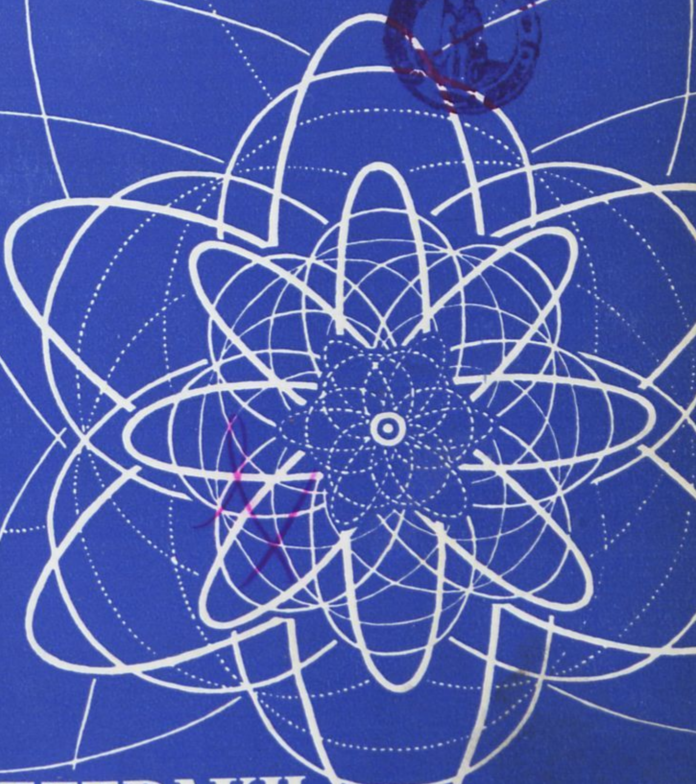
82

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΝΩΤΕΡΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

...ΡΑΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΝΕΩΤΕΡΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ



Σ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΝΕΩΤΕΡΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΣΑΛΤΕΡΗ Γ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗ
ΔΡΟΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ. ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ.
ΕΠΙΜΕΛΗΤΟΥ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΥ ΕΘΝΙΚΟΥ ΜΕΤΣΟΒΙΟΥ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΝΕΩΤΕΡΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΑΤΟΜΙΚΗ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

*Πρὸς χρῆσιν
τῶν ὑποψηφίων διὰ τὰς εἰσαγωγικὰς ἐξετάσεις τῶν Ἀνωτάτων
Σχολῶν καὶ τῶν μαθητῶν τῶν ἀνωτέρων τάξεων τῶν
Σχολείων Μέσης Ἐκπαιδεύσεως*

ΠΡΟΛΟΓΟΣ
Θ. Γ. ΚΟΥΓΙΟΥΜΖΕΛΗ
ΤΑΚΤΙΚΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΤΟΥ Ε.Μ. ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟΥ

ΠΕΡΙΕΧΕΙ 153 ΥΠΟΔΕΙΓΜΑΤΙΚΩΣ ΛΕΛΥΜΕΝΑΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ
ΜΕΤΑ 11 ΣΧΗΜΑΤΩΝ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟΝ
ΧΑΡΙΔΗΜΟΥ Ι. ΠΑΠΑΔΗΜΗΤΡΟΠΟΥΛΟΥ
ΟΔΟΣ ΑΚΑΔΗΜΙΑΣ 56 (ΡΟΥΖΒΕΛΤ) ΑΘΗΝΑΙ
1959

ΓΡΑΦΙΚΑΙ ΤΕΧΝΑΙ Ν. ΠΟΤΑΜΙΤΗ, ΣΩΚΡΑΤΟΥΣ 48, ΑΘΗΝΑΙ

Π Ρ Ο Λ Ο Γ Ο Σ

Θεωρῶ τόν ἑαυτόν μου πράγματι εὐτυχῆ διότι μοῦ δίδεται ἡ εὐκαιρία νά γράφω τόν πρόλογον τοῦ ἀνά χεῖρας βιβλίου. Τά βασικά χαρακτηριστικά του εἶναι, πρῶτον, ἡ μεγάλη πεῖρα τοῦ συγγραφέως εἰς τήν ἐκλογήν καί κατάταξιν τῶν ἀσκήσεων, δεύτερον, ἡ συνέπεια ὅρων, συμβόλων, ὁρισμῶν κτλ. πού τόσον ἀδόκιμα τελευταίως χρησιμοποιοῦνται καί τρίτον, ἡ μεθοδολογία καί ἀκριβολογία κατά τήν λύσιν τῶν ἀσκήσεων.

Ὅλα αὐτά συντελοῦν εἰς τήν αὔξησιν τῆς χρησιμότητος ἑνός βιβλίου, τήν καλήν του φήμην καί τήν εὐρεῖαν διάδοσίν του, τόσον μεταξύ τῶν κυρίως ἀναγνωστῶν του, ὅσον καί τῶν ἀνωτέρας ἀκόμη στάθμης. Διά τοῦτο διαβλέπω τήν μεγάλην του χρησιμοποίησιν ὄχι μόνον ἀπό μαθητάς Γυμνασίων, ὑποψηφίους Ἀνωτάτων Σχολῶν, ἀλλά καί ἀπό σπουδαστάς καί φοιτητάς, πού ἀκροῶνται τήν σχετικήν ὕλην κατά τάς παραδόσεις τοῦ μαθήματος τῆς Γενικῆς Φυσικῆς.

Αἱ ἀσκήσεις – τουλάχιστον τῆς Φυσικῆς – δέν νομίζω ὅτι πρέπει νά εἶναι στρυφνά, μακρόσυρτα καί πλήρη τεχνασμάτων κατασκευάσματα καταπονήσεως τῆς σκέψεως. Τουναντίον, νά εἶναι σαφεῖς, εἰ δυνατόν σύντομοι εἰς τήν διατύπωσιν καί νά ἔχουν ὡς σκοπόν τήν ἐμπέδωσιν, τήν διαυγῆ κατανόησιν, τήν ἀξιοποίησιν τῶν γνώσεων καί τήν ὑλοποίησιν – τρόπον τινά – μέ ἀριθμούς, μέ μονάδας τῶν θεωρητικῶς ἐξαχθέντων, ἀπό πίνακος, νόμων τῆς Φυσικῆς.

Κατ' αὐτόν τόν τρόπον ἡ διδασκαλία τοῦ μαθήματος τῆς Φυσικῆς καί μάλιστα τῆς Νεωτέρας Φυσικῆς, μέ τάς ρευστάς ἀκόμη ἐννοίας, στερεώνεται πνευματικῶς πολύ καλλίτερον.

Αὐτός ὑπῆρξεν πιθανότατα ὁ λόγος ὁ ὁποῖος ἠνάγκασε τόν συγγραφέα νά ἐμπλουτίση πολλάς ἀσκήσεις μέ θεωρίαν, μέ ὕλην μαθήματος, κατ'ἄριστον τρόπον παρεμβαλλομένην.

Εἰς τήν πατρίδα μας ἐλλείπει τό ἀνάλογον εἰδικόν βιβλίον τῆς Νεωτέρας Φυσικῆς, ἀλλά καί εἰς τήν διεθνῆ βιβλιογραφίαν τοιούτου εἴδους βιβλία μέσης στάθμης καί ἀντίστοιχοι συλλογαί ἀσκήσεων εἶναι ἐλάχισται. Ὁ Ἕλλην συγγραφεύς πρέπει νά καταβάλη περισσότερον κόπον διά νά γράφη κάτι, διότι στερεῖται ὑποδείξεων ἐκ παρομοίων ξενογλώσσων κειμένων, ἐνῶ προκειμένου δι'ὑψηλῆς στάθμης βιβλίον οὐδεμία ὑφίσταται δυσκολία.

Εὔχομαι τό παρόν πόνημα νά ἐκπληρώση τόν σκοπόν διά τόν ὁποῖον ἔχει γραφῆ καί συγχαίρω τόν συγγραφέα διά τόν ἀκάματον ζῆλον του νά πλουτίζη τήν ἑλληνικήν βιβλιογραφίαν μέ χρήσιμα νέα βιβλία, πού διανοίγουν πρωτοπόρα τόν δύσκολον δρόμον τῆς κατακτήσεως τοῦ ἐκπαιδευτικοῦ μας κόσμου.

Θ.Γ. ΚΟΥΓΙΟΥΜΖΕΛΗΣ

Τό παρόν βιβλίον περιλαμβάνει σειράν έξ 153 μεθοδικώς λελυμένων στοιχειωδών άσκήσεων Φυσικής, άναφερομένων είς θέματα τής συγχρόνου Φυσικής.

Είς τό κατά τό παρελθόν έτος έκδοθέν βιβλίον τοῦ ἰδίου συγγραφέως "'Ασκήσεις Φυσικής", Τόμος ΙΙ, 'Οπτική - Μαγνητισμός -'Ηλεκτρισμός -'Ατομική καί Πυρηνική Φυσική" περιέχονται είσέτι 39 άσκήσεις λελυμέναι ώς καί 84 άλυται, άναφερόμεναι είς τά θέματα τής Νεωτέρας Φυσικής. Αἱ μή λελυμέναι ώς άνω άσκήσεις τοῦ βιβλίου τούτου, λύονται ἤδη μεθοδικώς είς τό άνά χεῖρας βιβλίον.

"Εχομεν τήν γνώμην ὅτι τά βιβλία 'Ασκήσεων Φυσικής δέν πρέπει νά περιέχωσι μόνον λελυμένας άσκήσεις, άλλά νά περιλαμβάνουν καί ἱκανόν άριθμόν μή λελυμένων, διότι οὕτω δίδεται είς τόν μαθητήν καί σπουδαστήν ή εύκαιρία νά δοκιμάση κατά πόσον κατέστη ἱκανός νά έπιλύῃ μόνος προβλήματα Φυσικής, χωρίς ούδεμίαν άλλην βοήθειαν. Ἡ διαρκής άλλως τε παράθεσις τοῦ τρόπου τής λύσεως είναι καί άντιπαιδαγωγική, διότι άποκλείει τήν αύτενέργειαν τοῦ σπουδαστοῦ. Δεδομένου ὅμως ὅτι τό πρῶτον ἤδη είσάγονται πρός διδασκαλίαν τά κεφάλαια τά άφορῶντα τήν Φυσικήν τοῦ άτόμου καί ώς έκ τούτου δέν ὑπάρχει έπαρκής έμπειρία περί τήν λύσιν παρομοίων άσκήσεων, έκρίναμεν σκόπιμον νά μή παραθέσωμεν είς τό βιβλίον τοῦτο νέον άριθμόν άσκήσεων μή λελυμένων, έπιφυλασσόμενοι νά πράξωμεν τοῦτο, ὅταν θά έχῃ έπέλθῃ έπαρκής πλέον έξοικείωσις.

Είς τήν σύνταξιν τοῦ άνά χεῖρας βιβλίου μᾶς ὡδήγησεν κυρίως, ἡ ἐπιθυμία μας ὅπως συμβάλωμεν, ἔστω καί κατά μικρόν, εἰς τήν κατά μεγαλύτερον βαθμόν διέγερσιν τοῦ καθημερινῶς αὐξανομένου ἐνδιαφέροντος τῶν μαθητῶν τῶν Γυμνασίων μας καί τῶν ὑποφηφίων τῶν Ἀνωτάτων Σχολῶν τοῦ Κράτους, εἰς ὅτι ἀφορᾷ τήν Φυσικήν τοῦ ἀτόμου.

Παραδίδοντες τό βιβλίον τοῦτο εἰς τήν δημοσιότητα πιστεύομεν ὅτι θά συντελέσῃ εἰς τήν ἐξύψωσιν τοῦ ἐπιπέδου τῶν γνώσεων Φυσικῆς τῶν μαθητῶν καί σπουδαστῶν, ἐάν δέ τοῦτο ἤθελεν ἐπιτευχθῆ, θ'ἀπετέλη δι'ἡμᾶς ὑφίστην ἠθικήν ἱκανοποίησιν.

Ἐκφράζω τάς εὐχαριστίας μου καί ἀπό τῆς θέσεως ταύτης εἰς τόν καθηγητήν τῆς Φυσικῆς ἐν τῷ Ε.Μ.Πολυτεχνείῳ **κ.Θ.Κουγιουμζέλην**, ὅστις ἐπρολόγισε τό βιβλίον τοῦτο, τόν Φυσικόν - Ραδιοηλεκτρολόγον κ. **Κ. Καρούμπαλον**, τόν Φυσικόν - Βοηθόν τοῦ Ἐργαστηρίου Φυσικῆς κ. **Χ. Μηλιαροκατερινάκην** καί τόν Φυσικόν τῆς Ἑλληνικῆς Ἐπιτροπῆς Ἀτομικῆς Ἐνεργείας κ. **Ν.Χρυσοχοΐδην**, οἵτινες εἶχον τήν καλωσύνην νά διεξέλθουν ἐν χειρογράφῳ τό βιβλίον καί νά προβοῦν εἰς εὐστόχους ὑποδείξεις. Ἐπίσης ἐκφράζω τάς εὐχαριστίας μου εἰς τόν συνεργάτην μου κ. **Ν. Γαρυφάλου**, φοιτητήν τοῦ Φυσικοῦ τμήματος τῆς Φυσικομαθηματικῆς Σχολῆς τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν, ὅστις μέ ἐβοήθησε εἰς τήν διάρθρωσιν τῆς ὕλης καί εἰς τήν λύσιν τῶν ἀσκήσεων.

Ἀθῆναι, Ἰούλιος 1959

Σ. Γ. ΠΕΡΙΣΤΕΡΑΚΗΣ

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

Η Λ Ε Κ Τ Ρ Ο Ν Ι Κ Η   Φ Υ Σ Ι Κ Η

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

Α Τ Ο Μ Ι Κ Η   Φ Υ Σ Ι Κ Η

ΜΕΡΟΣ ~~ΔΕΥΤΕΡΟΝ~~ ΤΡΙΤΟΝ

Π Υ Ρ Η Ν Ι Κ Η   Φ Υ Σ Ι Κ Η

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄

ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΦΟΡΤΙΟΝ ΤΟΥ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟΥ ΚΙΝΗΣΙΣ ΕΝΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟΥ ΕΝΤΟΣ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

1. Ἡ μᾶζα ἑνός ἠρεμοῦντος ἠλεκτρονίου εἶναι ἴση πρός 9.10^{-28} gr. Ἀφ' ἑτέρου, θεωρουμένου τοῦ ἠλεκτρονίου ὡς σφαιρικοῦ σωματιδίου, εὑρίσκεται, θεωρητικῶς, ἡ διάμετρος αὐτοῦ ἴση περίπου πρός $3{,}8\cdot 10^{-13}$ cm. Νά ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης τῆς ὕλης τοῦ ἠλεκτρονίου.

Παρατήρησις. Εἰς ὅλας τάς ἀσκήσεις τοῦ Κεφαλαίου Α΄, ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου θά θεωρηθῇ ὡς σταθερά καί ἴση πρός τήν μᾶζαν ἠρεμίας αὐτοῦ.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν m_o τήν μᾶζαν ἑνός ἀκινήτου ἠλεκτρονίου καί V τόν ὄγκον αὐτοῦ, ἡ πυκνότης τῆς ὕλης τοῦ ἠλεκτρονίου θά εἶναι (συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς πυκνότητος) ἴση πρός

$$\varrho = \frac{m_o}{V} \tag{1}$$

Θά ἔχωμεν ὅμως

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{\delta}{2}\right)^3 \tag{2}$$

ἤ

$$V = \frac{\pi\delta^3}{6} \tag{3}$$

ἔνθα δ καί r εἶναι ἀντιστοίχως ἡ διάμετρος καί ἡ ἀκτίς τοῦ ἠλεκτρονίου.

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (3) λαμβάνομεν διά τήν πυκνότητα τόν τελικόν τύπον

$$\varrho = \frac{6\ m_o}{\pi\ \delta^3} \tag{4}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_o = 9\cdot 10^{-28}$ gr, $\delta = 3{,}8\cdot 10^{-13}$ cm. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τήν σχέσιν (4) εὑρίσκομεν

$$\underline{\varrho = 2{,}9 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{gr/cm^3}.}$$

Σημείωσις. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀκτίς τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι πολύ μικροτέρα τῆς ἀκτῖνος ἑνός ἀτόμου, ἥτις εἶναι τῆς τάξεως μεγέθους 0,5 – 1 Å. Εἶναι ὅμως τῆς αὐτῆς τάξεως μεγέθους πρός τήν ἀκτῖνα τοῦ πυρῆνος, ἡ ὁποία εἶναι τῆς τάξεως μεγέθους 10^{-12} – 10^{-13} cm.

2. Ἐπί μικρᾶς περιοχῆς λεπτοῦ μεταλλικοῦ φύλλου προσπίπτουν ἐντός μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος $6{,}25\cdot 10^{16}$ ἠλεκτρόνια, ἕκαστον τῶν ὁποίων ἔχει κατά τήν στιγμήν τῆς προσπτώσεώς του ταχύτητα ἴσην πρός $5\cdot 10^{7}$ m/sec. Τά ἠλεκτρόνια ἐν συνεχείᾳ διέρχονται διά τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου, εὑρίσκεται δέ ὅτι μετά τήν δίοδον δι' αὐτοῦ, ἡ ταχύτης ἑκάστου ἠλεκτρονίου ἔχει ἐλαττωθῆ εἰς τό ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς (δηλ. τῆς πρό τῆς διόδου διά τοῦ φύλλου). Ἐάν ἡ ἐλάττωσις τῆς ταχύτητος ἑκάστου ἠλεκτρονίου ὀφείλεται εἰς τήν ἐντός αὐτοῦ μετατροπήν μέρους τῆς ἀρχικῆς κινητικῆς του ἐνεργείας εἰς θερμότητα, νά εὑρεθῇ τό ποσόν τῆς θερμότητος, τό ὁποῖον ἔχει ἀναπτυχθῆ ἐντός τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου εἰς τό τέλος τῆς διόδου δι' αὐτοῦ τῶν ἀνωτέρω ἠλεκτρονίων. Μᾶζα ἑνός ἠλεκτρονίου = $9\cdot 10^{-28}$ gr. Μηχανικόν ἰσοδύναμον θερμότητος = 4,18 Joule/cal.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν υ τήν ἀρχικήν ταχύτητα ἑκάστου ἠλεκτρονίου, ἡ κινητική ἐνέργεια αὐτοῦ πρό τῆς διόδου διά τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου εἶναι ἴση πρός

$$E = \frac{1}{2}\, m\cdot\upsilon^2 \qquad (1)$$

Μετά τήν δίοδον διά τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου ἡ ταχύτης ἑκάστου ἠλεκτρονίου καθίσταται ἴση πρός τό ἥμισυ τῆς ἀρχικῆς, ἤτοι ἴση πρός $\upsilon/2$. Συνεπῶς ἡ κινητική ἐνέργεια ἑκάστου ἐξερχομένου ἠλεκτρονίου θά εἶναι ἴση πρός

$$E' = \frac{1}{2}\, m \left(\frac{\upsilon}{2}\right)^2 \qquad (2)$$

ἤ

$$E' = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}\, m\cdot\upsilon^2 \qquad (3)$$

Ἤτοι κατά τήν δίοδον ἡ κινητική ἐνέργεια ἑκάστου ἠλεκτρονίου καθίσταται ἴση πρός τό 1/4 τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τήν ὁποίαν εἶχε τοῦτο πρό τῆς διόδου διά τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου.

Ἡ διαφορά τῆς ἀρχικῆς καί τῆς μετά τήν δίοδον κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ ἠλεκτρονίου

$$E - E' = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2 \qquad (4)$$

παρέχει τήν ἐνέργειαν ἡ ὁποία μετατρέπεται ἐντός τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου εἰς θερμότητα, κατά τήν δίοδον δι' αὐτοῦ ἑνός ἠλεκτρονίου.

Ἐάν συνεπῶς, διά τοῦ μεταλλικοῦ φύλλου διέλθουν n ἠλεκτρόνια, ἀρχικῆς ταχύτητος ἴσης πρός υ , θά ἔχωμεν διά τήν ὁλικῶς ἀναπτυσσομένην ἐντός αὐτοῦ θερμότητα

$$\underline{Q = n \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2} \qquad (5)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως αὐτῆς, ἐάν ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου ληφθῆ εἰς gr, ἡ δέ ταχύτης του εἰς cm/sec, ἡ θερμότης Q θά προκύψη εἰς erg.

Διά νά μετατρέψωμεν αὐτήν εἰς μονάδας θερμότητος, π.χ. cal, λαμβάνομεν ὑπ' ὄψιν τό (δοθέν) μηχανικόν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ἐκ τοῦ ὁποίου προκύπτει ὅτι

$$1 \text{ cal} = 4{,}18 \text{ Joule}$$

ἐπειδή δέ

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$$

θά εἶναι

$$1 \text{ cal} = 4{,}18 \cdot 10^7 \text{ erg}$$

ὁπότε εὑρίσκομεν

$$\underline{Q = 24{,}1 \text{ cal}}$$

3. Νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν ἠλεκτρονίων, τῶν ὁποίων τό ὁλικόν φορτίον εἶναι ἀπολύτως ἴσον πρός: (α) 1 ΗΣΜ-φορτίου, (β) 1 Cb. Ἡ ἀπόλυτος τιμή τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἴση πρός $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. 1 Cb = $3 \cdot 10^9$ ΗΣΜ - φορτίου.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν n τόν ἀριθμόν τῶν ἠλεκτρονίων, τῶν ὁποίων τό ὁλικόν φορτίον εἶναι ἀπολύτως ἴσον πρός q καί e τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου ἑνός ἠλεκτρονίου (τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον), θά ἔχωμεν τήν σχέσιν

$$q = n \cdot e \tag{1}$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν τόν ζητούμενον ἀριθμόν τῶν ἠλεκτρονίων ἴσον πρός

$$n = \frac{q}{e} \tag{2}$$

Εἰς τήν σχέσιν (2) θέτομεν διαδοχικῶς διά τό φορτίον q α) $q_1 = 1$ ΗΣΜ - φορτίου, β) $q_2 = 1$ Cb $= 3 \cdot 10^9$ ΗΣΜ - φορτίου. Δίδεται ἐπίσης $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, ὁπότε εὑρίσκομεν τούς ἀντιστοίχους ἀριθμούς τῶν ἠλεκτρονίων ἴσους πρός

$$\underline{n_1 = 2,08 \cdot 10^9} \qquad \underline{n_2 = 6,25 \cdot 10^{18}}$$

4. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπ' ἀλλήλων πρέπει νά εὑρεθοῦν δύο ἠλεκτρόνια ἐντός τοῦ κενοῦ, ἵνα ἡ ἀπωστική δύναμις ἡ ὁποία θά ἐξασκηθῇ μεταξύ αὐτῶν εἶναι ἴση πρός τό βάρος ἑνός ἠλεκτρονίου. Μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου = $9 \cdot 10^{-28}$ gr, ἀπόλυτος τιμή τοῦ φορτίου του = $4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, g = 981 cm/sec^2.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν e τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου, τότε τό μέτρον F τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως ἡ ὁποία θά ἐξασκηθῇ μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτρονίων (θεωρουμένων ὡς σημειακῶν σωματιδίων φορτίου -e), ὅταν αὐτά εὑρεθοῦν εἰς ἀπόστασιν r ἀπ' ἀλλήλων, ἐντός τοῦ κενοῦ, θά εἶναι, συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ Coulomb, ἴσον πρός

$$F = \frac{e \cdot e}{r^2} \quad \text{ἤ} \quad F = \frac{e^2}{r^2} \tag{1}$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν m τήν μᾶζαν ἑνός ἠλεκτρονίου, τό βάρος B αὐτοῦ θά εἶναι κατά μέτρον ἴσον πρός

$$B = m \cdot g \tag{2}$$

Ζητεῖται ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτρονίων, διά τήν ὁποίαν τά μέτρα τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων εἶναι ἴσα, ἤτοι νά εἶναι

$$F = B$$

ἤ, λόγῳ τῶν σχέσεων (1) καί (2)

$$\frac{e^2}{r^2} = m \cdot g \tag{3}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (3) λαμβάνομεν διά τήν ζητουμένην ἀπόστασιν τόν τελικόν τύπον

$$r = \frac{e}{\sqrt{m \cdot g}} \tag{4}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, $g = 981$ cm/sec². Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (4) εὑρίσκομεν

$$r = 509 \text{ cm} = 5{,}09 \text{ m} .$$

5. Ἕν ἠλεκτρόνιον, ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας ἔκ τινος σημείου ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἄρχεται κινούμενον ὑπό τήν ἐπενέργειαν τῆς δυνάμεως, τῆς ἐξασκουμένης ἐπ' αὐτοῦ ὑπό τοῦ πεδίου καί διανύει τήν ἀπόστασιν μεταξύ τοῦ πρώτου καί ἑνός ἑτέρου σημείου τοῦ πεδίου. Ἐάν ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο αὐτῶν σημείων τοῦ πεδίου εἶναι 1000 V, νά ὑπολογισθῇ ἡ κινητική ἐνέργεια καί ἡ ταχύτης τήν ὁποίαν ἔχει τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του. Αἱ τιμαί τοῦ φορτίου καί τῆς μάζης ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἀντιστοίχως ἴσαι πρός $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Κατά τήν μετακίνησιν τοῦ ἠλεκτρονίου (καί γενικῶς κάθε φορτισμένου σωματιδίου) μεταξύ δύο σημείων ἑνός ἠλεκτρικοῦ πεδίου παράγεται ὑπό τοῦ πεδίου ἔργον, τό ὁποῖον εἶναι ἴσον πρός

$$A = e \cdot U \tag{1}$$

ἤ γενικῶς

$$A = q \cdot U \tag{2}$$

ἔνθα e(q) εἶναι τό φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου (τοῦ μετακινηθέντος σωματιδίου) καί U ἡ διαφορά δυναμικοῦ, ἡ ὁποία ὑφίσταται μεταξύ τῶν δύο σημείων.

Τό ἔργον τοῦτο μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου (τοῦ μετακινηθέντος σωματιδίου).

Συνεπῶς, ὅταν ἕν ἠλεκτρόνιον (ἤ ἕν ἄλλο φορτισμένον σωματίδιον) κινηθῇ μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐχόντων διαφοράν δυναμικοῦ U, θ' ἀποκτήσῃ, γενικῶς, κινητικήν ἐνέργειαν, ἴσην πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = e \cdot U \tag{3}$$

ἤ γενικῶς

$$E_{\kappa\iota\nu} = q \cdot U \tag{4}$$

Εἰς τήν εἰδικήν περίπτωσιν, καθ' ἥν τό ἠλεκτρόνιον (τό φορτισμένον σωματίδιον) ἐκκινεῖ ἐκ τοῦ πρώτου σημείου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, οἱ τύποι (3) καί (4) παρέχουν τήν κινητικήν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν κέκτηται τοῦτο εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του.

Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν, ἐάν καλέσωμεν υ τήν τελικήν ταχύτητα τοῦ ἠλεκτρονίου (τοῦ μετακινουμένου σωματιδίου) καί m τήν μάζαν αὐτῶν, δυνάμεθα τούς τύπους (3) καί (4) νά γράψωμεν καί ὡς ἀκολούθως

$$\frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 = e \cdot U \qquad (5)$$

$$\frac{1}{2}\, m \cdot \upsilon^2 = q \cdot U \qquad (6)$$

Ἐκ τῶν τύπων (5) καί (6) προκύπτουν διά τήν τελικήν ταχύτητα τοῦ ἠλεκτρονίου (καί γενικῶς τοῦ ἐπιταχυνθέντος σωματιδίου) αἱ σχέσεις

$$\underline{\upsilon = \sqrt{2\,\frac{e}{m} \cdot U}} \qquad (7)$$

$$\underline{\upsilon = \sqrt{2\,\frac{q}{m} \cdot U}} \qquad (8)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων.

α) **Ὑπολογισμός τῆς τελικῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ ἠλεκτρονίου.** Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (3) τά σύμβολα e καί U διά τῶν δοθεισῶν τιμῶν αὐτῶν (εἰς μονάδας τοῦ ἠλεκτροστατικοῦ συστήματος μονάδων) εὑρίσκομεν

$$\underline{E_{\kappa\iota\nu} = 1{,}6 \cdot 10^{-9}\ \text{erg}}\ .$$

β) **Ὑπολογισμός τῆς τελικῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου.** Δίδονται $U = 1000\ V = 1000/300$ ΗΣΜ - τάσεως ; $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου , $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (7) εὑρίσκομεν

$$\underline{\upsilon = 1{,}88 \cdot 10^{9}\ \text{cm/sec}}\ .$$

6. Τό ἠλεκτρονιοβόλτ (1 eV) εἶναι μονάς ἐνεργείας, χρησιμοποιουμένη εἰς τήν Ἀτομικήν καί Πυρηνικήν Φυσικήν, ὁρίζεται δέ ὡς ἡ ἐνέργεια, τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ ἕν σωματίδιον φέρον ἠλεκτρικόν φορτίον ἀπολύτως ἴσον πρός τό τοῦ ἠλεκτρονίου ὅταν **μετακινηθῇ μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, τά ὁποῖα ἔχουν διαφοράν δυναμικοῦ 1 V. (1) Πρός πόσα erg ἰσοῦται 1 ἠ-**

λεκτρονιοβόλτ. (2) **Πρός πόσα ἠλεκτρονιοβόλτ ἰσοῦται (α) 1 erg, (β) 1 cal.**

Λύσις (1). Ἐάν εἰς τόν τύπον

$$\underline{E_{\kappa\iota\nu} = e \cdot U}.$$

τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως, ὁ ὁποῖος παρέχει τήν κινητικήν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ ἕν ἠλεκτρόνιον, ὅταν κινηθῇ μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου τά ὁποῖα ἔχουν διαφοράν δυναμικοῦ U, θέσωμεν τό φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς ΗΣΜ - φορτίου καί ἀντί U τό 1 V εἰς ΗΣΜ - τάσεως, θά λάβωμεν

$$1 \text{ eV} = 4{,}8 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{1}{300} \text{ erg}$$

ἤ

$$\underline{1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ erg}}$$

ἤ

$$1 \text{ eV} = 1{,}6 \ \mu\mu\text{erg} = 1{,}6 \text{ perg} \quad (\text{πικοέργκ})$$

(2) α) Ἐκ τοῦ ἀποτελέσματος τῆς προηγουμένης ἐρωτήσεως εὑρίσκομεν διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν ὅτι

$$\underline{1 \text{ erg} = 62{,}5 \cdot 10^{10} \text{ eV}}.$$

β) Ἐπειδή 1 cal = 4,2 Joule = $4{,}2 \cdot 10^7$ erg, εὑρίσκομεν εὐκόλως ὅτι

$$\underline{1 \text{ cal} = 2{,}6 \cdot 10^{19} \text{ eV}}.$$

Σημείωσις. Ἐκτός τῆς μονάδος 1 eV χρησιμοποιοῦνται καί τά ἑξῆς πολλαπλάσια αὐτῆς

1 keV (1 κιλοηλεκτρονιοβόλτ) = 10^3 eV

1 MeV (1 μεγαηλεκτρονιοβόλτ) = 10^6 eV

1 GeV (1 γιγαηλεκτρονιοβόλτ) = 10^9 eV

7. Νά ὑπολογισθῇ ἡ κινητική ἐνέργεια, τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ ἕν ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἀπό μιᾶς ἰσοδυναμικῆς ἐπιφανείας ἠλεκτρικοῦ πεδίου εἰς μίαν ἄλλην, ὅταν ἡ μεταξύ αὐτῶν διαφορά δυναμικοῦ εἶναι 100 V. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου = $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου.

Λύσις. Τό ἠλεκτρόνιον θά κινηθῇ μεταξύ δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἕκαστον τῶν ὁποίων εὑρίσκεται ἐπί μιᾶς ἰσοδυναμικῆς γραμμῆς τοῦ πεδίου. Ἐάν δέ καλέσωμεν ΔU τήν διαφοράν δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο ἰσοδυναμικῶν ἐπιφανειῶν, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς ἰσοδυναμικῆς ἐπιφανείας, ἕπεται ὅτι ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο αὐτῶν σημείων θά εἶναι ἐπίσης ΔU.

Ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν θά ἀποκτήσῃ τό ἠλεκτρόνιον, κινούμενον μεταξύ αὐτῶν, θά εἶναι, συνεπῶς, συμφώνως πρός τήν σχέσιν (3) τῆς ἀσκήσεως 5, ἴση πρός

$$\underline{E_{\kappa\iota\nu} = e \cdot \Delta U}$$

ἔνθα e τό φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου.

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\Delta U = 100\ V = 100/300$ ΗΣΜ - τάσεως, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εὑρίσκομεν

$$\underline{E_{\kappa\iota\nu} = 1,6 \cdot 10^{-10}\ erg\ .}$$

Παρατήρησις. Δυνάμεθα νά εὕρωμεν ἀμέσως τήν κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου, ἐκπεφρασμένην εἰς ἠλεκτρονιοβόλτ, ἐάν λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τόν ὁρισμόν τῆς μονάδος αὐτῆς (βλ. ἄσκησιν 6) καί ὅτι ἡ ἀποκτωμένη ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου ἐνέργεια κατά τήν μετακίνησίν του μεταξύ τῶν δύο σημείων, εἶναι ἀνάλογος τῆς μεταξύ αὐτῶν διαφορᾶς δυναμικοῦ. Θά εἶναι

$$\underline{E_{\kappa\iota\nu} = 100\ eV\ .}$$

8. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ἑνός ἠλεκτρονίου, τό ὁποῖον ἔχει κινητικήν ἐνέργειαν 1 eV. Μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου = $9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἡ ταχύτης ἑνός ἠλεκτρονίου (μάζης m), τό ὁποῖον ἔχει κινητικήν ἐνέργειαν $E_{\kappa\iota\nu}$ προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου $E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$, ἴσον πρός

$$\underline{\upsilon = \sqrt{\frac{2E_{\kappa\iota\nu}}{m}}}$$

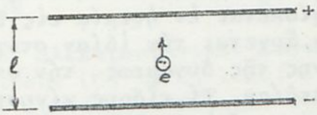
Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, $E = 1$ eV. Ἡ ἐνέργεια αὐτή πρέπει νά ἐκφρασθῇ εἰς erg. Πρός τόν σκοπόν αὐτόν καταφεύγομεν εἰς τήν ἄσκησιν 6, ὅπου εὑρίσκομεν ὅτι $1\ eV = 1,6 \cdot 10^{-12}$ erg. Ἀντικαθιστῶντες εὑρίσκομεν

$$\underline{\upsilon = 5,96 \cdot 10^{7}\ cm/sec.}$$

9. Ἕν ἠλεκτρόνιον εὑρίσκεται μεταξύ δύο παραλλήλων καί ἐπιπέδων μεταλλικῶν πλακῶν, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν διαφοράν

δυναμικοῦ 1 V. Αἱ διαστάσεις τῶν πλακῶν εἶναι μεγάλαι ἐν σχέσει πρός τήν ἀπόστασίν των, ἴσην πρός 1 cm. Νά ὑπολογισθῇ τό μέτρον τῆς δυνάμεως, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου τό ἠλεκτρικόν πεδίον. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου = $4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου.

Λύσις. Τό ἠλεκτρικόν πεδίον, τό ὁποῖον δημιουργεῖται μεταξύ τῶν δύο πλακῶν, εἶναι, μέ μεγάλην προσέγγισιν, ἕν ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον.



Σχῆμα 1.

Ἐάν καλέσωμεν $\mathcal{E}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεώς του καί e τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου (τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον), τότε, τό μέτρον τῆς δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ τό πεδίον ἐπί ἑνός ἠλεκτρονίου, εὑρισκομένου εἰς ἕν σημεῖον αὐτοῦ, εὑρίσκεται ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου $F = \mathcal{E}\cdot q$ ἴσον πρός

$$F = \mathcal{E}\cdot e \qquad (1)$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐάν ἡ διαφορά δυναμικοῦ ἡ ὁποία ὑφίσταται μεταξύ τῶν πλακῶν εἶναι U, ἡ δέ ἀπόστασις μεταξύ αὐτῶν l, τό μέτρον $\mathcal{E}$ τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου θά εἶναι, ὡς γνωστόν, ἴσον πρός

$$\mathcal{E} = \frac{U}{l} \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) λαμβάνομεν διά τό μέτρον τῆς δυνάμεως τόν τελικόν τύπον

$$F = \frac{U}{l}\cdot e \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 1\ V = \frac{1}{300}$ ΗΣΜ - τάσεως, $l = 1$ cm, $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (3) εὑρίσκομεν

$$\underline{F = 1{,}6\cdot 10^{-12}\ \text{dyn}}$$

10. Ἕν ἠλεκτρόνιον εὑρίσκεται εἰς ἕν σημεῖον τοῦ χώρου τοῦ μεταξύ δύο παραλλήλων καί ἐπιπέδων μεταλλικῶν πλακῶν, μεταξύ τῶν ὁποίων ἔχει ἐφαρμοσθῆ μία διαφορά δυναμικοῦ ἴση πρός 100 V. Αἱ πλάκες εὑρίσκονται εἰς ἀπόστασιν 1 cm ἀπ' ἀλλήλων. Νά εὑρεθοῦν, α) τό μέτρον τῆς δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου τό σχηματιζόμενον μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον, β) ὁ λόγος τοῦ μέτρου τῆς δυνάμεως αὐτῆς πρός τό μέτρον τοῦ βάρους ἑνός ἠλεκτρονίου, γ) κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$, ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἴση πρός μηδέν (τοῦτο εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ εἰς ἕν σημεῖον τοῦ πεδίου). Τό ἠλεκτρόνιον ἄρχεται τήν ἰδίαν στιγμήν κινούμενον ὑπό τήν ἐπίδρασιν μόνης τῆς δυνάμεως, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τό ἠλεκτρικόν πεδίον. Τί εἴδους κίνησιν θά ἐκτελέσῃ, δ) νά εὑρεθῆ τό διάστημα τό ὁποῖον ἔχει διανύσει τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό τέλος τοῦ χρονικοῦ διαστήματος ἴσου πρός 10^{-9} sec, ε) εἰς πόσον χρόνον θά ἔχει διανυθῆ ὑπ' αὐτοῦ διάστημα 1 cm, στ) ποία θά εἶναι ἡ ταχύτης καί ἡ κινητική του ἐνέργεια εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου αὐτοῦ. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου $= 4,8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, μᾶζα αὐτοῦ $= 9\cdot 10^{-28}$ gr, $g = 981$ cm/sec^2.

Λύσις. α) Τό μέτρον τῆς δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἕν ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον, ἐντάσεως κατά μέτρον ἴσης πρός $\mathcal{E}$, ἐπί ἑνός ἠλεκτρονίου, εὑρισκομένου εἰς ἕν σημεῖον αὐτοῦ, εἶναι ἴσον πρός

$$F = \mathcal{E}\cdot e \tag{1}$$

ἔνθα e εἶναι ἡ ἀπόλυτος τιμή τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου (βλ. προηγουμένην ἄσκησιν).

Εἰς τήν περίπτωσιν καθ' ἥν τό πεδίον σχηματίζεται μεταξύ δύο παραλλήλων καί ἐπιπέδων μεταλλικῶν πλακῶν, μεταξύ τῶν ὁποίων ἔχει ἐφαρμοσθῆ διαφορά δυναμικοῦ U, τό μέτρον $\mathcal{E}$ τῆς ἐντάσεώς του δύναται νά ἐκφρασθῆ ὡς τό πηλίκον τῆς τάσεως U διά τῆς ἀποστάσεως l μεταξύ αὐτῶν, ὁπότε ὁ τύπος (1) γράφεται

$$\underline{F = \frac{U}{l}\cdot e} \ . \tag{2}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 100$ V $= 100/300$ ΗΣΜ - τάσεως, $l = 1$ cm, $e = 4,8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$\underline{F = 1,6\cdot 10^{-10} \text{ dyn}} \ .$$

β) Ἐάν καλέσωμεν m τήν μᾶζαν ἑνός ἠλεκτρονίου, τότε ὁ λόγος τοῦ μέτρου F τῆς ὑπό τοῦ πεδίου ἀσκουμένης ἐπ' αὐτοῦ δυνάμεως, πρός τήν ἀριθμητικήν τιμήν B τοῦ βάρους αὐτοῦ, θά εἶναι ἴσος πρός

$$\frac{F}{B} = \frac{F}{m \cdot g} \qquad (3)$$

Λόγῳ τῶν σχέσεων (1) καί (2) ἤ (3) γράφεται

$$\frac{F}{B} = \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m \cdot g} \quad (4) \qquad \text{ἤ} \qquad \frac{F}{B} = \frac{U \cdot e}{l \cdot m \cdot g} \quad (5)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων. Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τόν τύπον (5) τά U, l καί e διά τῶν τιμῶν των ἐκ τῆς προηγουμένης ἐρωτήσεως. Θέτομεν προσέτι εἰς αὐτόν $m = 9.10^{-28}$ gr, $g = 981$ cm/sec², ὁπότε εὑρίσκομεν

$$\frac{F}{B} = 1{,}8 \cdot 10^{14}$$

γ) Ἡ δύναμις, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου τό ἠλεκτρικόν πεδίον, παραμένει διαρκῶς σταθερά κατά μέτρον, διεύθυνσιν καί φοράν. Διότι:

1) Τό μέτρον αὐτῆς ἰσοῦται διαρκῶς πρός τό γινόμενον τοῦ - σταθεροῦ - μέτρου τῆς ἐντάσεως ἑνός ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί τῆς ἀπολύτου τιμῆς τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου (ἐξίσωσις 1), συνεπῶς εἶναι σταθερόν. 2) Ἡ διεύθυνσις αὐτῆς εἶναι διαρκῶς παράλληλος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς, συνεπῶς παραμένει σταθερά. Διότι τό διάνυσμα F προκύπτει ἐκ τοῦ διανύσματος τῆς ἐντάσεως $\mathcal{E}$ διά πολλαπλασιασμοῦ αὐτοῦ μέ ἕν μονόμετρον μέγεθος (τό φορτίον e). Συνεπῶς ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως συμπίπτει πρός τήν διεύθυνσιν τῆς ἐντάσεως, ἥτις, ὡς γνωστόν, εἶναι παράλληλος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. 3) Ἡ φορά αὐτῆς εἶναι σταθερά, ὡς διαρκῶς ἀντίθετος πρός τήν σταθεράν φοράν τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

Ἐφ' ὅσον λοιπόν ἡ ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου ἐξασκουμένη δύναμις εἶναι μία σταθερά δύναμις, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, αὕτη θά μεταδώσῃ εἰς τό ἠλεκτρόνιον σταθεράν (κατά μέτρον, διεύθυνσιν καί φοράν) ἐπιτάχυνσιν, ἔχουσαν τήν ἰδίαν διεύθυνσιν καί τήν ἰδίαν φοράν πρός τάς τῆς δυνάμεως.

Συνεπῶς τό ἠλεκτρόνιον θά ἐκτελέσῃ κίνησιν **ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην καί εὐθύγραμμον**, ἐπί μιᾶς εὐθείας, συμπιπτούσης πρός τήν σταθεράν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, ἤτοι παραλλήλου πρός τάς δυναμικάς γραμμάς.

δ) Ἐάν καλέσωμεν γ τό μέτρον τῆς σταθερᾶς ἐπιταχύνσεως τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ τό ἠλεκτρόνιον ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $F=\mathcal{E}\cdot e$ καί m τήν μάζαν αὐτοῦ, δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς, θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$\mathcal{E}e = m\cdot\gamma \qquad (6)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τό μέτρον τῆς ἐπιταχύνσεως

$$\gamma = \frac{\mathcal{E}e}{m} \qquad (7)$$

ἤ, ἐπειδή $\mathcal{E} = \frac{U}{l}$

$$\gamma = \frac{U}{l}\cdot\frac{e}{m} \qquad (8)$$

Τό διάστημα τό ὁποῖον διανύει τό ἠλεκτρόνιον (ἐκκινοῦν κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$ ἐκ τῆς ἠρεμίας), κινούμενον ἐπί ἕν χρονικόν διάστημα t ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $\mathcal{E}\cdot e$, θά εἶναι τότε, συμφώνως πρός τόν τύπον $s = 1/2\ \gamma\cdot t^2$ τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως, ἴσον πρός

$$s = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}e}{m}\,t^2 \qquad (9)$$

ἤ

$$s = \frac{1}{2}\cdot\frac{U}{l}\cdot\frac{e}{m}\cdot t^2 \qquad (10)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τόν τύπον (10) τά U, l, e, m διά τῶν τιμῶν των ἐκ τῶν προηγουμένων ἐρωτήσεων, θέτοντες δέ ἐπί πλέον εἰς αὐτόν $t = 1$ sec, εὑρίσκομεν ὅτι τό ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου διανυθέν διάστημα, εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου 1 sec, εἶναι ἴσον πρός

$$s = 8,8\cdot 10^{-2}\ \text{cm} = 0,88\ \text{mm}\ .$$

ε) Ὁ χρόνος t, ἐντός τοῦ ὁποίου ἔχει διανυθῆ ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου διάστημα s, εὑρίσκεται ἐκ τῶν τύπων (9) καί (10) δι' ἐπιλύσεως αὐτῶν ὡς πρός t, ἴσος πρός

$$t = \sqrt{\frac{2\cdot s\cdot m}{\mathcal{E}\cdot e}} \qquad (11)$$

$$t = \sqrt{\frac{2\cdot l\cdot s\cdot m}{U\cdot e}} \qquad (12)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τόν τύπον (12) τά U, l, e καί m διά τῶν τιμῶν των ἐκ τῶν προηγουμένων ἐρωτήσεων. Θέτομεν ἐπί πλέον εἰς αὐτόν s = 1 cm καί εὑρίσκομεν

$$t = 3{,}3\cdot 10^{-9}\ \text{sec}\ .$$

Παρατήρησις. Τό δοθέν διάστημα s = 1 cm εἶναι ἴσον πρός τήν μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ἀπόστασιν. Ἐπειδή δέ τό ἠλεκτρόνιον, ὑπό τήν ἐπίδρασιν μόνης τῆς δυνάμεως $\mathcal{E}$ e, κινεῖται παραλλήλως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς, ἤτοι καθέτως πρός τάς πλάκας, συνάγομεν ὅτι τοῦτο εἰς τήν περίπτωσιν τῆς ἐρωτήσεως (5) διανύει τήν μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ἀπόστασιν.

Τό σημεῖον τῆς ἐκκινήσεώς του θά εἶναι τότε ἕν σημεῖον τῆς ἐπιφανείας τῆς ἀρνητικῆς πλακός. Εἰς τό τέλος τοῦ εὑρεθέντος χρόνου $t = 3{,}3\cdot 10^{-9}$ sec τό ἠλεκτρόνιον προσκρούει ἐπί τῆς θετικῆς πλακός.

στ) Ἡ ταχύτης τήν ὁποίαν θά ἔχῃ τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t (ἀπό τῆς ἐκκινήσεώς του κατά τήν χρονικήν στιγμήν t = 0), προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου τῆς ὁμαλῶς μεταβαλλομένης κινήσεως $\upsilon = \gamma\cdot t$ καί τῶν σχέσεων (7) καί (8) ἴση πρός

$$\upsilon = \frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot t \qquad (13)$$

ἤ

$$\upsilon = \frac{U}{l}\cdot\frac{e}{m}\cdot t \qquad (14)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τόν τύπον (14) τά U, l, e καί m διά τῶν τιμῶν των ἐκ τῶν προηγουμένων ἐρωτήσεων.

Ἐπί πλέον, ἐπειδή ζητεῖται ἡ ταχύτης τήν ὁποίαν ἔχει τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό τέλος χρονικοῦ διαστήματος $3{,}3\cdot 10^{-9}$ sec, θέτομεν εἰς αὐτόν $t = 3{,}3\cdot 10^{-9}$ sec καί εὑρίσκομεν

$$\upsilon = 5{,}7\cdot 10^{8}\ \text{cm/sec}\ .$$

Ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t ἀπό τῆς ἐνάρξεως τῆς κινήσεώς του τό ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $F = \mathcal{E}e$ κινούμενον ἠλεκτρόνιον εὑρίσκεται ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι αὐτή εἶναι ἴση πρός τό ἔργον τό ὁποῖον παρήγαγε ἡ δύναμις $F=\mathcal{E}e$, ἡ ἐπενεργοῦσα συνεχῶς ἐπ' αὐτοῦ, μετακινήσασα τό σημεῖον τῆς ἐφαρμογῆς της κατά τό διάστημα, τό ὁποῖον ἔχει διανυθῆ ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t. Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν s τό διανυθέν διάστημα, ἐκ τοῦ γνωστοῦ τύπου A = F·s·συνα, θά ἔχωμεν διά τήν κινητικήν ἐνέργειαν

$$E_{κιν} = \mathcal{E}\cdot e\cdot s\cdot συνα \qquad (15)$$

ἤ

$$E_{κιν} = \frac{U}{l}\cdot e\cdot s\cdot συνα \qquad (16)$$

ἔνθα α εἶναι ἡ γωνία τήν ὁποίαν σχηματίζει ἡ σταθερά διεύθυνσις τῆς δυνάμεως $F = \mathcal{E}\cdot e$ μέ τήν διεύθυνσιν τῆς μετατοπίσεως s.

Ἐπειδή ὅμως, ὡς εἴδομεν εἰς τήν ἐρώτησιν (γ), τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται διαρκῶς ἐπί τῆς σταθερᾶς διευθύνσεως τῆς δυνάμεως $F = \mathcal{E}\cdot e$, ἕπεται ὅτι θά εἶναι α = 0, ὁπότε συνα = 1. Ζητεῖται ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό τέλος τοῦ εὑρεθέντος εἰς τήν προηγουμένην ἐρώτησιν χρόνου $t = 3,3\cdot 10^{-9}$ sec. Συνεπῶς θά θέσωμεν εἰς τήν (16) s = 1 cm. (Δηλαδή τό διανυθέν εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου τούτου διάστημα).

Ἀντικαθιστῶντες προσέτι εἰς αὐτήν τά U καί e διά τῶν δοθεισῶν τιμῶν των εἰς μονάδας τοῦ Ἠλεκτροστατικοῦ συστήματος, εὑρίσκομεν διά τήν κτηθεῖσαν ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου ἐνέργειαν

$$\underline{E_{κιν} = 1,6\cdot 10^{-10}\ erg}\ .$$

11. Μεταβάλλομεν τήν ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασιν καί τήν τιμήν τῆς ἐφαρμοζομένης μεταξύ τῶν πλακῶν τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως διαφορᾶς δυναμικοῦ, ὁπότε τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ μεταξύ αὐτῶν σχηματιζομένου ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου καθίσταται ἴσον πρός 1/300 ΗΣΜ – τάσεως/cm ( ). Νά ὑπολογισθῆ ἡ ἐπιτάχυνσις τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ τό ἠλεκτρόνιον ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς ἐξασκουμένης ἐπ' αὐτοῦ ὑπό τοῦ πεδίου δυνάμεως. (β) Κατά τήν χρονικήν στιγμήν t = 0 τό ἠλεκτρόνιον εὑρίσκεται εἰς ἕν σημεῖον τοῦ πεδίου, ἀπέχον ἐξ ἴσου ἐκ τῶν δύο πλακῶν καί ἡ ταχύτης του εἶναι ἴση πρός μηδέν. Τό ἠλεκτρόνιον ἄρχεται κατά τήν χρονικήν αὐτήν στιγμήν κινούμενον, ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς ἐπ' αὐτοῦ ἀσκουμένης δυνάμεως καί προσπίπτει ἐπί τῆς θετικῆς πλακός εἰς τό τέλος τοῦ χρονικοῦ διαστήματος $3\cdot 10^{-8}$ sec. Ποία ἡ νέα ἀπόστασις τῶν πλακῶν. Αἱ τιμαί τῆς μάζης καί τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἀντιστοίχως $e = 4,8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ – φορτίου, $m = 9\cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. α) Τό μέτρον γ τῆς νέας ἐπιταχύνσεως τήν ὁποίαν θ' ἀποκτήση τό ἠλεκτρόνιον, δίδεται ὑπό τοῦ τύπου (1) τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως.

Ἐργαζόμενοι εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων, θέτομεν εἰς τόν τύπον αὐτόν $\mathcal{E} = 1/300$ ΗΣΜ - τάσεως/cm, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου καί εὑρίσκομεν

$$\underline{\gamma = 1{,}77 \cdot 10^{15}\ \mathrm{cm/sec^2}}.$$

β) Ἔστω ὅτι τό ἠλεκτρόνιον προσκρούει ἐπί τῆς θετικῆς πλακός μετά χρόνον t ἀπό τῆς ἐνάρξεως τῆς κινήσεώς του (κατά τήν χρονικήν στιγμήν t = 0). Τότε τό διανυθέν ὑπ' αὐτοῦ διάστημα εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t θά εἶναι, ὡς εὑρέθη εἰς τήν προηγουμένην ἄσκησιν (σχέσις 9), ἴσον πρός

$$s = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m} \cdot t^2 \qquad (1)$$

Ἀφ' ἑτέρου, ὡς ἐδείχθη εἰς τήν ἐρώτησιν (γ) τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως, τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται ἐπί μιᾶς εὐθείας παραλλήλου πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου, τοῦ σχηματιζομένου μεταξύ τῶν παραλλήλων καί ἐπιπέδων πλακῶν, ἤτοι καθέτου ἐπί τάς δύο πλάκας.

Συνεπῶς, ἐφ' ὅσον τό σημεῖον τῆς ἐνάρξεως τῆς κινήσεώς του εὑρίσκεται εἰς τό μέσον τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο πλακῶν, ἕπεται ὅτι κατά τήν χρονικήν στιγμήν τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς θετικῆς πλακός, ἤτοι εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t, τό ἠλεκτρόνιον θά ἔχη διανύση διάστημα ἴσον πρός τό ἥμισυ τῆς ἀποστάσεως τῶν δύο πλακῶν.

Ἐάν ἐπομένως καλέσωμεν $\underline{l}$ τήν ἀπόστασιν αὐτήν, θά εἶναι

$$s = \frac{l}{2} \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{l}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m}\, t^2 \qquad (3)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν ζητουμένην ἀπόστασιν

$$\underline{l = \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m}\, t^2} \qquad (4)$$

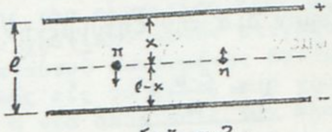
Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\mathcal{E} = 1/300$ ΗΣΜ - τάσεως/cm, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, $t = 3 \cdot 10^{-8}$ sec.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\underline{l = 1{,}6\ \mathrm{cm}}.$$

12. Μεταξύ δύο παραλλήλων καί ἐπιπέδων μεταλλικῶν πλακῶν, εὑρισκομένων εἰς ἀπόστασιν 4 cm ἀπ' ἀλλήλων, ἔχει ἐφαρμοσθῆ διαφορά δυναμικοῦ ἴση πρός 1600 V. Κατά τήν χρονικήν στιγμήν t = 0 ἕν ἠλεκτρόνιον, ἐκκινοῦν ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος ἔκ τινος σημείου τῆς ἐπιφανείας τῆς μιᾶς (τῆς ἀρνητικῆς) πλακός, ἄρχεται κινούμενον ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως, τῆς ἐξασκουμένης ἐπ' αὐτοῦ ὑπό τοῦ ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου, τό ὁποῖον σχηματίζεται μεταξύ τῶν πλακῶν. Συγχρόνως ἔκ τινος σημείου τῆς ἑτέρας (τῆς θετικῆς) πλακός, ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας, ἄρχεται κινούμενον, ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς ἐπ' αὐτοῦ ὑπό τοῦ πεδίου ἀσκουμένης δυνάμεως, ἕν πρωτόνιον. Νά εὑρεθοῦν: (α) ἡ κοινή ἀπόστασις τῶν δύο σωματίων ἐκ τῆς θετικῆς πλακός, κατά τήν χρονικήν στιγμήν καθ' ἥν ταῦτα, κινούμενα ἕκαστον πρός τήν ἀντίστοιχον πλάκα, εὑρίσκονται ἀμφότερα ἐπί τοῦ αὐτοῦ παραλλήλου πρός τάς πλάκας ἐπιπέδου(ἤτοι τήν στιγμήν καθ' ἥν τό ἕν σωμάτιον ἀντιπαρέρχεται τό ἕτερον). β) Ὁ λόγος τοῦ μέτρου τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν κέκτηται τό ἠλεκτρόνιον κατά τήν χρονικήν στιγμήν τῆς προσκρούσεως του ἐπί τῆς θετικῆς πλακός, πρός τό μέτρον τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἔχει τό πρωτόνιον, κατά τήν στιγμήν τῆς ἰδικῆς του προσκρούσεως ἐπί τῆς ἀρνητικῆς πλακός. γ) Ὁ λόγος τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τήν ὁποίαν κέκτηται τό πρωτόνιον κατά τήν χρονικήν στιγμήν τῆς προσκρούσεως, πρός τήν κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου κατά τήν στιγμήν τῆς ἰδικῆς του προσκρούσεως. Τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον εἶναι ἴσον πρός $4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. Μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου $= 9{,}1\cdot 10^{-28}$ gr. Μᾶζα τοῦ πρωτονίου $= 1{,}67\cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν τ τήν χρονικήν στιγμήν καθ' ἥν τά δύο ἀντιθέτως κινούμενα σωματίδια εὑρίσκονται ἐπί τοῦ αὐτοῦ παραλλήλου πρός τάς δύο (ἐπιπέδους καί παραλλήλους) πλάκας ἐπιπέδου καί x τήν κοινήν κατά τήν χρονικήν αὐτήν στιγμήν ἀπόστασιν αὐτῶν ἀπό τῆς θετικῆς πλακός. Ὡς ἐδείχθη εἰς τήν ἄσκησιν 10, ἡ τροχιά ἑκάστου σωματιδίου εἶναι μία εὐθεῖα παράλληλος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἤτοι κάθετος ἐπί τάς δύο πλάκας καί συνεπῶς καί πρός τό ἐν λόγῳ παράλληλον πρός αὐτάς ἐπίπεδον.



Σχῆμα 2.

Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι τό διανυθέν ὑπό τοῦ πρωτονίου (σωματιδίου φέροντος θετικόν φορτίον, ἄρα κινουμένου ἐκ τῆς θετικῆς πρός τήν ἀρνητικήν πλάκα) εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου τ διάστημα θά εἶναι ἴσον πρός

$$s_\pi = x \qquad (1)$$

ἐνῷ τό ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου (κινουμένου ἐκ τῆς ἀρνητικῆς πρός τήν θετικήν πλάκα) διανυθέν διάστημα εἰς τό τέλος τοῦ ἰδίου χρόνου θά εἶναι

$$s_\eta = l - x \qquad (2)$$

ἔνθα l εἶναι ἡ μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ἀπόστασις.

Τά δύο σωματίδια, ὡς ἐδείχθη εἰς τήν ἄσκησιν 10, κινοῦνται μέ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην. Ἐάν ἐπομένως καλέσωμεν γ_π τό μέτρον τῆς σταθερᾶς ἐπιταχύνσεως τοῦ πρωτονίου καί γ_η τό μέτρον τῆς σταθερᾶς ἐπιταχύνσεως τοῦ ἠλεκτρονίου, θά ἔχωμεν

$$s_\pi = \frac{1}{2}\gamma_\pi\cdot\tau^2 \qquad (3) \qquad\qquad s_\eta = \frac{1}{2}\gamma_\eta\cdot\tau^2 \qquad (4)$$

Λόγῳ τῶν (1) καί (2) αἱ σχέσεις (3) καί (4) γράφονται

$$x = \frac{1}{2}\gamma_\pi\cdot\tau^2 \qquad (5) \qquad\qquad l - x = \frac{1}{2}\gamma_\eta\cdot\tau^2 \qquad (6)$$

Ἐάν ἀφ' ἑτέρου καλέσωμεν m_π τήν μάζαν ἑνός πρωτονίου, m_η τήν μάζαν ἑνός ἠλεκτρονίου, q_π τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ πρωτονίου καί q_η τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου θά ἔχωμεν, ἀναλόγως ὡς εἰς τήν σχέσιν (7) τῆς ἀσκήσεως 10, διά τά μέτρα τῶν ἐπιταχύνσεων

$$\gamma_\pi = \frac{\mathcal{E}\, q_\pi}{m_\pi} \qquad (7) \qquad\qquad \gamma_\eta = \frac{\mathcal{E}\cdot q_\eta}{m_\eta} \qquad (8)$$

ἔνθα $\mathcal{E}$ εἶναι τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι τό φορτίον τοῦ πρωτονίου εἶναι ἴσον πρός ἕν στοιχειῶδες θετικόν φορτίον, τό δέ τοῦ ἠλεκτρονίου πρός ἕν στοιχειῶδες ἀρνητικόν φορτίον. Ἑπομένως αἱ ἀπόλυτοι τιμαί τῶν φορτίων τῶν δύο σωματιδίων εἶναι ἴσαι μεταξύ των, ἑκάστη δέ ἴση πρός ἕν στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον, ἤτοι θά εἶναι

$$q_\pi = q_\eta = e \qquad (9)$$

ἔνθα e τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον.

Συνεπῶς αἱ σχέσεις (7) καί (8) γράφονται

$$\gamma_\pi = \frac{\mathcal{E}e}{m_\pi} \quad (10) \qquad \gamma_\eta = \frac{\mathcal{E}e}{m_\eta} \quad (11)$$

Ἐκ τῶν (10) καί (11) προκύπτει ὅτι αἱ ἐξισώσεις (5) καί (6) γράφονται

$$x = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}e}{m_\pi}\cdot\tau^2 \quad (12) \qquad l - x = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}e}{m_\eta}\cdot\tau^2 \quad (13)$$

Διά διαιρέσεως τῶν (12) καί (13) κατά μέλη λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{l - x}{x} = \frac{m_\pi}{m_\eta} \quad (14)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι' ἐπιλύσεως ὡς πρός x, εὑρίσκομεν τήν ζητουμένην ἀπόστασιν ἴσην πρός

$$x = \frac{m_\eta \cdot l}{m_\pi + m_\eta} \quad (15)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_\pi = 1{,}67\cdot10^{-2}$ gr, $m_\eta = 9{,}1\cdot10^{-28}$ gr, $l = 4$ cm.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (15) εὑρίσκομεν

$$\underline{x = 2{,}17\cdot10^{-3}\ \text{cm}}\,.$$

β) Ἔστω ὅτι τό πρωτόνιον προσκρούει ἐπί τῆς ἀρνητικῆς πλακός κατά τήν χρονικήν στιγμήν t καί ὅτι κατά τήν στιγμήν αὐτήν ἔχει ταχύτητα ἴσην κατά μέτρον πρός υ_π.

Ἄς καλέσωμεν ὁμοίως t΄ τήν χρονικήν στιγμήν καθ' ἥν τό ἠλεκτρόνιον προσπίπτει ἐπί τῆς θετικῆς πλακός καί υ_η τό μέτρον τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἔχει τήν στιγμήν αὐτήν.

Ἐκ τοῦ τύπου $\upsilon = \gamma\cdot t$ τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως θά ἔχωμεν τότε

$$\upsilon_\pi = \gamma_\pi\cdot t \quad (16) \qquad \upsilon_\eta = \gamma_\eta\cdot t' \quad (17)$$

Ἐπειδή ἀφ' ἑτέρου εἰς τό τέλος τῶν χρόνων t καί t΄ τό πρωτόνιον, ἀντιστοίχως τό ἠλεκτρόνιον, ἔχουν διανύσει διάστημα ἴσον μέ τήν μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ἀπόστασιν l, ἐκ τοῦ τύπου $s = \frac{1}{2}\gamma\cdot t^2$ τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως θά ἔχωμεν καί τάς σχέσεις

$$l=\frac{1}{2}\cdot\gamma_\pi\cdot t^2 \qquad (18) \qquad l=\frac{1}{2}\cdot\gamma_\eta\cdot t'^2 \qquad (19)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (10), (16) καί (18), εὑρίσκομεν διά τό μέτρον υ_π τῆς ταχύτητος τοῦ πρωτονίου

$$\upsilon_\pi = \sqrt{2\,\frac{\mathcal{E}\,e}{m_\pi}\cdot l} \qquad (20)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων δέ (11), (17) καί τῆς (19) προκύπτει διά τό μέτρον υ_η τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου

$$\upsilon_\eta = \sqrt{2\,\frac{\mathcal{E}\,e}{m_\eta}\,l} \qquad (21)$$

Διά διαιρέσεως τῶν ἐξισώσεων (20) καί (21) κατά μέλη εὑρίσκομεν διά τόν λόγον τῶν μέτρων τῶν δύο ταχυτήτων

$$\frac{\upsilon_\eta}{\upsilon_\pi} = \sqrt{\frac{m_\pi}{m_\eta}} \qquad (22)$$

Δι'ἀντικαταστάσεως εἰς τήν σχέσιν (22) τῶν δοθεισῶν τιμῶν τῶν μαζῶν m_π καί m_η εὑρίσκομεν

$$\frac{\upsilon_\eta}{\upsilon_\pi} = 42{,}8$$

γ) Ἔστω ὅτι τό πρωτόνιον, κινηθέν ἀπό τό σημεῖον τῆς ἐκκινήσεως του ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς θετικῆς πλακός, μέχρι τοῦ σημείου τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς ἀρνητικῆς πλακός, κέκτηται εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του, ἤτοι κατά τήν στιγμήν τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς ἀρνητικῆς πλακός, κινητικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός $E_{\kappa.\pi}$

Συμφώνως πρός τόν τύπον (4) τῆς ἀσκήσεως 5 θά εἶναι

$$E_{\kappa.\pi} = q_\pi\cdot U_1 \qquad (23)$$

ἔνθα q_π εἶναι ἡ ἀπόλυτος τιμή τοῦ φορτίου τοῦ πρωτονίου καί U_1 ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο αὐτῶν σημείων.

