελείως τὸ ὑγρὸν. Τοιαύτη εἶναι ἡ ἐξάτμισις ὑγροῦ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρας. Καλεῖται **ταχύτης ἐξατμίσεως** (v) ἡ μᾶζα τοῦ ὑγροῦ, ἡ ὁποία ἐξατμίζεται εἰς τὴν μονάδα τοῦ χρόνου. Εὐρέθη ὅτι ἡ ἐξάτμισις ἀκολουθεῖ τοὺς ἐξῆς νόμους :

I. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν (σ) τοῦ ὑγροῦ.

II. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν διαφορὰν τῆς μεγίστης τάσεως (F), τῆς ἀντιστοιχοῦσης εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ πειράματος, καὶ τῆς τάσεως (f) τὴν ὁποίαν ἔχει κατὰ τὴν στιγμήν αὐτήν ὁ ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαιρας ὑπάρχων ἀτμός.

III. Ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἡ ὁποία ἐπιφέρεται ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ.

244. Βρασμός. — Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἐνὸς ὑγροῦ φθάσῃ ὠρισμένον ὄριον, τὸ ὁποῖον καλεῖται **θερμοκρασία βρασμοῦ**, τότε ἡ ἐξάτρωσις τοῦ ὑγροῦ γίνεται ὀρηκτικῶς. Ἐντὸς τῆς μάξης τοῦ ὑγροῦ σχηματίζονται φυσαλλίδες ἀτμοῦ, αἱ ὁποῖαι ἀνέρχονται εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται βρασμός καὶ παράγεται, ὅταν ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Πειραματικῶς εὐρέθησαν οἱ ἀκόλουθοι **νόμοι τοῦ βρασμοῦ** :

I. Ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν ἐν ὑγρὸν βράζει εἰς ὠρισμένην θερμοκρασίαν, ἡ ὁποία διατηρεῖται σταθερὰ καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῆς μεταβολῆς τῆς καταστάσεως.

II. Ὑπὸ δεδομένην ἐξωτερικὴν πίεσιν (p), ἐν ὑγρὸν βράζει εἰς ἐκείνην τὴν θερμοκρασίαν (θ), εἰς τὴν ὁποίαν ἡ μεγίστη τάσις (F_{θ}) τοῦ κεκορεσμένου ἀτμοῦ εἶναι ἴση μὲ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν (p).

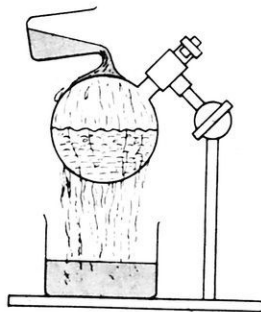
Ἡ θερμοκρασία βρασμοῦ εἶναι χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ἐκάστου σώματος. Ἐπειδὴ ὁμοίως αὕτη ἐξαρτᾶται πολὺ ἀπὸ τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, διὰ τοῦτο ἐκφράζομεν πάντοτε τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ ὑπὸ τὴν κανονικὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (76 cm Hg). Καλεῖται **κανονικὴ θερμο-**

κρασία βρασμού ενός υγρού ή θερμοκρασία, εις την οποίαν το υγρόν βράζει υπό την κανονικήν ατμοσφαιρικήν πίεσιν.

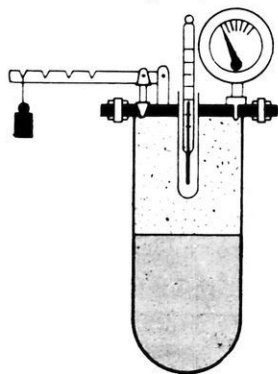
245. 'Επίδρασις τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος.—Διὰ νὰ εὐρωμεν τὴν ἐπίδρασιν τῆς ἐξωτερικῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας βρασμοῦ τοῦ ὕδατος, ἐκτελοῦμεν τὰ ἑξῆς πειράματα :

α) Ἄνοικτον δοχεῖον, περιέχον ὕδωρ 30°C , τίθεται ἐντὸς κλειστοῦ χώρου Α, ἐκ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα μὲ τὴν βοήθειαν ἀεραντλίας. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ ἀρχίζει νὰ βράζει, ὅταν ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ χώρου Α γίνῃ 30 mm Hg , δηλαδὴ ἴση μὲ τὴν μεγίστην τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς θερμοκρασίαν 30°C .

β) Ἐντὸς φιάλης βράζομεν ὕδωρ, ἕως ὅτου ἐκδιωχθῆ τελείως ὁ ἀήρ. Κλείομεν τότε τὴν φιάλην ἀεροστεγῶς καὶ διακόπτομεν τὴν θέρμανσιν (σχ. 254). Τὸ ὕδωρ ἐξακολουθεῖ νὰ βράζει, διότι ἡ πίεσις ἐντὸς τῆς φιάλης ἐλαττώνεται, λόγῳ τῆς ὑγροποίησης μέρους τῶν ἄνωθεν τοῦ υγροῦ ὑδρατμῶν. Ὁ βρασμός γίνεται ζωηρότερος, ἐὰν ψύξωμεν τοὺς ἄνωθεν τοῦ υγροῦ ὑδρατμούς, ὅποτε ἐπιταχύνεται ἡ ὑγροποίησις τῶν ὑδρατμῶν.



Σχ. 254. Ἐπίδρασις τῆς πίεσεως ἐπὶ τῆς θερμοκρασίας τοῦ βρασμοῦ.



Σχ. 255. Λέβης τοῦ Papin.

γ) Ὁ λέβης τοῦ Papin εἶναι μεταλλικὸν δοχεῖον ἀεροστεγῶς κλειστόν, τὸ ὁποῖον φέρει ἀσφαλιστικὴν δικλιεῖδα (σχ. 255). Ἡ δικλιεὶς ἀνοίγει μόνον ὅταν ἡ ἐντὸς τοῦ λέβητος πίεσις ὑπερβῇ μίαν ὠρισμένην τιμὴν ἀσφαλείας. Ὅταν θερμαίνωμεν ὁμοίο μὲ ῥωσ τὸ ἐντὸς τοῦ λέβητος ὕδωρ, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς 120°C ἢ καὶ 130°C , χωρὶς ὅμως νὰ παρατηρηθῆ βρασμός. Τοῦτο συμβαίνει, διότι ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ πίεσις p τοῦ ἀέρος καὶ ἡ μεγίστη τάσις F_{θ} , ἡ ὁποία ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἐλάχιστε

θερμοκρασίαν θ τοῦ ὕδατος. Οὕτως ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐνεργεῖ ἡ ὀλική πίεσις $p + F\theta$, ἡ ὁποία εἶναι πάντοτε μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν μεγίστην τάσιν $F\theta$ καὶ ἐπομένως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμός τοῦ ὕδατος. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι :

Ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου θερμαινομένου ὁμοιομόρφως εἶναι ἀδύνατον νὰ συμβῇ βρασμός.

Ἐφαρμογὴ τοῦ λέβητος τοῦ Papin εἶναι τὰ « α ὑ τ ὄ κ λ ε ι σ τ α », τὰ ὁποία χρησιμοποιοῦνται εἰς τὴν βιομηχανίαν, εἰς τὰ νοσοκομεῖα διὰ τὴν ἀποστείρωσιν χειρουργικῶν ἐργαλείων κ.ἄ.

246. Θερμότης ἐξαερώσεως.—Τὸ πείραμα ἀποδεικνύει ὅτι κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ διατηρεῖται σταθερά, ἂν καὶ συνεχῶς προσφέρεται εἰς τὸ ὑγρὸν θερμότης. Ἡ ποσότης θερμότητος, ἡ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ κατὰ τὴν διάρκειαν αὐτῆς τῆς μεταβολῆς (**λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως**) δαπανᾶται διὰ τὴν κατάργησιν τῶν μεταξὺ τῶν μορίων τοῦ ὑγροῦ δυνάμεων συνοχῆς, διότι κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν ἐνὸς ὑγροῦ τὰ μόρια αὐτοῦ γίνονται τελείως ἐλεύθερα.

I. Θερμότης ἐξαερώσεως (A) εἰς θερμοκρασίαν θ καλεῖται ἡ ποσότης θερμότητος, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ προσλάβῃ 1 γραμμᾶριον τοῦ ὑγροῦ, διὰ νὰ μεταβληθῇ τοῦτο εἰς κεκορεσμένον ἀτμὸν τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας.

II. Ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἰς τὴν κανονικὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ εἶναι 539 cal/gr.

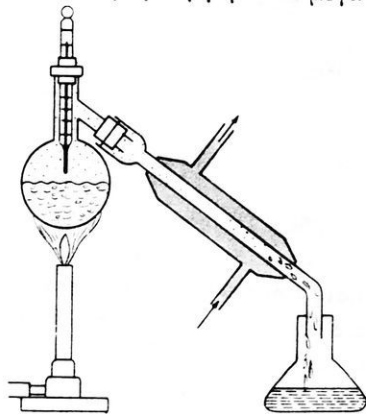
247. Ψῦχος παραγόμενον κατὰ τὴν ἐξάτμισιν.—Εἰς οἴανδήποτε θερμοκρασίαν καὶ ἂν γίνεται ἡ ἐξαέρωσις (βρασμός, ἐξάτμισις), πάντοτε ἀπαιτεῖται δαπάνη θερμότητος. Ἡ ἀπαιτούμενη θερμότης ἢ προσφέρεται ἔξωθεν ἢ προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον ὑγρὸν (§ 245 α, β). "Οταν ὅμως ἡ ἀπαιτούμενη θερμότης προσφέρεται ἀπὸ τὸ ἴδιον τὸ ὑγρὸν, τότε κατ' ἀνάγκην ἐπέρχεται ψῦξις τοῦ ὑγροῦ. Ἡ ἐξάτμισις εἶναι μία μορφή ἐξαερώσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν οἱ ἀτμοὶ παράγονται μόνον ἀπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὑγροῦ. Ἐπομένως καὶ διὰ τὴν ἐξάτμισιν πρέπει νὰ δαπανηθῇ θερμότης. "Οταν ὅμως αὕτη δὲν προσφέρεται ἔξωθεν, τότε τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προσλαμβάνει τὴν ἀπαιτούμενην διὰ τὴν ἐξάτμισιν θερμότητα ἀπὸ αὐτὴν τὴν μᾶζαν τοῦ ἢ ἀπὸ τὰ σώματα, μετὰ ὁποία

εύρσκεται εις ἐπαφήν. Οὕτω τὸ ἐξατμιζόμενον ὑγρὸν προκαλεῖ ψῦξιν, ἢ ὅποια εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον ταχυτέρα εἶναι ἡ ἐξάτμισις (π.χ. ἡ ψῦξις τῆς χειρὸς μας κατὰ τὴν ἐξάτμισιν τοῦ ἐπ' αὐτῆς αἰθέρος).

Θερμοκρασία βρασμοῦ καὶ θερμότης ἐξαερώσεως		
Σῶμα	θ°C	cal/gr
Αἰθέρ	34,6	86
Οἰνόπνευμα	78,4	201
Υδράργυρος	357	68
Τολουόλιον	111	83
Υδωρ	100	539

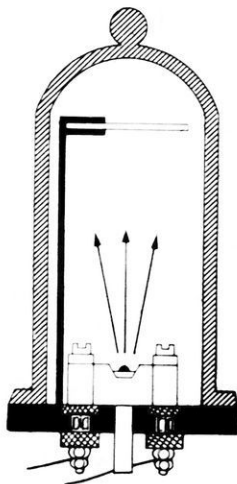
248. Ἐξάχνωσις.— Ἐν στερεὸν σῶμα δύναται νὰ ἀναδίδῃ ἀτμούς, ὅπως καὶ ἐν ὑγρὸν. Τὸ φαινόμενον τοῦτο εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὴν ἐξάτμισιν καὶ καλεῖται **ἐξάχνωσις**. Κατὰ τὴν ἐξάχνωσιν τὸ στερεὸν μεταβάλλεται ἀμέσως εἰς ἀέριον, χωρὶς νὰ διέλθῃ προηγουμένως διὰ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως. Ἡ ἐξάχνωσις εἶναι ἰδιαιτέρως καταφανῆς εἰς ὠρισμένα σῶματα, ὅπως εἶναι τὸ ἰώδιον, ἡ ναφθαλίνη, ἡ καμφορά καὶ μέγας ἀριθμὸς στερεῶν σωμάτων, τὰ ὅποια ἀναδίδουν ὀσμὴν. Τὸ πείραμα ἀπέδειξεν ὅτι ὑπὸ καταλλήλους συνθήκας θερμοκρασίας καὶ πίεσεως δύναται νὰ ὑποστῇ ἐξάχνωσιν ὁ πάγος καὶ πολλὰ ἄλλα σῶματα.

249. Ἀπόσταξις.— Ἡ ἀπόσταξις ἐνός ὑγροῦ ἐπιτυγχάνεται, ὅταν οἱ παραγόμενοι κατὰ τὸν βρασμὸν κεκορεσμένοι ἀτμοὶ φέρωνται ἐντὸς ἄλλου χώρου, ὁ ὁποῖος διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν μικροτέραν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ ὑγροῦ. Τότε οἱ ἐντὸς τοῦ χώρου τούτου ἐρχόμενοι ἀτμοὶ ὑγροποιῶνται. Τὸ σχῆμα 256 δεικνύει μίαν πολὺ ἀπλήν ἐργαστηριακὴν



Σχ. 256. Συσκευὴ ἀποστάξεως.

διάταξιν διὰ τὴν ἀπόσταξιν ὑγρῶν. Ἡ ψύξις ἐπιτυγχάνεται διὰ ρεύματος ψυχροῦ ὕδατος. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν περιέχῃ ἐν διαλύσει ἄλλα σώματα μὴ πτητικά, τότε κατὰ τὴν ἀπόσταξιν τοῦ διαλύματος παράγονται μόνον ἀτμοὶ τοῦ ὑγροῦ, οἱ ὁποῖοι ἔπειτα ὑγροποιούνται· οὕτω λαμβάνεται τὸ ὑγρὸν τοῦτο τελείως καθαρὸν (π.χ. παρασκευὴ ἀπεσταγμένου ὕδατος). Τὰ διαλυεμένα μὴ πτητικά σώματα παραμένουν εἰς τὸν ἀποστακτῆρα.



Σχ. 257. Συσκευή ἀποστάξεως τῶν μετάλλων εἰς τὸ κενόν.

Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εἶναι μείγμα πτητικῶν ὑγρῶν, τότε ἀποστάζονται διαδοχικῶς τὰ διάφορα συστατικά τοῦ μείγματος (**κλασματικὴ ἀπόσταξις**).

Τὰ μέταλλα δύνανται νὰ ὑποστοῦν ἀπόσταξιν, ἐὰν ὑψωθῇ πολὺ ἡ θερμοκρασία των (π.χ. καθαρισμὸς τοῦ ψευδαργύρου). Εἰς τὸ κενὸν τὰ μέταλλα παράγουν εὐκόλως ἀτμούς. Οὕτω θερμαίνοντες εἰς τὸ κενὸν ἄργυρον ἢ ἀργίλλιον δυνάμεθα νὰ μεταβάλωμεν μίαν πλάκα ὑάλου εἰς κάτοπτρον. Ἐπὶ μιᾶς ταινίας ἐκ βολφραμίου, ἡ ὁποία διαπυρῶνεται δι' ἡλεκτρικοῦ ρεύματος, τοποθετεῖται τεμάχιον ἀργύρου (σχ. 257). Τότε ὁ ἄργυρος ἐξαερούται καὶ ἐκπέμπει εὐθυγράμμως ἄτομα, τὰ ὁποῖα ἐπικάθηνται ἐπὶ τῆς ὑαλίνης πλακῆς. Οὕτως ἡ πλάξ τῆς ὑάλου ἐπαργυρώνεται καὶ μεταβάλλεται εἰς κάτοπτρον. Ἡ τοιαύτη μέθοδος ἐπιμεταλλώσεως χρησιμοποιεῖται σήμερον εἰς τὴν βιομηχανίαν διὰ τὴν ταχεῖαν ἐπιμετάλλωσιν διαφόρων ἀντικειμένων.

250. Ὑγροποίησης τῶν ἀερίων.—Ἐκ τῆς πειραματικῆς ἐρεύνης τοῦ φαινομένου τῆς μεταβολῆς ἑνὸς ἀερίου εἰς ὑγρὸν (**ὑγροποίησης τοῦ ἀερίου**), κατέληξαν εἰς τὸ ἐξῆς συμπέρασμα. Ἐν ἀέριον εἶναι ἀδύνατον νὰ ὑγροποιηθῇ ὅσονδήποτε καὶ ἂν συμπιεσθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ θερμοκρασία του εἶναι ἀνωτέρα μιᾶς ὠρισμένης θερμοκρασίας, ἡ ὁποία εἶναι χαρακτηριστικὴ διὰ τὸ ἀέριον καὶ καλεῖται **κρίσιμος θερμοκρασία** τοῦ ἀερίου. Οὕτως, ἡ κρίσιμος θερμοκρασία τοῦ διοξειδίου τοῦ ἀνθρακος εἶναι 31° C. Ἐπὶ πλέον ἀπεδείχθη ὅτι διὰ νὰ ὑγροποιηθῇ τὸ ἀέριον εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν, πρέπει ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου νὰ λάβῃ μίαν ὠρισμένην τιμὴν, ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πίεσις**. Αὕτη διὰ

τὸ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος εἶναι 73 ἀτμόσφαιραι. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν καὶ ὑπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν μία μᾶζα ἀερίου ἔχει ὠρισμένον ὄγκον (κρίσιμος ὄγκος) καὶ συνεπῶς ἔχει καὶ ὠρισμένην πυκνότητα, ἡ ὁποία καλεῖται **κρίσιμος πυκνότης**. Ἡ κρίσιμος θερμοκρασία, ἡ κρίσιμος πίεσις καὶ ἡ κρίσιμος πυκνότης εἶναι αἱ τρεῖς **κρίσιμοι σταθεραὶ** τοῦ ἀερίου, αἱ ὁποῖαι εἶναι φυσικὰ μεγέθη χαρακτηριστικὰ δι' ἕκαστον ἀέριον.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κατωτέρα τῆς κρίσιμου θερμοκρασίας, τότε τὸ ἀέριον δύναται νὰ ὑγροποιηθῇ, ἐφ' ὅσον ἡ πίεσις τοῦ λάβῃ μίαν ὠρισμένην τιμὴν, ἡ ὁποία εἶναι μικρότερα ἀπὸ τὴν κρίσιμον πίεσιν. Οὕτως εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑγροποιεῖται εὐκόλως, ἐὰν ἡ πίεσις τοῦ γίνῃ ἴση μὲ 50 — 55 ἀτμοσφαιρας.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὰ ἀκόλουθα γενικὰ συμπεράσματα :

I. Κρίσιμος θερμοκρασία ἑνὸς σώματος καλεῖται ἡ θερμοκρασία ἐκείνη, ἀνωθεν τῆς ὁποίας τὸ σῶμα ὑπάρχει πάντοτε εἰς ἀέριον κατάστασιν ὑπὸ ὅσονδήποτε μεγάλην πίεσιν.

II. Εἰς τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀερίου, ὅταν ἡ πίεσις καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ λάβουν ὠρισμένην τιμὴν (κρίσιμος πίεσις, κρίσιμος πυκνότης).

III. Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀερίου εἶναι κατωτέρα τῆς κρίσιμου θερμοκρασίας του, εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποίησις τοῦ ἀερίου διὰ συμπίεσεως αὐτοῦ.

Κρίσιμοι σταθεραὶ

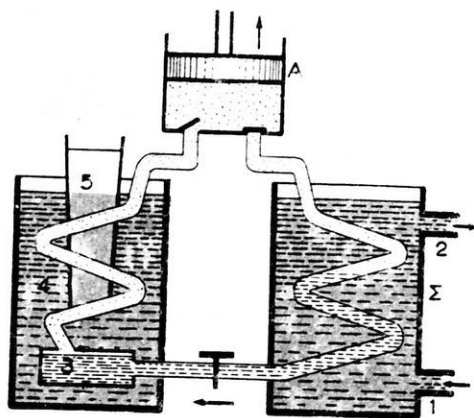
Σῶμα	Κρίσιμος θερμοκρασία θ°C.	Κρίσιμος πίεσις at	Κρίσιμος πυκνότης gr/cm ³
Ἄζωτον	— 147	34	0,31
Ἄηρ	— 141	37	0,35
Διοξείδιον ἄνθρακος	+ 31	73	0,46
Ἡλιον	— 279	2,3	0,07
Ὄξυγόνον	— 119	50	0,43
Υδρογόνον	— 240	19	0,03
Ἵδωρ	+ 365	195	0,4

251. Μέθοδοι παραγωγής ψύχους.— Διά την παραγωγή ψύχους, δηλαδή διά την παραγωγή χαμηλών θερμοκρασιών, εφαρμόζονται διάφοροι μέθοδοι.

α) Τὰ ψυκτικά μείγματα. Τὰ ψυκτικά μείγματα ἐγνωρίσαμεν εἰς τὴν § 240.

β) Ἡ ἐξαέρωσις ὑγροποιηθέντων ἀερίων. Ἀναγκάζομεν ἐν ὑγροποιηθὲν ἀέριον νὰ ἐξαερωθῇ ὑπὸ ἠλαττωμένην πίεσιν, ὥστε ἡ ἐξάτμισις τοῦ ὑγροῦ νὰ εἶναι ταχεῖα. Τότε προκαλεῖται σημαντικὴ ψύξις (§ 247) τῶν σωμάτων, μετὰ τὰ ὅποια τὸ ὑγρὸν εὐρίσκεται εἰς ἐπαφήν. Ἡ ταχεῖα ἐξάτμισις τοῦ ὑγροποιημένου ἀερίου εἶναι δυνατόν νὰ προκαλέσῃ τὴν στερεοποίησιν τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ. Οὕτω κατὰ τὴν ταχεῖαν ἐξάτμισιν τοῦ ὑγροποιημένου διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος (CO_2) ἐπέρχεται στερεοποίησις τοῦ ὑπολοίπου ὑγροῦ, τὸ ὅποιον μεταβάλλεται εἰς στερεὸν διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος (ξηρὸς πάγος).

γ) Ἡ ἐκτόνωσις. Ὄταν ἐν ἀέριον συμπιέζεται ἀποτόμως, τότε



Σχ. 258. Σχηματικὴ παράστασις ἐγκαταστάσεως παρασκευῆς πάγου.

1 ψυχρὸν ὕδωρ, 2 θερμὸν ὕδωρ, Σ συμπυκνωτής, 3 ὑγροποιημένη ἀμμωνία, 4 ἀλμυρὸν ὕδωρ, 5 ὕδωρ πρὸς πῆξιν.

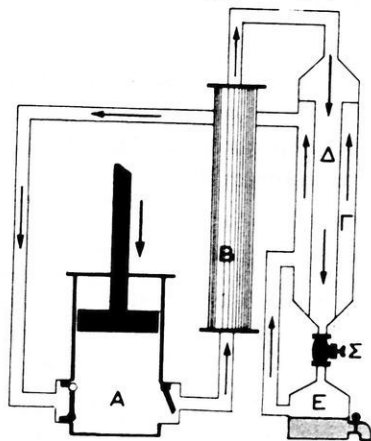
εἰς τὰς περισσοτέρας ψυκτικὰς μηχανὰς τὸ ψῦχος παράγεται διὰ τῆς ταχείας ἐξάτμισεως ἑνὸς ὑγροποιηθέντος ἀερίου (ὕγρα ἀμμωνία NH_3 , freon CCl_3F κ.ἄ.). Τὸ ἐκ τῆς ἐξάτμισεως προκύπτον ἀέριον ἀναρ-

τὸ ἀέριον θερμαίνεται. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ἐλαττωθῇ ἀποτόμως, τότε τὸ ἀέριον ψύχεται. Εἰδικώτερον καλεῖται ἐκτόνωσις ἡ ἀπότομος ἐλάττωσις τῆς πίεσεως τοῦ ἀερίου. Ἡ ἐκτόνωσις ἑνὸς ἀερίου συνοδεύεται πάντοτε ἀπὸ μεγάλην ψύξιν τοῦ ἀερίου.

δ) Ἐφαρμογαί. Αἱ ἀνωτέρω μέθοδοι παραγωγῆς ψύχους χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια καὶ βιομηχανικὰς ἐγκαταστάσεις. Οὕτως

ροφᾶται ἀπὸ μίαν ἀντλίαν καὶ πάλιν ὑγραποιεῖται. Ἡ ἐκλυομένη κατὰ τὴν ὑγραποίησιν τοῦ ἀερίου θερμότης ἀπορροφᾶται ἀπὸ ρεῦμα ψυχροῦ ὕδατος. Εἰς τὸ σχῆμα 258 φαίνεται σχηματικῶς μία τοιαύτη ψυκτικὴ ἐγκατάστασις διὰ τὴν παρασκευὴν πάγου. Ἐπὶ τῆς ἰδίας ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ἠλεκτρικῶν ψυγείων.

*Ἡ βιομηχανία διὰ τὴν ὑγραποίησιν τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖ τὴν μεγάλην ψύξιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ ἀήρ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν αὐτοῦ. Πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον χρησιμοποιεῖται κυρίως ἡ **μηχανὴ τοῦ Linde** (σχ. 259). Ὁ ἀήρ συμπιέζεται μέχρι 200 ἀτμοσφαιρῶν. Ἐπειτα προψύχεται εἰς -30°C καὶ ἐρχόμενος εἰς τὸν θάλαμον Γ ἐκτονοῦται, ὅποτε ἡ θερμοκρασία του κατέρχεται κατὰ πολὺ. Ἡ νέα ποσότης ἀέρος, ἡ ὁποία εὐρίσκεται τώρα ἐντὸς τοῦ σωλήνος Δ, κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τῆς θά ψυχθῆ ἀκόμη περισσότερο. Οὕτως ἡ θερμοκρασία ἐντὸς τοῦ σωλήνος Δ, ἔπειτα ἀπὸ κάθε ἐκτόνωσιν, γίνεται κατωτέρα τῆς προηγουμένης καὶ εἰς μίαν στιγμὴν γίνεται κατωτέρα ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν βρασμοῦ τοῦ ἀέρος. Τότε μέρος τοῦ ἐκτονουμένου ἀέρος ὑγραποιεῖται.



Σχ. 259. Μηχανὴ τοῦ Linde διὰ τὴν ὑγραποίησιν τοῦ ἀέρος.

A συμπιεστής, B θάλαμος προψύξεως τοῦ ἀέρος, Γ θάλαμος ἐκτόνωσεως, Δ σωλὴν διχοτετεύσεως τοῦ πεπιεσμένου καὶ προψυχθέντος ἀέρος, E θάλαμος ὑγραποιήσεως τοῦ ἀέρος, Σ στρόφιγγ.

252. Ἀπόλυτος καὶ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος.—Ὁ ἀτμοσφαιρικός ἀήρ περιέχει πάντοτε ὑδρατμούς ἕνεκα τῆς ἀδιακόπου ἐξατμίσεως, ἡ ὁποία συμβαίνει ἐπὶ τοῦ πλανήτου μας. Ἐν τούτοις ὁ ἀήρ δὲν εἶναι πάντοτε κεκορεσμένος.

Ἀπόλυτος ὑγρασία τοῦ ἀέρος καλεῖται ἡ μᾶζα m τῶν ὑδρατμῶν, οἱ ὅποιοι περιέχονται ἐντὸς 1 m^3 ἀέρος κατὰ δεδομένην στιγμὴν.

Διὰ τὰ φαινόμενα τῆς ζωῆς καὶ εἰς πολλὰς ἐφαρμογὰς ἔχει ἐνδιαφέρον ἡ ἰκανότης τοῦ ἀέρος πρὸς παραγωγὴν φαινομένων ἐξατμίσεως καὶ

συμπυκνώσεως. Ούτω π.χ. ο αήρ ο οποίος περιέχει 9 gr υδρατμών κατά κυβικών μέτρων είναι κεκορεσμένος, αν η θερμοκρασία του είναι 10°C , είναι όμως ακόρεστος, αν η θερμοκρασία του είναι 25°C . Είς την θερμοκρασίαν των 25°C ἕκαστον κυβικὸν μέτρον δύναται νὰ προσλάβῃ 15 gr υδρατμών ἐπὶ πλέον. Διὰ τὸν προσδιορισμὸν τῆς ὑγρομετρικῆς καταστάσεως τοῦ αἵρου χρησιμοποιεῖται ἡ **σχετικὴ ὑγρασία**.

Σχετικὴ ὑγρασία τοῦ αἵρου καλεῖται ὁ λόγος τῆς μάζης m τῶν υδρατμών, οἱ ὅποιοι ὑπάρχουν εἰς 1 m^3 αἵρου πρὸς τὴν μάζαν M τῶν υδρατμών, οἱ ὅποιοι θὰ ὑπῆρχον εἰς 1 m^3 αἵρου, ἐὰν ὁ αἵρ ἦτο κεκορεσμένος.

$$\text{σχετικὴ ὑγρασία: } \Delta = \frac{m}{M}$$

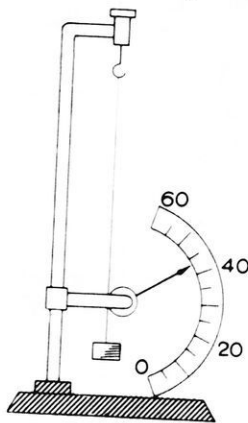
Ὅταν ὁ αἵρ εἶναι κεκορεσμένος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι ἴση μὲ 1.

Ὅταν ὁμως ὁ αἵρ εἶναι ἀκόρεστος, ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι μικροτέρα τῆς μονάδος. Ἐὰν π.χ. κατὰ μίαν ἡμέραν ὁ αἵρ ἔχῃ θερμοκρασίαν 25°C καὶ περιέχῃ 9 gr υδρατμών κατὰ κυβικὸν μέτρον, τότε ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ αἵρου εἶναι

$$\Delta = \frac{9}{24} = 0,375 \quad \text{ἢ} \quad \Delta = 37,5\%.$$

Ὁ αἵρ κατὰ τὴν στιγμὴν ἐκείνην ἀπέχει πολὺ ἀπὸ τὴν κατάστασιν κόρου.

Μέτρησις τῆς ὑγρασίας τοῦ αἵρου. Ἡ σχετικὴ ὑγρασία εὐρίσκεται μὲ εἰδικὰ ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται **ὕγρομετρα**. Τὸ ἀπλούστατον ὕγρομετρον ἀπορροφήσεως στηρίζεται εἰς τὴν ιδιότητα, τὴν ὁποίαν ἔχουν αἱ ζωικαὶ τρίχες νὰ ἐπιμηκύνωνται εἰς τὸν ὑγρὸν αἶρα (σ. 260). Ἡ κλίμαξ του δίδει ἀμέσως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν εἰς ἑκατοστά. Τὸ ὄργανον τοῦτο δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὁμως εὐχρηστον.



Σχ. 260. Ὑγρομετρον ἀπορροφήσεως.

(σ. 260). Ἡ κλίμαξ του δίδει ἀμέσως τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν εἰς ἑκατοστά. Τὸ ὄργανον τοῦτο δὲν εἶναι πολὺ ἀκριβές, εἶναι ὁμως εὐχρηστον.

Π Ρ Ο Β Λ Η Μ Α Τ Α

236. Ἐντὸς δοχείου ὑπάρχουν πάγος καὶ ὕδωρ. Ἡ μάζα των εἶναι 400 gr. Προσθέτομεν 300 gr ὕδατος 80°C καὶ ἡ θερμοκρασία γίνεται τελικῶς 10°C . Πόσος πάγος ὑπῆρχεν ἀρχικῶς;

237. Πόσος πάγος θερμοκρασίας $-15^{\circ} C$ δύναται νὰ τακῆ ὑπὸ 1 κgr ὕδατος $60^{\circ} C$; Εἰδικὴ θερμοτῆς πάγου $0,58 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

238. Ἐν τεμάχιον πάγου $0^{\circ} C$ ἔχει βάρος 115 gr* καὶ τίθεται ἐντὸς θερμοδομέτρου, τὸ ὁποῖον περιέχει 1000 gr ὕδατος θερμοκρασίας $20^{\circ} C$. Τὸ δοχεῖον τοῦ θερμοδομέτρου ἔχει βάρος 350 gr* καὶ εἰδικὴν θερμοτῆτα. $0,1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Νὰ εὑρεθῆ πόση εἶναι ἡ θερμοκρασία τοῦ συστήματος μετὰ τὴν πλήρη τήξιν τοῦ πάγου.

239. Ὁρειχάλκινον θερμοδομέτρον ἔχει μᾶζαν 500 gr καὶ περιέχει 500 gr πάγου θερμοκρασίας $-20^{\circ} C$. Λιχοτεύομεν ἐντὸς τοῦ θερμοδομέτρου ρεῦμα ὕδατος $80^{\circ} C$, τοῦ ὁποῖου ἡ παροχὴ ὕδατος εἶναι 50 gr κατὰ λεπτόν. Τότε χροιάζονται 11 min 20 sec διὰ νὰ τακῆ τελείως ὁ πάγος καὶ νὰ μεταβληθῆ εἰς ὕδωρ $0^{\circ} C$. Ἡ εἰδικὴ θερμοτῆς τοῦ ὀρειχάλκου εἶναι $0,1 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$ καὶ τοῦ πάγου εἶναι $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Νὰ εὑρεθῆ ἡ θερμοτῆς τήξεως τοῦ πάγου. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν τὸ πείραμα, μετὰ πόσον χρόνον ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμοδομέτρου θὰ γίνῃ $20^{\circ} C$;

240. Εἰς ἓν θερμοδομέτρον τοῦ Larplice τίκονται 0,72 gr πάγου, ὅταν εἰσαχθοῦν ἐντὸς τοῦ θερμοδομέτρου 6,33 gr ψευδαργύρου θερμοκρασίας $98,5^{\circ} C$. Νὰ εὑρεθῆ ἡ εἰδικὴ θερμοτῆς τοῦ ψευδαργύρου. Θερμοτῆς τήξεως πάγου 80 cal/gr .

241. Ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς ὑπάρχει στρώμα πάγου πάχους 2 cm καὶ θερμοκρασίας $0^{\circ} C$. Ἐὰν ἐπὶ 1 cm^2 ἡ ἡλιακὴ ἀκτινοβολία μεταφέρῃ 1,5 cal κατὰ λεπτόν, νὰ εὑρεθῆ πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν τελείαν τήξιν τοῦ πάγου. Πυκνότης πάγου $0,917 \text{ gr/cm}^3$. Θερμοτῆς τήξεως πάγου 80 cal/gr .

242. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος θερμοχωρητικότητα 8 cal/grad ὑπάρχον 50 gr πάγου θερμοκρασίας $-20^{\circ} C$. Προσθέτομεν 267,8 gr ὕδατος $32^{\circ} C$ καὶ ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ συστήματος γίνεται $12^{\circ} C$. Νὰ εὑρεθῆ ἡ εἰδικὴ θερμοτῆς τοῦ πάγου. Θερμοτῆς τήξεως πάγου 80 cal/gr .

243. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ὑπάρχον 1 800 gr ὕδατος θερμοκρασίας $8^{\circ} C$. Νὰ εὑρεθῆ πόση μᾶζα πάγου θερμοκρασίας $-26^{\circ} C$ πρέπει νὰ τεθῆ ἐντὸς τοῦ δοχείου ὥστε, ὅταν ἀποκατασταθῆ θερμοκὴ ἰσορροπία, ἡ μᾶζα τοῦ πάγου νὰ ἔχη ἀδῆθη κατὰ 85 gr. Εἰδικὴ θερμοτῆς πάγου $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμοτῆς τήξεως πάγου 80 cal/gr .

244. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ὑπάρχον 120 gr ὕδατος εἰς κατάστασιν ὑπερτήξεως καὶ θερμοκρασίας $-18^{\circ} C$.

Πόση μάζα πάγου θα σχηματισθῆ, όταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ 0°C ; Εἰδικὴ θερμότης πάγου $0,5 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμότης τήξεως πάγου 80 cal/gr .

245. Ὑδρατμοὶ εἰς 30°C ἔχουν ὄγκον 10 dm^3 καὶ τάσιν 12 mm Hg . Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεταί 4 dm^3 . Πόση γίνεταί ἡ τάσις των; $F_{30} = 31,8 \text{ mm Hg}$.

246. Ὑδρατμοὶ εἰς 35°C ἔχουν ὄγκον 50 dm^3 καὶ τάσιν 20 mm Hg . Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος των γίνεταί 10 dm^3 . Πόση γίνεταί ἡ τάσις των; $F_{35} = 42,2 \text{ mm Hg}$.

247. Ἐντὸς 100 gr ὕδατος εὐρίσκονται 100 gr πάγου. Πόση μάζα ὑδρατμῶν θερμοκρασίας 100°C πρέπει νὰ διαβιβασθῆ εἰς τὸ σύστημα τοῦτο, ὥστε τελικῶς νὰ ἔχωμεν μόνον ὕδωρ 18°C ;

248. Τί προκύπτει ἐκ τῆς ἀναμίξεως 50 gr πάγου 0°C καὶ 500 gr ὑδρατμῶν 100°C ;

249. Ἐντὸς θερμοιδόμετρον ἔχοντος θερμοχωρητικότητα 50 cal/grad περιέχονται 2 kgr πάγου, 5 kgr ὕδατος καὶ $0,7 \text{ kgr}$ ἀργιλίου. Διοχετεύομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου 80 gr ὑδρατμοῦ 100°C . Ποία εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία; Εἰδικὴ θερμότης ἀργιλίου $0,21 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

250. Ἐντὸς δοχείου ἔχοντος ἀσήμαντον θερμοχωρητικότητα ἀναμειγνύομεν 1 kgr ἀργιλίου θερμοκρασίας 180°C καὶ 500 gr ὕδατος 60°C . Πόση μάζα ὕδατος θα ἐξαερωθῆ;

251. Πόσην μάζαν ὑδρατμῶν περιέχει εἰς 20°C μία αἰθουσα ἔχουσα διαστάσεις $50 \text{ m} \cdot 30 \text{ m} \cdot 10 \text{ m}$, ὅταν ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι 80% ; $F_{20} = 17,5 \text{ mm Hg}$. Πυκνότης ὑδρατμῶν εἰς 0°C καὶ 76 cm Hg : $d_0 = 0,806 \text{ gr/dm}^3$.

252. Νὰ ὑπολογισθῆ ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ἀέρος καὶ τοῦ ἀέρος, ὁ ὁποῖος εἰς 20°C εἶναι κεκορεσμένος μὲ ὑδρατμούς, ὅταν ἡ πίεσις εἶναι 720 mm Hg . $F_{20} = 17,5 \text{ mm Hg}$.

253. Νὰ εὐρεθῆ ἡ μάζα ἐνὸς λίτρον ἀέρος εἰς 20°C καὶ πίεσιν 75 cm Hg , ἂν ἡ σχετικὴ ὑγρασία τοῦ ἀέρος εἶναι 60% . Ἡ μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς 20°C εἶναι: $1,75 \text{ cm Hg}$. Πυκνότης ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας: ἀέρος $1,293 \text{ gr/dm}^3$, ὑδρατμῶν $0,806 \text{ gr/dm}^3$.

254. Τεμάχιον πάγου ἔχει βάρους 100 gr^* καὶ ἐπιπλέει ἐπὶ ὕδατος θερμοκρασίας 0°C . Εἰσάγομεν ἐντὸς τοῦ δοχείου τεμάχιον μέταλλον, τὸ ὁποῖον ἔχει βάρους 150 gr^* καὶ θερμοκρασίαν 100°C . Ὅταν ἀποκατασταθῆ θερμοκὴ ἰσορροπία, ἐξακολουθεῖ νὰ ἐπιπλέῃ τεμάχιον πάγου. Νὰ

υπολογισθῆ πόση μᾶζα τοῦ πάγου ἐτάκη καὶ πόση εἶναι ἡ ἐλάττωσις τοῦ ὄγκου τοῦ συστήματος πάγου — ὕδωρ. Ὑποθέτομεν ὅτι τὸ δοχεῖον εἶναι τελείως μονωμένον θερμοικῶς. Πυκνότης πάγου: $0,92 \text{ gr/cm}^3$. Θερμότης τήξεως πάγου: 80 cal/gr . Εἰδικὴ θερμότης μετάλλου: $0,12 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$.

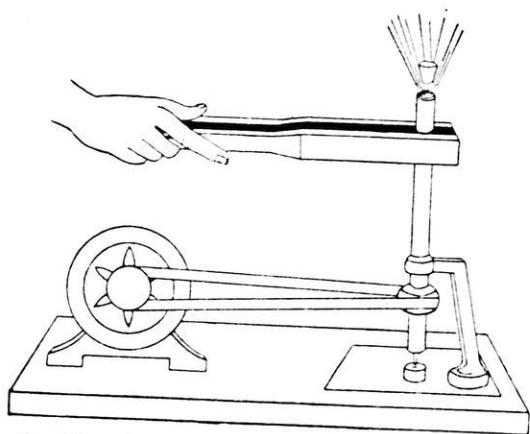
255. Κατὰ μίαν ἠλεκτρολόυσιν συλλέγομεν 1 λίτρον ὑδρογόνου, τὸ ὁποῖον ἔχει θερμοκρασίαν 15°C καὶ πίεσιν $76,5 \text{ cm Hg}$. Νὰ εὑρεθῆ πόση εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ αερίου, τὸ ὁποῖον συλλέγομεν, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ ξηροῦ ὑδρογόνου ὑπὸ τὰς κανονικὰς συνθήκας εἶναι: $0,000\,089 \text{ gr/cm}^3$, ἡ δὲ πυκνότης τῶν ὑδρατμῶν εἶναι 9 φορές μεγαλύτερα ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑδρογόνου. Μεγίστη τάσις τῶν ὑδρατμῶν εἰς 15°C : $1,27 \text{ cm Hg}$.