Ἄς καλέσωμεν ἐπίσης q_η τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου, U_2 τήν διαφοράν δυναμικοῦ μεταξύ τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεώς του ἐπί τῆς ἀρνητικῆς πλακός καί τοῦ σημείου τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς θετικῆς τοιαύτης καί $E_{\kappa.\eta}$ τήν κινητικήν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν ἔχει τοῦτο εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του μεταξύ τῶν δύο αὐτῶν σημείων (ἤτοι κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς θετικῆς πλακός). Θά εἶναι τότε

$$\gamma_\pi = \frac{\mathcal{E} e}{m_\pi} \qquad (10) \qquad\qquad \gamma_\eta = \frac{\mathcal{E} e}{m_\eta} \qquad (11)$$

Ἐκ τῶν (10) καί (11) προκύπτει ὅτι αἱ ἐξισώσεις (5) καί (6) γράφονται

$$x = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E} e}{m_\pi}\cdot\tau^2 \qquad (12) \qquad\qquad l-x = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E} e}{m_\eta}\cdot\tau^2 \qquad (13)$$

Διά διαιρέσεως τῶν (12) καί (13) κατά μέλη λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{l-x}{x} = \frac{m_\pi}{m_\eta} \qquad (14)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι'ἐπιλύσεως ὡς πρός x, εὑρίσκομεν τήν ζητουμένην ἀπόστασιν ἴσην πρός

$$x = \frac{m_\eta \cdot l}{m_\pi + m_\eta} \qquad (15)$$

Λύσις είς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_\pi = 1{,}67\cdot 10^{-24}$ gr, $m_\eta = 9{,}1\cdot 10^{-28}$ gr, $l = 4$ cm.
Ἀντικαθιστῶντες είς τήν σχέσιν (15) εὑρίσκομεν

$$\underline{x = 2{,}17\cdot 10^{-3} \text{ cm}}.$$

β) Ἔστω ὅτι τό πρωτόνιον προσκρούει ἐπί τῆς ἀρνητικῆς πλακός κατά τήν χρονικήν στιγμήν t καί ὅτι κατά τήν στιγμήν αὐτήν ἔχει ταχύτητα ἴσην κατά μέτρον πρός υ_π.

Ἄς καλέσωμεν ὁμοίως t΄ τήν χρονικήν στιγμήν καθ'ἥν τό ἠλεκτρόνιον προσπίπτει ἐπί τῆς θετικῆς πλακός καί υ_η τό μέτρον τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἔχει τήν στιγμήν αὐτήν.

Ἐκ τοῦ τύπου $\upsilon = \gamma\cdot t$ τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως θά ἔχωμεν τότε

$$\upsilon_\pi = \gamma_\pi\cdot t \qquad (16) \qquad\qquad \upsilon_\eta = \gamma_\eta\cdot t' \qquad (17)$$

Ἐπειδή ἀφ'ἑτέρου είς τό τέλος τῶν χρόνων t καί t΄ τό πρωτόνιον, ἀντιστοίχως τό ἠλεκτρόνιον, ἔχουν διανύσει διάστημα ἴσον μέ τήν μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ἀπόστασιν l, ἐκ τοῦ τύπου $s = \frac{1}{2}\gamma\cdot t^2$ τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως θά ἔχωμεν καί τάς σχέσεις

$$l = \frac{1}{2} \cdot \gamma_\pi \cdot t^2 \qquad (18) \qquad l = \frac{1}{2} \cdot \gamma_\eta \cdot t'^2 \qquad (19)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (10), (16) καί (18), εὑρίσκομεν διά τό μέτρον υ_π τῆς ταχύτητος τοῦ πρωτονίου

$$\upsilon_\pi = \sqrt{2 \frac{\mathcal{E} e}{m_\pi} \cdot l} \qquad (20)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων δέ (11), (17) καί τῆς (19) προκύπτει διά τό μέτρον υ_η τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου

$$\upsilon_\eta = \sqrt{2 \frac{\mathcal{E} e}{m_\eta} l} \qquad (21)$$

Διά διαιρέσεως τῶν ἐξισώσεων (20) καί (21) κατά μέλη εὑρίσκομεν διά τόν λόγον τῶν μέτρων τῶν δύο ταχυτήτων

$$\frac{\upsilon_\eta}{\upsilon_\pi} = \sqrt{\frac{m_\pi}{m_\eta}} \qquad (22)$$

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τήν σχέσιν (22) τῶν δοθεισῶν τιμῶν τῶν μαζῶν m_π καί m_η εὑρίσκομεν

$$\frac{\upsilon_\eta}{\upsilon_\pi} = 42,8$$

γ) Ἔστω ὅτι τό πρωτόνιον, κινηθέν ἀπό τό σημεῖον τῆς ἐκκινήσεως του ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς θετικῆς πλακός, μέχρι τοῦ σημείου τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς ἀρνητικῆς πλακός, κέκτηται εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του, ἤτοι κατά τήν στιγμήν τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς ἀρνητικῆς πλακός, κινητικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός $E_{\kappa.\pi}$

Συμφώνως πρός τόν τύπον (4) τῆς ἀσκήσεως 5 θά εἶναι

$$E_{\kappa.\pi} = q_\pi \cdot U_1 \qquad (23)$$

ἔνθα q_π εἶναι ἡ ἀπόλυτος τιμή τοῦ φορτίου τοῦ πρωτονίου καί U_1 ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο αὐτῶν σημείων.

Ἄς καλέσωμεν ἐπίσης q_η τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου, U_2 τήν διαφοράν δυναμικοῦ μεταξύ τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεώς του ἐπί τῆς ἀρνητικῆς πλακός καί τοῦ σημείου τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς θετικῆς τοιαύτης καί $E_{\kappa.\eta}$ τήν κινητικήν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν ἔχει τοῦτο εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του μεταξύ τῶν δύο αὐτῶν σημείων (ἤτοι κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς θετικῆς πλακός). Θά εἶναι τότε

$$E_{\kappa.\eta} = q_{\eta} U_2 \tag{24}$$

Εἰς τήν ἐρώτησιν (1) εἴδομεν ὅτι

$$q_{\pi} = q_{\eta} = e \tag{25}$$

Ἐπίσης εἶναι

$$U_1 = U_2 = U \tag{26}$$

ἔνθα U εἶναι ἡ σταθερά διαφορά δυναμικοῦ, ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται μεταξύ τῶν δύο πλακῶν.

Ἐπομένως θά ἔχωμεν

$$E_{\kappa\pi} = E_{\kappa\eta} \tag{27}$$

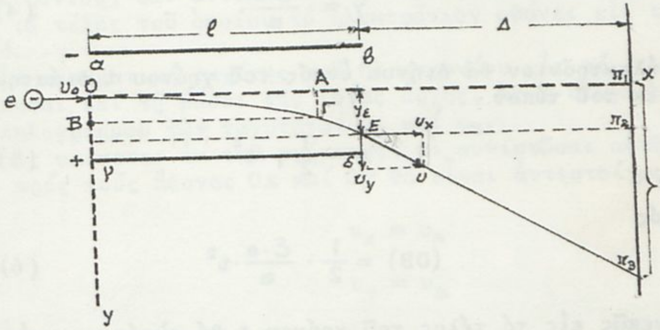
ὁπότε ὁ λόγος τῶν δύο ἐνεργειῶν θά εἶναι

$$\frac{E_{\kappa.\pi}}{E_{\kappa.\eta}} = 1.$$

---

13. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἀρχικῶς εἰς χῶρον ἐλεύθερον πεδίου, εὐθυγράμμως καί μέ σταθεράν ταχύτητα υ_o, εἰσέρχεται κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$, ἐντός τοῦ χώρου, τοῦ μεταξύ δύο παραλλήλων καί ἐπιπέδων μεταλλικῶν πλακῶν, μεταξύ τῶν ὁποίων ἔχει ἐφαρμοσθῆ σταθερά διαφορά δυναμικοῦ U. Ἡ ἀρχική διεύθυνσις τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι κάθετος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου τό ὁποῖον σχηματίζεται μεταξύ τῶν πλακῶν. Τό ἠλεκτρόνιον, ἀφοῦ διέλθῃ διά μέσου αὐτῶν ἐξέρχεται ἐκ τοῦ πεδίου εἰς τό σημεῖον Ε. α) Νά δειχθῇ ὅτι ἡ κίνησις τοῦ ἠλεκτρονίου ἐν τῷ πεδίῳ λαμβάνει χώραν ἐπί τοῦ ἐπιπέδου, τοῦ ἀγομένου διά τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητός του, παραλλήλως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. β) Ἐάν ἡ ἀπόστασις μεταξύ τῶν δύο πλακῶν εἶναι d, τό μῆκος ἑκάστης l, νά ὑπολογισθῇ ἡ ἀπόστασις τοῦ σημείου Ε ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου (ἡ ἐκτροπή δηλ. ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεώς του, τήν ὁποίαν ὑπέστη τό ἠλεκτρόνιον, κινηθέν διά μέσου τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου). γ) Νά ὑπολογισθῇ τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό σημεῖον Ε. Ἀριθμητική ἐφαρμογή $\upsilon = 3{,}26\cdot 10^{8}$ cm/sec, U = 2,5 V, d = 1,998 cm, l = 5 cm. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου $= 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, μᾶζα ἠρεμίας αὐτοῦ $= 9\cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἐάν κατά τήν χρονικήν στιγμήν t = 0 τῆς εἰσόδου τοῦ ἠλεκτρονίου ἐντός τοῦ πεδίου, οὐδεμία δύναμις ἤρχιζεν νά ἐξασκῆται ἐπ᾿ αὐτοῦ, τότε τό ἠλεκτρόνιον, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, θά ἐξηκολούθη κινούμενον διαρκῶς, ἐπί τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως Ox τῆς ταχύτητός του, δηλ. ἐπί τοῦ ἐπιπέδου Oxy, μέ σταθεράν ταχύτητα ἴσην πρός τήν ἀρχικήν ταχύτητα υ_o. Ἐντός δέ τοῦ χρόνου t θά διήνυε τό διάστημα



Σχῆμα 3.

$$(OA) = \upsilon_o \cdot t \qquad (1)$$

δηλαδή εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t θά εὑρίσκετο εἰς τό σημεῖον A τῆς διευθύνσεως τῆς ἀρχικῆς του ταχύτητος.

Ἡ ταχύτης υ_A τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό A θά ἦτο ἴση πρός τήν ἀρχικήν του ταχύτητα, συνεπῶς

$$\upsilon_A = \upsilon_o \qquad (2)$$

Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως, ὅταν τό ἠλεκτρόνιον φθάσῃ εἰς τό σημεῖον O, ἄρχεται ἐξασκουμένη ἐπ᾿ αὐτοῦ ὑπό τοῦ πεδίου ἡ σταθερά δύναμις

$$F = \mathcal{E} \cdot e \qquad (3)$$

Ἀφ᾿ ἑτέρου, ἐάν τό ἠλεκτρόνιον εὑρίσκετο κατά τήν χρονικήν στιγμήν t = 0 ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος εἰς τό σημεῖον O καί ἐξησκεῖτο ἐπ᾿ αὐτοῦ διαρκῶς μόνη ἡ σταθερά δύναμις ἐκ τοῦ πεδίου, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, τό ἠλεκτρόνιον θά ἐξετέλη κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, ἐπί τοῦ ἄξονος Oy (κατά τήν θετικήν φοράν), δηλ. ἐπί τοῦ ἐπιπέδου Oxy.

Ἡ σταθερά ἐπιτάχυνσις τοῦ ἠλεκτρονίου θά ἦτο, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς $F = m\cdot\gamma$, κατά μέτρον ἴση πρός

$$\gamma = \frac{\mathcal{E}\cdot e}{m} \tag{4}$$

Τό ἠλεκτρόνιον θά διήνυε ἐντός τοῦ χρόνου t διάστημα προκύπτον ἐκ τοῦ τύπου

$$s = \frac{1}{2}\gamma\cdot t^2 \tag{5}$$

ἴσον πρός

$$(OB) = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot t^2 \tag{6}$$

Συνεπῶς εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t θά εὑρίσκετο εἰς τό σημεῖον B τοῦ ἄξονος Oy.

Ἡ ταχύτης υ_B τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό σημεῖον B, θά ἦτο, συμφώνως πρός τόν τύπον $\upsilon = \gamma\cdot t$, ἴση κατά μέτρον πρός

$$\upsilon_B = \frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot t \tag{7}$$

Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως τό ἠλεκτρόνιον ἐκτελεῖ, κινούμενον ἐντός τοῦ πεδίου, ταυτοχρόνως καί τάς δύο ἀνωτέρω περιγραφείσας κινήσεις. Σύμφωνως δέ πρός τήν ἀρχήν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ἡ πραγματική θέσις τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t θά εἶναι τό ἄκρον τῆς διαγωνίου OΓ τοῦ παραλληλογράμμου τῶν διαστημάτων (OA) καί (OB).

? Συνεπῶς, ὡς ἐκ τοῦ τρόπου τῆς εὑρέσεώς του, τό σημεῖον Γ θά κεῖται ἐπί τοῦ ἐπιπέδου Oxy. Ἐπειδή δέ ὅλαι αἱ διαδοχικαί θέσεις τοῦ ἠλεκτρονίου εὑρίσκονται κατά τόν αὐτόν τρόπον ἕπεται ὅτι ἡ τροχιά τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον (καί ἡ ὁποία εἶναι μία παραβολή) θά κεῖται ἐν τῷ ἐπιπέδῳ Oxy.

β) Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει ὅτι αἱ ἀποστάσεις τοῦ Γ ἐκ τῶν ἀξόνων Oy καί Ox θά εἶναι ἀντιστοίχως ἴσαι πρός

$$x = (OA) \tag{8}$$

$$y = (OB) \tag{9}$$

Αἱ (8) καί (9) λόγῳ τῶν σχέσεων (1) καί (6) γράφονται

$$x = \upsilon_o t \qquad (10)$$

$$y = \frac{1}{2}\,\frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\,t^2 \qquad (11)$$

Αἱ σχέσεις (10) καί (11) παρέχουν τάς ἀποστάσεις ἐκ τῶν ἀξόνων Οy καί Οx ἀντιστοίχως, κάθε σημείου τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου, ἐάν ἀντικατασταθῇ εἰς αὐτάς τό t διά τοῦ χρόνου, εἰς τό τέλος τοῦ ὁποίου τό ἠλεκτρόνιον φθάνει εἰς τό σημεῖον αὐτό.

Ἡ πραγματική ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό σημεῖον Γ εὑρίσκεται ἐπί τῇ βάσει τῆς ἰδίας ἀρχῆς, ὡς ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου τῶν ταχυτήτων υ_A καί υ_B.

Ὡς φαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος, αἱ συνιστῶσαι αὐτῆς παραλλήλως πρός τούς ἄξονας Οx καί Οy θά εἶναι ἀντιστοίχως ἴσαι πρός

$$\upsilon_x = \upsilon_A \qquad (12)$$

$$\upsilon_y = \upsilon_B \qquad (13)$$

ἤ, λόγῳ τῶν (2) καί (7)

$$\upsilon_x = \upsilon_o \qquad (14)$$

$$\upsilon_y = \frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot t \qquad (15)$$

Αἱ ἐξισώσεις (14) καί (15) παρέχουν τάς συνιστώσας παραλλήλως πρός τούς ἄξονας Οx καί Οy τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς οἱονδήποτε σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, ἐάν εἰς αὐτάς ἀντικατασταθῇ τό t διά τῆς χρονικῆς στιγμῆς, καθ' ἥν τοῦτο φθάνει εἰς τό ἐν λόγῳ σημεῖον.

Εὕρεσις τῆς ἐκτροπῆς τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεώς του εἰς τό σημεῖον Ε. Ἄς καλέσωμεν τ τήν χρονικήν στιγμήν καθ' ἥν τό ἠλεκτρόνιον, κινηθέν ἐπί τοῦ τόξου ΟΕ τῆς τροχιᾶς του, φθάνει εἰς τό σημεῖον Ε τῆς ἐξόδου. Αἱ ἀποστάσεις τοῦ σημείου αὐτοῦ τῆς τροχιᾶς ἀπό τῶν ἀξόνων Οy καί Οx θά εἶναι τότε, συμφώνως πρός τάς ἐξισώσεις (10) καί (11), ἴσαι πρός

$$x = \upsilon_o\cdot\tau \qquad (16)$$

$$y = \frac{1}{2}\,\frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot\tau^2 \qquad (17)$$

Ὡς ὅμως προκύπτει ἐκ τοῦ σχήματος, θά εἶναι

$$x = l \tag{18}$$

Συνεπῶς ἡ ἐξίσωσις (16) γράφεται

$$l = \upsilon_o \cdot \tau \tag{19}$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τό τ

$$\tau = \frac{l}{\upsilon_o} \tag{20}$$

Θέτοντες τήν τιμήν τοῦ χρόνου τ εἰς τόν τύπον (17) εὑρίσκομεν διά τήν ἐκελθοῦσαν ἐκτροπήν

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m} \cdot \frac{l^2}{\upsilon_o^2} \tag{21}$$

Ἐπειδή τό μέτρον $\mathcal{E}$ τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου δύναται νά ἐκφρασθῇ ὡς τό πηλῖκον τῆς τάσεως U μεταξύ τῶν δύο πλακῶν διά τῆς ἀποστάσεως d αὐτῶν, ὁ τύπος (21) γράφεται τελικῶς

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l^2}{\upsilon_o^2} \tag{22}$$

Ἀριθμητική ἐφαρμογή. Ἐργαζόμενοι εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων, θέτομεν εἰς τόν τύπον (22) τά δεδομένα $U = 2,5\ V = 2,5/300$ ΗΣΜ-τάσεως, $d = 1,998$ cm, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, $l = 5$ cm, $\upsilon_o = 3,26 \cdot 10^8$ cm/sec καί εὑρίσκομεν

$$y = 0,259 \text{ cm.}$$

γ) Ἐάν καλέσωμεν υ_x καί υ_y τάς συνιστώσας, παραλλήλως πρός τούς ἄξονας Ox καί Oy, τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἔχει τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου τ (ὅταν δηλ. εὑρίσκεται εἰς τό σημεῖον E τῆς ἐξόδου ἐκ τοῦ πεδίου), τό μέτρον αὐτῆς θά εἶναι ἴσον πρός

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \tag{23}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (14) καί (15) θά ἔχωμεν δι' ἑκάστην τῶν συνιστωσῶν

$$\upsilon_x = \upsilon_o \qquad (24)$$

$$\upsilon_y = \frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot\tau \qquad (25)$$

ἤ,λόγῳ τῆς σχέσεως (20) τῆς προηγουμένης ἐρωτήσεως

$$\upsilon_y = \frac{\mathcal{E}\, e}{m}\cdot\frac{1}{\upsilon_o} \qquad (26)$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (23) τάς συνιστώσας υ_x καί υ_y διά τῶν τιμῶν των ἐκ τῶν (24) καί (26) εὑρίσκομεν διά τό μέτρον τῆς ταχύτητος

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + \left(\frac{\mathcal{E}\, e}{m}\cdot\frac{1}{\upsilon_o}\right)^2} \qquad (27)$$

ἤ,ἐπειδή $\mathcal{E} = \dfrac{U}{d}$

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_o^2 + \left(\frac{U}{d}\cdot\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{\upsilon_o}\right)^2} \qquad (28)$$

Ἀριθμητική ἐφαρμογή. Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τήν ἐξίσωσιν (28) τά υ_o, U, l, e, m καί d διά τῶν τιμῶν των ἐκ τῆς προηγουμένης ἐρωτήσεως, ὁπότε εὑρίσκομεν

$$\upsilon = 3{,}32\cdot 10^8 \ \text{cm/sec.}$$

Σημείωσις. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ αὔξησις τοῦ μέτρου τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου, ἥτις προκύπτει κατά τήν ἀπόκλισιν ἐντός τοῦ πεδίου,εἶναι λίαν μικρά, συνεπῶς καί ἡ ἀντίστοιχος αὔξησις τῆς κινητικῆς του ἐνεργείας εἶναι λίαν μικρά.

14. Νά ὑπολογισθῇ ἡ γωνία τήν ὁποίαν σχηματίζει ἡ διεύθυνσις τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως, μετά τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἔχει τοῦτο εἰς τό σημεῖον τῆς ἐξόδου ἐκ τοῦ πεδίου. Ἀριθμητική ἐφαρμογή: $\upsilon_o = 2\cdot 10^7$ m/sec, U = 400 V, l = 4 cm, d = 2 cm, e = $4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, m = $9\cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν θ τήν ζητουμένην γωνίαν, υ_x τήν παράλληλον πρός τόν ἄξονα Ox συνιστῶσαν τῆς ταχύτητος, τήν ὁποίαν κέκτηται τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό σημεῖον τῆς ἐξόδου,καί υ_y τήν παράλληλον πρός τόν ἄξονα Oy συνιστῶσαν αὐτῆς. Τότε θά εἶναι

$$\varepsilon\varphi\vartheta = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \qquad (1)$$

Εἰς τήν ἐρώτησιν (γ) τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως εὕρομεν δι' ἑκάστην τῶν συνιστωσῶν αὐτῶν

$$\upsilon_x = \upsilon_o \qquad (2)$$

$$\upsilon_y = \frac{U}{d}\cdot\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{\upsilon_o} \qquad (3)$$

Ἀντικαθιστῶντες τάς τιμάς αὐτάς τῶν υ_x καί υ_y εἰς τήν σχέσιν (1) λαμβάνομεν τελικῶς διά τήν γωνίαν ϑ

$$\varepsilon\varphi\vartheta = \frac{U}{d}\cdot\frac{e}{m}\cdot\frac{1}{\upsilon_o^2} \qquad (4)$$

Ἀριθμητική ἐφαρμογή. Ἐργαζόμενοι εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων θέτομεν εἰς τήν σχέσιν (4) U = 400 V = 400/300 ΗΣΜ - τάσεως, $\upsilon_o = 2\cdot10^7$ m/sec = $2\cdot10^9$ cm/sec, l=4cm, d = 2 cm, e = $4,8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, m = $9\cdot10^{-28}$ gr, ὁπότε τελικῶς τῇ βοηθείᾳ πινάκων εὑρίσκομεν

$$\vartheta = 19^0 \text{ περίπου.}$$

15. Τό ἠλεκτρόνιον τῆς ἀσκήσεως 13, εἰσέρχεται ἐντός τοῦ
μεταξύ τῶν δύο πλακῶν χώρου, εἰς ἕν σημεῖον, τό ὁποῖον συμπί-
πτει πρός τό μέσον τῆς ἀποστάσεως τῶν ἄκρων (α) καί (γ) αὐ-
τῶν. Διά μίαν τιμήν τῆς ἐφαρμοζομένης μεταξύ τῶν πλακῶν τά-
σεως τό ἠλεκτρόνιον, ἀφοῦ διέλθῃ διά τοῦ ὁμογενοῦς ἠλεκτρι-
κοῦ πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ αὐτῶν, προσκρούει ἐπί
τοῦ ἄκρου (δ) τῆς κατωτέρας πλακός. Νά ὑπολογισθῇ εἰς τήν πε-
ρίπτωσιν αὐτήν τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. Ἀριθμητι-
κή ἐφαρμογή: $\upsilon_o = 10^7$ m/sec, l=2 cm, d=1 cm, e=$4,8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ -
φορτίου, m = $9\cdot10^{-28}$ gr.

Λύσις. Εἰς τήν ἄσκησιν 13 εὕρομεν ὅτι ὁ τύπος ὁ παρέχων τήν ἐκτροπήν τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεώς του, εἰς τό σημεῖον ἐκεῖνο τῆς τροχιᾶς του, εἰς τό ὁποῖον αὕτη συναντᾷ τήν εὐθεῖαν, τήν ἑνοῦσαν τά πρός τήν πλευράν τῆς ἐξόδου ἄκρα τῶν πλακῶν (σημεῖον τῆς ἐξόδου ἐκ τοῦ πεδίου), εἶναι

$$y = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot\frac{l^2}{\upsilon_o^2} \qquad (1)$$

Εἰς τήν προκειμένην περίπτωσιν τό σημεῖον αὐτό συμπίπτει πρός τό ἄκρον (δ) τῆς κατωτέρας πλακός.
Ἀφ᾽ἑτέρου εἶναι προφανές ὅτι ἡ ἀπόστασις τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεώς του εἰς τό ἄκρον (δ) εἶναι ἴση πρός τό ἥμισυ τῆς μεταξύ τῶν δύο πλακῶν ἀποστάσεως, ἤτοι θά εἶναι

$$y = \frac{d}{2} \tag{2}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{d}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} e}{m} \cdot \frac{l^2}{\upsilon_o^2} \tag{3}$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι᾽ἐπιλύσεως ὡς πρός $\mathcal{E}$, λαμβάνομεν διά τό ζητούμενον μέτρον τῆς ἐντάσεως

$$\underline{\mathcal{E} = \frac{m}{e} \cdot d \cdot \frac{\upsilon_o^2}{l^2}} \tag{4}$$

Ἀριθμητική ἐφαρμογή. Ἐργαζόμενοι εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων, θέτομεν εἰς τόν τύπον (4) $\upsilon_o = 10^9$ cm/sec, $l = 2$ cm, $d = 1$ cm, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, ὁπότε εὑρίσκομεν

$$\underline{\mathcal{E} = 0{,}46 \text{ ΗΣΜ - ἐντάσεως}}\,.$$

16. Τό ἠλεκτρόνιον τῆς ἀσκήσεως 13, ἐξερχόμενον ἐκ τοῦ μεταξύ τῶν δύο πλακῶν χώρου, κινεῖται ἐπί τι χρονικόν διάστημα (εἰς χῶρον ἐλεύθερον πεδίου), εἰς τό τέλος τοῦ ὁποίου προσπίπτει ἐπί πετάσματος, καθέτου πρός τήν ἀρχικήν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητός του καί εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν Δ ἀπό τῶν πρός αὐτό ἄκρων τῶν πλακῶν. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἐκτροπή (ἀπόκλισις) τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς του διευθύνσεως ἐπί τοῦ πετάσματος.

Λύσις. Ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου, μετά τήν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ πεδίου, οὐδεμία δύναμις ἐπιδρᾶ πλέον. Συνεπῶς τοῦτο θά ἐξακολουθήσῃ κινούμενον εὐθυγράμμως καί ἰσοταχῶς, μέχρις ὅτου προσπέσῃ ἐπί τοῦ πετάσματος, ἔστω εἰς τό σημεῖον Π_3 (βλ. σχ. 3).
Ἡ ἀπόκλισις y_π ἐπί τοῦ πετάσματος, τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεώς του, εἶναι, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ σχήματος, ἴση πρός

$$y_\pi = (\Pi_1\Pi_2) + (\Pi_2\Pi_3) \tag{1}$$

ἤ

$$y_\pi = y_\varepsilon + \Delta \cdot \varepsilon\varphi\vartheta \qquad (2)$$

ἔνθα y_ε εἶναι ἡ ἐκτροπή τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεώς του εἰς τό σημεῖον τῆς ἐξόδου ἐκ τοῦ πεδίου καί θ ἡ γωνία μεταξύ τῆς διευθύνσεως τῆς ἀρχικῆς ταχύτητός του καί τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητός του εἰς τό σημεῖον αὐτό.

Εἰς τήν ἄσκησιν 13 εὕρομεν διά τήν ἐκτροπήν y_ε

$$y_\varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l^2}{\upsilon_0^2} \qquad (3)$$

διά δέ τήν γωνίαν θ εἰς τήν προηγουμένην ἄσκησιν

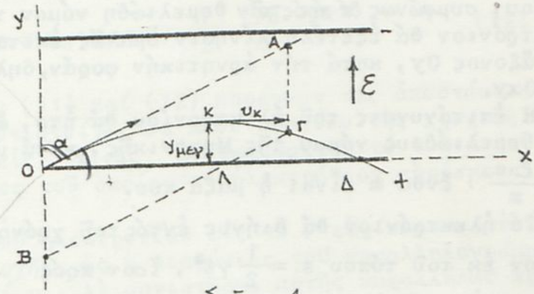
$$\varepsilon\varphi\vartheta = \frac{U}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{\upsilon_0^2} \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (2), (3) καί (4) λαμβάνομεν διά τήν ἀπόκλισιν y_π ἐπί τοῦ πετάσματος τόν τελικόν τύπον

$$\underline{y_\pi = \left(\Delta + \frac{l}{2}\right) \cdot \frac{U}{d} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{\upsilon_0^2}}$$

17. **Ἕν ἠλεκτρόνιον κινούμενον εἰς χῶρον ἐλεύθερον πεδίου, εὐθυγράμμως, καί μέ σταθεράν ταχύτητα υ_0, εἰσέρχεται κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$ ἐντός χώρου, ὅπου ὑφίσταται ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον ἐντάσεως $\mathcal{E}$. Τό πεδίον δημιουργεῖται μεταξύ δύο ἐπιπέδων καί παραλλήλων μεταλλικῶν πλακῶν (σχ. 4)) φορτισμένων εἰς ὡρισμένην σταθεράν τάσιν. Τό σημεῖον τῆς εἰσόδου τοῦ ἠλεκτρονίου ἐντός τοῦ πεδίου συμπίπτει πρός τό ἄκρον Ο τῆς κατωτέρας πλακός, ἡ δέ ἀρχική διεύθυνσις τῆς ταχύτητός του σχηματίζει γωνίαν α μέ τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου. α) Νά δειχθῇ ὅτι ἡ κίνησις τοῦ ἠλεκτρονίου ἐντός τοῦ πεδίου λαμβάνει χώραν ἐπί τοῦ ἐπιπέδου Oxy, τοῦ ἀγομένου διά τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος παραλλήλως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. β) Νά εὑρεθῇ ἡ μεγίστη ἀπόστασις ἀπό τῆς κατωτέρας πλακός εἰς τήν ὁποίαν φθάνει τό ἠλεκτρόνιον κατά τήν κίνησίν του ἐντός τοῦ πεδίου. γ) Νά εὑρεθῇ ἡ ἀπόστασις μεταξύ τοῦ ἄκρου Ο καί τοῦ σημείου τῆς προσκρούσεως τοῦ ἠλεκτρονίου ἐπί τῆς κατωτέρας πλακός. Ἀριθμητική ἐφαρμογή: $\upsilon_0 = 10^7$ m/sec, $\mathcal{E} = 1/6$ ΗΣΜ-ἐντάσεως, $\alpha = 30^\circ$, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr.**

Λύσις. α) Ἐάν κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$, τῆς εἰσόδου τοῦ ἠλεκτρονίου ἐντός τοῦ πεδίου οὐδεμία δύναμις ἤρχιζεν νά ἐπιδρᾷ ἐπ' αὐτοῦ, τότε, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, θά ἐξηκολούθη κινούμενον διαρκῶς ἐπί τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητός του, ἤτοι ἐν τῷ ἐπιπέδῳ Οxy,



Σχῆμα 4.

μέ σταθεράν ταχύτητα ἴσην πρός τήν ἀρχικήν ταχύτητα $υ_ο$. Ἐντός δέ τοῦ χρόνου t θά διήνυε τό διάστημα

$$(ΟΑ) = υ_ο \cdot t \qquad (1)$$

δηλαδή εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t θά εὑρίσκετο εἰς τό σημεῖον Α τῆς διευθύνσεως τῆς ἀρχικῆς του ταχύτητος.

Αἱ ἀποστάσεις τοῦ σημείου Α ἐκ τῶν ἀξόνων Οy καί Οx θά ἦσαν ἀντιστοίχως ἴσαι πρός

$$(ΟΑ)_x = υ_ο \cdot t \cdot ημα \qquad (2)$$

$$(ΟΑ)_y = υ_ο \cdot t \cdot συνα \qquad (3)$$

Ἡ ταχύτης $υ_Α$ τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό Α θά ἦτο ἴση πρός τήν ἀρχικήν του ταχύτητα, συνεπῶς

$$υ_Α = υ_ο \qquad (4)$$

αἱ συνιστῶσαι δέ αὐτῆς παραλλήλως πρός τούς ἄξονας Οy καί Οx θά ἦσαν ἀντιστοίχως

$$υ_{Α_x} = υ_ο \cdot ημα \qquad (5)$$

$$υ_{Α_y} = υ_ο \cdot συνα \qquad (6)$$

Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως, ὅταν τό ἠλεκτρόνιον φθάση εἰς τό σημεῖον Ο τῆς εἰσόδου του εἰς τό ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον, τό ὁποῖον ὑφίσταται ἐντός τοῦ χώρου μεταξύ τῶν δύο πλακῶν, ἄρχεται ἐξασκουμένη ἐπ'αὐτοῦ ὑπό τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἡ σταθερά δύναμις $F = \mathcal{E}\cdot e$.

Ἀφ'ἑτέρου, ἐάν τό ἠλεκτρόνιον, εὑρίσκετο, κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$, ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος εἰς τό σημεῖον Θ καί ἐξησκεῖτο διαρκῶς ἐπ'αὐτοῦ μόνη ἡ σταθερά δύναμις ἐκ τοῦ πεδίου, συμφώνως δέ πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, τό ἠλεκτρόνιον θά ἐξετέλη κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην, ἐπί τοῦ ἄξονος Oy, κατά τήν ἀρνητικήν φοράν, δηλ. ἐπί τοῦ ἐπιπέδου Oxy.

Ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ ἠλεκτρονίου θά ἦτο, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς, κατά μέτρον ἴση πρός

$\gamma = \dfrac{\mathcal{E}\cdot e}{m}$, ἔνθα m εἶναι ἡ μᾶζα του.

Τό ἠλεκτρόνιον θά διήνυε ἐντός τοῦ χρόνου t διάστημα προκύπτον ἐκ τοῦ τύπου $s = \dfrac{1}{2}\gamma t^2$, ἴσον πρός

$$(OB) = \frac{1}{2}\cdot\frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot t^2 \qquad (7)$$

δηλαδή θά εὑρίσκετο εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t εἰς τό σημεῖον B.

Ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό σημεῖον αὐτό θά ἦτο, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ τύπου $\upsilon = \gamma\cdot t$, ἴση πρός

$$\upsilon_B = \frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\, t \qquad (8)$$

Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως τό ἠλεκτρόνιον ἐκτελεῖ ταυτοχρόνως καί τάς δύο ἀνωτέρω περιγραφείσας κινήσεις. Συμφώνως δέ πρός τήν ἀρχήν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων, ἡ πραγματική θέσις τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό τέλος τοῦ χρόνου t θά εἶναι τό ἄκρον Γ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν διαστημάτων OA καί OB.

Συνεπῶς, ὡς ἐκ τοῦ τρόπου τῆς εὑρέσεώς του, τό σημεῖον Γ θά κεῖται ἐπί τοῦ ἐπιπέδου Oxy.

Ἐπειδή δέ ὅλαι αἱ διαδοχικαί θέσεις τοῦ ἠλεκτρονίου κατά τήν κίνησίν του ἐντός τοῦ πεδίου εὑρίσκονται κατά τόν αὐτόν τρόπον, ἕπεται ὅτι ἡ τροχιά τήν ὁποίαν διαγράφει τοῦτο (καί ἡ ὁποία εἶναι μία παραβολή) θά κεῖται ἐν τῷ ἐπιπέδῳ Oxy.

Ἐκ τοῦ σχήματος εὑρίσκεται ὅτι αἱ ἀποστάσεις τῆς πραγματικῆς θέσεως Γ ἀπό τῶν ἀξόνων Oy καί Ox εἶναι ἀντιστοίχως ἴσαι πρός

$$x = (OA)_x \qquad (9)$$

$$y = (OA)_y - (OB) \tag{10}$$

ἤ, λόγῳ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3)

$$x = \upsilon_o t \cdot \eta\mu\alpha \tag{11}$$

$$y = \upsilon_o t \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha - \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m} \cdot t^2 \tag{12}$$

Αἱ ἐξισώσεις (11) καί (12) παρέχουν τάς ἀποστάσεις ἀπό τῶν ἀξόνων Oy ἀντιστοίχως Ox κάθε σημείου τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου ἐάν εἰς αὐτάς ἀντικατασταθῇ τό t διά τοῦ χρόνου, εἰς τό τέλος τοῦ ὁποίου τό ἠλεκτρόνιον εὑρίσκεται εἰς τό σημεῖον αὐτό.

Ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό Γ εὑρίσκεται, ἐπί τῇ βάσει τῆς ἰδίας ἀρχῆς, ὡς ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου τῶν ταχυτήτων υ_A καί υ_B. Αἱ συνιστῶσαι αὐτῆς παραλλήλως πρός τόν ἄξονας Oy καί Ox, θά εἶναι ὡς εὑρίσκεται εὐκόλως, ἀντιστοίχως ἴσαι πρός

$$\upsilon_x = \upsilon_{A_x} \tag{13}$$

$$\upsilon_y = \upsilon_{A_y} - \upsilon_B \tag{14}$$

Αἱ ἐξισώσεις (13) καί (14) λόγῳ τῶν σχέσεων (5), (6) καί (8) γράφονται

$$\upsilon_x = \upsilon_o \eta\mu\alpha \tag{15}$$

$$\upsilon_y = \upsilon_o \sigma\upsilon\nu\alpha - \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m} \cdot t \tag{16}$$

Αἱ ἐξισώσεις (15) καί (16) παρέχουν τάς συνιστώσας παραλλήλως πρός τούς ἄξονας Ox καί Oy τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τυχόν σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, ἐάν ἀντικατασταθῇ εἰς αὐτάς τό t διά τοῦ χρόνου, εἰς τό τέλος τοῦ ὁποίου τό ἠλεκτρόνιον εὑρίσκεται εἰς τό σημεῖον αὐτό.

β) **Εὕρεσις τῆς ἀποστάσεως (ΚΛ).** Ἄς καλέσωμεν t_1 τήν χρονικήν στιγμήν καθ' ἥν τό ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἐπί τῆς τροχιᾶς του εὑρίσκεται εἰς τό σημεῖον Κ τῆς μεγίστης ἀποστάσεως ἐκ τῆς κατωτέρας πλακός. Ἡ ἀπόστασις αὕτη, συμφώνως πρός τήν ἐξίσωσιν (12), θά εἶναι τότε ἴση πρός

$$y_{\mu\epsilon\gamma} = \upsilon_o \cdot t_1 \sigma\upsilon\nu\alpha - \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathcal{E} \cdot e}{m} \cdot t_1^2 \tag{17}$$

Εἶναι ὅμως προφανές ὅτι ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό σημεῖον αὐτό εἶναι παράλληλος πρός τόν ἄξονα x, ἐπομένως εἰς τό σημεῖον αὐτό ἡ παράλληλος πρός τόν ἄξονα y συνιστῶσα αὐτῆς θά εἶναι ἴση πρός μηδέν.

Συνεπῶς ἡ ἐξίσωσις (16) γράφεται διά τό σημεῖον αὐτό

$$\upsilon_y = \upsilon_o \sigma\upsilon\nu\alpha - \frac{\mathcal{E}\cdot e}{m}\cdot t_1 = 0 \qquad (18)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης εὑρίσκομεν διά τόν χρόνον t_1

$$t_1 = \frac{\upsilon_o\cdot m\cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\mathcal{E} e} \qquad (19)$$

Θέτοντες τήν τιμήν αὐτήν τοῦ t_1 εἰς τήν ἐξίσωσιν (17) προσδιορίζομεν τήν ἀπόστασιν τοῦ σημείου Κ ἀπό τοῦ ἄξονος x, ἤτοι τήν μεγίστην ἀπόστασιν ἀπό τῆς κατωτέρας πλακός εἰς τήν ὁποίαν φθάνει τό ἠλεκτρόνιον, κινούμενον ἐπί τῆς τροχιᾶς του, ἴσην πρός

$$y_{\mu\varepsilon\gamma} = \frac{\upsilon_o^2\cdot \sigma\upsilon\nu^2\alpha\cdot m}{2\,\mathcal{E} e} \qquad (20)$$

γ) Ἐν συνεχείᾳ τό ἠλεκτρόνιον, κινούμενον ἐπί τοῦ τόξου ΚΔ τῆς τροχιᾶς του, θά συναντήσῃ τήν πλάκα εἰς τό σημεῖον Δ.

Ἄς καλέσωμεν t_2 τήν χρονικήν στιγμήν καθ'ἥν τό ἠλεκτρόνιον θά φθάσῃ εἰς τήν θέσιν Δ. Ἐπειδή εἰς τό σημεῖον αὐτό ἡ ἀπόστασίς του ἀπό τοῦ ἄξονος x εἶναι ἴση πρός μηδέν, ἡ ἐξίσωσις (12) γράφεται διά τό σημεῖον αὐτό

$$y = \upsilon_o t_2 \sigma\upsilon\nu\alpha - \frac{1}{2}\,\frac{\mathcal{E} e}{m}\,t_2^2 = 0 \qquad (21)$$

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη δίδει διά τό t_2 δύο λύσεις, (α) $t_2 = 0$, ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν θέσιν Ο (ἀρχήν τῆς κινήσεως)

(β) $t_2 = \dfrac{2\upsilon_o m\cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{\mathcal{E} e}$, ἥτις ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν θέσιν Δ.

Ἡ ἀπόστασις (ΟΔ) προσδιορίζεται συνεπῶς ἐάν εἰς τήν ἐξίσωσιν (ΙΙ) θέσωμεν $t = t_2$, ὁπότε εὑρίσκομεν

$$(\mathrm{O}\Delta) = \frac{\upsilon_o^2\cdot \eta\mu 2\alpha\cdot m}{\mathcal{E}\cdot e} \qquad (22)$$

Ἀριθμητική ἐφαρμογή. Ἐργαζόμενοι εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων θέτομεν εἰς τούς τύπους (20) καί (22): $\upsilon_o = 10^7$ m/sec $= 10^9$ cm/sec, $\mathcal{E} = 1/6$ ΗΣΜ-ἐντάσεως, $\alpha = 30^0$

$e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, ὁπότε εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$y_{μεγ} = 4{,}16 \text{ cm}. \qquad (ΟΔ) = 9{,}67 \text{ cm}.$$

18. Ἡ τάσις ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου διόδου ἠλεκτρονικῆς λυχνίας εἶναι 144 V. Νά εὑρεθῆ α) ἡ κινητική ἐνέργεια καί β) ἡ ταχύτης τήν ὁποίαν ἔχει ἕν ἠλεκτρόνιον, κατά τήν στιγμήν τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς ἀνόδου, ἐάν κατά τήν ἐξαγωγήν του ἐκ τῆς καθόδου εἶχε ταχύτητα μηδέν. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου = $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, μᾶζα αὐτοῦ = $9{,}11 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. α) Κατά τήν μετακίνησιν τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπό τῆς καθόδου μέχρι τοῦ σημείου τῆς προσκρούσεως ἐπί τῆς ἀνόδου παράγεται ὑπό τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων, ἔργον ἴσον πρός $A = e\,U$, ἔνθα U εἶναι ἡ διαφορά δυναμικοῦ ἡ ἐφαρμοζομένη μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου.

Τό ἔργον τοῦτο μετατρέπεται πλήρως εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἐπειδή δέ τοῦτο ἐξῆλθε ἐκ τῆς καθόδου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, ἕπεται ὅτι ἡ τελική κινητική του ἐνέργεια, ἤτοι ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν ἔχει κατά τήν πρόσκρουσιν ἐπί τῆς ἀνόδου, εἶναι ἴση πρός

$$E_{κιν} = e \cdot U \qquad (1)$$

β) Ἐάν καλέσωμεν $υ_{τελ}$ τήν τελικήν ταχύτητα καί m τήν μάζαν τοῦ ἠλεκτρονίου, τότε ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται

$$\frac{1}{2} m \cdot υ_{τελ}^2 = e \cdot U \qquad (2)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως αὐτῆς εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου εἶναι

$$\underline{υ_{τελ} = \sqrt{2\frac{e}{m}U}} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 144$ V = 144/300 ΗΣΜ-τάσεως, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (1) καί (3) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\underline{E_{κιν} = 2{,}31 \cdot 10^{-10} \text{ erg}}$$

καί
$$\upsilon = 7{,}1 \cdot 10^{8} \quad \text{cm/sec} .$$

19. Ἕν ἠλεκτρόνιον ἐξέρχεται ἐκ τῆς καθόδου διόδου ἠλεκτρονικῆς λυχνίας καί κινεῖται μέχρι τῆς ἀνόδου, προσκροῦον ἐπ' αὐτῆς μέ ταχύτητα 1260 km/sec. Ἐάν κατά τήν ἐξαγωγήν του ἐκ τῆς καθόδου τό ἠλεκτρόνιον εἶχε ταχύτητα μηδέν, νά ὑπολογισθῇ ἡ μεταξύ ἀνόδου καί καθόδου ἐφαρμοζομένη τάσις. Αἱ τιμαί τοῦ φορτίου καί τῆς μάζης τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἀντιστοίχως $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν U τήν μεταξύ ἀνόδου καί καθόδου ἐφαρμοζομένην τάσιν καί $\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}$ τήν ταχύτητα μέ τήν ὁποίαν προσκρούει ἐπί τῆς ἀνόδου τό ἠλεκτρόνιον (μάζης m καί φορτίου e). Ἐπειδή α) τό ἔργον $A = e \cdot U$ τό ὁποῖον παράγεται ὑπό τοῦ πεδίου κατά τήν μετακίνησιν τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπό τῆς καθόδου μέχρι τῆς ἀνόδου μετατρέπεται πλήρως εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου καί β) τό ἠλεκτρόνιον ἐξέρχεται ἐκ τῆς καθόδου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$e \cdot U = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^{2} \qquad (1)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν τάσιν U

$$U = \frac{m \cdot \upsilon_{\tau\varepsilon\lambda}^{2}}{2 \cdot e} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $\upsilon = 1260$ km/sec $= 1260 \cdot 10^{5}$ cm/sec $= 1{,}26 \; 10^{8}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εὑρίσκομεν

$$U = 4{,}46 \text{ V} .$$

20. Ἡ τάσις ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου διόδου ἠλεκτρονικῆς λυχνίας εἶναι 100 V. Ἐπί τῆς ἀνόδου τῆς λυχνίας προσπίπτουν ἀνά δευτερόλεπτον 10^{18} ἠλεκτρόνια. Ἐάν ἕκαστον ἠλεκτρόνιον κατά τήν ἐξαγωγήν του ἐκ τῆς καθόδου εἶχε ταχύτητα μηδέν καί ἡ κινητική του ἐνέργεια κατά τήν πρόσπτωσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου μετατρέπεται πλήρως εἰς θερμότητα, νά ὑπολογισθῇ πόση θερμότης ἐκλύεται ἐπί τῆς ἀνόδου ἐντός 1 min. Δίδεται $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. Μηχανικόν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος = 4,18 Joule/cal.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν U τήν τάσιν, τήν ἐφαρμοζομένην μεταξύ ἀνόδου καί καθόδου καί e τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον, τότε, ἐπειδή τό ἠλεκτρόνιον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς καθόδου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, ἡ κινητική του ἐνέργεια κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = e \cdot U \qquad (1)$$

Ἡ ἐνέργεια αὕτη κατά τήν πρόσκρουσιν μετατρέπεται πλήρως εἰς θερμότητα.

Ἐάν ἑπομένως ἐπί τῆς ἀνόδου προσκρούουν εἰς τήν μονάδα τοῦ χρόνου n ἠλεκτρόνια, τότε, ἡ συνολική θερμότης ἥτις ἐκλύεται ἐπ᾽αὐτῆς ἐντός χρόνου t, εἶναι ἴση πρός

$$\underline{Q = n \cdot t \cdot e \cdot U} \qquad (2)$$

Ἐκ τοῦ τύπου αὐτοῦ, ἐάν ἡ τάσις U ληφθῇ εἰς ΗΣΜ-τάσεως, τό δέ φορτίον εἰς ΗΣΜ-φορτίου, ἡ ἐκλυθεῖσα θερμότης Q θά προκύψῃ εἰς erg. Διά νά μετατρέψωμεν αὐτήν εἰς μονάδας θερμότητος, π.χ. cal, λαμβάνομεν ὑπ᾽ὄψιν τό (δοθέν) μηχανικόν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος, ἐκ τοῦ ὁποίου προκύπτει ὅτι

$$1 \text{ cal} = 4{,}18 \text{ Joule}$$

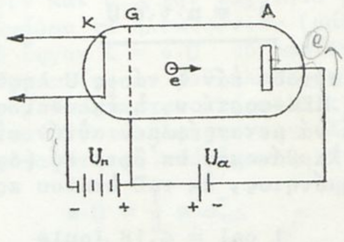
ἐπειδή δέ 1 Joule = 10^7 erg θά εἶναι 1 cal = $4{,}18 \cdot 10^7$ erg, ὁπότε εὑρίσκομεν

$$\underline{Q = 230 \text{ cal}.}$$

21. Ἡ τρίοδος λυχνία τοῦ σχήματος 5 περιέχει ἕν ἀέριον ὑπό ἠλαττωμένην πίεσιν. Διά τῆς τάσεως $U_\pi = 5{,}3$ V, ἐφαρμοζομένης μεταξύ τῆς καθόδου K καί τοῦ πλέγματος G, δημιουργοῦμεν μεταξύ αὐτῶν ἠλεκτρικόν πεδίον τοιαύτης φορᾶς, ὥστε τά ἐκ τῆς καθόδου ἐκκινοῦντα ἠλεκτρόνια νά ἐπιταχύνωνται ὑπ᾽αὐτοῦ, κινούμενα πρός τό πλέγμα G. Μεταξύ τοῦ πλέγματος G καί τῆς ἀνόδου A ἐφαρμόζεται ἑτέρα τάσις $U_\alpha = 0{,}5$ V ἡ ὁποία, ὡς φαίνεται εἰς τό σχῆμα, δημιουργεῖ μεταξύ αὐτῶν ἠλεκτρικόν πεδίον, ἐπιβραδύνον τά ἐντός αὐτοῦ κινούμενα ἠλεκτρόνια. Ἕν ἠλεκτρόνιον ἐξέρχεται τῆς καθόδου K καί ὑπό τήν ἐπίδρασιν τοῦ μεταξύ καθόδου καί πλέγματος ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἄρχεται κινούμενον πρός τό πλέγμα. Κατά τήν στιγμήν τῆς διόδου του διά τινος τῶν διακένων τοῦ πλέγματος συγκρούεται μέ ἕν ἄτομον τοῦ περιεχομένου ἐντός τῆς λυχνίας ἀερίου, εἰς τό ὁποῖον μεταδίδει μέρος τῆς κινητικῆς του ἐνεργείας. Ἐν συνεχείᾳ τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται ἐντός τοῦ πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ τῶν ἠλεκτροδίων G καί A, κατά τήν χρονικήν δέ στιγμήν

καθ'ἥν φθάνει εἰς τήν ἄνοδον A, ἡ ταχύτης του γίνεται ἴση πρός μηδέν. Ἐάν τό ἠλεκτρόνιον κατά τήν ἐξαγωγήν του ἐκ τῆς καθόδου εἶχε ταχύτητα μηδέν, νά ὑπολογισθῆ ἡ ἐνέργεια (εἰς eV) ἡ ὁποία μετεβιβάσθη εἰς τό ἄτομον κατά τήν σύγκρουσίν του μέ τό ἠλεκτρόνιον.

Λύσις. Κατά τήν μετακίνησίν τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπό τῆς καθόδου K – ἐκ τῆς ὁποίας ἐξέρχεται ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος – μέχρι τοῦ πλέγματος G, τό ἠλεκτρικόν πεδίον παράγει ἔργον



Σχῆμα 5.

$e\cdot U_\pi$, τό ὁποῖον μετατρέπεται εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου. Συνεπῶς τό ἠλεκτρόνιον, κατά τήν στιγμήν τῆς διόδου του διά τινος διακένου τοῦ πλέγματος, ἔχει κινητικήν ἐνέργειαν

$$E_{κιν} = e\cdot U_\pi \qquad (1)$$

Κατά τήν ἰδίαν στιγμήν τό ἠλεκτρόνιον συγκρούεται μέ ἕν ἄτομον τοῦ ἀερίου, τό ὁποῖον περιέχεται ἐντός τῆς λυχνίας, ἔστω δέ E ἡ ἐνέργεια ἡ ὁποία μεταβιβάζεται εἰς τό ἄτομον κατά τήν σύγκρουσίν του μέ τό ἠλεκτρόνιον. Τότε, συμφώνως πρός τό ἀξίωμα τῆς διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου κατά τήν στιγμήν τῆς εἰσόδου του ἐντός τοῦ πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ τῶν ἠλεκτροδίων G καί A, θά εἶναι

$$E'_{κιν} = E_{κιν} - E \qquad (2)$$

ἤ, λόγῳ τῆς (1)

$$E'_{κιν} = e\cdot U_\pi - E \qquad (3)$$

Τό ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἐν συνεχείᾳ ἀπό τοῦ πλέγματος

G μέχρι τῆς ἀνόδου Α, ἐντός τοῦ ἐπιβραδύνοντος αὐτό πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ τῶν ἠλεκτροδίων αὐτῶν, ἀποδίδει ἔργον

$$E' = e \cdot U_\alpha \qquad (4)$$

Ἐπειδή δέ ἡ κινητική του ἐνέργεια κατά τήν ἄφιξίν του ἐπί τῆς ἀνόδου καθίσταται ἴση πρός μηδέν, συμπεραίνομεν ὅτι τό ἔργον $e \cdot U_\alpha$, τό ὁποῖον παρήχθη ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου κατά τήν μετακίνησίν του ἀπό τοῦ πλέγματος G ἕως τήν ἄνοδον Α, εἶναι ἴσον πρός τήν κινητικήν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν εἶχε τοῦτο κατά τήν εἴσοδόν του εἰς τό δεύτερον πεδίον, ἤτοι

$$E' = E'_{\kappa\iota\nu} \qquad (5)$$

ἡ ὁποία, λόγῳ τῶν σχέσεων (3) καί (4), γράφεται

$$e \cdot U_\alpha = e \cdot U_\pi - E \qquad (6)$$

Ἐκ τῆς (6) προκύπτει διά τήν μεταβιβασθεῖσαν εἰς τό μόριον ἐνέργειαν

$$\underline{E = e(U_\pi - U_\alpha)} \qquad (7)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $U_\pi = 5,3$ V $= 5,3/300$ ΗΣΜ-τάσεως, $U_\alpha = 0,5$ V $= 0,5/300$ ΗΣΜ-τάσεως. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (7) εὑρίσκομεν

$$E = 7,68 \cdot 10^{-12} \text{ erg}$$

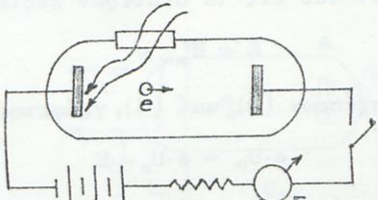
Ἐπειδή 1 eV $= 1,6 \cdot 10^{-12}$ erg (βλ. ἄσκησιν 6), θά εἶναι

$$\underline{E = 4,8 \text{ eV}}.$$

1 22. α) Κατά τόν φωτισμόν τῆς καθόδου ἑνός φωτοκυττάρου διά τινος φωτεινῆς ἀκτινοβολίας, ἐκπέμπεται κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$ ἐξ ἑνός σημείου τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς ἕν ἠλεκτρόνιον, ὑπό ταχύτητα ἴσην πρός τό ἕν δέκατον τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ. Τό ἠλεκτρόνιον διανύει ἐν συνεχείᾳ μέ σταθεράν ταχύτητα, ἴσην πρός τήν ἀρχικήν, τήν ἀπόστασιν μεταξύ τοῦ σημείου τῆς ἐκπομπῆς του καί ἑνός σημείου τῆς ἐπιφανείας τῆς ἀνόδου, ἴσην πρός 5 cm. Νά ὑπολογισθῇ τό χρονικόν διάστημα εἰς τό τέλος τοῦ ὁποίου τό ἠλεκτρόνιον προσκρούει ἐπί τῆς ἀνόδου. β) Συνεχιζομένου τοῦ φωτισμοῦ τῆς καθόδου, ἐφαρμόζεται μεταξύ αὐτῆς καί τῆς ἀνόδου μία σταθερά τάσις, ὁ-

πότε τό ὄργανον Γ (βλ. σχῆμα 6) δεικνύει σταθεράν ἔντασιν, ἴσην πρός $9{,}6\cdot10^{-12}$ Α. Νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν ἠλεκτρονίων τά ὁποῖα προσπίπτουν ἐπί τῆς ἀνόδου ἐντός ἑνός δευτερολέπτου εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν. Τό φορτίον καί ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἀντιστοίχως $e = 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m=9.10^{-28}$ gr, $c = 3.10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν l τήν ἀπόστασιν μεταξύ τοῦ σημείου τῆς ἐξόδου τοῦ φωτοηλεκτρονίου καί τοῦ σημείου τῆς προσκρούσεώς του ἐπί τῆς ἀνόδου καί υ τήν ταχύτητα ὑπό τήν ὁ-



Σχῆμα 6.

ποίαν τοῦτο ἐξέρχεται ἐκ τῆς καθόδου (κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$).

Τότε ἐκ τοῦ τύπου $s = υ.t$, τῆς ὁμαλῆς εὐθυγράμμου κινήσεως, εὑρίσκομεν διά τόν χρόνον ἐντός τοῦ ὁποίου θά διανυθῇ ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου ἡ ἀπόστασις l, ἤτοι διά τό χρονικόν διάστημα εἰς τό τέλος τοῦ ὁποίου τό ἠλεκτρόνιον θά προσκρούσῃ ἐπί τῆς ἀνόδου

$$t = \frac{l}{υ} \qquad (1)$$

Ἐπειδή εἶναι $υ = \frac{c}{10}$ (ἔνθα c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός εἰς τό κενόν) εὑρίσκομεν τελικῶς

$$t = \frac{10l}{c} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $l = 5$ cm καί $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$t = 1{,}7\cdot10^{-9}\ \text{sec}\,.$$

β) Ὁ ἀριθμός n τῶν ἠλεκτρονίων τά ὁποῖα προσπίπτουν ἐντός χρόνου t ἐπί τῆς ἀνόδου τοῦ φωτοκυττάρου εὑρίσκεται ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι τό συνολικόν φορτίον αὐτῶν (ἄς καλέσωμεν αὐτό q). εἶναι ἴσον πρός τό φορτίον τό ὁποῖον διέρχεται διά τινος διατομῆς π.χ. τοῦ ἀγωγοῦ, τοῦ συνδέοντος τήν ἄνοδον πρός τό ὄργανον μετρήσεως τῆς ἐντάσεως (ἔστω ὅτι τοῦτο εἶναι ἴσον πρός q΄). Τό φορτίον q θά εἶναι ἴσον πρός

$$q = n \cdot e \qquad (1)$$

(e εἶναι τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον).
Ἐάν ἀφ' ἑτέρου καλέσωμεν i τήν ἔντασιν τοῦ ἀνοδικοῦ ρεύματος (τήν ἔνδειξιν δηλ. τοῦ ὀργάνου Γ), συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἐντάσεως, θά ἔχωμεν

$$i = \frac{q'}{t} \qquad (2)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τό φορτίον q΄

$$q' = i \cdot t \qquad (3)$$

Ἐπειδή εἶναι $q = q'$, λαμβάνομεν ἐκ τῶν (1) καί (3) τήν ἐξίσωσιν

$$n \cdot e = i \cdot t \qquad (4)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι' ἐπιλύσεως ὡς πρός n, προκύπτει διά τόν ζητούμενον ἀριθμόν τῶν προσπιπτόντων ἐντός τοῦ χρόνου t ἐπί τῆς ἀνόδου φωτοηλεκτρονίων ὁ τύπος

$$\underline{n = \frac{i \cdot t}{e}} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τό Πρακτικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $i = 9{,}6 \cdot 10^{-12}$ A, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb.

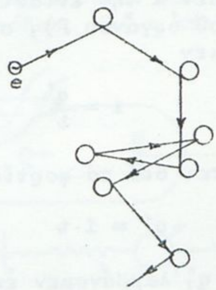
Ζητεῖται νά εὑρεθῇ ὁ ἀριθμός n διά τήν περίπτωσιν t=1sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$\underline{n = 6 \cdot 10^{7}}.$$

23. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται ἐντός χώρου περιέχοντος ἀέριον ὑπό πίεσιν ἠλαττωμένην καί συγκρούεται μέ μόρια τοῦ ἀερίου τούτου. Τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται μεταξύ δύο διαδοχικῶν συγκρούσεων εὐθυγράμμως, μέ ταχύτητα $5 \cdot 10^{7}$ cm/sec, ὑποθέτομεν δέ ὅτι διανύει μεταξύ δύο τοιούτων συγκρούσεων τό αὐτό πάντοτε διάστημα, ἴσον πρός 5 cm (ἐλευθέρα διαδρομή τοῦ ἠλεκτρονίου). Ἔστω ὅτι κατά τήν χρονικήν στιγμήν t=0 λαμβάνει χώραν μία σύγκρουσις τοῦ κινουμένου ἠλεκτρονίου μέ

ἓν μόριον τοῦ ἀερίου. Νά ὑπολογισθοῦν εἰς πόσον χρόνον ἀπό τῆς συγκρούσεως αὐτῆς λαμβάνουν χώραν αἱ ἑπόμεναι 10 διαδοχικαί συγκρούσεις.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν l_e τήν ἐλευθέραν διαδρομήν τοῦ ἠλεκτρονίου καί υ τήν ταχύτητα μέ τήν ὁποίαν τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται μεταξύ δύο διαδοχικῶν συγκρούσεων.



Σχῆμα 7.

Τότε ὁ χρόνος ἐντός τοῦ ὁποίου τό ἠλεκτρόνιον διανύει τό διάστημα l_e, ἤτοι, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἐλευθέρας διαδρομῆς, ὁ χρόνος ὁ ὁποῖος παρέρχεται μεταξύ δύο διαδοχικῶν συγκρούσεων, θά εἶναι, κατά τόν τύπον $s = υ \cdot t$, ἴσος πρός

$$t = \frac{l_e}{υ} \qquad (1)$$

Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι, ἐάν κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t=0$ λάβῃ χώραν μία σύγκρουσις τοῦ ἠλεκτρονίου μέ ἓν μόριον τοῦ ἀερίου, ὁ χρόνος ἐντός τοῦ ὁποίου θά λάβουν χώραν αἱ ἑπόμεναι n διαδοχικαί συγκρούσεις θά εἶναι ἴσος πρός

$$t' = n\frac{l_e}{υ} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $n = 10$, $l_e = 5$ cm, $υ = 5 \cdot 10^7$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) εὑρίσκομεν

$$t' = 10^{-6} \text{ sec} = 1 \text{ μsec}.$$

αὐτό q). εἶναι ἴσον πρός τό φορτίον τό ὁποῖον διέρχεται διά τινος διατομῆς π.χ. τοῦ ἀγωγοῦ, τοῦ συνδέοντος τήν ἄνοδον πρός τό ὄργανον μετρήσεως τῆς ἐντάσεως (ἔστω ὅτι τοῦτο εἶναι ἴσον πρός q΄). Τό φορτίον q θά εἶναι ἴσον πρός

$$q = n \cdot e \qquad (1)$$

,(e εἶναι τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον).
Εάν ἀφ' ἑτέρου καλέσωμεν i τήν ἔντασιν τοῦ ἀνοδικοῦ ρεύματος (τήν ἔνδειξιν δηλ. τοῦ ὀργάνου Γ), συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἐντάσεως, θά ἔχωμεν

$$i = \frac{q'}{t} \qquad (2)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τό φορτίον q΄

$$q' = i \cdot t \qquad (3)$$

Ἐπειδή εἶναι $q = q'$, λαμβάνομεν ἐκ τῶν (1) καί (3) τήν ἐξίσωσιν

$$n \cdot e = i \cdot t \qquad (4)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι' ἐπιλύσεως ὡς πρός n, προκύπτει διά τόν ζητούμενον ἀριθμόν τῶν προσπιπτόντων ἐντός τοῦ χρόνου t ἐπί τῆς ἀνόδου φωτοηλεκτρονίων ὁ τύπος

$$\underline{n = \frac{i \cdot t}{e}} \qquad (5)$$

Λύσις είς τό Πρακτικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $i = 9{,}6 \cdot 10^{-12}$ A, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Cb.

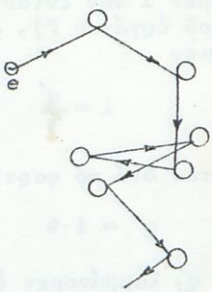
Ζητεῖται νά εὑρεθῇ ὁ ἀριθμός n διά τήν περίπτωσιν t=1sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$\underline{n = 6 \cdot 10^{7}}.$$

23. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται ἐντός χώρου περιέχοντος ἀέριον ὑπό πίεσιν ἠλαττωμένην καί συγκρούεται μέ μόρια τοῦ ἀερίου τούτου. Τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται μεταξύ δύο διαδοχικῶν συγκρούσεων εὐθυγράμμως, μέ ταχύτητα $5 \cdot 10^{7}$ cm/sec, ὑποθέτομεν δέ ὅτι διανύει μεταξύ δύο τοιούτων συγκρούσεων τό αὐτό πάντοτε διάστημα, ἴσον πρός 5 cm (ἐλευθέρα διαδρομή τοῦ ἠλεκτρονίου). Ἔστω ὅτι κατά τήν χρονικήν στιγμήν t=0 λαμβάνει χώραν μία σύγκρουσις τοῦ κινουμένου ἠλεκτρονίου μέ

ἓν μόριον τοῦ ἀερίου. Νά ὑπολογισθοῦν εἰς πόσον χρόνον ἀπό τῆς συγκρούσεως αὐτῆς λαμβάνουν χώραν αἱ ἑπόμεναι 10 διαδοχικαί συγκρούσεις.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν l_e τήν ἐλευθέραν διαδρομήν τοῦ ἠλεκτρονίου καί υ τήν ταχύτητα μέ τήν ὁποίαν τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται μεταξύ δύο διαδοχικῶν συγκρούσεων.