256. Κλειστὸν δοχεῖον A ἔχει ὄγκον 10 dm^3 καὶ εἰς 20°C περιέχει ἀέρα ὑπὸ πίεσιν 76 cm Hg . Ἡ τάσις τῶν ὑδρατμῶν, τοὺς ὁποίους περιέχει ὁ ἀὴρ οὗτος εἶναι $1,6 \text{ cm Hg}$. Νὰ εὑρεθῆ ἡ μᾶζα τῶν περιεχομένων ὑδρατμῶν καὶ ὁ λόγος τῆς πυκνότητος τοῦ ὑγροῦ τοῦτου ἀέρος πρὸς τὴν πυκνότητα τοῦ ξηροῦ ἀέρος. Σχετικὴ πυκνότης ὑδρατμῶν $0,62$. Πυκνότης ξηροῦ ἀέρος ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας $1,3 \text{ gr/dm}^3$.

ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

253. Θερμότης καὶ μηχανικὴ ἐνέργεια. — Ἡ καθημερινὴ πείρα ἀποδεικνύει ὅτι τὸ ἔργον τῶν τριβῶν μεταβάλλεται συνήθως εἰς θερμότητα (π.χ. ἡ θέρμανσις τῶν χειρῶν μας διὰ προστριβῆς τῶν, ἡ θέρμανσις τῆς τροχοπέδης τοῦ αὐτοκινήτου κ.τ.λ.). Ἐπίσης κατὰ τὴν κρούσιν δύο σωμάτων ἀναπτύσσεται θερμότης. Ὡστε ἐκ τῆς καθημερινῆς πείρας εὐκόλως συνάγεται ὅτι ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Ἡ ἀντίστροφος μετατροπὴ δὲν ὑποπίπτει εὐκόλως εἰς τὴν ἀντίληψίν μας. Δυναμέθα ὅμως νὰ τὴν παρατηρήσωμεν μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα. Ἐντὸς μεταλλικοῦ σωλήνος θέτομεν ὀλίγον αἰθέρα καὶ κλείομεν τὸν σωλήνα μὲ πῶμα φελλοῦ (σχ. 261). Ὁ σωλήν τίθεται εἰς ταχέϊαν περιστροφικὴν κίνησιν, ἐνῶ συγχρόνως προστρίβεται ἐπὶ ξυλίνης τροχοπέδης. Ἐνεκα τῆς τριβῆς ὁ σωλήν θερμαίνεται καὶ ὁ αἰθὴρ ἐξασροῦται ἀποτόμως. Ἡ μεγάλῃ πίεσις τῶν παρκαγομένων ἀτμῶν τοῦ αἰθέρος ἐκσφενδονίζει μὲ ὁρμὴν τὸ πῶμα τοῦ σωλήνος. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο πρᾶ-

τηρούμεν ὅτι ἡ θερμότης μετατρέπεται εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν (δηλαδή εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ σώματος). Τὴν μετατροπὴν τῆς



Σχ. 261. Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν.

θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν ἐπιτυγχάνομεν σήμερον εἰς μεγάλην κλίμακα διὰ τῶν θερμικῶν μηχανῶν. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι:

Ἡ θερμότης καὶ ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια εἶναι δύο μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἢ μία εἰς τὴν ἄλλην.

254. Ἴσοδυναμία θερμότητος καὶ μηχανικῆς ἐνεργείας.— Ἡ πειραματικὴ ἔρευνα ἀπέδειξεν ὅτι κατὰ τὴν μετατροπὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἰς θερμότητα καὶ ἀντιστρόφως ἰσχύει ὠρισμένη σχέσις ἰσοδυναμίας μεταξὺ τῶν δύο τούτων μορφῶν ἐνεργείας. Ἀπεδείχθη δηλαδή ὅτι ὠρισμένη ποσότης μηχανικῆς ἐνεργείας εἶναι **ἰσοδύναμος** πρὸς ὠρισμένην ποσότητα θερμότητος. Τὸ σπουδαιότατον τοῦτο συμπέρασμα ἀποτελεῖ τὸ **πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα** καὶ διατυπώνεται ὡς ἑξῆς :

Ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια (W) καὶ ἡ θερμότης (Q) εἶναι δύο διαφορετικαὶ μορφαὶ ἐνεργείας, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ μετατρέπωνται ἢ μία εἰς τὴν ἄλλην καθ' ὠρισμένην πάντοτε σχέσιν.

Ἐπειδὴ συνήθως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια W μετρεῖται εἰς Joule καὶ

ή θερμότης Q μετρείται εις θερμίδας, διά τούτο ή άρχή ισοδυναμίας θερμότητος και μηχανικης ενεργείας γράφεται ως εξής :

<p>άρχη ισοδυναμίας θερμότητος και μηχανικης ενεργείας :</p>	$W = J \cdot Q$
--------------------------------------------------------------	-----------------

Ο σταθερός συντελεστής J καλείται **μηχανικόν ισοδύναμον της θερμότητος** και εκφράζει εις Joule την μηχανικην ενέργειαν, ή οποία ισοδυναμεί με μίαν θερμίδα (δηλαδή διά $Q = 1$ cal είναι $W = J$ Joule). Διά διαφόρων μεθόδων εμετρήθη ή τιμή του μηχανικοῦ ισοδύναμου της θερμότητος J και εύρεθη ότι είναι : $J = 4,19$ Joule/cal. Άρα :

Μία θερμίδς ισοδυναμεί με 4,19 Joule.

$1 \text{ cal} = 4,19 \text{ Joule}$	ήτοι	$1 \text{ kcal} = 427 \text{ kgr*m}$
$J = 4,19 \text{ Joule/cal}$	ή	$J = 427 \text{ kgr*m/kcal}$

Η μηχανική ενέργεια και ή θερμότης είναι φυσικά μεγέθη άφθαρτα και όπου φαίνεται ότι χάνεται τὸ ἐν ἐξ αὐτῶν, ἐμφανίζεται πάντοτε ισοδύναμος ποσότης ἐκ τοῦ ἄλλου. Ἀποκλείεται συνεπῶς ή κατασκευή τοῦ αἰκινήτοῦ, δηλαδή μηχανης, ή οποία θά μᾶς ἔδιδεν ἐνεργειαν χωρὶς δαπάνην ισοδύναμου ἐνεργείας ἄλλης μορφῆς.

Παράδειγμα. Βλήμα ἐκ μολύβδου ἔχει μᾶζαν 20 gr και κινούμενον με ταχύτητα 400 m/sec κτυπᾷ ἐπὶ ἐνὸς ἐμποδίου. Ὑποθέτομεν ὅτι ὀλόκληρος ή κινητική ἐνέργεια τοῦ βλήματος μεταβάλλεται κατά την κρούσιν εις θερμότητα.

Τὸ βλήμα ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν :

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ gr} \cdot (4 \cdot 10^4 \text{ cm/sec})^2 = 16 \cdot 10^9 \text{ erg}$$

$$\text{ή } W = 1600 \text{ Joule}$$

Η μηχανική αὐτή ἐνέργεια ισοδυναμεί με ποσότητα θερμότητος:

$$Q = \frac{W}{J} = \frac{1600}{4,19} = 382 \text{ cal}$$

255. Φύσις της θερμότητος.— Η ἀποδειχθεῖσα ισοδυναμία της θερμότητος πρὸς την μηχανικην ἐνέργειαν ὠδήγησεν εις την εὑρεσιν τῶν σχέσεων, αἱ ὁποῖαι ὑπάρχουν μεταξὺ της θερμότητος και της κινήσεως τῶν μορίων τῶν σωμάτων. Οὕτως ἐθεμελιώθη ή **μηχανική θεωρία της θερμότητος** ή, ὅπως και ἄλλως λέγεται, ή **κινητική θεωρία της ὕλης**.

Η θεωρία αὕτη ἐξομοιώνει την θερμότητα πρὸς την μηχανικην ἐνερ-

γειαν και αποδεικνυει οτι η θερμότης είναι η μακροσκοπική εκδήλωση της κινήσεως των μορίων. Αί βασικαί άρχαί τής μηχανικής θεωρίας τής θερμότητος είναι αί εξής :

I. Τά μόρια όλων τών σωμάτων εύρισκονται εις άδιάκοπον κίνησιν. Μόνον εις τήν θερμοκρασίαν του άπολύτου μηδενός τά μόρια τών σωμάτων άκίνητοϋν.

II. 'Η κινητική ένεργεια τών μορίων ένός σώματος είναι άνάλογος προς τήν άπόλυτον θερμοκρασίαν του σώματος.

III. 'Η θερμότης, τήν όποίαν περικλείει έν σώμα, είναι τό άθροισμα τής κινητικής ένεργείας τών μορίων του σώματος.

VI. 'Εκείνο τό όποιον χαρακτηρίζομεν ώς θερμοκρασίαν ένός σώματος, εις τήν πραγματικότητα χαρακτηρίζει τήν κινητικήν ένεργειαν τών μορίων του σώματος.

'Η θερμότης αναφέρεται λοιπόν εις τήν κίνησιν τών μορίων. Αί κινήσεις αύται γίνονται καθ' όλας τās δυνατάς διευθύνσεις και κατά πασαν φοράν, συμφώνως προς τούς νόμους τής τύχης, ένώ όλαί αί άλλαι μορφαι ένεργείας αναφέρονται εις κινήσεις συντεταγμένας. Ούτως εις έν βλήμα, τό όποιον έχει κινητικήν ένεργειαν, όλα τά μόρια έχουν τήν αύτην κίνησιν. 'Η τελείως άτακτος κίνησις τών μορίων προσδίδει εις τήν θερμότητα ώρισμένας ιδιότητας, διά τών όποίων η θερμότης διακρίνεται από τās άλλας μορφάς ένεργείας.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

257. Σώμα βάρους 4 kg* πέττει από ύψος 106,75 m επί μη έλαστικού σώματος. 'Ολόκληρος η κινητική ένεργεια του σώματος μεταβάλλεται εις θερμότητα. Πόση ποσότης θερμότητος αναπτύσσεται ;

258. 'Από ποιον ύψος πρέπει να αφεθῆ έλεύθερον να πέση τεμάχιον πάγου θερμοκρασίας 0°C, ώστε κατά τήν κρούσιν του επί του εδάφους να μεταβληθῆ εις ύδωρ 0°C, αν ύποτεθῆ οτι η όλη η αναπτυσσομένη θερμότης δαπανάται δια τήν τήξιν του πάγου ;

259. Τεμάχιον μολύβδου έχει θερμοκρασίαν 20°C και αφήγεται να πέση έλευθέρως. 'Εάν υποθέσωμεν οτι κατά τήν κρούσιν του επί του εδάφους όλόκληρος η κινητική του ένεργεια μεταβάλλεται εις θερμότητα, η όποία παραμέ ι επί του μολύβδου, να εύρεθῆ από ποιον ύψος πρέπει να αφεθῆ ο μολύβδος, ώστε η αναπτυσσομένη θερμότης να προκαλέση

τὴν τῆξιν του. Θερμοκρασία τήξεως $Pb : 327^{\circ} C$. Εἰδικὴ θερμότης $Pb : 0,03 \text{ cal} \cdot \text{gr}^{-1} \cdot \text{grad}^{-1}$. Θερμότης τήξεως $Pb : 5 \text{ cal/gr}$.

260. Κιβώτιον βάρους 80 kg * ὀλισθαίνει ἐπὶ κεκλιμένον ἐπιπέδον ἔχοντος μῆκος 10 m καὶ κλίσιν 30° . Ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι $0,4$. Πόση εἶναι ἢ διὰ τῆς τριβῆς ἀναπτυσσομένη ποσότης θερμότητος ;

261. Αὐτοκινητάμαξα βάρους 250 tl * κινεῖται ἐπὶ ὀριζοντίας ὁδοῦ μὲ ταχύτητα 90 km/h . Πόση ποσότης θερμότητος ἀναπτύσσεται, διὰ τῶν τροχοπέδων τῆς ἀναγκάζεται νὰ σταματήσει ; Ὑποθέτομεν ὅτι ὀλόκληρος ἡ κινητικὴ τῆς ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς θερμότητα.

262. Πόσα λίτρα ὕδατος $0^{\circ} C$ δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν μέχρι τῆς θερμοκρασίας $100^{\circ} C$ μὲ τὸ ποσὸν τῆς θερμότητος, τὸ ὁποῖον εὐρέθη εἰς τὸ προηγούμενον πρόβλημα ;

263. Εἰς μίαν ὕδατόπτωσιν τὸ ὕδωρ πίπτει ἀπὸ ὕψος 40 m . Τὰ 35% τῆς ἐνεργείας τοῦ ὕδατος μετατρέπονται εἰς θερμότητα, ἢ ὁποία ἀπορροφᾶται ὑπὸ τοῦ ὕδατος. Πόση εἶναι ἡ ὕψωσις τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ;

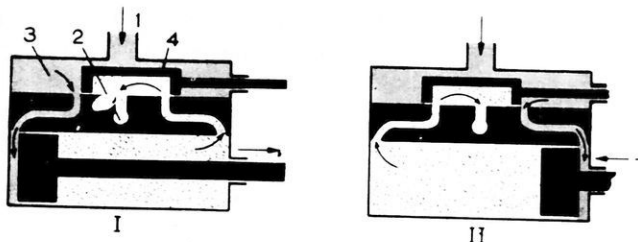
264. Μικρὰ σταγὼν ὀμίχλης πίπτει ἰσοταχῶς μὲ τὴν ὀρικὴν ταχύτητα. Νὰ δειχθῇ ὅτι κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν αἱ σταγόνες τῆς ὀμίχλης θερμαίνονται καὶ νὰ εὐρεθῇ ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει νὰ πίπτουν, ὥστε ἐκάστη σταγὼν νὰ θερμαίνεται κατὰ $0,1^{\circ} C$. Ὑποθέτομεν ὅτι ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης παραμένει ὀλόκληρος ἐπὶ τῆς σταγόνος. $g \doteq 981 \text{ C.G.S.}$

ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΕΙΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΝ

266. **Θερμικαὶ μηχαναί.**— Ἡ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν παίξει σήμερον τεράστιον ρόλον εἰς τὴν πρακτικὴν ζωὴν. Ἡ μετατροπὴ αὕτη γίνεται διὰ τῶν **θερμικῶν μηχανῶν**, αἱ ὁποῖαι χρησιμοποιοῦν πρὸς τὸν σκοπὸν τοῦτον πάντοτε ἓν ἄ ε ρ ι ο ν. Τοῦτο ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν πολὺ μεγαλυτέραν ἀπὸ τὴν συνήθη καὶ ἐπομένως ἐξασκεῖ μεγάλας πιέσεις, διὰ τῶν ὁποίων τίθενται εἰς κίνησιν στερεὰ σώματα. Διὰ τὴν παραγωγὴν τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας δ α π α ν ἄ τ α ι θ ε ρ μ ὀ τ η ς, ἢ ὁποία προέρχεται ἀπὸ τὴν καῦσιν μιᾶς καυσίμου ὕλης (ἄνθρακος, βενζίνης, πετρελαίου, φωταερίου κ.ἄ.).

257. Ἀτμομηχαναί. — Εἰς τὰς ἀτμομηχανάς ὡς κινητήριον ἀέριον χρησιμοποιεῖται ὁ ὕδρα τ' μ ὅς. Οὗτος παράγεται ἐντὸς καταλλήλου λέβητος, ὁ ὁποῖος θερμαίνεται διὰ καύσεως λιθάνθρακος ἢ πετρελαίου. Ὁ ἐντὸς τοῦ λέβητος παραγόμενος ἀτμός ἔχει ὑψηλὴν θερμοκρασίαν (περίπου 250°C) καὶ μεγάλην πίεσιν. Ἀναλόγως τοῦ τρόπου χρησιμοποιοῦσεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητηρίου ἀερίου αἱ ἀτμομηχαναί διακρίνονται εἰς **ἀτμομηχανάς με ἔμβολον** καὶ εἰς **ἀτμοστροβίλους**.

α) Ἀτμομηχαναί με ἔμβολον. Εἰς τὰς ἀτμομηχανάς με ἔμβολον ὁ ἀτμός ἔρχεται εἰς τὸν **κύλινδρον** (σχ. 262), ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὁ-



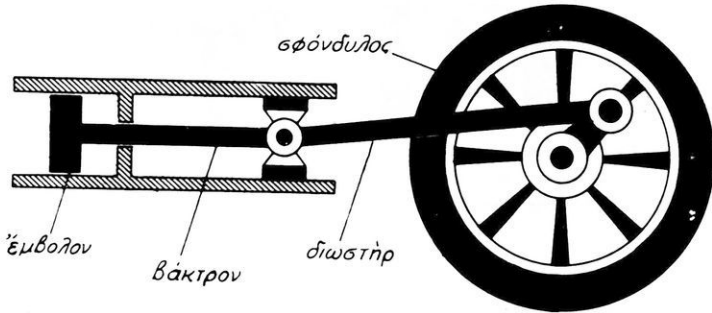
Σχ. 262. Τομή κυλίνδρου ἀτμομηχανῆς με ἔμβολον.
(1 εἰσόδος ἀτμοῦ, 2 ἐξόδος ἀτμοῦ, 3 θάλαμος ἀτμοῦ, 4 σύρτης).

λισθαίνει παλινδρομικῶς ἔμβολον. Ἡ τοιαύτη κίνησις τοῦ ἐμβόλου ἐξασφαλίζεται διὰ περιοδικῆς ἐναλλαγῆς τῆς εἰσόδου τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον με τὴν βοήθειαν κινητοῦ συστήματος, τὸ ὁποῖον καλεῖται **σύρτης**. Οὕτω περιοδικῶς ἢ μὲν μία ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου δέχεται τὴν πίεσιν τοῦ ἀτμοῦ, ἢ δὲ ἄλλη τὴν πολὺ μικροτέραν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἐὰν ὁ ἀτμός ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Εἰς τὸ σχῆμα 262 I τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιὰ, ἐνῶ εἰς τὸ σχῆμα 262 II τὸ ἔμβολον ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐκ δεξιῶν πρὸς τὰ ἀριστερά. Διὰ καταλλήλου συστήματος ἢ παλινδρομικῆς κίνησις τοῦ ἐμβόλου μετατρέπεται εἰς κυκλικὴν κίνησιν τοῦ σφονδύλου (σχ. 263). Ἐστω σ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐμβόλου, p_1 ἡ πίεσις τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν λέβητα καὶ p_2 ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ἐνεργεῖ τότε δύναμις $F = (p_1 - p_2) \cdot \sigma$. Ἐὰν l εἶναι ἡ διαδρομὴ τοῦ ἐμβόλου, τότε κατὰ μίαν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου παράγεται ἔργον :

$$W = F \cdot l \quad \text{ἢ} \quad W = (p_1 - p_2) \cdot \sigma \cdot l$$

Διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὸ ἔργον, τὸ παραγόμενον κατὰ μίαν διαδρομὴν

τοῦ ἐμβόλου ἐλαττώνομεν, ὅσον εἶναι δυνατόν, τὴν πίεσιν p_2 , ἣ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου. Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦτο ἐπιτυγχάνεται μὲ τὸν **συμπυκνωτήν**, ὁ ὁποῖος εἶναι κλειστὸν δοχεῖον, σχεδὸν κενὸν ἄερος. Διὰ τῆς κυκλοφορίας ψυχροῦ ὕδατος ὁ συμπυκνωτὴς διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν $40^{\circ} - 45^{\circ}\text{C}$. Ὁ ἀτμός, ὁ ὁποῖος διαφεύγει ἀπὸ τὸν κύλινδρον ἔρχεται εἰς τὸν συμπυκνωτὴν καὶ ὑγροποιεῖται. Ἐντὸς

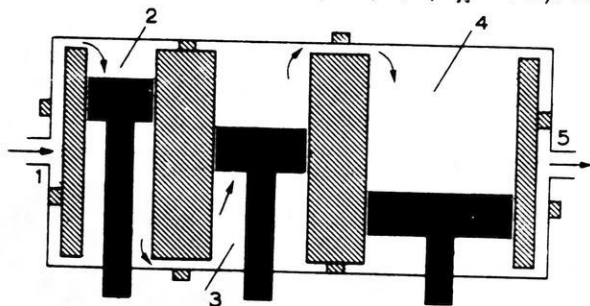


Σχ. 263. Μετατροπὴ τῆς παλινδρομητικῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τοῦ σφονδύλου.

τοῦ συμπυκνωτοῦ ὑπάρχει πάντοτε ὕδωρ καὶ κεκορεσμένοι ἀτμός θερμοκρασίας $40^{\circ} - 45^{\circ}\text{C}$. Ἄλλ' εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν ἡ μεγίστη τάσις τοῦ ἀτμοῦ εἶναι $0,1 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$. Ἐὰν λοιπὸν ὁ ἀτμός ἐκφεύγῃ εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ἢ ἀντιτιθεμένη εἰς τὴν κίνησιν τοῦ ἐμβόλου πίεσις εἶναι $p_2 = 1 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$, ἐνῶ ἂν χρησιμοποιηθῇ συμπυκνωτὴς, ἡ πίεσις αὐτὴ γίνεται 10 φορές μικροτέρα καὶ συνεπῶς αὐξάνεται τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον κατὰ τὴν διαδρομὴν τοῦ ἐμβόλου. Διὰ τὴν ψῦξιν τοῦ συμπυκνωτοῦ ἀπαιτοῦνται μεγάλα ποσότητες ψυχροῦ ὕδατος. Διὰ τοῦτο αἱ ἀτμομηχαναὶ τῶν σιδηροδρόμων δὲν εἶναι δυνατόν νὰ ἔχουν συμπυκνωτήν.

Εἰς τὰς ἐν χρήσει ἀτμομηχανὰς ἡ εἴσοδος τοῦ ἀτμοῦ εἰς τὸν κύλινδρον διακόπτεται, ὅταν τὸ ἐμβόλον ἔχῃ ἐκτελέσει μικρὸν μόνον μέρος τῆς διαδρομῆς του (π.χ. τὸ $1/10$ αὐτῆς). Τότε ὁ ἀτμός, ὁ εἰσελθὼν εἰς τὸν κύλινδρον, **ἐκτονοῦται** καὶ τὸ ἐμβόλον ἐκτελεῖ τὴν ὑπόλοιπον διαδρομὴν του (τὰ $9/10$ αὐτῆς). Διὰ νὰ ἀποδώσῃ ὁ ἀτμός ὅλον τὸ ἔργον, τὸ ὅποιον εἶναι ἱκανὸς νὰ παραγάγῃ, θὰ ἔπρεπεν ὁ κύλινδρος νὰ εἶναι πολὺ μακρὸς. Διὰ τοῦτο χρησιμοποιοῦνται **σύνθετοι μηχαναὶ**, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται ἀπὸ σειρὰν κυλίνδρων, ἐντὸς τῶν

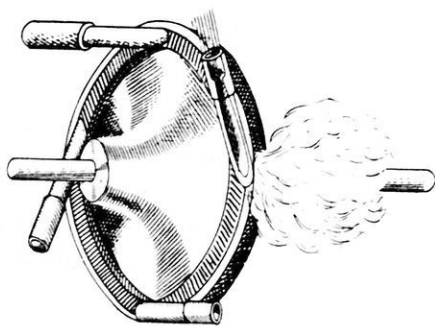
όποιων έκτονούται διαδοχικῶς ὁ ἴδιος ἀτμός (σχ. 264). Αἱ διαστά-



Σχ. 264. Σχηματική παράστασις συνθέτου ἀτμομηχανῆς. (1 εἴσοδος τοῦ ἀτμοῦ, 2 κύλινδρος ὑψηλῆς πίεσεως, 3 κύλινδρος μέσης πίεσεως, 4 κύλινδρος χαμηλῆς πίεσεως, 5 ἐξοδος ἀτμοῦ).

σεις τῶν κυλίνδρων τούτων βαίνουν συνεχῶς αὐξανόμεναι, ἐφ' ὅσον προχωρεῖ ἡ ἐκτόνωσις.

β) Ἀτμοστρόβιλοι. Εἰς τοὺς **ἀτμοστροβίλους** (κ. τουρμπίνες) ὁ ἀτμός ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν ἐκσφενδονίζεται ἐπὶ τῶν πτερυγίων ἐνὸς τροχοῦ, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα (σχ. 265). Ὁ ἀτμός, ἐκτονούμενος, θέτει εἰς περιστροφικὴν κίνησιν τὸν τροχόν. Ἐκεῖθεν ὁ ἀτμός φέρεται εἰς δεῦτερον ἢ τρίτον ἀτμοστρόβιλον, ὅπου ὑφίσταται νέας διαδοχικὰς ἐκτονώσεις. Οἱ ἀτμοστρόβιλοι οὗτοι εἶναι ἐφηρμοσμένοι ἐπὶ τοῦ ἰδίου ἄξονος, ὥστε νὰ προσθέτουν τὸ ἀποτέλεσμά των. Οἱ ἀτμοστρόβιλοι μετατρέπουν ἀμέσως τὴν ἐνέργειαν τοῦ ἀτμοῦ εἰς περιστροφικὴν κίνησιν καὶ ἔχουν πολὺ κανονικὴν πορείαν. Χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν κίνησιν πλοίων καὶ εἰς τοὺς μεγάλους σταθμούς ἤλεκτροπαραγωγῆς.

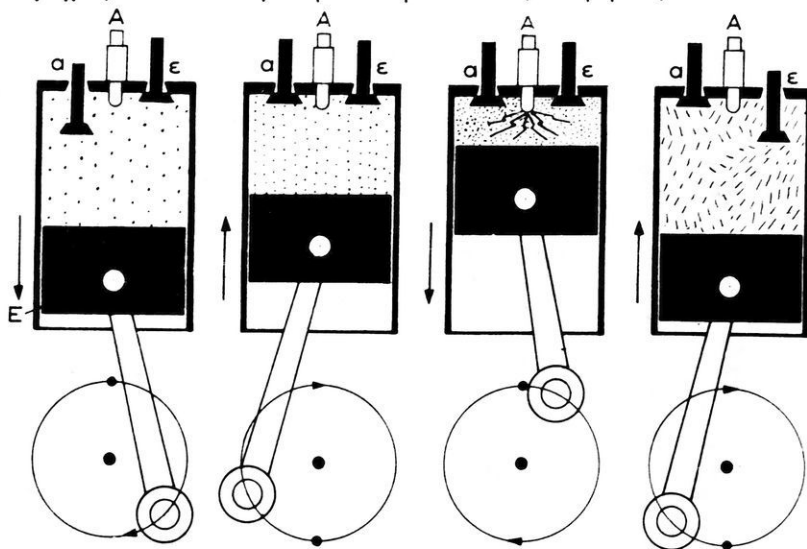


Σχ. 265. Ἀτμοστρόβιλος Laval.

258. Θερμικαὶ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως. — Οὐσιῶδες μέρος τῶν μηχανῶν τούτων εἶναι πάλιν ὁ κύλινδρος, ἐντὸς τοῦ ὁποίου

κινείται έμβολον. Αί καύσιμοι ύλαι καίονται έντός του κυλίνδρου, τὰ δὲ προερχόμενα ἐκ τῆς καύσεως ἀέρια ἐνεργοῦν ἐπὶ τῆς αὐτῆς πάντοτε ἐπιφανείας τοῦ ἐμβόλου. Μὲ τὰς μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως ἐπιτυγχάνεται μεγαλύτερα ἀπόδοσις, διότι ἢ ἐκ τῆς καύσεως προερχομένη θερμότης συγκεντρώνεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου καὶ δαπανᾶται κυρίως διὰ τὴν θέρμανσιν τῶν ἐκ τῆς καύσεως παραγομένων ἀερίων. Οὕτως ἡ θερμοκρασία τῶν ἀερίων γίνεται πολὺ μεγάλη καὶ συνεπῶς ἡ πίεσις αὐτῶν εἶναι πολὺ ὑψηλὴ. Αἱ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως διακρίνονται εἰς **βενζινοκινητήρας** καὶ εἰς **κινητήρας Diesel**. Ὡς καύσιμοι ὕλαι χρησιμοποιοῦνται διάφορα καύσιμα, ἥτοι βενζίνη, πετρέλαιον κ.ἄ.

259. Βενζινοκινητήρες.—Θὰ ἐξετάσωμεν τὸν τετράχρονον κινητήρα, τοῦ ὁποίου ἡ ὀνομασία ὀφείλεται εἰς τὸ γεγονός ὅτι ὁ κύκλος



Σχ. 266. Σχηματικὴ παράστασις τῆς λειτουργίας τετράχρονου βενζινοκινητήρος.

(α βαλβὶς ἀναρροφήσεως, ε βαλβὶς διαφυγῆς ἀερίων, Α ἀναφλεκτήρ, Ε ἔμβολον).

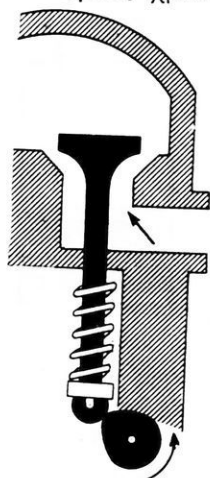
τῆς λειτουργίας τῆς μηχανῆς περιλαμβάνει τέσσαρας χρόνους. Εἰς τὴν βᾶσιν τοῦ κυλίνδρου ὑπάρχει ἡ βαλβὶς ἀναρροφήσεως α (σχ. 266.),

διὰ τῆς ὁποίας εἰσέρχεται εἰς τὸν κύλινδρον μείγμα ἀέρος καὶ καυσίμου ἀερίου ἢ ἀτμοῦ, καὶ ἡ βαλβὶς διαφυγῆς ε, διὰ τῆς ὁποίας ἐξερχονται ἐκ τοῦ κυλίνδρου τὰ ἐκ τῆς καύσεως προελθόντα ἀέρια. Ἐπίσης ὑπάρχει κατάλληλος διάταξις (ἀναφλεκτῆρ, κοινῶς bougie), διὰ τὴν παραγωγὴν ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἠλεκτρικοῦ σπινθῆρος.

Πρῶτος χρόνος. Ἀναρρόφησης. Ἡ βαλβὶς α εἶναι ἀνοικτή, ἡ δὲ βαλβὶς ε εἶναι κλειστή. Τὸ ἔμβολον ἀπομακρύνεται ἀπὸ τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἀναρροφᾶται τὸ καύσιμον μείγμα. Ἡ ἀναρρόφησης συμβαίνει πρακτικῶς ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, ἴσῃν μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

Δεύτερος χρόνος. Συμπίεσις. Αἱ δύο βαλβίδες εἶναι κλεισται. Τὸ ἔμβολον ἐπανερχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτω τὸ μείγμα τῶν ἀερίων συμπιέζεται.

Τρίτος χρόνος. Ἐκρηξις καὶ ἐκτόνωσις. Αἱ δύο βαλβίδες, εἶναι κλεισται. Εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου χρόνου,



ὅταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὸ τέλος τῆς διαδρομῆς του, παράγεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου ἠλεκτρικὸς σπινθῆρ, ὁ ὁποῖος προκαλεῖ τὴν ἀπότομον καύσιν (ἐκρηξιν) τοῦ μείγματος τῶν ἀερίων. Ἔνεκα τῆς ἀναπτυσσομένης ὑψηλῆς θερμοκρασίας (περίπου 2 000° C), ἡ πίεσις τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μεγάλη. Τὰ ἀέρια ἐκτονοῦνται καὶ τὸ ἔμβολον ἐξωθεῖται ἀποτόμως.

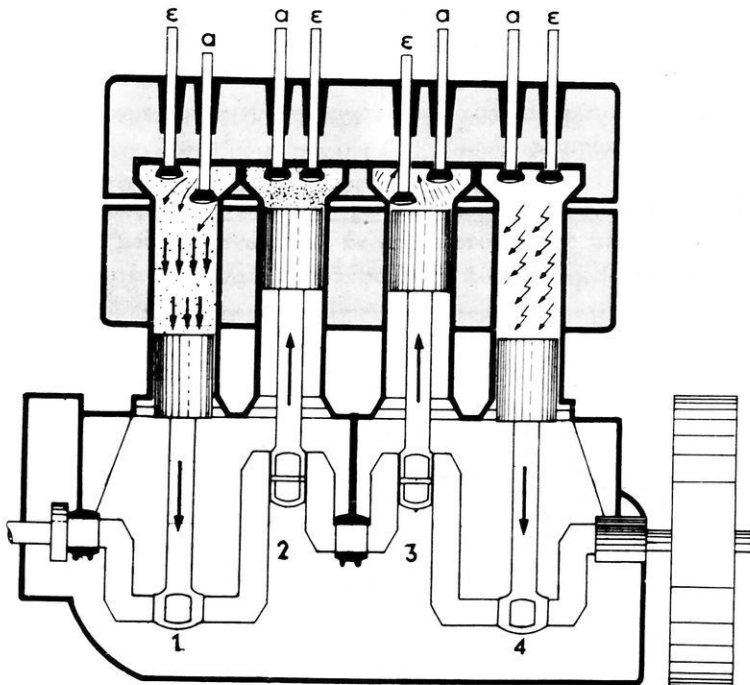
Τέταρτος χρόνος. Ἐξοδος τῶν ἀερίων. Ἡ βαλβὶς α εἶναι κλειστή καὶ ἡ βαλβὶς ε εἶναι ἀνοικτή. Τὸ ἔμβολον ἐπανερχεται πρὸς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου καὶ οὕτως ἐξωθεῖ τὰ ἀέρια προϊόντα τῆς καύσεως εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν. Ἐκ τῆς ἀνωτέρω λειτουργίας τοῦ τετραχρόνου βενζινοκινητήρος συνάγεται ὅτι :

Σχ. 267. Μηχανισμὸς αὐτομάτου λειτουργίας τῶν βαλβίδων.

Εἰς τὸν τετράχρονον κινητήρα ὠφέλιμον ἔργον παράγεται μόνον κατὰ τὴν μίαν ἐκ τῶν τεσσάρων διαδρομῶν τοῦ ἐμβόλου (δηλαδὴ κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τῶν ἀερίων).

Τὸ ἀνοίγμα καὶ τὸ κλείσιμον τῶν βαλβίδων τοῦ κυλίνδρου γίνεται

αυτομάτως διὰ καταλλήλου διατάξεως (σχ. 267). Διὰ νὰ ἐξασφαλισθῇ ἡ ὁμαλὴ κίνησις τοῦ σφονδύλου τῆς μηχανῆς, συνδυάζουν πολλοὺς κυλίνδρους (πετρακύλινδρος, ὀκτακύλινδρος μηχανὴ κ.λ.π.). Οὕτω κατὰ



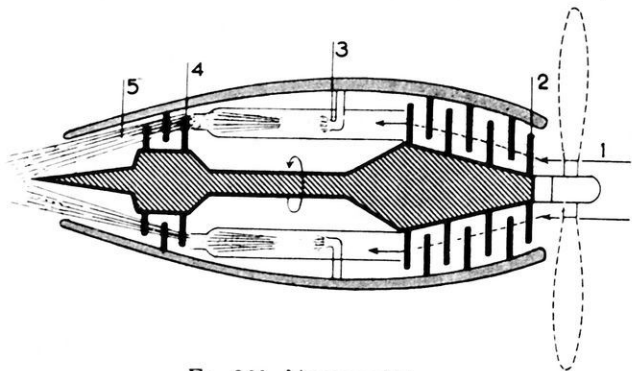
Σχ. 268. Σχηματικὴ παράστασις τετρακύλινδρου μηχανῆς.
(1 ἀναρρόφησης, 2 συμπίεσις, 3 ἐξόδος, 4 ἐκτόνωσις).

τοὺς τρεῖς παθητικούς χρόνους τῆς κινήσεως τοῦ ἐμβόλου τοῦ πρώτου κυλίνδρου συμβαίνει ἐκτόνωσις εἰς κάποιον ἄλλον κύλινδρον (σχ. 268).

260. Κινητῆρες Diesel.— Οἱ κινητῆρες Diesel εἶναι συνήθως τετράχρονοι. Ἡ λειτουργία των εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν λειτουργίαν τῶν βενζινοκινητῆρων, μετὰ τὴν διαφορὰν ὅτι δὲν ἔχουν ἀνάγκη ἰδιαιτέρας διατάξεως διὰ τὴν ἀνάφλεξιν τῆς καυσίμου ὑλης. Εἰς τοὺς κινητῆρας Diesel κατὰ τὸν πρῶτον χρόνον ἀναρροφᾶται εἰς τὸν κύλινδρον μόνον ἀήρ, ὁ ὁποῖος συμπιέζεται μέχρι 40 ἀτμοσφαιρῶν

καί οὕτως ἀποκτᾷ θερμοκρασίαν 600°C . Τότε εἰσάγεται εἰς τὸν κύλινδρον δι' εἰδικῆς ἀντλίας ἡ καύσιμος ὕλη ὑπὸ μορφῆν μικρῶν σταγόνων. Ἔνεκα τῆς ἐπικρατούσης ὑψηλῆς θερμοκρασίας ἡ καύσιμος ὕλη αὐταναφλέγεται καὶ καίεται βαθμιαίως. Τὰ παραγόμενα ἀέρια ἔχουν πολὺ μεγάλην πίεσιν καὶ ἐξωθοῦν τὸ ἔμβολον. Ἡ ἔλλειψις εἰδικοῦ συστήματος ἀναφλέξεως εἶναι μέγα πλεονέκτημα. Ἐπίσης οἱ κινητῆρες Diesel ἔχουν τὸ πλεονέκτημα ὅτι καταναλίσκουν πετρέλαιον, τὸ ὅποιον εἶναι εὐθηνή καύσιμος ὕλη.

261. Ἀεριοστρόβιλοι.— Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω θερμικῶν μηχανῶν ἤρχισαν κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη νὰ διακίδωνται εὐρέως καὶ οἱ **ἀεριοστρόβιλοι**. Εἰς τούτους ἀναρροφᾶται καταλλήλως ἀτμοσφαιρικός



Σχ. 269. Ἀεριοστρόβιλος.

(1 εἴσοδος ἀέρος, 2 συμπίεστῆς, 3 ἀνάφλεξις καυσίμου ὕλης, 4 στρόβιλος, 5 ἐξοδος ἀερίων).

ἀήρ, ὁ ὅποιος ἀφοῦ συμπίεσθῆ καὶ ἀποκτήσῃ πίεσιν μερικῶν ἀτμοσφαιρῶν (4 - 12 at), ὀδηγεῖται εἰς τὸν θάλαμον ἀναφλέξεως. Μέρος αὐτῆς τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν καύσιν τῆς συνεχῶς ἐκσφενδονιζομένης εἰς τὸν θάλαμον καυσίμου ὕλης, ἐνῶ τὸ ὑπόλοιπον τῆς ποσότητος τοῦ ἀέρος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν ψύξιν τῶν τοιχωμάτων τοῦ θαλάμου ἀναφλέξεως. Τὸ μείγμα τῶν ἀερίων τῆς καύσεως καὶ τοῦ ψυχροῦ ἀέρος (θερμοκρασίας 600°C) κινεῖ στρόβιλον. Μέρος τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας τοῦ στρόβιλου χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν κίνησιν τῶν συμπίεστῶν τοῦ ἀέρος. Οἱ ἀεριοστρόβιλοι χρησιμοποιοῦνται ἰδίως διὰ τὴν κίνησιν ἀεροπλάνων μεγάλης ταχύτητος (σχ. 269).

Τὰ ὀρητικῶς ἐκφεύγοντα πρὸς τὰ ὀπίσω ἀέρια ὑποβοηθοῦν εἰς τὴν αὐξήσιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἀεροπλάνου.

262. Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.— Εἰς πᾶσαν θερμικὴν μηχανὴν δαπανᾶται καύσιμος ὕλη καὶ παράγεται ὠφέλιμον ἔργον.

Βιομηχανικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς καλεῖται ὁ λόγος τοῦ λαμβανομένου ὠφελίμου ἔργου ($W_{\omega\phi}$) πρὸς τὴν δαπανωμένην ἰσοδύναμον ποσότητα θερμότητος ($J \cdot Q$).

$$\text{βιομηχανικὴ ἀπόδοσις: } A_B = \frac{W_{\omega\phi}}{J \cdot Q}$$

Παράδειγμα. Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν δαπανῶνται 0,7 kgr γαιάνθρακος δι' ἕκαστον κιλοβατῶριον ὠφελίμου ἔργου. Ἡ θερμότης καύσεως τοῦ γαιάνθρακος εἶναι 7 000 kcal/kg.

Οὕτω δι' ἕκαστον κιλοβατῶριον ὠφελίμου ἔργου δαπανᾶται ἡ ποσότης θερμότητος:

$$Q = 0,7 \text{ kgr} \cdot 7\,000 \text{ kcal/kg} = 4\,900 \text{ kcal}$$

Αὕτη ἰσοδυναμεῖ μὲ ἔργον: $W_{\text{δαπ.}} = J \cdot Q = 427 \cdot 4\,900 = 2\,092\,300 \text{ kgr} \cdot \text{m}$.
Τὸ λαμβανόμενον ὠφέλιμον ἔργον εἶναι:

$$W_{\omega\phi} = 1 \text{ kWh} = 367\,000 \text{ kgr} \cdot \text{m}$$

Ἄρα ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῆς μηχανῆς εἶναι:

$$A_B = \frac{367\,000}{2\,092\,300} = 0,175 \quad \text{ἴτοι} \quad A_B = 17,5\%$$

Μόνον τὰ 17,5% τῆς δαπανωμένης θερμότητος μετατρέπεται ἡ μηχανὴ αὐτὴ εἰς ὠφέλιμον ἔργον. Τὰ ὑπόλοιπα 82,5% τῆς θερμότητος χάνονται.

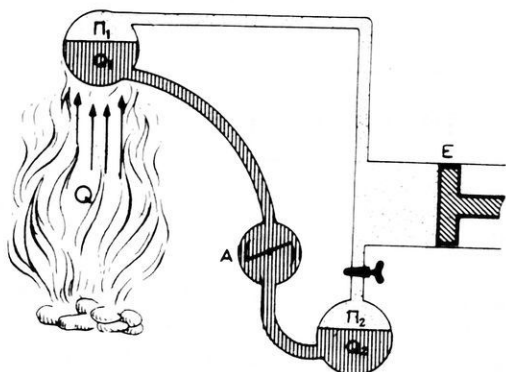
Ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῶν θερμικῶν μηχανῶν

Ἀτμομηχαναὶ μὲ ἔμβολον	12 — 25%
Ἀτμοστρόβιλοι	16 — 38%
Βενζινοκινητῆρες	20 — 30%
Κινητῆρες Diesel	30 — 38%

263. Θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς.— Κατὰ τὰ τελευταῖα ἔτη ἐπέτυχον σημαντικὰς βελτιώσεις τῶν θερμικῶν μηχανῶν.