Σχῆμα 7.

Τότε ὁ χρόνος ἐντός τοῦ ὁποίου τό ἠλεκτρόνιον διανύει τό διάστημα l_e, ἤτοι, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἐλευθέρας διαδρομῆς, ὁ χρόνος ὁ ὁποῖος παρέρχεται μεταξύ δύο διαδοχικῶν συγκρούσεων, θά εἶναι, κατά τόν τύπον $s = \upsilon \cdot t$, ἴσος πρός

$$t = \frac{l_e}{\upsilon} \qquad (1)$$

Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι, ἐάν κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t=0$ λάβῃ χώραν μία σύγκρουσις τοῦ ἠλεκτρονίου μέ ἓν μόριον τοῦ ἀερίου, ὁ χρόνος ἐντός τοῦ ὁποίου θά λάβουν χώραν αἱ ἑπόμεναι n διαδοχικαί συγκρούσεις θά εἶναι ἴσος πρός

$$t' = n\frac{l_e}{\upsilon} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $n = 10$, $l_e = 5$ cm, $\upsilon = 5\cdot 10^7$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) εὑρίσκομεν

$$\underline{t' = 10^{-6} \text{ sec} = 1\ \mu\text{sec}.}$$

24. Τό ἀτομικόν βάρος τοῦ βολφραμίου εἶναι 184, ἡ δέ πυκνότης του ἴση πρός 18,8 gr/cm^3. Γνωστοῦ ὄντος ὅτι ἕν ἄτομον βολφραμίου ἔχει δύο ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια, νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν ἐλευθέρων ἠλεκτρονίων, τά ὁποῖα περιέχονται εἰς 1 m^3 βολφραμίου. Σταθερά Loschmidt = $6,02 \cdot 10^{23}$ ἄτομα/γραμμάτομον.

Παρατήρησις. Ὡς ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια χαρακτηρίζονται ἐκεῖνα ἐκ τῶν περιφερειακῶν ἠλεκτρονίων τῶν ἀτόμων τοῦ μετάλλου, τά ὁποῖα δέν παραμένουν μονίμως δεσμευμένα πρός ὡρισμένα ἄτομα, δυνάμενα οὕτω νά μετακινοῦνται ἐλευθέρως ἐντός τῆς μάζης τοῦ μετάλλου ἐκ τοῦ ἑνός ἀτόμου εἰς τό ἄλλο.

Λύσις. Ἐκ τῆς σταθερᾶς Loschmidt προκύπτει ὅτι εἰς ἕν γραμμάτομον βολφραμίου περιέχονται $6,02 \cdot 10^{23}$ ἄτομα βολφραμίου. (Ὁ ὁρισμός τοῦ γραμματόμου ἑνός στοιχείου δίδεται εἰς τήν ἄσκησιν 75). Ἀφ' ἑτέρου ἐκ τοῦ ἀτομικοῦ βάρους τοῦ βολφραμίου, ἴσου πρός 184, συμπεραίνομεν ὅτι:

$$1 \text{ γραμμάτομον βολφραμίου} = 184 \text{ gr βολφραμίου} .$$

Ἐπίσης, ἐφ' ὅσον ἡ πυκνότης του εἶναι ἴση πρός 18,8 gr/cm^3, ἕπεται ὅτι 1 cm^3 βολφραμίου ἔχει μᾶζαν 18,8 gr.

Ἤδη σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς:

Εἰς 184 gr βολφραμίου περιέχονται $6,02 \cdot 10^{23}$ ἄτομα βολφραμίου· εἰς 18,8 gr βολφραμίου πόσα (x) θά περιέχωνται;

Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν

$$x = 6,15 \cdot 10^{22} \text{ ἄτομα βολφραμίου.}$$

Ἤτοι εἰς 1 cm^3 βολφραμίου περιέχονται $6,15 \cdot 10^{22}$ ἄτομα βολφραμίου. Ἐπομένως εἰς 1 m^3 βολφραμίου θά περιέχωνται

$$\underline{6,15 \cdot 10^{22} \cdot 10^6 = 6,15 \cdot 10^{28} \text{ ἄτομα βολφραμίου}} .$$

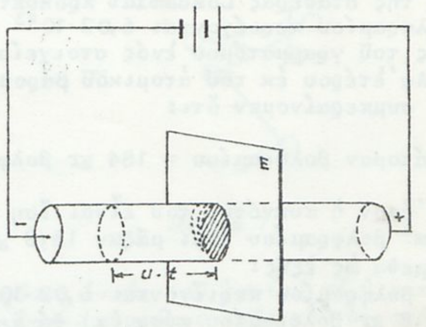
Ἕκαστον ἄτομον βολφραμίου ἔχει δύο ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια. Συνεπῶς ὁ ἀριθμός τῶν ἐλευθέρων ἠλεκτρονίων, τῶν περιεχομένων εἰς 1 m^3 βολφραμίου, θά εἶναι ἴσος πρός τό διπλάσιον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐντός αὐτοῦ περιλαμβανομένων ἀτόμων βολφραμίου, ἤτοι ἴσος πρός

$$\underline{n = 2 \cdot 6,15 \cdot 10^{28} = 1,23 \cdot 10^{29}} .$$

25. Δίδεται ὅτι ὑπάρχουν z ἐλεύθερα ἠλεκτρόνια ἀνά μονάδα ὄγκου μετάλλου τινος καί ὅτι ἕκαστον ἐξ αὐτῶν, ὑπό τήν ἐπίδρασιν ἠλεκτρικοῦ πεδίου σταθερᾶς ἐντάσεως $\mathcal{E}$, κινεῖται ἐν-

τός τῆς μάζης τοῦ μετάλλου μέ ταχύτητα υ, τῆς ὁποίας τό μέτρον εἶναι ἀνάλογον τῆς ἐντάσεως, (ἤτοι $\upsilon = k\mathcal{E}$, ἔνθα k μία σταθερά καλουμένη συντελεστής εὐκινησίας τοῦ ὑλικοῦ). Ζητεῖται α) νά ἀποδειχθῆ θεωρητικῶς ὁ νόμος τοῦ Ohm, β) νά ἐξαχθῆ ὁ τύπος $R = \varrho \frac{l}{S}$ καί γ) νά εὑρεθῆ πρός τί ἰσοῦται ἡ εἰδική ἀντίστασις ϱ τοῦ ὑλικοῦ.

Λύσις. α) Ἔστω l τό μῆκος καί S ἡ τομή ἑνός κυλινδρικοῦ σύρματος ἐκ τοῦ μετάλλου. Γνωρίζομεν ὅτι ἐάν ἐφαρμόσωμεν τάσιν U μεταξύ τῶν δύο βάσεων τοῦ σύρματος, θά ἐμφανισθῆ ἐντός αὐτοῦ ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον, ἐντάσεως



Σχῆμα 8.

$$\mathcal{E} = \frac{U}{l} \qquad (1)$$

Ὑπό τήν ἐπίδρασιν τοῦ πεδίου τά ἠλεκτρόνια θά κινηθοῦν, συμφώνως πρός τήν ἐκφώνησιν, μέ ταχύτητα

$$\upsilon = k \cdot \mathcal{E} \qquad (2)$$

προκαλοῦντα ρεῦμα ἐντάσεως

$$i = \frac{q}{t} \qquad (3)$$

ὅπου q τό συνολικόν φορτίον τῶν διά τινος τομῆς διερχομένων ἐντός τοῦ χρόνου t ἠλεκτρονίων.

Ἀλλά εἰς χρόνον t θά διέλθουν διά τινος τομῆς, π.χ. τῆς E, ὅσα ἠλεκτρόνια ἀπέχουν ἀπ' αὐτῆς τό πολύ κατά υ·t, δηλ. τά εὑρισκόμενα ἐντός τοῦ κυλίνδρου μέ βάσιν S καί ὕψος υ·t, ἤτοι $S \cdot \upsilon \cdot t \cdot z^*$ ἠλεκτρόνια. Ἄν συνεπῶς καλέσωμεν e τό φορτίον ἑκάστου, τό ὁλικόν φορτίον q θά εἶναι ἴσον πρός

$$q = S \cdot \upsilon \cdot t \cdot z^* e \qquad (4)$$

Λόγῳ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (1) ἡ (4) γίνεται

$$q = \frac{S \cdot k \cdot U \cdot t \cdot z^* \cdot e}{l} \qquad (5)$$

ὁπότε διαιροῦντες αὐτήν διά τοῦ χρόνου t λαμβάνομεν τήν σχέσιν

$$i = k \cdot z^* \cdot e \frac{S}{l} U \qquad (6)$$

Ἐάν εἰς τήν ἐξίσωσιν (6) θέσωμεν

$$k . z^* \cdot e \frac{S}{l} = \frac{1}{R} \qquad (7)$$

λαμβάνομεν τόν νόμον τοῦ Ohm

$$i = \frac{1}{R} U$$

β) Ἐκ τῆς σχέσεως (7) προκύπτει ὅτι ἡ ἀντίστασις R δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$R = \frac{1}{k\, z^*\, e} \cdot \frac{l}{S} \qquad (8)$$

ἤτοι, αὕτη εἶναι ἀνάλογος τοῦ μήκους τοῦ ἀγωγοῦ καί ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς διατομῆς του.

γ) Ὁ συντελεστής ἀναλογίας $\frac{1}{k\, z^*\, e} = \varrho$ εἶναι ὑπό δεδομένην θερμοκρασίαν σταθερά ποσότης χαρακτηρίζουσα τό ὑλικόν καί καλεῖται ε ἰ δ ι κ ή ἀ ν τ ί σ τ α σ ι ς αὐτοῦ. Προφανῶς ἐξαρτᾶται ἀντιστρόφως ἀναλόγως ἐκ τοῦ πλήθους z^* τῶν ἐλευθέρων ἠλεκτρονίων ἀνά μονάδα ὄγκου καί ἐκ τοῦ συντελεστοῦ εὐκινησίας k τοῦ ὑλικοῦ.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β'

ΚΙΝΗΣΙΣ ΕΝΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΟΥ ΕΝΤΟΣ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ ΚΑΘΕΤΩΣ ΠΡΟΣ ΤΑΣ ΔΥΝΑΜΙΚΑΣ ΤΟΥ ΓΡΑΜΜΑΣ

λ

26. Ἓν ἠλεκτρόνιον κινεῖται ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου εὐθυγράμμως καί ἰσοταχῶς. Νά δειχθῇ ὅτι ἡ τροχιά τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον ἐντός τοῦ πεδίου εἶναι μία εὐθεία παράλληλος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς.

Λύσις. Ἐπί ἑνός σωματιδίου φέροντος φορτίον ἀπολύτως ἴσον πρός q καί κινουμένου ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως ἴσης κατά μέτρον πρός $\mathcal{H}$, ἐξασκεῖται διαρκῶς ὑπό τοῦ πεδίου μία δύναμις, ἡ ὁποία, συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ Laplace, εἶναι, ἴση πρός

$$F = q \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \cdot ημφ \qquad (1)$$

ἔνθα υ εἶναι τό ἑκάστοτε μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ σωματιδίου καί φ ἡ γωνία, ἡ σχηματιζομένη μεταξύ τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος καί τῆς διευθύνσεως τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητ. πεδίου.

Εἰς τήν περίπτωσιν ἑνός ἠλεκτρονίου, τό φορτίον εἶναι e, ὁπότε τό μέτρον τῆς ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένης δυνάμεως Laplace θά ἰσοῦται πρός

$$F = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \cdot ημφ \qquad (2)$$

Τό ἠλεκτρόνιον (τό ὁποῖον δέν ὑφίσταται ἄλλην δύναμιν ἐκτός τῆς δυνάμεως Laplace), συμφώνως πρός τήν ἐκφώνησιν, κινεῖται ἐντός τοῦ πεδίου εὐθυγράμμως καί ἰσοταχῶς. Ἄρα ἡ ἐπιτάχυνσίς του, εἶναι διαρκῶς ἴση πρός μηδέν. Ἐκ τούτου, κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἕπεται ὅτι ἡ ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένη δύναμις Laplace εἶναι διαρκῶς ἴση πρός μηδέν.

Ἐκ τοῦ τύπου (2) συνάγομεν τότε ὅτι, ἐπειδή τά e, υ, καί $\mathcal{H}$ εἶναι διάφορα τοῦ μηδενός, θά πρέπει νά εἶναι

$$ημφ = 0$$

ἤ

$$φ = 0$$

Συνεπῶς τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται παραλλήλως πρός τήν διεύθυνσιν τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου, ἤτοι παραλλήλως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς.

27. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ ταχύτητα 10^8 m/sec ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 1 Gauss καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. α) Νά δειχθῇ ὅτι τό ἠλεκτρόνιον ἐκτελεῖ ἐντός τοῦ πεδίου μίαν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν. β) Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἀκτίς τῆς ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου διαγραφομένης τροχιᾶς. $e = 1{,}6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9{,}1\cdot10^{-28}$ gr.

Λύσις. α) Ἐπί ἑνός ἠλεκτρονίου κινουμένου ἐντός μαγνητικοῦ πεδίου ἐξασκεῖται διαρκῶς μία δύναμις κατά Laplace, τῆς ὁποίας τό μέτρον εἶναι ἴσον πρός

$$F = e\cdot\upsilon\cdot\mathcal{H}\cdot\eta\mu\varphi \qquad (1)$$

ἔνθα $\mathcal{H}$ ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου, υ ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου καί φ ἡ γωνία ἡ σχηματιζομένη μεταξύ αὐτῆς καί τῆς ἐντάσεως.

Ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως Laplace εἶναι, συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ Laplace, πάντοτε κάθετος ἐπί τό ἐπίπεδον τῶν διανυσμάτων υ καί $\mathcal{H}$. Συνεπῶς αὕτη εἶναι διαρκῶς κάθετος ἐπί τήν ταχύτητα. Ἐάν ἐπομένως ἀναλύσωμεν τήν ἐπιτάχυνσιν, τήν ὁποίαν προσδίδει ἡ δύναμις F εἰς τό ἠλεκτρόνιον, εἰς μίαν κεντρομόλον καί μίαν ἐπιτρόχιον συνιστῶσαν, ἡ ἐπιτρόχιος θά εἶναι διαρκῶς ἴση πρός μηδέν. Συνεπῶς τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ κινουμένου ἐντός τοῦ πεδίου ἠλεκτρονίου θά παραμένῃ σταθερόν.

Εἰς τήν περίπτωσιν ἠλεκτρονίου κινουμένου μέ σταθεράν κατά μέτρον ταχύτητα, ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς, θά εἶναι $\mathcal{H}$ = σταθ., υ=σταθ., καί ημφ = 1, τό μέτρον δηλ. τῆς κεντρομόλου δυνάμεως F θά παραμένῃ σταθερόν καί ἴσον πρός

$$F = e\cdot\upsilon\cdot\mathcal{H} \qquad (2)$$

Ἐξ αὐτοῦ συμπεραίνομεν ὅτι ἡ δύναμις F μεταδίδει εἰς τό ἠλεκτρόνιον σταθεράν (κεντρομόλον) ἐπιτάχυνσιν, ὁπότε ἡ τροχιά τοῦ ἠλεκτρονίου θά εἶναι μία περιφέρεια κύκλου.

β) Ἐάν καλέσωμεν r τήν ἀκτῖνα τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου, τότε τό μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως θά εἶναι ἴσον πρός υ^2/r.

Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς: δύναμις = μᾶζα × ἐπιτάχυνσις, θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} = m \frac{\upsilon^2}{r} \quad (3)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν ἀκτῖνα

$$r = \frac{m \cdot \upsilon}{e \cdot \mathcal{H}} \quad (4)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $m = 9{,}1 \cdot 10^{-28}$ gr, $\upsilon = 10^8$ cm/sec, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $\mathcal{H} = 1$ Gauss. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (4) λαμβάνομεν

$$r = 5{,}68 \text{ cm.}$$

28. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινούμενον εὐθυγράμμως καί ἰσοταχῶς εἰσέρχεται ἐντός μιᾶς περιοχῆς τοῦ γηΐνου μαγνητικοῦ πεδίου, ἐντός τῆς ὁποίας θεωροῦμεν αὐτό ὡς ὁμογενές. Ἐάν ἐντός τῆς περιοχῆς αὐτῆς ἡ ἔντασις τοῦ πεδίου εἶναι κατά μέτρον ἴση πρός 0,6 Gauss, τό δέ ἠλεκτρόνιον κινεῖται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς, νά ὑπολογισθῇ ἡ περίοδος τῆς κινήσεώς του. Ὁ λόγος τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου πρός τήν μάζαν (ἠρεμίας) αὐτοῦ εἶναι $e/m = 1{,}76 \cdot 10^7$ ΗΜΜ-φορτίου/gr.

Λύσις. Τό ἠλεκτρόνιον εἰσερχόμενον ἐντός τῆς ἐν λόγῳ περιοχῆς τοῦ γηΐνου μαγνητικοῦ πεδίου ἐκτελεῖ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐπί ἑνός ἐπιπέδου καθέτου πρός τάς δυναμικάς γραμμάς.

Διά νά ὑπολογίσωμεν τήν περίοδον αὐτῆς χρησιμοποιοῦμεν τούς τύπους

$$\upsilon = \omega \cdot r \quad (1) \quad , \quad \omega = 2\pi\nu \quad (2) \quad \text{καί} \quad \nu = \frac{1}{T} \quad (3)$$

ἐκ τῶν ὁποίων λαμβάνομεν

$$T = \frac{2\pi r}{\upsilon} \quad (4)$$

Ἀφ' ἑτέρου ἡ ἀκτίς τῆς διαγραφομένης ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου κυκλικῆς τροχιᾶς ὑπελογίσθη, εἰς τήν ἄσκησιν 27, ἴση πρός

$$r = \frac{m \cdot \upsilon}{e \mathcal{H}} \quad (5)$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν τιμήν τῆς ἀκτῖνος ἐκ τῆς (5) εἰς τήν σχέσιν (4) εὑρίσκομεν διά τήν περίοδον τόν τελικόν τύπον

$$T = \frac{2\pi m}{e \mathcal{H}} \quad (6)$$

Παρατήρησις. Ἐκ τῆς σχέσεως (6) συνάγεται ὅτι ἡ περίοδος τῆς κυκλικῆς ὁμαλῆς κινήσεως φορτισμένου σωματιδίου ἐντός ἑνός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ταχύτητος, ἐξαρτωμένη μόνον ἐκ τοῦ λόγου q/m τοῦ φορτίου πρός τήν μάζαν αὐτοῦ, ἤτοι μεγαλυτέρας ἀκτῖνος περιφέρειαι διαγράφονται ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου μέ μεγαλυτέραν ταχύτητα, οὕτως ὥστε ἡ περίοδος νά παραμένῃ σταθερά.

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων. Δίδονται $\mathcal{H} = 0{,}6$ Gauss, $e/m = 1{,}76\cdot10^7$ ΗΜΜ-φορτίου/gr. Ἀντικαθιστῶντες εὑρίσκομεν

$$T = 5{,}94\cdot10^{-7}\ \text{sec}.$$

29. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ ταχύτητα 10^8 cm/sec ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 5 Gauss, καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς. Ποία ἡ μαγνητική ῥοή, ἥτις **διέρχεται διά τῆς ἐπιφανείας, τῆς περικλειομένης ὑπό τῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον ἐντός τοῦ πεδίου. $e = 1{,}6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9{,}1\cdot10^{-28}$ gr.**

Λύσις. Ἡ τροχιά τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον εἶναι περιφέρεια κύκλου, κειμένη ἐπί ἐπιπέδου καθέτου πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου.

Ἀφ᾽ ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου καί S τό ἐμβαδόν τῆς ἐπιφανείας ἡ ὁποία περικλείεται ὑπό τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς, τότε, ἡ μαγνητική ῥοή ἡ ὁποία διέρχεται διά τῆς ἐπιφανείας αὐτῆς, θά εἶναι, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν αὐτῆς, ἴση πρός

$$\Phi = \mathcal{H}\cdot S\cdot \text{συν}\alpha \qquad (1)$$

ἔνθα α εἶναι ἡ γωνία τήν ὁποίαν σχηματίζει ἡ κάθετος ἐπί τό ἐπίπεδον τῆς τροχιᾶς μετά τῆς διευθύνσεως τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου.

Θά εἶναι

$$S = \pi\cdot r^2 \qquad (2)$$

ἔνθα r ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς διά τήν ὁποίαν εὕρομεν εἰς τήν ἄσκησιν 27

$$r = \frac{m\cdot\upsilon}{e\cdot\mathcal{H}} \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν τύπων (1), (2) καί (3) προκύπτει διά τήν μαγνητικήν ῥοήν ὁ τελικός τύπος

$$\Phi = \frac{\pi \cdot m^2 \cdot \upsilon^2 \cdot \sigma\upsilon\nu\alpha}{e^2 \cdot \mathcal{H}}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $m = 9{,}1 \cdot 10^{-28}$ gr, $\upsilon = 10^8$ cm/sec, $\mathcal{H} = 5$ Gauss, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου $\alpha = 0^0$ καί ἑπομένως συνα = 1. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\Phi = 19{,}88 \text{ Mx}.$$

30. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ ταχύτητα 10^7 m/sec ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς καί διαγράφει κυκλικήν τροχιάν ἀκτῖνος 5 cm. Ποῖον τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἡ ἄσκησις λύεται ἐπί τῇ βάσει τῶν ἰδίων συλλογισμῶν πρός ἐκείνους τῆς ἐρωτήσεως (β) τῆς ἀσκήσεως 27.

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) τῆς ἀσκήσεως αὐτῆς, δι' ἐπιλύσεως αὐτῆς ὡς πρός $\mathcal{H}$, εὑρίσκομεν διά τό ζητούμενον μέτρον τῆς ἐντάσεως

$$\mathcal{H} = \frac{m \cdot \upsilon}{e \cdot r}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $m = 9.10^{-28}$ gr, $\upsilon = 10^7$ m/sec $= 10^9$ cm/sec, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $r = 5$ cm. Δι' ἀντικαταστάσεως εὑρίσκομεν

$$\mathcal{H} = 11{,}25 \text{ Gauss}.$$

31. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ σταθεράν κατά μέτρον ταχύτητα ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 80 Gauss, καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. Ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει εἶναι ἴση πρός 12 cm. Ποία ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἡ ἄσκησις λύεται ἐπί τῇ βάσει τῶν αὐτῶν συλλογισμῶν πρός ἐκείνους τῆς ἐρωτήσεως (β) τῆς ἀσκήσεως 27. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) τῆς ἀσκήσεως 27 εὑρίσκομεν πρῶτον τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου ἴσον πρός

$$\upsilon = \frac{e \cdot \mathcal{H} \cdot r}{m} \qquad (1)$$

Ἐάν τήν τιμήν τῆς ταχύτητος ἐκ τῆς (1) ἀντικαταστήσωμεν εἰς τόν τύπον τῆς κινητικῆς ἐνεργείας $E_{\kappa\iota\nu} = 1/2\ m\upsilon^2$, προκύπτει διά τήν κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου ὁ τύπος

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\cdot\frac{e^2\cdot \mathcal{H}^2\cdot r^2}{m} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 1,6\cdot 10^{-20}$ HMM-φορτίου, $\mathcal{H} = 80$ Gauss, $r = 12$ cm, $m = 9\cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) λαμβάνομεν

$$E_{\kappa\iota\nu} = 1,3\cdot 10^{-11}\ \text{erg}.$$

32. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ σταθεράν κινητικήν ἐνέργειαν 5000 eV, ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 200 Gauss, καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον. Μᾶζα (ἠρεμίας) τοῦ ἠλεκτρονίου $= 9\cdot 10^{-28}$ gr, φορτίον αὐτοῦ $= 1,6\cdot 10^{-20}$ HMM - φορτίου. 1 eV $= 1,6\cdot 10^{-12}$ erg

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν $E_{\kappa\iota\nu}$ τήν κινητικήν ἐνέργειαν καί m τήν μᾶζαν ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου. Τότε ἐκ τοῦ τύπου τῆς κινητικῆς ἐνεργείας $E_{\kappa\iota\nu} = 1/2\, m\upsilon^2$ προκύπτει διά τό μέτρον υ τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E_{\kappa\iota\nu}}{m}} \qquad (1)$$

Μετά τόν ὑπολογισμόν τοῦ μέτρου τῆς ταχύτητος, ἡ συνέχεια τῆς λύσεως ταυτίζεται πρός τούς συλλογισμούς τῆς ἐρωτήσεως (β) τῆς ἀσκήσεως 27.

Ἐάν τήν τιμήν τῆς ταχύτητος ἐκ τῆς (1) θέσωμεν εἰς τήν σχέσιν (1) τῆς ἀσκήσεως 27 λαμβάνομεν τήν σχέσιν

$$m\cdot\frac{2\cdot E_{\kappa\iota\nu}}{m\cdot r} = e\sqrt{\frac{2\,E_{\kappa\iota\nu}}{m}}\cdot\mathcal{H} \qquad (2)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι' ἐπιλύσεως ὡς πρός r, προκύπτει ὁ τελικός τύπος

$$r = \frac{\sqrt{2E_{\kappa\iota\nu}\cdot m}}{e\cdot\mathcal{H}} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $E_{\kappa\iota\nu} = 5000$ eV $= 5000\cdot 1,6\cdot 10^{-12}$ erg $= 8\cdot 10^{-9}$ erg, $m = 9\cdot 10^{-28}$ gr, $e = 1,6\cdot 10^{-20}$ HMM -φορτίου καί $\mathcal{H} = 200$ Gauss. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (3) εὑρίσκομεν

$$r = 1,18\ \text{cm}.$$

33. Ἕν ἠλεκτρόνιον ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας κινεῖται μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, τά ὁποῖα παρουσιάζουν διαφοράν δυναμικοῦ 10^3 V, ἐν συνεχείᾳ δέ εἰσέρχεται ἐντός τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται εἰς τό ἐσωτερικόν ἑνός σωληνοειδοῦς, ἔχοντος μικράν ὡς πρός τό μῆκος του ἀκτῖνα καί κινεῖται ἐντός αὐτοῦ καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. Τό σωληνοειδές ἔχει μῆκος 30 cm καί συνίσταται ἐξ 20 σπειρῶν, διαρρεομένων ὑπό ρεύματος ἐντάσεως 6 A. Νά εὑρεθῇ ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον ἐντός τοῦ πεδίου. Ποία θά ἦτο ἡ ἀκτίς τῆς τροχιᾶς, ἐάν ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἦτο 15000V ($e = 1{,}6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9\cdot10^{-28}$ gr). 1 ΗΜΜ-ἐντάσεως = 10 A, 1 V = 10^8 ΗΜΜ-τάσεως.

Λύσις. α) Τό ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἐντός τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου εἰς τό ἐσωτερικόν τοῦ σωληνοειδοῦς διαγράφει περιφέρειαν κύκλου ἀκτῖνος

$$r = \frac{m\cdot\upsilon}{e\mathcal{H}} \qquad (1)$$

(βλ.ἄσκησιν 27), ἔνθα υ εἶναι τό μέτρον τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἀπέκτησε τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τό ὁποῖον σχηματίζεται εἰς τό ἐσωτερικόν τοῦ σωληνοειδοῦς.

Εἰς τήν ἄσκησιν 5 εὕρομεν διά τήν ταχύτητα υ τόν τύπον

$$\upsilon = \sqrt{2\,\frac{e}{m}\,U} \qquad (2)$$

ὅπου τό U συμβολίζει τήν διαφοράν δυναμικοῦ ἡ ὁποία ὑφίσταται μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, μεταξύ τῶν ὁποίων, ἐκκινήσαν ἐκ τοῦ πρώτου σημείου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, ἐκινήθη τό ἠλεκτρόνιον.

Διά τήν ἔντασιν $\mathcal{H}$ τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου εἰς τό ἐσωτερικόν τοῦ σωληνοειδοῦς ἰσχύει, ὡς γνωστόν, ὁ τύπος

$$\mathcal{H} = 4\pi\cdot i\cdot n^* \qquad (3)$$

ἔνθα n^* ὁ ἀριθμός τῶν σπειρῶν ἀνά μονάδα μήκους καί i ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος τό ὁποῖον διέρχεται διά τῶν σπειρῶν.

Εἶναι ὅμως

$$n^* = \frac{n}{l} \qquad (4)$$

διά τήν κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου ὁ τύπος

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\cdot\frac{e^2\cdot\mathcal{H}^2\cdot r^2}{m} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 1,6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $\mathcal{H} = 80$ Gauss, $r = 12$ cm, $m=9.10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) λαμβάνομεν

$$E_{\kappa\iota\nu} = 1,3\cdot10^{-11}\ \mathrm{erg}.$$

32. Ἐν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ σταθεράν κινητικήν ἐνέργειαν 5000 eV, ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 200 Gauss, καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον. Μᾶζα (ἠρεμίας) τοῦ ἠλεκτρονίου = 9.10^{-28} gr, φορτίον αὐτοῦ = $1,6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου. 1 eV = $1,6\cdot10^{-12}$ erg

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν $E_{\kappa\iota\nu}$ τήν κινητικήν ἐνέργειαν καί m τήν μᾶζαν ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου. Τότε ἐκ τοῦ τύπου τῆς κινητικῆς ἐνεργείας $E_{\kappa\iota\nu} = 1/2\ m\upsilon^2$ προκύπτει διά τό μέτρον υ τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E_{\kappa\iota\nu}}{m}} \qquad (1)$$

Μετά τόν ὑπολογισμόν τοῦ μέτρου τῆς ταχύτητος, ἡ συνέχεια τῆς λύσεως ταυτίζεται πρός τούς συλλογισμούς τῆς ἐρωτήσεως (β) τῆς ἀσκήσεως 27.

Ἐάν τήν τιμήν τῆς ταχύτητος ἐκ τῆς (1) θέσωμεν εἰς τήν σχέσιν (1) τῆς ἀσκήσεως 27 λαμβάνομεν τήν σχέσιν

$$m\cdot\frac{2\cdot E_{\kappa\iota\nu}}{m\cdot r} = e\sqrt{\frac{2\ E_{\kappa\iota\nu}}{m}}\cdot\mathcal{H} \qquad (2)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι' ἐπιλύσεως ὡς πρός r, προκύπτει ὁ τελικός τύπος

$$r = \frac{\sqrt{2E_{\kappa\iota\nu}\cdot m}}{e\cdot\mathcal{H}} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $E_{\kappa\iota\nu} = 5000$ eV $= 5000\cdot1,6\cdot10^{-12}$ erg $= 8\cdot10^{-9}$ erg, $m = 9\cdot10^{-28}$ gr, $e = 1,6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ -φορτίου καί $\mathcal{H} = 200$ Gauss. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (3) εὑρίσκομεν

$$r = 1,18\ \mathrm{cm}.$$

33. Ἕν ἠλεκτρόνιον ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας κινεῖται μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, τά ὁποῖα παρουσιάζουν διαφοράν δυναμικοῦ 10^3 V, ἐν συνεχείᾳ δέ εἰσέρχεται ἐντός τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται εἰς τό ἐσωτερικόν ἑνός σωληνοειδοῦς, ἔχοντος μικράν ὡς πρός τό μῆκος του ἀκτῖνα καί κινεῖται ἐντός αὐτοῦ καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. Τό σωληνοειδές ἔχει μῆκος 30 cm καί συνίσταται ἐξ 20 σπειρῶν, διαρρεομένων ὑπό ρεύματος ἐντάσεως 6 A. Νά εὑρεθῇ ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον ἐντός τοῦ πεδίου. Ποία θά ἦτο ἡ ἀκτίς τῆς τροχιᾶς, ἐάν ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἦτο 15000 V ($e = 1{,}6\cdot 10^{-20}$ HMM-φορτίου, $m = 9\cdot 10^{-28}$ gr). 1 HMM-ἐντάσεως = 10 A, 1 V = 10^8 HMM-τάσεως.

Λύσις. α) Τό ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἐντός τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου εἰς τό ἐσωτερικόν τοῦ σωληνοειδοῦς διαγράφει περιφέρειαν κύκλου ἀκτῖνος

$$r = \frac{m\cdot \upsilon}{e\mathcal{H}} \qquad (1)$$

(βλ. ἄσκησιν 27), ἔνθα υ εἶναι τό μέτρον τῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἀπέκτησε τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τό ὁποῖον σχηματίζεται εἰς τό ἐσωτερικόν τοῦ σωληνοειδοῦς.

Εἰς τήν ἄσκησιν 5 εὕρομεν διά τήν ταχύτητα υ τόν τύπον

$$\upsilon = \sqrt{2\frac{e}{m}U} \qquad (2)$$

ὅπου τό U συμβολίζει τήν διαφοράν δυναμικοῦ ἡ ὁποία ὑφίσταται μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, μεταξύ τῶν ὁποίων, ἐκκινήσαν ἐκ τοῦ πρώτου σημείου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, ἐκινήθη τό ἠλεκτρόνιον.

Διά τήν ἔντασιν $\mathcal{H}$ τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου εἰς τό ἐσωτερικόν τοῦ σωληνοειδοῦς ἰσχύει, ὡς γνωστόν, ὁ τύπος

$$\mathcal{H} = 4\pi\cdot i\cdot n^* \qquad (3)$$

ἔνθα n^* ὁ ἀριθμός τῶν σπειρῶν ἀνά μονάδα μήκους καί i ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος τό ὁποῖον διέρχεται διά τῶν σπειρῶν.

Εἶναι ὅμως

$$n^* = \frac{n}{l} \qquad (4)$$

ἔνθα τό n συμβολίζει τόν ἀριθμόν τῶν σπειρῶν τοῦ σωληνοειδοῦς καί l τό μῆκος αὐτοῦ.

Ἐκ τῶν σχέσεων (1), (2), (3) καί (4), προκύπτει διά τήν ἀκτῖνα r τῆς τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου ὁ τελικός τύπος

$$r = \frac{1}{4\pi \cdot i \cdot n} \cdot \sqrt{2\frac{m}{e}U} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Θέτοντες εἰς τόν τύπον (5) $l = 30$ cm, $n = 20$, $i = 6A = 6 \cdot 10^{-1}$ ΗΜΜ-ἐντάσεως, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $U = 10^3 V = 10^3 \cdot 10^8$ ΗΜΜ-τάσεως $= 10^{11}$ ΗΜΜ-τάσεως, εὑρίσκομεν

$$\underline{r = 2,12 \text{ cm}}\,.$$

Παρατήρησις. Ὁ τύπος (3) τῆς ἀσκήσεως (λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν τῆς σχέσεως μεταξύ τῆς ΗΜΜ-ἐντάσεως καί τῆς πρακτικῆς τοιαύτης-Ἀμπέρ) δίδεται ἐνίοτε καί ὑπό τήν μορφήν

$$\mathcal{H} = 1,25\frac{n}{l}\,i$$

εἰς τήν ὁποίαν ὅμως ὡς μονάς τῆς ἐντάσεως πρέπει νά ληφθῇ τό Ἀμπέρ. Ἑπομένως ὁ τύπος οὗτος δέν δύναται νά χρησιμοποιηθῇ ἐνταῦθα, ὅπου τό i πρέπει νά ἐκφρασθῇ εἰς ΗΜΜ-ἐντάσεως.

β) Ἐάν καλέσωμεν r_1 τήν ἀκτῖνα τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου τοῦ σωληνοειδοῦς, ὅταν ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ πεδίου εἶναι U_1 καί r_2 τήν ἀκτῖνα τῆς τροχιᾶς, ὅταν ἡ τάσις εἶναι U_2, τότε ὡς προκύπτει ἐκ τῆς σχέσεως (5) θά εἶναι

$$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2}}$$

Εἰς τήν σχέσιν αὐτήν θέτομεν α) $U_1 = 1000$ V, β) τήν εὑρεθεῖσαν τιμήν τῆς ἀκτῖνος διά τήν τάσιν αὐτήν, $r_1 = 2,12$ cm καί γ) $U_2 = 15000$ V, ὁπότε εὑρίσκομεν ὅτι ἡ εἰς τήν τάσιν U_2 ἀντιστοιχοῦσα τιμή τῆς ἀκτῖνος εἶναι ἴση πρός

$$\underline{r_2 = 8,21 \text{ cm}}\,.$$

34. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται μέ ταχύτητα 10^9 cm/sec, καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, δημιουργουμένου εἰς τό ἐσωτερικόν σωληνοειδοῦς, μήκους 22 cm, ἀποτελουμένου ἐξ 180 σπειρῶν, διαρρεομένων ὑπό ρεύματος ἐν-

τάσεως 1,58 A. Ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἠλεκτρόνιον εἶναι ἴση πρός 3,5 cm. Ποία ἡ τιμή τοῦ λόγου e/m (εἰδικοῦ φορτίου) τοῦ φορτίου πρός τήν μάζαν (ἠρεμίας) τοῦ ἠλεκτρονίου. 1 ΗΜΜ-ἐντάσεως = 10 A.

Λύσις. Ἡ ἄσκησις λύεται ἐπί τῇ βάσει τῶν συλλογισμῶν τῆς λύσεως τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως, διά χρησιμοποιήσεως τῶν τύπων (1),(3) καί (4) τῆς ἀσκήσεως αὐτῆς, ἐκ τῶν ὁποίων προκύπτει διά τήν τιμήν τοῦ λόγου e/m

$$\frac{e}{m} = \frac{\upsilon \cdot l}{4\pi \cdot i \cdot n \cdot r}$$

ἔνθα υ εἶναι τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου, r ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει ἐντός τοῦ πεδίου, l τό μῆκος τοῦ σωληνοειδοῦς, n ὁ ἀριθμός τῶν σπειρῶν του καί i ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος, τό ὁποῖον διαρρέει αὐτάς.

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Θέτοντες εἰς τήν εὑρεθεῖσαν σχέσιν $\upsilon = 10^9$ cm/sec, $l = 22$ cm, $n = 180$, $i = 1{,}58$ A $= 1{,}58 \cdot 10^{-1}$ ΗΜΜ-ἐντάσεως, $r = 3{,}5$ cm, εὑρίσκομεν

$$\frac{e}{m} = 1{,}77 \cdot 10^7 \text{ ΗΜΜ-φορτίου/gr} .$$

35. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινούμενον εὐθυγράμμως μέ σταθεράν ταχύτητα υ διέρχεται διά μέσου τῶν δύο ἐπιπέδων καί παραλλήλων πρός ἀλλήλας κυκλικῶν ἐπιφανειῶν τῶν ἄκρων τῶν πόλων τοῦ ἠλεκτρομαγνήτου (βλ. σχῆμα 9). Ἡ ἀρχική διεύθυνσις τῆς κινήσεως του εἶναι κάθετος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, ἐντάσεως $\mathcal{H}$, τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ τῶν ἄκρων τῶν πόλων. Τό ἠλεκτρόνιον κατά τήν διαδρομήν του ἐντός τοῦ πεδίου ἐκτρέπεται τῆς ἀρχικῆς του διευθύνσεως, ἐξερχόμενον δέ προσπίπτει ἐπί κατακορύφου πετάσματος, τό ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν Δ ἀπό τοῦ πρός αὐτό ἄκρου τῶν πόλων. Ἐάν ἡ διάμετρος ἑκάστου ἄκρου εἶναι l, νά ὑπολογισθῇ ἡ ἀπόκλισις y ἐπί τοῦ πετάσματος. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου = e, μᾶζα (ἠρεμίας) αὐτοῦ = m.

Λύσις. Τό ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἐντός τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ τῶν ἄκρων τῶν πόλων τοῦ ἠλεκτρομαγνήτου, διαγράφει τόξον περιφερείας κύκλου ἐχούσης ἀκτῖνα ἴσην πρός

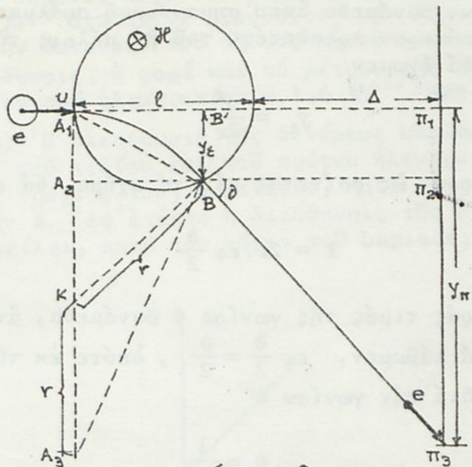
$$r = \frac{m \cdot \upsilon}{e\mathcal{H}} \qquad (1)$$

$\frac{m\upsilon^2}{R} = B \cdot e \cdot H$

$\boxed{R = \frac{m \cdot \upsilon}{e \cdot H}}$

(βλ. ἄσκησιν 27).

Μετά τήν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ πεδίου, ἐφ'ὅσον πλέον ἐπ'αὐτοῦ οὐδεμία δύναμις ἐξασκεῖται, τό ἠλεκτρόνιον ἐξακολουθεῖ κινούμενον εὐθυγράμμως καί ἰσοταχῶς, μέχρις ὅτου προσπέσῃ ἐπί



Σχῆμα 9.

τοῦ πετάσματος εἰς τό σημεῖον Π_3. Ἡ ἀπόκλισις y_π τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς του διευθύνσεως ἐπί τοῦ πετάσματος εἶναι, ὡς φαίνεται εἰς τό σχῆμα, ἴση πρός

$$y_\pi = (\Pi_1 \cdot \Pi_2) + (\Pi_2 \cdot \Pi_3) \qquad (2)$$

ἤ

$$y_\pi = y_\varepsilon + (B\Pi_2)\cdot \varepsilon\varphi\vartheta \qquad (3)$$

ἔνθα y_ε εἶναι ἡ ἐκτροπή τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς ἀρχικῆς του διευθύνσεως εἰς τό σημεῖον τῆς ἐξόδου του ἐκ τοῦ πεδίου (σημεῖον B) καί θ ἡ γωνία τήν ὁποίαν σχηματίζει ἡ ἀρχική ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου μετά τῆς ταχύτητός του εἰς τό σημεῖον B.

Διά μικράς τιμάς τῆς γωνίας θ δυνάμεθα εἰς πρώτην προσέγγισιν νά λάβωμεν $(A_2B) = l$, ὁπότε, συμφώνως πρός γνωστόν γεωμετρικόν θεώρημα, ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου A_1BA_3 θά ἔχωμεν

$$l^2 = y_\varepsilon(2r - y_\varepsilon) \qquad (4)$$

Ἡ ἐξίσωσις (4) δύναται νά λάβῃ τήν μορφήν

$$y_\varepsilon = \frac{l^2}{2r} + \frac{y_\varepsilon^2}{2r} \qquad (5)$$

Ἐπειδή διά μικράς τιμάς τῆς γωνίας θ τό y_ε^2 ἔχει λίαν μικράν τιμήν, δυνάμεθα ἄνευ σημαντικοῦ σφάλματος νά παραλείψωμεν τόν δεύτερον προσθετέον τοῦ β΄ μέλους τῆς ἐξισώσεως (5), ὁπότε θά ἔχωμεν

$$y_\varepsilon = \frac{l^2}{2r} \qquad (6)$$

Ἀφ' ἑτέρου, ὡς φαίνεται εἰς τό σχῆμα, θά εἶναι

$$l = 2r \cdot \varepsilon\varphi \frac{\vartheta}{2} \qquad (7)$$

Διά μικράς τιμάς τῆς γωνίας θ δυνάμεθα, ἄνευ σημαντικοῦ σφάλματος, νά λάβωμεν, $\varepsilon\varphi \frac{\vartheta}{2} = \frac{\vartheta}{2}$, ὁπότε ἐκ τῆς σχέσεως (7) λαμβάνομεν διά τήν γωνίαν θ

$$\vartheta = \frac{l}{r} \qquad (8)$$

Ἐάν προσέτι, διά μικράς τιμάς τῆς θ λάβωμεν $\varepsilon\varphi\vartheta = \vartheta$ καί $B\Pi_2 = \Delta$, ἡ σχέσις (3) λόγῳ τῶν (6) καί (8) γράφεται

$$y_\pi = \frac{l^2}{2r} + \Delta \cdot \frac{l}{r} \qquad (9)$$

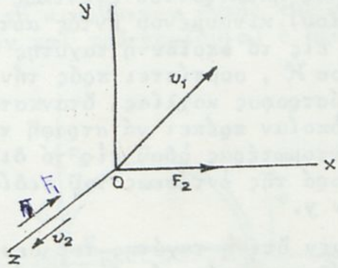
Ἐάν εἰς τήν σχέσιν (9) ἀντικαταστήσωμεν τήν ἀκτῖνα r διά τῆς τιμῆς της ἐκ τῆς σχέσεως (1) λαμβάνομεν διά τήν ἐκτροπήν ἐπί τοῦ πετάσματος τόν τελικόν τύπον

$$\underline{y_\pi = \left(\Delta + \frac{l}{2}\right)\mathcal{H} \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{l}{\upsilon}}$$

36. Δύο ἠλεκτρόνια κινηθέντα ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου διέγραψαν τροχιάς αἱ ὁποῖαι ἔχουν κοινόν τό σημεῖον Ο τοῦ πεδίου (ἀρχή τοῦ τρισορθογωνίου συστήματος συντεταγμένων Oxyz, (βλέπε σχῆμα 11). Τό ἕν τῶν ἠλεκτρονίων εἶχε εἰς τό σημεῖον Ο ταχύτητα ἔχουσαν διεύθυνσιν (φορέα) κειμένην ἐν τῷ ἐπιπέδῳ xOy καί φοράν τήν εἰς τό σχῆμα δεικνυομένην (διάνυσμα υ_1), ἐνῷ ἡ δύναμις Laplace, ἡ ὁποία ἐξησκήθη ὑπό τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ἐπ' αὐτοῦ εἰς τό σημεῖον τοῦτο εἶχε διεύθυνσιν, συμπίπτουσαν πρός τόν ἄξονα z καί φοράν τήν ἀρνητικήν φοράν τοῦ ἄξονος αὐτοῦ (διάνυσμα F_1). Ἡ ταχύτης τοῦ

δευτέρου ἠλεκτρονίου εἰς τό 0 ἦτο κατά μέτρον ἴση πρός $2\cdot10^4$ m/sec, εἶχε διεύθυνσιν συμπίπτουσαν πρός τόν ἄξονα z, φοράν δέ θετικήν (διάνυσμα υ_2), ἐνῷ ἡ ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκηθεῖσα ὑπό τοῦ πεδίου εἰς τό σημεῖον αὐτό δύναμις Laplace ἦτο κατά μέτρον ἴση πρός $1,6\cdot10^{-10}$ dyn, εἶχε διεύθυνσιν τόν ἄξονα x καί φοράν τήν θετικήν τοιαύτην τοῦ ἄξονος αὐτοῦ (διάνυσμα F_2). Νά εὑρεθῇ ἡ διεύθυνσις, ἡ φορά καί τό μέτρον τῆς ἐντάσεως $\mathcal{H}$ τοῦ πεδίου. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου = $1,6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου.

Λύσις. 1α) Ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως Laplace F_1, τῆς ἀσκουμένης ὑπό τοῦ πεδίου ἐπί τοῦ πρώτου ἠλεκτρονίου εἰς τό σημεῖον 0 τῆς τροχιᾶς του, συμπίπτει, κατά τήν ἐκφώνησιν, πρός τόν ἄξονα τῶν z. Ἀφ' ἑτέρου ἡ διεύθυνσις τῆς F_1, ἤτοι ὁ ἄξων τῶν z, ὀφείλει, κατά τόν νόμον τοῦ Laplace, νά εἶναι κάθετος ἐπί τό ἐπίπεδον τῆς διευθύνσεως τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό 0, ἤτοι τοῦ διανύσματος υ_1 καί τῆς σταθερᾶς διευθύνσεως τῆς ἐντάσεως $\mathcal{H}$ τοῦ πεδίου.



Σχῆμα 10.

Ἡ διεύθυνσις ὅμως τῆς ταχύτητος εἰς τό 0, ἤτοι ἡ διεύθυνσις τοῦ διανύσματος υ_1, κεῖται, κατά τήν ἐκφώνησιν, ἐπί τοῦ ἐπιπέδου xOy, τό ὁποῖον εἶναι κάθετον ἐπί τόν ἄξονα τῶν z, ἤτοι ἐπί τήν διεύθυνσιν τῆς F_1. Ἄρα τό ἐπίπεδον τῶν διευθύνσεων τῶν υ_1 καί $\mathcal{H}$, (ἐπί τό ὁποῖον ἡ F_1, ὡς ἐλέχθη, εἶναι κάθετος), θά συμπίπτῃ πρός τό ἐπίπεδον xOy, ἤτοι ἡ διεύθυνσις τῆς ἐντάσεως $\mathcal{H}$ θά κεῖται ἐν τῷ ἐπιπέδῳ xOy.

1β) Ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως Laplace F_2, τῆς ἀσκουμένης ὑπό τοῦ πεδίου ἐπί τοῦ δευτέρου ἠλεκτρονίου εἰς τό σημεῖον 0 τῆς τροχιᾶς του, συμπίπτει, κατά τήν ἐκφώνησιν, πρός τόν ἄξονα τῶν x.

Ἀφ' ἑτέρου ἡ διεύθυνσις τῆς F_2, ἤτοι ὁ ἄξων τῶν x, ὀφείλει, κατά τόν νόμον τοῦ Laplace, νά εἶναι κάθετος ἐπί τό ἐπίπεδον τῶν διευθύνσεων τῆς ταχύτητος $υ_2$ τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό O καί τῆς διευθύνσεως τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. Ἡ διεύθυνσις ὅμως τῆς $υ_2$ συμπίπτει πρός τόν ἄξονα τῶν z, ἤτοι εἶναι κάθετος ἐπί τόν ἄξονα τῶν x, ἐπί τήν διεύθυνσιν δηλ. τῆς F_2; Ἄρα τό διάνυσμα $\mathcal{H}$ τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου θά κεῖται καί ἐπί τοῦ ἐπιπέδου, τοῦ ἀγομένου διά τοῦ διανύσματος $υ_2$, διά τοῦ ἄξονος δηλ. z, καθέτως πρός τόν ἄξονα τῶν x, ἤτοι ἐπί τοῦ ἐπιπέδου zOy.

Ἐκ τῶν (α) καί (β) συνάγομεν ὅτι ἡ διεύθυνσις τῆς ἐντάσεως συμπίπτει πρός τήν τομήν τῶν ἐπιπέδων xOy καί zOy, ἤτοι εἶναι ὁ ἄξων τῶν y.

2) Ἡ φορά τοῦ διανύσματος $\mathcal{H}$ εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς μεταξύ αὐτοῦ καί τῶν F_1, $υ_1$ ἤ τῶν F_2, $υ_2$ τοῦ ἀκολούθου κανόνος: Ἡ φορά τῆς δυνάμεως F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ὑπό ἑνός μαγνητικοῦ πεδίου ἐπί ἑνός ἠλεκτρονίου (γενικῶς παντός ἀρνητικῶς φορτισμένου σωματιδίου) κινουμένου ἐντός αὐτοῦ, εἰς ἕν σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, εἰς τό σημεῖον ἡ ταχύτης του εἶναι υ, ἡ δέ ἔντασις τοῦ πεδίου $\mathcal{H}$, συμπίπτει πρός τήν φοράν μέ τήν ὁποίαν προχωρεῖ δεξιόστροφος κοχλίας, ὅταν στρέφεται κατά τήν φοράν, κατά τήν ὁποίαν πρέπει νά στραφῇ τό διάνυσμα $\mathcal{H}$ διά νά φθάσῃ διά τῆς συντομωτέρας ὁδοῦ εἰς τό διάνυσμα υ. Εὑρίσκομεν τότε ὅτι ἡ φορά τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου εἶναι ἡ θετική φορά τοῦ ἄξονος τῶν y.

3) Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ δευτέρου ἠλεκτρονίου εἰς τό O εἶναι κάθετος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου. Συνεπῶς τό μέτρον τῆς δυνάμεως Laplace, τήν ὁποίαν ὑφίσταται τό ἠλεκτρόνιον εἰς τό σημεῖον αὐτό εἶναι

$$F_2 = e \cdot υ_2 \mathcal{H} \qquad (1)$$

ἔνθα $υ_2$ τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό O καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) εὑρίσκομεν διά τό μέτρον τῆς ἐντάσεως

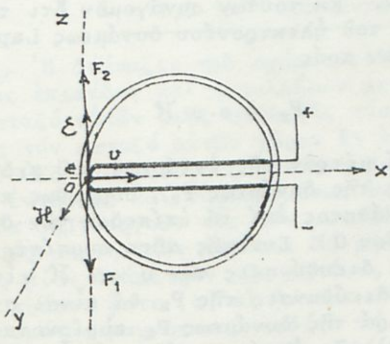
$$\mathcal{H} = \frac{F_2}{e \cdot υ_2} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $F_2 = 1{,}6 \cdot 10^{-10}$ dyn, $υ_2 = 2 \cdot 10^6$ cm/sec, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν (2) εὑρίσκομεν

$$\underline{\mathcal{H} = 5000 \text{ Gauss}}.$$

37. Ἕν ἠλεκτρόνιον κινεῖται εὐθυγράμμως καί μέ σταθεράν ταχύτητα $6\cdot10^{8}$ cm/sec ἐντός περιοχῆς ἐν τῇ ὁποίᾳ ὑφίστανται, α) ἕν ὁμογενές μαγνητικόν πεδίον ἐντάσεως, κατά μέτρον ἴσης πρός 30 Gauss, β) Ἕν ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον (τά δύο πεδία πραγματοποιοῦνται διά τῆς διατάξεως τοῦ σχήματος, ἡ ὁποία περιγράφεται εἰς τό τέλος τῆς λύσεως τῆς ἀσκήσεως). Ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι κάθετος πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου καί ἔχει τήν εἰς τό σχῆμα δεικνυομένην φοράν, ἐνῷ ἡ διεύθυνσις τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι κάθετος ἐπί τό ἐπίπεδον τοῦ σχήματος καί ἔχει φοράν ἐξ αὐτοῦ πρός τόν ἀναγνώστην. Νά εὑρεθῇ ἡ διεύθυνσις, ἡ φορά καί τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου = $1,6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, μᾶζα ἠρεμίας αὐτοῦ = $9\cdot10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἄς θεωρήσωμεν τό τρισορθογώνιον σύστημα ἀξόνων Oxyz, ἔχον ἀρχήν τό κινούμενον ἐντός τῆς περιοχῆς τῶν δύο πεδίων ἠλεκτρόνιον καί τοῦ ὁποίου α) ὁ ἄξων Ox συμπίπτει



Σχῆμα 11.

πρός τήν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου (εἶναι κάθετος πρός τάς μαγνητικάς δυναμικάς γραμμάς), ἡ δέ θετική ἐπ' αὐτοῦ φορά συμπίπτει πρός τήν φοράν τῆς ταχύτητος, β) ὁ ἄξων Oy συμπίπτει πρός τήν διεύθυνσιν τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, ἡ δέ θετική φορά ἐπ' αὐτοῦ πρός τήν φοράν τῆς εντάσεως.

Ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου κατά τήν κίνησίν του ἐντός τῆς περιοχῆς τῶν ἀνωτέρω πεδίων, ἐξασκοῦνται συνεχῶς αἱ ἀκόλουθοι δύο δυνάμεις: α) Ἡ δύναμις τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τό ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον. Ἐάν καλέσωμεν $\mathcal{E}$ τό(ζητούμενον) μέτρον τῆς ἐντάσεως του, τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς θά εἶναι ἴσον πρός

$$F_1 = \mathcal{E} \cdot e \qquad (1)$$

Ἡ δύναμις αὐτη παραμένει σταθερά κατά μέτρον (ὡς προκύπτει ἐκ τῆς 1), διεύθυνσιν (αὐτη συμπίπτει συνεχῶς πρός τήν σταθεράν διεύθυνσιν τῆς ἐντάσεως) καί φοράν (αὐτη λόγῳ τοῦ ἀρνητικοῦ φορτίου εἶναι διαρκῶς ἀντίθετος πρός τήν σταθεράν φοράν τῆς ἐντάσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου).

β) Ἡ δύναμις κατά Laplace τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τό ὁμογενές μαγνητικόν πεδίον.

Τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου. Ἐπιπροσθέτως ἡ κίνησις τήν ὁποίαν ἐκτελεῖ τό ἠλεκτρόνιον ἐντός αὐτοῦ, εἶναι, συμφώνως πρός τήν ἐκφώνησιν, εὐθύγραμμος καί ἰσοταχής, ἤτοι ἡ ταχύτης του παραμένει συνεχῶς σταθερά κατά μέτρον (τό ὁποῖον ἄς καλέσωμεν υ), διεύθυνσιν καί φοράν. Ἐκ τούτων συνάγομεν ὅτι τό μέτρον τῆς ἐξασκουμένης ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου δυνάμεως Laplace θά εἶναι σταθερόν καί ἴσον πρός

$$F_2 = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (2)$$

ἔνθα $\mathcal{H}$ εἶναι τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου.

Ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως F_2, συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ Laplace, εἶναι κάθετος ἐπί τό ἐπίπεδον τῶν διανυσμάτων υ καί $\mathcal{H}$ (εἰς τό σημεῖον O). Συνεπῶς αὐτη συμπίπτει πρός τόν ἄξονα z. Ἐπειδή δέ αἱ διευθύνσεις τῶν υ καί $\mathcal{H}$ εἶναι σταθεραί, ἕπεται ὅτι καί ἡ διεύθυνσις τῆς F_2 θά εἶναι σταθερά.

Ἡ σταθερά φορά τῆς δυνάμεως F_2 εὑρίσκεται ἐκ τοῦ κανόνος τῆς ἐρωτήσεως (β) τῆς ἀσκήσεως 36 καί εἶναι ἡ θετική.

Τό ἠλεκτρόνιον, ἐπενεργουσῶν ἐπ' αὐτοῦ τῶν σταθερῶν δυνάμεων F_1 καί F_2, κινεῖται μέ κίνησιν εὐθύγραμμον καί ἰσοταχῆ. Ἤτοι ἡ ἐπιτάχυνσίς του εἶναι ἴση πρός μηδέν, ὁπότε, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἡ συνισταμένη τῶν δύο ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένων δυνάμεων θά εἶναι διαρκῶς ἴση πρός μηδέν.

Ἐφ' ὅσον λοιπόν αἱ δυνάμεις F_1 καί F_2 ἰσορροποῦν διαρκῶς, ἕπεται ὅτι ἔχουν συνεχῶς τό αὐτό μέτρον, τήν αὐτήν διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντιθέτους φοράς.

Συνεπῶς ἡ δύναμις F_1, θά εἶναι ἀντίθετος τῆς F_2, δηλ. θά κεῖται ἐπί τοῦ ἄξονος z, θά ἔχῃ δέ ἀρνητικήν φοράν. Ἐπειδή δέ τό διάνυσμα $\mathcal{E}$ ἔχει τήν αὐτήν διεύθυνσιν καί ἀντίθετον φοράν πρός τήν τῆς δυνάμεως F_1, συμπεραίνωμεν ὅτι ἡ διεύθυνσις τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς ἠλεκτρικοῦ πεδίου συμπίπτει πρός τόν ἄξονα z, ἡ δέ φορά της πρός τήν θετικήν φοράν ἐπί τοῦ ἄξονος αὐτοῦ.

Εὕρεσις τοῦ μέτρου τῆς ἐντάσεως. Ἐκ τῆς ἰσότητος τῶν μέτρων τῶν δυνάμεων F_1 καί F_2, λόγῳ καί τῶν σχέσεων (1) καί (2), ἔχομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\mathcal{E} \cdot e = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (3)$$

ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν διά τό μέτρον τῆς ἐντάσεως

$$\underline{\mathcal{E} = \upsilon \cdot \mathcal{H}} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\upsilon = 6 \cdot 10^8$ cm/sec, $\mathcal{H} = 30$ Gauss. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (4) εὑρίσκομεν

$$\underline{\mathcal{E} = 1,8 \cdot 10^{10} \text{ ΗΜΜ-ἐντάσεως}}.$$

Παρατήρησις. Ἡ διάταξις τοῦ σχήματος 11 συνίσταται: α) Ἐξ ἑνός ζεύγους ἐπιπέδων καί παραλλήλων μεταλλικῶν πλακῶν. Δι' ἐφαρμογῆς μεταξύ αὐτῶν μιᾶς σταθερᾶς τάσεως σχηματίζεται, ὡς γνωστόν, εἰς τόν μεταξύ αὐτῶν χῶρον ἕν ὁμογενές ἠλεκτρικόν πεδίον. β) Ἐξ ἑνός ζεύγους πηνίων, διαρρεομένων ὑπό ρεύματος σταθερᾶς ἐντάσεως καί εὑρισκομένων ἑκατέρωθεν τῶν δύο πλακῶν. Τά πηνία δημιουργοῦν εἰς τόν μεταξύ τῶν δύο πλακῶν χῶρον ἕν ὁμογενές μαγνητικόν πεδίον. Τό μῆκος ἑκάστης πλακός εἶναι ἴσον πρός μίαν διάμετρον τῶν πηνίων, ταῦτα δέ εἶναι διατεταγμένα κατά τρόπον ὥστε (α) αἱ δυναμικαί γραμμαί τοῦ ὑπ' αὐτῶν δημιουργουμένου μαγνητικοῦ πεδίου νά εἶναι κάθετοι πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

(β) Τά ἄκρα τῶν πλακῶν νά κεῖνται ἑκατέρωθεν καί πλησίον τῶν ἄκρων μιᾶς διαμέτρου τῶν πηνίων, ὁπότε τό ἠλεκτρόνιον, ἅμα τῇ εἰσόδῳ του ἐντός τοῦ χώρου μεταξύ τῶν πλακῶν, ἄρχεται ὑφιστάμενον τήν δύναμιν ἐξ ἑκάστου πεδίου τήν αὐτήν χρονικήν στιγμήν.

Ἡ φορά τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ρυθμίζεται διά μεταβολῆς τῆς φορᾶς τοῦ ρεύματος εἰς τά πηνία.

38. Ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως εἶναι κατά μέτρον ἴση πρός ἐκείνην, τήν ὁποίαν θά ἀπέκτα τοῦτο εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του, ἐάν ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρε-

μίας ἐκ τοῦ πρώτου, διήνυε τήν ἀπόστασιν μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐχόντων διαφοράν δυναμικοῦ 100 V. Νά ὑπολογισθῇ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. (Αἱ τιμαί τοῦ φορτίου καί τῆς μάζης τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι ἀντιστοίχως $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου, ὡς προκύπτει ἐκ τῆς σχέσεως $e.U = 1/2\ m \cdot \upsilon^2$ εἶναι ἴσον πρός

$$\upsilon = \sqrt{2\frac{e}{m} \cdot U}$$

ἔνθα U εἶναι ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου (βλ. ἄσκησιν 5). Ἡ ἐξίσωσις (4) τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως, ἡ παρέχουσα τό μέτρον τῆς ἐντάσεως, γράφεται συνεπῶς εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν

$$\underline{\mathcal{E} = \mathcal{H}\sqrt{2\ \frac{e}{m}\ U}}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\mathcal{H} = 50$ Gauss, $U = 100$ V $= 100 \cdot 10^8$ ΗΜΜ-τάσεως $= 10^{10}$ ΗΜΜ-τάσεως, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν τελευταίαν σχέσιν, εὑρίσκομεν

$$\underline{\mathcal{E} = 1{,}78 \cdot 10^{10}\ \text{ΗΜΜ-ἐντάσεως}}.$$

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΑΤΟΜΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ'

ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ

39. Ἡ συχνότης μιᾶς μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας εἶναι ἴση πρός $3 \cdot 10^{18}$ sec^{-1}. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἐνέργεια τήν ὁποίαν περικλείει ἕν φωτόνιον τῆς ἀκτινοβολίας αὐτῆς. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck $= 6,6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec. Ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ $= 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Κατά τόν Planck α) Ἕν ὑλικόν σῶμα συνίσταται ἐκ μεγάλου ἀριθμοῦ ταλαντωτῶν ἤ δονητῶν, ἀποτελουμένων ἐκ δύο ἀπολύτως ἴσων καί ἀντιθέτου σημείου ἠλεκτρικῶν φορτίων, κινητῶν ὡς πρός ἄλληλα ἐπί μιᾶς εὐθείας. Οἱ ταλαντωταί τοῦ ὑλικοῦ σώματος δύνανται, διεγειρόμενοι καταλλήλως, νά ἐκτελέσουν ἕκαστος μίαν ταλάντωσιν, συχνότητος ὡρισμένης δι' ἕκαστον ἐξ αὐτῶν.

Κατά τήν ταλάντωσιν ἑνός ταλαντωτοῦ ἐκπέμπεται ἐν τῷ χώρῳ ἠλεκτρομαγνητικόν κῦμα, συχνότητος ἴσης πρός τήν ἰδιοσυχνότητα τοῦ ταλαντωτοῦ.

Οὕτω ἡ ἀκτινοβολία ἑνός ἀκτινοβολοῦντος ὑλικοῦ σώματος ἀποτελεῖται ἐκ τῶν (συρμῶν) ἠλεκτρομαγνητικῶν κυμάτων, ἅτινα ἐκπέμπονται ὑπό τοῦ συνόλου τῶν ἀκτινοβολούντων ταλαντωτῶν αὐτοῦ.

β) Ἡ ὑπό μορφήν ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἐνέργεια ἥτις ἐκπέμπεται ἤ ἀπορροφᾶται ὑπό ἑκάστου ταλαντωτοῦ τοῦ ὑλικοῦ σώματος, δέν ἐκπέμπεται ἤ ἀπορροφᾶται ὑπ' αὐτοῦ ὑπό οἱασδήποτε ποσότητας καί κατά συνεχῆ τρόπον, (δηλ. διά ποσῶν δυναμένων νά προσλάβουν ὅλας τάς δυνατάς τιμάς ἀπό τοῦ μηδενός μέχρι τοῦ ἀπείρου), ἀλλ' ἀσυνεχῶς καί κατά στοιχειώδη (ἀδιαίρετα) αὐτοτελῆ ποσά, τά ὁποῖα ὁ Planck ὠνόμασεν κβάντα (quanta) ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἤ φωτόνια.

Τά ὑπό τῶν ταλαντωτῶν τοῦ ὑλικοῦ σώματος ἐκπεμπόμενα κβάντα ἠλεκτρομαγνητικῆς ἐνεργείας θεωροῦμεν ὅτι ὑφίστανται καί εἰς τόν χῶρον ἐκτός τῶν ταλαντωτῶν.

Συνεπῶς ἡ ὑπό μορφήν ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ὑφισταμένη ἐν τῇ φύσει ἐνέργεια θά παρουσιάζη σωματιακήν (ἀσυνεχῆ) ὑφήν, ἀποτελουμένη ἐκ στοιχειώδῶν ποσῶν τοιαύτης ἐνεργείας, τῶν κβάντων ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἤ φωτονίων.

Τό φωτόνιον θεωρεῖται ὡς τό πρῶτον μέλος ὡρισμένης κατηγορίας τῶν στοιχειωδῶν σωματιδίων, τῶν καλουμένων **λεπτονίων**. (Τά λοιπά μέλη τῆς οἰκογενείας τῶν λεπτονίων εἶναι τό νετρίνο, τό ἀντινετρίνο, τό ἠλεκτρόνιον καί τό ποζιτρόνιον).

γ) Ἡ ἐνέργεια τήν ὁποίαν περικλείει ἕν κβάντον ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἤ φωτόνιον δίδεται ὑπό τῆς θεμελιώδους σχέσεως

$$\underline{E = h\cdot\nu} \qquad (1)$$

ὅπου ν εἶναι ἡ ἰδιοσυχνότης τοῦ ἐκπέμφαντος τό φωτόνιον ταλαντωτοῦ, ἥτις εἶναι κατά τήν (α) ἴση πρός τήν συχνότητα τῆς ὑπ' αὐτοῦ ἐκπεμπομένης κατά τήν ταλάντωσίν του μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας καί h μία σταθερά.

Οὕτω ἕκαστος ταλαντωτής δέν δύναται νά ἐκπέμψῃ (ἤ ν' ἀπορροφήσῃ) ἐνέργειαν ὑπό μορφήν ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας καθ' οιαδήποτε ποσά, παρά μόνον ἀκεραίως πολλαπλάσια μιᾶς ἐλαχίστης στοιχειώδους (ἀδιαιρέτου) ποσότητος Ε, τό μέγεθος τῆς ὁποίας ὁρίζει ἡ ἰδιοσυχνότης τοῦ ταλαντωτοῦ καί ἡ σταθερά h.

Ἡ σταθερά h εἶναι μία παγκοσμία σταθερά καί ἔχει διαστάσεις "δράσεως" (ἐνεργείας × χρόνον). Ἀποτελεῖ δέ τήν ἐλαχίστην δράσιν ἥτις δύναται νά ἐκλυθῇ ἐν τῇ φύσει κατά τήν διάρκειαν ἑνός φαινομένου, εἶναι δηλ. τό κβάντον τῆς δράσεως. Ἡ σταθερά h ὀνομάζεται ἐπίσης διά τόν λόγον αὐτόν καί "σταθερά δράσεως τοῦ Planck. Ἡ ἀριθμητική της τιμή εἶναι περίπου ἴση πρός

$$h = 6,6\cdot 10^{-27}\ \text{erg}\cdot\text{sec} \quad (\text{ἐργιοδευτερόλεπτα})$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει ὅτι – ἐπειδή ἡ ποσότης h εἶναι μία (παγκοσμία) σταθερά – ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου ἐξαρτᾶται μόνον ἐκ τῆς συχνότητος τοῦ ταλαντωτοῦ, ὁ ὁποῖος τό ἐξέπεμψε. Ἐπειδή δέ οὐδείς περιορισμός τίθεται εἰς τήν συχνότητα τῶν ταλαντωτῶν τοῦ ὑλικοῦ σώματος, ἕπεται ὅτι τό κβάντον τῆς ὑπό μορφήν ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἐνεργείας, τό γινόμενον δηλ. h·ν δέν εἶναι αὐτό καθ' ἑαυτό μία σταθερά ποσότης, δέν ἔχει δηλ. πάντοτε τό αὐτό μέγεθος, ἀλλά δύναται νά λάβῃ ποικίλας τιμάς.

Ἐκεῖνο τό ὁποῖον εἶναι παγκοσμία σταθερά, ἀνεξάρτητον δηλ. τοῦ ἑκάστοτε θεωρουμένου φαινομένου, εἶναι τό κβάντον τῆς δράσεως h.

Εἰς τήν περίπτωσιν μόνον μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας, ἀκτινοβολίας δηλ. ὡρισμένης συχνότητος προελθούσης – συμφώνως πρός τά ἐν (α)

- ἐξ ὁμάδος δονητῶν τῆς αὐτῆς ἰδιοσυχνότητος, ἴσης πρός τήν συχνότητα τῆς ἐν λόγῳ ἀκτινοβολίας, ἡ κοινή συχνότης τῶν δονητῶν τῆς ὁμάδος ὁρίζει τελείως καί τό μέγεθος τῆς ἐνεργείας ἑκάστου τῶν φωτονίων τῆς ὑπ'αὐτῶν ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας, ἴσον πρός $h \cdot \nu$.

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $\nu = 3.10^{18}$ sec^{-1}. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (1) εὑρίσκομεν

$$\underline{E = 1{,}98 \cdot 10^{-8}\ \text{erg}.}$$

Παρατήρησις. Εἰς τήν θεωρίαν τοῦ ἀτόμου κατά Bohr, ὡς στοιχειώδης πηγή ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας δέν θεωρεῖται πλέον ὁ ταλαντωτής, ὑπό τήν κλασσικήν ἔννοιαν, ἀλλά ἄτομόν τι,ἐν τῷ ὁποίῳ λαμβάνει χώραν μετάπτωσις ἠλεκτρονίου του ἐκ "στάθμης" μεγαλυτέρας ἐνεργείας εἰς τοιαύτην μικροτέρας ἐνεργείας.

Ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας καθορίζεται εἰς τήν θεωρίαν αὐτήν ὄχι ἐκ τῆς ἰδιοσυχνότητος τοῦ ταλαντωτοῦ, ἀλλά ἐκ τῆς διαφορᾶς τῶν ἐνεργειῶν τῶν δύο σταθμῶν (βλ.Κεφάλαιον Η΄).

40. Μονοχρωματική ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία ἔχει ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος ἴσον πρός 1 cm. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου τῆς ἀκτινοβολίας αὐτῆς. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck = $6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ = $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἡ ἐνέργεια E ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας, τοῦ στοιχειώδους δηλαδή ἐνεργειακοῦ τμήματος αὐτῆς, δίδεται ὑπό τῆς θεμελιώδους σχέσεως τῆς κβαντικῆς θεωρίας τῆς ἀκτινοβολίας

$$E = h \cdot \nu \tag{1}$$

ἔνθα h ἡ σταθερά δράσεως τοῦ Planck καί ν ἡ συχνότης τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας.

Ἀφ'ἑτέρου, ἡ συχνότης μιᾶς μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας συνδέεται μετά τοῦ μήκους κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ διά τῆς θεμελιώδους σχέσεως τῆς κυματικῆς θεωρίας

$$\lambda \cdot \nu = c \tag{2}$$

ἔνθα c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) προκύπτει τελικῶς διά τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $\lambda = 1$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (3) εὑρίσκομεν

$$E = 1{,}98 \cdot 10^{-16} \text{ erg}.$$

41. Ποία ἡ ἐνέργεια (εἰς erg, kg*m καί eV) ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας, ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος $\lambda = 2 \cdot 10^{-4}$ Å. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck $= 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg.sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν ν τήν συχνότητα μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας καί λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ, τότε, ἐκ τῆς σχέσεως $\nu = c/\lambda$ (c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ) καί τοῦ θεμελιώδους τύπου τῆς κβαντικῆς θεωρίας τῆς ἀκτιβοβολίας $E = h\nu$, προκύπτει διά τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου τῆς ἀκτινοβολίας

$$E = h \frac{c}{\lambda} \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg.sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $\lambda = 2 \cdot 10^{-4}$ Å $= 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^{-8}$ cm $= 2 \cdot 10^{-12}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν εὑρεθεῖσαν σχέσιν (1) εὑρίσκομεν

$$E = 9{,}9 \cdot 10^{-5} \text{ erg}.$$

Ἐπειδή 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg καί (ὡς εὐκόλως εὑρίσκεται) 1 kgr*m $= 9{,}81 \cdot 10^{7}$ erg, διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ὅτι

$$E = 6{,}2 \cdot 10^{7} \text{ eV}. \qquad E = 1{,}01 \cdot 10^{-12} \text{ kgr*m}.$$

42. Ἡ ἐνέργεια ἑκάστου φωτονίου μιᾶς μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας εἶναι ἴση πρός 1 keV. Νά ὑπολογισθῇ ἡ συχνότης καί τό μῆκος κύματος (ἐν τῷ κενῷ) τῆς ἀκτινοβολίας. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck $= 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg.sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, 1 eV $= 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg.

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν ν τήν συχνότητα τῆς ἀκτινοβολίας καί E τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου αὐτῆς, τότε, ἐκ τῆς θεμελιώδους σχέσεως τῆς κβαντικῆς θεωρίας τῆς ἀκτινοβολίας

$$E = h\nu \qquad (1)$$

προκύπτει διά τήν συχνότητα τῆς ἀκτινοβολίας

$$\nu = \frac{E}{h} \qquad (2)$$

β) Ἐάν καλέσωμεν λ τό μῆκος κύματος ἐν τῷ κενῷ τῆς ἀκτινοβολίας, τότε, ἐπειδή $\nu = c/\lambda$, ὁ τύπος (1) γράφεται

$$E = h\,\frac{c}{\lambda} \qquad (3)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (3) προκύπτει διά τό μῆκος κύματος ὁ τελικός τύπος

$$\lambda = \frac{hc}{E} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E = 1\text{keV} = 10^3$ eV (βλ. ἄσκησιν 6) $= 10^3 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg $= 1{,}6 \cdot 10^{-9}$ erg, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg.sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τάς σχέσεις (2) καί (4) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\nu = 2{,}42 \cdot 10^{17}\ \text{sec}^{-1}, \quad \lambda = 1{,}23 \cdot 10^{-7}\ \text{cm} = 12{,}3 \cdot 10^{-8}\ \text{cm} = 12{,}3\ \text{Å}$$

λ 43. **Ἰώδης μονοχρωματική φωτεινή ἀκτινοβολία ἔχει ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος ἴσον πρός 4100 Ångström. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἐνέργεια τήν ὁποίαν περικλείει ἕν φωτόνιον τῆς ἀκτινοβολίας αὐτῆς. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg.sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.**

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν ν τήν συχνότητα τῆς ἀκτινοβολίας, λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ καί E τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου αὐτῆς, τότε, ἐκ τῶν σχέσεων

$$E = h \cdot \nu \qquad (1)$$

καί

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \qquad (2)$$

θά ἔχωμεν διά τήν ἐνέργειαν ἑνός κβάντου τῆς ἀκτινοβολίας

$$E = h\,\frac{c}{\lambda} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\lambda = 4100$ Å $= 4100 \cdot 10^{-8}$ cm $= 4{,}1 \cdot 10^{-5}$ cm, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg.sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (3) εὑρίσκομεν

$$E = 4,83 \cdot 10^{-12} \ \mathrm{erg}.$$

Ἐπειδή $1 \ \mathrm{eV} = 1,6 \cdot 10^{-12} \ \mathrm{erg}$ (βλ. ἄσκησιν 6) θά εἶναι

$$E = 3 \ \mathrm{eV} \quad (\text{περίπου})$$

Σημείωσις. Ἡ ὁρατή περιοχή τοῦ φάσματος τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἐκτείνεται, ὡς γνωστόν, κατά προσέγγισιν, μεταξύ τῶν μηκῶν κύματος (διά τό κένον) 8000 Å (πρός τό ἐρυθρόν) καί 4000 Å (πρός τό μέρος τῶν ἰωδῶν ἀκτινοβολιῶν). Ὑπολογίζοντες εἰς eV τήν ἐνέργειαν τῶν ἀντιστοίχων φωτονίων εὑρίσκομεν

$$E_{8000\,\text{Å}} = 2,475 \ \mathrm{eV}, \qquad E_{4000\,\text{Å}} = 4,95 \ \mathrm{eV}.$$

Παρατηροῦμεν ὅθεν ὅτι τά φωτόνια τῶν ὁρατῶν ἠλεκτρομαγνητικῶν ἀκτινοβολιῶν ἔχουν ἐνέργειαν τῆς τάξεως μεγέθους ὀλίγων ἠλεκτρονιοβόλτ.

44. Πόσα φωτόνια μονοχρωματικῆς ἐρυθρᾶς ἀκτινοβολίας, ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 7500 Å, πρέπει νά ἀπορροφηθοῦν ὑπό 1 gr ὕδατος, διά νά ἀνυψωθῇ ἡ θερμοκρασία του κατά 1° C. Εἰδική θερμότης τοῦ ὕδατος = 1 cal/gr·grad, $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἐφ' ὅσον ἡ εἰδική θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση πρός 1 cal/gr·grad, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς εἰδικῆς θερμότητος ἕπεται ὅτι, διά ν' ἀνυψωθῇ ἡ θερμοκρασία 1 gr ὕδατος κατά 1° C, ἀπαιτεῖται ὅπως ἀπορροφηθῇ ὑπ' αὐτοῦ ποσόν ἐνεργείας (θερμότητος) ἴσον πρός

$$E_{\text{ολ}} = 1 \ \mathrm{cal} = 4,18 \ \mathrm{Joule} = 4,18 \cdot 10^{7} \ \mathrm{erg}.$$

Εἰς τήν προκειμένην περίπτωσιν ἡ διά τήν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ὕδατος ἀναγκαία ἐνέργεια θά παρασχεθῇ εἰς αὐτό ὑπό μορφήν μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας, συνισταμένης, ὡς γνωστόν, ἐκ φωτονίων, ἕκαστον τῶν ὁποίων περικλείει ἐνέργειαν

$$E = h \cdot \nu \tag{1}$$

ἤ

$$E = h \frac{c}{\lambda} \tag{2}$$

ἔνθα ν εἶναι ἡ συχνότης τῆς ἀκτινοβολίας καί λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) τάς δοθείσας τιμάς τῶν h, c καί λ εὑρίσκομεν ὅτι

$$E = 2{,}64 \cdot 10^{-12} \text{ erg}.$$

Ἐκ τῶν τιμῶν τῶν $E_{ολ}$ καί E εὑρίσκομεν πλέον εὐκόλως, ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν φωτονίων μονοχρωματικῆς φωτεινῆς ἀκτινοβολίας μήκους κύματος 7500 Å, τά ὁποῖα ἀπορροφώμενα ὑπό 1 gr ὕδατος, προκαλοῦν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας του κατά 1° C, εἶναι ἴσος πρός

$$\underline{n = 1{,}59 \cdot 10^{19}}.$$

45. Νά ὑπολογισθῆ ἡ ἀνύψωσις τῆς θερμοκρασίας μάζης 2 gr ὑδραργύρου, ὅταν ὑπ' αὐτῆς ἀπορροφηθοῦν πλήρως $2{,}13 \cdot 10^{18}$ φωτόνια πρασίνης μονοχρωματικῆς φωτεινῆς ἀκτινοβολίας, ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 5000 Å. Εἰδική θερμότης τοῦ ὑδραργύρου = 0,033 cal/gr·grad. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck = $6{,}6 \cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἔστω ὅτι ὑπό ὡρισμένης ποσότητος ὑδραργύρου ἀπορροφᾶται πλήρως ποσόν ἐνεργείας ὑπό μορφήν n φωτονίων μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν. Συμφώνως πρός τήν θεμελιώδη σχέσιν τῆς κβαντικῆς θεωρίας τῆς ἀκτινοβολίας, ἕκαστον ἀπορροφώμενον φωτόνιον περικλείει ἐνέργειαν

$$E = h \cdot \nu \qquad (1)$$

ἤ, ἐπειδή $\nu = \frac{c}{\lambda}$, ἔνθα λ εἶναι τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας ἐν τῷ κενῷ

$$E = h\frac{c}{\lambda} \qquad (2)$$

Ἡ ὁλικῶς ἀπορροφηθεῖσα ὑπό τῆς ποσότητος τοῦ ὑδραργύρου ἐνέργεια θά εἶναι συνεπῶς ἴση πρός

$$E_{ολ} = n \cdot h\frac{c}{\lambda} \qquad (3)$$

Ἔστω Δt ἡ προκαλουμένη λόγῳ τῆς ἀπορροφήσεως τῆς ἐνεργείας $E_{ολ}$ ἀνύψωσις τῆς θερμοκρασίας τῆς δοθείσης ποσότητος ὑδραργύρου, τῆς ὁποίας ἡ μᾶζα ἔστω m. Ἐάν καλέσωμεν $c_{υδρ}$ τήν εἰδικήν θερμότητα τοῦ ὑδραργύρου, θά ἔχωμεν, ὡς γνωστόν

$$E_{ολ} = m \cdot c_{υδρ}\,\Delta t \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (3) καί (4) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$n\cdot h\cdot\frac{c}{\lambda} = m\cdot c_{\text{ὑδρ}}\,\Delta t \qquad (5)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι'ἐπιλύσεως ὡς πρός Δt, εὑρίσκομεν διά τήν προκληθεῖσαν ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τόν τελικόν τύπον

$$\Delta t = \frac{n\cdot h\cdot c}{m\cdot c_{\text{ὑδρ}}\,\lambda} \qquad (6)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $n=2,13\cdot10^{18}$, $h = 6,6\cdot10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, $m = 2$gr, $c_{\text{ὑδρ}} = 0,033$ cal/gr.grad, $\lambda = 5000$ Å $= 5000\cdot10^{-8}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (6) εὑρίσκομεν

$$\Delta t = 3^0\ \text{C}.$$

46. α) Πόσα φωτόνια μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας, ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 1 Ångström, ἔχουν συνολικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός 1 erg. β) Πόσα φωτόνια μονοχρωματικῆς πρασίνης ἀκτινοβολίας, ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 5000 Å, ἔχουν συνολικήν ἐνέργειαν, ἴσην πρός τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας μήκους κύματος (διά τό κενόν) 1 Ångström. $h = 6,6\cdot10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν n τόν ἀριθμόν τῶν φωτονίων μιᾶς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας, τά ὁποῖα ἔχουν συνολικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός ποσόν τι ἐνεργείας E. Τότε ἐάν καλέσωμεν E_φ τήν ἐνέργειαν, τήν περικλειομένην ὑπό ἑκάστου φωτονίου τῆς ἀκτινοβολίας, θά εἶναι

$$E = n\cdot E_\varphi \qquad (1)$$

Ἀφ'ἑτέρου ἐάν καλέσωμεν ν τήν συχνότητα τῆς ἀκτινοβολίας, συμφώνως πρός τόν θεμελιώδη τύπον τῆς κβαντικῆς θεωρίας τῆς ἀκτινοβολίας, θά εἶναι

$$E_\varphi = h\cdot\nu \qquad (2)$$

ἤ,δι'εἰσαγωγῆς τοῦ μήκους κύματος ἐν τῷ κενῷ

$$E_\varphi = h\,\frac{c}{\lambda} \qquad (3)$$

Ἐκ τῆς (1) καί τῶν (2) καί (3) προκύπτουν αἱ σχέσεις

$$E = n(h\nu) \qquad (4)$$

$$E = n\left(h\frac{c}{\lambda}\right) \qquad (5)$$

ἐκ τῶν ὁποίων λαμβάνομεν τούς τελικούς τύπους

$$n = \frac{E}{h\cdot\nu} \qquad (6)$$

$$n = \frac{E\cdot\lambda}{h\cdot c} \qquad (7)$$

Γενικῶς, ἐάν καλέσωμεν n_1, n_2,... τούς ἀριθμούς τῶν φωτονίων τῶν μονοχρωματικῶν ἀκτινοβολιῶν συχνοτήτων ν_1, ν_2,...(μήκους κύματος λ_1, λ_2...), τά ὁποῖα ἔχουν συνολικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός E, θά εἶναι

$$n_1(h\cdot\nu_1) = n_2(h\cdot\nu_2) = \ldots = E \qquad (8)$$

$$n_1\left(h\frac{c}{\lambda_1}\right) = n_2\left(h\frac{c}{\lambda_2}\right) = \ldots = E \qquad (9)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (8) καί (9) προκύπτει ὅτι εἰς ὡρισμένην ποσότητα ἐνεργείας ἀντιστοιχοῦν περισσότερα φωτόνια μονοχρωματικοῦ φωτός μικρᾶς συχνότητος (μεγάλου μήκους κύματος, π.χ. ἐρυθροῦ), μικρᾶς δηλ. ἐνεργείας, ὀλιγότερα δέ τοιαῦτα φωτός μεγάλης συχνότητος (μικροῦ μήκους κύματος, π.χ. ἰώδους), μεγάλου ἐπομένως ἐνεργειακοῦ περιεχομένου.

β) Ἔστωσαν ν, E, ν΄, E΄ αἱ συχνότητες καί αἱ ἐνέργειαι τῶν φωτονίων δύο μονοχρωματικῶν ἀκτινοβολιῶν, ἔστω δέ ὅτι εἶναι $\nu < \nu'$. Τότε, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ θεμελιώδους τύπου $E = h\cdot\nu$, θά εἶναι, $E < E'$.

Ἄς καλέσωμεν n τόν ἀριθμόν τῶν φωτονίων τῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν, τά ὁποῖα ἔχουν συνολικήν ἐνέργειαν ἴσην μέ τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου τῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν΄. Θά εἶναι τότε

$$n\cdot E = E' \qquad (10)$$

ἤ

$$n(h\nu) = h\nu' \qquad (11)$$

$$n\left(h\frac{c}{\lambda}\right) = h\frac{c}{\lambda'} \qquad (12)$$

(λ καί λ΄ εἶναι τά μήκη κύματος τῶν ἀκτινοβολιῶν εἰς τό κενόν).

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (11) καί (12), δι᾽ἐπιλύσεως ὡς πρός n, εὑρίσκομεν τούς τελικούς τύπους

$$n = \frac{\nu'}{\nu} \tag{13}$$

$$n = \frac{\lambda}{\lambda'} \tag{14}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: α) Δίδονται $E = 1\,erg$, $\lambda = 1\,\text{Å} = 10^{-8}\,cm$, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}\,erg \cdot sec$, $c = 3 \cdot 10^{10}\,cm/sec$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (7) εὑρίσκομεν

$$n = 5 \cdot 10^{7}.$$

β) Θέτοντες εἰς τόν τύπον (14) $\lambda = 5000\,\text{Å}$, $\lambda' = 1\,\text{Å}$ εὑρίσκομεν ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν φωτονίων πρασίνης μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας μήκους κύματος (ἐν τῷ κενῷ) 5000 Å, τά ὁποῖα ἔχουν συνολικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας μήκους κύματος 1 Å, εἶναι ἴσος πρός

$$n = 5000 .$$

47. Ἡ σταθερά ὁλική φωτεινή ροή τήν ὁποίαν παρέχει σημειακή φωτεινή πηγή ἐκπέμπουσα φῶς πράσινον μονόχρουν μήκους κύματος ἐν τῷ κενῷ 5000 Ångström, εἶναι ἴση πρός 0,1 Watt. Πόσα φωτόνια ἐκπέμπονται πρός ὅλας τάς κατευθύνσεις ὑπό τῆς πηγῆς ἐντός ἑνός δευτερολέπτου. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἡ ὑπό τῆς πηγῆς ἐκπεμπομένη φωτεινή ἐνέργεια εἶναι, ὡς γνωστόν, ἠλεκτρομαγνητική ἀκτινοβολία, ἥτις, ὡς εἴδομεν εἰς τήν ἄσκησιν 39, ἐκπέμπεται ὑπό τῆς πηγῆς κατά κβάντα φωτός ἤ φωτόνια.

Τά φωτόνια, μετά τήν ἐκπομπήν των ὑπό τῶν ταλαντωτῶν τῆς πηγῆς, ἄρχονται κινούμενα εἰς τόν χῶρον ἐκτός τῶν ταλαντωτῶν, κατά διαφόρους κατευθύνσεις, ἀτάκτως κατανεμημένας, συμφώνως πρός τούς νόμους τῆς στατιστικῆς.

Οὕτω ἡ ὑπό τῆς πηγῆς ἐκπεμπομένη φωτεινή ἐνέργεια θά θεωρηθῇ ὡς συγκειμένη ἐξ ἀριθμοῦ φωτονίων, κινουμένων (μέ τήν ταχύτητα τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ) καθ' ἁπάσας τάς κατευθύνσεις.

Εἰς τήν προκειμένην περίπτωσιν ἡ ἐκπεμπομένη φωτεινή ἀκτινοβολία εἶναι μονοχρωματική καί ἑπομένως ἡ – γνωστή – συχνότης αὐτῆς καθορίζει τό μέγεθος τῆς ἐνεργείας ἑνός κβάντου αὐτῆς, ἴσον πρός

$$E = h \cdot \nu \tag{1}$$

ἤ, ἄν καλέσωμεν λ τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας ἐν τῷ κι ῷ

$$E = h\frac{c}{\lambda} \qquad (2)$$

Ἔστω ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν ὑπό τῆς πηγῆς ἐντός ὡρισμένου χρόνου καθ'ἁπάσας τάς κατευθύνσεις ἐκπεμπομένων φωτονίων εἶναι ἴσος πρός n. Τότε ἡ φωτεινή ἐνέργεια ἡ ὁποία ἐκπέμπεται ὑπό τῆς πηγῆς καθ'ἁπάσας τάς κατευθύνσεις ἐντός τοῦ αὐτοῦ χρόνου θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{ολ} = n\cdot h\nu \qquad (3)$$

ἤ

$$E_{ολ} = n\,\frac{h\cdot c}{\lambda} \qquad (4)$$

Ἀφ'ἑτέρου ἐάν καλέσωμεν $\Phi_{ολ}$ τήν σταθεράν ὁλικήν(ἤ σφαιρικήν) φωτεινήν ροήν, τήν ὁποίαν παρέχει ἡ πηγή, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ὁλικῆς φωτεινῆς ροῆς θά εἶναι

$$\Phi_{ολ} = \frac{E_{ολ}}{t} \qquad (5)$$

ἔνθα t ὁ χρόνος ἐντός τοῦ ὁποίου ἐκπέμπεται ἡ ἐνέργεια $E_{ολ}$.

Ἐκ τῆς σχέσεως (5) προκύπτει

$$E_{ολ} = \Phi_{ολ}\cdot t \qquad (6)$$

ἐκ δέ τῶν (4) καί (6) ἡ ἐξίσωσις

$$n\cdot h\,\frac{c}{\lambda} = \Phi_{ολ}\cdot t \qquad (7)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τόν ἀριθμόν τῶν ἐκπεμπομένων φωτονίων τόν τελικόν τύπον

$$n = \frac{\Phi_{ολ}\cdot t\cdot\lambda}{h\cdot c} \qquad (8)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\Phi_{ολ} = 0{,}1$ Watt $= 0{,}1$ Joule/sec $= 0{,}1\cdot 10^{7}$ erg/sec $= 10^{6}$ erg/sec, $t = 1$ sec, $h = 6{,}6\cdot 10^{-27}$ erg·sec, $\lambda = 5000$ Å $= 5000\cdot 10^{-8}$ cm, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$\underline{n = 2{,}52\cdot 10^{17}}\ .$$

48. Ὀφθαλμός παρατηρεῖ ἀστέρα ὅστις ὑποθέτομεν ὅτι ἐκπέμπει μονόχρουν φῶς, ἔχον ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος ἴσον πρός 5900 Ångström. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἡ φωτεινή ἐνέργεια, ἐκ τοῦ ἀστέρος, ἥτις διέρχεται διά τῆς κόρης τοῦ ὀφθαλμοῦ ἐντός ὡρισμένου χρόνου, εἶναι σταθερά καί ἴση πρός τήν φωτεινήν ἐνέργειαν ἥτις θά διήρχετο δι'αὐτῆς, ἐάν ὁ ὀφθαλμός παρετήρει σημειακήν φωτεινήν πηγήν ἰσχύος 1 ΝΚ, εὑρισκομένην εἰς ἀπόστασιν 1 m ἀπ'αὐτοῦ καί παρέχουσαν ὁμοιόμορφον φωτεινήν ροήν πρός ὅλας τάς διευθύνσεις. Ἐάν ἡ διάμετρος τῆς κόρης τοῦ ὀφθαλμοῦ εἶναι ἴση πρός 3 mm, νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν φωτονίων τοῦ φωτός τοῦ ἀστέρος, τά ὁποῖα διέρχονται δι'αὐτῆς ἐντός ἑνός δευτερολέπτου. $h = 6{,}6\cdot10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, 1 Lumen = 8,1 erg/sec.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν ΔΕ τήν σταθεράν ὁλικήν φωτεινήν ἐνέργειαν ἥτις διέρχεται ἐντός χρόνου Δt διά τῆς κόρης τοῦ ὀφθαλμοῦ, ὅταν οὗτος παρατηρεῖ τόν ἀστέρα, ἤ, ὅπερ τό αὐτό, τήν πηγήν, ΔΦ τήν σταθεράν φωτεινήν ροήν ἥτις προσβάλλει τήν ἐπιφάνειαν τῆς κόρης εἰς τάς περιπτώσεις αὐτάς, Ν τήν σταθεράν ἰσχύν τῆς φωτεινῆς πηγῆς, ΔΩ τό μέτρον τῆς στερεᾶς γωνίας ἥτις ὁρίζεται ὑπό τῆς σημειακῆς φωτεινῆς πηγῆς καί τῆς περιμέτρου τῆς κόρης τοῦ ὀφθαλμοῦ, ΔS τό ἐμβαδόν τῆς ἐπιφανείας τῆς κόρης, r_κ τήν ἀκτίνα καί r τήν ἀπόστασιν αὐτῆς ἀπό τῆς πηγῆς.

Συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς φωτεινῆς ροῆς διά μέσου ἐπιφανείας καί τόν τῆς ἰσχύος σημειακῆς φωτεινῆς πηγῆς θά εἶναι

$$\Delta\Phi = \frac{\Delta E}{\Delta t} \tag{1}$$

$$N = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \tag{2}$$

Ἐπίσης θά εἶναι

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2} \tag{3}$$

$$\Delta S = \pi r_\kappa^2 \tag{4}$$

Ἐκ τῶν (1), (2),(3) καί (4) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\Delta E = N\,\frac{\pi r_\kappa^2}{r^2}\cdot\Delta t \tag{5}$$

Ἡ φωτεινή ἐνέργεια ἐκ τοῦ ἀστέρος εἶναι μία μονοχρωματική ἀκτινοβολία ἥτις, ὡς γνωστόν, ἀποτελεῖται ἐκ φωτονίων, ἑκαστον τῶν ὁποίων περικλείει ἐνέργειαν

$$E = h\nu \quad (6) \quad \text{ἤ} \quad E = h\frac{c}{\lambda} \quad (7)$$

ἔνθα ν ἡ συχνότης καί λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ.

Ἄς καλέσωμεν n τόν ἀριθμόν τῶν φωτονίων τοῦ φωτός τοῦ ἀστέρος, τά ὁποῖα διέρχονται διά τῆς κόρης ἐντός τοῦ ἀνωτέρω χρόνου Δt. Θά εἶναι τότε, λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν τῆς (7)

$$\Delta E = n\cdot h\frac{c}{\lambda} \quad (8)$$

Ἐκ τῶν (5) καί (8) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$N\cdot\frac{\pi r_K^2}{r^2}\cdot\Delta t = n\cdot h\cdot\frac{c}{\lambda} \quad (9)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τόν ἀριθμόν τῶν διερχομένων φωτονίων τόν τύπον

$$\underline{n = N\,\frac{\pi r_K^2}{r^2}\cdot\Delta t\cdot\frac{\lambda}{hc}} \quad (10)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται N = 1 NK. Ἐπειδή ἡ παρεχομένη ὑπό τῆς πηγῆς φωτεινή ροή εἶναι ἡ αὐτή πρός ἁπάσας τάς κατευθύνσεις θά εἶναι $N = 1$ Lumen$/4\pi = 8{,}1/4\pi$ erg/sec, $r_K = 3$ mm $= 3\cdot10^{-1}$ cm, $\Delta t = 1$ m $= 10^2$ cm, $\Delta t = 1$ sec, $\lambda = 5900$ Å $= 5900\cdot10^{-8}$ cm, $h = 6{,}6\cdot10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (10) εὑρίσκομεν

$$\underline{n = 1710}.$$

49. Ἡ ἔντασις παραλλήλου δέσμης μονοχρόου κιτρίνου φωτός, διαδιδομένης ἐν τῷ κενῷ, μήκους κύματος ἐν τῷ κενῷ ἴσου πρός 5900 Angström, εἶναι ἴση πρός $4{,}85\cdot10^{-5}$ Watt/cm². Νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν φωτονίων, τά ὁποῖα διέρχονται ἐντός 1 sec, δι' ἐπιφανείας ἐμβαδοῦ 1 cm², τεθείσης καθέτως πρός τήν διεύθυνσιν τῆς δέσμης. $h = 6{,}6\cdot10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Τά ὑπό τινος φωτεινῆς πηγῆς ἐκπεμπόμενα φωτόνια θεωροῦμεν ὅτι ὑφίστανται καί εἰς τόν χῶρον ἐκτός τῶν ταλαντωτῶν οἱ ὁποῖοι τά ἐξέπεμψαν, ὁπότε μία παράλληλος μονοχρωματική φωτεινή δέσμη θ' ἀποτελῆται ἐξ ἀριθμοῦ φωτονίων, τά ὁποῖα κινοῦνται μέ τήν ταχύτητα τοῦ φωτός, διαγράφοντα παραλλήλους τροχιάς καί ἕκαστον τῶν ὁποίων περικλείει ἐνέργειαν

$$E = h\cdot\nu \quad (1) \quad \text{ἤ} \quad E = h\frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

ἔνθα ν ἡ συχνότης τῆς ἀκτινοβολίας καί λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ.

Ἐπειδή ἡ δέσμη εἶναι παράλληλος (ὄχι ἀποκλίνουσα) καί διατρέχει τό κενόν (δέν ὑφίσταται συνεπῶς ἀπορρόφησιν), ἕπεται ὅτι διά πάσης π.χ. καθέτου ἐπί τάς ἀκτίνας τῆς δέσμης τομῆς αὐτῆς διέρχεται ἐντός ὡρισμένου χρόνου ὁ αὐτός ἀριθμός φωτονίων.

Ἔστω n ὁ σταθερός ἀριθμός τῶν φωτονίων, τῶν διερχομένων ἐντός ὡρισμένου χρόνου διά μιᾶς ἐπιφανείας, τεθείσης ἐν τῇ δέσμῃ καθέτως πρός τάς ἀκτίνας αὐτῆς. Τότε ἡ συνολικῶς ὑπό τήν μορφήν τῆς ὡς ἄνω ἀκτινοβολίας ἐνέργεια, ἥτις διέρχεται διά τῆς καθέτου ἐπί τήν διεύθυνσιν τῆς δέσμης ἐπιφανείας ἐντός τοῦ ὡς ἄνω χρόνου εἶναι ἴση πρός

$$E_{ολ} = n\cdot h\cdot\frac{c}{\lambda} \quad (3)$$

Ἄς καλέσωμεν I τήν σταθεράν καθ' ὅλην τήν διαδρομήν τῆς δέσμης ἔντασιν αὐτῆς.

Συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἐντάσεως δέσμης θά εἶναι

$$I = \frac{\Phi}{S} \quad (4)$$

ἔνθα Φ ἡ σταθερά φωτεινή ροή ἥτις διέρχεται διά τῆς ἐν τῇ δέσμῃ καθέτως ἐπί τήν διεύθυνσίν της τεθείσης ἐπιφανείας καί S τό ἐμβαδόν αὐτῆς.

Ἀφ' ἑτέρου, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς φωτεινῆς ροῆς διά μέσου ἐπιφανείας, θά εἶναι

$$\Phi = \frac{E_{ολ}}{t} \quad (5)$$

ἔνθα t ὁ χρόνος ἐντός τοῦ ὁποίου διέρχεται διά τῆς ἐπιφανείας ἡ ἐνέργεια $E_{ολ}$.

Ἐκ τῶν (4) καί (5) προκύπτει ἡ

$$I = \frac{E_{ολ}}{S\cdot t} \quad (6)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν ἐνέργειαν $E_{ολ}$

$$E_{ολ} = I\cdot S\cdot t \quad (7)$$

Ἐκ τῶν (3) καί (7) προκύπτει τώρα ἡ ἐξίσωσις

$$n \cdot h \frac{c}{\lambda} = I \cdot S \cdot t \qquad (8)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τόν ἀριθμόν τῶν διερχομένων φωτονίων τόν τύπον

$$n = \frac{I \cdot S \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c} \qquad (9)$$

Λύσις είς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $I = 4{,}85 \cdot 10^{-5}$ Watt/cm^2 $= 4{,}85 \cdot 10^{-5}$ Joule/cm^2·sec $= 4{,}85 \cdot 10^{-5} \cdot 10^7$ erg/cm^2·sec, $S = 1$ cm^2, $t = 1$ sec, $\lambda = 5900$ Å $= 5900 \cdot 10^{-8}$ cm, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (9) εὑρίσκομεν

$$n = 2{,}43 \cdot 10^{12}.$$

50. Διά νά ἀντιληφθῇ ὁ ὀφθαλμός τό κίτρινον φῶς τοῦ νατρίου, ἔχον ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος $5{,}89 \cdot 10^{-5}$ cm, ἀπαιτεῖται ὅπως ἀνά δευτερόλεπτον προσπίπτουν ἐπί τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς τό ὀλιγώτερον 50 φωτόνια τοῦ φωτός αὐτοῦ. Ποία ἡ ἐλαχίστη φωτεινή ροή ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διά νά διεγερθῇ ὁ ὀφθαλμός ὑπό τοῦ κιτρίνου φωτός τοῦ νατρίου. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἔστω ὅτι διά νά γίνῃ ἀντιληπτόν εἰς τόν ὀφθαλμόν τό κίτρινον φῶς τοῦ νατρίου ἀπαιτεῖται ὅπως ἐντός ὡρισμένου χρόνου προσπίπτουν ἐπί τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς χιτῶνος τό ὀλιγώτερον n φωτόνια τοῦ φωτός αὐτοῦ.

Ἐάν καλέσωμεν λ τό μῆκος κύματος ἐν τῷ κενῷ τοῦ κιτρίνου φωτός τοῦ νατρίου, ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου τοῦ φωτός αὐτοῦ θά εἶναι ἴση πρός

$$E = h \frac{c}{\lambda} \qquad (1)$$

ἡ δέ ἐνέργεια n τοιούτων φωτονίων, ἤτοι ἡ ἐλαχίστη φωτεινή ἐνέργεια ὑπό τήν μορφήν τῆς ὡς ἄνω ἀκτινοβολίας, ἡ ὁποία πρέπει νά προσπίπτῃ ἐντός τοῦ ὡς ἄνω χρόνου ἐπί τοῦ ἀμφιβληστροειδοῦς, διά νά γίνεται ἀντιληπτόν τό κίτρινον φῶς

$$E_{\varepsilon\lambda} = n \cdot h \frac{c}{\lambda} \qquad (2)$$

Ἡ φωτεινή ροή $\Phi_{\varepsilon\lambda}$ ἡ ὁποία προσβάλλει τόν ἀμφιβληστροειδῆ εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν θά εἶναι, συμφώνως πρός τήν σχέσιν τοῦ ὁρισμοῦ αὐτῆς $\Phi = \frac{E}{t}$, ἴση πρός

$$\Phi_{\varepsilon\lambda} = \frac{E_{\varepsilon\lambda}}{t} \qquad (3)$$

ἤ, λόγῳ τῆς (2)

$$\Phi_{\varepsilon\lambda} = \frac{n \cdot h \cdot c}{\lambda \cdot t} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν (4) $n = 50$, $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $\lambda = 5,89 \cdot 10^{-5}$ cm, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $t = 1$ sec, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἐλαχίστη φωτεινή ροή ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διά νά διεγερθῇ ὁ ὀφθαλμός ὑπό τοῦ κιτρίνου φωτός τοῦ νατρίου εἶναι

$$\Phi_{\varepsilon\lambda} = 1,68 \cdot 10^{-10} \text{ erg/sec}$$

Ἐπειδή 1 Watt = 1 Joule/sec = 10^7 erg/sec θά εἶναι

$$\Phi_{\varepsilon\lambda} = 1,68 \cdot 10^{-17} \text{ W}.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ'

ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟΝ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΝ

1

51. Ἡ ἐπιφάνεια πλακός ἐκ λευκοχρύσου φωτίζεται δι᾽ὑπεριώδους μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας, ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 2100 Å. Ἡ ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακός προσπίπτουσα φωτεινή ροή εἶναι ἴση πρός $1{,}2\cdot10^{-7}$ Watt. Ἐάν τά 90 % τῆς προσπιπτούσης ἐπί τῆς πλακός ἀκτινοβόλου ἐνεργείας ἀνακλῶνται ὑπ᾽αὐτῆς, ἡ δέ ὑπόλοιπος ἀπορροφᾶται ὑπό τῶν ἀτόμων τοῦ ἐπιφανειακοῦ στρώματος τῆς πλακός, ἕκαστον δέ ὑφ᾽ἑνός ἀτόμου ἀπορροφώμενον φωτόνιον προκαλεῖ τήν ἐξ αὐτοῦ ἐκπομπήν ἑνός ἠλεκτρονίου, νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν φωτοηλεκτρονίων, τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακός ἐντός ἑνός δευτερολέπτου. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck = $6{,}6\cdot10^{-27}$ erg·sec. Ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ $3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἔστω n ὁ ἀριθμός τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς μεταλλικῆς πλακός ἐντός ὡρισμένου χρόνου, κατά τόν φωτισμόν αὐτῆς διά τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας.

Ἐπειδή κατά τήν ἐκφώνησιν, ἡ ἐκπομπή ἑκάστου φωτοηλεκτρονίου ὀφείλεται εἰς τήν ἀπορρόφησιν ὑπό ἑνός ἀτόμου ἑνός φωτονίου τοῦ προσπίπτοντος φωτός, ἕπεται ὅτι ἐντός τοῦ αὐτοῦ χρόνου ἀπερροφήθησαν ὑπό τῆς πλακός n φωτόνια τοῦ φωτός αὐτοῦ. Ἤτοι εἰς τό τέλος τοῦ ἐν λόγῳ χρόνου ἔχει ἀπορροφηθῆ ὑπό τῶν ἀτόμων τοῦ ἐπιφανειακοῦ στρώματος τῆς πλακός συνολική ποσότης ἐνεργείας ὑπό τήν μορφήν τῆς φωτιζούσης μονοχρόου ἀκτινοβολίας ἴση πρός

$$E_{\alpha\pi} = n\cdot h\nu \quad (1) \qquad \text{ἤ} \qquad E_{\alpha\pi} = n\cdot h\cdot\frac{c}{\lambda} \quad (2)$$

ἔνθα ν ἡ συχνότης καί λ τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας ἐν τῷ κενῷ.

Ἡ ἀπορροφηθεῖσα ἐνέργεια $E_{\alpha\pi}$ εἶναι, κατά τήν ἐκφώνησιν, ἴση πρός τό δέκατον τῆς ἐντός τοῦ αὐτοῦ χρόνου προσπιπτούσης ἐπί τῆς πλακός ὑπό τήν μορφήν τῆς ὡς ἄνω ἀκτινοβολίας ὁλικῆς ἐνεργείας, τήν ὁποίαν ἄς καλέσωμεν $E_{ολ}$. Θά εἶναι δηλαδή

$$E_{\alpha\pi} = \frac{E_{o\lambda}}{10} \qquad (3)$$

Ἀφ'ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν Φ τήν σταθεράν φωτεινήν ροήν, τήν προσβάλλουσαν τήν ἐπιφάνειαν τῆς πλακός καί t τόν χρόνον τῆς ἐκπομπῆς τῶν n φωτοηλεκτρονίων (τῆς προσπτώσεως δηλ. ἐπί τῆς πλακός ὁλικῆς ἀκτινοβόλου ἐνεργείας $E_{ολ}$), ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς φωτεινῆς ροῆς $\Phi = \frac{E}{t}$, θά ἔχωμεν διά τήν ἐνέργειαν $E_{ολ}$

$$E_{o\lambda} = \Phi\cdot t \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (2), (3) καί (4) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$n\cdot h\cdot\frac{c}{\lambda} = \frac{\Phi\cdot t}{10} \qquad (5)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τόν ἀριθμόν τῶν ἐκπεμπομένων φωτοηλεκτρονίων τόν τύπον

$$n = \frac{\Phi\cdot t\cdot\lambda}{10\cdot h\cdot c} \qquad (6)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\Phi = 1{,}2\cdot 10^{-7}$ W $= 1{,}2\cdot 10^{-7}$ Joule·sec^{-1} $= 1{,}2\cdot 10^{-7}\cdot 10^{7}$ erg·sec^{-1}, t = 1 sec, $\lambda = 2100$ Å $= 2100\cdot 10^{-8}$ cm, $h = 6{,}6\cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (6) εὑρίσκομεν

$$\underline{n = 1{,}27\cdot 10^{10}}\ .$$

52. Ἡ ἐλαχίστη τιμή τῆς ἐπί τῆς ἐπιφανείας τῆς καθόδου φωτοκυττάρου προσπιπτούσης φωτεινῆς ροῆς διά τήν ὁποίαν διεγείρεται τοῦτο ὑπό μονοχρωματικῆς ἐρυθρᾶς ἀκτινοβολίας ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος $6{,}438\cdot 10^{-5}$ cm, εἶναι ἴση πρός $2\cdot 10^{-22}$ kcal/sec. Πόσα φωτόνια τῆς ἐρυθρᾶς ἀκτινοβολίας προσπίπτουν εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἐντός ἑνός δευτερολέπτου ἐπί τῆς καθόδου τοῦ φωτοκυττάρου. $h = 6{,}6\cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec, 1 cal = 4,18 Joule.

Λύσις. Ἔστω $\Phi_{\varepsilon\lambda}$ ἡ ἐλαχίστη φωτεινή ροή ἡ ὁποία εἶναι ἀναγκαία διά τήν διέγερσιν φωτοκυττάρου ὑπό τινος μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας καί $E_{\varepsilon\lambda}$ ἡ ἐλαχίστη ἐνέργεια ὑπό τήν μορφήν τῆς ὡς ἄνω ἀκτινοβολίας, ἥτις πρέπει νά προσπίπτῃ ἐπί τῆς καθόδου ἐντός ὡρισμένου χρόνου διά νά διεγείρεται τό φωτοκύτταρον. Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς προσπιπτούσης ἐπί ἐπιφανείας φωτεινῆς ροῆς θά ἔχωμεν

$$\Phi_{\varepsilon\lambda}=\frac{E_{\varepsilon\lambda}}{t} \qquad (1)$$

ἔνθα t ὁ χρόνος ἐντός τοῦ ὁποίου προσπίπτει ἐπί τῆς καθόδου ἡ ἐνέργεια $E_{\varepsilon\lambda}$.

Ἐκ τῆς (1) προκύπτει

$$E_{\varepsilon\lambda}=\Phi_{\varepsilon\lambda}\cdot t \qquad (2)$$

Ἡ ἐπί τῆς καθόδου ὑπό μορφήν μονοχρωματικῆς φωτεινῆς ἀκτινοβολίας προσπίπτουσα ἐνέργεια ἀποτελεῖται, ὡς γνωστόν, ἐκ φωτονίων, ἕκαστον τῶν ὁποίων περικλείει ἐνέργειαν

$$E = h\cdot\nu \qquad (3) \qquad \text{ἤ} \qquad E = h\frac{c}{\lambda} \qquad (4)$$

ἔνθα ν εἶναι ἡ συχνότης τῆς ἀκτινοβολίας καί λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ.

Ἄς καλέσωμεν τώρα $n_{\varepsilon\lambda}$ τόν ἐλάχιστον ἀριθμόν τῶν φωτονίων ἐνεργείας E, τά ὁποῖα πρέπει νά προσπίπτουν ἐντός τοῦ ὡς ἄνω χρόνου t ἐπί τῆς καθόδου, ὅπως διεγείρεται τό φωτοκύτταρον, ἤτοι τόν ἀριθμόν τῶν φωτονίων τῆς ἀκτινοβολίας, τά ὁποῖα συνιστοῦν τήν ἐνέργειαν $E_{\varepsilon\lambda}$. Τότε θά εἶναι

$$E_{\varepsilon\lambda} = n_{\varepsilon\lambda}\cdot E \qquad (5)$$

ἤ, λόγῳ τῆς (4)

$$E_{\varepsilon\lambda}= n_{\varepsilon\lambda}\cdot h\,\frac{c}{\lambda} \qquad (6)$$

Ἐκ τῶν (2) καί (6) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$\Phi_{\varepsilon\lambda}\cdot t = n_{\varepsilon\lambda}\cdot h\cdot\frac{c}{\lambda} \qquad (7)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι' ἐπιλύσεως ὡς πρός $n_{\varepsilon\lambda}$, προκύπτει

$$\underline{n_{\varepsilon\lambda}=\frac{\Phi_{\varepsilon\lambda}\cdot t\cdot\lambda}{h\cdot c}} \qquad (8)$$

Λύσις είς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\Phi_{\varepsilon\lambda} = 2\cdot 10^{-22}$ kcal/sec $= 2\cdot 10^{-22}\cdot 10^{3}$ cal/sec $= 2\cdot 10^{-22}\cdot 10^{3}\cdot 4{,}18$ Joule/sec $= 2\cdot 10^{-22}\cdot 10^{3}\cdot 4{,}18\cdot 10^{7}$ erg/sec $= 8{,}36\cdot 10^{-12}$ erg/sec, t = 1sec, $\lambda = 6{,}438\cdot 10^{-5}$ cm, $h = 6{,}6\cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες είς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$n_{\varepsilon\lambda} = 2 .$$

53. Μία παράλληλος δέσμη μονοχρόου πρασίνου φωτός, ἔχοντος ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 5000 Å, διατρέχει τό κενόν καί προσπίπτει καθέτως ἐπί τῆς ἐπιφανείας μεταλλικῆς πλακός. Ἡ ἔντασις τῆς δέσμης εἶναι ἴση πρός $2\cdot 10^{-3}$ Watt/cm². Παραδεχόμενοι ὅτι ἡ προσπίπτουσα ἀκτινοβολία ἀπορροφᾶται πλήρως ὑπό τῶν ἀτόμων τοῦ ἐπιφανειακοῦ στρώματος τῆς πλακός καί ὅτι ἕκαστον ὑφ' ἑνός ἀτόμου ἀπορροφώμενον φωτόνιον προκαλεῖ τήν ἐξ αὐτοῦ ἀπόσπασιν ἑνός ἠλεκτρονίου, νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ὑπό 1 cm² τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακός ἐντός ἑνός δευτερολέπτου. $h = 6{,}6\cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν n τόν ἀριθμόν τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐντός ὡρισμένου χρόνου ὑπό ἑνός τμήματος τῆς φωτιζομένης ἐπιφανείας τῆς πλακός.

Ἐπειδή ἡ ἐκπομπή ἑκάστου φωτοηλεκτρονίου ὀφείλεται είς τήν ἀπορρόφησιν ὑπό ἑνός ἀτόμου ἑνός φωτονίου τοῦ προσπίπτοντος φωτός, ἕπεται ὅτι ἐντός τοῦ αὐτοῦ χρόνου ἀπορροφῶνται ὑπό τοῦ ὡς ἄνω τμήματος τῆς πλακός n φωτόνια τοῦ φωτός αὐτοῦ. Ἐπειδή δέ (κατά τήν ἐκφώνησιν) ὅλα τά φωτόνια τά ὁποῖα προσπίπτουν ἐπί τῆς πλακός ἀπορροφῶνται ὑπ' αὐτῆς, ἕπεται ὅτι ἐντός τοῦ ἰδίου χρόνου προσπίπτουν ἐπί τοῦ ἀνωτέρω τμήματος τῆς πλακός n φωτόνια τῆς φωτιζούσης ἀκτινοβολίας. Ἤτοι ἐντός τοῦ ἐν λόγῳ χρόνου προσπίπτει ἐπί τοῦ φωτιζομένου τμήματος τῆς ἐπιφανείας ποσόν ἐνεργείας ὑπό τήν μορφήν τῆς φωτιζούσης ἀκτινοβολίας ἴσον πρός

$$E_{o\lambda} = n\cdot h\cdot \frac{c}{\lambda} \qquad (1)$$

ἔνθα λ τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας ἐν τῷ κενῷ.

Ἀφ' ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν I τήν ἔντασιν τῆς δέσμης, S τό ἐμβαδόν τοῦ φωτιζομένου τμήματος τῆς ἐπιφανείας (καθέτου ἐπί τάς ἀκτίνας τῆς δέσμης), Φ τήν φωτεινήν ροήν ἡ ὁποία τό προσβάλλει καί t τόν χρόνον ἐντός τοῦ ὁποίου προσπίπτει ἐπ' αὐτοῦ ἡ ἐνέργεια $E_{o\lambda}$, ἤτοι τόν χρόνον τῆς ἐκπομπῆς τῶν n φωτοηλεκτρονίων, θά εἶναι

$$I = \frac{\Phi}{S} \qquad (2)$$

$$\Phi = \frac{E_{o\lambda}}{t} \qquad (3)$$

ἐκ τῶν ὁποίων προκύπτει διά τήν ἐνέργειαν $E_{o\lambda}$

$$E_{o\lambda} = I \cdot S \cdot t \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (4) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$n \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda} = I \cdot S \cdot t \qquad (5)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τόν ἀριθμόν n τῶν ἐκπεμπομένων φωτοηλεκτρονίων τόν τελικόν τύπον

$$n = \frac{I \cdot S \cdot t \cdot \lambda}{h \cdot c} \qquad (6)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $I = 2 \cdot 10^{-3}$ $W/cm^2 = 2 \cdot 10^{-3}$ $Joule/cm^2 \cdot sec = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^7$ $erg/cm^2 \cdot sec = 2 \cdot 10^4$ $erg/cm^2 \cdot sec$, $S = 1\ cm^2$, $t = 1$ sec, $\lambda = 5000$ Å $= 5000 \cdot 10^{-8}$ cm, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (6) εὑρίσκομεν

$$n = 5{,}55 \cdot 10^{15}.$$

54. α) Ποία ἡ ταχύτης τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐκ τῆς ἐπιφανείας στρώματος νατρίου, ὅταν τοῦτο φωτισθῇ δι᾽ὑπεριώδους μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας, ἐχούσης ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 2537 Å. Τό ἔργον ἐξαγωγῆς διά τήν ἐν λόγῳ ἐπιφάνειαν τοῦ στρώματος ἐκ νατρίου εἶναι ἴσον πρός 1,87 eV. β) Ποία ἡ ὁρική (ἐλαχίστη) συχνότης καί τό ὁρικόν (μέγιστον) μῆκος κύματος (διά τό κενόν), διά τό ὁποῖον λαμβάνει χώραν τό φωτοηλεκτρικόν φαινόμενον εἰς τήν ἐπιφάνειαν τοῦ μεταλλικοῦ στρώματος τῆς προηγουμένης ἐρωτήσεως. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. μᾶζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου = $9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Παρατήρησις. α) Δεχόμεθα ὅτι κατά τήν ἔξοδον τῶν φωτοηλεκτρονίων ἐκ τοῦ στρώματος δέν λαμβάνουν χώραν ἀπώλειαι τῆς κινητικῆς των ἐνεργείας, λόγῳ συγκρούσεώς των μεθ᾽ἑτέρων ἀτόμων ἤ ἠλεκτρονίων. Οὕτω ἕκαστον φωτοηλεκτρόνιον ἐμφανίζεται ἔξωθεν τῆς ἐπιφανείας τοῦ μεταλλικοῦ στρώματος μέ τήν κινητικήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν εἶχε κατά τήν στιγμήν τῆς ἐκπομπῆς του. Τήν αὐτήν παραδοχήν θά κάμωμεν κατά τήν λύσιν καί τῶν λοιπῶν ἀσκήσεων ἐπί τοῦ φωτοηλεκτρικοῦ φαινομένου.

β) Εἰς τήν παροῦσαν ὡς καί εἰς τάς ἑπομένας ἀσκήσεις ἐπί τοῦ φωτοηλεκτρικοῦ φαινομένου τά διδόμενα μήκη κύματος τῆς φωτιζούσης ἀκτινοβολίας εἶναι εἰς ὅλας τάς περιπτώσεις μικρότερα τῶν ἀντιστοίχων "ὁρικῶν" μηκῶν κύματος (βλ. κατωτέρω), οὕτως ὥστε ἔχομεν πάντοτε ἐκπομπήν φωτοηλεκτρονίων ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ φωτιζομένου ὑλικοῦ.

Λύσις. Κατά τόν φωτισμόν τῆς ἐπιφανείας τοῦ στρώματος νατρίου διά μονοχρωματικῆς φωτεινῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν, προσπίπτουν ὡς γνωστόν, ἐπ᾽αὐτῆς φωτόνια, ἕκαστον τῶν ὁποίων περικλείει ἐνέργειαν hν.

Μέρος τῶν προσπιπτόντων φωτονίων συγκρούεται τότε μέ ἠλεκτρόνια τῶν ἐντός τοῦ ἐπιφανειακοῦ στρώματος τοῦ μετάλλου ὑφισταμένων ἀτόμων νατρίου. Κατά τήν σύγκρουσιν δύναται νά λάβῃ χώραν ἀπορρόφησις τῆς ἐνεργείας hν ἑνός φωτονίου ὑπό τοῦ ἠλεκτρονίου, ὁπότε, ἐάν αὕτη τυγχάνει μεγαλυτέρα τοῦ "ἔργου ἐξαγωγῆς" (βλ. κατωτέρω) τοῦ ἠλεκτρονίου, τοῦτο κατορθώνει νά ἐξέλθῃ τοῦ μετάλλου, ἐμφανιζόμενον ἔξωθεν τῆς ἐπιφανείας ὡς φωτοηλεκτρόνιον.

Ἡ ἐνέργεια hν τοῦ ἀπορροφηθέντος ὑπό τοῦ φωτοηλεκτρονίου φωτονίου κατανέμεται ὡς ἀκολούθως: Ἕν μέρος αὐτῆς δαπανᾶται διά τήν ὑπερνίκησιν τῶν δυνάμεων αἱ ὁποῖαι συγκρατοῦν τό ἠλεκτρόνιον ἐντός τοῦ μετάλλου. Ἡ ἐνέργεια αὕτη ὁρίζεται ὡς τό **ἔργον ἐξαγωγῆς** τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἡ τιμή αὐτοῦ ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς φύσεως τοῦ μετάλλου καί τῶν προσμίξεων τοῦ ἐπιφανειακοῦ στρώματος.

Τό ὑπόλοιπον τῆς ἐνεργείας τοῦ φωτονίου ἀποδίδεται ὡς κινητική ἐνέργεια τοῦ ἐκπεμφθέντος φωτοηλεκτρονίου.

Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν b τό ἔργον ἐξαγωγῆς διά τήν ἐπιφάνειαν τοῦ στρώματος νατρίου καί υ τήν ταχύτητα ἑκάστου τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα θά ἐκπεμφθοῦν ἐκ τοῦ ἐπιφανειακοῦ στρώματος αὐτοῦ ὅταν τοῦτο φωτισθῇ διά μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν (μήκους κύματος $\lambda = c/\nu$), θά εἶναι

$$h\nu - b = \frac{1}{2} m\upsilon^2 \qquad (1)$$

ἤ

$$h\frac{c}{\lambda} - b = \frac{1}{2} m\cdot\upsilon^2 \qquad (2)$$

(m εἶναι ἡ μᾶζα ἑνός ἠρεμοῦντος ἠλεκτρονίου).

Ἡ ἐξίσωσις αὕτη καλεῖται καί φωτοηλεκτρική ἐξίσωσις τοῦ Einstein.

Ὥστε κατά τό φωτοηλεκτρικόν φαινόμενον ἔχομεν **πλήρη** ἀπορρόφησιν τῆς ἐνεργείας **ἑνός** φωτονίου ὑπό **ἑνός** ἠλεκτρονίου καί μετατροπήν αὐτῆς α) εἰς τό ἔργον, τό ἀπαιτούμενον διά τήν ὑπερνίκησιν τῶν συγκρατουσῶν αὐτό ἐντός τοῦ μετάλλου δυνάμεων β) εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου.

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) προκύπτει διά τήν ταχύτητα υ τῶν ἐκπεμπομένων φωτοηλεκτρονίων

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(h\nu - b)}{m}} \tag{3}$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2(hc - \lambda b)}{\lambda m}} \tag{4}$$

β) Ἡ ὁρική συχνότης τοῦ προσπίπτοντος φωτός τοῦ φωτοηλεκτρικοῦ φαινομένου εἰς τό νάτριον εὑρίσκεται ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου τοῦ προσπίπτοντος φωτός, εἶναι ἀκριβῶς ἴση πρός τήν ἐλαχίστην ἐνέργειαν ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται νά προσδωθῇ εἰς τό ἠλεκτρόνιον, ἵνα τοῦτο ἐξέλθῃ τοῦ μετάλλου, ὑπερνικῶν τάς δυνάμεις, αἵτινες τό συγκρατοῦν ἐντός αὐτοῦ.

Ἡ ἐνέργεια αὕτη εἶναι ἐξ ὁρισμοῦ ἴση πρός τό ἔργον ἐξαγωγῆς τοῦ ἠλεκτρονίου. Θά εἶναι συνεπῶς

$$h\nu_{op} = b \tag{5}$$

ἤ

$$h\,\frac{c}{\lambda_{op}} = b \tag{6}$$

ἔνθα λ_{op} τό ἀντιστοιχοῦν εἰς τήν συχνότητα ν_{op} ὁρικόν μῆκος κύματος.

Ἐκ τῶν σχέσεων (5) καί (6) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως διά τά ν_{op} καί λ_{op}

$$\nu_{op} = \frac{b}{h} \tag{7}$$

$$\lambda_{op} = \frac{h \cdot c}{b} \tag{8}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\lambda = 2537$ Å $= 2537 \cdot 10^{-8}$ cm, $b = 1,87$ eV $= 1,87 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}$ erg, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ gr, $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (4) καί (8) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\upsilon = 3,03 \cdot 10^{8} \text{ cm/sec}$$

$$\lambda_{op} = 6620 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 6620 \text{ Å}.$$

55. Τό μέγιστον μῆκος κύματος (διά τό κενόν) τοῦ προσπίπτοντος φωτός, διά τό ὁποῖον λαμβάνει χώραν ἔκλυσις φωτοηλεκτρονίων ἐκ τῆς ἐπιφανείας στρώματος νατρίου, εἶναι 5830 Å.

α) Νά ὑπολογισθῇ τό ἔργον ἐξαγωγῆς διά τήν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐκ νατρίου στρώματος, β) Ἐάν ἡ ἐπιφάνεια αὕτη φωτισθῇ μέ μονόχρουν ἰῶδες φῶς, ἔχον ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 4500 Å, ποία ἡ ταχύτης τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐξ αὐτῆς εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν. $h = 6,63\cdot10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου$=9,11\cdot10^{-28}$ gr, 1 eV $= 1,6\cdot10^{-12}$ erg.