Παρ' όλας όμως τὰς ἐπιτευχθείσας τελειοποιήσεις αἱ θερμικαὶ μηχαναὶ ὑπὸ τοὺς καλυτέρους ὄρους μετατρέπουν εἰς ἔργον μόνον τὰ 38% τῆς παραγομένης θερμότητος. Θὰ ἐξετάσωμεν ἂν εἶναι δυνατόν μία θερμικὴ μηχανὴ νὰ μετατρέψῃ εἰς ἔργον ὀλόκληρον τὴν ποσότητα τῆς παραγομένης θερμότητος.

Ἄς θεωρήσωμεν τὴν ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανήν, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα 270. Ὁρισμένη μᾶζα m τοῦ ἀερίου (ὕδρατμος ἢ ἄλλο ἀέριον),



Σχ. 270. Σχηματικὴ παράστασις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς.

ὅταν εὐρίσκεται εἰς τὴν **θερμὴν πηγὴν** Π_1 περικλείει ἐντὸς αὐτῆς ποσότητα θερμότητος Q_1 καὶ ἔχει ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_1 . Τὸ ἀέριον ἔρχεται εἰς τὸν **κύλινδρον** (ἢ ἄλλο ἀνάλογον ὄργανον), ὅπου διαστέλλεται. Κατὰ τὴν διαστολὴν τοῦ τοῦ ἀερίου ἀποβάλλει ποσότητα θερμότητος καὶ παράγει ἔργον W . Τέλος τὸ ἀέριον ἔρχεται εἰς τὴν **ψυχρὰν πηγὴν** Π_2 (συμπυκνωτὴς ἢ ἡ ἀτμόσφαιρα), ὅπου ἐξακολουθεῖ νὰ περικλείῃ ἐντὸς αὐτοῦ ποσότητα θερμότητος Q_2 καὶ νὰ ἔχῃ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T_2 . Εἰς τὴν ἀπλοποιημένην αὐτὴν ἰδανικὴν θερμικὴν μηχανήν μετετρέπη εἰς ἔργον ποσότης θερμότητος $Q_1 - Q_2$. Ἐπομένως ἡ **θεωρητικὴ ἀπόδοσις** τῆς μηχανῆς εἶναι :

$$\text{θεωρητικὴ ἀπόδοσις: } A_{\theta} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῶν μορίων τοῦ ἀερίου, δηλαδὴ ἡ ποσότης θερμότητος τὴν ὁποίαν περικλείει τὸ ἀέριον, εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν τοῦ ἀερίου (§ 225). Οὕτως ἀπὸ τὴν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν εὐρίσκεται ὅτι :

Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις ἰδανικῆς θερμικῆς μηχανῆς ἐξαρτᾶται

μόνον ἀπὸ τὰς ἀπολύτους θερμοκρασίας τῆς θερμῆς καὶ τῆς ψυχρᾶς πηγῆς.

$$\text{θεωρητικὴ ἀπόδοσις: } A_{\theta} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Ἐὰν ᾖτο δυνατόν νὰ διατηροῦμεν τὴν ψυχρὰν πηγὴν P_2 εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός ($T_2 = 0^{\circ} K$), τότε μόνον ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς θερμικῆς μηχανῆς θὰ ᾖτο ἴση μὲ τὴν μονάδα. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω καταλήγομεν εἰς τὸ ἀκόλουθον συμπέρασμα :

Θὰ ᾖτο δυνατὴ ἡ ὀλοκληρωτικὴ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἐὰν ἡ ψυχρὰ πηγὴ ᾖτο δυνατόν νὰ ἔχῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀπολύτου μηδενός.

Π α ρ ἄ δ ε ι γ μ α. Εἰς μίαν ἀτμομηχανὴν ὁ ἀτμὸς εἰς τὸν λέβητα ἔχει θερμοκρασίαν $200^{\circ} C$, ὁ δὲ συμπυκνωτὴς ἔχει θερμοκρασίαν $30^{\circ} C$. Ἡ θεωρητικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι:

$$A_{\theta} = \frac{473 - 303}{473} = 0,36 \quad \text{ἴτοι } A_{\theta} = 36 \%$$

264. Ἡ θερμότης κατωτέρα μορφή ἐνεργείας.—Εἶναι γνωστόν (§ 254) ὅτι 1 θερμὴς ἰσοδυναμεῖ μὲ μηχανικὴν ἐνέργειαν 4,19 Joule. Ἄλλὰ εἶναι ἐπίσης γνωστόν ὅτι καμμία θερμικὴ μηχανὴ δὲν εἶναι ἱκανὴ νὰ μετατρέψῃ ὀλοκληρωτικῶς μίαν ποσότητα θερμότητος εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν. Ἀντιθέτως ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὀλοκληρωτικῶς εἰς θερμότητα. Ἐπίσης ἡ μηχανικὴ ἐνέργεια δύναται νὰ μετατραπῇ ὀλοκληρωτικῶς εἰς ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν καὶ ἀντιστρόφως. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι αἱ διάφοροι μορφαὶ ἐνεργείας μεταξὺ τῶν διαφέρουν ποιοτικῶς. Καλεῖται **ἀνώτερα μορφή ἐνεργείας** πᾶσα μορφή ἐνεργείας, ἡ ὁποία δύναται νὰ μετατραπῇ ὀλοκληρωτικῶς εἰς ἄλλην μορφήν ἐνεργείας. Τοιαῦται ἀνώτεροι μορφαὶ ἐνεργείας εἶναι ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια, ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια. Ἀπὸ ὅλας τὰς μορφὰς ἐνεργείας μόνον ἡ θερμότης δὲν ἔχει τὴν ἀνώτερω ιδιότητα καὶ διὰ τοῦτο ἡ θερμότης χαρακτηρίζεται ὡς **κατωτέρα μορφή ἐνεργείας**. Ὡστε δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι:

Ἡ θερμότης εἶναι μία ὑποβαθμισμένη μορφή ἐνεργείας.

265. Ἀρχὴ ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας. — Ἡ θερμότης

είναι μία μορφή ενέργειας ισοδύναμος μὲν ποσοτικῶς πρὸς τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας, κατωτέρα ὅμως ἀπὸ αὐτὰς ποιοτικῶς. Ἄλλὰ εἰς πᾶσαν μετατροπὴν οἰασθήποτε μορφῆς ἐνεργείας ἐν μέρος αὐτῆς μετατρέπεται πάντοτε αὐτομάτως εἰς θερμότητα (ἔνεκα τῶν τριβῶν καὶ τῶν κρούσεων εἰς τὴν μηχανικὴν, τοῦ φαινομένου τοῦ Joule εἰς τὸν ἠλεκτρισμὸν, τῆς ὑστερήσεως εἰς τὸν μαγνητισμὸν). Ἐπὶ πλέον, ὅταν ἐντὸς θερμικῶς μεμονωμένου χώρου τεθοῦν σώματα ἔχοντα διαφορετικὰς θερμοκρασίας, τότε τὰ θερμότερα σώματα ἀποβάλλουν αὐτομάτως ποσότητάς θερμότητος, τὰς ὁποίας προσλαμβάνουν τὰ ψυχρότερα σώματα. Τελικῶς ὅλα τὰ σώματα ἔχουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν περιλαμβάνουν τὰ ἀνωτέρω σώματα, διατηρεῖται μὲν σταθερὰ ποσοτικῶς, ἀλλὰ ἔχει ὑποβαθμισθῆ ποιοτικῶς διότι δὲν εἶναι δυνατόν νὰ μετατραπῇ εἰς μηχανικὴν ἐνέργειαν, ἀφοῦ θὰ ὑπάρχῃ μία μόνον πηγὴ θερμότητος. Ἀπὸ τὴν μελέτην τῶν διαφόρων φαινομένων διεπιστώθη ὅτι εἰς τὴν Φύσιν ἰσχύει ἡ ἀκόλουθος ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας :

I. Ὅλαι αἱ ἀνώτεροι μορφαὶ ἐνεργείας, κατὰ τὰς μετατροπὰς τῶν, τείνουν αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθοῦν μετατρέπομεναι εἰς θερμότητα.

II. Ἡ θερμότης τείνει αὐτομάτως νὰ ὑποβαθμισθῇ καὶ νὰ ἀποκτήσῃ τοιαύτην θερμοκρασίαν, ὥστε νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ καμμία μετατροπὴ τῆς.

Ἡ ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι **γενικώτατος ποιοτικὸς νόμος** τῆς Φύσεως, ὁ ὁποῖος συμπληρώνει τὸν ἄλλον **γενικώτατον ποσοτικὸν νόμον** τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. Ἡ ἀρχὴ τῆς ὑποβαθμίσεως τῆς ἐνεργείας διατυπώνεται γενικώτερον ὡς ἐξῆς :

Εἰς τὴν Φύσιν ὅλα τὰ φαινόμενα συμβαίνουν κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε νὰ προκύπτῃ μὴ ἐκμεταλλεύσιμος πλέον θερμότης.

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

265. Ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kg γαιάνθρακος καθ' ὥριαιον ἔπλον. Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχύς τῆς μηχανῆς, ἐὰν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μεττρέπετο εἰς ἔργον; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος 8 000 kcal/kg.

266. Τηλεβόλον ἐκσφενδονίζει βλήμα βάρους 1 lb* μὲ ταχύτητα

600 m/sec. Διὰ τὴν ἐκσφενδόνισιν τοῦ βλήματος καταναλίσκονται 300 kgm ἐκρηκτικῆς ὕλης. Κατὰ τὴν καθῶσιν 1 gr τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης ἐλευθερώνεται ποσότης θερμότητος ἴση μὲ 2 000 cal. Ἐὰν θεωρήσωμεν τὸ τηλεβόλον ὡς μηχανήν, νὰ εὐρεθῇ ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις αὐτοῦ.

267. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 303 CV καὶ καθ' ὥραν καταναλίσκει 72 kgm βενζίνης, τῆς ὁποίας ἡ θερμότης καύσεως εἶναι 11 000 kcal/kgm. Πόση εἶναι ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τοῦ κινητήρος;

268. Μία ἀτμομηχανὴ ἔχει ἰσχὺν 2 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 16 %. Πόσα χιλιόγραμμα, γαιάνθρακος, ἔχοντος θερμότητα καύσεως 7 000 kcal/kgm, ἀπαιτοῦνται διὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς ἐπὶ 24 ὥρας;

269. Βενζινοκινητὴρ ἔχει ἰσχὺν 1 000 CV καὶ βιομηχανικὴν ἀπόδοσιν 30%, καίει δὲ βενζίνην, ἔχουσαν θερμότητα καύσεως 10 000 cal/gr, καὶ πυκνότητα $0,72 \text{ gr/cm}^3$. Πόσα λίτρα βενζίνης καταναλίσκει καθ' ὥραν;

270. Μία ἀτμομηχανὴ ἰσχύος 20 CV καταναλίσκει 1 kgm γαιάνθρακος καθ' ὥριαιον ἵππον. Ὁ λέβης ἔχει θερμοκρασίαν 180°C , ὁ δὲ συμπυκνωτῆς 40°C . 1) Πόση θὰ ἦτο ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, ἂν ὅλη ἡ ἐκ τῆς καύσεως τοῦ γαιάνθρακος παραγομένη θερμότης μετετετέετο εἰς ἔργον; 2) Νὰ εὐρεθῇ ἡ ἰσχὺς, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἡ μηχανή, ἂν αὕτη ἦτο τελεία. Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος: 8 000 kcal/kgm.

271. Τὸ βάρος ἐνὸς ὄρειβάτου μετὰ τῶν ἐφοδίων του εἶναι 95 kgm*. Ἐντὸς 4 ὥρῶν φθάει εἰς ἓν σημεῖον, τὸ ὁποῖον εὐρίσκεται 1 200 m ὑψηλότερα ἀπὸ τὸ σημεῖον τῆς ἀναχωρήσεώς του. Πόση ἔπρεπε νὰ εἶναι ἡ μέση ἰσχὺς ἐνὸς κινητήρος, ὁ ὁποῖος θὰ ἔδιδε τὸ ἀνωτέρω ἔργον εἰς τὸν ἴδιον χρόνον; Πόσαι θερμίδες πρέπει νὰ δοθοῦν εἰς τὸν ὄργανισμὸν τοῦ ὄρειβάτου διὰ τὴν ἀναπλήρωσιν τοῦ παραχθέντος ἔργου, ἂν εἶναι γνωστὸν ὅτι ἡ ἀπόδοσις τοῦ ἰσοδύναμου κινητήρος εἶναι ἡ μεγίστη ἀπόδοσις; Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὄργανισμοῦ εἶναι 37°C καὶ ἡ ἐξωτερικὴ θερμοκρασία εἶναι 7°C .

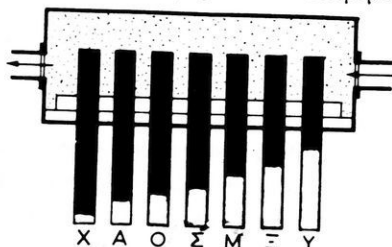
272. Ἐν φράγμα σχηματίζει λίμνην ἔχουσαν ἐπιφάνειαν $400\,000 \text{ m}^2$ καὶ μέσον βάθος 60 m. Ἡ λίμνη τροφοδοτεῖ ἑδροηλεκτρικὸν ἔργοστάσιον, τοῦ ὁποῖου ὁ στρόβιλος εὐρίσκεται 800 m χαμηλότερα ἀπὸ τὴν μέσην στάθμην τοῦ ὕδατος τῆς λίμνης. Τὸ ἔργοστάσιον παρέχει ἠλεκτρικὴν ἰσχὺν 5 000 kW, ἡ δὲ ἀπόδοσις τῆς ἐγκαταστάσεως εἶναι 80 %. Ἐπὶ πόσον χρόνον ἡ λίμνη δύναται νὰ τροφοδοτήσῃ τὸ ἔργοστάσιον;

Ἐὰν τὸ ἐργοστάσιον ἦτο θερμοηλεκτρικόν, πόσοι τόνοι γαιάνθρακος θὰ ἐχρειάζοντο διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ ἐργοστασίου ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον, ἂν ἡ βιομηχανικὴ ἀπόδοσις τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι 14 %; Θερμότης καύσεως γαιάνθρακος 8000 kcal/kg.

ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

266. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς.— Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἐν ἄκρον ράβδου χαλκοῦ, παρατηροῦμεν μετ' ὀλίγον ὅτι ἔχει ὑψωθῆ ἡ θερμοκρασία ὄλων τῶν σημείων τῆς ράβδου. Ἐκ τούτου συνάγεται ὅτι ἡ θερμότης διεδόθη διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ στερεοῦ σώματος, ἀπὸ τοῦ ἑνὸς μορίου αὐτοῦ εἰς τὸ ἄλλο. Ἡ τοιαύτη ροὴ ποσοτήτων θερμότητος ἀπὸ μίαν θερμότεραν περιοχὴν ἑνὸς σώματος εἰς ἄλλην ψυχρότεραν περιοχὴν αὐτοῦ καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς**.

Ἡ δι' ἀγωγῆς διάδοσις τῆς θερμότητος γίνεται μετὰ διαφορετικὴν ταχύτητα εἰς τὰ διάφορα σώματα. Τοῦτο ἀποδεικνύεται μετὰ τὸ ἐξῆς πείραμα. Εἰς τὸ τοίχωμα δοχείου, διὰ τοῦ ὁποῦ διαβιβάζεται ὑδρατμός, στερεώνονται ράβδοι ἐκ διαφόρων σωμάτων τῶν αὐτῶν διαστάσεων (σχ. 271). Αἱ ράβδοι αὗται ἔχουν ἐπικαλυφθῆ μετὰ στρώμα παραφίνης.



Σχ. 271. Σύγκρισις τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος διαφόρων σωμάτων.

(X χαλκός, A ἀργίλλιον, O δρεΐχαλκος, Σ σίδηρος, M μόλυβδος, Ξ ξύλον, Υ ὑάλος. Τὸ λευκὸν τμήμα δεικνύει τὴν ἄτηκτον παραφίνην).

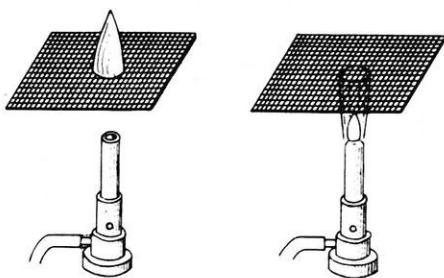
Ὅταν αἱ ράβδοι θερμαίνωνται κατὰ τὸ ἐν ἄκρον των, τότε ἡ παραφίνη τήκεται εἰς ὅσα σημεία τῆς ράβδου ἡ θερμοκρασία ἀνήλθε μέχρι τῆς θερμοκρασίας τήξεως τῆς παραφίνης. Κατὰ τὸ πείραμα τοῦτο παρατηροῦμεν ὅτι ἡ θερμότης διαδίδεται ταχύτερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ χαλκοῦ καὶ τοῦ ἀργιλίου, πολὺ δὲ ἀργότερα διὰ μέσου τῆς μάζης τοῦ ξύλου καὶ τῆς ὑάλου.

Γενικῶς **καλοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος εἶναι τὰ μέταλλα, εἴτε εἰς στερεὰν κατάστασιν εἴτε τετηγμένα. Τὰ λοιπὰ στερεά, τὰ ὑγρά καὶ τὰ

αέρια έχουν πολύ μικράν θερμικήν ἀγωγιμότητα και διὰ τοῦτο ἐπεκράτησε νὰ λέγωνται **κακοὶ ἀγωγοὶ** τῆς θερμότητος.

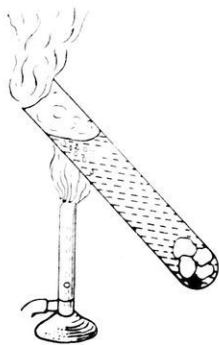
Ἡ διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀγωγῆς εἶναι μία μετάδοσις τῆς μεγαλυτέρας κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων τῆς θερμότερας περιοχῆς τοῦ σώματος πρὸς τὰ μόρια τῆς γειτονικῆς πρὸς αὐτὴν περιοχῆς. Ἀπὸ τὴν περιοχὴν πάλιν αὐτὴν μεταδίδεται ἐνέργεια εἰς ἄλλα μόρια κ.ο.κ. Κατ' αὐτὴν τὴν διάδοσιν τῆς θερμότητος συμβαίνει μόνον μεταφορά ἐνεργείας διὰ μέσου τῆς ὕλης τοῦ σώματος.

Ἐφαρμογαί. Τὰ ἐπόμενα πειράματα δεικνύουν τὴν διάφορον θερμικήν ἀγωγιμότητα τῶν διαφόρων σωμάτων.



Σχ. 272. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ μετάλλου.

α) Ἐν μεταλλικὸν πλέγμα προκαλεῖ διακοπὴν τῆς φλογὸς (σχ. 272). Τοῦτο συμβαίνει διότι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν προσλαμβάνει τὸ πλέγμα, διαχέεται εὐκόλως εἰς ὀλόκληρον τὴν μάζαν του καὶ ἔπειτα εἰς τὸ περιβάλλον. Οὕτω τὰ αέρια τῆς φλογὸς ψύχονται καὶ δὲν καίονται. Ἐφαρμογὴν αὐτῆς τῆς ιδιότητος τῶν μεταλλικῶν πλεγμάτων ἔχομεν εἰς τὴν **λ υ χ ν ί α ν** Davy, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται εἰς τὰ ἀνθρακωρυχεῖα πρὸς ἀποφυγὴν ἀναφλέξεως τοῦ μεθανίου.

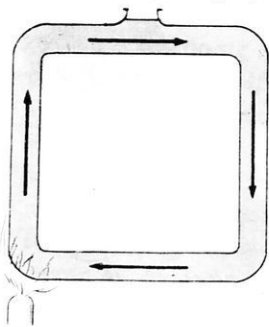


Σχ. 273. Διὰ τὴν ἀπόδειξιν τῆς μὴ ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.

β) Ἡ μικρὰ θερμικὴ ἀγωγιμότης τῶν ὑγρῶν καταφαίνεται μὲ τὸ ἐξῆς πείραμα: Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος περιέχοντος ὕδωρ ρίπτομεν ἐρματισμένον τεμάχιον πάγου. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀνώτερον στρώμα τοῦ ὕδατος (σχ. 273), τοῦτο ἀρχίζει νὰ βράζῃ, ἐνῶ ὁ πάγος διατηρεῖται ἐπὶ μακρὸν χρόνον.

γ) Οἱ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, ὁ φελλὸς καὶ ὁ ἀμίαντος, χρησιμοποιοῦνται εἰς διαφόρους πρακτικὰς ἐφαρμογὰς ὡς θερμομονωτικὰ σώματα (εἰς τὰ ψυγεῖα, εἰς ἀτμαγωγούς σωλήνας κ.ἄ.).