Λύσις. α) Ἔστω ν_{op} ἡ ὁρική συχνότης καί λ_{op} $\left(\lambda_{op} = \frac{c}{\nu_{op}}\right)$ τό ὁρικόν μῆκος κύματος τοῦ προσπίπτοντος φωτός, διά τό ὁποῖον λαμβάνει χώραν ἐκπομπή φωτοηλεκτρονίων ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ στρώματος νατρίου. Τότε, τό ἔργον ἐξαγωγῆς b διά τήν ἐπιφάνειαν ταύτην θά ἰσοῦται πρός

$$b = h\nu_{op} \tag{1}$$

ἤ

$$b = h\frac{c}{\lambda_{op}} \tag{2}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\lambda_{op} = 5830$ Å $= 5830\cdot10^{-8}$ cm, $h = 6,63\cdot10^{-27}$ erg.sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$b = 3,4\cdot10^{-12} \text{ erg.}$$

Λαμβάνοντες ὑπ'ὄψιν τήν δοθεῖσαν σχέσιν μεταξύ τῶν μονάδων 1 erg καί 1 eV εὑρίσκομεν

$$b = 2,125 \text{ eV.}$$

β) Ἐάν καλέσωμεν υ τήν ταχύτητα ἑκάστου τῶν φωτοηλεκτρονίων (μάζης m) τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐκ τῆς ἐπιφανείας τοῦ στρώματος, ὅταν τοῦτο φωτισθῇ διά μονοχρωματικοῦ φωτός συχνότητος ν, ἤ μήκους κύματος (ἐν τῷ κενῷ) $\lambda = c/\nu$, θά εἶναι

$$h\cdot\nu - b = \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 \tag{3}$$

ἤ

$$h\frac{c}{\lambda} - b = \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 \tag{4}$$

Ἐάν εἰς τάς ἐξισώσεις (3) καί (4) ἐκφράσωμεν τό ἔργον ἐξαγωγῆς b συναρτήσει τῆς ὁρικῆς συχνότητος ν_{op} καί τοῦ ὁρικοῦ μήκους κύματος λ_{op} συμφώνως πρός τούς τύπους (1) καί (2), αὗται γράφονται

$$h\nu - h\nu_{op} = \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2 \tag{5}$$

$$h\cdot\frac{c}{\lambda} - h\cdot\frac{c}{\lambda_{op}} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\upsilon^2 \qquad (6)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (5) καί (6), δι᾿ἐπιλύσεως αὐτῶν ὡς πρός υ, εὑρίσκομεν διά τήν ταχύτητα τῶν ἐκπεμπομένων φωτοηλεκτρονίων τούς τύπους

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2\cdot h\cdot(\nu-\nu_{op})}{m}} \qquad (7)$$

$$\upsilon = \sqrt{2\,\frac{h\cdot c}{m}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_{op}}\right)} \qquad (8)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\lambda = 4500$ Å $= 4500\cdot10^{-8}$ cm, $\lambda_{op} = 5830$ Å $= 5830\cdot10^{-8}$ cm, $h = 6{,}63\cdot10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, $m = 9{,}11\cdot10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$\upsilon = 4{,}7\cdot10^{7}\ \text{cm/sec}\ .$$

56. Τό μέγιστον μῆκος κύματος (διά τό κενόν) τῆς προσπιπτούσης ἀκτινοβολίας, διά τό ὁποῖον λαμβάνει χώραν ἐκπομπή φωτοηλεκτρονίων ἐκ τῆς ἐπιφανείας πλακός βολφραμίου, εἶναι ἴσον πρός $2{,}73\cdot10^{-5}$ cm. Νά ὑπολογισθῇ εἰς eV ἡ κινητική ἐνέργεια τῶν ἠλεκτρονίων, τά ὁποῖα ἀποσπῶνται ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακός, ὅταν αὕτη φωτισθῇ μέ μονόχρουν ὑπεριῶδες φῶς, ἔχον ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος $1{,}8\cdot10^{-5}$ cm. $h = 6{,}63\cdot10^{-27}$ εργιοδευτερόλεπτα, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec., 1 eV $= 1{,}6\cdot10^{-12}$ erg.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν b τό ἔργον ἐξαγωγῆς διά τήν ἐπιφάνειαν τῆς πλακός ἐκ βολφραμίου, ν_{op} καί λ_{op} τήν ὁρικήν συχνότητα, ἀντιστοίχως, τό ὁρικόν μῆκος κύματος τοῦ προσπίπτοντος φωτός, διά τό ὁποῖον παρατηρεῖται εἰς τήν ἐπιφάνειαν τῆς πλακός τό φωτοηλεκτρικόν φαινόμενον καί $E_{\kappa\iota\nu}$ τήν κινητικήν ἐνέργειαν ἑκάστου τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐξ αὐτῆς, ὅταν αὕτη φωτισθῇ διά μονοχρωματικοῦ φωτός, συχνότητος ν (μήκους κύματος $\lambda = c/\nu$). Θά ἔχωμεν τότε τάς σχέσεις

$$h\cdot\nu - b = E_{\kappa\iota\nu} \qquad (1)$$

$$h\,\frac{c}{\lambda} - b = E_{\kappa\iota\nu} \qquad (2)$$

καί

$$h \cdot \nu_{o\rho} = b \qquad (3)$$

$$h\frac{c}{\lambda_{o\rho}} = b \qquad (4)$$

Ἡ σχέσις (1) λόγῳ τῆς (3), γράφεται

$$h\nu - h\nu_{o\rho} = E_{\kappa\iota\nu} \qquad (5)$$

ἡ δέ (2), λόγῳ τῆς (4)

$$h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda_{o\rho}} = E_{\kappa\iota\nu} \qquad (6)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (5) καί (6) προκύπτουν διά τήν κινητικήν ἐνέργειαν τῶν ἐκπεμπομένων φωτοηλεκτρονίων οἱ τύποι

$$E_{\kappa\iota\nu} = h\,(\nu - \nu_{o\rho}) \qquad (7)$$

$$E_{\kappa\iota\nu} = h \cdot c\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_{o\rho}}\right) \qquad (8)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\lambda = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ cm, $\lambda_{o\rho} = 2{,}73 \cdot 10^{-5}$ cm, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$E_{\kappa\iota\nu} = 3{,}76 \cdot 10^{-12} \text{ erg}.$$

Ἐάν ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ δοθεῖσα σχέσις μεταξύ τῶν μονάδων 1 erg καί 1 eV εὑρίσκομεν ὅτι

$$E_{\kappa\iota\nu} = 2{,}35 \text{ eV}.$$

57. Ἐάν ἡ ἐπιφάνεια μεταλλικῆς πλακός φωτισθῇ μέ μονόχρουν ἰῶδες φῶς μήκους κύματος ἐν τῷ κενῷ 4000 Å, ἐκπέμπονται ἐξ αὐτῆς φωτοηλεκτρόνια κινητικῆς ἐνεργείας $1{,}28 \cdot 10^{-12}$ erg. Ποῖον εἶναι (διά τό κενόν) τό μέγιστον μῆκος κύματος τοῦ προσπίπτοντος φωτός, διά τό ὁποῖον εἶναι δυνατή ἡ ἐκπομπή φωτοηλεκτρονίων ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακός. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck $= 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν $E_{\kappa\iota\nu}$ τήν κινητικήν ἐνέργειαν ἑκάστου τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακός, ὅταν αὕτη φωτισθῇ διά μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν (μήκους κύματος $\lambda = \frac{c}{\nu}$), b τήν τιμήν τοῦ ἔργου ἐξαγωγῆς διά τήν ἐν λόγῳ ἐπιφάνειαν καί $\nu_{o\rho}$, $\lambda_{o\rho}$ τήν ὁρικήν συχνότητα, ἀντιστοίχως, τό ὁρικόν μῆκος κύματος τοῦ προσπίπτοντος φωτός, διά τό ὁποῖον λαμβάνει χώραν ἐκπομπή φωτοηλεκτρονίων ἐκ τῆς ἐπιφανείας τῆς πλακός. Θά ἔχωμεν τότε τάς σχέσεις

$$h\cdot\nu - b = E_{\kappa\iota\nu} \quad (1)$$

$$h\frac{c}{\lambda} - b = E_{\kappa\iota\nu} \quad (2)$$

καί

$$h\cdot\nu_{o\rho} = b \quad (3)$$

$$h\frac{c}{\lambda_{o\rho}} = b \quad (4)$$

Αἱ σχέσεις (1) καί (2) λόγῳ τῶν (3) καί (4), ἀντιστοίχως, γράφονται

$$h\nu - h\nu_{o\rho} = E_{\kappa\iota\nu} \quad (5)$$

$$h\frac{c}{\lambda} - h\frac{c}{\lambda_{o\rho}} = E_{\kappa\iota\nu} \quad (6)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (5) καί (6) εὑρίσκομεν διά τά $\nu_{o\rho}$ καί $\lambda_{o\rho}$ τούς τελικούς τύπους

$$\nu_{o\rho} = \frac{h\nu - E_{\kappa\iota\nu}}{h} \quad (7)$$

$$\lambda_{o\rho} = \frac{hc\lambda}{hc - \lambda E_{\kappa\iota\nu}} \quad (8)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E_{\kappa\iota\nu} = 1{,}28\cdot 10^{-13}$ erg, $\lambda = 4000$ Å $= 4000\cdot 10^{-8}$ cm, $h = 6{,}6\cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$\lambda_{o\rho} = 5395\cdot 10^{-8}\ \text{cm} = 5395\ \text{Å}\,.$$

58. Ἡ ἐπιφάνεια στρώματος νατρίου φωτίζεται διά μονοχρόου ἰώδους φωτός, ἔχοντος ἐν τῷ κενῷ μῆκος κύματος 4500 Å. Τά ἐκ τῆς ἐπιφανείας ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς προσπιπτούσης φωτεινῆς ἀκτινοβολίας ἐκπεμπόμενα φωτοηλεκτρόνια κινοῦνται ἅμα τῇ ἐκπομπῇ των ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 9,85

Gauss. Ἕν τῶν ἐκπεμφθέντων φωτοηλεκτρονίων κινεῖται ἐντός τοῦ πεδίου καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς καί διαγράφει κυκλικήν τροχιάν ἀκτῖνος 1 cm. Νά ὑπολογισθῇ ἡ τιμή τοῦ ἔργου ἐξαγωγῆς διά τήν ἐπιφάνειαν τοῦ στρώματος ἐκ νατρίου. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, μᾶζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου $= 9 \cdot 10^{-28}$ gr, φορτίον αὐτοῦ $= 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν b τήν τιμήν τοῦ ἔργου ἐξαγωγῆς τῆς ἐπιφανείας τοῦ στρώματος ἐκ νατρίου καί υ τήν ταχύτητα ἑκάστου τῶν φωτοηλεκτρονίων τά ὁποῖα ἐκπέμπονται ἐξ αὐτῆς, ὅταν ἡ ἐπιφάνεια φωτισθῇ διά μονοχρωματικοῦ φωτός συχνότητος ν (μήκους κύματος $\lambda = c/\nu$). Θά ἔχωμεν τότε τάς σχέσεις

$$h \cdot \nu - b = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 \tag{1}$$

ἤ

$$h \frac{c}{\lambda} - b = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \upsilon^2 \tag{2}$$

Τά φωτοηλεκτρόνια κινοῦνται ἅμα τῇ ἐκπομπῇ των ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τοῦ ὁποίου ἡ ἔντασις ἔστω, κατά μέτρον, ἴση πρός $\mathcal{H}$. Ἕν δέ τῶν ἐκπεμφθέντων φωτοηλεκτρονίων κινεῖται ἐντός τοῦ πεδίου καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς, μέ ταχύτητα σταθεροῦ μέτρου υ καί διαγράφει κυκλικήν τροχιάν, τῆς ὁποίας τήν ἀκτῖνα ἄς καλέσωμεν r.

Τό ἠλεκτρόνιον ἔχει ἑπομένως κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν, σταθεροῦ μέτρου, υ^2/r, ἥτις, ὡς γνωρίζομεν, προσδίδεται εἰς αὐτό ὑπό τῆς ἐπ' αὐτοῦ ὑπό τοῦ πεδίου ἐξασκουμένης δυνάμεως Laplace, ἴσης κατά μέτρον εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν πρός $e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H}$. Δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς λαμβάνομεν

$$e \cdot \upsilon \mathcal{H} = m \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \tag{3}$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3) καί τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν εὐκόλως διά τό ἔργον ἐξαγωγῆς τούς τελικούς τύπους

$$b = \frac{2mh\nu - e^2 \mathcal{H}^2 \cdot r^2}{2m} \tag{4}$$

$$b = \frac{2mhc - e^2 \mathcal{H}^2 r^2 \lambda}{2\lambda m} \tag{5}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων. Δίδονται $\lambda = 4500$ Å $= 4500 \cdot 10^{-8}$ cm, $\mathcal{H} = 9{,}85$ Gauss, $r = 1$ cm, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $m = 9\cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$b = 3\cdot 10^{-12}\ \text{erg}\,.$$

Ἐκ τῆς δοθείσης σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 erg καί 1 eV εὑρίσκομεν ὅτι

$$b = 1{,}87\ \text{eV}\,.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄

ΑΚΤΙΝΕΣ RÖNTGEN

59. α) Ποία ἡ συχνότης μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen, μήκους κύματος 0,001 Å καί β) ποία ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου αὐτῆς. Δίδονται $h = 6{,}6\cdot10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. α) Ἡ ἀκτινοβολία Röntgen ἀποτελεῖ, ὡς γνωστόν, ἠλεκτρομαγνητικήν ἀκτινοβολίαν λίαν μικροῦ μήκους κύματος καί συνεπῶς συνισταμένην, κατά τήν κβαντικήν θεωρίαν τῆς ἀκτινοβολίας, ἐκ φωτονίων μεγάλου ἐνεργειακοῦ περιεχομένου.

Ἡ συχνότης ν καί τό μῆκος κύματος λ μιᾶς μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας συνδέονται διά τῆς σχέσεως

$$\lambda\cdot\nu = c \qquad (1)$$

ἡ ὁποία λυομένη ὡς πρός ν δίδει

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \qquad (2)$$

Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν (2) $\lambda = 0{,}001\ \text{Å} = 1\cdot10^{-3}\cdot10^{-8}$ cm, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ συχνότης μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen, μήκους κύματος 0,001 Å, εἶναι

$$\nu = 3\cdot10^{21}\ \text{sec}^{-1}.$$

β) Ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν (μήκους κύματος $\lambda = c/\nu$) δίδεται ὑπό τῆς σχέσεως

$$E = h\cdot\nu \qquad (3)$$

ἤ

$$E = h\frac{c}{\lambda} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό σύστημα C.G.S.: Δίδονται $\lambda = 0,001$ Å$=10^{-11}$ cm, $h = 6,6\cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (4) εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen, μήκους κύματος 0,001 Å, εἶναι ἴση πρός

$$\underline{E = 1,98\cdot 10^{-5} \text{ erg.}}$$

60. Ἡ τάσις ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου σωλῆνος ἀκτίνων Röntgen εἶναι 230000 V. Νά ὑπολογισθῇ ἡ συχνότης καί τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας Röntgen τήν ὁποίαν παρέχει ὁ σωλήν. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck= $6,55\cdot 10^{-27}$ erg·sec. Ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ $3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου $= 4,8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Παρατήρησις. Δεχόμεθα ὅτι ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ ἕκαστον ἠλεκτρόνιον, κινούμενον ἀπό τῆς καθόδου μέχρι τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος, μετατρέπεται κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου ἐξ ὁλοκλήρου εἰς ἕν φωτόνιον ἀκτινοβολίας Röntgen. Τό αὐτό θά δεχθῶμεν καί εἰς τάς λοιπάς ἀσκήσεις τοῦ κεφαλαίου τούτου.

Λύσις. Ἕκαστον τῶν ἐκ τῆς καθόδου ἐξερχομένων ἠλεκτρονίων εὑρίσκεται, ἅμα τῇ ἐξόδῳ του ἐξ αὐτῆς, ἐντός τοῦ μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος ὑφισταμένου ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ὑπό τήν ἐπίδρασιν δέ τῆς ὑπό τοῦ πεδίου ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένης δυνάμεως ἄρχεται κινούμενον πρός τήν ἄνοδον τοῦ σωλῆνος.

Ἄς καλέσωμεν U τήν τιμήν τῆς σταθερᾶς διαφορᾶς δυναμικοῦ ἥτις ἐφαρμόζεται μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος. Τότε τό ἔργον τό ὁποῖον ἔχει παραχθῇ ὑπό τοῦ πεδίου κατά τήν μετακίνησιν ἑκάστου ἠλεκτρονίου ἀπό τῆς καθόδου μέχρι τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος εἶναι ἴσον πρός

$$A = e\cdot U \qquad (1)$$

Τό ἔργον τοῦτο μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἐάν δέ θεωρήσωμεν ἕκαστον τῶν ἐκ τῆς καθόδου ἐκκινούντων ἠλεκτρονίων ὡς ἐξερχόμενον ἐξ αὐτῆς μέ ταχύτητα ἴσην πρός μηδέν, ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται ἕκαστον ἠλεκτρόνιον κατά τήν στιγμήν, κατά τήν ὁποίαν, κινηθέν μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων, προσκρούει ἐπί τῆς ἀνόδου, θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = e\cdot U \qquad (2)$$

ἔνθα e τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον.

Ἡ σχέσις (1), ἄν καλέσωμεν υ τήν τελικήν ταχύτητα τοῦ ἠλεκτρονίου καί m τήν μάζαν ἠρεμίας αὐτοῦ, γράφεται καί

$$\frac{1}{2} m\cdot \upsilon^2 = e\cdot U \tag{3}$$

Κατά τήν πρόσκρουσιν ἑκάστου ἠλεκτρονίου ἐπί τῆς ἀνόδου ἡ κινητική του ἐνέργεια μετατρέπεται πλήρως είς ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας.

Ἐπειδή δέ ὅλα τά ἠλεκτρόνια ἔχουν ἕκαστον τήν αὐτήν τελικήν κινητικήν ἐνέργειαν $E_{κιν} = eU$, ἕπεται ὅτι ὁ σωλήν ἐκπέμπει φωτόνια τῆς αὐτῆς ἐνεργείας E_φ, ἴσης πρός

$$E_\varphi = E_{κιν} \tag{4}$$

ἤ

$$E_\varphi = e\cdot U \tag{5}$$

Ἐπειδή ὅλα τά φωτόνια ἔχουν τήν αὐτήν ἐνέργειαν, ἐκ τῆς βασικῆς σχέσεως $E = h\nu$ συμπεραίνομεν ὅτι ὁ σωλήν ἐκπέμπει ἠλεκτρομαγνητικήν ἀκτινοβολίαν μονοχρωματικήν. Ἐάν δέ καλέσωμεν ν τήν συχνότητα καί λ τό μῆκος κύματος τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτιβοβολίας Röntgen, θά εἶναι

$$E_\varphi = h\nu \tag{6}$$

ἤ

$$E_\varphi = h\frac{c}{\lambda} \tag{7}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (6) καί (7) καί τῆς (5) προκύπτουν αἱ ἐξισώσεις

$$e\cdot U = h\nu \tag{8}$$

$$e\cdot U = h\frac{c}{\lambda} \tag{9}$$

ἐκ τῶν ὁποίων εὑρίσκομεν διά τήν συχνότητα καί τό μῆκος κύματος τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας

$$\nu = \frac{e\cdot U}{h} \tag{10}$$

$$\lambda = \frac{hc}{eU} \tag{11}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 230000\ V = 230000/300$ ΗΣΜ-τάσεως, $h = 6{,}55 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (10) καί (11) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\underline{\nu = 5{,}58 \cdot 10^{19}\ \text{sec}^{-1}},$$

$$\underline{\lambda = 0{,}0537 \cdot 10^{-8}\ \text{cm} = 0{,}0537\ \text{Å}}.$$

61. Ποία τάσις πρέπει νά ἐφαρμοσθῇ μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου σωλῆνος ἀκτίνων Röntgen διά νά δώσῃ οὗτος ἀκτινοβολίαν Röntgen μήκους κύματος 1 Å. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν U τήν τάσιν ἥτις δέον νά ἐφαρμοσθῇ μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου σωλῆνος, διά νά παραχθῇ ὑπ' αὐτοῦ μονοχρωματική ἀκτινοβολία Röntgen συχνότητος ν (μήκους κύματος $\lambda = c/\nu$).

Ἐπειδή ἡ ἐνέργεια $h\nu$ ἤ $h\frac{c}{\lambda}$ ἑκάστου τῶν ἐκπεμφθησομένων φωτονίων προέρχεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τῆς τελικῆς κινητικῆς ἐνεργείας eU ἑνός ἠλεκτρονίου, κινηθέντος ἀπό τῆς καθόδου - ἐκ τῆς ὁποίας ἐξεκίνησεν ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος - μέχρι τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος, θά ἔχωμεν τάς σχέσεις

$$h\nu = e \cdot U \tag{1}$$

$$h\frac{c}{\lambda} = e \cdot U \tag{2}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν διά τήν τάσιν U τούς τελικούς τύπους

$$U = \frac{h\nu}{e} \tag{3}$$

$$U = \frac{hc}{\lambda e} \tag{4}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\lambda = 1\ \text{Å} = 10^{-8}$ cm, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\underline{U = 41{,}25\ \text{ΗΣΜ - τάσεως}}.$$

Λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν τῆς σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 ΗΣΜ-τάσεως καί 1 V εὑρίσκομεν

$$U = 12400\ V = 12{,}4\ kV\ (\text{περίπου}).$$

62. Ὑπό ποίας τάσεως πρέπει νά διεγερθῆ σωλήν ἀκτίνων Röntgen, διά νά δώση φωτόνια ἐνεργείας $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ erg. : $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν U τήν τάσιν ἡ ὁποία πρέπει νά ἐφαρμοσθῆ μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου ἑνός σωλῆνος ἀκτίνων Röntgen, ἵνα οὗτος δώση φωτόνια ἐνεργείας E.

Ἐπί τῆ βάσει τοῦ συλλογισμοῦ τῆς προηγουμένης ἀσκήσεως θά ἔχωμεν

$$E = e \cdot U \qquad (1)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν τάσιν U τήν σχέσιν

$$U = \frac{E}{e} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $E = 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ erg, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$U = 3{,}33 \cdot 10^{2}\ \text{ΗΣΜ-τάσεως}.$$

Ἐκ τῆς σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 ΗΣΜ-τάσεως καί 1 V εὑρίσκομεν

$$U = 10^{5}\ V = 100\ kV\ (\text{περίπου}).$$

63. Ἡ ὑψηλή τάσις ἡ ὁποία ἐφαρμόζεται μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου σωλῆνος ἀκτίνων Röntgen εἶναι 10 kV. Νά ὑπολογισθῆ ἡ ταχύτης μέ τήν ὁποίαν ἕκαστον ἠλεκτρόνιον προσπίπτει ἐπί τῆς ἀνόδου. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, μᾶζα ἠρεμίας ἑνός ἠλεκτρονίου $= 9 \cdot 10^{-28}$ gr, φορτίον αὐτοῦ $= 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν U τήν τάσιν ἥτις ἐφαρμόζεται μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος.

Κατά τήν μετακίνησιν ἑκάστου ἠλεκτρονίου ἀπό τῆς καθόδου μέχρι τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος τό ἠλεκτρικόν πεδίον παράγει ἔργον eU, τό ὁποῖον μετατρέπεται εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου.

Ἐάν συνεπῶς παραδεχθῶμεν ὅτι ἕκαστον ἠλεκτρόνιον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς καθόδου ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος καί καλέσωμεν υ τήν ταχύτητα τήν ὁποίαν ἔχει κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου καί m τήν μάζαν ἠρεμίας αὐτοῦ, θά εἶναι

$$\frac{1}{2}\, m\cdot \upsilon^2 = e\cdot U \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως αὐτῆς προκύπτει διά τήν τελικήν ταχύτητα ὁ τύπος

$$\upsilon = \sqrt{2\,\frac{e}{m}\cdot U} \qquad (2)$$

(βλ. ἄσκησιν 5).

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 10$ kV $= 10\cdot 10^3$ V $= 10^4/300$ ΗΣΜ-τάσεως, $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m = 9.10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$\upsilon = 5{,}96\cdot 10^9 \text{ cm/sec}.$$

64. Νά ὑπολογισθῇ ὁ λόγος τῶν μηκῶν κύματος τῶν ἀκτινοβολιῶν Röntgen τάς ὁποίας ἐκπέμπει σωλήν ἀκτίνων Röntgen, ὅταν μεταξύ τῆς καθόδου καί τῆς ἀνόδου αὐτοῦ ἐφαρμοσθῇ τάσις (α) 10 kV, (β) 50 kV.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν ν_1 καί λ_1 τήν συχνότητα, ἀντιστοίχως, τό μῆκος κύματος τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen, τήν ὁποίαν ἐκπέμπει σωλήν ἀκτίνων Röntgen, ὅταν διεγείρεται ὑπό τάσεως U_1, καί ν_2, λ_2 τήν συχνότητα καί τό μῆκος κύματος τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας, ὅταν ὁ σωλήν διεγερθῇ ὑπό τάσεως U_2. Θά ἔχωμεν τότε τάς σχέσεις

$$h\cdot\nu_1 = e\cdot U_1 \qquad (1)$$

$$h\frac{c}{\lambda_1} = e\cdot U_1 \qquad (2)$$

καί

$$h\cdot\nu_2 = e\cdot U_2 \qquad (3)$$

$$h\frac{c}{\lambda_2} = e\cdot U_2 \qquad (4)$$

Διά διαιρέσεως κατά μέλη τῶν (1), (3) ὡς καί τῶν (2), (4) εὑρίσκομεν διά τούς λόγους ν_1/ν_2 καί λ_1/λ_2

$$\frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{U_1}{U_2} \qquad (5)$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{U_2}{U_1} \qquad (6)$$

Θέτοντες είς τόν τύπον (6) $U_1 = 10$ kV καί $U_2 = 50$ kV, εὑρίσκομεν

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 5 .$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΣΤ'

ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΟΣ

65. Νά ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα ἡ ὁποία ἰσοδυναμεῖ πρός ἐνέργειαν α) 1 erg, β) 1 kgr*m γ) 1 eV. Ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ εἶναι ἴση πρός $3\cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Κατά τήν εἰδικήν θεωρίαν τῆς σχετικότητος: α)Πᾶσα μορφή ἐνεργείας παρουσιάζει ἀδράνειαν, δύναται συνεπῶς νά ἀποδοθῇ εἰς αὐτήν ὡρισμένη τιμή μάζης.

Ἀποδεικνύεται εἰς τήν εἰδικήν θεωρίαν τῆς σχετικότητος ὅτι,ἡ εἰς τήν ἐνέργειαν E ἀντιστοιχοῦσα τιμή μάζης m,τό μέτρον δηλαδή τῆς ἀδρανείας της, εἶναι ἴσον πρός

$$m = \frac{E}{c^2} \qquad (1)$$

ἔνθα c εἶναι ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

β) Ἡ ἀδρανής μᾶζα,ἤ ἄλλως,πᾶν ὑλικόν σῶμα, ἰσοδυναμεῖ πρός ποσόν τι ἐνεργείας.

Τό μέτρον τῆς ἀδρανείας τῆς ἰσοδυνάμου πρός τό σῶμα ἐνεργείας, ἡ μᾶζα δηλ. αὐτῆς, θά εἶναι προφανῶς ἴση πρός τήν μᾶζαν τοῦ σώματος. Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν E τήν ἐνέργειαν τήν ἰσοδύναμον πρός ὑλικόν σῶμα μάζης m, κατά τόν τύπον (1) τῆς ἀδρανείας τῆς ἐνεργείας θά εἶναι

$$m = \frac{E}{c^2}$$

Ἐξ αὐτοῦ προκύπτει ὅτι πᾶσα μᾶζα m ἰσοδυναμεῖ πρός ἐνέργειαν

$$E = m\cdot c^2 \qquad (2)$$

Καί ἀντιστρόφως, πρός πᾶν ποσόν ἐνεργείας ἀντιστοιχεῖ ἡ πρός αὐτήν ἰσοδύναμος μᾶζα $m = E/c^2$.

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec καί

α) $E_1 = 1$ erg. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$m_1 = 1{,}1\cdot10^{-21}\ \text{gr}.$$

β) $E_2 = 1$ kgr*m $= 981000$ dyn. 100 cm $= 9{,}81\cdot10^7$ erg. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$m_2 = 1{,}09\cdot10^{-13}\ \text{gr}.$$

γ) $E_3 = 1$ eV. Εἰς τήν ἄσκησιν 6 ὑπελογίσθη ὅτι 1 eV $= 1{,}6\cdot10^{-12}$ erg. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν (1) εὑρίσκομεν

$$m_3 = 1{,}77\cdot10^{-33}\ \text{gr}.$$

66. Νά ὑπολογισθῇ (εἰς erg, kWh, cal καί eV) ἡ ἐνέργεια, ἡ ἰσοδύναμος πρός μάζαν 1 gr. Ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ = $3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Κατά τήν εἰδικήν θεωρίαν τῆς σχετικότητος πᾶσα μᾶζα εἶναι ἰσοδύναμος πρός ποσόν τι ἐνεργείας.

Μεταξύ τῆς τιμῆς m τῆς μάζης καί τῆς ἰσοδυνάμου πρός αὐτήν ἐνεργείας ὑφίσταται ἡ σχέσις

$$E = m\cdot c^2 \tag{1}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται m = 1 gr, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (1) εὑρίσκομεν

$$E = 9\cdot10^{20}\ \text{erg}.$$

Ὑπολογισμός τῆς E εἰς μονάδας kWh. Λαμβανομένου ὑπ' ὄψιν ὅτι 1 kWh $= 1\cdot3600$ kW $\cdot$ sec $= 3{,}6\cdot10^6$ W $\cdot$ sec $= 3{,}6\cdot10^6$ Joule $= 3{,}6\cdot10^{13}$ erg, εὑρίσκομεν εὐκόλως ὅτι

$$E = 25\cdot10^6\ \text{kWh}.$$

Ὑπολογισμός τῆς E εἰς cal. Ἐπειδή εἶναι 1 cal $= 4{,}2$ Joule $= 4{,}2\cdot10^7$ erg, εὑρίσκομεν ὅτι

$$E = 2{,}1\cdot10^{13}\ \text{cal}.$$

Ὑπολογισμός τῆς E εἰς eV. Εἰς τήν ἄσκησιν 6 ὑπελογίσαμεν ὅτι 1 eV $= 1{,}6\cdot10^{-12}$ erg. Εὑρίσκομεν ὅθεν ὅτι

$$E = 5{,}62\cdot10^{32}\ \text{eV}.$$

67. Ποῖον τό μῆκος κύματος τῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ἡ ὁποία ἐκπέμπεται, ὅταν ποσότης ὕλης μάζης 10^{-25} gr μετατραπῇ εἰς ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου τοιαύτης ἀκτινοβολίας. $h = 6{,}63 \cdot 10^{-27}$ g·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν m τήν μάζαν τῆς μετατετρεπομένης εἰς ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας ὕλης, τότε, ἡ ἐνέργεια τήν ὁποίαν περικλείει τό φωτόνιον τό ὁποῖον θά ἐκπεμφθῇ, θά εἶναι, κατά τόν τύπον τῆς ἰσοδυναμίας μάζης πρός ἐνέργειαν, ἴση πρός

$$E_\varphi = m \cdot c^2 \tag{1}$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἄς καλέσωμεν ν τήν συχνότητα τῆς μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας τήν ὁποίαν ἐκπροσωπεῖ τό ἐκπεμπόμενον φωτόνιον καί λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς. Θά ἔχωμεν τότε

$$E_\varphi = h \cdot \nu \tag{2}$$

καί

$$E_\varphi = h \cdot \frac{c}{\lambda} \tag{3}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (2) καί (3) καί τῆς (1) λαμβάνομεν τάς ἐξισώσεις

$$m \cdot c^2 = h \cdot \nu \tag{4}$$

$$m \cdot c^2 = h \frac{c}{\lambda} \tag{5}$$

ἐκ τῶν ὁποίων εὑρίσκομεν διά τό ν καί τό λ τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας τούς τελικούς τύπους

$$\nu = \frac{m \cdot c^2}{h} \tag{6}$$

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot c} \tag{7}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m = 10^{-25}$ gr, $h = 6{,}63 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (7) εὑρίσκομεν

$$\underline{\lambda = 2{,}21 \cdot 10^{-12}\ \text{cm}}.$$

Λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν τῆς σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 Å καί 1 cm (1 Å = 10^{-8} cm), προκύπτει

$$\lambda = 2{,}21 \cdot 10^{-4}\ \text{Å}.$$

68. Νά ὑπολογισθῆ κατά πόσον αὐξάνεται ἡ μᾶζα ποσότητος ὕδατος ὄγκου ἴσου πρός 1 λίτρον, ὅταν ἡ θερμοκρασία αὐτῆς αὐξηθῆ ἀπό 0^0 C εἰς 100^0 C. Εἰδική θερμότης τοῦ ὕδατος = 1 cal/gr.grad, πυκνότης αὐτοῦ (θεωρουμένη ὡς σταθερά) = 1 gr/cm^3, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Διά νά αὐξηθῆ ἡ θερμοκρασία ποσότητος ὕδατος, μάζης m, κατά Δt ^{0}C, ἀπαιτεῖται ὅπως προσδοθῆ εἰς αὐτήν ποσόν ἐνεργείας (θερμότητος), ἴσον πρός

$$Q = m\cdot c_{\upsilon}\cdot\Delta t \qquad (1)$$

ἔνθα c_{υ} εἶναι ἡ εἰδική θερμότης τοῦ ὕδατος.

Ἡ ἀποκτηθεῖσα ὑπό τῆς θερμανθείσης ποσότητος ὕδατος ἐνέργεια Q παρουσιάζει, κατά τήν εἰδικήν θεωρίαν τῆς σχετικότητος, ὡρισμένην ἀδράνειαν. Συνεπῶς μετά τήν θέρμανσίν του, ἡ συνολική ἀδράνεια τοῦ ὕδατος θά ἐμφανισθῆ ηὐξημένη.

Εἰς τήν ἐπί πλέον ἐκ τῆς ἀποταμιευθείσης ἐντός τοῦ ὕδατος ἐνεργείας Q ἀδράνειαν, ἀποδίδομεν τήν ἔννοιαν μιᾶς νέας μάζης Δm, συμφώνως δέ πρός τήν σχέσιν ἰσοδυναμίας μάζης πρός ἐνέργειαν θά εἶναι

$$Q = \Delta m\cdot c^2 \qquad (2)$$

ἔνθα c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$m\cdot c_{\upsilon}\cdot\Delta t = \Delta m\cdot c^2 \qquad (3)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τήν ἐπελθοῦσαν αὔξησιν τῆς μάζης τοῦ ὕδατος ὁ τελικός τύπος

$$\underline{\Delta m = \frac{mc_{\upsilon}\cdot\Delta t}{c^2}} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $c_{\upsilon} = 1$ cal/gr.grad = 4,18 Joule/gr·grad = $4{,}18\cdot10^7$ erg/gr·grad, $\Delta t = 100^0$C, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec. Ἐκ τῆς δοθείσης τιμῆς τῆς (σταθερᾶς) πυκνότητος τοῦ ὕδατος συνάγομεν ὅτι 1 cm^3 ὕδατος ἔχει μᾶζαν 1 gr καί συνεπῶς ἡ δοθεῖσα ποσότης ὕδατος ὄγκου 1 λίτρου = 10^3 cm^3 ἔχει μᾶζαν $m = 10^3$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\underline{\Delta m = 4{,}64\cdot10^{-9}\ \text{gr}}\ .$$

69. Ἐπί πόσον χρόνον πρέπει νά λειτουργήσῃ λυχνία πυρακτώσεως, ἰσχύος 80 W, ἵνα ἡ μᾶζα τοῦ νήματός της ἐλαττωθῇ κατά $2\cdot 10^{-5}$ gr. $c = 3\cdot 10^{10}$ cm / sec.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν N τήν ἰσχύν τῆς λυχνίας, τότε, ἡ ἐν τῷ νήματι ἐκλυομένη ἐντός χρόνου t ἐνέργεια E, θά εἶναι, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἰσχύος $N = E/t$, ἴση πρός

$$E = N\cdot t \qquad (1)$$

Ἐάν παραδεχθῶμεν ὅτι ἡ ἔκλυσις ἐνεργείας ἐν τῷ νήματι τῆς λυχνίας ὠφείλετο εἰς μετατροπήν μέρους τῆς μάζης αὐτοῦ εἰς ἐνέργειαν συμφώνως πρός τόν τύπον $E = m\cdot c^2$, τότε ἐάν καλέσωμεν Δm τήν μάζαν ἐκ τοῦ νήματος ἥτις μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν ἐντός τοῦ ἀνωτέρω χρόνου (τοῦ χρόνου τῆς ἐκλύσεως τῆς ἐνεργείας E), θά εἶναι

$$E = \Delta m\cdot c^2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$Nt = \Delta m\cdot c^2 \qquad (3)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει ὅτι τό χρονικόν διάστημα εἰς τό τέλος τοῦ ὁποίου ἐπέρχεται ἐλάττωσις τῆς μάζης τοῦ νήματος ἴση πρός Δm, εἶναι ἴσον πρός

$$t = \frac{\Delta m\cdot c^2}{N} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται N = 80 W = 80 Joule/sec = $80\cdot 10^7$ erg / sec = $8\cdot 10^8$ erg / sec, $\Delta m = 2\cdot 10^{-5}$ gr, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm / sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν τόν ζητούμενον χρόνον εἰς μονάδας sec. Ἐάν μετατρέψωμεν αὐτόν εἰς ὥρας εὑρίσκομεν τελικῶς

t = 6232 h καί 30 min.

70. Κατά τήν ἕνωσιν ἑνός γραμμομορίου ὑδρογόνου πρός ἕν γραμμάτομον ὀξυγόνου ἐκλύεται ποσόν θερμότητος, ἴσον πρός 69 kcal. Εἰς πόσον τοῖς % τῆς συνόλου μάζης τῶν ἀντιδρώντων στοιχείων ἀντιστοιχεῖ ἡ κατά τήν ἀντίδρασιν ἀναπτυσσομένη ἐνέργεια. Μοριακόν βάρος ὑδρογόνου = 2, ἀτομικόν βάρος ὀξυγόνου = 16, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm / sec.

Λύσις. Συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ γραμμομορίου θά εἶναι

1 γραμμομόριον ὑδρογόνου = 2 gr ὑδρογόνου

κατά δέ τόν ὁρισμόν τοῦ γραμματόμου (βλ. ἄσκησιν 75)

1 γραμμάτομον ὀξυγόνου = 16 gr ὀξυγόνου

Ἤτοι τό ἀντιδρῶν (πλήρως) μῖγμα ἔχει συνολικήν μάζαν 18 gr.

Κατά τήν ἕνωσιν τῶν συστατικῶν τοῦ μίγματος στοιχείων ἐκλύεται, κατά τήν ἐκφώνησιν, ποσόν ἐνεργείας (θερμότητος) ἴσον πρός 69 kcal, ἤτοι ἴσον πρός $69\cdot10^3$ cal $= 69\cdot10^3\cdot4{,}18$ Joule $= 69\cdot10^3\cdot4{,}18\cdot10^7$ erg $= 2{,}88\cdot10^{12}$ erg.

Ἡ ἐκλυομένη ἐνέργεια προέρχεται ἐκ τῆς μετατροπῆς εἰς ἐνέργειαν μέρους Δm τῆς μάζης τοῦ μίγματος, εὑρισκομένου ἐκ τῆς σχέσεως $\Delta m = E/c^2$, ἐάν εἰς αὐτήν θέσωμεν $E = 2{,}88\cdot10^{12}$ erg καί $c = 3\cdot10^{10}$ cm / sec. Εὑρίσκομεν τότε $\Delta m = 3{,}2\cdot10^{-9}$ gr. Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ἤδη εὐκόλως ὅτι, τό κατά τήν ἀντίδρασιν ἐξαφανιζόμενον μέρος τῆς μάζης τοῦ μίγματος ἀντιστοιχεῖ εἰς

$$1{,}78\cdot10^{-8}\ \%$$

τῆς συνόλου μάζης τοῦ ἀντιδρῶντος ὀξυγόνου καί ὑδρογόνου.

71. Ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου, εὑρισκομένου ἐν ἠρεμίᾳ, εἶναι ἴση πρός $9\cdot10^{-28}$ gr. Πόση καθίσταται ἡ μᾶζα αὐτοῦ, ὅταν τοῦτο κέκτηται ταχύτητα, ἴσην πρός τά 9/10 τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

Λύσις. Κατά τήν ειδικήν θεωρίαν τῆς σχετικότητος, ἡ μᾶζα m ἑνός κινουμένου σώματος δέν παραμένει σταθερά, ἀλλά εἶναι συνάρτησις τῆς ταχύτητος τοῦ υ, μεταβαλλομένη μετ' αὐτῆς κατά τόν τύπον

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} \qquad (1)$$

ἔνθα m_o εἶναι ἡ μᾶζα ἠρεμίας τοῦ σώματος, ἤτοι ἡ μᾶζα τήν ὁποίαν ἔχει τό σῶμα, ὅταν εἶναι ἀκίνητον καί c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

Ἐπειδή ἡ μᾶζα ἀποτελεῖ τό μέτρον τῆς ἀδρανείας ἑνός σώματος ἕπεται ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὅτι ἡ ἀδράνεια κινουμένου σώματος ἔναντι δυναμικῆς ἐπιδράσεως ἐμφανίζεται ηὐξημένη, ἐν συγκρίσει πρός τήν ἀδράνειαν αὐτοῦ εὑρισκομένου εἰς κατάστασιν ἠρεμίας.

Ἡ αὔξησις αὕτη τῆς ἀδρανείας ὀφείλεται, κατά τήν εἰδικήν θεωρίαν τῆς σχετικότητος, εἰς τήν ἀδράνειαν τήν ὁποίαν παρουσιάζει ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται τό κινούμενον σῶμα (βλ. ἄσκησιν 65).

Ἐφ' ὅσον λοιπόν πᾶν ποσόν ἐνεργείας κέκτηται ἀδράνειαν, καί ἐπειδή ὡς μέτρον τῆς ἀδρανείας χρησιμεύει ἡ ἑκάστοτε τιμή τῆς μάζης, ἕπεται ὅτι εἰς τήν ἐπί πλέον ἐκ τῆς κινητικῆς του ἐνεργείας ἀδράνειαν θά ἀντιστοιχεῖ ἡ ἔννοια μιᾶς νέας μάζης, ὁπότε ἡ μᾶζα τοῦ κινουμένου σώματος θά ἐμφανίζεται ηὐξημένη.

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_0 = 9\cdot 10^{-28}$ gr, $\upsilon = \frac{9}{10}\cdot c$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$\underline{m = 20,61\cdot 10^{-28}\ \text{gr}.}$$

Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου καθίσταται διπλασία περίπου τῆς τῆς ἠρεμίας.

72. Ἠλεκτρόνιον διατρέχει ἐν τῷ κενῷ τήν ἀπόστασιν ἀνόδου - καθόδου, μεταξύ τῶν ὁποίων ὑφίσταται τάσις 30 kV. Ὑπολογίσατε α) τήν τελικήν του ταχύτητα, β) ἄν ἡ κινητική του ἐνέργεια μετατραπῆ πλήρως εἰς ἀκτινοβολίαν, ποῖον τό μῆκος κύματος εἰς Angström. Ἐπίσης ὑπολογίσατε τήν ἰσοδύναμον μᾶζαν πρός ἐνέργειαν ἑνός ἑκατομμυρίου κιλοβατωρίων. Σταθερά Planck $= 6,6\cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου $= 9\cdot 10^{-28}$ gr, φορτίον αὐτοῦ $= 1,6\cdot 10^{-19}$ κουλόμπ.

(Ε.Μ.Πολυτεχνεῖον. Ἀνωτάτη Σχολή Μηχανολόγων - Ἠλεκτρολόγων. Εἰσαγωγικαί ἐξετάσεις 1958).

Λύσις. α) Τό ἠλεκτρόνιον, ἅμα τῇ ἐξόδῳ του ἐκ τῆς καθόδου, εὑρίσκεται ἐντός τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, τό ὁποῖον ὑφίσταται μεταξύ τῆς ἀνόδου καί τῆς καθόδου τοῦ σωλῆνος. Ἐπ' αὐτοῦ θά ἐξασκηθῇ τότε ὑπό τοῦ πεδίου μία δύναμις, ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς ὁποίας τό ἠλεκτρόνιον θά κινηθῇ μέχρι τῆς ἀνόδου.

Ἄς καλέσωμεν e τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου καί U τήν τάσιν ἥτις ἐφαρμόζεται μεταξύ τῶν δύο ἠλεκτροδίων. Τότε τό ἔργον τό ὁποῖον ἔχει παραχθῆ ὑπό τοῦ πεδίου εἰς τό τέλος τῆς μετακινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου ἀπό τῆς καθόδου ἕως τήν ἄνοδον θά εἶναι ἴσον πρός

$$A = e\cdot U \qquad (1)$$

Τό ἔργον τοῦτο μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου. Ἐάν συνεπῶς ὑποθέσωμεν ὅτι τό ἠλεκτρόνιον εἶχε κατά τήν ἔξοδόν του ἐκ τῆς καθόδου ταχύτητα μηδέν, ἡ τελική κινητική του ἐνέργεια, ἤτοι ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου τοῦ σωλῆνος, θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = e\cdot U \qquad (2)$$

Ἔστω υ ἡ ζητουμένη τελική ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου, ἤτοι ἡ ταχύτης μέ τήν ὁποίαν προσκρούει τοῦτο ἐπί τῆς ἀνόδου καί m ἡ μᾶζα αὐτοῦ. Θά εἶναι τότε

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2 \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{1}{2}\, m\cdot \upsilon^2 = e\cdot U \qquad (4)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν ζητουμένην τελικήν ταχύτητα τόν τύπον

$$\upsilon = \sqrt{2\cdot \frac{e}{m}\cdot U} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 30$ kilovolt $= 30\cdot 10^{3}$ V $= 3\cdot 10^4$ V. Ἐπειδή εἶναι 1 ΗΣΜ-τάσεως $= 300$ V θά εἶναι $U = 30\cdot 10^4/300$ ΗΣΜ-τάσεως. $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-τάσεως, $m = 9\cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$\upsilon = 1{,}03\cdot 10^{10} \ \text{cm/sec}.$$

Σημείωσις. Παρατηροῦμεν ὅτι αἱ τιμαί τάς ὁποίας λαμβάνει ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου πλησίον τῆς ἀνόδου, δέν δύνανται νά θεωρηθοῦν μικραί ἐν συγκρίσει πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

Συνεπῶς τό ἠλεκτρόνιον κινεῖται εἰς τήν περιοχήν αὐτήν μέ συνεχῶς καί σημαντικῶς αὐξανομένην ἀδράνειαν, ὁπότε ὅμως δέν δυνάμεθα νά χρησιμοποιήσωμεν τόν τύπον $E = \frac{1}{2}\cdot m\cdot \upsilon^2$ τῆς συνήθους Μηχανικῆς. Ταῦτα δέν λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν εἰς τήν ἀνωτέρω λύσιν.

β) Ἡ τελική κινητική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου μετατρέπεται πλήρως κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου εἰς ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας. Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν $E_φ$ τήν περικλειομένην ὑπό τοῦ ἐκπεμπομένου φωτονίου ἐνέργειαν, θά εἶναι

$$E_φ = e \cdot U \tag{6}$$

Ἀφ᾽ ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν ν τήν συχνότητα καί λ τό μῆκος κύματος τῆς μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας τήν ὁποίαν ἐκπροσωπεῖ τό ἐκπεμπόμενον φωτόνιον, θά εἶναι

$$E_φ = h \cdot ν \tag{7}$$

ἤ

$$E_φ = h\frac{c}{λ} \tag{8}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (7) καί (8) καί τῆς (6) προκύπτουν αἱ ἐξισώσεις

$$e \cdot U = h \cdot ν \tag{9}$$

$$e \cdot U = h\frac{c}{λ} \tag{10}$$

ἐκ τῶν ὁποίων εὑρίσκομεν διά τά ν καί λ τούς τελικούς τύπους

$$ν = \frac{e \cdot U}{h} \tag{11}$$

$$λ = \frac{e \cdot U}{h \cdot c} \tag{12}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 3 \cdot 10^4/300$ ΗΣΜ-τάσεως, $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Cb. Ἐπειδή 1 Cb $= 3 \cdot 10^9$ ΗΣΜ-φορτίου, ἕπεται ὅτι $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^9$ ΗΣΜ-φορτίου $= 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (12) εὑρίσκομεν

$$λ = 4,12 \cdot 10^{-9} \text{ cm}.$$

Ἐπειδή, ὡς γνωστόν, εἶναι 1 Ångström $= 10^{-8}$ cm, θά ἔχωμεν

$$λ = 0,412 \text{ Å}.$$

Τό ἐκπεμπόμενον φωτόνιον εἶναι ἕν φωτόνιον μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen, μήκους κύματος 0,412 Å.

γ) Κατά τόν τύπον $E = m \cdot c^2$ τῆς ἰσοδυναμίας μάζης πρός ἐνέργειαν, ἡ μᾶζα m, ἥτις εἶναι ἰσοδύναμος πρός ποσόν ἐνεργείας E, ἰσοῦται πρός

$$m = \frac{E}{c^2} \qquad (13)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E = 10^6$ kWh $= 10^6 \cdot 3600$ kW·sec $= 10^6 \cdot 3600 \cdot 10^3$ W·sec $= 3,6 \cdot 10^{12}$ W·sec $= 3,6 \cdot 10^{12}$ Joule $= 3,6 \cdot 10^{19}$ erg, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (13) εὑρίσκομεν

$$m = 0,04 \text{ gr} .$$

73. α) Νά ὑπολογισθῆ (εἰς MeV) ἡ ἐνέργεια, ἡ ἰσοδύναμος πρός τήν μᾶζαν ἠρεμίας ἑνός ἠλεκτρονίου. β) Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου ὥστε ἕν ἠλεκτρόνιον, τό ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τοῦ πρώτου καί διανύει στήν μεταξύ αὐτῶν ἀπόστασιν, ν' ἀποκτήσῃ εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του κινητικήν ἐνέργειαν, ἴσην πρός τήν ἐνέργειαν, τήν ἰσοδύναμον πρός τήν μᾶζαν ἠρεμίας αὐτοῦ. γ) Ποία ἡ τελική ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν. δ) Πόση καθίσταται ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του. Μᾶζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου $= 9,1 \cdot 10^{-28}$ gr, φορτίον αὐτοῦ $= 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, 1 eV $= 1,6 \cdot 10^{-12}$ erg.

Λύσις. α) Ἡ ἐνέργεια E ἥτις εἶναι ἰσοδύναμος πρός τήν μᾶζαν ἠρεμίας m_o τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι, κατά τήν σχέσιν ἰσοδυναμίας ἐνεργείας πρός μᾶζαν, ἴση πρός

$$E = m_o c^2 \qquad (1)$$

ἔνθα c ἡ ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$ gr, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$E = 8,19 \cdot 10^{-7} \text{ erg} .$$

Ἐκ τῆς δοθείσης σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 erg καί eV, εὑρίσκομεν ὅτι

$$\underline{E = 5{,}1\cdot 10^{5}\ \mathrm{eV}}$$

ἐπειδή δέ 1 MeV = 10^6 eV

$$\underline{E = 0{,}51\ \mathrm{MeV}.}$$

β) Τό ἠλεκτρόνιον ὀφείλει ν'ἀποκτήσῃ εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ πεδίου κινητικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = m_o c^2 \qquad (2)$$

Ἄς καλέσωμεν U τήν διαφοράν δυναμικοῦ, ἥτις πρέπει νά ὑφίσταται μεταξύ τῶν δύο σημείων, διά νά ἐπιτευχθῇ τοῦτο. Τότε τό ἔργον τό ὁποῖον θά ἔχῃ παραχθῇ ὑπό τοῦ πεδίου εἰς τό τέλος τῆς μετακινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου μεταξύ τῶν δύο σημείων, θά εἶναι, ὡς γνωστόν, ἴσον πρός A = e·U, τοῦτο δέ, ὡς γνωρίζομεν, μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου.

Ἐπειδή δέ τό ἠλεκτρόνιον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τοῦ πρώτου σημείου, ἕπεται ὅτι ἡ κινητική του ἐνέργεια εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = e\cdot U \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$m_o c^2 = e\cdot U \qquad (4)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τήν ζητουμένην τάσιν ὁ τύπος

$$\underline{U = \frac{m_o c^2}{e}} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $m_o = 9{,}1\cdot 10^{-28}$ gr, e = $4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, c = $3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$\underline{U = 1{,}68\cdot 10^{3}\ \text{ΗΣΜ-τάσεως}}$$

Ἐπειδή 1 ΗΣΜ-τάσεως = 300 V εὑρίσκομεν

$$\underline{U = 504000\ \mathrm{V} = 504\ \mathrm{kV}.}$$

γ) Ἡ τελική ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου, τήν ὁποίαν ἄς καλέσωμεν υ, θά ὑπολογισθῇ ἐκ τῆς ἐξισώσεως $E_{\kappa\iota\nu}(\upsilon) = m_o c^2$, ἔνθα $E_{κιν}(υ)$ εἶναι ἡ τελική κινητική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου, ἐκφραζομένη συναρτήσει τῆς τελικῆς ταχύτητος υ. Ἐάν αἱ τιμαί τάς ὁποίας λαμβάνει διαδοχικῶς ἡ ταχύτης τοῦ ἐπιταχυνομένου ἠλεκτρονίου ἦσαν μικραί ἐν συγκρίσει πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ, ὁπότε ἡ μᾶζα αὐτοῦ θά ἠδύνατο πρακτικῶς νά θεωρηθῆ σταθερά, θά ἐθέταμεν εἰς τήν ἀνωτέρω ἐξίσωσιν $E_{κιν}(υ) = \frac{1}{2} m_o \cdot υ^2$, τήν γνωστήν δηλ. ἐκ τῆς συνήθους Μηχανικῆς τιμήν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας.

Προκειμένου ὅμως ὅπως τό ἠλεκτρόνιον, ἐπιταχυνόμενον, ἀποκτήσῃ τελικῶς κινητικήν ἐνέργειαν τόσον μεγάλην, ὅση εἶναι ἡ ἰσοδύναμος πρός τήν μᾶζαν ἠρεμίας αὐτοῦ ἐνέργεια, ἡ ταχύτης αὐτοῦ θά λάβῃ κατά τήν διάρκειαν τῆς ἐπιταχύνσεως τιμάς αἵτινες δέν δύνανται νά θεωρηθοῦν μικραί ἐν συγκρίσει πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός. Τό ἠλεκτρόνιον συνεπῶς θά κινῆται μέ συνεχῶς καί σημαντικῶς αὐξανομένην τήν ἀδράνειάν του (ἡ αὔξησις αὐτῆς ὀφείλεται εἰς τήν ἀδράνειαν τῆς ὑπ' αὐτοῦ ἀποκτωμένης διαρκῶς μεγαλυτέρας κινητικῆς ἐνεργείας). Ἐξ αὐτοῦ δέ θά προκύπτουν διαρκῶς μεγαλύτεραι τιμαί τῆς μάζης του, ὁπότε ἡ τελική κινητική του ἐνέργεια δέν θά εἶναι ἴση πρός $\frac{1}{2} m \cdot υ^2$.

Ἡ εἰδική θεωρία τῆς σχετικότητος δίδει διά τήν περίπτωσιν αὐτήν διά τήν ἀποκτηθεῖσαν κινητικήν ἐνέργειαν τόν τύπον

$$E_{κιν} = (m_υ - m_o)\, c^2 \qquad (6)$$

ἔνθα

$$m_υ = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{υ^2}{c^2}}} \qquad (7)$$

εἶναι ἡ τιμή τήν ὁποίαν λαμβάνει ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του, δηλ. ὅταν ἔχει ταχύτητα υ. Συνεπῶς ἡ ταχύτης υ θά προκύψῃ ἐκ τῆς ἐξισώσεως

$$\frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{υ^2}{c^2}}} - m_o c^2 = m_o c^2 \qquad (8)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ταχύτητς τήν ὁποίαν κέκτηται τό ἠλεκτρόνιον, ὅταν ἡ κινητική του ἐνέργεια καταστῆ ἴση πρός τήν ἰσοδύναμον ἐνέργειαν τῆς μάζης ἠρεμίας αὐτοῦ, εἶναι ἴση πρός

$$υ = \frac{\sqrt{3} \cdot c}{2}$$

δ) Ἡ τιμή τήν ὁποίαν λαμβάνει ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του εὑρίσκεται ἐκ τοῦ τύπου (7) ἐάν εἰς αὐτόν θέσωμεν $\upsilon = \frac{\sqrt{3}\,c}{2}$. Εὑρίσκομεν τότε

$$m_\upsilon = 2\ m_o$$

Ἤτοι ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου καθίσταται διπλασία τῆς μάζης ἠρεμίας αὐτοῦ.

Τό ἀποτέλεσμα τοῦτο ἔπρεπε ν'ἀναμένεται, καθ'ὅσον, ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ ἠλεκτρονίου γίνῃ ἴση πρός $\sqrt{3}c/2$, ἡ ἀδράνεια τῆς κτηθείσης ὑπ'αὐτοῦ κινητικῆς ἐνεργείας εἶναι ἴση πρός τήν ἀδράνειαν τοῦ ἠλεκτρονίου ἠρεμοῦντος, ἤ κεκτημένου ταχύτητα μικράν ἐν συγκρίσει πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

74. α) Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ὥστε ἕν ἠλεκτρόνιον, τό ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τοῦ πρώτου καί διανύει τήν μεταξύ αὐτῶν ἀπόστασιν, ν'ἀποκτήσῃ εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του τελικήν ταχύτητα ἴσην πρός τό ἥμισυ τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ. β) Ποία ἡ ἐπί τοῖς ἑκατόν αὔξησις τῆς μάζης ἑνός ἠλεκτρονίου κινουμένου μέ τήν ταχύτητα αὐτήν. Μᾶζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου = $9\cdot10^{-28}$ gr, e = $4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, c = $3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν U τήν διαφοράν δυναμικοῦ, ἥτις δέον νά ὑφίσταται μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ πεδίου, ἵνα τό ἠλεκτρόνιον (μάζης ἠρεμίας m_o) ἀποκτήσῃ εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του ταχύτητα, ἴσην πρός τό ἥμισυ τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ. Τότε, ἄν καλέσωμεν $E_{\kappa\iota\nu}$ τήν τελικήν τιμήν τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τοῦ ἠλεκτρονίου, θά εἶναι

$$E_{\kappa\iota\nu} = e\cdot U \qquad (1)$$

καί

$$E_{\kappa\iota\nu} = (m_\upsilon - m_o)\cdot c^2 \qquad (2)$$

ἔνθα

$$m_\upsilon = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{(c/2)^2}{c^2}}} \qquad (3)$$

Ἐκφράζομεν τήν κινητικήν ἐνέργειαν διά τῆς σχέσεως (2), καθ'ὅσον ἡ ἐπιδιωκομένη τελική ταχύτης (c/2) εἶναι παραπλησία πρός τήν ταχύτητα τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ.

Ἐκ τῶν σχέσεων (1), (2) καί (3) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$eU = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{(c/2)^2}{c^2}}} - m_o c^2 \qquad (4)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν ζητουμένην τάσιν τόν τύπον

$$\upsilon = \frac{(2-\sqrt{3})m_o c^2}{\sqrt{3}\cdot e} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: α) Δίδονται $m_o = 9\cdot10^{-28}$ gr, $c = 3\cdot10^{10}$ cm / sec, $e = 4,8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$U = 2,6\cdot10^2 \text{ ΗΣΜ-τάσεως}$$

Ἐπειδή 1 ΗΣΜ-τάσεως = 300 V, εὑρίσκομεν

$$U = 7,8\cdot10^4 \text{ V} = 78 \text{ kV (περίπου)}$$

β) Ἐάν εἰς τόν τύπον (3) θέσωμεν $\upsilon = \frac{c}{2}$, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου, ὅταν κινῆται μέ τήν ταχύτητα αὐτήν, καθίσταται ἴση πρός

$$m = 1,15\cdot m_o$$

ἤτοι, ἡ ἐπερχομένη αὔξησις τῆς μάζης εἶναι ἴση πρός $\Delta m = 0,15 m_o$.

Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν εὐκόλως ὅτι ἡ ἐπί τοῖς % αὔξησις τῆς μάζης τοῦ ἠλεκτρονίου εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν εἶναι ἴση πρός

15 %.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ'
ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΔΙΑΣΤΑΣΕΙΣ ΑΤΟΜΩΝ ΚΑΙ ΜΟΡΙΩΝ

75. Τό ἀτομικόν βάρος τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴσον πρός 63,54. Νά ὑπολογισθοῦν α) ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου χαλκοῦ, β) ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων χαλκοῦ, τῶν περιεχομένων εἰς 1 cm^3 χαλκοῦ, γ) ἡ τιμή τοῦ γραμματόμου τοῦ χαλκοῦ. Ἡ πυκνότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴση πρός 8,93 gr/cm^3, μᾶζα τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου = $1,67 \cdot 10^{-24}$ gr.

Παρατήρησις. Δεχόμεθα κατ' ἀρχήν ὅτι ὅλα τά ἄτομα τοῦ χαλκοῦ κέκτηνται τήν αὐτήν μᾶζαν. Τοῦτο βεβαίως δέν εἶναι εἰς τήν πραγματικότητα ἀληθές, καθόσον ὁ ἐν τῇ φύσει ἐμφανιζόμενος χαλκός συνίσταται ἐκ δύο **ἰσοτόπων**, ἐξ ἀτόμων δηλ. χαλκοῦ δύο διαφόρων τιμῶν μάζης. Ἐνταῦθα θά θεωρήσωμεν τόν χαλκόν ὡς στερούμενον ἰσοτόπων.

Λύσις. α) Τό χημικόν ἀτομικόν **βάρος** ἤ ἁπλῶς ἀτομικόν βάρος ἑνός στοιχείου ὁρίζεται, ὡς ὁ λόγος τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου τοῦ στοιχείου, θεωρουμένου ὅτι ἀποτελεῖται ἐξ ὁμοίων κατά τήν μᾶζαν ἀτόμων, πρός τήν μᾶζαν ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου.

Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν $A_{χαλκοῦ}$ τό ἀτομικόν βάρος τοῦ χαλκοῦ (ὅλα τά ἄτομά του θεωροῦνται ἐνταῦθα ὡς ἔχοντα τήν αὐτήν μᾶζαν), συμφώνως πρός τόν δοθέντα ὁρισμόν τοῦ ἀτομικοῦ βάρους, θά εἶναι

$$A_{χαλκοῦ} = \frac{m_{ἀτόμου\ χαλκοῦ}}{m_{ἀτόμου\ ὑδρογόνου}} \quad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) συμπεραίνομεν ὅτι ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου χαλκοῦ προκύπτει διά πολλαπλασιασμοῦ τοῦ ἀτομικοῦ βάρους τοῦ χαλκοῦ ἐπί τήν μᾶζαν τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, ἤτοι θά εἶναι

$$m_{ἀτόμου\ χαλκοῦ} = A_{χαλκοῦ} \cdot m_{ἀτόμου\ ὑδρογόνου} \quad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $A_{χαλκοῦ}$ = 63,54, $m_{ἀτόμου\ ὑδρογόνου}$ = 1,67·10^{-24} gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) εὑρίσκομεν

$$m_{ἀτόμου\ χαλκοῦ} = 108{,}018 \cdot 10^{-24}\ \text{gr}.$$

Σημείωσις. Ὁ ἀνωτέρω δοθείς ὁρισμός τοῦ ἀτομικοῦ βάρους ἰσχύει μόνον κατά προσέγγισιν. Ἀκριβέστερον τό (χημικόν) ἀτομικόν βάρος ἑνός στοιχείου ὁρίζεται ὡς ὁ λόγος τῆς μάζης τυχόντος ἀτόμου τοῦ στοιχείου, θεωρουμένου ὅτι ἀποτελεῖται ἐξ ὁμοειδῶν κατά τήν μάζαν ἀτόμων, πρός τό 1/16 τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου ὀξυγόνου, τοῦ ὁποίου τά ἄτομα θεωροῦμεν ὡς μαζικῶς τά αὐτά.
Ὁ ὁρισμός οὗτος δύναται νά διατυπωθῇ καί ὡς ἑξῆς: Ἀτομικόν βάρος στοιχείου – θεωρουμένου ὡς ἀνωτέρω – καλεῖται τό 16πλάσιον τοῦ λόγου τῆς μάζης ἑνός πλήθους ἀτόμων τοῦ στοιχείου πρός τήν μάζαν ἴσου ἀριθμοῦ (ὁμοειδῶν κατά τήν μάζαν) ἀτόμων ὀξυγόνου.

β) Ἐφ' ὅσον ἡ πυκνότης τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴση πρός 8,93 gr /cm^3, ἕπεται ὅτι 1 cm^3 χαλκοῦ ἔχει μάζαν 8,93 gr.
Ἐκ τῆς εὑρεθείσης ἀνωτέρω τιμῆς τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου χαλκοῦ εὑρίσκομεν ἤδη, διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν, ὅτι εἰς 1 cm^3 χαλκοῦ περικλείονται

$$8{,}26 \cdot 10^{22}\ \text{ἄτομα χαλκοῦ}.$$

γ) Τό γραμμάτομον ἑνός στοιχείου ὁρίζεται, κατ' ἀνάλογον τρόπον ὡς καί τό γραμμομόριον, ὡς ἡ ποσότης ἐκείνη τοῦ στοιχείου, ἥτις ἔχει μάζαν τόσων γραμμαρίων, ὅσον εἶναι τό ἀτομικόν βάρος τοῦ στοιχείου.
Συνεπῶς, ἐφ' ὅσον τό ἀτομικόν βάρος τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴσον πρός 63,54, ἕπεται ὅτι ἡ τιμή τοῦ γραμματόμου τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴση πρός

$$63{,}54\ \text{gr χαλκοῦ}.$$

76. Τό ἀτομικόν βάρος τοῦ ἀζώτου εἶναι ἴσον πρός 14. Νά ὑπολογισθοῦν α) ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου ἀζώτου, β) ἡ μᾶζα ἑνός μορίου ἀζώτου, γ) ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων καί ὁ ἀριθμός τῶν μορίων ἀζώτου, τῶν περιεχομένων εἰς 1 λίτρον ἀζώτου, εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας. Μάζα ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου = 1,67·10^{-24} gr.

Παρατήρησις. Δεχόμεθα ὅτι τό ἄζωτον συνίσταται ἐξ ὁμοίων κατά τήν μάζαν ἀτόμων.

Λύσις. Δίδονται: ἀτομικόν βάρος τοῦ ἀζώτου

ζώτου, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ ἀτομικοῦ βάρους, θά εἶναι

$$A_{\text{ἀζώτου}} = \frac{m_{\text{ἀτομου ἀζώτου}}}{m_{\text{ἀτομου ὑδρογόνου}}} \qquad (1)$$

Ἡ τιμή τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου ἀζώτου θά εἶναι ὅθεν ἴση πρός

$$m_{\text{ἀτόμου ἀζώτου}} = A_{\text{ἀζώτου}} \cdot m_{\text{ἀτόμου ὑδρογόνου}} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $A_{\text{ἀζώτου}} = 14$, $m_{\text{ἀτομου ὑδρογόν.}} = 1,67 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$m_{\text{ἀτόμ. ἀζώτου}} = 23,38 \cdot 10^{-24} \text{ gr.}$$

β) Τό μόριον τοῦ ἀζώτου συνίσταται, ὡς γνωστόν, ἐκ δύο ἀτόμων ἀζώτου. Ἐπομένως ἡ μᾶζα ἑνός μορίου ἀζώτου θά εἶναι διπλασία τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου αὐτοῦ.

Ἐκ τῆς εὑρεθείσης τιμῆς τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου ἀζώτου εὑρίσκομεν ὅτι ἡ μᾶζα $m_{\text{μορίου ἀζώτου}}$ ἑνός μορίου ἀζώτου εἶναι ἴση πρός

$$m_{\text{μορίου ἀζώτου}} = 46,76 \cdot 10^{-24} \text{ gr.}$$

γ_1) Ἐπειδή τό μόριον τοῦ ἀζώτου ἀποτελεῖται ἐκ δύο ἀτόμων ἀζώτου, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ μοριακοῦ βάρους ἕπεται ὅτι τό μοριακόν του βάρος εἶναι ἴσον πρός τό διπλάσιον τοῦ ἀτομικοῦ, ἤτοι ἴσον πρός 28. Συνεπῶς, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ γραμμομορίου, ἡ τιμή τοῦ γραμμομορίου τοῦ ἀζώτου θά εἶναι ἴση πρός 28 gr ἀζώτου.

Ἀφ' ἑτέρου γνωρίζομεν ὅτι, ὑπό κανονικάς συνθήκας, ἕν γραμμομόριον ἀζώτου, ἤτοι 28 gr ἀζώτου, καταλαμβάνει ὄγκον ἴσον πρός 22,4 λίτρα. Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ἐξ αὐτοῦ ὅτι 1 λίτρον ἀζώτου, εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας, ἔχει μᾶζαν 1,25 gr. Δεδομένου δέ ὅτι, ὡς εὑρέθη ἀνωτέρω, ἕν ἄτομον ἀζώτου ἔχει μᾶζαν $23,38 \cdot 10^{-24}$ gr, διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ὅτι εἰς 1 λίτρον ἀζώτου (= 1,25 gr ἀζώτου) ὑπό κανονικάς συνθήκας περικλείονται

$$5,34 \cdot 10^{22} \text{ ἄτομα ἀζώτου.}$$

γ_2) Ἐφ' ὅσον ἕν μόριον ἀζώτου ἀποτελεῖται ἐκ δύο ἀτόμων ἀζώτου, ὁ ἀριθμός τῶν ἐντός 1 λίτρου ἀζώτου περιεχομένων μορίων ἀζώτου θά εἶναι ἴσος πρός τό ἥμισυ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἐντός αὐτοῦ περιεχομένων ~~μορίων~~ ἀτόμων ἀζώτου, ἤτοι ἴσος πρός

$$2,67 \cdot 10^{22}.$$

77. Τό ἀτομικόν βάρος τοῦ ὑδρογόνου εἶναι ἴσον πρός 1. Δίδεται ἡ σταθερά Loschmidt, ἴση πρός $6,02 \cdot 10^{23}$ Mol^{-1}. Νά ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου.

Παρατήρησις. Εἰς τήν παροῦσαν ἄσκησιν ὡς καί εἰς τάς ἑπομένας τοῦ κεφαλαίου αὐτοῦ, ὑποθέτομεν ὅτι τά θεωρούμενα εἰς αὐτάς στοιχεῖα συνίστανται ἐξ ἀτόμων ὁμοίων κατά τήν μᾶζαν.

Λύσις. Ἡ πειραματικῶς προσδιοριζομένη

$$\text{σταθερά Loschmidt} = 6,02 \cdot 10^{23}\ \text{Mol}^{-1}$$

δηλοῖ ὅτι εἰς ἕν γραμμομόριον οἱασδήποτε οὐσίας, θεωρουμένης ὡς χημικῆς ἑνώσεως, περιέχεται ὁ αὐτός ἀριθμός μορίων τῆς οὐσίας, ἴσος πρός $6,02 \cdot 10^{23}$.

Εἰς τήν περίπτωσιν (ἀερίου) στοιχείου γνωρίζομεν ἀφ' ἑτέρου ὅτι εἰς ἕν γραμμάτομον αὐτοῦ, εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας, περιέχεται ὁ αὐτός ἀριθμός ἀτόμων πρός τόν τῶν ἐν τῷ γραμμομορίῳ αὐτοῦ περιεχομένων, ὑπό κανονικάς συνθήκας, μορίων, ἤτοι $6,02 \cdot 10^{23}$ ἄτομα τοῦ στοιχείου. Συνεπῶς εἰς

$$1\ \text{γραμμάτομον ὑδρογόνου} = 1\ \text{gr ὑδρογόνου}$$

εὑρισκομένου ὑπό κανονικάς συνθήκας, περιέχονται

$$6,02 \cdot 10^{23}\ \text{ἄτομα ὑδρογόνου}$$

ἤτοι, ἡ συνολική μᾶζα $6,02 \cdot 10^{23}$ ἀτόμων ὑδρογόνου ἰσοῦται πρός 1 gr.

Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκεται ἐξ αὐτοῦ ὅτι ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου εἶναι ἴση πρός

$$m_H = \frac{1}{6,02 \cdot 10^{23}}\ \text{gr} = 1,66 \cdot 10^{-24}\ \text{gr}.$$

78. Νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων χαλκοῦ, τῶν περιεχομένων εἰς 1 mgr χαλκοῦ. Τό ἀτομικόν βάρος τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴσον πρός 63,5. Σταθερά Loschmidt = $6,02 \cdot 10^{23}$ ἄτομα/γραμμάτομον.

Λύσις. Ἐκ τῆς δοθείσης τιμῆς τῆς σταθερᾶς Loschmidt συνάγομεν ὅτι εἰς

1 γραμμάτομον χαλκοῦ = 63,5 gr χαλκοῦ

περιέχονται

$$6,02 \cdot 10^{23} \text{ ἄτομα χαλκοῦ.}$$

Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ὅτι εἰς 1 mgr χαλκοῦ = 10^{-3} gr χαλκοῦ περιέχονται

$$9,48 \; 10^{18} \text{ ἄτομα χαλκοῦ.}$$

79. Τό ἀτομικόν βάρος τοῦ ἡλίου εἶναι ἴσον πρός 4. α)Ποία ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου ἡλίου, β) πόσα ἄτομα ἡλίου περιέχονται εἰς 1 λίτρον ἡλίου, εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας. Τό ἥλιον εἶναι ἀέριον μονατομικόν. Σταθερά Loschmidt = $6 \cdot 10^{23}$ ἄτομα/γραμμάτομον.

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν m_{He} τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου ἡλίου καί N τόν ἀριθμόν τῶν ἀτόμων ἡλίου, τῶν περιεχομένων εἰς ἕν γραμμάτομον ἡλίου εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας, θά εἶναι

$$m_{He} = \frac{1 \text{ γραμμάτομον ἡλίου}}{N}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδεται, ἀτομικόν βάρος ἡλίου=4, συνεπῶς 1 γραμμάτομον ἡλίου = 4 gr ἡλίου.

Ἐκ τῆς δοθείσης τιμῆς τῆς σταθερᾶς Loschmidt συνάγομεν ὅτι N = $6 \cdot 10^{23}$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν ἀνωτέρω σχέσιν εὑρίσκομεν

$$m_{He} = 6,68 \cdot 10^{-24} \text{ gr.}$$

β) Ἐπειδή τό ἥλιον εἶναι ἀέριον μονατομικόν, ἕπεται ὅτι 1 γραμμάτομον ἡλίου καταλαμβάνει ὑπό κανονικάς συνθήκας ὄγκον 22,4 λίτρων. Ἐπειδή δέ 1 γραμμάτομον ἡλίου περικλείει ὑπό κανονικάς συνθήκας $6 \cdot 10^{23}$ ἄτομα ἡλίου, διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων ἡλίου τά ὁποῖα περιέχονται εἰς 1 λίτρον ἡλίου, εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας, εἶναι

$$n = 2,68 \cdot 10^{22}.$$

80. Πόσα μόρια ὕδατος περιέχονται εἰς 1 mm^3 ὕδατος θερμοκρασίας 0^0 C. Πυκνότης τοῦ ὕδατος (θεωρουμένη ὡς σταθερά) = 1 gr /cm^3, μοριακόν βάρος αὐτοῦ = 18, σταθερά Loschmidt = $6 \cdot 10^{23}$ μόρια/Mol.

Λύσις. α) Ἐφ᾽ὅσον ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση πρός $1\ gr/cm^3$, ἔπεται ὅτι $1\ cm^3$ ὕδατος ἔχει μάζαν ἴσην πρός 1 gr. Ἐπομένως $1\ mm^3 = 10^{-3}\ cm^3$ ὕδατος θά ἔχη μάζαν

$$10^{-3}\ gr .$$

β) Ἐάν καλέσωμεν $m_υ$ τήν μάζαν ἑνός μορίου ὕδατος καί N τόν ἀριθμόν τῶν μορίων ὕδατος, τῶν περιεχομένων εἰς 1 Mol ὕδατος, θά ἔχωμεν

$$m_υ = \frac{1\ Mol\ ὕδατος}{N}$$

Δίδεται, μοριακόν βάρος ὕδατος = 18, συνεπῶς 1 Mol ὕδατος = 18 gr ὕδατος. Ἐκ τῆς δοθείσης τιμῆς τῆς σταθερᾶς Loschmidt συνάγεται ὅτι $N = 6\cdot 10^{23}$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν ἀνωτέρω σχέσιν εὑρίσκομεν

$$m_υ = 30{,}06\cdot 10^{-24}\ gr .$$

Ἐκ τῶν εὑρεθεισῶν ἐν α) καί β) τιμῶν τῆς μάζης $1\ mm^3$ ὕδατος καί τῆς μάζης ἑνός μορίου ὕδατος εὑρίσκομεν διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν ὅτι εἰς $1\ mm^3$ ὕδατος περιέχονται

$$\underline{3{,}32\cdot 10^{19}\ \text{μόρια ὕδατος}}.$$

81. Νά ὑπολογισθοῦν εἰς μονάδας Ångstrom (Å) ἡ ἀκτίς τοῦ μορίου τοῦ ὕδατος καί ἡ ἀκτίς τοῦ ἀτόμου τοῦ θείου. Μοριακόν βάρος τοῦ ὕδατος = 18, πυκνότης αὐτοῦ (θεωρουμένη ὡς σταθερά)**=1 gr /cm³, ἀτομικόν βάρος τοῦ θείου = 32, πυκνότης αὐτοῦ = 2,07 gr /cm³, σταθερά Loschmidt = 6,06·10²³ μόρια (ἄτομα)/ Mol (γραμμάτομον).**

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν $m_υ$ τήν μάζαν ἑνός μορίου ὕδατος, $V_υ$ τόν ὄγκον αὐτοῦ καί $ρ_υ$ τήν πυκνότητα τοῦ ὕδατος, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς πυκνότητος $ρ = m/V$, θά εἶναι

$$m_υ = V_υ \cdot ρ_υ \qquad (1)$$

Ὁ ὄγκος $V_υ$ τοῦ μορίου τοῦ ὕδατος, ἐάν τοῦτο θεωρηθῇ ὡς σφαῖρα ἀκτῖνος $r_υ$, θά εἶναι ἴσος πρός

$$V_υ = \frac{4}{3}\cdot π \cdot r_υ^3 \qquad (2)$$

Ἀφ᾽ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν N τόν ἀριθμόν τῶν μορίων ὕδατος, τῶν περιεχομένων εἰς ἕν γραμμομόριον ὕδατος, θά εἶναι

$$m_\upsilon = \frac{1 \text{ Mol ὕδατος}}{N} \qquad (3)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1), (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{1 \text{ Mol ὕδατος}}{N} = \frac{4}{3}\pi\cdot r_\upsilon^3 \cdot \varrho_\upsilon \qquad (4)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τήν ἀκτῖνα τοῦ μορίου τοῦ ὕδατος ὁ τύπος

$$r_\upsilon = \sqrt[3]{\frac{3\,(1 \text{ Mol ὕδατος})}{4\cdot\pi\cdot\varrho_\upsilon\cdot N}} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\varrho_\upsilon = 1$ gr/cm^3, μοριακόν βάρος ὕδατος = 18, συνεπῶς 1 Mol ὕδατος = 18 gr ὕδατος.

Ἐκ τῆς δοθείσης τιμῆς τῆς σταθερᾶς Loschmidt συνάγομεν ὅτι $N = 6{,}02\cdot 10^{23}$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$r = 1{,}912\cdot 10^{-8} \text{ cm} = 1{,}912 \text{ Å}\cdot$$

β) Ἐάν καλέσωμεν ϱ_ϑ τήν πυκνότητα τοῦ θείου καί θεωρήσωμεν τό ἄτομόν του ὡς σφαῖραν ἀκτῖνος r_ϑ, εὑρίσκομεν δι' ὁμοίων πρός τῶν τῆς προηγουμένης ἐρωτήσεως συλλογισμῶν, τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{1 \text{ γραμμάτομον θείου}}{N} = \frac{4}{3}\pi r_\vartheta^3 \cdot \varrho_\vartheta \qquad (6)$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τήν ἀκτίνα τοῦ ἀτόμου τοῦ θείου ὁ τύπος

$$r = \sqrt[3]{\frac{3\,(1 \text{ γραμμάτομον θείου})}{4\cdot\pi\cdot\varrho_\vartheta N}} \qquad (7)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα τῶν μονάδων C.G.S.: Θέτομεν εἰς τόν τύπον (7) $\varrho_\vartheta = 2{,}07$ gr/cm^3, 1 γραμμάτομον θείου = 32 gr θείου, $N = 6{,}02\cdot 10^{23}$ καί εὑρίσκομεν

$$N = 1{,}81\cdot 10^{8} \text{ cm} = 1{,}81 \text{ Å}\cdot$$

82. Τό μόριον τοῦ ἰωδίου ἀποτελεῖται ἐκ δύο ἀτόμων ἰωδίου, τῶν ὁποίων οἱ πυρῆνες εὑρίσκονται εἰς ἀπόστασιν 2,66 Å ἀπ'ἀλλήλων. Ἐάν ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου ἰωδίου εἶναι ἴση πρός $212{,}09\cdot10^{-24}$ gr, νά ὑπολογισθῇ ἡ ροπή ἀδρανείας τοῦ μορίου τοῦ ἰωδίου ὡς πρός ἄξονα κάθετον εἰς τό μέσον τῆς ἀποστάσεως τῶν πυρήνων τῶν δύο ἀτόμων αὐτοῦ.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν m_J τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου ἰωδίου καί d τήν ἀπ'ἀλλήλων ἀπόστασιν τῶν πυρήνων τῶν δύο ἀτόμων ἰωδίου τοῦ μορίου τοῦ ἰωδίου.

Ἐπειδή ἡ συνολική μᾶζα τῶν ἠλεκτρονίων ἑνός ἀτόμου ἰωδίου, ἐν συγκρίσει πρός τήν τοῦ πυρῆνος του, εἶναι λίαν μικρά, δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν τήν μάζαν τοῦ πυρῆνος ἑνός ἀτόμου ἰωδίου ὡς ἀντιπροσωπεύουσαν ὁλόκληρον τήν μάζαν m_J τοῦ ἀτόμου τοῦ ἰωδίου.

Ἐπειδή ἀφ'ἑτέρου αἱ διαστάσεις ἑνός πυρῆνος ἰωδίου, ἐν συγκρίσει πρός τήν ἀπ'ἀλλήλων ἀπόστασιν τῶν πυρήνων τῶν δύο ἀτόμων τοῦ μορίου του, εἶναι λίαν μικρά (βλ.καί ἄσκησιν 1), θεωροῦμεν ἕκαστον πυρῆνα ὡς ὑλικόν σημεῖον μάζης m_J, τό μόριον δέ τοῦ ἰωδίου, ὡς σύστημα δύο ὑλικῶν σημείων μάζης m_J, εὑρισκομένων εἰς ἀπόστασιν d ἀπ'ἀλλήλων.

Ἡ ροπή ἀδρανείας Θ_J τοῦ μορίου τοῦ ἰωδίου ὡς πρός ἄξονα κάθετον εἰς τό μέσον τῆς ἀποστάσεως τῶν πυρήνων τῶν ἀποτελούντων αὐτό δύο ἀτόμων ἰωδίου, θά εἶναι, μετά τάς ἀνωτέρω παραδοχάς, συμφώνωςπρός τόν ὁρισμόν τῆς ροπῆς ἀδρανείας συστήματος ὑλικῶν σημείων ὡς πρός ἄξονα

$$\Theta = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots + m_nr_n^2 \tag{1}$$

ἴση πρός

$$\Theta_J = m_J\left(\frac{d}{2}\right)^2 + m_J\left(\frac{d}{2}\right)^2 \tag{2}$$

ἤ τελικῶς

$$\underline{\Theta_J = \frac{m_J d^2}{2}} \tag{3}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_J = 212{,}09\cdot10^{-24}$ gr, $d = 2{,}66$ Å $= 2{,}66\cdot10^{-8}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (3) εὑρίσκομεν

$$\underline{\Theta_J = 7{,}52\cdot10^{-38}\ \text{gr}\cdot\text{cm}^2}\ .$$

83. Ποία δύναμις ἐξασκεῖται μεταξύ ἑνός θετικοῦ ἰόντος νατρίου Na^+ καί ἑνός ἀρνητικοῦ ἰόντος χλωρίου Cl^-, εὑρισκομένων εἰς ἀπόστασιν 2,8 Å. $e = 4,8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Λύσις. Τό ἰόν Na^+ φέρει θετικόν φορτίον, ἀπολύτως ἴσον πρός τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον e, ἐνῶ τό ἰόν Cl^- φέρει ἀρνητικόν φορτίον ἀπολύτως ἴσον, ἐπίσης πρός e. Συνεπῶς τό μέτρον τῆς μεταξύ τῶν δύο ἰόντων ἀσκουμένης δυνάμεως θά εἶναι, συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ Coulomb, ἴσον πρός

$$F = \frac{e^2}{r^2} \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4,8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $r = 2,8$ Å $= 2,8\cdot10^{-8}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (1) εὑρίσκομεν

$$F = 2,9\cdot10^{-10}\ \text{dyn.}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η'
ΤΟ ΑΤΟΜΟΝ ΤΟΥ ΥΔΡΟΓΟΝΟΥ

84. α) Ποῖον τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, ὅταν τοῦτο περιφέρεται περί τόν πυρῆνα μέ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, ἀποτελούσης περιφέρειαν κύκλου ἀκτῖνος $5{,}28\cdot 10^{-9}$ cm, τῆς ὁποίας τό κέντρον συμπίπτει πρός τόν πυρῆνα τοῦ ἀτόμου. β) Ποία ἡ συχνότης τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου. Μᾶζα ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου $= 9\cdot 10^{-28}$ gr, φορτίον αὐτοῦ $= 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Λύσις. Τό ἠλεκτρόνιον τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, ὑπό συνήθεις συνθήκας, κινεῖται πέριξ τοῦ πυρῆνος ἐπί μιᾶς περιφερείας κύκλου, τῆς θεμελιώδους ἐκ τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν, ἀκτῖνος ἔστω ἴσης πρός r_∂, μέ ταχύτητα τῆς ὁποίας τό μέτρον υ_∂ παραμένει σταθερόν. Ἤτοι τό ἠλεκτρόνιον ἐκτελεῖ ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς μίαν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν, συνεπῶς τοῦτο κέκτηται μίαν κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν, σταθεράν κατά μέτρον, ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Τό σταθερόν μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεώς του θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_\kappa = \frac{\upsilon_\partial^2}{r_\partial} \qquad (1)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς ἡ σταθερά αὐτή κατά μέτρον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις προσδίδεται εἰς τό ἠλεκτρόνιον ὑπό μιᾶς ἐπ' αὐτοῦ ἐπιδρώσης σταθερᾶς κατά μέτρον κεντρομόλου δυνάμεως. Τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς

$$\text{δύναμις} = \text{μᾶζα} \times \text{ἐπιτάχυνσις}$$

ἴσον πρός

$$F = m\frac{\upsilon_\partial^2}{r_\partial} \qquad (2)$$

ἔνθα m ἡ μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου, θεωρουμένη ὡς σταθερά.

Η ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου ἐπιδρῶσα κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ ἑλκτική δύναμις κατά Coulomb, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ᾽αὐτοῦ ὁ θετικῶς φορτισμένος πυρήν τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου.

Ὁ πυρήν τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, δηλ. τό πρωτόνιον, φέρει φορτίον +e, ἤτοι ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον. Τό ἠλεκτρόνιον φέρει φορτίον −e, ἕν στοιχειῶδες δηλ. ἀρνητικόν ἠλεκτρικόν φορτίον. Θεωρουμένων ἀμφοτέρων ὡς σημειακῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων, τό μέτρον τῆς κεντρομόλου δυνάμεως τῆς ἐξασκουμένης ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου ὑπό τοῦ πρωτονίου θά εἶναι ἴσον πρός

$$F = \frac{e\cdot e}{r^2} \qquad (3)$$

ἤ

$$F = \frac{e^2}{r^2} \qquad (4)$$

ἔνθα r ἡ μεταξύ τῶν δύο σωματιδίων ἀπόστασις.

Ἡ ἀπόστασις αὕτη παραμένει σταθερά κατά τήν κίνησιν τοῦ ἠλεκτρονίου πέριξ τοῦ πυρῆνος καί ἴση διαρκῶς πρός τήν ἀκτῖνα r_∂ τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, διότι ὁ πυρήν κεῖται διαρκῶς εἰς τό κέντρον τῆς κυκλικῆς ἠλεκτρονικῆς τροχιᾶς. Συνεπῶς ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι πράγματι σταθερά.

Οὕτω ὁ τύπος (4) γράφεται

$$F = \frac{e^2}{r_\partial^2} \qquad (5)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (5) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$m\cdot\frac{\upsilon_\partial^2}{r_\partial} = \frac{e^2}{r_\partial^2} \qquad (6)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (6) εὑρίσκομεν διά τό μέτρον τῆς γραμμικῆς ταχύτητος τοῦ ἠλεκτρονίου ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς τόν τύπον

$$\upsilon_\partial = \frac{e}{\sqrt{m\cdot r_\partial}} \qquad (7)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m = 9\cdot10^{-28}$ gr, $r = 5{,}28\cdot10^{-9}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (7) εὑρίσκομεν

$$\underline{\upsilon = 2{,}2\cdot10^{8}\ \text{cm/sec}}\ .$$

β) Ἐκ τῶν γνωστῶν τύπων

$$\upsilon = \omega \cdot r \qquad (6)$$

καί

$$\omega = 2\pi\nu \qquad (7)$$

προκύπτει διά τήν συχνότητα τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου ὁ τύπος

$$\nu = \frac{\upsilon}{2\pi r} \qquad (8)$$

Εὕρομεν $\upsilon = 2{,}2 \cdot 10^8$ cm/sec, εἶναι δέ $r = 5{,}28 \cdot 10^{-9}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$\nu = 6{,}6 \cdot 10^{15}\ \mathrm{sec}^{-1}.$$

85. α) Νά ὑπολογισθῇ (εἰς dyn καί kgr*) τό μέτρον τῆς κεντρομόλου δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ πυρήν ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, ὅταν τοῦτο περιστρέφεται μέ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, ἀποτελούσης περιφέρειαν ἀκτῖνος $5{,}3 \cdot 10^{-9}$ cm, μέ ταχύτητα κατά μέτρον ἴσην πρός $2 \cdot 10^8$ cm/sec. β) Ποία ἡ γωνιακή ταχύτης τῆς κινήσεως ἠλεκτρονίου. Μᾶζα ἠρεμίας ἠλεκτρονίου $= 9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν r_∂ τήν ἀκτῖνα τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου καί υ_∂ τό σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς ταχύτητος τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως τήν ὁποίαν ἐκτελεῖ τό ἠλεκτρόνιον ἐπ' αὐτῆς.

Τότε τό (σταθερόν) μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως τήν ὁποίαν ἔχει τό ἠλεκτρόνιον κινούμενον ἐπ' αὐτῆς θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_\kappa = \frac{\upsilon_\partial^2}{r_\partial} \qquad (1)$$

Ἐάν καλέσωμεν m τήν μάζαν τοῦ ἠλεκτρονίου (θεωρουμένην ὡς σταθεράν), τότε δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς, εὑρίσκομεν ὅτι τό (σταθερόν) μέτρον τῆς κεντρομόλου δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ πυρήν ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου καί ὑπό τήν ἐπίδρασιν τῆς ὁποίας τοῦτο διαγράφει κυκλικήν τροχιάν, εἶναι ἴσον πρός

$$F_\mu = m \cdot \frac{\upsilon_\partial^2}{r_\partial} \qquad (2)$$

Λύσις είς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\upsilon_\partial = 2\cdot 10^8$ cm/sec, $r_\partial = 5,3\cdot 10^{-9}$ cm, $m = 9\cdot 10^{-28}$ gr.
Αντικαθιστῶντες είς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$F_u = 6,8\cdot 10^{-3}\ \text{dyn}\ .$$

Ἐπειδή 1 kgr* = $9,81\cdot 10^5$ dyn, εὑρίσκομεν ὅτι

$$F_u = 6,9\cdot 10^{-9}\ \text{kgr*}.$$

β) Ἐάν καλέσωμεν ω_∂ τήν σταθεράν γωνιακήν ταχύτητα τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, θά εἶναι

$$\upsilon_\partial = \omega_\partial \cdot r_\partial \qquad (3)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3) εὑρίσκομεν διά τήν ζητούμένην γωνιακήν ταχύτητα

$$\omega = \frac{\upsilon_\partial}{r_\partial} \qquad (4)$$

Εἶναι $\upsilon_\partial = 2\cdot 10^8$ cm/sec καί $r_\partial = 5,3\cdot 10^{-9}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες είς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\omega_\partial = 3,77\cdot 10^{16}\ \text{rad/sec}\ .$$

86. Η συχνότης τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, ὅταν τοῦτο περιφέρεται μέ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, εἶναι ἴση πρός $6\cdot 10^{15}$ ~~sec~~$^{-1}$. α) Ποία ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος, τοῦ προκαλουμένου ἐκ τῆς περιστροφῆς τοῦ ἠλεκτρονίου. β) Ποία ἡ ἔντασις τοῦ ὑπ' αὐτοῦ δημιουργουμένου μαγνητικοῦ πεδίου, είς τό κέντρον τῆς ἠλεκτρονικῆς τροχιᾶς. Φορτίον τοῦ ἠλεκτρονίου = $1,6\cdot 10^{-19}$ Cb.

Λύσις. α) Τό κινούμενον μέ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς ἠλεκτρόνιον ἀντιπροσωπεύει κυκλικόν ἠλεκτρικόν ρεῦμα σταθερᾶς ἐντάσεως, διαρρέον τήν περίμετρον τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς.
Ἡ ἔντασις τοῦ ρεύματος αὐτοῦ εὑρίσκεται ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι ἐντός χρόνου ἴσου πρός τήν περίοδον T τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως του ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, τό ἠλεκτρόνιον διέρχεται διά τινος σημείου αὐτῆς ἅπαξ.
Συνεπῶς, διά τινος σημείου τῆς τροχιᾶς διέρχεται ἐντός χρόνου T φορτίον e, ὁπότε, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς εν-

τάσεως $i = q/t$, αὕτη (ἡ τροχιά) θ'ἀντιπροσωπεύῃ ἠλεκτρικόν ρεῦμα σταθερᾶς ἐντάσεως

$$i = \frac{e}{T} \qquad (1)$$

Ἐάν καλέσωμεν ν τήν συχνότητα τῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου, ἐπειδή εἶναι $\nu = 1/T$, θά ἔχωμεν τελικῶς

$$i = e\cdot\nu \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Πρακτικόν Σύστημα μονάδων: Θέτοντες εἰς τόν τύπον (2) $i = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Cb καί $\nu = 6\cdot10^{15}$ sec^{-1} εὑρίσκομεν

$$i = 9{,}6\cdot10^{-4}\ A\ .$$

Παρατήρησις. Ἐάν καλέσωμεν υ τό σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς ταχύτητος καί ω τήν σταθεράν γωνιακήν ταχύτητα τοῦ ἠλεκτρονίου ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς ἀκτῖνος r, θά ἔχωμεν, ὡς γνωστόν, τάς σχέσεις $\upsilon = \omega\cdot r$ καί $\omega = 2\pi\nu$, λόγῳ τῶν ὁποίων ὁ τύπος (2) γράφεται

$$i = \frac{e\cdot\upsilon}{2\pi r}$$

β) Ἡ ἔντασις τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου, τοῦ δημιουργουμένου ὑπό τοῦ ἐκ τῆς περιστροφῆς τοῦ ἠλεκτρονίου προκαλουμένου ρεύματος, εἰς τό κέντρον τῆς ἠλεκτρονικῆς τροχιᾶς, δίδεται ὑπό τοῦ τύπου

$$\mathcal{H} = \frac{2\cdot\pi\cdot i}{r_\partial} \qquad (3)$$

ἔνθα r_∂ εἶναι ἡ ἀκτίς τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς.

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Εὕρομεν $i = 9{,}6\cdot10^{-4}$ A $= 9{,}6\cdot10^{-5}$ ΗΜΜ-ἐντάσεως, εἶναι δέ $r_\partial = 5{,}3\cdot10^{-9}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (3) εὑρίσκομεν

$$\mathcal{H} = 1{,}137\cdot10^{5}\ \text{Gauss}\ .$$

87. Τό ἠλεκτρόνιον ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου περιφέρεται μέ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, ἀκτῖνος $5{,}3\cdot10^{-9}$ cm, μέ ταχύτητα κατά μέτρον ἴσην πρός $2{,}2\cdot10^{8}$ cm/sec. Ἐάν τό ἄτομον εὑρεθῇ ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 1000 Gauss, μέ τό ἐπίπεδον τῆς ἠλεκτρονικῆς τροχιᾶς κά-

θετον πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου, νά ὑπολογισθῇ ὁ λόγος τοῦ μέτρου τῆς δυνάμεως Coulomb, τῆς ἀσκουμένης ὑπό τοῦ πυρῆνος ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, πρός τό μέτρον τῆς δυνάμεως Laplace, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ τό μαγνητικόν πεδίον ἐπί τοῦ κινουμένου ἠλεκτρονίου. $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου $= 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου.

Λύσις. Ὁ πυρήν τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, τό πρωτόνιον δηλ., φέρει φορτίον $+e$, ἤτοι ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον. Τό περιφερόμενον περί αὐτόν ἠλεκτρόνιον φέρει φορτίον $-e$, ἕν στοιχειῶδες ἀρνητικόν ἠλεκτρικόν φορτίον. Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν r τήν σταθεράν ἀπόστασιν τῶν δύο σωματιδίων (ἡ θέσις τοῦ πυρῆνος συμπίπτει διαρκῶς πρός τό κέντρον τῆς κυκλικῆς ἠλεκτρονικῆς τροχιᾶς), καί θεωρήσωμεν ἕκαστον ὡς ἕν σημειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον, τότε, τό μέτρον τῆς δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ τό πρωτόνιον ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου (τό ὁποῖον, κατά τό ἀξίωμα δρᾶσις = ἀντίδρασις, θ' ἀσκῇ ὁμοίως ἐπί τοῦ πρωτονίου - πυρῆνος μίαν δύναμιν ἴσην κατά μέτρον καί διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς πρός αὐτήν), θά εἶναι κατά τόν ἠλεκτρικόν νόμον τοῦ Coulomb (ὡς οὗτος γράφεται διά τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων) ἴσον πρός

$$F_C = c^2 \cdot \frac{e \cdot e}{r^2} \qquad (1)$$

ἤ

$$F_C = c^2 \cdot \frac{e^2}{r^2} \qquad (2)$$

Ἄς θεωρήσωμεν τώρα τό ἄτομον εὑρισκόμενον ἐντός ἑνός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου μέ τό ἐπίπεδον τῆς ἠλεκτρονικῆς τροχιᾶς κάθετον ἐπί τάς δυναμικάς του γραμμάς.

Ἐπί τοῦ ἠλεκτρονίου κινουμένου ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου, ἐντάσεως ἔστω ἴσης πρός $\mathcal{H}$, μέ ταχύτητα σταθεροῦ μέτρου υ, ἐξασκεῖται εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν ὑπό τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου μία δύναμις, τῆς ὁποίας τό μετρον εἶναι, κατά τόν νόμον τοῦ Laplace, ἴσον πρός

$$F_L = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (3)$$

Διά διαιρέσεως τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3) κατά μέλη εὑρίσκομεν διά τόν λόγον τῶν μέτρων τῶν δύο δυνάμεων τόν τύπον

$$\frac{F_C}{F_L} = \frac{c^2 \cdot e}{\upsilon \cdot \mathcal{H} \cdot r^2} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, $e = 1{,}6\cdot10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου, $\mathcal{H} = 1000$ Gauss, $\upsilon = 2{,}2\cdot10^{8}$ cm/sec, $r = 5{,}3\cdot10^{-9}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\frac{F_c}{F_L} = 2{,}36\cdot10^{6}\,.$$

88. Κατά τήν διέγερσιν ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου τό ἠλεκτρόνιον μεταφέρεται ἐκ τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, εἰς τήν ὁποίαν περιφέρεται μονίμως, εἰς τήν δευτέραν τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν, εἰς τήν ὁποίαν ἡ ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι κατά $16{,}3\cdot10^{-12}$ erg μεγαλυτέρα τῆς ἐνεργείας τήν ὁποίαν ἔχει τοῦτο, ὅταν κινεῖται ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς. Νά εὑρεθῆ τό μῆκος κύματος τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας ἡ ὁποία ἐκπέμπεται, ὅταν τό ἠλεκτρόνιον ἐπανέλθη ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς. $h = 6{,}6\cdot10^{-27}$ erg·sec $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἄς θεωρήσωμεν ἕν ἄτομον ὑδρογόνου εὑρισκόμενον ὑπό συνθήκας συνήθεις. Εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν τό μοναδικόν ἠλεκτρόνιον τοῦ ἀτόμου κινεῖται, ὡς γνωστόν, ἐπί τῆς θεμελιώδους (βασικῆς) τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν. Ἄς καλέσωμεν δέ E_1 τήν τιμήν τῆς ὁλικῆς ἐνεργείας (δυναμικῆς + κινητικῆς), τήν ὁποίαν κέκτηται τοῦτο περιστρεφόμενον ἐπ' αὐτῆς.

Ἄς θεωρήσωμεν τώρα τό ἄτομον εὑρισκόμενον εἰς κατάστασιν διεγέρσεως, καθ' ἥν τό ἠλεκτρόνιον τοῦ ἀτόμου δέν κινεῖται πλέον ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, ἀλλ' ἀπορροφῆσαν ποσόν ἐνεργείας ἔπαυσε κινούμενον ἐπ' αὐτῆς, ἀνυψώθη καί περιφέρεται ἐπί τινος ἄλλης ἀνωτέρας (μεγαλυτέρας ἀκτῖνος) ἐπιτρεπομένης, τροχιᾶς, εἰς τήν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ μεγαλυτέρα τιμή τῆς ὁλικῆς ἐνεργείας τοῦ ἠλεκτρονίου καθ' ὅσον ἐπ' αὐτῆς τό ἠλεκτρόνιον κέκτηται ὁλικήν ἐνέργειαν μεγαλυτέραν τῆς ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς κατά τό ἀπορροφηθέν ὑπ' αὐτοῦ ποσόν ἐνεργείας.

Ἔστω π.χ. ὅτι τό ἠλεκτρόνιον περιφέρεται, λόγῳ τῆς διεγέρσεως τοῦ ἀτόμου, ἐπί τῆς δευτέρας τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν καί ἄς καλέσωμεν E_2 τήν ὁλικήν ἐνέργειαν τοῦ περιστρεφομένου ἐπ' αὐτῆς ἠλεκτρονίου.

Τό διεγερθέν ἄτομον παραμένει εἰς τήν κατάστασιν διεγέρσεως ἐπί βραχύτατον χρονικόν διάστημα, μετά τό ὁποῖον τό ἀνυψωθέν ἠλεκτρόνιον ἐπανέρχεται ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς, ἐκπέμπον, κατά τόν Bohr, τήν διαφοράν $E_2 - E_1$ τῶν ἐνεργειῶν E_2 καί E_1 ὑπό μορφήν φωτονίου μονοχρωματικῆς ἠλεκτρομαγνητικῆς ἀκτινοβολίας συχνότητος ν, τοιαύτης ὥστε

$$h \cdot \nu = E_2 - E_1 \qquad (1)$$

Ὡς συνέπειαν διαπιστοῦμεν εἰς τό φάσμα τοῦ (ἀτομικοῦ) ὑδρογόνου τήν ἀντίστοιχον φασματικήν γραμμήν μήκους κύματος $\lambda = c/\nu$.

Παρατηροῦμεν ὅτι τό ἐκπεμπόμενον φωτόνιον δέν ὑπῆρχε προηγουμένως ἐντός τοῦ ἀκτινοβολοῦντος ἀτόμου, ἀλλ' ἐσχηματίσθη κατά τήν στιγμήν τοῦ ἠλεκτρονικοῦ ἅλματος.

Δι' εἰσαγωγῆς τοῦ μήκους κύματος εἰς τήν ἀνωτέρω εὑρεθεῖσαν θεμελιώδη σχέσιν (1), αὕτη γράφεται

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = E_2 - E_1 \qquad (2)$$

Ἐκ τῆς (2) εὑρίσκομεν διά τό μῆκος κύματος τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας τόν τύπον

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E_2 - E_1}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E_2 - E_1 = 16{,}3 \cdot 10^{-12}$ erg, $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg.sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (3) εὑρίσκομεν

$$\lambda = 1215 \cdot 10^{-8} \text{ cm} = 1215 \text{ Å}.$$

89. Νά ὑπολογισθῇ ἡ συνολική ἐνέργεια ἥτις ἀπαιτεῖται ὅπως τό ἠλεκτρόνιον ἑκάστου τῶν ἀτόμων ὑδρογόνου, τῶν περιεχομένων εἰς 1 m³ ὑδρογόνου (ὑπό κανονικάς συνθήκας), μεταφερθῇ ἐκ τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς εἰς τήν δευτέραν τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν. Τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας ἡ ὁποία ἐκπέμπεται κατά τήν ἐπάνοδον τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς δευτέρας εἰς τήν θεμελιώδη τροχιάν εἶναι 1215 Å. $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ ἐργιοδευτερόλεπτα, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, σταθερά Loschmidt = $6{,}06 \cdot 10^{23}$ μόρια/Mol.

Λύσις. α) Γνωρίζομεν ὅτι ἕν γραμμομόριον ὑδρογόνου εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας ἔχει ὄγκον 22,4 λίτρων καί ὅτι εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν περιέχονται ἐντός αὐτοῦ $6{,}06 \cdot 10^{23}$ μόρια ὑδρογόνου.

Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ὅτι ἐντός 1 m³ ὑδρογόνου = 10^3 λίτρα ὑδρογόνου, εὑρισκομένου ὑπό κανονικάς συνθήκας, περιέχονται

$$2{,}7 \cdot 10^{25} \text{ μόρια ὑδρογόνου}$$

ή, ἐπειδή ἕν μόριον ὑδρογόνου συνίσταται ἐκ δύο ἀτόμων ὑδρογόνου

$$5,4 \cdot 10^{25} \text{ ἄτομα ὑδρογόνου}.$$

β) Ἄς καλέσωμεν ν τήν συχνότητα καί λ τό μῆκος κύματος τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας ἡ ὁποία ἐκπέμπεται, ὅταν τό ἠλεκτρόνιον ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου μεταπίπτει ἐκ τῆς δευτέρας τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν εἰς τήν θεμελιώδη τοιαύτην.

Τότε ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου τῆς ἐκπεμπομένης ἀκτινοβολίας θά εἶναι ἴση πρός

$$E = h \cdot \nu$$

ἤ

$$E = h\frac{c}{\lambda}$$

Ἐάν ἀφ' ἑτέρου καλέσωμεν E_2 τήν ὁλικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου, ὅταν τοῦτο κινεῖται ἐπί τῆς δευτέρας τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν καί E_1 τήν ὁλικήν του ἐνέργειαν ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς ($E_2 > E_1$), θά ἔχωμεν, ὡς γνωστόν

$$E_2 - E_1 = h \cdot \nu$$

ἤ

$$E_2 - E_1 = h\frac{c}{\lambda}$$

Ἤτοι ἐπί τῆς δευτέρας ἐπιτρεπομένης τροχιᾶς ἡ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἠλεκτρονίου εἶναι κατά $h\frac{c}{\lambda}$ μεγαλυτέρα τῆς ἐνεργείας του ἐπί τῆς θεμελιώδους.

Συνεπῶς διά τήν ἀνύψωσιν τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς θεμελιώδους εἰς τήν δευτέραν τροχιάν ἀπαιτεῖται προσφορά εἰς αὐτό ποσοῦ ἐνεργείας ἴσου πρός

$$\Delta E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Θέτοντες εἰς τήν τελευταίαν σχέσιν $\lambda = 1215\ \text{Å} = 1215 \cdot 10^{-8}$ cm, $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἀπαιτουμένη ἐνέργεια εἶναι ἴση πρός

$$\Delta E = 16,3 \cdot 10^{-12} \text{ erg}.$$

Διά τήν μεταφοράν συνεπῶς ἐκ τῆς θεμελιώδους εἰς τήν δευτέραν ἐπιτρεπομένην τροχιάν τοῦ ἠλεκτρονίου ἑκάστου τῶν ἀτόμων ὑδρογόνου, τῶν περιεχομένων εἰς 1 m^3 ὑδρογόνου, ἤτοι, ὡς εὕρομεν, $5,4\cdot10^{25}$ ἀτόμων ὑδρογόνου, θά ἀπαιτηθῇ συνολική ἐνέργεια $5,4\cdot10^{25}\cdot16,3\cdot10^{-12}$ erg, ἤτοι συνολική ἐνέργεια

$$\underline{E_{ολ} = 8,8\cdot10^{14} \text{ erg}}.$$

Ἐπειδή 1 cal = 4,18 Joule = $4,18\cdot10^{7}$ erg, θά εἶναι

$$\underline{E_{ολ} = 2,1\cdot10^{7} \text{ cal} = 21000 \text{ kcal}}.$$

90. Τό μῆκος κύματος (διά τό κένον) τοῦ μονοχρόου φωτός τῆς μιᾶς τῶν δύο ἰωδῶν γραμμῶν τοῦ ὁρατοῦ φάσματος τοῦ ὑδρογόνου εἶναι ἴσον πρός 4340 Å, τῆς δ᾽ ἑτέρας 3970 Å. Νά ὑπολογισθῇ (εἰς eV) ἡ εἰς ἑκάστην τῶν γραμμῶν ἀντιστοιχοῦσα διαφορά τῶν **τιμῶν τῶν ὁλικῶν ἐνεργειῶν τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου ἐπί δύο ἐπιτρεπομένων τροχιῶν αὐτοῦ. $h = 6,6\cdot10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, 1 eV = $1,6\cdot10^{-12}$ erg.**

Λύσις. Ἡ ἐκπομπή ἑκάστης φασματικῆς γραμμῆς ὀφείλεται, ὡς γνωστόν, εἰς μετάπτωσιν τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου ἐξ ἐπιτρεπομένης τροχιᾶς μεγαλυτέρας ἐνεργείας εἰς τοιαύτην μικροτέρας ἐνεργείας.

Ἔστω ὅτι α) τό μονόχρουν φῶς τῆς μιᾶς γραμμῆς, ἔχον συχνότητα ἔστω ν_1 (μῆκος κύματος $\lambda_1 = c/\nu_1$) ἐκπέμπεται κατά τήν μετάπτωσιν ἑνός ἠλεκτρονίου ἔκ τινος ἐπιτρεπομένης τροχιᾶς, εἰς τήν ὁποίαν ἀντιστοιχεῖ ὁλική ἐνέργεια τοῦ ἐπ᾽ αὐτῆς κινουμένου ἠλεκτρονίου $E_{αρχ}$, εἰς ἑτέραν τοιαύτην, ἐνεργείας $E_{τελ}$ ($E_{αρχ} > E_{τελ}$), β) ἡ μονοχρωματική ἀκτινοβολία τῆς ἑτέρας γραμμῆς, συχνότητος ἔστω ἴσης πρός ν_2 (μῆκος κύματος $\nu_2 = c/\lambda_2$) ἐκπέμπεται κατά τήν πτῶσιν τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τροχιᾶς ἐνεργείας $E'_{αρχ}$ εἰς ἑτέραν ἐνεργείας $E'_{τελ}$ ($E'_{αρχ} > E'_{τελ}$).

Θά ἔχωμεν τότε τάς σχέσεις

$$E_{αρχ} - E_{τελ} = h\cdot\nu_1 \qquad (1)$$

$$\underline{E_{αρχ} - E_{τελ} = h\frac{c}{\lambda_1}} \qquad (2)$$

καί

$$E'_{αρχ} - E'_{τελ} = h\cdot\nu_2 \qquad (3)$$

$$\underline{E'_{αρχ} - E'_{τελ} = h\frac{c}{\lambda_2}} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $\lambda_1 = 4340$ Å $= 4340\cdot10^{-8}$ cm, $\lambda_2 = 3970$ Å $= 3970\cdot10^{-8}$ cm, $h = 6,6\cdot10^{-27}$ erg·sec $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τάς σχέσεις (2) καί (4) εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τήν πρώτην γραμμήν διαφορά ἐνεργειῶν εἶναι ἴση πρός

$$E_{αρχ} - E_{τελ} = 4,56 \cdot 10^{-12} \ \text{erg}$$

εἰς δέ τήν ἑτέραν

$$E'_{αρχ} - E'_{τελ} = 4,98 \cdot 10^{-12} \ \text{erg}.$$

Λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν τῆς δοθείσης σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 erg καί 1 eV εὑρίσκεται ὅτι

$$E_{αρχ} - E_{τελ} = 2,85 \ \text{eV}$$

$$E'_{αρχ} - E'_{τελ} = 3,11 \ \text{eV}.$$

91. Νά δειχθῆ ὅτι ἡ συχνότης $\nu_{3,2}$ τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας ἡ ὁποία ἐκπέμπεται ὅταν τό ἠλεκτρόνιον τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου μεταπίπτει ἐκ τῆς τρίτης ἐπιτρεπομένης τροχιᾶς εἰς τήν δευτέραν ἐπιτρεπομένην τροχιάν, εἶναι ἴση πρός τήν διαφοράν τῶν συχνοτήτων $\nu_{3,1}$ καί $\nu_{2,1}$ τῶν μονοχρωματικῶν ἀκτινοβολιῶν, αἱ ὁποῖαι ἐκπέμπονται, ὅταν τό ἠλεκτρόνιον μεταπίπτει ἀντιστοίχως α) ἐκ τῆς τρίτης ἐπιτρεπομένης τροχιᾶς εἰς τήν πρώτην, β) ἐκ τῆς δευτέρας εἰς τήν πρώτην. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck = h.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν E_3 τήν τιμήν τῆς ὁλικῆς ἐνεργείας τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου, ὅταν περιστρέφεται ἐπί τῆς τρίτης ἐπιτρεπομένης τροχιᾶς, E_2 τήν ὁλικήν ἐνέργειαν αὐτοῦ ὅταν κινῆται ἐπί τῆς δευτέρας τῶν ἐπιτρεπομένων τροχιῶν, προσέτι δέ $\nu_{3,2}$ τήν συχνότητα τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας, ἡ ὁποία ἐκπέμπεται κατά τήν μετάπτωσιν τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς τροχιᾶς ἐνεργείας E_3 εἰς τήν τοιαύτην ἐνεργείας E_2. Θά ἔχωμεν τότε

$$h \cdot \nu_{3,2} = E_3 - E_2 \qquad (1)$$

Ἔστω ἀφ' ἑτέρου E_1 ἡ ὁλική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται τό ἠλεκτρόνιον περιστρεφόμενον ἐπί τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς καί $\nu_{3,1}$, $\nu_{2,1}$ αἱ συχνότητες τῶν μονοχρωματικῶν ἀκτινοβολιῶν αἵτινες ἐκπέμπονται κατά τήν πτῶσιν τοῦ ἠλεκτρονίου ἐκ τῆς τροχιᾶς ἐνεργείας E_3 εἰς τήν τοιαύτην ἐνεργείας E_1, ἀντιστοίχως, ἐκ τῆς τροχιᾶς ἐνεργείας E_2 εἰς τήν τοιαύτην E_1. Θά ἰσχύουν τότε αἱ σχέσεις

$$h \cdot \nu_{3,1} = E_3 - E_1 \qquad (2)$$

$$h \cdot \nu_{2,1} = E_2 - E_1 \qquad (3)$$

Δι'ἀφαιρέσεως κατά μέλη τῶν δύο τελευταίων ἐξισώσεων λαμβάνομεν

$$h(\nu_{3,1} - \nu_{2,1}) = E_3 - E_2 \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (4) προκύπτει ἡ ἀποδεικτέα σχέσις

$$\underline{\nu_{3,2} = \nu_{3,1} - \nu_{2,1}}\ .$$

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ'

ΜΑΖΑ ΚΑΙ ΦΟΡΤΙΟΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ. ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΝ α. ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΟΣ

92. α) Ποία ἡ ταχύτης ἑνός ἠλεκτρονίου ἔχοντος κινητικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός 1 eV. β) Ποία ἡ ταχύτης ἑνός πρωτονίου κινητικῆς ἐνεργείας 1 MeV. Μᾶζα ἠρεμίας ἑνός ἠλεκτρονίου = $9\cdot10^{-28}$ gr, μᾶζα ἠρεμίας ἑνός πρωτονίου = $1,663\cdot10^{-24}$ gr, 1 eV = $1,6\cdot10^{-12}$ erg.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν m_e καί m_p τήν μᾶζαν (ἠρεμίας) τοῦ ἠλεκτρονίου, ἀντιστοίχως, τοῦ πρωτονίου καί υ_e, υ_p τά μέτρα τῶν ταχυτήτων ἑνός ἠλεκτρονίου καί ἑνός πρωτονίου, ἐχόντων κινητικάς ἐνεργείας $E_{\kappa\iota\nu,e}$, ἀντιστοίχως, $E_{\kappa\iota\nu,p}$, ἐκ τοῦ τύπου $E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}m\cdot\upsilon^2$ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας εὑρίσκομεν διά τάς ταχύτητας υ_e καί υ_p

$$\upsilon_e = \sqrt{\frac{2\cdot E_{\kappa\iota\nu,e}}{m_e}} \qquad (1)$$

$$\upsilon_p = \sqrt{\frac{2\cdot E_{\kappa\iota\nu,p}}{m_p}} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E_{\kappa\iota\nu,e} = 1\,eV = 1,6\cdot10^{-12}$ erg, $E_{\kappa\iota\nu,p} = 1\,MeV = 1\cdot10^{6}\,eV = 1\cdot10^{6}\cdot1,6\cdot10^{-12}$ erg $= 1,6\cdot10^{-6}$ erg, m_e $9\cdot10^{-28}$ gr, $m_p = 1,663\cdot10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (1) καί (2) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\upsilon_e = 5,96\cdot10^{7}\ \text{cm/sec}$$

$$\upsilon_p = 1,4\cdot10^{9}\ \text{cm/sec}\ .$$

93. Ποῖον τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως ἥτις ἐξασκεῖται μεταξύ δύο πρωτονίων εὑρισκομένων ἐντός τοῦ κενοῦ εἰς ἀπόστασιν 10^{-11} cm ἀπ' ἀλλήλων. Τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον εἶναι ἴσον πρός $4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν q_p τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου ἑνός πρωτονίου, τότε, τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως ἥτις θά ἐξασκηθῇ μεταξύ δύο πρωτονίων, εὑρεθέντων εἰς ἀπόστασιν r ἀπ' ἀλλήλων ἐντός τοῦ κενοῦ, θά εἶναι – θεωρουμένων ἀμφοτέρων ὡς σημειακῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων – κατά τόν ἠλεκτρικόν νόμον τοῦ Coulomb, ἴσον πρός

$$F = \frac{q_p \cdot q_p}{r^2} = \frac{q_p^2}{r^2} \qquad (1)$$

Ἕν πρωτόνιον, ὡς καί κάθε θετικῶς φορτισμένον στοιχειῶδες σωματίδιον, φέρει, ὡς γνωστόν, ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, ἤτοι φορτίον +e. Συνεπῶς εἶναι $q_p = e$ καί τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως θά εἶναι ἴσον πρός

$$F = \frac{e \cdot e}{r^2} \qquad (2)$$

ἤ

$$F = \frac{e^2}{r^2} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $r = 10^{-11}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (3) εὑρίσκομεν

$$F = 2{,}3\cdot10^{5} \text{ dyn} .$$

94. Ποῖον τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ περιβάλλοντος ἕν πρωτόνιον ἠλεκτρικοῦ πεδίου, εἰς ἕν σημεῖον αὐτοῦ κείμενον εἰς ἀπόστασιν $5{,}28\cdot10^{-9}$ cm ἀπό τοῦ πρωτονίου. $e = 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν $\mathcal{E}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ περιβάλλοντος ἕν πρωτόνιον ἠλεκτρικοῦ πεδίου εἰς ἕν σημεῖον τοῦ πεδίου, κείμενον εἰς ἀπόστασιν r ἀπό τοῦ πρωτονίου, τότε, συμφώνως πρός τήν γνωστήν ἐκ τῆς θεωρίας τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου σχέσιν $\mathcal{E} = q/r^2$, θά ἔχωμεν

$$\mathcal{E} = \frac{q_p}{r^2} \qquad (1)$$

ἔνθα q_p ἡ ἀπόλυτος τιμή τοῦ φορτίου τοῦ πρωτονίου, θεωρουμένου ὡς σημειακοῦ φορτίου.

Τό πρωτόνιον φέρει, ὡς γνωστόν, ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον (+e), συνεπῶς θά εἶναι $q_p = e$, ὁπότε ὁ τύπος (1) γράφεται

$$\mathcal{E} = \frac{e}{r^2} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $r = 5{,}28 \cdot 10^{-9}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$\mathcal{E} = 1{,}71 \cdot 10^7 \text{ ΗΣΜ-ἐντάσεως.}$$

95. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ἑνός νετρονίου ἔχοντος κινητικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός 0,025 eV. Μᾶζα ἠρεμίας τοῦ νετρονίου = 1,674·10⁻²⁴ gr. 1 eV = 1,6·10⁻¹² erg.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν m_n τήν μάζαν ἑνός νετρονίου, τότε, τό μέτρον υ_n τῆς ταχύτητος ἑνός νετρονίου ἔχοντος κινητικήν ἐνέργειαν $E_{\kappa\iota\nu}$ θά εἶναι, ὡς προκύπτει ἐκ τῆς σχέσεως $E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m \cdot \upsilon^2$, ἴσον πρός

$$\upsilon_n = \sqrt{2\,\frac{E_{\kappa\iota\nu}}{m_n}} \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $E_{\kappa\iota\nu} = 0{,}025$ eV $= 0{,}025 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg $= 4 \cdot 10^{-14}$ erg, $m_n = 1{,}674 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$\upsilon_n = 2{,}18 \cdot 10^5 \text{ cm/sec}.$$

Παρατήρησις. Νετρόνια κινητικῆς ἐνεργείας μικροτέρας τοῦ 0,1 eV, ὡς τό ἀνωτέρω, καλοῦνται θερμικά νετρόνια. Νετρόνια κινητικῆς ἐνεργείας ἀρκετῶν ἠλεκτρονιοβόλτ καλοῦνται βραδέα, ἐνῶ ὅταν ἡ κινητική των ἐνέργεια εἶναι τῆς τάξεως μεγέθους τοῦ μεγαηλεκτρονιοβόλτ καλοῦνται ταχέα νετρόνια.

96. Ποία ἡ ταχύτης ἑνός σωματιδίου α ἔχοντος κινητικήν ἐνέργειαν ἴσην πρός 1 MeV. Μᾶζα ἑνός σωματιδίου α = 6,6·10⁻²⁴ gr.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν m_α τήν μάζαν ἑνός σωματιδίου α, τότε, τό μέτρον υ_α τῆς ταχύτητος ἑνός σωματιδίου α ἔχοντος κινητικήν ἐνέργειαν $E_{\kappa\iota\nu}$ θά εἶναι κατά τόν τύπον $E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\cdot m \cdot \upsilon^2$ ἴσον πρός

$$\upsilon_\alpha = \sqrt{2\,\frac{E_{\kappa\iota\nu}}{m_\alpha}} \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E_{\kappa\iota\nu} = 1$ MeV $= 1\cdot10^6$ eV $= 1\cdot10^6\cdot1{,}6\cdot10^{-12}$ erg $= 1{,}6\cdot10^{-6}$ erg, $m_\alpha = 6{,}6\cdot10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$\upsilon_\alpha = 6{,}95\cdot10^8 \ \text{cm/sec}\,.$$

97. α) **Ποῖον τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως, τῆς ἐξασκουμένης μεταξύ δύο σωματιδίων α, εὑρισκομένων ἐντός τοῦ κενοῦ, εἰς ἀπόστασιν 10^{-11} cm ἀπ' ἀλλήλων.** β) **Ποῖον τό μέτρον τῆς μεταξύ αὐτῶν ἀσκουμένης νευτωνείου δυνάμεως (παγκοσμίου ἕλξεως). Στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον $= 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, σταθερά παγκοσμίου ἕλξεως $k = 6{,}67\cdot10^{-8}$ dyn·cm²·gr⁻², μᾶζα ἑνός σωματιδίου $\alpha = 6{,}68\cdot10^{-24}$ gr.**

Λύσις. α) Ἕν σωματίδιον α φέρει, ὡς γνωστόν, δύο στοιχειώδη θετικά ἠλεκτρικά φορτία, ἤτοι τό φορτίον του εἶναι ἴσον πρός +2e.

Ἐάν συνεπῶς δύο σωματίδια α εὑρεθοῦν εἰς ἀπόστασιν r ἀπ' ἀλλήλων ἐντός τοῦ κενοῦ, θά ἐξασκηθῇ μεταξύ αὐτῶν μία ἀπωστική δύναμις, τῆς ὁποίας τό μέτρον θά εἶναι – θεωρουμένων ἀμφοτέρων ὡς σημειακῶν φορτίων – κατά τόν νόμον τοῦ Coulomb ἴσον πρός

$$F = \frac{2e\cdot2e}{r^2} \qquad (1)$$

ἤ

$$F = \frac{4e^2}{r^2} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $r = 10^{-11}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$F = 9216 \ \text{dyn}\,.$$

β) Ἐάν καλέσωμεν m_α τήν μάζαν ἑνός σωματιδίου α, τότε, τό μέτρον τῆς νευτωνείου δυνάμεως ἥτις ἐξασκεῖται μεταξύ δύο τοιούτων σωματιδίων, εὑρισκομένων εἰς ἀπόστασιν r ἀπ'ἀλλήλων, θά εἶναι, κατά τόν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως, ἴσον πρός

$$F = k\cdot\frac{m_\alpha\cdot m_\alpha}{r^2} \qquad (3)$$

ἤ

$$F = k\cdot\frac{m_\alpha^2}{r^2} \qquad (4)$$

ἔνθα k ἡ σταθερά τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_\alpha = 6{,}68\cdot10^{-24}$ gr, $r = 10^{-11}$ cm, $k = 6{,}67\cdot10^{-8}$ $dyn\cdot cm^2\cdot gr^{-2}$. Αντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$F = 2{,}97\cdot10^{-32}\ \text{dyn}.$$

98. Ἐπί φορτίου ἀπολύτως ἴσου πρός $5\cdot10^{-9}$ Cb, εὑρισκομένου εἰς ἕν σημεῖον ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐξασκεῖται μία δύναμις ἴση κατά μέτρον πρός $2\cdot10^{-3}$ dyn. Ἐάν εἰς τό αὐτό σημεῖον τοῦ πεδίου εὑρεθῇ ἕν σωματίδιον α, ποῖον τό μέτρον τῆς δυνάμεως ἥτις θά ἐξασκηθῇ ἐπ'αὐτοῦ. $e = 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου. $1\ Cb = 3\cdot10^9$ ΗΣΜ - φορτίου.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν $\mathcal{E}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου εἰς τό θεωρούμενον σημεῖον καί F, F_α τά μέτρα τῶν ἀντιστοίχων δυνάμεων αἵτινες ἐξασκοῦνται ὑπό τοῦ πεδίου ἐπί ἑνός φορτίου, ἀπολύτως ἴσου πρός q, ἀντιστοίχως, ἐπί ἑνός σωματιδίου α, φορτίου κατά μέτρον ἴσου πρός q_α, ὅταν ταῦτα εὑρεθοῦν ἕκαστον εἰς τό ἐν λόγῳ σημεῖον τοῦ πεδίου. Συμφώνως πρός τήν γνωστήν ἐκ τῆς θεωρίας τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου σχέσιν $F = \mathcal{E}\cdot q$, θά ἔχωμεν τότε

$$F = \mathcal{E}\cdot q \qquad (1)$$

$$F_\alpha = \mathcal{E}\cdot q_\alpha \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{F_\alpha}{F} = \frac{q_\alpha}{q} \qquad (3)$$

Ὡς γνωστόν ὅμως εἶναι

$$q_\alpha = 2\ e \qquad (4)$$

Ἡ ἐξίσωσις (3) γράφεται συνεπῶς

$$\frac{F_\alpha}{F} = \frac{2e}{q} \qquad (5)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι'ἐπιλύσεως ὡς πρός F_α, εὑρίσκομεν διά τό μέτρον τῆς ἐπί τοῦ σωματιδίου α ἐξασκουμένης δυνάμεως τόν τελικόν τύπον

$$F_\alpha = \frac{2e}{q}\cdot F \qquad (6)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $q = 5\cdot 10^{-9}$ Cb $= 5\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{9}$ ΗΣΜ-φορτίου = 15 ΗΣΜ-φορτίου, $F = 2\cdot 10^{-3}$ dyn. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (6) εὑρίσκομεν

$$F_\alpha = 1{,}28\cdot 10^{-13} \text{ dyn.}$$

99. Νά ὑπολογισθῇ ἡ πυκνότης α) ἑνός πυρῆνος τοῦ ἐλαφροτέρου ἰσοτόπου τοῦ ὑδρογόνου, β) ἑνός πυρῆνος ἑνός τῶν ἰσοτόπων τοῦ οὐρανίου, ἔχοντος μάζαν $383\cdot 10^{-24}$ gr. Ἀμφότεροι οἱ πυρῆνες θά θεωρηθοῦν ὡς σφαῖραι. Ἀκτίς τοῦ πυρῆνος ὑδρογόνου $= 1\cdot 10^{-13}$ cm, τοῦ πυρῆνος οὐρανίου $= 4{,}5\cdot 10^{-13}$ cm, μᾶζα τοῦ πρωτονίου $= 1{,}663\cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. Ὁ πυρήν ἑνός ἀτόμου τοῦ ἐλαφροτέρου ἰσοτόπου τοῦ ὑδρογόνου εἶναι, ὡς γνωστόν, ἕν πρωτόνιον.

Ἐάν καλέσωμεν m_H, V_H, R_H ἀντιστοίχως τήν μάζαν, τόν ὄγκον καί τήν ἀκτῖνα ἑνός τοιούτου πυρῆνος ὑδρογόνου, δηλ. τοῦ πρωτονίου, m_υ, V_υ, R_υ τήν μάζαν, τόν ὄγκον καί τήν ἀκτῖνα ἑνός πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου τοῦ οὐρανίου, τότε, παραδεχόμενοι ὁμογενῆ κατανομήν τῆς πυρηνικῆς ὕλης ἐν τῷ πυρῆνι καί καλοῦντες ϱ_H, ϱ_υ τάς πυκνότητας τῆς ὕλης τοῦ πρωτονίου, ἀντιστοίχως τῆς τοῦ πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου τοῦ οὐρανίου, θά ἔχωμεν, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς πυκνότητος τάς ἀκολούθους ἐξισώσεις

$$\varrho_H = \frac{m_H}{V_H} \qquad (1)$$

$$\varrho_\upsilon = \frac{m_\upsilon}{V_\upsilon} \qquad (2)$$

Ἐπίσης

$$V_{\text{н}} = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R_{\text{н}}^{3} \qquad (3)$$

$$V_{\upsilon} = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R_{\upsilon}^{3} \qquad (4)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (3) προκύπτει διά τήν πυκνότητα τῆς ὕλης τοῦ πρωτονίου, τοῦ πυρῆνος δηλ. τοῦ ἐλαφροτέρου ἰσοτόπου τοῦ ὑδρογόνου, ὁ τελικός τύπος

$$\varrho_{\text{н}} = \frac{3\cdot m_{\text{н}}}{4\cdot\pi\cdot R_{\text{н}}^{3}} \qquad (5)$$

διά δέ τήν πυκνότητα τοῦ πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου τοῦ οὐρανίου ἐκ τῶν (2) καί (4)

$$\varrho_{\upsilon} = \frac{3\cdot m_{\upsilon}}{4\cdot\pi\cdot R_{\upsilon}^{3}} \qquad (6)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_{\text{н}} = 1{,}663\cdot10^{-24}$ gr, $m_{\upsilon} = 383\cdot10^{-24}$ gr, $R_{\text{н}} = 1\cdot10^{-13}$ cm, $R_{\upsilon} = 4{,}5\cdot10^{-13}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (5) καί (6) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\varrho_{\text{н}} = 3{,}9\cdot10^{14}\ \text{gr/cm}^3$$

$$\varrho_{\upsilon} = 10{,}2\cdot10^{14}\ \text{gr/cm}^3$$

Παρατήρησις. Διά πειραματικῆς μετρήσεως τῶν ἀκτίνων τῶν πυρήνων τῶν ἀτόμων διαφόρων ἰσοτόπων διεπιστώθη ὅτι μεταξύ τῆς ἀκτῖνος R ἑνός πυρῆνος καί τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ M (βλ. ἄσκησιν 100) τοῦ ἰσοτόπου εἰς τό ὁποῖον οὗτος ἀνήκει, ὑφίσταται κατά προσέγγισιν ἡ σχέσις $R^3 = \alpha\cdot M$, ἰσχύουσα καλύτερον διά βαρεῖς πυρῆνας (τό α δηλοῖ μίαν σταθεράν).

Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ποσότης R^3, ἀνάλογος οὖσα τοῦ ὄγκου τοῦ πυρῆνος, εἶναι ἀνάλογος τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ. Ἐπειδή δέ ὁ μαζικός ἀριθμός ἑνός ἰσοτόπου δηλοῖ τόν ἀριθμόν τῶν πυρηνικῶν σωματιδίων τά ὁποῖα περικλείει εἰς πυρήν τοῦ ἰσοτόπου, ἕπεται ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ πυρῆνος εἶναι ἀνάλογος πρός τόν ἀριθμόν τῶν ἀποτελούντων αὐτόν πυρηνικῶν σωματιδίων. Συνεπῶς ἡ πυκνότης τῆς πυρηνικῆς ὕλης θά παραμένῃ ἡ αὐτή περίπου δι' ὅλους τούς πυρῆνας.

Καθ' ὅμοιον τρόπον συμπεριφέρονται καί αἱ σταγόνες τῶν ὑγρῶν, εἰς τάς ὁποίας ἡ πυκνότης εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ἀκτῖνος τῆς σταγόνος.

100. Νά εὑρεθῇ ὁ ἀριθμός Ζ τῶν πρωτονίων καί ὁ ἀριθμός Ν τῶν νετρονίων τῶν κάτωθι πυρήνων: $_2He^4$, $_7N^{14}$, $_8O^{16}$, $_{11}Na^{23}$, $_{92}U^{235}$.

Λύσις. Ἔστω

$$_Z\Pi^M$$

τό σύμβολον τοῦ πυρῆνος ἑνός ἀτόμου ἰσοτόπου τινος ἑνός στοιχείου (Ζ, Μ ἀκέραιοι).

α) Ὁ ἀριθμός Ζ (κάτω δείκτης) συμβολίζει τόν **ἀτομικόν ἀριθμόν** τοῦ στοιχείου εἰς τό ὁποῖον ἀνήκει τό ἰσότοπον. Ὁ ἀτομικός ἀριθμός ἑνός στοιχείου παρέχει, ὡς γνωστόν, τόν ἀριθμόν τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων, τά ὁποῖα φέρει ὁ πυρήν τυχόντος ἀτόμου τοῦ στοιχείου. Ἀφ' ἑτέρου ἕκαστον στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον τοῦ πυρῆνος ἀντιστοιχεῖ εἰς τήν ἐντός αὐτοῦ παρουσίαν ἑνός πρωτονίου (τά νετρόνια τοῦ πυρῆνος ὡς ἠλεκτρικῶς οὐδέτερα δέν συμβάλλουν εἰς τήν δημιουργίαν τοῦ πυρηνικοῦ φορτίου). Συνεπῶς ὁ ἀτομικός ἀριθμός Ζ ἑνός στοιχείου δίδει τό πλῆθος τῶν εἰς τυχόντα πυρῆνα τοῦ στοιχείου περιεχομένων πρωτονίων.

Ὡς γνωστόν, πυρῆνες ἔχοντες τόν αὐτόν ἀτομικόν ἀριθμόν (τόν αὐτόν δηλ. ἀριθμόν πρωτονίων) καλοῦνται **ἰσότοποι**.

β) Ὁ ἀριθμός Μ (ἄνω δείκτης) εἶναι ὁ **μαζικός ἀριθμός** τοῦ ἰσοτόπου εἰς τό ὁποῖον ἀνήκει ὁ πυρήν καί παριστᾶ τόν πλησιέστερον πρός τήν (ἰσοτοπικήν) ἀτομικήν του μᾶζαν ἀκέραιον ἀριθμόν.

Ὁ μαζικός ἀριθμός ἰσοτόπου τινος δίδει ἀφ' ἑτέρου συγχρόνως καί τόν ἀριθμόν τῶν εἰς τόν πυρῆνα τυχόντος ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου περιεχομένων **νουκλεονίων**, ἤτοι τό ἄθροισμα τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πρωτονίων καί τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νετρονίων τά ὁποῖα περιέχονται ἐντός τοῦ πυρῆνος. Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν Ν τόν ἀριθμόν τῶν περιεχομένων νετρονίων θά εἶναι

$$M = Z + N$$

καί

$$\underline{N = M - Z}$$

Πυρῆνες ἔχοντες τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν καλοῦνται **ἰσοβαρεῖς**. Ἐνῶ οἱ ἔχοντες τόν αὐτόν νετρονικόν ἀριθμόν καλοῦνται **ἰσότονοι**.

Ὁ ἀριθμός Ν καλεῖται καί **νετρονικός ἀριθμός** τοῦ πυρῆνος.

Ἡ διαφορά

$$M - 2Z = N - Z$$

καλεῖται **"περίσσεια νετρονίων"** τοῦ πυρῆνος.
Πυρῆνες ἔχοντες τήν αὐτήν περίσσειαν νετρονίων καλοῦνται **ἰσοδιάφοροι**.
Εφαρμόζοντες τούς συλλογισμούς τῶν α) καί β) εἰς ἕκαστον τῶν δοθέντων πυρήνων εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$_2He^4$	$Z = 2$	$N = 2$
$_7N^{14}$	$Z = 7$	$N = 7$
$_8O^{16}$	$Z = 8$	$N = 8$
$_{11}Na^{23}$	$Z = 11$	$N = 12$
$_{92}U^{235}$	$Z = 92$	$N = 143$

101. Νά εὑρεθῆ ὁ ἀριθμός τῶν ἠλεκτρονίων, τῶν περιφερομένων πέριξ τοῦ πυρῆνος ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου α) ἡλίου (Z = 2), β) ὀξυγόνου (Z = 8), γ) οὐρανίου (Z = 92), δ) ἑνός δισθενοῦς ἀρνητικοῦ ἰόντος ὀξυγόνου καί ε) ἑνός ἑξασθενοῦς θετικοῦ ἰόντος οὐρανίου.

Λύσις. Ὡς γνωστόν, εἰς ἕν ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον ἄτομον, τό θετικόν φορτίον τοῦ πυρῆνος ἐξουδετεροῦται ὑπό ἰσαρίθμων πρός τά στοιχειώδη θετικά ἠλεκτρικά φορτία τοῦ πυρῆνος ἠλεκτρονίων, κατανεμημένων πέριξ τοῦ πυρῆνος.
Επειδή δέ ὁ ἀριθμός τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων τοῦ πυρῆνος εἶναι ἴσος πρός τόν ἀτομικόν ἀριθμόν Z τοῦ στοιχείου εἰς τό ὁποῖον οὗτος ἀνήκει, ἕπεται ὅτι ὁ Z θά παρέχῃ συγχρόνως καί τό πλῆθος τῶν περί τόν πυρῆνα ἑνός οὐδετέρου ἠλεκτρικῶς ἀτόμου περιφερομένων ἠλεκτρονίων.
Συνεπῶς οἱ ζητούμενοι ἀριθμοί τῶν περιφερειακῶν ἠλεκτρονίων ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου α) ἡλίου (Z = 2), β) ὀξυγόνου (Z = 8), γ) οὐρανίου (Z = 92) θά εἶναι ἀντιστοίχως

διά τό ἥλιον, 2

διά τό ὀξυγόνον, 8

διά τό οὐράνιον, 92

Ἐπειδή δισθενές ἀρνητικόν ἰόν σημαίνει φορτίον τοῦ ἀτόμου μέ δύο στοιχειώδη ἀρνητικά φορτία, ἕπεται ὅτι τό ὀξυγόνον O^{-2} θά ἔχῃ περιφερειακῶς 10 ἠλεκτρόνια καί ἀντιστοίχως τό οὐράνιον θά ἔχῃ ἔλλειμα 6 ἠλεκτρονίων, ἄρα τό U^{+6} θά ἔχῃ 86 ἠλεκτρόνια.

102. Ποῖον τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου, τοῦ περιβάλλοντος ἕνα πυρῆνα ὀξυγόνου ($Z = 8$), εἰς ἕν σημεῖον τοῦ πεδίου κείμενον εἰς ἀπόστασιν 10^{-12} cm ἀπό τοῦ πυρῆνος. $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου.

Λύσις. Εἷς πυρήν ὀξυγόνου φέρει ὡρισμένον θετικόν φορτίον, συνεπῶς θά περιβάλλεται ὑπό ἑνός ἠλεκτρικοῦ πεδίου. Ἐάν καλέσωμεν Q τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου ἑνός πυρῆνος ὀξυγόνου, τότε, ἐξομοιοῦντες τόν πυρῆνα πρός τό σημειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον Q, τό μέτρον $\mathcal{E}$ τῆς ἐντάσεως τοῦ περιβάλλοντος τόν πυρῆνα ἠλεκτρικοῦ πεδίου, εἰς ἕν σημεῖον αὐτοῦ κείμενον εἰς ἀπόστασιν r ἀπό τοῦ πυρῆνος, θά εἶναι, κατά τήν γνωστήν ἐκ τῆς θεωρίας τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου σχέσιν $\mathcal{E} = q/r^2$, ἴσον πρός

$$\mathcal{E} = \frac{Q}{r^2} \tag{1}$$

Τό θετικόν φορτίον τοῦ πυρῆνος τοῦ ὀξυγόνου ὀφείλεται, ὡς γνωστόν, ἐξ ὁλοκλήρου εἰς τά ἐντός αὐτοῦ περιεχόμενα πρωτόνια, ἕκαστον τῶν ὁποίων φέρει φορτίον ἴσον πρός τό στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον. Ὁ πυρήν τοῦ ὀξυγόνου περικλείει βεβαίως καί ὡρισμένον ἀριθμόν νετρονίων, ταῦτα ὅμως ὡς σωματίδια ἠλεκτρικῶς οὐδέτερα δέν συμβάλλουν εἰς τήν δημιουργίαν τοῦ πυρηνικοῦ φορτίου.

Ἐπειδή ὁ ἀριθμός τῶν πρωτονίων τά ὁποῖα περιέχει εἷς πυρήν ὀξυγόνου εἶναι ἴσος πρός τόν ἀτομικόν ἀριθμόν, ἔστω ἴσον πρός Z, τοῦ ὀξυγόνου, ἡ ἀπόλυτος τιμή τοῦ φορτίου τοῦ πυρῆνος θά εἶναι ἴση πρός

$$Q = Z \cdot e \tag{2}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) προκύπτει τελικῶς διά τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου Coulomb τοῦ πυρῆνος

$$\mathcal{E} = \frac{Ze}{r^2} \tag{3}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $Z = 8$, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $r = 10^{-12}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (3) εὑρίσκομεν

$$\mathcal{E} = 3{,}84 \cdot 10^{15} \text{ ΗΣΜ - εντάσεως} .$$

103. α) Ποΐον τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ εἰς πυρήν χρυσοῦ (Z = 79) ἐπί ἑνός σωματιδίου α, εὑρισκομένου εἰς ἕν σημεῖον κείμενον εἰς ἀπόστασιν 10^{-12} cm ἀπό τοῦ πυρῆνος. β) Ποΐον τό μέτρον τῆς ἐπιταχύνσεως τήν ὁποίαν κέκτηται τό σωματίδιον εἰς τό σημεῖον αὐτό. e = $4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, μᾶζα ἑνός σωματιδίου α = $6{,}68 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν Q τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου ἑνός πυρῆνος χρυσοῦ καί q τό μέτρον τοῦ φορτίου ἑνός σωματιδίου α, τότε, τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ εἰς πυρήν χρυσοῦ ἐπί ἑνός σωματιδίου α, εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν r ἀπ' αὐτοῦ, θά εἶναι - θεωρουμένων ἀμφοτέρων ὡς σημειωδῶν φορτίων - κατά τόν νόμον τοῦ Coulomb, ἴσον πρός

$$F = \frac{Q \cdot q}{r^2} \tag{1}$$

Κατά τό ἀξίωμα "δράσις = ἀντίδρασις" τήν αὐτήν κατά μέτρον καί διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντιθέτου φορᾶς δύναμιν θά ἐξασκῆ καί τό σωματίδιον α ἐπί τοῦ πυρῆνος.

Ἀφ' ἑτέρου ἄς καλέσωμεν Z τόν ἀτομικόν ἀριθμόν τοῦ χρυσοῦ ὅστις, ὡς γνωστόν, παριστᾷ τό πλῆθος τῶν εἰς τυχόντα πυρῆνα χρυσοῦ περικλειομένων πρωτονίων. Τότε ἡ ἀπόλυτος τιμή Q τοῦ θετικοῦ φορτίου ἑνός πυρῆνος χρυσοῦ, ὀφειλομένου ἐξ ὁλοκλήρου εἰς τά ἐντός αὐτοῦ περικλειόμενα πρωτόνια, ἕκαστον τῶν ὁποίων φέρει ἕν στοιχειῶδες θετικόν φορτίον (τά συμπεριεχόμενα νετρόνια εἶναι ἠλεκτρικῶς οὐδέτερα), θά εἶναι ἴση πρός

$$Q = Z \cdot e \tag{2}$$

Τό φορτίον ἑνός σωματιδίου α εἶναι ἀπολύτως ἴσον πρός

$$q = 2 \cdot e \tag{3}$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1), (2) καί (3) προκύπτει διά τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως

$$F = \frac{Ze \cdot 2e}{r^2} \tag{4}$$

ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν τόν τελικόν τύπον

$$F = \frac{2 \cdot Z \cdot e^2}{r^2} \tag{5}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $Z = 79$, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $r = 10^{-12}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$F = 3,6 \cdot 10^{7} \text{ dyn} .$$

β) Ἄς καλέσωμεν m_α τήν μάζαν ἑνός σωματιδίου α, F τό μέτρον τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως τήν ὁποίαν ὑφίσταται τοῦτο, εὑρισκόμενον εἰς σημεῖον κείμενον εἰς ἀπόστασιν r ἀπό τινος πυρῆνος χρυσοῦ καί γ_α τό μέτρον τῆς ἐπιταχύνσεως τήν ὁποίαν κέκτηται τό σωματίδιον εἰς τό σημεῖον αὐτό ἐκ τῆς ἐπιδράσεως τῆς δυνάμεως ἐκ τοῦ πυρῆνος. Δι᾽ ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς θά ἔχωμεν

$$F = m_\alpha \cdot \gamma_\alpha \qquad (6)$$

Ἡ ἐξίσωσις (6) λόγῳ τῆς σχέσεως (5) γράφεται

$$\frac{2\,Ze^2}{r^2} = m_\alpha \cdot \gamma_\alpha \qquad (7)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι᾽ ἐπιλύσεως ὡς πρός γ_α, λαμβάνομεν διά τήν ζητουμένην ἐπιτάχυνσιν τόν τελικόν τύπον

$$\gamma_\alpha = \frac{2 \cdot Z \cdot e^2}{m_\alpha r^2} \qquad (8)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $Z = 79$, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $m_\alpha = 6,68 \cdot 10^{-24}$ gr, $r = 10^{-12}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$\gamma_\alpha = 5,4 \cdot 10^{30} \quad \text{cm/sec}^2 .$$

Παρατήρησις. Διά τιμάς τῆς μεταξύ τοῦ πυρῆνος καί τοῦ σωματιδίου ἀποστάσεως μικροτέρας τῆς $3 \cdot 10^{-12}$ cm, ἐκτός τῆς ἀπωστικῆς δυνάμεως Coulomb, ἄρχονται ἐξασκούμεναι μεταξύ αὐτῶν ἰσχυραί ἑλκτικαί δυνάμεις, γνωσταί ὡς **δυνάμεις ἀνταλλαγῆς.**

104. Ποία ἡ διαφορά (ἐπί τοῖς %) μεταξύ τῶν μαζῶν ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου ἑνός τῶν ἰσοτόπων τοῦ ὀξυγόνου, μάζης $26,56 \cdot 10^{-24}$ gr καί ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰδίου ἰσοτόπου, φέροντος δύο στοιχειώδη θετικά ἠλεκτρικά φορτία. Μάζα τοῦ ἠλεκτρονίου $= 9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἕν ἄτομον ὀξυγόνου φέρον δύο στοιχειώδη θετικά ἠλεκτρικά φορτία (δισθενές θετικόν ἰόν) σχηματίζεται, ὡς γνωστόν, ἐξ ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου ὀξυγόνου, ἐάν ἐξ αὐτοῦ ἀποσπασθοῦν δύο τῶν περιφερειακῶν του ἠλεκτρονίων. Συνεπῶς ἡ διαφορά τῶν μαζῶν τῶν ἀτόμων O καί O^{++} εἶναι ἴση πρός

$$\Delta m = 2m_e$$

ἔνθα m_e ἡ μᾶζα (ἠρεμίας) τοῦ ἠλεκτρονίου.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν αὐτήν τήν δοθεῖσαν τιμήν τῆς μάζης τοῦ ἠλεκτρονίου εὑρίσκομεν

$$\Delta m = 1,8 \cdot 10^{-27} \text{ gr} .$$

Τελικῶς, διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν, εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ὑπολογισθεῖσα διαφορά ἀνέρχεται εἰς

$$\underline{0,007 \%}$$

τῆς μάζης ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου.

105. Ἡ ἰσοτοπική μᾶζα τοῦ ἀφθονοτέρου ἰσοτόπου $_{29}Cu^{63}$ τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴση πρός 62,94. Ποία ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου τούτου. 1/16 τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_8O^{16}$= $1,66 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. Εἰς τήν ἄσκησιν (75) ἐδέχθημεν ὅτι τό χημικῶς ἀπολύτως καθαρόν ἀέριον ὀξυγόνον τῆς φύσεως, συνίσταται ἐξ ἀτόμων τῆς αὐτῆς μάζης, ἥτις τίθεται αὐθαιρέτως ἴση πρός 16 μονάδας μάζης χημικῆς ἀτομικῆς κλίμακος καί μέ βάσιν τήν παραδοχήν αὐτήν ὡρίσθη ἡ ἔννοια τοῦ (χημικοῦ) "ἀτομικοῦ βάρους" ἑνός στοιχείου, θεωρηθέντος ὅτι ἀποτελεῖται ἐξ ὁμοειδῶν κατά τήν μάζαν ἀτόμων, ὡς ὁ λόγος τῆς μάζης τυχόντος ἀτόμου τοῦ στοιχείου πρός τό 1/16 τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου ὀξυγόνου. Ἤ ἄλλως, ὡς τό 16πλάσιον τοῦ λόγου τῆς μάζης ἑνός πλήθους ἀτόμων τοῦ στοιχείου - θεωρουμένου ὡς ἀνωτέρω - πρός τήν μάζαν ἴσου ἀριθμοῦ ἀτόμων ὀξυγόνου, τοῦ ὁποίου τά ἄτομα θεωροῦνται μαζικῶς τά αὐτά.

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τούτου καταφαίνεται ὅτι τό χημικόν "ἀτομικόν βάρος" στοιχείου τινός δέν ἐκφράζεται εἰς μονάδας μάζης, ἀλλά εἶναι καθαρός ἀριθμός, ὁ ὁποῖος πολλαπλασιαζόμενος ἐπί τό 1/16 τῆς τιμῆς εἰς γραμμάρια μάζης ἑνός κατά συνθήκην ἀτόμου ὀξυγόνου μᾶς δίδει εἰς γραμμάρια τήν μάζαν ἑνός μέσου ἀτόμου τοῦ στοιχείου.

Εἰς τήν πραγματικότητα ὅμως τό ὀξυγόνον ὡς καί τά πλεῖστα τῶν λοιπῶν ἐμφανιζομένων ἐν τῇ φύσει στοιχείων, ἀποτελοῦν ἕκαστον ἕν μῖγμα διαφόρων ἰσοτόπων τοῦ στοιχείου, ἤτοι ἀποτελοῦνται ἐξ ἀτόμων μή ὁμοειδῶν ὡς πρός τήν μάζαν. Οὕτω τό ὀξυγόνον συνίσταται ἐκ τριῶν ἰσοτόπων (μαζικῶν ἀριθμῶν 16, 17, 18), ὁ χαλκός ἐκ δύο κ.ο.κ.

Διά τόν λόγον αὐτόν τό χημικόν ἀτομικόν βάρος παριστᾶ εἰς τήν πραγματικότητα τό 16πλάσιον τοῦ λόγου τῆς μάζης ἑνός πλήθους ἀτόμων τοῦ ἀποτελοῦντος τό στοιχεῖον μίγματος ἰσοτόπων αὐτοῦ πρός τήν μάζαν ἴσου ἀριθμοῦ ἀτόμων τοῦ φυσικοῦ μίγματος τῶν ἰσοτόπων τοῦ ὀξυγόνου.

Συνεπῶς ἡ μᾶζα τυχόντος ἀτόμου ἑνός στοιχείου **δέν εἶναι ἴση** μέ τό γινόμενον τοῦ χημικοῦ ἀτομικοῦ βάρους ἐπί τό 1/16 τῆς μάζηςτοῦ μέσου ἀτόμου τοῦ ὀξυγόνου, ἐκτός ἄν τύχῃ καί τό στοιχεῖον νά μήν εἶναι μῖγμα ἰσοτόπων, ὅπως π.χ. τό φθόριον.

Εἰς τήν Ἀτομικήν καί Πυρηνικήν Φυσικήν ὅμως, ἔνθα τίθεται τό πρόβλημα τῆς μετά μεγάλης ἀκριβείας μετρήσεως τῆς μάζης μεμονωμένων ἀτόμων ἤ μορίων, ἡ θεώρησις τῆς ὑπάρξεως τῶν ἰσοτόπων ἀποτελεῖ βασικήν προϋπόθεσιν μή δυναμένη ν'ἀγνοηθῇ, συνεπῶς δι'αὐτάς ἡ ἔννοια τοῦ **χημικοῦ ἀτομικοῦ βάρους οὐδεμίαν πλέον κέκτηται σημασίαν.** Διά τόν λόγον αὐτόν ἐγκαταλείπεται εἰς τήν Ἀτομικήν καί Πυρηνικήν Φυσικήν ἡ "χημική κλῖμαξ" ἀτομικῶν βαρῶν καί χρησιμοποιεῖται ἀντ'αὐτῆς ἡ "φυσική κλίμαξ", μέ βάσιν τό καθαρόν ἐλαφρόν ἰσότοπον τοῦ ὀξυγόνου $_8O^{16}$, εἰς τό ὁποῖον ἀποδίδεται αὐθαιρέτως ἡ "ἰσοτοπική μάζα" 16,0000 (βλ. πίνακα εἰς τό τέλος τοῦ βιβλίου).

Ἡ νέα κλίμαξ εἰσάγει τήν ἔννοιαν τῆς **ἰσοτοπικῆς** ἤ **ἀτομικῆς μάζης** ἑνός καθαροῦ ἰσοτόπου, ὁριζομένην ὡς ὁ λόγος τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου καθαροῦ ἰσοτόπου στοιχείου τινός πρός τό 1/16 τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου τοῦ καθαροῦ ἐλαφροῦ ἰσοτόπου $_8O^{16}$ τοῦ ὀξυγόνου.

Οὕτω, ἐάν καλέσωμεν A τήν ἰσοτοπικήν μάζαν τοῦ ἰσοτόπου $_{29}Cu^{63}$ τοῦ χαλκοῦ, τότε, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἰσοτοπικῆς μάζης θά εἶναι

$$A = \frac{m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{29}Cu^{63}}{\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{8}O^{16}} \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως αὐτῆς εὑρίσκομεν διά τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_{29}Cu^{63}$

$$m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{29}Cu^{63} = A\left(\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{8}O^{16}\right) \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται A=69,94 , $m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_8O^{16} = 1,66\cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) εὑρίσκομεν

$$m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{29}Cu^{63} = 116,1\cdot 10^{-24}\ \text{gr} .$$

106. Ἡ ἰσοτοπική μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$ τοῦ οὐρανίου εἶναι ἴση πρός 235,11. Νά ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου. 1/16 τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου ${}_8O^{16}$=1,66·10^{-24} gr.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν A τήν ἰσοτοπικήν μάζαν τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$ τοῦ οὐρανίου, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἰσοτοπικῆς μάζης θά εἶναι

$$A = \frac{m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{92}U^{235}}{\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_8O^{16}} \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως αὐτῆς προκύπτει διά τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$

$$m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{92}U^{235} = A\cdot\left(\frac{1}{16}\ m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_8O^{16}\right) \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται A = 235,11, $1/16\ m_{\text{ἀτόμου ἰσοτόπου}}\ {}_8O^{16} = 1,66\cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (2) εὑρίσκομεν

$$m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}}\ {}_{92}U^{235} = 390,28\cdot 10^{-24}\ \text{gr} .$$

107. Νά ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις ἑνός λίτρου τριτίου μάζης 1 gr καί θερμοκρασίας 25^0 C. Μοριακόν βάρος τριτίου = 6,036.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν V_o τόν ὄγκον τῆς δοθείσης ποσότητος τριτίου εἰς θερμοκρασίαν $T_o = 273^0$ K καί πίεσιν p_o = 1 at καί p τήν πίεσιν αὐτῆς, καταλαμβανούσης εἰς θερμοκρασίαν T ὄγκον V.

Κατά τόν νόμον τῶν Boyle - Mariotte καί Gay - Lussac θά εἶναι

$$\frac{p_o V_o}{T_o} = \frac{p\,V}{T} \qquad (1)$$

Ἐξ αὐτοῦ προκύπτει διά τήν πίεσιν p

$$p = \frac{p_o \cdot V_o \cdot T}{T_o \cdot V} \qquad (2)$$

Ἀφ' ἑτέρου γνωρίζομεν ὅτι

1 Mol τριτίου = 6,036 gr τριτίου

καταλαμβάνει εἰς $T_o = 273^0$ K καί $p_o = 1$ at ὄγκον 22,4 λίτρων. Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν ὅτι ὁ ὄγκος V_o εἰς $T_o = 273^0$ K καί πίεσιν $p_o = 1$ at τῆς δοθείσης ποσότητος τριτίου, μάζης 1 gr, εἶναι ἴση πρός

$$V_o = \frac{22{,}4 \cdot 1}{6{,}036} \text{ λίτρα} = 3{,}71 \text{ λίτρα}$$

Θέτοντες συνεπῶς εἰς τόν τύπον (2) $V_o = 3{,}71$ λίτρα, $p_o = 1$ at, $T_o = 273^0$ K, $V = 1$ λίτρον, $T = (273+25)^0\text{K} = 298^0\text{K}$ ὑπολογίζομεν τήν πίεσιν p ἴσην πρός

$$p = 4{,}05 \text{ at} .$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι'

ΚΙΝΗΣΙΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ ΚΑΙ ΠΥΡΗΝΩΝ ΕΝΤΟΣ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΚΑΙ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

108. Ἕν πρωτόνιον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τινος σημείου ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί ἐπιταχύνεται ἐντός αὐτοῦ, μετακινούμενον ὑπό τήν ἐπίδρασιν τοῦ πεδίου ἀπό τοῦ σημείου τούτου μέχρις ἑνός ἄλλου σημείου τοῦ πεδίου. Μεταξύ τῶν δύο σημείων ὑφίσταται διαφορά δυναμικοῦ 10^5 V. Νά ὑπολογισθῇ ἡ κινητική ἐνέργεια καί ἡ ταχύτης τήν ὁποίαν ἀποκτᾷ τό πρωτόνιον εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του. Στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον $= 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, μᾶζα τοῦ πρωτονίου $= 1{,}67 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν U τήν τιμήν τῆς ἐπιταχυνούσης τό πρωτόνιον διαφορᾶς δυναμικοῦ καί q_p τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ πρωτονίου.

Ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται τό ἐπιταχυνθέν πρωτόνιον εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του μεταξύ τῶν δύο σημείων εὑρίσκεται ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι τό ἔργον $q_p \cdot U$, τό ὁποῖον παράγεται ὑπό τοῦ πεδίου κατά τήν ὑπ' αὐτοῦ μετακίνησιν τοῦ πρωτονίου ἀπό τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεως μέχρι τοῦ τελικοῦ σημείου, μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ πρωτονίου.

Συνεπῶς, ἐπειδή τό πρωτόνιον εἶχε εἰς τό σημεῖον τῆς ἐκκινήσεως ταχύτητα μηδέν, ἡ τελική κινητική του ἐνέργεια θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = q_p \cdot U \qquad (1)$$

Ὡς γνωστόν ὅμως

$$q_p = e \qquad (2)$$

συνεπῶς ἡ (1) γράφεται

$$E_{\kappa\iota\nu} = e \cdot U \qquad (3)$$

β) Ἐάν καλέσωμεν υ τήν τελικήν ταχύτητα τοῦ πρωτονίου καί m_p τήν μάζαν αὐτοῦ, ἡ ἐξίσωσις (3) γράφεται

$$\frac{1}{2} m_p \cdot \upsilon^2 = e \cdot U \qquad (4)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν τελικήν ταχύτητα

$$\upsilon = \sqrt{2 \frac{e}{m_p} \cdot U} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 10^5 V = 10^5/300$ ΗΣΜ – τάσεως, $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτίου, $m_p = 1,67 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (3) καί (5) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$E_{\kappa\iota\nu} = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ erg}$$

$$\upsilon = 2,2 \cdot 10^8 \text{ cm/sec}.$$

Παρατήρησις. Ἐπειδή τό πρωτόνιον φέρει ἕν στοιχειῶδες (θετικόν) ἠλεκτρικόν φορτίον, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ ἠλεκτρονιοβόλτ προκύπτει ἀμέσως ἄνευ ὑπολογισμῶν ὅτι ἡ τελική κινητική ἐνέργεια τοῦ πρωτονίου εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = 10^5 \text{ eV} = 0,1 \text{ MeV}.$$

109. α) Ποία πρέπει νά εἶναι ἡ διαφορά δυναμικοῦ μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου ὥστε ἕν σωματίδιον α τό ὁποῖον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τοῦ ἑνός καί ἐπιταχύνεται ὑπό τοῦ πεδίου διανύον τήν μεταξύ αὐτῶν ἀπόστασιν, ν' ἀποκτήσῃ εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του κινητικήν ἐνέργειαν 10^5 eV. β) Ποία ἡ τελική ταχύτης τοῦ σωματιδίου εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν. Στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον $= 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ – φορτίου, μᾶζα ἑνός σωματιδίου α $= 6,7 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν U τήν διαφοράν δυναμικοῦ ἥτις δέον ὅπως ὑφίσταται μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ πεδίου, ἵνα τό σωματίδιον α, φορτίου ἀπολύτως ἴσου πρός q_α, ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τοῦ ἑνός τῶν σημείων, ἀποκτήσῃ εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του κινητικήν ἐνέργειαν $E_{\kappa\iota\nu}$.

Ἐπειδή ἡ τελική κινητική ἐνέργεια τοῦ σωματιδίου α θά προέρχεται, ὡς γνωστόν, ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τοῦ ἔργου $A = q_\alpha \cdot U$, τοῦ παραχθησομένου ὑπό τοῦ πεδίου κατά τήν μετακίνησιν τοῦ σωματιδίου ἀπό τοῦ ἑνός σημείου μέχρι τοῦ ἄλλου, θά ἔχωμεν

$$E_{\kappa\iota\nu} = q_\alpha \cdot U \qquad (1)$$

Ὡς γνωστόν, ἕν σωματίδιον α φέρει δύο στοιχειώδη θετικά φορτία, συνεπῶς

$$q_\alpha = 2 \cdot e \qquad (2)$$

Ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται ἑπομένως

$$E_{\kappa\iota\nu} = 2e \cdot U \qquad (3)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3) εὑρίσκομεν διά τήν ζητουμένην διαφοράν δυναμικοῦ τόν τελικόν τύπον

$$U = \frac{E_{\kappa\iota\nu}}{2\,e} \qquad (4)$$

β) Ἐάν καλέσωμεν υ τήν τελικήν ταχύτητα τοῦ σωματιδίου καί m_α τήν μάζαν αὐτοῦ, θά ἔχωμεν τήν σχέσιν

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} \cdot m_\alpha \cdot \upsilon^2 \qquad (5)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν τελικήν ταχύτητα

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2E_{\kappa\iota\nu}}{m_\alpha}} \qquad (6)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $E_{\kappa\iota\nu} = 10^5$ eV $= 10^5 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg $= 1{,}6 \cdot 10^{-7}$ erg, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $m_\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (4) καί (6) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$U = 10^3/6 \text{ ΗΣΜ - τάσεως} = 50000 \text{ V} = 50 \text{ kV}$$

$$\upsilon = 2{,}18 \cdot 10^8 \text{ cm/sec} .$$

110. Ἕν σωματίδιον α ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἔκ τινος σημείου ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί ἐπιταχύνεται ἐντός αὐτοῦ μετακινούμενον ὁριζοντίως ὑπό τήν ἐπίδρασιν τοῦ πεδίου ἀπό τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεως μέχρις ἑνός ἄλλου σημείου τοῦ πεδίου, μεταξύ τῶν ὁποίων ὑφίσταται διαφορά δυναμικοῦ 100 V. Ἐν συνε-

χεία τό σωματίδιον διέρχεται μεταξύ δύο ὁριζοντίων καί ἐπιπέδων μεταλλικῶν πλακῶν, εὑρισκομένων εἰς ἀπόστασιν 1 cm ἀπ' ἀλλήλων καί μεταξύ τῶν ὁποίων ἔχει ἐφαρμοσθῆ διαφορά δυναμικοῦ 20 V. Κατά τήν διαδρομήν του ἐντός τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου τῶν πλακῶν τό ἠλεκτρόνιον ὑφίσταται ἐκτροπήν ἐκ τῆς ἀρχικῆς διευθύνσεως τῆς κινήσεώς του, ἐξερχόμενον δέ ἐξ αὐτοῦ προσπίπτει ἐπί κατακορύφου πετάσματος, εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν 15 cm ἀπό τοῦ πρός αὐτό ἄκρου τῶν πλακῶν. Ἐάν ἑκάστη πλάξ ἔχει μῆκος 3 cm, νά ὑπολογισθῆ ἡ ἐκτροπή τοῦ σωματιδίου ἐπί τοῦ πετάσματος. $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ – φορτίου, μᾶζα ἑνός σωματιδίου $\alpha = 6{,}7 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν e τό στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον, q_α τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ σωματιδίου α, m_α τήν μᾶζαν αὐτοῦ, U_1 τήν διαφοράν δυναμικοῦ μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ πεδίου καί υ τήν τελικήν ταχύτητα τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ τό σωματίδιον εἰς τό τέλος τῆς ἐπιταχύνσεώς του μεταξύ τῶν δύο σημείων, θά ἔχωμεν τάς ἐξισώσεις

$$\frac{1}{2} m_\alpha \cdot \upsilon^2 = q_\alpha \cdot U_1 \tag{1}$$

$$q_\alpha = 2e \tag{2}$$

Ἀφ' ἑτέρου ἐάν καλέσωμεν d τήν ἀπ' ἀλλήλων ἀπόστασιν τῶν δύο πλακῶν, l τό μῆκος ἑκάστης, U τήν διαφοράν δυναμικοῦ ἥτις ἐφαρμόζεται μεταξύ αὐτῶν καί Δ τήν ἀπόστασιν τοῦ πετάσματος ἀπό τῶν πρός αὐτό ἄκρων τῶν πλακῶν, διά τῶν αὐτῶν ἀκριβῶς συλλογισμῶν πρός τούς τῶν ἀσκήσεων (13) καί (16) εὑρίσκομεν διά τήν ἐκτροπήν τοῦ σωματιδίου ἐπί τοῦ πετάσματος τήν ἐξίσωσιν

$$y = \left(\Delta + \frac{l}{2}\right) \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \cdot \frac{U_2}{d} \cdot \frac{l}{\upsilon^2} \tag{3}$$

Ἡ σχέσις αὕτη λόγῳ τῆς (2) γράφεται

$$y = \left(\Delta + \frac{l}{2}\right) \cdot \frac{2e}{m_\alpha} \cdot \frac{U_2}{d} \cdot \frac{l}{\upsilon^2} \tag{4}$$

Λαμβάνοντες δέ ὑπ' ὄψιν καί τήν (1) εὑρίσκομεν τελικῶς

$$y = \left(l + \frac{\Delta}{2}\right) \frac{U_2}{d} \cdot \frac{l}{U_1} \tag{5}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $l = 3$ cm, $d = 15$ cm, $U_2 = 20$ V $= 20/300$ ΗΣΜ - τάσεως, $d = 1$ cm, $U_1 = 100$ V $= 100/300$ ΗΣΜ - τάσεως. Ἀντικαθιστῶντες τήν σχέσιν (5) εὑρίσκομεν

$$\underline{y = 5 \text{ cm}}\ .$$

111. Ἕν μόριον ὀξυγόνου φέρον ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, ἐκκινῆσαν ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τινος σημείου ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐπιταχύνεται ὑπό τήν ἐπίδρασιν τοῦ πεδίου καί κινεῖται ἐντός αὐτοῦ διανύον τήν ἀπόστασιν μεταξύ τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεως καί ἑνός ἄλλου σημείου τοῦ πεδίου, μεταξύ τῶν ὁποίων ὑφίσταται διαφορά δυναμικοῦ 10^5 V. Ποία ἡ ταχύτης τήν ὁποίαν ἀποκτᾶ τό μόριον εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του. Τό ὀξυγόνον θά θεωρηθῇ ὡς ἀποτελούμενον ἀπό ὅμοια μαζικῶς ἄτομα, ἡ δέ ἄσκησις θά λυθῇ τῇ βοηθείᾳ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ ἀτομικοῦ βάρους, ὡς οὗτος ἐδόθη εἰς τήν ἐρώτησιν (α) τῆς ἀσκήσεως (75). Ἀτομικόν βάρος ὀξυγόνου = 16,000 μᾶζα ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου $= 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν $q_{O_2^+}$ τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ μορίου καί U τήν τιμήν τῆς ἐπιταχυνούσης αὐτό διαφορᾶς δυναμικοῦ.

Ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται τό ἐπιταχυνόμενον μόριον εἰς τό τέλος τῆς διαδρομῆς του εὑρίσκεται ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι τό ἔργον $q_{O_2^+} \cdot U$ τό ὁποῖον παράγεται ὑπό τοῦ πεδίου διά τήν μετακίνησιν τοῦ μορίου ἀπό τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεως μέχρι τοῦ τελικοῦ σημείου, μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου.

Συνεπῶς, ἐπειδή τό μόριον ἐκκινεῖ ἐκ τοῦ ἀρχικοῦ σημείου μέ ταχύτητα μηδέν, ἡ τελική του κινητική ἐνέργεια θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = q_{O_2^+} \cdot U \qquad (1)$$

Ἐπειδή τό μόριον φέρει ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον θά εἶναι

$$q_{O_2^+} = e \qquad (2)$$

καί ἡ κινητική ἐνέργεια θά εἶναι ἴση πρός

$$\underline{E_{\kappa\iota\nu} = e \cdot U} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $U = 10^5\ V = 10^5/300$ ΗΣΜ – τάσεως, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ – φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (3) εὑρίσκομεν

$$E_{\kappa\iota\nu} = 1{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{erg}\ .$$

β) Ἐάν καλέσωμεν υ τήν τελικήν ταχύτητα τοῦ μορίου, ὁ τύπος (1) γράφεται

$$\frac{1}{2}\, m_{O_2^+} \cdot \upsilon^2 = q_{O_2^+} \cdot U \tag{4}$$

ἔνθα $m_{O_2^+}$ ἡ μᾶζα τοῦ μονοσθενοῦς ἰόντος O_2^+.
Ἕν μόριον ὀξυγόνου φέρον ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, προκύπτει, ὡς γνωστόν, ἐξ ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου μορίου ὀξυγόνου, ἄν ἐξ ἑνός τῶν ἀποτελούντων αὐτό δύο ἀτόμων ὀξυγόνου ἀποσπασθῇ ἕν τῶν περιφερειακῶν του ἠλεκτρονίων. Ἐπειδή δέ ἡ μᾶζα τοῦ ἐλλείποντος ἠλεκτρονίου εἶναι λίαν μικρά, δυνάμεθα νά ταυτίσωμεν τήν μάζαν $m_{O_2^+}$ ἑνός μορίου O_2^+ πρός τήν μάζαν m_{O_2} ἑνός οὐδετέρου μορίου O_2.
Συνεπῶς ὁ τύπος (4) θά γραφῇ

$$\frac{1}{2}\, m_{O_2} \cdot \upsilon^2 = q_{O_2^+} \cdot U \tag{5}$$

Ἕν μόριον ὀξυγόνου ἀποτελεῖται, ὡς γνωστόν, ἐκ δύο ἀτόμων ὀξυγόνου, συνεπῶς

$$m_{O_2} = 2\, m_O \tag{6}$$

ἔνθα m_O ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου ὀξυγόνου.
Ἐάν ἀφ' ἑτέρου καλέσωμεν A_O τό ἀτομικόν βάρος τοῦ ὀξυγόνου καί m_H τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ ἀτομικοῦ βάρους (ἐκ τῆς ἀσκήσεως (75), ἐρώτησις (α)) θά ἔχωμεν

$$A_O = \frac{m_O}{m_H} \tag{7}$$

Ἐξ αὐτῆς προκύπτει διά τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου ὀξυγόνου

$$m_O = A_O \cdot m_H \tag{8}$$

καί ἡ (6) γράφεται συνεπῶς

$$m_{O_2} = 2 A_O \cdot m_H \tag{9}$$

Ἡ ἐξίσωσις (5), λαμβανομένης ὑπ' ὄψιν τῆς (9) γράφεται

$$\frac{1}{2}\cdot 2A_0\cdot m_H\cdot \upsilon^2 = q_{O_2^+}\cdot U \qquad (10)$$

λόγῳ δέ τῆς (2)

$$\frac{1}{2}\cdot 2A_0\cdot m_H\cdot \upsilon^2 = e\cdot U \qquad (11)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (11) εὑρίσκομεν διά τήν ταχύτητα υ τόν τύπον

$$\upsilon = \sqrt{\frac{e\cdot U}{A_0\cdot m_H}} \qquad (12)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $A_0 = 16{,}000$, $m_H = 1{,}66\cdot 10^{-24}$ gr, $U = 10^5$ V $= 10^5/300$ ΗΣΜ-τάσεως, $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (12) εὑρίσκομεν

$$\upsilon = 2{,}44\cdot 10^8 \text{ cm/sec.}$$

112. Ἕν σωματίδιον α κινεῖται μέ ταχύτητα κατά μέτρον ἴσην πρός $1{,}52\cdot 10^9$ cm/sec, καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 30000 Gauss. Νά ὑπολογισθῇ τό μέτρον τῆς ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένης δυνάμεως. $e = 1{,}6\cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν q_α τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ σωματιδίου καί υ τό μέτρον τῆς ταχύτητός του, τότε τό μέτρον τῆς δυνάμεως ἥτις ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτοῦ ὑπό τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου θά εἶναι ἴσον πρός

$$F = q_\alpha\cdot \upsilon\cdot \mathcal{H}\cdot \eta\mu\varphi \qquad (1)$$

ἔνθα $\mathcal{H}$ εἶναι τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου καί φ ἡ γωνία τήν ὁποίαν σχηματίζει ἡ ταχύτης τοῦ σωματιδίου μετά τῆς ἐντάσεως τοῦ πεδίου. Ἐπειδή $q_\alpha = 2e$, ἡ ἐξίσωσις (1) γράφεται

$$F = 2e\cdot \upsilon\cdot \mathcal{H}\cdot \eta\mu\varphi \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου, $\upsilon = 1,52 \cdot 10^{9}$ cm/sec, $\mathcal{H} = 30000$ Gauss, $\varphi = 90^0$ καί ἐπομένως ημφ = 1. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$\underline{F = 1,46 \cdot 10^{-6} \text{ dyn}}\ .$$

113. Ἕν ἠλεκτρόνιον καί ἕν σωματίδιον α κινοῦνται μέ ταχύτητας κατά μέτρον σταθεράς καί ἴσας, ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς. Νά ὑπολογισθῇ ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων τῶν κυκλικῶν κινήσεων τῶν δύο σωματιδίων. Μᾶζα ἑνός σωματιδίου α = $6,68 \cdot 10^{-24}$ gr, μᾶζα (ἠρεμίας) ἑνός ἠλεκτρονίου = $9,1 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἕκαστον σωματίδιον ἐκτελεῖ ἐντός τοῦ πεδίου ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν. Συνεπῶς ἕκαστον κέκτηται σταθεράν κατά μέτρον κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν, ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Ἐάν καλέσωμεν γ_e τό μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως, υ_e τό σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς ταχύτητος καί r_e τήν ἀκτῖνα τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τοῦ κινουμένου ἠλεκτρονίου, γ_α τό μέτρον τῆς ἐπιταχύνσεως, υ_α τό σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς ταχύτητος καί r_α τήν ἀκτῖνα τῆς τροχιᾶς τοῦ σωματιδίου α, θά ἔχωμεν, ὡς γνωστόν, τάς σχέσεις

$$\gamma_e = \frac{\upsilon_e^2}{r_e} \qquad (1)$$

$$\gamma_\alpha = \frac{\upsilon_\alpha^2}{r_\alpha} \qquad (2)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἐφ' ὅσον ἕκαστον σωματίδιον κέκτηται σταθεράν κατά μέτρον κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν, ἐπιδρᾷ ἐπί ἑκάστου μία σταθερά κατά μέτρον κεντρομόλος δύναμις.

Ἐάν καλέσωμεν m_e τήν μᾶζαν ἑνός ἠλεκτρονίου καί m_α τήν μᾶζαν ἑνός σωματιδίου α, δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς εὑρίσκομεν διά τά μέτρα τῶν κεντρομόλων δυνάμεων τῶν σωματιδίων

$$F_e = m_e \cdot \frac{\upsilon_e^2}{r_e} \qquad (3)$$

$$F_\alpha = m_\alpha \cdot \frac{\upsilon_\alpha^2}{r_\alpha} \qquad (4)$$

Ἡ κεντρομόλος δύναμις ἥτις ἐξασκεῖται ἐπί ἑκάστου σωματιδίου εἶναι ἡ δύναμις Laplace, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τό μαγνητικόν πεδίον.

Εάν συνεπῶς καλέσωμεν q_e τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἠλεκτρονίου καί q_α τήν τοῦ σωματιδίου α, ἐπειδή τά σωματίδια κινοῦνται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς, θά ἔχωμεν διά τά σταθερά μέτρα τῶν κεντρομόλων δυνάμεων

$$F_e = q_e \cdot \upsilon_e \cdot \mathcal{H} \tag{5}$$

$$F_\alpha = q_\alpha \cdot \upsilon_\alpha \cdot \mathcal{H} \tag{6}$$

ἔνθα $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου.

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (3), (5) καί τῶν (4), (6) λαμβάνομεν τάς ἐξισώσεις

$$m_e \cdot \frac{\upsilon_e^2}{r_e} = q_e \cdot \upsilon_e \cdot \mathcal{H} \tag{7}$$

$$m_\alpha \cdot \frac{\upsilon_\alpha^2}{r_\alpha} = q_\alpha \cdot \upsilon_\alpha \cdot \mathcal{H} \tag{8}$$

Ἀφ' ἑτέρου ἐάν καλέσωμεν ν_e καί ν_α τάς σταθεράς συχνότητας τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως τοῦ ἠλεκτρονίου, ἀντιστοίχως, τοῦ σωματιδίου α, συμφώνως πρός τόν γνωστόν τύπον $\upsilon = \omega \cdot r = 2\pi \cdot \nu \cdot r$ θά ἔχωμεν τάς σχέσεις

$$\upsilon_e = 2\pi \cdot \nu_e \cdot r_e \tag{9}$$

$$\upsilon_\alpha = 2\pi \cdot \nu_\alpha \cdot r_\alpha \tag{10}$$

Κατά τήν ἐκφώνησιν εἶναι

$$\upsilon_e = \upsilon_\alpha \tag{11}$$

Συνεπῶς

$$2\pi \cdot \nu_e \cdot r_e = 2\pi \cdot \nu_\alpha \cdot r_\alpha \tag{12}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (12) λαμβανομένων ὑπ' ὄψιν τῶν ἐξισώσεων (7) καί (8) προκύπτει διά τόν λόγον ν_e / ν_α τῶν συχνοτήτων τῶν κινήσεων τῶν δύο σωματιδίων ὁ τύπος

$$\frac{\nu_e}{\nu_\alpha} = \frac{m_\alpha q_e}{m_e q_\alpha} \tag{13}$$

Ἐπειδή, ὡς γνωστόν, $q_e = e$ καί $q_\alpha = 2e$, εὑρίσκομεν τελικῶς

$$\frac{\nu_e}{\nu_\alpha} = \frac{m_\alpha}{2m_e} \qquad (14)$$

Θέτοντες εἰς τόν τύπον (14) τάς δοθείσας τιμάς τῶν m_α καί m_e εὑρίσκομεν

$$\frac{\nu_e}{\nu_\alpha} = 3670.$$

114. Ἕν δευτερόνιον κινεῖται μέ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 15000 Gauss καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς, διαγράφον περιφέρειαν κύκλου ἀκτῖνος 40 cm. Νά ὑπολογισθῇ τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ δευτερονίου ὡς καί ὁ χρόνος ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διά νά διαγράψῃ τοῦτο ἡμίσειαν περιφέρειαν. Τό πρωτόνιον καί τό νετρόνιον θά θεωρηθοῦν ὡς ἔχοντα τήν αὐτήν μάζαν ἴσην πρός $1{,}66 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Τό δευτερόνιον ἐκτελεῖ ἐντός τοῦ πεδίου ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν, συνεπῶς ἔχει κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν σταθεράν κατά μέτρον, ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Ἐάν καλέσωμεν υ τόν σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς του ταχύτητος καί r τήν ἀκτῖνα τῆς ὑπ᾽ αὐτοῦ διαγραφομένης περιφερείας, τότε, τό σταθερόν μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_\kappa = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (1)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς ἡ σταθερά αὕτη κατά τό μέτρον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις προσδίδεται εἰς τό δευτερόνιον ὑπό μιᾶς ἐπ᾽ αὐτοῦ ἐπιδρώσης σταθερᾶς κατά τό μέτρον κεντρομόλου δυνάμεως.

Τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς εὑρίσκεται δι᾽ ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἴσον πρός

$$F = m_D \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (2)$$

ἔνθα m_D ἡ μᾶζα τοῦ δευτερονίου.

Ἡ ἐπί τοῦ κινουμένου δευτερονίου ἐπιδρῶσα κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ σταθερά κατά μέτρον δύναμις Laplace, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ᾽ αὐτοῦ τό μαγνητικόν πεδίον.

Ἐάν καλέσωμεν q_D τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ δευτερονίου καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τότε, τό σταθερόν μέτρον αὐτῆς θά εἶναι, κατά τόν νόμον τοῦ Laplace, ἴσον πρός

$$F = q_D \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (3)$$

(τό δευτερόνιον κινεῖται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς).

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$m_D \frac{\upsilon^2}{r} = q_D \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (4)$$

Τό δευτερόνιον συνίσταται, ὡς γνωστόν, ἐξ ἑνός πρωτονίου καί ἑνός νετρονίου. Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν Μ τήν κοινήν (κατά τήν παραδοχήν τῆς ἐκφωνήσεως) μάζαν τοῦ πρωτονίου καί τοῦ νετρονίου, θά ἔχωμεν διά τήν μάζαν τοῦ δευτερονίου

$$m_D = 2M \qquad (5)$$

Ἀφ' ἑτέρου, τό δευτερόνιον φέρει ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, ὀφειλόμενον εἰς τό ἐντός αὐτοῦ περικλειόμενον πρωτόνιον, συνεπῶς θά εἶναι

$$q_D = e \qquad (6)$$

Ἡ ἐξίσωσις (4) λόγῳ τῶν (5) καί (6) γράφεται

$$2M \cdot \frac{\upsilon^2}{r} = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (7)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τό μέτρον τῆς ταχύτητος τόν τελικόν τύπον

$$\upsilon = \frac{e \cdot \mathcal{H} \cdot r}{2M} \qquad (8)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\mathcal{H} = 15000$ Gauss, $M = 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ gr, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτίου, $r = 40$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$\upsilon = 2{,}9 \cdot 10^9 \text{ cm/sec} .$$

β) Ἄς καλέσωμεν τ τόν χρόνον ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται ἵνα τό δευτερόνιον, ἐκτελοῦν ἐντός τοῦ πεδίου ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν, διαγράψῃ τόξον μήκους s. Θά εἶναι

$$s = \upsilon \cdot \tau \qquad (9)$$

Ἐάν $s = \pi \cdot r$, ἤτοι μία ἡμιπεριφέρεια, ἡ σχέσις (9) γράφεται

$$\pi \cdot r = \upsilon \cdot \tau \tag{10}$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (10) προκύπτει διά τόν χρόνον τ ὁ τύπος

$$\tau = \frac{\pi \cdot r}{\upsilon} \tag{11}$$

λαμβανομένης δέ ὑπ'ὄψιν καί τῆς (8) εὑρίσκομεν τελικῶς

$$\tau = \frac{2 \cdot \pi \cdot M}{e\mathcal{H}} \tag{12}$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (12) τά δεδομένα τῆς ἀσκήσεως εἰς μονάδας τοῦ Ἠλεκτρομαγνητικοῦ Συστήματος μονάδων εὑρίσκομεν

$$\tau = 4,3 \cdot 10^{-8} \ \text{sec} .$$

115. Ἕν ἄτομον λιθίου μάζης $11,6 \cdot 10^{-24}$ gr φέρει ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, ἐκκινοῦν δέ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἔκ τινος σημείου ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἐπιταχύνεται ἐντός αὐτοῦ, διανύον τήν ἀπόστασιν μεταξύ τοῦ πρώτου καί ἑνός ἄλλου σημείου τοῦ πεδίου, μεταξύ τῶν ὁποίων ὑφίσταται διαφορά δυναμικοῦ 500 V, ἐν συνεχείᾳ δέ κινεῖται ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 4000 Gauss, καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς. Ποία ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἄτομον ἐντός τοῦ πεδίου. $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ – φορτίου.

Λύσις. Τό ἰόν τοῦ λιθίου, κινούμενον ἐντός τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς, θά ἐκτελέσῃ μίαν ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν μέ γραμμικήν ταχύτητα σταθεροῦ μέτρου, ἴσου πρός τό μέτρον τῆς τελικῆς ταχύτητος τήν ὁποίαν ἀπέκτησε ἐπιταχυνθέν μεταξύ τῶν δύο σημείων τοῦ ἠλεκτρικοῦ πεδίου.

Συνεπῶς τό ἰόν θ'ἀποκτήσῃ κατά τήν κίνησίν του ἐντός τοῦ πεδίου σταθεράν κατά μέτρον κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν, ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Ἐάν καλέσωμεν υ τό σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς ταχύτητος τοῦ ἀτόμου καί r τήν ἀκτῖνα τῆς διαγραφομένης ὑπ'αὐτοῦ κυκλικῆς τροχιᾶς, τότε τό σταθερόν μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_{\kappa} = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (1)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἡ σταθερά κατά μέτρον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις τοῦ ἰόντος προσδίδεται εἰς αὐτό ὑπό μιᾶς σταθερᾶς κατά τό μέτρον κεντρομόλου δυνάμεως ἥτις ἐπιδρᾷ ἐπ᾽αὐτοῦ.

Τό μέτρον αὐτῆς εὑρίσκεται δι᾽ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἴσον πρός

$$F = m_{Li^+} \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (2)$$

ἔνθα m_{Li^+} ἡ μᾶζα τοῦ ἰόντος λιθίου.

Ἡ ἐπί τοῦ φορτισμένου ἀτόμου ἐπιδρῶσα κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ σταθερά κατά μέτρον δύναμις Laplace, ἥτις ἐξασκεῖται ἐπ᾽αὐτοῦ ὑπό τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου.

Ἐάν καλέσωμεν q_{Li^+} τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἰόντος λιθίου καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τό μέτρον τῆς δυνάμεως Laplace θά εἶναι, κατά τόν νόμον τοῦ Laplace, ἴσον πρός

$$F = q_{Li^+} \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (3)$$

(τό ἰόν κινεῖται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς).

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$m_{Li^+} \cdot \frac{\upsilon^2}{r} = q_{Li^+} \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (4)$$

Κατά τήν ἐκφώνησιν, τό ἰόν ἀπέκτησε ταχύτητα υ ἐπιταχυνθέν μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου ἐχόντων διαφοράν δυναμικοῦ, ἔστω ἴσην πρός U.

Ἐπειδή τό ἰόν ἤρξατο ἐπιταχυνόμενον ἐκ τῆς ἠρεμίας καί ἡ τελική κινητική του ἐνέργεια προέρχεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τοῦ ὑπό τοῦ πεδίου παραχθέντος κατά τήν μετακίνησίν του μεταξύ τῶν δύο σημείων ἔργου $q_{Li^+}U$, θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{1}{2} m_{Li^+} \upsilon^2 = q_{Li^+} \cdot U \qquad (5)$$

Ἀφ᾽ἑτέρου ἐπειδή τό ἰόν φέρει ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, θά εἶναι

$$q_{Li^+} = e \qquad (6)$$

Αἱ ἐξισώσεις (4) καί (5) λόγῳ τῆς (6) γράφονται

$$m_{Li^+} \cdot \frac{\upsilon^2}{r} = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (7)$$

$$\frac{1}{2} m_{Li^+} \cdot \upsilon^2 = e \cdot U \qquad (8)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (7) καί (8) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$\frac{m_{Li^+}}{r}\left(\frac{2e}{m_{Li^+}} \cdot U\right) = e \sqrt{2\frac{e}{m_{Li^+}} \cdot U} \cdot \mathcal{H} \qquad (9)$$

ἐκ τῆς ὁποίας, δι᾿ ἐπιλύσεως ὡς πρός r, λαμβάνομεν διά τήν ἀκτίνα τῆς ὑπό τοῦ φορτισμένου ἀτόμου διαγραφομένης ἐντός τοῦ πεδίου περιφερείας τόν τελικόν τύπον

$$r = \sqrt{\frac{2m_{Li^+} \cdot U}{e\,\mathcal{H}^2}} \qquad (10)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων. Δίδονται $m_{Li^+} = 11,6 \cdot 10^{-24}$ gr, $\mathcal{H} = 4000$ Gauss, $U = 500$ V $= 500 \cdot 10^8$ HMM - τάσεως $= 5 \cdot 10^{10}$ HMM - τάσεως, $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$ HMM - φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (10) εὑρίσκομεν

$$r = 2,13 \text{ cm}.$$

116. Ἕν ἄτομον νατρίου, φέρον ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἔκ τινος σημείου ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί ἐπιταχύνεται ἐντός αὐτοῦ μετακινούμενον ἀπό τοῦ σημείου τῆς ἐκκινήσεως μέχρις ἑνός ἄλλου σημείου τοῦ πεδίου, μεταξύ τῶν ὁποίων ὑφίσταται διαφορά δυναμικοῦ 120 V, ἐν συνεχείᾳ δέ κινεῖται ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 378 Gauss, καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς. Ἐάν ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἄτομον ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου εἶναι ἴση πρός 20 cm, νά ὑπολογισθῇ τό ἀτομικόν βάρος τοῦ νατρίου.

Ἡ ἄσκησις θά λυθῇ τῇ βοηθείᾳ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ ἀτομικοῦ βάρους, ὡς οὗτος ἐδόθη εἰς τήν λύσιν τῆς ἐρωτήσεως (α) τῆς ἀσκήσεως (75). Μᾶζα ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου $= 1,66 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. Τό ἰόν τοῦ νατρίου ἐκτελεῖ, κινούμενον ἐντός τοῦ πεδίου, ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν, συνεπῶς τοῦτο ἔχει κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν σταθεράν κατά μέτρον, ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Ἐάν καλέσωμεν υ τό σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς του ταχύτητος καί r τήν ἀκτίνα τῆς ὑπ᾽ αὐτοῦ διαγραφομένης περιφερείας, τότε, τό σταθερόν μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_{\kappa} = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (1)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς ἡ σταθερά αὕτη κατά τό μέτρον κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις προσδίδεται εἰς τό ἰόν ὑπό μιᾶς ἐπ᾽ αὐτοῦ ἐπιδρώσης σταθερᾶς κατά μέτρον κεντρομόλου δυνάμεως.

Τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς εὑρίσκεται δι᾽ ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἴσον πρός

$$F = m_{Na^+} \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (2)$$

ἔνθα m_{Na^+} ἡ μᾶζα τοῦ ἰόντος νατρίου.

Ἡ ἐπί τοῦ ἰόντος ἐπιδρῶσα κατά τήν κίνησιν του ἐντός τοῦ πεδίου κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ σταθερά κατά μέτρον δύναμις Laplace, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ᾽ αὐτοῦ τό μαγνητικόν πεδίον.

Ἐάν καλέσωμεν q_{Na^+} τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου τοῦ ἰόντος καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τότε τό σταθερόν μέτρον τῆς δυνάμεως Laplace θά εἶναι κατά τόν νόμον τοῦ Laplace ἴσον πρός

$$F = q_{Na^+} \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (3)$$

(τό ἰόν κινεῖται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς).

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$m_{Na^+} \cdot \frac{\upsilon^2}{r} = q_{Na^+} \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (4)$$

Τό ἰόν τοῦ νατρίου φέρει, κατά τήν ἐκφώνησιν, ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον. Γνωρίζομεν δέ ὅτι ἕν μονοσθενές θετικόν ἰόν νατρίου προκύπτει ἐξ ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου νατρίου, ἄν ἐξ αὐτοῦ ἀποσπασθῇ ἕν περιφερειακόν ἠλεκτρόνιον.

Ἐπειδή ἀφ᾽ ἑτέρου ἡ μᾶζα ἑνός ἠλεκτρονίου εἶναι λίαν μικρά, δυνάμεθα νά θεωρήσωμεν τήν μάζαν m_{Na^+} τοῦ ἰόντος Na^+ τοῦ νατρίου, ὡς ἴσην πρός τήν μάζαν ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου νατρίου.

Ἐάν καλέσωμεν A_{Na} τό ἀτομικόν βάρος τοῦ νατρίου, m_{Na} τήν μάζαν ἑνός ἠλεκτρικῶς οὐδετέρου ἀτόμου νατρίου καί m_H τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου ὑδρογόνου, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ ἀτομικοῦ βάρους ἐκ τῆς ἐρωτήσεως (α) τῆς ἀσκήσεως (75), θά ἔχωμεν τήν σχέσιν

$$A_{Na} = \frac{m_{Na}}{m_H} \qquad (5)$$

ὁπότε, ἐπειδή συμφώνως πρός τήν παραδοχήν θά εἶναι $m_{Na} = m_{Na^+}$, προκύπτει διά τήν μάζαν τοῦ ἰόντος νατρίου

$$m_{Na^+} = A_{Na} \cdot m_H \qquad (6)$$

Ἡ ἐξίσωσις (4) λόγῳ τῆς (6) γράφεται

$$A_{Na} \cdot m_H \cdot \frac{\upsilon^2}{r} = q_{Na^+} \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (7)$$

Κατά τήν ἐκφώνησιν τό ἰόν ἀπέκτησε ταχύτητα υ, ἐπιταχυνθέν μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐχόντων διαφοράν δυναμικοῦ ἔστω ἴσην πρός U.