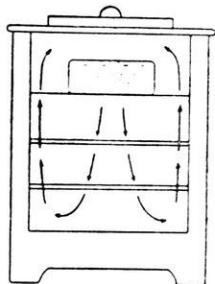
267. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ ρευμάτων.— Τὰ ὑγρά καὶ τὰ ἀέρια ἔχουν πολὺ μικρὰν θερμικὴν ἀγωγιμότητα. Ἐν τούτοις θερμαίνονται πολὺ εὐκόλῃ, ὅταν προσφέρεται θερμότης εἰς τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, ἐντὸς τοῦ ὁποίου περιέχονται. Τοῦτο συμβαίνει ὡς ἐξῆς: Τὸ μέρος τοῦ ρευστοῦ, τὸ εὐρισκόμενον εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸν πυθμένα τοῦ δοχείου, θερμαίνεται καὶ τότε ὡς εἰδικῶς ἐλαφρότερον ἀνέρχεται, ἐνῶ ἄλλα ψυχρότερα μέρη τοῦ ὑγροῦ κατέρχονται πρὸς τὸν πυθμένα. Οὕτως ἐντὸς τῆς μάζης τοῦ ρευστοῦ σχηματίζονται μετακινήσεις μαζῶν τοῦ ρευστοῦ, ἕνεκα τῶν προκαλουμένων μεταβολῶν πυκνότητος. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος ἐντὸς τῶν ρευστῶν διὰ σχηματισμοῦ ρευμάτων ἐντὸς τῆς μάζης αὐτῶν καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς**.



Σχ. 274. Σχηματισμὸς ρευμάτων ἐντὸς ὕδατος.

Μὲ τὴν διάταξιν τοῦ σχήματος 274 δύναμεθα νὰ παρατηρήσωμεν τὰ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ παραγόμενα ρεύματα, ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ κόκκινον φέλλου.

Ἐφαρμογαί. α) Ἐνδιαφέρουσαν ἐφαρμογὴν τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς ἔχομεν εἰς τὸ σύστημα κεντρικῆς θερμάνσεως, εἰς τὸ ὁποῖον ἐξασφαλίζεται ἡ μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος διὰ τῆς κυκλοφορίας εἴτε θερμοῦ ὕδατος, εἴτε θερμοῦ ἀέρος. Ἐπίσης ἡ λειτουργία τῶν ψυγείων μὲ πάγον στηρίζεται εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος (σχ. 275). Τέλος εἰς τὸν σχηματισμὸν ρευμάτων ἀέρος στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν καπνοδόχων διότι ἐντὸς τῆς καπνοδόχου σχηματίζεται στήλη θερμοῦ ἀέρος καὶ οὕτως εἰς τὴν βᾶσιν τῆς καπνοδόχου δημιουργεῖται σταθερὰ διαφορὰ πιέσεως, ἕνεκα τῆς ὁποίας ὁ ψυχρὸς ἐξωτερικὸς ἀὴρ εἰσέρει συνεχῶς τροφοδο-



Σχ. 275. Ρεύματα ἀέρος ἐντὸς ψυγείου μὲ πάγον.

β) Τὸ πλέον μεγαλοπρεπὲς φαινόμενον σχηματισμοῦ ρευμάτων, ἕνεκα ὑπαρχούσης διαφορᾶς θερμοκρασίας μεταξὺ δύο περιοχῶν τοῦ ρευσ-

στοῦ, ἔχομεν εἰς τὴν Φύσιν. Τὰ θαλάσσια ρεύματα καὶ οἱ ἄνεμοι ὀφείλονται εἰς τὴν διαφορετικὴν θέρμανσιν περιοχῶν τῆς θαλάσσης ἢ τῆς ἀτμοσφαιράς.

268. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας.—Κατὰ μίαν ψυχρὰν ἡμέραν τοῦ χειμῶνος ἀντιλαμβανόμεθα ὅτι αἱ ἡλιακαὶ ἀκτῖνες μεταφέρουν εἰς ἡμᾶς ποσότητα θερμότητος, ἐνῶ ὁ πῆριξ ἡμῶν ἀὴρ εἶναι ἀρκετὰ ψυχρὸς. Ἡ κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον διαδιδόμενη ποσότης θερμότητος διέρχεται διὰ τοῦ κενοῦ, ἀλλὰ καὶ διὰ μέσου τοῦ ἀέρος, χωρὶς ὅμως νὰ θερμαίνῃ αἰσθητῶς τοῦτον. Ἡ τοιαύτη μεταφορὰ ποσοτήτων θερμότητος διὰ τοῦ κενοῦ ἢ καὶ διὰ μέσου τῆς ὕλης καλεῖται **διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας**. Ἡ θερμότης, ἣ ὅποια διαδίδεται δι' ἀκτινοβολίας, εἶναι μία ἄλλη μορφή ἐνεργείας, τὴν ὅποιαν καλοῦμεν **ἀκτινοβολουμένην ἐνέργειαν**. Ἡ φύσις καὶ οἱ νόμοι τῆς διαδόσεως τῆς ἀκτινοβολουμένης ἐνεργείας θὰ ἐξετασθοῦν εἰς ἄλλο κεφάλαιον.

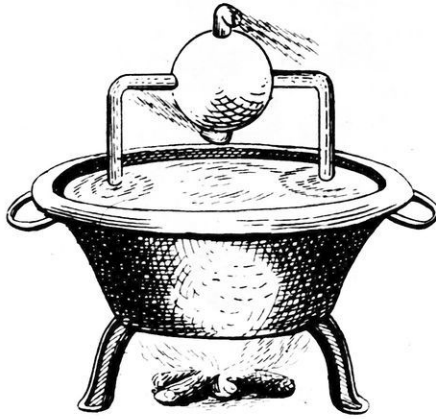
Η ΕΞΕΛΙΞΙΣ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

269. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως. -- Ἡ Φυσικὴ ἐγεννήθη, ὅταν ὁ ἄνθρωπος ἤρχισε νὰ ἐρευνᾷ τὴν ἀπέραντον Φύσιν. Κατὰ τὴν προϊστορικὴν ἐποχὴν ἡ ἐπιστημονικὴ γνώσις ἦτο συνυφασμένη μετὰ τὴν τεχνικὴν καὶ συνδεδεμένη μετὰ τὴν μαγείαν. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν ἐπίστευετο ὅτι ἡ ὑπαρξίς παντὸς ἀντικειμένου καὶ ἡ γένεσις παντὸς φαινομένου ἐξηρτᾶτο ἀπὸ μίαν μὴ ἀνθρωπίνην βούλησιν. Ὁ προϊστορικὸς ἄνθρωπος διὰ νὰ κατασκευάσῃ ἐν ἐργαλεῖον, π.χ. τὸ τόξον του, ἰκέτευεν προηγουμένως τὴν ὑπερτέραν αὐτὴν βούλησιν νὰ καταστήσῃ ἐλαστικὸν τὸ ξύλον, τὸ ὁποῖον εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του. Ἐπὶ τῆς προϊστορικῆς τεχνικῆς ἐστηρίχθη ἡ ἐπιστήμη τῶν πρώτων ἀνατολικῶν πολιτισμῶν. Οἱ Αἰγύπτιοι καὶ οἱ Χαλδαῖοι ἐτελειοποίησαν τὴν τεχνικὴν τῆς προϊστορικῆς ἀνθρωπότητος καὶ κατενόησαν τὴν σημασίαν τῆς μετρήσεως, δηλαδὴ τὰς σχέσεις ἀριθμοῦ καὶ μεγέθους, ἀνεξαρτήτως τῶν ἀντικειμένων. Αἱ γνώσεις ὅμως αὐταὶ εὐρέθησαν τελείως ἐμπειρικῶς καὶ δὲν ἀποτελοῦν λογικὸν σύστημα, εἰς τὸ ὁποῖον αἱ σχέσεις ἐξάγονται ἐξ ἄλλων προηγουμένων γνωστῶν σχέσεων. Ἡ ἐπιστήμη τῶν ἀνατολικῶν πολιτισμῶν, ἐκτὸς τοῦ ἐμπειρισμοῦ, ἔχει ἐπίσης τὸ χαρακτηριστικὸν γνώρισμα ὅτι ἡ πρόοδος εἶναι βραδυτάτη καὶ ἀνώνομος, διότι καμμία ἀνακάλυψις δὲν συνεδέθη μετὰ τὸ ὄνομα ἐρευνητοῦ. Κατὰ τὴν ἐποχὴν αὐτὴν δὲν ὑπῆρχεν ἐπιστημονικὴ σκέψις, διότι οἱ ἄνθρωποι ἐπίστευον ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ἦσαν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς διαθέσεως ἀγαθοποιῶν ἢ κακοποιῶν σκοτεινῶν δυνάμεων.

Ἡ ἐπιστημονικὴ σκέψις ἐγεννήθη ἀποτόμως μετὰ τὸ 7ου καὶ τοῦ 6ου π.Χ. αἰῶνος εἰς τὴν Ἰωνίαν καὶ ἔπειτα ἐκαλλιεργήθη καὶ ἀνεπτύχθη εἰς ὀλόκληρον τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα. Πρῶτοι ἐξ ὅλων τῶν ἀνθρώπων οἱ Ἀρχαῖοι Ἕλληνας εἶχον τὴν τόλμην νὰ σκεφθοῦν καὶ νὰ πιστεύσουν ὅτι ἡ ὕλη ὑπακούει εἰς ὠρισμένους νόμους καὶ ὅτι τὰ διάφορα φαινόμενα ὀφείλονται εἰς ὠρισμένα φυσικὰ αἷτια. Οἱ Ἕλληνες ἐστηρίξαν τὴν ἐρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου εἰς τὸν ὀρθολογισμὸν καὶ προσεπάθησαν νὰ ἀνεύρουν ὀλίγας βασικὰς ἀρχάς, ἀπολύτως παραδεκτὰς ἀπὸ τὴν ἀνθρωπίνην λογικὴν, ἐκ τῶν ὁποίων διὰ λογικῶν

συλλογισμῶν νὰ εὐρίσκειται ἔπειτα τὸ σύνολον τῶν συνεπειῶν. Ἡ ἀξία τῶν συλλογισμῶν ἐκρίνετο, ὅπου ἦτο δυνατόν, ἀπὸ τὸ ἀδέκαστον πείραμα. Ἡ ἑλληνικὴ ἐπιστῆμη χαρακτηρίζεται ἀπὸ τὴν ταχυτάτην πρόοδόν της καὶ ἀνεπτύχθη δι' ἐλευθέρας συζητήσεως ἐντὸς εἰδικῶν σχολῶν, αἱ ὁποῖαι ἤκμασαν κατὰ καιροῦς εἰς διαφόρους ἑλληνικὰς πόλεις. Ἡ γένεσις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως εἰς τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα εἶναι ἡ ὠραιότερα ἐκδήλωσις τῶν πνευματικῶν ἱκανοτήτων τοῦ ἀνθρώπου.

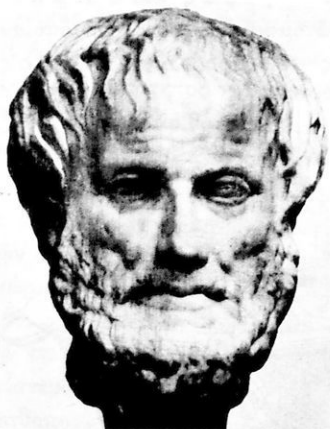
270. Ἡ Ἑλληνικὴ ἐπιστῆμη καὶ τεχνικὴ.—Ἐκ τῶν σπουδαιότερων σχολῶν τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος περίφημοι εἶναι αἱ σχολαί, τὰς ὁποίας ἴδρυσαν ὁ Πυθαγόρας (σχολὴ τῶν Πυθαγορείων) καὶ ὁ Ζήνων (σχολὴ τῶν Ἐλεατῶν). Ὁ Ἐλεάτης φιλόσοφος Ἀναξίμανδρος εἰσήγαγε τὴν ἔννοιαν τοῦ ἀπεῖρου, δηλαδὴ τὴν ἔννοιαν τοῦ συνεχοῦς διαστήματος. Ἀντιθέτως ὁ Ἀναξαγόρας καὶ ὁ Ἐμπεδοκλῆς εἶναι οἱ πρῶτοι εἰσηγηταὶ τῆς ἀτομικῆς θεωρίας, τὴν ὁποίαν ἐθεμελίωσαν ἐπιστημονικῶς ὁ Ἀβδηρίτης φιλόσοφος Λεύκιππος καὶ κυρίως ὁ μαθητῆς του Δημόκριτος. Ὁ Δημόκριτος ὠνόμασεν **ἀτόμους** (δηλαδὴ ἄτμητα) τὰ μικρότερα σωματίδια, ἐκ τῶν ὁποίων συγκροτεῖται ἡ ὕλη. Δυστυχῶς δὲν διεσώθη τὸ ἔργον τοῦ μεγάλου τούτου ἐρευνητοῦ. Παραλλήλως πρὸς τὴν ἐπιστῆμην ἀνεπτύχθη εἰς τὴν Ἀρχαίαν Ἑλλάδα καὶ ἡ τεχνικὴ. Οὕτως ὁ Ἐὐπαλίνος κατεσκεύασεν εἰς τὴν Σάμον σήραγγα. Ἡ ἐργασία τῆς διανοίξεως ἤρχισε συγχρόνως ἐκ τῶν δύο κλιτύων τοῦ λόφου καὶ οἱ ἐργάται ἀντιθέτως προχωροῦντες συνηγήθησαν ἐντὸς τῆς σήραγγος. Ὁ Ἀρχύτας κατέστη περίφημος ἐκ τῶν πολλῶν μηχανικῶν ἐφευρέσεων του καὶ ἀνεκάλυψε τὴν χρῆσιν τῆς τροχαλίας. Αἱ κατὰ τὸν 4ον π.Χ. αἰῶνα ἐμφανισθεῖσαι πολεμικαὶ μηχαναὶ ὑπέστησαν ρα-



Σχ. 276. Ἡ συσκευή «Αἰόλου πύλαι» τοῦ Ἡρώνος.

γδαχίας τελειοποιήσεις και ιδιαίτέρως από τόν Ἀρχιμήδη, τόν Κτησίβιον και τόν Ἡρώνα. Οἱ Ἀρχαῖοι Ἕλληνες εἶχον ἀποκτήσει τόσον πλοῦτον ἐπιστημονικῶν γνώσεων, ὥστε εὐρίσκοντο, εἰς τόν δρόμον τῆς ἀνακαλύψεως τοῦ ἀτμοῦ ὡς κινητηρίου δυνάμεως. Τὸ αἶθλοῦ πύλαι τοῦ Ἡρώνα εἶναι ὁ πρόγονος τῶν σημερινῶν ἀτμοστροβίλων. Τὸ ὄργανον τοῦτο εἶναι μία κοίλη σφαῖρα στρεπῆ περὶ ἄξονα, εἰς τὴν ὁποίαν διοχετεύεται ὕδρατμός (σχ. 276). Ὁ ἀτμός ἐκφεύγει διὰ δύο σωλήνων στερεωμένων εἰς δύο ἐκ διαμέτρου ἀντίθετα σημεῖα τῆς σφαίρας, ἡ ὁποία οὕτω τίθεται εἰς περιστροφικὴν ἐπιταχυνομένην κίνησιν.

Ὁ πρῶτος φυσικός τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Κατὰ τὸν 4ον π. Χ. αἰῶνα αἱ ἐπιστημονικαὶ γνώσεις ἤσαν τόσον πολλαί, ὥστε ἤρχισεν



Ἀριστοτέλης.

ὁ διαχωρισμός τῶν διαφόρων ἐπιστημονικῶν κλάδων. Ὁ Ἀριστοτέλης (384 - 322 π.Χ.) διεχώρισε πρῶτος τὴν σπουδὴν τῆς Φυσικῆς ἀπὸ τὰς ἄλλας ἐπιστήμας καὶ συνέγραψε τὸ πρῶτον εἰδικὸν βιβλίον Φυσικῆς, τὰ «Φυσικά». Ὁ μέγας Στρωγγιρίτης εἶναι ὁ πρῶτος συστηματικὸς ἐρευνητὴς τοῦ φυσικοῦ κόσμου ὑποστηρίζας τὴν μεγάλην ἀξίαν τῆς παρατηρήσεως καὶ τοῦ πειράματος. Ὁ Ἀριστοτέλης ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀήρ ἔχει ὀρισμένον βάρος καὶ ἠσχολήθη κυρίως μετὰ τὴν δυναμικὴν ἐρευναν τῆς κινήσεως, ὅπως θὰ ἐλέγομεν σήμερον. Ἀλλ' ἡ ποιαὶ ἐρευνα τῆς κινήσεως ἀπαιτεῖ πει-

ραματικὰς διατάξεις, τὰς ὁποίας δὲν εἶχεν εἰς τὴν διάθεσίν του ὁ Ἀριστοτέλης.

Ὁ μεγαλύτερος φυσικός τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ὁ Ἀρχιμήδης (287 - 212 π.Χ.) κατεῖχεν εἰς ὕψιστον βαθμὸν τὸν μαθηματικὸν λογισμόν καὶ ὑπερβάλλων τοὺς προγενεστέρους του εἰσήγαγε νέους τρόπους μαθηματικοῦ συλλογισμοῦ. Εἶναι ὁ πατὴρ τῆς μαθηματικῆς ἀναλύσεως, τὴν ὁποίαν μετὰ εἴκοσιν αἰῶνας ἀνέπτυσαν ὁ Καρτέσιος, ὁ Νεύ-

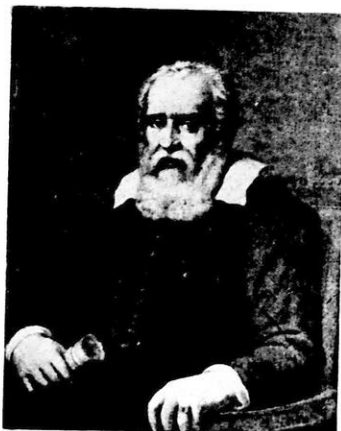
των και ὁ Λάϊπνιτς. Εἰς τὸν τομέα τῆς Φυσικῆς ὁ Ἀρχιμήδης ἡσχολήθη ἀποκλειστικῶς μετὰ τὰ προβλήματα τῆς ἰσορροπίας τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν. Προσδιώρισε τὰ κέντρα βάρους ὁμογενῶν ἐπιφανειῶν καὶ διετύπωσε τὸν νόμον τῆς ἰσορροπίας τοῦ μοχλοῦ. Ἐθεμελίωσε θεωρητικῶς τὴν ὑδροστατικὴν, διατυπώσας τὴν ἀρχὴν ὅτι ἡ ἐλευθέρᾳ ἐπιφάνεια τῶν ἡρεμούντων ὑγρῶν εἶναι σφαιρικὴ, τὸ δὲ κέντρον τῆς σφαίρας ταύτης συμπίπτει μετὰ τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Ἀνεκάλυψεν ὅτι τὰ σώματα, βυθιζόμενα ἐντὸς ὑγρῶν ὑψίστανται ἄνωσιν, τὴν ὁποίαν καὶ ὑπελόγισε. Ἐπὶ τῇ βάσει τῆς ἀρχῆς αὐτῆς, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του, ὑπελόγισε τὴν σχετικὴν πυκνότητα μερικῶν σωμάτων. Ὁ Ἀρχιμήδης ἠρεύνησε θεωρητικῶς τὴν ἰσορροπίαν τῶν ἐπιπλεόντων σωμάτων. Ἀπὸ τὴν εἰδικὴν μελέτην τῆς ἰσορροπίας ἐπιπλέοντος τμήματος παραβολοειδοῦς ἐκ περιστροφῆς ἀνεκάλυψε τὸ μετάνεκτρον καὶ οὕτως ἐθεμελίωσε τὴν ναυπηγικὴν, ἡ ὁποία ἕως τότε ἐστηρίζετο εἰς τὴν ἀπλὴν ἐμπειρίαν. Ὅλα τὰ συμπεράσματα, εἰς τὰ ὁποῖα κατέληξεν ἡ μεγαλοφυΐα τοῦ Ἀρχιμήδους, διατηροῦν ἀ μ ε ί ω τ ο ν τ ῆ ν ἀ ξ ί α ν τ ῶ ν διὰ μέσου ὅλων τῶν αἰώνων. Παρὰ τὴν ἀπλὴν πρὸς τὸ μέγα θεωρητικὸν του ἔργον ὁ Ἀρχιμήδης ἡσχολήθη καὶ μετὰ τὰς ἐφαρμογὰς τῆς Φυσικῆς, ἀναδειχθεὶς ἀνυπέρβλητος τεχνικός. Ἐπενόησε τὸν ἀτέρμονα κοιλίαν καὶ τὸν ὑδραυλικὸν κοιλίαν διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ ὕδατος. Ἐφευῖρεν νέας πολεμικὰς μηχανάς, μετὰ τὰς ὁποίας κατάρθωσε νὰ ἀποκρούσῃ ἐπὶ δύο καὶ πλέον ἔτη τὰς ἐπιθέσεις τῶν Ῥωμαίων ἐναντίον τῶν Συρακουσῶν. Γενικῶς ὁ Ἀρχιμήδης ἀναγνωρίζεται ὡς ἡ μεγαλυτέρα διάνοια τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος.



Ἀρχιμήδης.

271. Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστήμης.—Ἡ κατάκτησις τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος ὑπὸ τῶν Ῥωμαίων ἐπέφερε τὴν ἐξαφάνισιν τῆς ἀνούσης ἑλληνικῆς ἐπιστήμης. Κατὰ τοὺς Ῥωμαϊκοὺς χρόνους οὐδεμία ἐπιστημονικὴ πρόοδος ἐσημειώθη. Ἀπὸ τοῦ 8ου μέχρι τοῦ 12ου μ.Χ. αἰῶνος ἐσημειώθη ζωηρὰ ἐπιστημονικὴ κίνησις εἰς τὰς μωαμεθανικὰς χώρας. Εἰς

τὴν Εὐρώπην ἐπεκράτει τ' ὁ σκότος τοῦ μεσαιῶνος μέχρι τοῦ 13ου αἰῶνος.



Γαλιλαῖος

Ἡ ἀναγέννησις τῆς ἐπιστημονικῆς σκέψεως ὀφείλεται εἰς τὸν Γαλιλαῖον (1564 - 1642), ὁ ὁποῖος στηριζόμενος ἰποκλειστικῶς εἰς τὸ πείραμα διέτύπωσε θεμελιώδεις νόμους τῆς Μηχανικῆς (πτώσεως τῶν σωμάτων, ἐκκρεμοῦς, ἀπλῶν μηχανῶν, συνθέσεως δυνάμεων κ.ἄ.). Ὁ Γαλιλαῖος ἡσχολήθη ἐπὶ πλέον μὲ τὴν ὀπτικήν καὶ τὴν ἀστρονομίαν. Ὁ Νεύτων (1643 - 1727) διέτύπωσε τὰς ἀρχὰς τῆς Μηχανικῆς, ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἑλξέως καὶ ἐθεμελίωσε τὴν Οὐράνιον Μηχανικὴν. Μετὰ τὸν Γαλιλαῖον καὶ τὸν Νεύτωνα ἡ Φυσικὴ ἐξελίσσειται ραγδαίως, χάρις εἰς τὰς πειραματικὰς καὶ θεωρητικὰς ἐργασίας πολλῶν ἐρευνητῶν. Ἰδιαίτερος πρέπει νὰ ἀναφέρωμεν τὸν Lavoisier (1743 - 1794), ὁ ὁποῖος ἀνεκάλυψε τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς μάζης καὶ τοὺς Mayer (1814 - 1878) καὶ Joule (1818 - 1889), οἱ ὁποῖοι ἀνεκάλυψαν τὴν ἀρχὴν τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας.

Τὰς δύο αὐτὰς βασικὰς ἀρχὰς συνήνωσεν ὁ μέγας θεωρητικὸς φυσικὸς Einstein (1879 - 1955) διατυπώσας τὴν ἀρχὴν τῆς ἰσοδυναμίας τῆς μάζης πρὸς τὴν ἐνέργειαν. Κατὰ τὸν εἰκοστὸν αἰῶνα, ἡ πρόοδος τῆς Φυσικῆς ὑπῆρξεν ἀπροσδοκῆτως ραγδαία. Αἱ γνώσεις μας περὶ τῆς Φύσεως ἐπλουτίσθη-



Νεύτων.

σαν εις μέγιστον βαθμόν, αἱ δὲ τεχνικαὶ ἐφαρμογαὶ τῆς Φυσικῆς κατέκτησαν τὴν ζωὴν μας καὶ ἤλλαξαν τὸν ρυθμὸν αὐτῆς. Τὰ σύγχρονα Ἔργα-



Lavoisier.



Mayer.



Joule.



Einstein.

στήρια Ἐπιστημονικῶν Ἐρευνῶν εἶναι τεράστια τεχνικὰ ἐγκαταστάσεις, ὅπου οἱ σύγχρονοι ἐρευνῆται συνεχίζουν τὸ ἔργον τοῦ Ἀρχιμήδους, τοῦ Γάλιλαίου καὶ τῶν λοιπῶν μεγάλων ἐρευνητῶν τοῦ φυσικοῦ κόσμου.

ΣΥΝΤΟΜΟΙ ΠΑΗΡΟΦΟΡΙΑΙ
ΔΙΑ ΤΟΥΣ ΦΥΣΙΚΟΥΣ ΟΙ ΟΠΟΙΟΙ ΗΣΧΟΛΗΘΗΣΑΝ ΜΕ ΘΕΜΑΤΑ
ΑΝΑΦΕΡΟΜΕΝΑ ΕΙΣ ΤΟΝ ΠΑΡΟΝΤΑ ΤΟΜΟΝ

- ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΗΣ (384 - 322 π.Χ.).** Ὁ πρῶτος συστηματικὸς φυσικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος, ὁ πρῶτος συγγραφεὺς εἰδικοῦ βιβλίου Φυσικῆς. Ἀνεκάλυψεν ὅτι ὁ ἀῖρ ἔχει βάρος καὶ εἰσήγαγε τὴν παρατήρησιν καὶ τὸ πείραμα εἰς τὴν ἔρευναν τοῦ φυσικοῦ κόσμου..
- ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287 - 212 π.Χ.).** Ὁ μεγαλύτερος φυσικὸς καὶ μαθηματικὸς τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Ἀνεκάλυψε τὸν λόγον τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον, τὴν ἔλικα, τὸν νόμον τῶν μοχλῶν, τὸν ἀτέρομονα κοχλίαν, τὴν κινητὴν τροχαλίαν, τὸν ὀδοντωτὸν τροχόν. Εἰς τὸ βιβλίον του «περὶ ἐπιπλεόντων σωμάτων» διέτύπωσε τὴν ἀρχήν, ἣ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.
- ANDREWS (1813 - 1886).** Ἀγγλὸς φυσικὸς. Ἀνεκάλυψεν ὑπὸ ποίας συνθήκας εἶναι δυνατὴ ἡ ὑγροποιήσις τῶν ἀερίων καὶ προσδιώρισε τὴν κρίσιμον θερμοκρασίαν αὐτῶν.
- AVOGADRO (1776 - 1856).** Ἰταλὸς φυσικὸς. Διέτύπωσε τὴν ὑπόθεσιν περὶ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν μορίων, τὰ ὁποῖα περιέχονται εἰς ἴσους ὄγκους ἀερίων.
- BORDA (1733 - 1799).** Γάλλος μηχανικὸς καὶ γεωδότης. Ἐτελειοποίησε τὸ φυσικὸν ἔκκρεμὲς διὰ τὴν χρησιμοποίησίν του εἰς τὰ ὥρολόγια καὶ ἐπενόησε πολλὰ ὄργανα μετρήσεων.
- BOYLE (1626 - 1691).** Ἀγγλὸς φυσικὸς καὶ χημικὸς. Ἐτελειοποίησε τὴν παλαιὰν ἀεραντλίαν μὲ ἔμβολον καὶ συγχρόνως μὲ τὸν Mariotte ἀνεκάλυψε τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου ἀερίου μετὰ τῆς πίεσεως.
- ΓΑΛΙΛΑΙΟΣ (1564 - 1642).** Ἰταλὸς φυσικὸς, μαθηματικὸς καὶ ἀστρονόμος. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τοῦ ἰσοχρόνου τῶν αἰωρήσεων τοῦ ἐκκρεμοῦς καὶ ἐφήρμοσε τοῦτον διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ χρόνου. Διέτύπωσε τοὺς νόμους τῆς πτώσεως καὶ τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς.
- ΓΑΙΛΛΕΤΕΤ (1832 - 1913).** Γάλλος φυσικὸς. Πρῶτος ὑγροποίησε τὸ

δξυγόνον καὶ τὰ ἄλλα δυσκόλως ὑγροποιούμενα αέρια, τὰ ὁποῖα τότε ἐκαλοῦντο « ἔμμονα αέρια ».

CARNOT (1796 - 1832). Γάλλος φυσικός. Διτύπωσε ἀρχικῶς τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα, τὸ ὁποῖον ἀργότερα ἀνέπτυξεν ὁ *Clausius*.

COLLADON (1802 - 1892). Ἑλβετὸς φυσικός καὶ μηχανικός. Ἐμελέτησε τὴν συμπιεστικότητα τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου.

ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ (469 - 369 π.Χ.). Εἰς-ἐκ τῶν μεγίστων φιλοσόφων τῆς Ἀρχαίας Ἑλλάδος. Διτύπωσε τὴν θεωρίαν περὶ ἀσπνεχοῦς κατασκευῆς τῆς ὕλης, ὀνομάσας « ἅ τ ὀ μ ο υ ς » τὰ ἐλάχιστα σωματίδια ἐκ τῶν ὁποῖων συγκροτεῖται ἡ ὕλη.

DALTON (1766 - 1844). Ἄγγλος φυσικός καὶ χημικός. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῶν πολλαπλῶν ἀναλογιῶν, ὁ ὁποῖος ἐπέβαλε τὴν ἔπαρξιν τῶν ἀτόμων. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς τὰς διαφόρους θερμοκρασίας καὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα διαφόρων σωμάτων. Διτύπωσε θεμελιώδεις νόμους διὰ τὰ μείγματα αερίων.

DIESEL (1858 - 1913). Γερμανὸς μηχανικός. Κατεσκεύασε τὸν κινητήρα ἐσωτερικῆς καύσεως, ὁ ὁποῖος φέρει τὸ ὄνομά του.

DULONG (1785 - 1838). Γάλλος φυσικός καὶ χημικός. Προσδιώρισε τὴν τάσιν τῶν ὑδρατμῶν εἰς θερμοκρασίαν ἄνω τῶν 100° C καὶ ἐν σπνεορασίᾳ μὲ τὸν *Petit* ἐμελέτησε τὴν διαστολὴν τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν.

EINSTEIN (1879 - 1955). Γερμανὸς φυσικός καὶ μαθηματικός. Διτύπωσε τὴν περίφημον «θεωρίαν τῆς σχετικότητος», διὰ τῆς ὁποίας ἠρμήνευσε τὰς θεμελιώδεις ἐννοίας τῆς μάξης, τοῦ χρόνου, τοῦ χώρου καὶ προέβλεψε τὴν ἔπαρξιν τῆς ἀτομικῆς ἐνεργείας.

FAHRENHEIT (1686 - 1736). Γερμανὸς φυσικός. Κατεσκεύασεν ἀραιόμετρα καὶ θερμόμετρα. Διὰ τὴν βαθμολογίαν τῶν θερμομέτρων εἰσήγαγε τὴν κλίμακα, ἡ ὁποία φέρει τὸ ὄνομά του.

GAY - LUSSAC (1778 - 1850). Γάλλος φυσικός καὶ χημικός. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς διαστολῆς τῶν αερίων, τοὺς νόμους τῆς ἐνώσεως αερίων στοιχείων. Ἐπενόησε τὸ οἰνοπνευματόμετρον, τὸ σιφωνοειδὲς βαρόμετρον κ.ἄ.

- GUERICKE (1602 - 1686).** Γερμανός φυσικός. Ἐπενόησε τὴν ἀεραντλίαν.
- HOPE (1766 - 1844).** Ἄγγλος χημικός. Ἐμελέτησε τὴν διαστολὴν τοῦ ὕδατος.
- JOULE (1818 - 1889).** Ἄγγλος φυσικός. Προσδιώρισε τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.
- KELVIN (1824 - 1907).** Ἄγγλος φυσικός, ὁ ὁποῖος ἐλέγετο *William Thomson* καὶ ὠνομάσθη λόρδος *Kelvin* ἐνεκα τῶν μεγάλων ὑπηρεσιῶν του εἰς τὴν ἐπιστήμην. Ἠσχολήθη μὲ τὴν ἠλιακὴν ἐνέργειαν, τὴν θερμότητα καὶ εἰσήγαγεν εἰς τὴν Φυσικὴν τὴν ἀπόλυτον κλίμακα τῶν θερμοκρασιῶν.
- KEPLER (1571 - 1630).** Γερμανός ἀστρονόμος. Διετύπωσε τοὺς νόμους τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν. Οἱ νόμοι οὗτοι ἔδωσαν ἀφορμὴν εἰς τὸν Νεύτωνα νὰ ἀνακαλύψῃ τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἔλξεως.
- LAPLACE (1749 - 1827).** Γάλλος φυσικός, μαθηματικός καὶ ἀστρονόμος. Μέγας θεωρητικὸς ἠσχολήθη μὲ διάφορα θέματα τῆς Φυσικῆς. Προσδιώρισε τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου.
- LAVOISIER (1743 - 1794).** Γάλλος χημικός. Ἀνεκάλυψε τὴν σύστασιν τοῦ ἀέρος, τὸ δξυγόνον καὶ διὰ τοῦ πειράματος κατέληξεν εἰς τὴν διατύπωσιν τῆς ἀρχῆς τῆς διατηρήσεως τῆς ὕλης.
- MARIOTTE (1620 - 1684).** Γάλλος φυσικός. Ἐμελέτησε τὰς ιδιότητας τοῦ ἀέρος, καὶ ἀνεκάλυψε συγχρόνως μὲ τὸν *Boyle* τὴν σχέσιν, ἣ ὁποία ὑπάρχει μεταξὺ τῆς πίεσεως καὶ τοῦ ὄγκου ἐνὸς αἰρίου.
- MAYER (1814 - 1878).** Γερμανός ἰατρός. Πρῶτος διετύπωσε τὴν ἰδέαν τῆς ἰσοδυναμίας τῆς θερμότητος μὲ τὴν μηχανικὴν ἐνέργειαν καὶ κατώρθωσε νὰ ὑπολογίσῃ (1842) τὸ μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ἐν ἔτος πρὸ τῆς μετρήσεως, τὴν ὁποίαν ἐπέτυχεν ὁ *Joule*.
- NEYTΩN (1642 - 1727).** Ἄγγλος φυσικός, μαθηματικός καὶ φιλόσοφος. Ἀνεκάλυψε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἔλξεως, διὰ τοῦ ὁποῖου ἠρμήνευσε τὸ βᾶρος τῶν σωμάτων, τὴν κίνησιν τῶν πλανητῶν καὶ τὰς παλιρροίας. Ἐθεμελίωσε τὰς ἀρχὰς τῆς δυναμικῆς, τὰς ὁποίας εἶχεν διατυπώσῃ ὁ *Γαλιλαῖος*.
- PAPIN (1647 - 1714).** Γάλλος φυσικός. Πρῶτος ἐχορησιμοποίησε

- τὴν τάσιν τοῦ ὕδατος, κατεσκεύασε τὴν πρώτην ἀτμομηχανὴν μὲ ἔμβολον καὶ καθείλκυσε τὸ πρῶτον ἀτμόπλοιο τὸ 1697.
- PASCAL (1623 - 1662). Γάλλος φυσικός, μαθηματικός καὶ φιλόσοφος. Εἰς ἡλικίαν 16 ἐτῶν ἔγραψε τὸ βιβλίον του «περὶ κωνικῶν τομῶν» καὶ εἰς ἡλικίαν 18 ἐτῶν ἐπενόησε λογιστικὴν μηχανήν. Ἐξηκρίβωσε τὰς συνθήκας ἰσορροπίας τῶν ὑγρῶν καὶ τὴν αἰτίαν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Ἀπέθανεν εἰς ἡλικίαν 39 ἐτῶν, ἀφήσας ἀτελείωτον τὸ περίφημον βιβλίον του «Σκέψεις».
- SAVART (1791 - 1841). Γάλλος φυσικός. Ἠσχολήθη μὲ τὴν Ἀκουστικὴν.
- TORRICELLI (1608 - 1647). Ἰταλὸς φυσικός καὶ γεωμέτρης. Ὑπῆρξε μαθητὴς τοῦ Γαλιλαίου καὶ κατέστη διάσημος, διότι μὲ τὸ γνωστὸν πείραμά του κατώρθωσε νὰ μετρήσῃ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν. Ἐπίσης ἐμελέτησε τοὺς νόμους τῆς ροῆς τῶν ὑγρῶν.
- WATT (1736 - 1819). Σκῶτος μηχανικός. Ἐπενόησε τὴν παλινδρομικὴν κίνησιν τοῦ ἔμβολου τῆς ἀτμομηχανῆς καὶ τὴν κίνησιν δι' ἀτμοῦ.

Π Ι Ν Α Κ Ε Σ

Π Ι Ν Α Ξ 1

Ειδικόν βάρος μερικῶν στερεῶν καὶ ὑγρῶν σωμάτων
εἰς gr*/cm³ καὶ εἰς 18° C

Σῶμα	Εἰδικόν βάρος	Σῶμα	Εἰδικόν βάρος
<i>Στερεά</i>			
Ἀδάμας	3,5	Χρυσός	19,3
Ἄνθραξ	1,8	Ψευδάργυρος	7,1
Ἀργίλλιον	2,7	<i>Υγρά</i>	
Ἄργυρος	10,5	Αἰθέρ	0,71
Λευκόχρυσος	21,4	Βενζόλιον	0,88
Μόλυβδος	11,3	Γλυκερίνη	1,26
Ὀρείχαλκος	8,6	Διθειοῦχος ἄνθραξ	1,26
Σίδηρος	7,8	Ἐλαιόλαδον	0,91
Ἰάλος	2,5	Ὀινόπνευμα	0,79
Χαλκός	8,9	Πετρέλαιον	0,85
Χάλυψ	7,9	Ἰδράργυρος	13,55

Π Ι Ν Α Ξ 2

Εἰδικόν βάρος μερικῶν ἀερίων εἰς gr*/dm³ ὑπὸ κανονικᾶς συνθήκας
(0° C καὶ 76 cm Hg)

Ἀέριον	Εἰδικόν βάρος	Ἀέριον	Εἰδικόν βάρος
Ἀζωτον	1,250	Νέον	0,899
Ἄηρ	1,293	Ὄξειγονον	1,429
Διοξειδιον ἄνθρακος	1,977	Ἰδρογονον	0,089
Διοξειδιον θείου	2,926	Ἰδροθειον	1,539
Ἡλιον	0,178	Χλώριον	3,220
Μεθάνιον	0,717		

Π Ι Ν Α Κ Σ Συστήματα μονάδων

Μηχανικόν μέγεθος	Σύστημα C.G.S.	Σύστημα M.K.S.		Μονάδες	'Αντιστοιχία προς μονάδες C.G.S.	Μονάδες	'Αντιστοιχία προς μονάδες C.G.S.
	Μονάδες	Μονάδες	'Αντιστοιχία προς μονάδες C.G.S.				
Μήκος	1 cm	1 m	10² cm	1 m	10² cm	1 m	10² cm
'Επιφάνεια	1 cm²	1 m²	10⁴ cm²	1 m²	10⁴ cm²	1 m²	10⁴ cm²
'Όγκος	1 cm³	1 m³	10⁶ cm³	1 m³	10⁶ cm³	1 m³	10⁶ cm³
Χρόνος	1 sec	1 sec	—	1 sec	—	1 sec	—
Τάση	1 rad	1 rad	10² cm/sec	1 rad	10² cm/sec	1 rad	—
Ταχύτης	1 cm/sec	1 m/sec	—	1 m/sec	—	1 m/sec	10² cm/sec
Τωνική ταχύτης	1 rad/sec	1 rad/sec	10² cm/sec²	1 rad/sec	10² cm/sec²	1 rad/sec	—
'Επιτάχυνσις	1 cm/sec²	1 m/sec²	10² cm/sec²	1 m/sec²	10² cm/sec²	1 m/sec²	10² cm/sec²
Μάζα	1 gr	1 m/sec²	9.81 · 10³ gr	1 mgr	10³ gr	1 mgr	10³ gr
Δύναμις	1 dyn	1 mgr	9.81 · 10⁵ dyn	1 Newton	10⁵ dyn	1 Newton	10⁵ dyn
Συχνότης	1 Hertz	1 Hertz	—	1 Hertz	—	1 Hertz	—
Πυκνότης	1 gr/cm³	Χρήσις ειδ. βάρους	9.81/10 dyn/cm³	1 mgr/m³	10³ gr/cm³	1 mgr/m³	1/10³ gr/cm³
Είδωσόν βάρος	1 dyn/cm²	1 mgr/m³	9.81 · 10⁷ erg	1 Newton/m³	10⁷ erg	1 Newton/m³	1/10 dyn/cm²
'Εργον	1 erg/sec	1 mgr·m	9.81 · 10⁷ erg/sec	1 Joule	10⁷ erg	1 Watt	10⁷ erg
Τοίχος	1 erg/sec	1 mgr·m/sec	9.81 · 10⁷ erg/sec	1 Watt	10⁷ erg/sec	1 Watt	10⁷ erg/sec
Ποπή δύναμειος	1 dyn·cm	1 mgr·m	9.81 · 10⁷ dyn·cm	1 Newton·m	10⁷ dyn·cm	1 Newton·m	10⁷ dyn·cm
'Εργον ποπής	1 dyn·cm·rad	1 mgr·m·rad	9.81 · 10⁷ dyn·cm·rad	1 Newton·m·rad	10⁷ dyn·cm·rad	1 Newton·m·rad	10⁷ dyn·cm·rad
Ποπή ἀδρανοειας	1 gr·cm²	1 mgr·m²	9.81 · 10⁷ gr·cm²	1 mgr·m²	10⁷ gr·cm²	1 mgr·m²	10⁷ gr·cm²
'Οπιμή	1 gr·$\frac{cm}{sec}$	1 mgr·$\frac{m}{sec}$	9.81 · 10⁵ gr·$\frac{cm}{sec}$	1 mgr·$\frac{m}{sec}$	10⁵ gr·$\frac{cm}{sec}$	1 mgr·$\frac{m}{sec}$	10⁵ gr·$\frac{cm}{sec}$
Πίεσις	1 dyn/cm²	1 mgr·m²	9.81 · 10 dyn/cm²	1 Newton/m²	10 dyn/cm²	1 Newton/m²	10 dyn/cm²

Π Ι Ν Α Κ 4
Θερμικαί σταθεραί στερεῶν

Σ ὠ μ α	Συντελεστής γραμμικῆς διαστολῆς	Εἰδικὴ θερμότης cal gr ⁻¹ .grad ⁻¹	Θερμότης	
			Θερμοκρασία τήξεως °C	τήξεως cal/gr
Ἀργίλλιον	23 · 10 ⁻⁶	0,214	659	94,6
Ἀργυρος	19,7 · 10 ⁻⁶	0,055	960	25,1
Κασσίτερος	21,3 · 10 ⁻⁶	0,052	232	14
Λευκόχρυσος	9 · 10 ⁻⁶	0,032	1773	24,1
Μόλυβδος	29 · 10 ⁻⁶	0,031	327	5,9
Νικέλιον	13 · 10 ⁻⁶	0,110	1452	71,6
Ὀρείχαλκος	18,5 · 10 ⁻⁶	0,093	900	40
Σίδηρος	12 · 10 ⁻⁶	0,031	1540	64
Ἰαλός	8 · 10 ⁻⁶	0,190	800	—
Ἰαλός Χαλαζίου	0,58 · 10 ⁻⁶	0,174	1700	—
Χαλκός	14 · 10 ⁻⁶	0,092	1084	48,9
Χάλυψ	16 · 10 ⁻⁶	0,115	1400	—
Χρυσός	14,3 · 10 ⁻⁶	0,031	1063	15,4

Π Ι Ν Α Κ 5
Θερμικαί σταθεραί ὑγρῶν

Σ ὠ μ α	Συντελεστής πραγματικῆς διαστολῆς	Θερμοκρασία		Εἰδικὴ θερμότης εἰς 18°C cal/gr/grad	Θερμότης	
		τήξεως °C	βρα- σμοῦ °C		τήξεως cal/gr	ἔξαερῶ- σεως cal/gr
Αἰθέρ	162 · 10 ⁻⁵	-116	34,6	0,56	23,5	86
Βενζόλιον	106 · 10 ⁻⁵	5,4	80	0,41	30,4	94
Γλυκερίνη	49 · 10 ⁻⁵	- 19	290	0,57	—	—
Διθειοῦχος κνθραξ	118 · 10 ⁻⁵	-112	46,2	0,24	17,7	87
Ἐλαιόλαδον	72 · 10 ⁻⁵	—	—	0,47	—	—
Οινόπνευμα	110 · 10 ⁻⁵	-114	78,4	0,57	25,8	201
Πετρέλαιον	96 · 10 ⁻⁵	—	—	0,50	—	—
Τολουόλιον	109 · 10 ⁻⁵	- 94,5	111	0,41	17,2	83
Ἰδράργυρος	18 · 10 ⁻⁵	- 38,8	357	0,03	2,7	68
Ἰδωρ	—	—	—	1,00	80	539

Φυσικά μεγέθη και σύμβολα αὐτῶν

Βάρος	B	Μάζα	m
Γωνία	φ	Μήκος	s, l, h, r
Γωνιακή ταχύτης	ω	Όγκος	V
Ειδικὸν βάρος	ρ	Περίοδος	T
Ειδ. θερμότης	c	Πίεσις	p
Δύναμις	F, Σ, R	Ποσότης θερμότητος	Q
Ἐπιτάχυνσις	γ	Πυκνότης	d
Ἐπιτάχυνσις πτώσεως	g	Ροπή	M
Ἐπιφάνεια	σ, Σ	Συχνότης	ν
Ἔργον	W	Σχετικὴ πυκνότης ἀερίου	δ
Θερμοκρασία	$\theta^{\circ}, T^{\circ}$	Ταχύτης	u, V
Ίσχύς	P	Χρόνος	t

Αἱ σπουδαιότεραι ἐξισώσεις

ἐκ τῆς Μηχανικῆς, Ἀκουστικῆς, Θερμότητος

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

πυκνότης	$d = m/V$
ειδικὸν βάρος	$\rho = B/V$ ἢ $\rho = d \cdot g$
συνισταμένη δυνάμεων	$\Sigma = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \sigma \nu \varphi}$
μέθοδος διπλῆς ζυγίσεως	$x = \sqrt{B' \cdot B''}$
ὑδροστατικὴ πίεσις	$p = h \cdot \rho$ ἢ $p = h \cdot d \cdot g$
ὑδραυλικὸν πιεστήριον	$p = F/\sigma = F'/\sigma'$
συγκοινωνοῦντα δοχεῖα	$h_1/h_2 = \rho_2/\rho_1$
δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένους	$F = h \cdot \sigma \cdot \rho$
δύναμις ἐπὶ τοῦ πλαγίου τοιχώματος	$F = h_k \cdot \sigma \cdot \rho$
ἄνωσις ὑγροῦ	$A = V \cdot \rho$
μέτρησις ειδικοῦ βάρους	$\rho = B/B'$
νόμος Boyle - Mariotte	$p \cdot V = p' \cdot V' = p'' \cdot V''$
μεταβολὴ πυκνότητος ἀερίου	$d/d' = p/p'$
σχετικὴ πυκνότης ἀερίου	$\delta = d/D$ ἢ $\delta = \mu/28,96$
ἀνυψωτικὴ δύναμις ἀεροστάτου	$F = V \cdot (\rho - \rho') - B$
εὐθύγραμμος ὁμαλὴ κίνησις	$s = u \cdot t$
εὐθύγραμμος ὁμαλῶς μεταβαλλομένη κίνησις	$u = u_0 \pm \gamma \cdot t$ $s = u_0 \cdot t \pm \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2$

ήμαλως επιβραδυνόμενη κίνησης :

διάρκεια κινήσεως

ολικόν διάστημα

ελευθέρα πτώσις τῶν σωμάτων

θεμελιώδης εξίσωσις δυναμικῆς

βάρους σώματος

τριβῆ ὀλισθήσεως

ἔργον δυνάμεως

δυναμικὴ ἐνέργεια

κινητικὴ ἐνέργεια

ισοδυναμία μάζης καὶ ἐνεργείας

συνθήκη ἰσορροπίας ἀπλῶν μηχανῶν

κατακόρυφος βολὴ σώματος :

διάρκεια ἀνόδου

μέγιστον ὕψος

βεληνεκὲς ὀριζοντίας βολῆς

μέγιστον βεληνεκὲς πλαγίας βολῆς

Ὁμαλὴ κυκλικὴ κίνησης :

ταχύτης

γωνιακὴ ταχύτης

κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις

φυγόκεντρος δυνάμις

περίοδος ἀρμονικῆς ταλαντώσεως

περίοδος ἀπλοῦ ἐκκενροῦς

νόμος παγκοσμίου ἑλξεως

ἀντίστασις τοῦ ἀέρος

ὀρικὴ ταχύτης πτώσεως

μῆκος κύματος

ταχύτης διαδόσεως κυμάνσεως

$$t = v_0 / \gamma$$

$$s = v_0^2 / 2\gamma$$

$$g = \sigma \alpha \theta., v = g \cdot t, s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$F = m \cdot \gamma$$

$$B = m \cdot g$$

$$T = \eta \cdot F_K$$

$$W = F \cdot s$$

$$W = m \cdot g \cdot h$$

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$W = m \cdot c^2$$

$$F_1 \cdot \alpha = F_2 \cdot \beta$$

$$t = v_0 / g$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$s = v_0 \cdot \sqrt{2h/g}$$

$$s = \frac{v_0^2}{g}$$

$$v = 2\pi R / T = 2\pi R \cdot \nu = \omega \cdot R$$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \cdot \nu = v / R$$

$$\gamma = v^2 / R = \omega^2 \cdot R$$

$$F = m \cdot v^2 / R = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{m \cdot x / F}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{l/g}$$

$$F = k \cdot \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

$$R = K \cdot \sigma \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{B/K\sigma}$$

$$\lambda = v \cdot T$$

$$v = \nu \cdot \lambda$$

Α Κ Ο Υ Σ Τ Ι Κ Η

ταχύτης ήχου εις τὸν ἀέρα	$v = v_0 \cdot \sqrt{1 + \theta/273}$
ταχύτης ήχου εις ἄλλο ἀέριον ἐκτὸς τοῦ ἀέρος	$v' = v / \sqrt{\delta}$
συχνότης θεμελιώδους ήχου χορδῆς	$v = 1/2l \cdot \sqrt{F/\mu}$
συχνότης θεμελιώδους ήχου κλειστοῦ σωλῆνος	$v = v/4l$
συχνότης θεμελιώδους ήχου ἀνοικτοῦ σωλῆνος	$v = v/2l$

Θ Ε Ρ Μ Ο Τ Η Σ

σχέσις βαθμῶν Κελσίου	(C)	}	$\frac{C}{F - 32} = \frac{5}{9}$
καὶ βαθμῶν Fahrenheit	(F)		
σχέσις βαθμῶν Κελσίου	(θ)	}	$T = \theta + 273$
καὶ βαθμῶν Kelvin	(T)		
μῆκος ράβδου εις θ° C			$l = l_0 \cdot (1 + \lambda \cdot \theta)$
ὄγκος στερεοῦ ἢ ὑγροῦ εις θ° C			$V = V_0 \cdot (1 + \kappa \cdot \theta)$
πυκνότης στερεοῦ ἢ ὑγροῦ εις θ° C			$d = \frac{d_0}{1 + \kappa \cdot \theta}$
διαστολὴ ἀερίου			$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \theta)$
πυκνότης ἀερίου εις θ° C ὑπὸ πίεσιν p			$d = \frac{d_0 \cdot p}{p_0 (1 + \alpha \cdot \theta)}$
θεμελιώδης ἐξίσωσις θερμοδομετρίας			$Q = m \cdot c \cdot (\theta_1 - \theta_2)$
πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα			$W = J \cdot Q$
θεωρητικὴ ἀπόδοσις θερμικῆς μηχανῆς			$A_{\theta} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

Σχεδιαγράφησις Γ. ΝΤΟΥΦΕΞΗ

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

(Οἱ ἀριθμοὶ παραπέμπουν εἰς τὰς σελίδας)

Α

ἀδιάφορος ἰσορροπία	51
ἀδράνεια	72
ἀεραντλία	178
ἀέρια	16, 145, 175
ἀεριοστρόβιλοι	286
ἀεροδύναμις	196
ἀερόστατα	184
ἀκτίνιον	15
ἀνάκλασις ἤχου	217
» κυμάνσεως	206
ἀνάκλασις	114
ἀνάκλασις δυνάμεως	32
ἀνάκλασις ἤχου	214
ἀντίδρασις	76
ἀντίστασις	96
» ἀέρος	194
ἄνυσμα	23
ἄνωσις	157
» δυναμική	196
ἀπόδοσις μηχανῆς	104
» βιομηχανική	287
» θεωρητική	289
ἀπόλυτον μηδέν	248
ἀπομάκρυνσις	129
ἀπόσταξις	267
ἀραιόμετρα	164
ἀριθμὸς Avogadro	193
— Loschmidt	193
ἀρχὴ ἀδρανείας	71
ἀρχὴ ἀνεξαρτησίας κινήσεων	106
» Ἀρχιμήδους	157, 183
» ἀφθαρσία μάζης	74
» διατηρήσεως ἐνεργείας	91

ἀρχὴ διατηρήσεως ὕψους	113
» δράσεως καὶ ἀντιδράσεως	76
» ἰσοδυναμίας μάζης καὶ ἐνεργείας	94
» Pascal	149
» ὑδροστατικῆς	148
» ὑποβαθμίσεως ἐνεργείας	289
ἀτμοὶ ἀκόρεστοι	262
» κεκορεσμένοι	262
ἀτμομηχαναὶ	280
ἀτμοστρόβιλοι	282
ἀτμόσφαιρα (μονάς)	145, 170
ἀτμοσφαιρική πίεσις	170
αὐτόκλειστα	266

Β

βαθμὸς θερμοκρασίας	237
βαρόμετρα	171
» μεταλλικὰ	171
» ὑδραργυρικὰ	171
βάρος	18, 137
βαροῦκλον	99
βεληγενὲς	109
βολὴ κατακόρυφος	107
» ὀριζοντία	108
» πλαγία	110
βρασμὸς	264

Γ

γαλακτώματα	191
γραμμάριον βάρους	19
» μάζης	19

Δ			
διάλυμα	190	έξισώσεις θερμοδυναμικής	251
» κεκορεσμένον	191	» δυναμικής	74
» στερεόν	191	» κυμάτων	201
διάστημα	58	» τελείων αερίων	247
» μουσικόν	223	έπαγωγή	12
διαστολή	234	επιτάχυνσις	61
» γραμμική	240	» κεντρομόλος	120
» κυβική	242	επιφάνεια κύματος	207
» πραγματική	235	επιφανειακή τάσις	189
» φαινομένη	235	έργον	82
διμεταλλικαί ράβδοι	241	» τριβής	84
διώνυμον διαστολής	241	» ωφέλιμον	104
δράσις	76	ευσταθής ισορροπία	50
δυναμική	71	Z	
δύναμις	25, 71	ζεῦγος	43
» άνυψωτική	184	ζύγισις (μέθοδοι)	53
» κεντρομόλος	120	ζυγός	52
» κινητήριος	96	» Roberval	54
» φυγόκεντρος	122	H	
δυναμόμετρον	28	ήρεμία	57
δύνη	22	ήχος	211
E		ήχοι άπλοῖ	213
είδικόν βάρος	20	» άρμονικοί	222
είδική θερμότης	251	» μουσικοί	219
έκκρεμές άπλοῦν	132	» σύνθετοι	214
» σπειροειδές	135	ήχώ	218
» φυσικόν	134	e	
έλαστικότητα	188	θεμελιώδεις μονάδες	139
έλιξ (γραμμή)	102	» έξισώσεις δυναμικής	74
» άεροπλάνου	198	θερμιδόμετρον	252
έλικυσμός	188	» Laplace	252
ένέργεια	87	θερμική ισορροπία	236
» πυρηνική	94	θερμής	250
» δυναμική	87	θερμοκρασία	234
» άκτινοβολουμένη	295	θερμιόμετρον	236
» κινητική	88	» ίατρικόν	238
» μηχανική	88	» μεταλλικόν	242
έντασις ήχου	219	» ύδραργυρικόν	236
έξαέρωσις	262	θερμότης	234
έξατμισις	264	» είδική	251, 254
έξάχνωσις	267	» εξαερώσεως	266
		» καύσεως	255

θερμότης	258	κρότος	214
θερμοχωρητικότητα	251	κύμα	200
θεώρημα ροπών	40	» κρούσεως	216
θεωρία	13	κύματα διαμήκη	203
» κινητική	193, 277	» εγκάρσια	200
» σχετικότητας	93	» στάσιμα	206
θόρυβος	214	» σφαιρικά	207
I			
ιδιοσυχνότης	207	Λ	
ισοδύναμον μηχ. θερμότητος	277	Lavoisier	74
ισορροπία δυνάμεων	34	λήκυθος	164
» σημείου	34	M	
» στερεού	48, 51	μάζα	18, 74
» ύγρων (μη μιγνυομένων)	150	μανόμετρα	176
K			
κάμψις	188	» μεταλλικά	176
κεκλιμένον επίπεδον	102	» με ύγρον	176
κεντρομόλος δύναμις	120	μανομετρική κάψα	212
κέντρα βάρους	47	μετάκεντρον	160
» παραλ. δυνάμεων	40	μήκος κύματος	200
» πίεσεως	155	μηχανή	96
» συμμετρίας	47	» άπλη	96
κίνησις	57	» θερμική	279
» άρμονική	128	» σύνθετος	281
» Brown	192	» Linde	271
» επιβραδυνόμενη	61	μονάδες βάρους	20
» επιταχυνόμενη	61	» δυνάμεως	22
» μεταβαλλομένη	60	» έπιταχύσεως	61
» όμαλή	58	» έργου	83, 86
» όμαλώς μεταβαλλομένη	60	» ισχύος	85
κίνησις περιστροφική	125	» μάζης	20
κινητική	71	» μήκους	14
κινητήρες άεριοπροωθήσεως	286	» πίεσεως	145
» βενζινοκινητήρες	283	» συχνότητος	118
» Diesel	285	» ταχύτητος	59
κλίμαξ έκατονταβάθμιος	237	μονόμετρον μέγεθος	22
» Fahrenheit	237	μοχλός	96
» Κελσίου	237	N	
» Kelvin	248	Νεύτων	136
» μουσική	223	νόμοι άνοικτών σωλήνων	230
» συγκεραμένη	223	» βρασμού	264
κοχλίλας	102	» έκκερεμούς	133
κροσσοί συμβολής	205	» έλαττώσεως άτμοσφαιρικής	
		» πίεσεως	182
		» έλευθέρας πτώσεως	68

νόμοι κλειστών σωλήνων	229	ροπή δυνάμεως	38
» ὁμαλῆς κινήσεως	59	» ζεύγους	43
» ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως	64	ρυθμιστής Watt	123
» χορδῶν	226		
νόμος Boyle - Mariotte	174	Σ	
» Gay - Lussac	245	σειρήν	221
» μεταβολῆς ὀσμῆς	113	σίφων	181
» παγκοσμίου ἔλξεως	136	σιφώνιον	181
» τήξεως	257	σταθερὰ παγκοσμίου ἔλξεως	137
» φυσικῆς	12	στερεὰ διαλύματα	191
Ο		στρέψις	188
ὁμοφωνία	220	συμβολὴ κυμάτων	204
ὄριον ἐλαστικότητος	189	πύξευσις	209
ὀρμὴ	113	συνάρεια	188
Π		σύνθεσις δυνάμεων	29
παραγωγή	13	» κινήσεων	106
παρατήρησις	12	συνοχή	188
πεδῖον βαρύτητος	138	συντελεστὴς ἀντιστάσεως	194
πείραμα	12	» διαστολῆς	240, 243
» Torricelli	170	» διαλυτότητος	191
περίοδος	118	» ἔλξεως	81
πίδαξ	152	» ἐπιφ. τάσεως	190
πίεσις	144	» τριβῆς	79
» ἀτμοσφαιρικῆ	169	συντονισμὸς	210, 227
» ὑδροστατικῆ	147	σύστημα μονάδων C.G.S.	21
πιεστήριον ὑδραυλικόν	150	» » M.K*.S.	140
πλάτος	128	» » M.K.S.A.	141
πολύσπαστον	101	συχνότης	118
πτέρυξ ἀεροπλάνου	197	σφόνδυλος	123
πτῆσις ἀεροπλάνου	198	σχετικὸν εἰδικὸν βῆρος	165
πτώσις τῶν σωμάτων	68	σχετικὴ πυκνότης ἀερίου	157
πυκνότης	20	σωλῶν ἡχητικῶς	226
» ἀερίου	247	Τ	
» σχετικῆ	175	ταλάντωσις ἀρμονικῆ	128
» ὕδατος	161	» ἐξηναγκασμένη	208
πύραυλος	114	» ἐλευθέρα	207
Ρ		ταχύτης	58
ράβδος	231	» γωνιακῆ	119
ρευστὰ σώματα	145	» κυμάτων	201
ροπή ἀδρανείας	126	» ἤχου	214
		» ὀρμικῆ	195
		ταχύτητες ὑπερηχητικαί	215

τέλειον αέριον	247	ύπόηχοι	221
τῆξις	256	υστέρησις πήξεως	261
τόνος	223	ὑψος ἤχου	220
τριβὴ κυλίσεως	80		Φ
» ὀλισθήσεως	78	φάσις	202
τροχάκια ἀκίνητος	100	φθόγγος	214
» κινήτη	100	φυγόκεντρος δύναμις	122
τροχιά	57	φωτογραφία	231
	Υ'		X
υγρά σώματα	16	hertz (μονάς)	118
υγρασία ἀπόλυτος	271	χιλιόγραμμον βάρους	19
» σχετική	272	» μάζης	19
υγρόμετρα	272	χορδή	226
υγραποιήσις	268	χροιά ἤχου	222
ὕδραντλία	179	χρονοφωτογραφικὴ μέθοδος	66
ὕλη	16		Ψ'
ὑπέρηχοι	221	ψυκτικὰ μείγματα	261
ὑποβύχια	161		Ω
ὑπόθεσις	12	ἄθρησις δυνάμεως	113



ΕΚΔΟΣΙΣ ΙΔ' 1974 - (V) ΑΝΤΙΤΥΠΑ 81.000 - ΣΥΜΒΑΣΙΣ 2421 / 22 - 3 - 74

ΕΚΤΥΠΩΣΙΣ - ΒΙΒΛΙΟΔΕΣΙΑ ΙΩ. ΚΑΜΠΑΝΑΣ Α. Ε.