Ἐπειδή τό ἰόν ἤρχισεν ἐπιταχυνόμενον ἐκ τῆς ἠρεμίας καί ἡ τελική κινητική του ἐνέργεια προέχεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τοῦ ὑπό τοῦ πεδίου παραχθέντος διά τήν μετακίνησιν αὐτοῦ μεταξύ τῶν δύο σημείων ἔργου $q_{Na^+} \cdot U$, θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{1}{2} m_{Na^+} \cdot \upsilon^2 = q_{Na^+} \cdot U \qquad (8)$$

Ἐξ ἄλλου θά εἶναι

$$q_{Na^+} = e \qquad (9)$$

Ἡ ἐξίσωσις (7) λόγῳ τῆς (9) γράφεται

$$A_{Na} \cdot m_H \frac{\upsilon^2}{r} = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (10)$$

ἡ δέ (8) λόγῳ τῆς (6) καί τῆς (9) γράφεται

$$\frac{1}{2} A_{Na} \cdot m_H \cdot \upsilon^2 = e \cdot U \qquad (11)$$

Δι᾽ ἀντικαταστάσεως εἰς τήν ἐξίσωσιν (10) τῆς ἐκ τῆς (11) προκυπτούσης τιμῆς τῆς υ λαμβάνομεν τήν τελικήν ἐξίσωσιν

$$\frac{A_{N\alpha}\cdot m_H}{r}\cdot 2\cdot \frac{e}{A_{N\alpha}\cdot m_H}\cdot U = e\sqrt{2\frac{e}{A_{N\alpha}\cdot m_H}\cdot U}\cdot \mathcal{H} \qquad (12)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τό ἀτομικόν βάρος τοῦ νατρίου τόν τελικόν τύπον

$$A_{N\alpha} = \frac{e\mathcal{H}^2\cdot r^2}{2m_H\cdot U} \qquad (13)$$

Λύσις εἰς τό Ἡλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\mathcal{H} = 378$ Gauss, $r = 20$ cm, $e = 1{,}6\cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου, $m_H = 1{,}66\cdot 10^{-24}$ gr, $U = 120$ V $= 120\cdot 10^{8}$ ΗΜΜ - τάσεως = $1{,}2\cdot 10^{10}$ ΗΜΜ - τάσεως. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (13) εὑρίσκομεν

$$A_{N\alpha} = 22{,}99.$$

117. Ἕν ἄτομον τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$ τοῦ οὐρανίου φέρει δύο στοιχειώδη θετικά ἠλεκτρικά φορτία, ἐκκινεῖ δέ ἐκ τῆς ἠρεμίας ἐκ τινος σημείου ἠλεκτρικοῦ πεδίου καί ἐπιταχύνεται ἐντός αὐτοῦ μετακινούμενον ἀπό τοῦ σημείου τούτου μέχρις ἑνός ἄλλου σημείου τοῦ πεδίου, μεταξύ τῶν ὁποίων ὑφίσταται διαφορά δυναμικοῦ 120 V, ἐν συνεχείᾳ δέ κινεῖται ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 15000 Gauss, καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ἀκτίς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό ἰόν ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Ἰσοτοπική μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235} = 255{,}11$, 1/16 τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου ${}_{8}O^{16} = 1{,}66\cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. Τό ἰόν τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$ κινούμενον ἐντός τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς μέ σταθεράν κατά μέτρον ταχύτητα θά ἐκτελέσῃ ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν. Συνεπῶς τό ἰόν θά ἀποκτήσῃ κατά τήν κίνησιν του ἐντός τοῦ πεδίου κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν σταθεράν κατά μέτρον, ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Ἐάν καλέσωμεν υ τό σταθερόν μέτρον τῆς γραμμικῆς ταχύτητος τοῦ ἰόντος καί r τήν ἀκτῖνα τῆς ὑπ' αὐτοῦ διαγραφομένης κυκλικῆς τροχιᾶς, τό μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_K = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (1)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς τό ἰόν U^{++}_{235} ἔχει κατά τήν κινησίν του ἐντός τοῦ πεδίου κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν σταθεράν κατά μέτρον, ἐπειδή τότε ἐπιδρᾶ ἐπ'αὐτοῦ μία σταθερά κατά μέτρον κεντρομόλος δύναμις.

Τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς εὑρίσκεται δι'ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἴσον πρός

$$F = m_{U^{235++}} \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \tag{2}$$

ἔνθα $m_{U^{235++}}$ ἡ μᾶζα τοῦ ἰόντος τοῦ οὐρανίου.

Ἡ ἐπί τοῦ κινουμένου ἰόντος ἐπιδρῶσα κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ δύναμις Laplace, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ'αὐτοῦ τό μαγνητικόν πεδίον.

Ἐάν καλέσωμεν $q_{U^{235++}}$ τό φορτίον τοῦ ἰόντος U^{235++} καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τότε, τό σταθερόν μέτρον τῆς ἐπί τοῦ φορτισμένου ἀτόμου ἐξασκουμένης δυνάμεως Laplace, ἤτοι τῆς κεντρομόλου δυνάμεως, θά ἰσοῦται κατά τόν νόμον τοῦ Laplace, πρός

$$F = q_{U^{235++}} \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \tag{3}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$m_{U^{235++}} \cdot \frac{\upsilon^2}{r} = q_{U^{235++}} \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \tag{4}$$

Τό ἰόν U^{235++} σχηματίζεται, ὡς γνωστόν, ἐάν ἐξ ἑνός οὐδετέρου ἠλεκτρικῶς ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου U^{235} ἀποσπασθοῦν δύο τῶν ἠπεριφερειακῶν του ἠλεκτρονίων.

Λόγῳ τῆς λίαν μικρᾶς μάζης τοῦ ἀπομακρυνθέντος ἠλεκτρονίου θά θεωρήσωμεν τήν μάζαν τοῦ ἰόντος U^{235+} ὡς ἴσην πρός τήν μάζαν ἑνός οὐδετέρου ἀτόμου U^{235}.

Μετά τήν παραδοχήν αὐτήν, ἐάν καλέσωμεν $A_{U^{235}}$ τήν ἰσοτοπικήν μάζαν τοῦ ἰσοτόπου U^{235}, θά ἔχωμεν, κατά τόν ὁρισμόν τῆς ἰσοτοπικῆς μάζης, τήν σχέσιν

$$A_{U^{235}} = \frac{m_{U^{235++}}}{\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}}} \tag{5}$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει

$$m_{U^{235++}} = A_{U^{235}} \left(\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}} \right) \tag{6}$$

Κατά τήν ἐκφώνησιν εἶναι ἐπίσης

$$q_{U^{235}}^{++} = 2\cdot e \qquad (7)$$

Ἡ ἐξίσωσις (4) λόγῳ τῶν (6) καί (7) γράφεται

$$A_{U^{235}}\left(\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}}\right)\frac{\upsilon^2}{r} = 2e\cdot\upsilon\cdot\mathcal{H} \qquad (8)$$

Κατά τήν ἐκφώνησιν, τό ἰόν ἀπέκτησε ταχύτητα υ, ἐπιταχυνθέν μεταξύ δύο σημείων ἠλεκτρικοῦ πεδίου, ἐχόντων διαφοράν δυναμικοῦ, ἔστω ἴσην πρός U. Ἐπειδή τό ἰόν εἶχε εἰς τό ἀρχικόν σημεῖον ταχύτητα μηδέν καί ἡ τελική του κινητική ἐνέργεια προέρχεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τοῦ ὑπό τοῦ πεδίου παραχθέντος διά τήν μετακίνησιν τοῦ ἰόντος μεταξύ τῶν δύο σημείων ἔργου $q_{U^{235}}^{++}\cdot U$, θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$\frac{1}{2}\, m_{U^{235}}^{++}\cdot\upsilon^2 = q_{U^{235}}^{++}\cdot U \qquad (9)$$

ἥτις λόγῳ τῶν (6) καί (7) γράφεται

$$\frac{1}{2}A_{U^{235}}\left(\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}}\right)\cdot\upsilon^2 = 2e\cdot U \qquad (10)$$

Δι' ἀντικαταστάσεως τῆς ἐκ τῆς (10) προκυπτούσης τιμῆς τῆς υ εἰς τήν ἐξίσωσιν (8) λαμβάνομεν τήν τελικήν ἐξίσωσιν

$$\frac{A_{U^{235}}\left(\frac{1}{16}\cdot m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}}\right)}{r}\cdot\left(2\cdot\frac{2e}{A_{U^{235}}\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}}}\,U\right) = 2e\sqrt{2\cdot\frac{2e}{A_{U^{235}}\left(\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}}\right)}\cdot U}\cdot\mathcal{H} \qquad (11)$$

ἐκ τῆς ὁποίας δι' ἐπιλύσεως ὡς πρός r, προκύπτει διά τήν ἀκτῖνα τῆς ὑπό τοῦ ἰόντος διαγραφομένης κυκλικῆς τροχιᾶς ὁ τελικός τύπος

$$r = \sqrt{\frac{A_{U^{235}}\left(\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου } {}_8O^{16}}\right)\cdot U}{e\cdot\mathcal{H}^2}} \qquad (12)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων. Δίδονται $A_{U235} = 235,11$, $\frac{1}{16} m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}\ {}_8O^{16}} = 1,66 \cdot 10^{-24}$ gr, $U = 30000$ V $= 30000/300$ ΗΣΜ – τάσεως, $\mathcal{H} = 15000$ Gauss, $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ – φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες ἐκ τόν τύπον (12) εὑρίσκομεν

$$\underline{r = 1,56 \text{ cm}.}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ'

ΑΣΤΑΘΕΙΣ ΠΥΡΗΝΕΣ. ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ α, ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ β, ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ γ

118. α) Εἷς πυρήν οὐρανίου ($_{92}U^{238}$) διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α. Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ μετά τήν ἐκπομπήν τοῦ σωματιδίου ὑπολειπομένου πυρῆνος. β) Νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος, τοῦ σχηματιζομένου ἐκ τῆς διασπάσεως ἑνός πυρῆνος ραδίου ($_{88}Ra^{226}$) ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α.

Λύσις. α) Γνωρίζομεν ὅτι ἕν σωματίδιον α 1) φέρει φορτίον +2e , ἤτοι δύο στοιχειώδη θετικά ἠλεκτρικά φορτία, 2) συνίσταται ἐκ τεσσάρων πυρηνικῶν σωματιδίων (δύο πρωτονίων καί δύο νετρονίων), συνεπῶς ἔχει μαζικόν ἀριθμόν 4.

Ἐξ αὐτῶν συνάγομεν ἀντιστοίχως ὅτι 1) ὁ ἀριθμός τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος, τοῦ εναπομένοντος μετά τήν ραδιενεργόν διάσπασιν τοῦ πυρῆνος $_{92}U^{238}$ ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α, εἶναι κατά δύο μονάδας μικρότερος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ μητρικοῦ πυρῆνος $_{92}U^{238}$ 2) Ὁ ἀριθμός τῶν πυρηνικῶν σωματιδίων (νουκλεονίων), τῶν ἀποτελούντων τόν θυγατρικόν πυρῆνα, εἶναι κατά 4 μονάδας μικρότερος τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ νουκλεονίων τοῦ μητρικοῦ πυρῆνος $_{92}U^{238}$. Ἐπειδή δέ, ἐξ ὁρισμοῦ, ὁ ἀριθμός τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων ἑνός πυρῆνος εἶναι ἴσος πρός τόν ἀτομικόν του ἀριθμόν, ὁ δέ ἀριθμός τῶν ἀποτελούντων αὐτόν νουκλεονίων ἴσος πρός τόν μαζικόν του ἀριθμόν, ἕπεται ἀντιστοίχως ὅτι 1) ὁ ἀτομικός ἀριθμός Z τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος, ὁ ὁποῖος προκύπτει ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ πυρῆνος $_{92}U^{238}$ ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α, θά εἶναι κατά δύο μονάδας μικρότερος τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $_{92}U^{238}$. 2) Ὁ μαζικός ἀριθμός M τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι κατά τέσσαρας μονάδας μικρότερος τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ πυρῆνος $_{92}U^{238}$. Ἐπειδή δέ, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ συμβόλου του, ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ $_{92}U^{238}$ εἶναι 92, ὁ δέ μαζικός ἀριθμός 238, ἔπεται ὅτι

$$\underline{Z = 90} \qquad \underline{M = 234} .$$

β) Διά τῶν αὐτῶν συλλογισμῶν εὑρίσκεται ὅτι ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος, τοῦ σχηματιζομένου κατά τήν αὐτόματον ραδιενεργόν διάσπασιν τοῦ πυρῆνος $_{88}Ra^{226}$ ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α εἶναι ἴσος πρός

$$\underline{Z = 86} \qquad \underline{M = 222} .$$

Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς ἀμφοτέρας τάς περιπτώσεις ὁ μητρικός καί ὁ ἐξ αὐτοῦ δι'ἐκπομπῆς α προκύπτων θυγατρικός πυρήν εἶναι ἰσοδιάφοροι.

119. Εἷς πυρήν ραδίου διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α. Ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ σωματιδίου α κατά τήν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ διασπωμένου πυρῆνος εἶναι ἴση πρός 4,791 MeV. Ὑπό ποίαν ταχύτητα ἐκπέμπεται τό σωματίδιον ἐκ τοῦ πυρῆνος. Μᾶζα ἑνός σωματιδίου α = $6,7 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν $\upsilon_{αρχ}$ τήν ταχύτητα ὑπό τήν ὁποίαν ἐκπέμπεται ἐξ ἑνός διασπωμένου πυρῆνος ραδίου ἕν σωματίδιον α, μάζης $m_α$ καί $E_α$ τήν κινητικήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν κέκτηται τοῦτο κατά τήν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ διασπωμένου πυρῆνος τοῦ ραδίου, θά εἶναι

$$E_α = \frac{1}{2}\, m_α \cdot \upsilon_{αρχ}^2 \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει διά τήν ταχύτητα $\upsilon_{αρχ}$ ὁ τύπος

$$\underline{\upsilon_{αρχ} = \sqrt{2\,\frac{E_α}{m_α}}} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E_α = 4,791$ MeV $= 4,791 \cdot 10^6$ eV $= 4,791 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}$ erg, $m = 6,7 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$\underline{\upsilon_{αρχ} = 1,51 \cdot 10^9 \text{ cm/sec}} .$$

120. Εἷς ραδιενεργός πυρήν διασπᾶται ἐκπέμπων ἕν σωματίδιον α ὑπό ταχύτητα ἴσην πρός $1,92 \cdot 10^9$ cm/sec. Τό σωματίδιον εὐθύς ἅμα τῇ ἐκπομπῇ του κινεῖται ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς, μέ ταχύτητα ἴσην κατά μέτρον πρός τήν τῆς ἐκπομπῆς του καί διαγράφει κυκλικήν τροχιάν ἀκτῖνος 30 cm. Ποῖον τό μέτρον τῆς εντάσεως τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου. Μᾶζα ἑνός σωματιδίου $\alpha = 6,7 \cdot 10^{-24}$ gr, $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου.

Λύσις. Τό σωματίδιον ἐκτελεῖ ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν. Συνεπῶς τοῦτο ἀποκτᾶ κατά τήν κίνησίν του ἐντός τοῦ πεδίου σταθεράν κατά μέτρον κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν, ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Ἐάν καλέσωμεν υ τό μέτρον τῆς ταχύτητος ὑπό τήν ὁποίαν ἐξεπέμφθη τό σωματίδιον ἐκ τοῦ διασπασθέντος ραδιενεργοῦ πυρῆνος καί r τήν ἀκτῖνα τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τοῦτο ἐντός τοῦ πεδίου, τότε, τό σταθερόν μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως τοῦ σωματιδίου θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_\kappa = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (1)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, τό σωματίδιον ἔχει κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν σταθεράν κατά μέτρον, ἐπειδή ἐπ' αὐτοῦ ἐπιδρᾷ μία σταθερά κατά μέτρον κεντρομόλος δύναμις.

Τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἴσον πρός

$$F = m_\alpha \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (2)$$

ἔνθα m_α ἡ μᾶζα ἑνός σωματιδίου α.

Ἡ ἐπί τοῦ κινουμένου καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου σωματιδίου α ἐξασκουμένη κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν σταθερά κατά μέτρον δύναμις Laplace, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τό μαγνητικόν πεδίον.

Ἐάν καλέσωμεν q_α τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου ἑνός σωματιδίου α καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τότε τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς θά εἶναι ἴσον πρός

$$F = q_\alpha \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (3)$$

(τό σωματίδιον κινεῖται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς).

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$m_\alpha \frac{\upsilon^2}{r} = q_\alpha \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \quad (4)$$

Ἐπειδή ὡς γνωστόν

$$q_\alpha = 2e \quad (5)$$

ἡ (4) γράφεται

$$m_\alpha \frac{\upsilon^2}{r} = 2e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \quad (6)$$

Δι' ἐπιλύσεως τῆς (6) ὡς πρός $\mathcal{H}$ εὑρίσκομεν διά τήν ἔντασιν τοῦ πεδίου τόν τελικόν τύπον

$$\mathcal{H} = \frac{m_\alpha \cdot \upsilon}{2 \cdot e \cdot r} \quad (7)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $\upsilon = 1,92 \cdot 10^9$ cm/sec, $r = 30$ cm, $m_\alpha = 6,7 \cdot 10^{-24}$ gr, $e = 1,6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (7) εὑρίσκομεν

$$\mathcal{H} = 1,34 \cdot 10^4 \text{ Gauss} .$$

121. Πυρήν ραδίου διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α. Τό σωματίδιον ἅμα τῇ ἐκπομπῇ του ἄρχεται κινούμενον ἐντός τοῦ ἀέρος, εὑρισκομένου ὑπό κανονικάς συνθήκας, ἀφοῦ δέ διανύσῃ ἐντός αὐτοῦ διάστημα 3,3 cm, ἠρεμεῖ. Κατά τήν κίνησιν τοῦ σωματιδίου σχηματίζονται ἀνά ἑκατοστόν μήκους τῆς διαδρομῆς του 48000 ζεύγη ἰόντων, ἕκαστον τῶν ὁποίων φέρει ἕν στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον. Δεχόμενοι ὅτι ἡ ἀρχική κινητική ἐνέργεια τοῦ σωματιδίου (ἡ ἐνέργεια δηλ. μέ τήν ὁποίαν ἐξεπέμφθη ἐκ τοῦ πυρῆνος) κατηναλώθη ἐξ ὁλοκλήρου εἰς τόν σχηματισμόν ἰόντων καί ὅτι διά τόν σχηματισμόν ἑνός ζεύγους ἰόντων ἀπαιτεῖται ἐνέργεια 35 eV, νά ὑπολογισθοῦν α) ἡ ἀρχική κινητική ἐνέργεια τοῦ σωματιδίου, β) τό συνολικόν φορτίον τῶν παραχθέντων ὑπ' αὐτοῦ ἰόντων. $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου.

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν E_α τήν κινητικήν ἐνέργειαν μέ τήν ὁποίαν ἐκπέμπεται ἐξ ἑνός διασπωμένου πυρῆνος ραδίου ἕν σωματίδιον α καί $E_{ιον,ολ}$ τήν ὁλικήν ἐνέργειαν ἥτις ἀπητήθη διά τόν σχηματισμόν τῶν καθ' ὅλην τήν διαδρομήν τοῦ σωματιδίου ἐντός τοῦ ἀέρος σχηματισθέντων ζευγῶν ἰόντων, συμφώνως πρός τήν ἐκφώνησιν, θά ἔχωμεν

$$E_\alpha = E_{\iota o \nu, o\lambda} \qquad (1)$$

Ἐάν ἀφ' ἑτέρου καλέσωμεν $n_{J,o\lambda}$ τόν ἀριθμόν τῶν καθ' ὅλην τήν διαδρομήν τοῦ σωματιδίου σχηματισθέντων ζευγῶν ἰόντων καί $E_{\iota o \nu}$ τήν ἐνέργειαν ἥτις ἀπαιτεῖται διά τόν σχηματισμόν ἑνός τοιούτου ζεύγους, θά εἶναι

$$E_{\iota o \nu, o\lambda} = n_{J,o\lambda} \cdot E_{\iota o \nu} \qquad (2)$$

Ἔστω R τό μῆκος τῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τό σωματίδιον ἐντός τοῦ ἀέρος μέχρις ὅτου ἠρεμήσῃ καί n_J ὁ ἀριθμός τῶν ἀνά μονάδα μήκους τῆς διαδρομῆς σχηματιζομένων ζευγῶν ἰόντων. Θά εἶναι τότε

$$n_{J,o\lambda} = n_J \cdot R \qquad (3)$$

Ἡ σχέσις (2) λόγῳ τῆς (3) γράφεται

$$F_{\iota o \nu, o\lambda} = n_J \cdot R \cdot E_{\iota o \nu} \qquad (4)$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1) καί τῆς (4) προκύπτει τελικῶς διά τήν ἀρχικήν ἐνέργειαν τοῦ ἐκπεμφθέντος σωματιδίου

$$\underline{E_\alpha = n_J \cdot R \cdot E_{\iota o \nu}} \qquad (5)$$

β) Ἐάν καλέσωμεν n_i τόν ἀριθμόν τῶν σχηματισθέντων κατά μῆκος τῆς ὅλης τροχιᾶς τοῦ σωματιδίου ἰόντων καί q_i τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου ἑκάστου ἐξ αὐτῶν, τότε, τό ὁλικόν φορτίον αὐτῶν θά εἶναι ἴσον πρός

$$q_{o\lambda} = n_i \cdot q_i \qquad (6)$$

Διά τόν ἀριθμόν n_i τῶν ἰόντων θά εἶναι προφανῶς

$$n_i = 2 \cdot n_{J,o\lambda} \qquad (7)$$

Κατά τήν ἐκφώνησιν δέ εἶναι

$$q_i = e \qquad (8)$$

Ἡ σχέσις (6), λόγῳ τῶν (3), (7) καί (8), γράφεται τελικῶς

$$\underline{q_{o\lambda} = 2 \cdot n_J \cdot R \cdot e} \qquad (9)$$

Δίδονται $n_J = 48000$, $R = 3{,}3$ cm, $E_{ιον} = 35$ eV, $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (5) καί (9) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\underline{E_\alpha = 4{,}75 \cdot 10^6 \text{ eV} = 4{,}75 \text{ MeV}}$$

$$\underline{q_{ολ} = 4{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ ΗΣΜ - φορτίου} .}$$

122. Εἷς πυρήν ραδίου, μάζης $377{,}5 \cdot 10^{-24}$ gr, διασπᾶται ἐκπέμπων ἕν σωματίδιον α ὑπό ταχύτητα $1{,}5 \cdot 10^9$ cm/sec. Νά ὑπολογισθῇ ἡ ταχύτης ἀνακρούσεως τοῦ μετά τήν ἐκπομπήν τοῦ σωματιδίου ἐναπομένοντος πυρῆνος. Μᾶζα ἑνός σωματιδίου α = $6{,}7 \cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. Ἄς δεχθῶμεν ὅτι ὁ μέλλων νά διασπασθῇ πυρήν ραδίου εὑρίσκεται ἐν ἠρεμίᾳ, ἤτοι ὅτι τό συγκρότημα τῶν ἀποτελούντων τόν πυρῆνα ραδίου στοιχειωδῶν σωματιδίων ἔχει ὁρμήν ἴσην πρός μηδέν.

Κατά τήν διάσπασιν τοῦ πυρῆνος ραδίου ἐκπέμπεται ἐξ αὐτοῦ, ὡς γνωστόν, ἕν σωματίδιον α. Συνεπῶς ἐμφανίζεται εἰς τό συγκρότημα τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος, ἄνευ τῆς ἐπιδράσεως ἐξωτερικῆς τινός δυνάμεως, μία ὁρμή.

Συμφώνως πρός τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς πρέπει νά εἶναι

$$\text{Ὁλική ὁρμή}_{(\text{πρό τῆς διασπάσεως})} = \text{Ὁλική ὁρμή}_{(\text{μετά τήν διάσπασιν})}$$

Ἡ ὁρμή δηλ. τοῦ συστήματος τῶν πυρηνικῶν σωματιδίων δέν θά μεταβληθῇ μετά τήν διάσπασιν, ἀλλά θά παραμείνῃ σταθερά, θά παραμείνῃ δηλ. ὅση ἦτο πρό τῆς διασπάσεως, ἤτοι ἴση πρός μηδέν. Διά νά συμβῇ τοῦτο πρέπει εἰς τόν ἐναπομείναντα μετά τήν ἐκπομπήν τοῦ σωματιδίου α πυρῆνα νά ἐμφανισθῇ μία ὁρμή ἔχουσα τήν αὐτήν διεύθυνσιν, ἀλλ' ἀντίθετον φοράν πρός τήν τοῦ ἐκπεμφθέντος σωματιδίου, οὕτως ὥστε νά εἶναι δυνατόν τό διανυσματικόν ἄθροισμα τῶν δύο ὁρμῶν νά εἶναι ἴσον πρός μηδέν.

Ὁ θυγατρικός πυρήν θά ὑποστῇ λοιπόν μίαν ἀνάκρουσιν. Διά τήν εὕρεσιν τῆς ταχύτητος ἀνακρούσεως αὐτοῦ καλοῦμεν J_α τό μέτρον τῆς ὁρμῆς τοῦ ἐκπεμφθέντος σωματιδίου α καί $J_{αν,θυγ}$ τό μέτρον τῆς ὁρμῆς ἀνακρούσεως τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος, ὁπότε, συμφώνως πρός τό θεώρημα τῆς διατηρήσεως τῆς ὁρμῆς θά εἶναι

$$\begin{aligned} \text{Ὁρμαί}_{(\text{πρό τῆς διασπάσεως})} &= \text{Ὁρμαί}_{(\text{μετά τήν διάσπασιν})} \qquad (1) \\ 0 + 0 &= J_\alpha + J_{αν,θυγ} \end{aligned}$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν υ_α τήν ταχύτητα ὑπό τήν ὁποίαν ἐκπέμπεται ἐκ τοῦ πυρῆνος τό σωματίδιον α, m_α τήν μάζαν αὐτοῦ, $m_{\vartheta\upsilon\gamma}$ τήν μάζαν τοῦ ὑπολειπομένου μετά τήν διάσπασιν πυρῆνος καί $\upsilon_{\alpha\nu,\vartheta\upsilon\gamma}$ τήν ταχύτητα ἀνακρούσεως αὐτοῦ, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ὁρμῆς $J = m\cdot\upsilon$, θά ἔχωμεν τάς σχέσεις

$$J_\alpha = m_\alpha\cdot\upsilon_\alpha \tag{2}$$

$$J_{\alpha\nu,\vartheta\upsilon\gamma} = m_{\vartheta\upsilon\gamma}\cdot\upsilon_{\alpha\nu,\vartheta\upsilon\gamma} \tag{3}$$

Ἡ σχέσις (1), λόγῳ τῶν (2) καί (3), γράφεται

$$\text{Ὁρμή}_{(\text{πρό τῆς διασπάσεως})} = \text{Ὁρμή}_{(\text{μετά τήν διάσπασιν})} \tag{4}$$

$$0 + 0 = m_\alpha\cdot\upsilon_\alpha + m_{\vartheta\upsilon\gamma}\cdot\upsilon_{\alpha\nu,\vartheta\upsilon\gamma}$$

Εἶναι προφανές ὅτι, ἐάν καλέσωμεν $m_{\rho\alpha\delta}$ τήν μάζαν τοῦ διασπασθέντος πυρῆνος ραδίου, θά εἶναι

$$m_{\vartheta\upsilon\gamma} = m_{\rho\alpha\delta} - m_\alpha \tag{5}$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν τιμήν ἐκ τῆς (5) τῆς μάζης $m_{\vartheta\upsilon\gamma}$ τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος εἰς τήν ἐξίσωσιν (4) λαμβάνομεν

$$m_\alpha\cdot\upsilon_\alpha + (m_{\rho\alpha\delta} - m_\alpha)\cdot\upsilon_{\alpha\nu,\vartheta\upsilon\gamma} = 0 \tag{6}$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν ταχύτητα ἀνακρούσεως τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος τόν τύπον

$$\upsilon_{\alpha\nu,\vartheta\upsilon\gamma} = -\frac{m_\alpha\cdot\upsilon_\alpha}{(m_{\rho\alpha\delta} - m_\alpha)} \tag{7}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_{\rho\alpha\delta} = 337{,}5\cdot10^{-24}$ gr, $\upsilon_\alpha = 1{,}5\cdot10^9$ cm/sec, $m_\alpha = 6{,}7\cdot10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (7) εὑρίσκομεν

$$\underline{\upsilon_{\alpha\nu,\vartheta\upsilon\gamma} = 3{,}04\cdot10^7 \text{ cm/sec}}.$$

123. Τό ραδιενεργόν ἰώδιον ($_{53}J^{131}$) διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου β ($_{-1}e^0$). Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ προκύπτοντος ἐκ τῆς διασπάσεως πυρῆνος.

Λύσις. Ἡ αὐτόματος ῥαδιενεργός διάσπασις ἑνός πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου $_{53}J^{131}$ ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου β ὀφείλεται, ὡς γνωστόν, εἰς μετατροπήν, κατά τήν στιγμήν τῆς διασπάσεως ἑνός τῶν ἐν αὐτῷ περιεχομένων νετρονίων ($_0n^1$) εἰς ἕν πρωτόνιον ($_{+1}p^1$), ἕν σωματίδιον β ($_{-1}e^0$, ἠλεκτρόνιον) καί ἕν ἀντινετρῖνο ($\bar{\nu}$).

Τά σωματίδια $_{-1}e^0$ καί $\bar{\nu}$ ἐξέρχονται τοῦ σχηματιζομένου ἐκ τῆς διασπάσεως θυγατρικοῦ πυρῆνος, ἐνῷ τό δημιουργηθέν πρωτόνιον παραμένει ἐντός αὐτοῦ. Ἐπειδή δέ τό πρωτόνιον τοῦτο παρήχθη ἐξ ἑνός οὐδετέρου πυρηνικοῦ σωματιδίου (τοῦ νετρονίου) καί φέρει, ὡς γνωρίζομεν, ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, ἕπεται ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν στοιχειδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι κατά μίαν μονάδα μεγαλύτερος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ μητρικοῦ πυρῆνος $_{53}J^{131}$.

Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ, ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι κατά μίαν μονάδα μεγαλύτερος τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $_{53}J^{131}$, ἴσου, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ συμβόλου του, πρός 53. Ἐπομένως ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι

$$Z = 54 .$$

Παρατηροῦμεν ἀφ' ἑτέρου ὅτι ὁ ἀριθμός τοῦ νουκλεονίων τοῦ προκύψαντος ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ $_{53}J^{131}$ θυγατρικοῦ πυρῆνος εἶναι ἴσος πρός τόν ἀριθμόν τῶν νουκλεονίων τοῦ μητρικοῦ (διότι ἁπλῶς ἕν νουκλεόνιον, τό νετρόνιον, μετέπεσεν ἐκ τῆς μιᾶς τῶν ἀντιστοιχουσῶν εἰς ἕν νουκλεόνιον δύο διαφορετικῶν καταστάσεων, εἰς τήν ἑτέραν, τήν τοῦ πρωτονίου).

Συνεπῶς ὁ μητρικός πυρήν $_{53}J^{131}$ καί ὁ θυγατρικός θά ἔχουν τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν. Ἐπειδή δέ, ὡς συνάγεται ἐκ τοῦ συμβόλου του, ὁ πυρήν $_{53}J^{131}$ ἔχει μαζικόν ἀριθμόν 131, ἕπεται ὅτι ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι ἴσος πρός

$$M = 131 .$$

Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ μητρικός πυρήν $_{53}J^{131}$ καί ὁ ἐξ αὐτοῦ δι' ἐκπομπῆς β προκύπτων θυγατρικός εἶναι ἰσοβαρεῖς.

124. Εἷς ῥαδιενεργός πυρήν διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου-β. Ἡ κινητική ἐνέργεια τοῦ σωματιδίου κατά τήν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ πυρῆνος εἶναι ἴση πρός 0,15 MeV. Ὑπό ποίαν ταχύτητα ἐκπέμπεται τό σωματίδιον ἐκ τοῦ πυρῆνος. Μᾶζα ἑνός ἠλεκτρονίου = $9 \cdot 10^{-28}$ gr.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν m_β τήν μάζαν ἑνός σωματιδίου β, $\upsilon_{\alpha\rho\chi}$ τήν ταχύτητα μέ τήν ὁποίαν ἐκπέμπεται τό σωματίδιον ἐκ τοῦ διασπωμένου πυρῆνος καί E_β τήν κινητικήν ἐνέργειαν, τήν ὁποίαν κέκτηται τοῦτο κατά τήν ἔξοδόν του ἐξ αὐτοῦ, θά εἶναι

$$E_\beta = \frac{1}{2} m_\beta \cdot \upsilon_{\alpha\rho\chi}^2 \qquad (1)$$

Ἐκ τῆς σχέσεως (1) προκύπτει διά τήν ταχύτητα $\upsilon_{\alpha\rho\chi}$ ὁ τύπος

$$\upsilon_{\alpha\rho\chi} = \sqrt{2 \cdot \frac{E_\beta}{m_\beta}} \qquad (2)$$

Ἕν σωματίδιον β ἀποτελεῖ, ὡς γνωστόν, ἕν ταχέως κινούμενον ἠλεκτρόνιον. Συνεπῶς, ἐάν καλέσωμεν m_e τήν μάζαν ἑνός ἠλεκτρονίου θά εἶναι

$$m_\beta = m_e \qquad (3)$$

ὁπότε ὁ τύπος (2) γράφεται

$$\upsilon_{\alpha\rho\chi} = \sqrt{2 \cdot \frac{E_\beta}{m_e}} \qquad (4)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E_\beta = 0{,}15$ MeV $= 0{,}15 \cdot 10^6$ eV $= 0{,}15 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg, $m_e = 9 \cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\upsilon_{\alpha\rho\chi} = 2{,}31 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}.$$

(Ἡ προβλεπομένη ὑπό τῆς εἰδικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος σημαντική αὔξησις τῆς μάζης τοῦ σωματιδίου διά τήν ταχύτητα αὐτήν δέν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν).

125. Εἷς ραδιενεργός πυρήν διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου β τό ὁποῖον, εὐθύς ἅμα τῇ ἐκπομπῇ του, κινεῖται ἐντός ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου ἐντάσεως 100 Gauss καθέτως πρός τάς δυναμικάς του γραμμάς μέ ταχύτητα ἴσην κατά μέτρον πρός τήν τῆς ἐκπομπῆς του καί διαγράφει κυκλικήν τροχιάν ἀκτῖνος 7,5 cm. Νά ὑπολογισθῇ (εἰς erg καί MeV) ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν εἶχε τό σωματίδιον κατά τήν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ διασπασθέντος πυρῆνος. Μᾶζα τοῦ ἠλεκτρονίου = $9 \cdot 10^{-28}$ gr, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ – φορτίου.

Λύσις. Τό σωματίδιον β ἐκτελεῖ ἐντός τοῦ μαγνητικοῦ πεδίου ὁμαλήν κυκλικήν κίνησιν, συνεπῶς ἔχει κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν σταθεράν κατά μέτρον ἐπιτρόχιον δέ μηδενικήν.

Ἐάν καλέσωμεν υ τό μέτρον τῆς ταχύτητος ὑπό τήν ὁποίαν ἐξεπέμφθη τό σωματίδιον ἐκ τοῦ διασπασθέντος πυρῆνος καί r τήν ἀκτῖνα τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς τήν ὁποίαν διαγράφει τοῦτο ἐντός τοῦ πεδίου, τό σταθερόν μέτρον τῆς κεντρομόλου ἐπιταχύνσεως τοῦ σωματιδίου θά εἶναι ἴσον πρός

$$\gamma_\kappa = \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (1)$$

Κατά τόν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς τό σωματίδιον ἔχει κεντρομόλον ἐπιτάχυνσιν σταθεράν κατά μέτρον, ἐπειδή ἐπ' αὐτοῦ ἐπιδρᾶ μία σταθερά κατά μέτρον κεντρομόλος δύναμις. Τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἴσον πρός

$$F = m_\beta \cdot \frac{\upsilon^2}{r} \qquad (2)$$

ἔνθα m_β ἡ μᾶζα ἑνός σωματιδίου β.

Ἡ ἐπί τοῦ σωματιδίου β, κινουμένου καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς τοῦ πεδίου, ἐξασκουμένη σταθερά κατά μέτρον κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἡ εἰς τήν περίπτωσιν αὐτήν σταθερά κατά μέτρον δύναμις Laplace, τήν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τό ὁμογενές μαγνητικόν πεδίον.

Ἐάν καλέσωμεν q_β τήν ἀπόλυτον τιμήν τοῦ φορτίου ἑνός σωματιδίου β καί $\mathcal{H}$ τό μέτρον τῆς ἐντάσεως τοῦ ὁμογενοῦς μαγνητικοῦ πεδίου, τότε, τό μέτρον τῆς δυνάμεως αὐτῆς θά εἶναι ἴσον πρός

$$F = q_\beta \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (3)$$

(τό σωματίδιον κινεῖται καθέτως πρός τάς δυναμικάς γραμμάς, συνεπῶς εἰς τόν νόμον τοῦ Laplace ημφ = 1).

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (2) καί (3) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$m_\beta \cdot \frac{\upsilon^2}{r} = q_\beta \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (4)$$

Ἕν σωματίδιον β ἀποτελεῖ, ὡς γνωστόν, ἕν ταχέως κινούμενον ἠλεκτρόνιον (πυρηνικῆς προελεύσεως). Συνεπῶς, ἐάν καλέσωμεν m_e τήν μᾶζαν (ἠρεμίας) ἑνός ἠλεκτρονίου, θά εἶναι

$$m_6 = m_e \qquad (5)$$

καί

$$q_6 = e \qquad (6)$$

Ἡ ἐξίσωσις (4), λόγῳ τῶν (5) καί (6), γράφεται

$$m_e \frac{\upsilon^2}{r} = e \cdot \upsilon \cdot \mathcal{H} \qquad (7)$$

Δι᾽ ἐπιλύσεως τῆς (7) ὡς πρός υ εὑρίσκομεν διά τό μέτρον τῆς ταχύτητος τοῦ σωματιδίου

$$\upsilon = \frac{e\,\mathcal{H}\cdot r}{m_e} \qquad (8)$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν τιμήν ταύτην τοῦ υ εἰς τόν τύπον τῆς κινητικῆς ἐνεργείας $E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m\,\upsilon^2$, λαμβάνομεν διά τήν κινητικήν ἐνέργειαν, ὑπό τήν ὁποίαν ἐξεπέμφθη τό σωματίδιον ἐκ τοῦ διασπασθέντος πυρῆνος, τόν τελικόν τύπον

$$E = \frac{e^2 \cdot \mathcal{H}^2 \cdot r^2}{2m_e} \qquad (9)$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτρομαγνητικόν Σύστημα μονάδων. Δίδονται $\mathcal{H} = 100$ Gauss, $r = 7{,}5$ cm, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ - φορτίου, $m_e = 9 \cdot 10^{-28}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (9) εὑρίσκομεν

$$E_6 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ erg}.$$

Ἐκ τῆς σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 erg καί 1 eV (βλ. ἄσκησιν 6) εὑρίσκομεν ὅτι

$$E_6 = 5 \cdot 10^4 \text{ eV} = 0{,}05 \text{ MeV}.$$

126. Ὁ ραδιενεργός φωσφόρος ($_{15}P^{30}$) διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός ποζιτρονίου ($_{+1}e^0$). **Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ σχηματιζομένου θυγατρικοῦ πυρῆνος.**

Λύσις. Ἡ αὐτόματος ραδιενεργός διάσπασις ἑνός πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου $_{15}P^{30}$ ὑπό ἐκπομπήν ἑνός ποζιτρονίου ὀφείλεται, ὡς γνωστόν, εἰς μετατροπήν, κατά τήν στιγμήν τῆς διασπάσεως, ἑνός τῶν ἐν αὐτῷ περιεχομένων πρωτονίων ($_{+1}p^1$) εἰς ἕν νετρόνιον ($_0n^1$), ἕν ποζιτρόνιον ($_{+1}e^0$) καί ἕν νετρῖνο (ν).

Τά σωματίδια $_{+1}e^0$ καί ν ἐξέρχονται τοῦ σχηματιζομένου ἐκ τῆς διασπάσεως θυγατρικοῦ πυρῆνος, ἐνῷ τό δημιουργηθέν νετρόνιον παραμένει ἐντός αὐτοῦ.

Ἐπειδή τό μετατραπέν πρωτόνιον, σωματίδιον φέρον, ὡς γνωστόν, ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον, ἔδωσεν ἕν ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον πυρηνικόν σωματίδιον, τό παραμεῖναν ἐν τῷ θυγατρικῷ πυρῆνι νετρόνιον, ἕπεται ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ προκύπτοντος ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ $_{15}P^{30}$ θυγατρικοῦ πυρῆνος, θά εἶναι κατά μίαν μονάδα μικρότερος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ μητρικοῦ $_{15}P^{30}$.

Ἐκ τούτου συνάγομεν ὅτι, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ, ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι κατά μίαν μονάδα μικρότερος τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $_{15}P^{30}$, ἴσου, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ συμβόλου του, πρός 15.

Ὥστε ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι ἴσος πρός

$$Z = 14.$$

Παρατηροῦμεν ἀφ' ἑτέρου ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων τοῦ προκύπτοντος ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ $_{15}P^{30}$ θυγατρικοῦ πυρῆνος, εἶναι ἴσος πρός τόν ἀριθμόν τῶν νουκλεονίων τοῦ μητρικοῦ (διότι ἁπλῶς ἕν νουκλεόνιον, τό πρωτόνιον, μετέπεσε ἐκ τῆς μιᾶς τῶν δύο ἀντιστοιχουσῶν εἰς αὐτό διαφορετικῶν καταστάσεων εἰς τήν ἑτέραν, τήν τοῦ νετρονίου).

Συνεπῶς ὁ μητρικός πυρήν $_{15}P^{30}$ καί ὁ θυγατρικός, θά ἔχουν τόν αὐτόν μαζικόν ἀριθμόν, ἤτοι ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος θά εἶναι ἴσος πρός

$$M = 30 .$$

Ἐκ τοῦ περιοδικοῦ συστήματος τῶν στοιχείων εὑρίσκομεν ὅτι πρόκειται περί τοῦ ἰσοτόπου $_{14}Si^{30}$ τοῦ πυριτίου.

Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πυρήν $_{15}P^{30}$ καί ὁ ἐξ αὐτοῦ σχηματιζόμενος δι' ἐκπομπῆς β θυγατρικός πυρήν $_{14}Si^{30}$ εἶναι ἰσοβαρεῖς.

127. Εἷς πυρήν ἐκπέμπει ἕν φωτόνιον ἀκτινοβολίας γ, ἐνεργείας 2,2 MeV. Νά εὑρεθῇ ἡ συχνότης καί τό μῆκος κύματος τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ, τήν ὁποίαν ἀντιπροσωπεύει τό φωτόνιον. Σταθερά δράσεως τοῦ Planck = $6,6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec. Ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ = $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἡ ἀκτινοβολία γ ἀποτελεῖ,ὡς γνωστόν,ἠλεκτρομαγνητικήν ἀκτινοβολίαν λίαν μικροῦ μήκους κύματος, ἐκπεμπομένην ὑπό διηγερμένων πυρήνων κατά τήν μετάπτωσιν αὐτῶν ἐξ ἀνωτέρας ἐπιτρεπομένης ἐνεργειακῆς στάθμης εἰς κατωτέραν τοιαύτην.

Ἐάν καλέσωμεν Ε τήν ἐνέργειαν τήν ὁποίαν περικλείει τό ἐκπεμπόμενον φωτόνιον γ καί ν τήν συχνότητα τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ, τήν ὁποίαν ἐκπροσωπεῖ τοῦτο, συμφώνως πρός τήν γνωστήν ἐκ τῆς κβαντικῆς θεωρίας τῆς ἀκτινοβολίας σχέσιν, θά εἶναι

$$E = h \cdot \nu \tag{1}$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τήν συχνότητα ν

$$\nu = \frac{E}{h} \tag{2}$$

Ἀφ᾽ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν λ τό μῆκος κύματος τῆς ἐκπεμπομένης μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ, θά ἔχωμεν τήν σχέσιν

$$\lambda \cdot \nu = c \tag{3}$$

ἐκ τῆς ὁποίας

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \tag{4}$$

Ἡ σχέσις (1) λόγῳ τῆς (4) γράφεται

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \tag{5}$$

ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει διά τό μῆκος κύματος ὁ τελικός τύπος

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} \tag{6}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $E = 2{,}2$ MeV $= 2{,}2 \cdot 10^{6}$ eV $= 2{,}2 \cdot 10^{6} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}$ erg $= 3{,}52 \cdot 10^{-6}$ erg. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τούς τύπους (2) καί (6) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\nu = 5{,}33 \cdot 10^{20}\ \text{sec}^{-1}\ .$$

$$\lambda = 5{,}62 \cdot 10^{-11}\ \text{cm} = 0{,}00562\ \text{Å} = 5{,}62\ \text{X}\ .$$

128. Μονοχρωματική ἀκτινοβολία γ συνίσταται ἐκ φωτονίων, ἕκαστον τῶν ὁποίων περικλείει ἐνέργειαν 1 MeV. Ποῖον τό μῆκος κύματος τῆς ἀκτινοβολίας. $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν E τήν ἐνέργειαν ἑκάστου φωτονίου τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ, ν τήν συχνότητα καί λ τό μῆκος κύματος αὐτῆς ἐν τῷ κενῷ, θά ἔχωμεν τάς ἀκολούθους σχέσεις

$$E = h \cdot \nu \quad (1)$$

$$\lambda \cdot \nu = c \quad (2)$$

ἐκ τῶν ὁποίων προκύπτει

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad (3)$$

Δι' ἐπιλύσεως τῆς (3) ὡς πρός λ λαμβάνομεν διά τό μῆκος κύματος τόν τελικόν τύπον

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} \quad (4)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ erg. sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $E = 1$ MeV $= 1 \cdot 10^{6}$ eV $= 1 \cdot 10^{6} \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}$ erg $= 1,6 \cdot 10^{-6}$ erg. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (4) εὑρίσκομεν

$$\lambda = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ cm} = 0,0123 \text{ Å}.$$

129. α) Ποία ἡ ἐνέργεια ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ, μήκους κύματος 0,016 Å β) Νά ὑπολογισθῆ ὁ λόγος τῆς ἐνεργείας τοῦ φωτονίου τούτου, πρός τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen, μήκους κύματος 1 Å. $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἄν καλέσωμεν ν τήν συχνότητα καί λ τό μῆκος κύματος τῆς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ, ἡ ἐνέργεια τήν ὁποίαν περικλείει ἕκαστον φωτόνιον τῆς ἀκτινοβολίας θά εἶναι ἴση πρός

$$E = h \cdot \nu \quad (1)$$

ἤ ἐπειδή $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$

$$E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $h = 6{,}6 \cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec, $\lambda = 0{,}016$ Å $= 0{,}016 \cdot 10^{-8}$ cm. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$E = 1{,}23 \cdot 10^{-6} \text{ erg} .$$

β) Ἐάν καλέσωμεν ν_γ, λ_γ καί E_γ, ἀντιστοίχως τήν συχνότητα, τό μῆκος κύματος καί τήν ἐνέργειαν ἑκάστου φωτονίου μιᾶς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ, ν_R, λ_R καί E_R, ἀντιστοίχως τήν συχνότητα, τό μῆκος κύματος καί τήν ἐνέργειαν ἑκάστου φωτονίου μιᾶς μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen, θά ἔχωμεν τάς σχέσεις

$$E_\gamma = h \cdot \nu_\gamma \qquad (3)$$

$$E_R = h \cdot \nu_R \qquad (4)$$

αἵτινες, λόγῳ τῶν σχέσεων $\nu_\gamma = \dfrac{c}{\lambda_\gamma}$ καί $\nu_R = \dfrac{c}{\lambda_R}$ γράφονται

$$E_\gamma = h \frac{c}{\lambda_\gamma} \qquad (5)$$

$$E_R = h \cdot \frac{c}{\lambda_R} \qquad (6)$$

Διά διαιρέσεως τῶν (3) καί (4) κατά μέλη εὑρίσκομεν διά τόν λόγον τῶν ἐνεργειῶν τῶν φωτονίων

$$\frac{E_\gamma}{E_R} = \frac{\nu_\gamma}{\nu_R} \qquad (7)$$

διά διαιρέσεως δέ κατά μέλη τῶν (5) καί (6) εὑρίσκομεν

$$\frac{E_\gamma}{E_R} = \frac{\lambda_R}{\lambda_\gamma} \qquad (8)$$

Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν (8) $\lambda_R = 1$ Å, $\lambda_\gamma = 0{,}016$ Å εὑρίσκομεν

$$\frac{E_\gamma}{E_R} = 62{,}5 .$$

130. Ὑπό ποίας τάσεως πρέπει νά διεγερθῆ σωλήν ἀκτίνων Röntgen διά νά δώση φωτόνια ἔχοντα ἕκαστον ἐνέργειαν ἴσην πρός τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας γ μήκους κύματος 0,016 Å. $h = 6{,}6\cdot 10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec, $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ – φορτίου.

Παρατήρησις. **Δεχόμεθα ὅτι ἡ κινητική ἐνέργεια τήν ὁποίαν κέκτηται ἕκαστον ἠλεκτρόνιον κατά τήν πρόσπτωσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου, μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου κατά τήν πρόσκρουσιν εἰς ἕν φωτόνιον ἀκτινοβολίας Röntgen.**

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν U τήν διεγείρουσαν ἕνα σωλῆνα ἀκτίνων Röntgen τάσιν, τότε, τό ἔργον τό ὁποῖον παράγεται ὑπό τοῦ πεδίου διά τήν μετακίνησιν ἑνός τῶν ἐκ τῆς καθόδου ἐκλυομένων ἠλεκτρονίων ἀπ' αὐτῆς μέχρι τῆς ἀνόδου, εἶναι, ὡς γνωστόν, ἴσον πρός $A = e\cdot U$. Τό ἔργον τοῦτο μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς κινητικήν ἐνέργειαν τοῦ ἠλεκτρονίου. Δεχόμενοι συνεπῶς, ὅτι ἕκαστον ἠλεκτρόνιον ἐκκινεῖ ἐκ τῆς καθόδου μέ ἀρχικήν ταχύτητα μηδέν, ἡ κινητική του ἐνέργεια εἰς τό τέλος τῆς μετακινήσεως, ἤτοι κατά τήν πρόσπτωσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου, θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{\kappa\iota\nu} = e\cdot U \tag{1}$$

Ἡ τελική κινητική ἐνέργεια ἑκάστου ἠλεκτρονίου μετατρέπεται κατά τήν πρόσκρουσίν του ἐπί τῆς ἀνόδου, εἰς τήν ἐνέργειαν ἑνός φωτονίου μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen.

Συνεπῶς ἡ ἐνέργεια ἑκάστου φωτονίου τῆς ἐκπεμπομένης ὑπό τοῦ σωλῆνος μονοχρωματικῆς ἀκτινοβολίας Röntgen θά εἶναι ἴση πρός

$$E_R = e\cdot U \tag{2}$$

Ἔστω, ἀφ' ἑτέρου, μία μονοχρωματική ἀκτινοβολία γ συχνότητος ν_γ καί μήκους κύματος λ_γ. Ἡ ἐνέργεια τήν ὁποίαν περικλείει ἕν φωτόνιον αὐτῆς εἶναι ἴση πρός

$$E_\gamma = h\cdot \nu_\gamma \tag{3}$$

ἤ

$$E_\gamma = h\,\frac{c}{\lambda_\gamma} \tag{4}$$

Διά νά εἶναι

$$E_R = E_\gamma \tag{5}$$

πρέπει ἡ διεγείρουσα τόν σωλῆνα τάσις νά ἔχῃ τοιαύτην τιμήν ὥστε νά εἶναι

$$eU = h\cdot\nu_\gamma \tag{6}$$

ἤ

$$eU = h\frac{c}{\lambda_\gamma} \tag{7}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (6) καί (7) λαμβάνομεν διά τήν ἀπαιτουμένην τάσιν τούς τύπους

$$U = \frac{h\cdot\nu_\gamma}{e} \tag{8}$$

$$U = \frac{h\,c}{\lambda_\gamma\cdot e} \tag{9}$$

Λύσις εἰς τό Ἠλεκτροστατικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $h = 6{,}6\cdot10^{-27}$ erg·sec, $c = 3\cdot10^{10}$ cm/sec, $\lambda_\gamma = 0{,}016$ Å $= 0{,}016\cdot10^{-8}$ cm, $e = 4{,}8\cdot10^{-10}$ ΗΣΜ − φορτίου. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (9) εὑρίσκομεν

$$\underline{U = 2{,}5\cdot10^{3}\ \text{ΗΣΜ − τάσεως} = 750000\ \text{V} = 750\ \text{kV}}\ .$$

131. Κατά τήν δίοδον δέσμης ἀκτινοβολίας γ διά θαλάμου ἰονισμοῦ περιέχοντος ἀτμοσφαιρικόν ἀέρα εὑρισκόμενον ὑπό κανονικάς συνθήκας, σχηματίζονται ἐντός αὐτοῦ $2\cdot10^{5}$ ἰόντα φέροντα ἕκαστον ἕν στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον. α) Ποῖον τό συνολικόν φορτίον τῶν ἰόντων αὐτῶν. β) Ἐάν τό φορτίον τοῦτο διέλθῃ δι' ἀντιστάσεως 28000 Ω ἐντός χρόνου 1 μsec, κατά τρόπον ὥστε νά προκληθῇ εἰς αὐτήν ρεῦμα σταθερᾶς ἐντάσεως, νά ὑπολογισθῇ ἡ τάσις ἥτις ἐμφανίζεται εἰς τά ἄκρα τῆς ἀντιστάσεως κατά τήν διάρκειαν τῆς διόδου τοῦ ρεύματος. $e = 1{,}6\cdot10^{-19}$ Cb.

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν n_i τόν ἀριθμόν τῶν σχηματισθέντων ἰόντων καί q_i τό φορτίον ἑκάστου ἐξ αὐτῶν, τότε, τό συνολικόν φορτίον τῶν παραχθέντων ἰόντων θά εἶναι ἴσον πρός

$$q_{ολ} = n_i\cdot q_i \tag{1}$$

Ἕκαστον τῶν σχηματιζομένων ἐντός τοῦ θαλάμου ἰονισμοῦ ἰόντων, φέρει, κατά τήν ἐκφώνησιν, ἕν στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον, συνεπῶς

$$q_i = e \qquad (2)$$

καί τό συνολικόν φορτίον θά εἶναι ἴσον πρός

$$q_{ολ} = n_i \cdot e \qquad (3)$$

Θέτοντες εἰς τόν τύπον (3) $n_i = 2 \cdot 10^5$ καί $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Cb εὑρίσκομεν

$$q_{ολ} = 3,2 \cdot 10^{-14}\ \text{Cb}.$$

β) Ἐάν τό φορτίον $q_{ολ}$ διέλθῃ δι᾽ἀντιστάσεως R, κατά τρόπον ὥστε νά διέλθῃ δι᾽αὐτῆς ρεῦμα σταθερᾶς ἐντάσεως, ἔστω ἴσης πρός i, ἡ τάσις ἥτις θά ἀναφανῇ εἰς τά ἄκρα τῆς R κατά τήν διάρκειαν τῆς διόδου, θά εἶναι, συμφώνως πρός τόν νόμον τοῦ Ohm ἴση πρός

$$U = i \cdot R \qquad (4)$$

Ἐάν ἀφ᾽ἑτέρου καλέσωμεν t τό χρονικόν διάστημα ἐντός τοῦ ὁποίου διέρχεται διά τινος τομῆς τῆς R τό φορτίον $q_{ολ}$, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἐντάσεως $i = q/t$, θά εἶναι

$$i = \frac{q_{ολ}}{t} \qquad (5)$$

Ἡ σχέσις (5), λόγῳ τῆς (3), γράφεται

$$i = \frac{n_i \cdot e}{t} \qquad (6)$$

Ἀντικαθιστῶντες τήν τιμήν τῆς i ἐκ τῆς (6) εἰς τήν (4) εὑρίσκομεν διά τήν τάσιν U τόν τελικόν τύπον

$$U = \frac{n_i \cdot e \cdot R}{t} \qquad (7)$$

Λύσις εἰς τό Πρακτικόν Σύστημα μονάδων: Δίδονται $R = 28000\ \Omega$, $n_i = 2 \cdot 10^5$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Cb, $t = 1$ μsec $= 10^{-6}$ sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (7) εὑρίσκομεν

$$U = 8,96 \cdot 10^{-4}\ \text{V} = 0,8960\ \text{mV}.$$

132. α) Κατά τήν δίοδον δέσμης ἀκτίνων γ δι᾽ἀέρος εὑρισκομένου ὑπό κανονικάς συνθήκας σχηματίζονται ἐντός αὐτοῦ ζεύγη ἰόντων ἐξ ἑνός θετικοῦ ἰόντος, φέροντος ἕν στοιχειῶδες θετικόν ἠλεκτρικόν φορτίον καί ἐξ ἑνός ἀρνητικοῦ ἰόντος, φέροντος ἕν στοιχειῶδες ἀρνητικόν φορτίον. Ἐάν τό συνολικόν φορτίον τῶν ἐντός 1 cm^3 ἀέρος σχηματισθέντων θετικῶν ἰόντων εἶναι ἴσον πρός +1 ΗΣΜ - φορτίου, τό δέ συνολικόν φορτίον τῶν ἐντός αὐτοῦ σχηματισθέντων ἀρνητικῶν ἰόντων ἴσον πρός -1ΗΣΜ - φορτίου, νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν ἐντός 1 cm^3 ἀέρος σχηματισθέντων ζευγῶν ἰόντων. β) Ἐάν διά τήν παραγωγήν ἑνός ζεύγους ἰόντων ἀπαιτεῖται ἐνέργεια 32,5 eV, νά ὑπολογισθῇ ἡ καταναλωθεῖσα διά τόν σχηματισμόν τῶν ἐντός 1 cm^3 ἰόντων ἐνέργεια. $e = 4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $1\ eV = 1,6 \cdot 10^{-12}$ erg.

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν $n_{θετ}$ τόν ἀριθμόν τῶν σχηματισθέντων θετικῶν ἰόντων, $q_{i,θετ}$ τό φορτίον ἑκάστου θετικοῦ ἰόντος, $q_{ολ,θετ}$ τό συνολικόν φορτίον τῶν θετικῶν ἰόντων, $n_{αρν}$ τόν ἀριθμόν τῶν σχηματισθέντων ἀρνητικῶν ἰόντων, $q_{i,αρν}$ τό φορτίον ἑνός ἀρνητικοῦ ἰόντος καί $q_{ολ,αρν}$ τό ὁλικόν φορτίον τῶν σχηματισθέντων ἀρνητικῶν ἰόντων, θά ἔχωμεν τάς σχέσεις

$$q_{ολ,θετ} = n_{θετ} \cdot q_{i,θετ} \qquad (1)$$

$$q_{ολ,αρν} = n_{αρν} \cdot q_{i,αρν} \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν σχέσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν

$$n_{θετ} = \frac{q_{ολ,θετ}}{q_{i,θετ}} \qquad (3)$$

$$n_{αρν} = \frac{q_{ολ,αρν}}{q_{i,αρν}} \qquad (4)$$

Ἐπειδή τά ἰόντα σχηματίζονται κατά ζεύγη ἐξ ἑνός θετικοῦ καί ἑνός ἀρνητικοῦ ἰόντος, θά εἶναι

$$n_{θετ} = n_{αρν} = n_J \qquad (5)$$

ἔνθα n_J ὁ ἀριθμός τῶν σχηματισθέντων ζευγῶν ἰόντων. Συνεπῶς

$$n_J = \frac{q_{ολ,θετ}}{q_{i,θετ}} = \frac{q_{ολ,αρν}}{q_{i,αρν}} \qquad (6)$$

Θέτοντες εἰς τόν τύπον (6) $q_{ολ,θετ} = +1$ ΗΣΜ-φορτίου, $q_{i,θετ} = +1\ e = +4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ - φορτίου, $q_{ολ,αρν} = -1$ ΗΣΜ - φορτίου, $q_{i,αρν} = -1e = -4,8 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ φορτίου, εὑρίσκομεν

$$n_J = 2{,}08 \cdot 10^9 .$$

β) Έστω $E_{ιον}$ ἡ ἐνέργεια ἥτις ἀπαιτεῖται διά τόν σχηματισμόν ἑνός ζεύγους ἰόντων. Ἡ συνολικῶς καταναλωθεῖσα διά τόν σχηματισμόν n_J τοιούτων ζευγῶν θά εἶναι τότε ἴση πρός

$$E_{ολ} = n_J \cdot E_{ιον} \qquad (7)$$

Δίδεται, $E_{ιον} = 32{,}5$ eV , εἶναι δέ $n_J = 2{,}08 \cdot 10^9$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (7) εὑρίσκομεν

$$E_{ολ} = 6{,}75 \cdot 10^{10} \text{ eV}.$$

133. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ραδιενεργοῦ ἰωδίου ($_{53}J^{131}$) εἶναι ἴσος πρός 8 ἡμέρας. Ποῖον μέρος τῶν πυρήνων $_{53}J^{131}$ οἵτινες ὑπάρχουν κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$ εἰς μίαν ποσότητα πυρήνων τοῦ ἰσοτόπου $_{53}J^{131}$ ἔχει ἀπομείνει εἰς τό τέλος χρόνου 16 ἡμερῶν.

Λύσις. Ζητεῖται νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων $_{53}J^{131}$ οἵτινες ἔχουν ἀπομείνει κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t_2 = 2T$, ἔνθα T ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ $_{53}J^{131}$.

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ προκύπτει ὅτι ὁ ἀριθμός οὗτος θά εἶναι ἴσος πρός τό ἥμισυ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν πυρήνων $_{53}J^{131}$, οἱ ὁποῖοι ὑπάρχουν εἰσέτι κατά τήν στιγμήν $t_1 = T$. Ἀλλά (συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ) κατά τήν χρονικήν αὐτήν στιγμήν ἀπομένει τό ἥμισυ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ἀρχικῶν πυρήνων, τῶν ὑπαρχόντων δηλ. κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$. Ἄρα κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t_2 = 2T$ ἔχουν ἀπομείνει ἀδιάσπαστοι τό

$$\frac{1}{4} \text{ τῶν ἀρχικῶν πυρήνων.}$$

134. Ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ραδιενεργοῦ ἰωδίου ($_{53}J^{131}$) εἶναι ἴσος πρός 8 ἡμέρας. Νά ὑπολογισθῇ ἡ χρονική στιγμή καθ' ἥν εἰς μίαν ποσότητα πυρήνων $_{53}J^{131}$ τοῦ ἰσοτόπου ἔχει ἀπομείνει τό $\frac{1}{8}$ τῶν πυρήνων οἵτινες ὑπῆρχον εἰς αὐτήν κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν T τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ραδιενεργοῦ ἰωδίου καί t τήν χρονικήν στιγμήν καθ' ἥν ἔχει ἀπομείνει τό $\frac{1}{8}$ τῶν ἀρχικῶν πυρήνων $_{53}J^{131}$, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ

τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ ἕπεται ὅτι α) κατά τήν χρονικήν
στιγμήν t–T ὑπάρχει τό 1/4 τῶν ἀρχικῶν πυρήνων β) κατά τήν
χρονικήν στιγμήν t–2T ἀπομένει τό 1/2 αὐτῶν, γ) ὁ ἀριθμός τῶν
πυρήνων εἶναι ἴσος πρός τόν τῶν ἀρχικῶν, τῶν ὑπαρχόντων δηλ.
κατά τήν στιγμήν t = 0, κατά τήν χρονικήν στιγμήν t–3T.
Ἄρα θά εἶναι t–3T = 0 καί συνεπῶς

$$t = 3T$$

Ἐπειδή T = 8 ἡμέραι εὑρίσκομεν

$$t = 24 \text{ ἡμέραι}.$$

**135. Εἰς ποσότητα πυρήνων ἑνός ῥαδιενεργοῦ ἰσοτόπου ἔ-
χουν ἀπομείνει κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 2\frac{3}{4}$ min τό $\frac{1}{8}$
τῶν πυρήνων οἵτινες ὑπῆρχον εἰς αὐτήν κατά τήν χρονικήν στι-
γμήν t = 0. Νά ὑπολογισθῇ ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ἰσο-
τόπου.**

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν T τόν χρόνον ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ
ῥαδιενεργοῦ ἰσοτόπου καί t τήν χρονικήν στιγμήν καθ' ἥν ἔχει
ἀπομείνει τό 1/8 τῶν ἀρχικῶν πυρήνων, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ χρό-
νου ὑποδιπλασιασμοῦ, ἕπεται ὅτι α) κατά τήν χρονικήν στιγμήν
t–T ὑπάρχει τό 1/4 τῶν ἀρχικῶν πυρήνων, β) κατά τήν στιγμήν
t–2T ἀπομένει τό 1/2 αὐτῶν γ) ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων εἶναι ἴ-
σος πρός τόν τῶν ἀρχικῶν, τῶν ὑπαρχόντων δηλ. κατά τήν στι-
γμήν t = 0, κατά τήν χρονικήν στιγμήν t–3T. Ἄρα θά εἶναι
t–3T = 0 καί συνεπῶς

$$T = \frac{t}{3} \qquad (1)$$

Δίδεται $t = 2\frac{3}{4}$ min = 165 sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν
τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$T = 55 \text{ sec.}$$

**136. Εἰς ποσότητα πυρήνων ἑνός ῥαδιενεργοῦ ἰσοτόπου πε-
ριέχονται κατά τήν χρονικήν στιγμήν t = 0, N πυρῆνες τοῦ ἰ-
σοτόπου. Ἐάν ὁ χρόνος ὑποδιπλασιασμοῦ τοῦ ἰσοτόπου εἶναι T,
νά ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων τοῦ ἰσοτόπου οἱ ὁποῖοι
θά ὑπάρχουν (θά ἔχουν ἀπομείνῃ) κατά τήν χρονικήν στιγμήν
t = n·T (n ἀκέραιος), ὡς καί ὁ ἀριθμός τῶν διασπασθέντων ῥα-
διενεργῶν πυρήνων τοῦ ἰσοτόπου μέχρι τῆς στιγμῆς αὐτῆς.**

Λύσις. Ἐφ' ὅσον κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t = 0$ ὁ ἀριθμός τῶν ὑπαρχόντων πυρήνων τοῦ ἰσοτόπου εἶναι N, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ χρόνου ὑποδιπλασιασμοῦ, ἕπεται ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν ἀπομενόντων κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t_1 = T$ ἀδιασπάστων πυρήνων εἶναι $\frac{N}{2}$, ὁ ἀριθμός τῶν ὑπαρχόντων κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t_2 = 2T$ πυρήνων, $\frac{1}{2}\cdot\frac{N}{2} = \frac{N}{4} = \frac{N}{2^2}$, ὁ ἀριθμός τῶν ὑπαρχόντων κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t_3 = 3T$, $\frac{1}{2}\,\frac{N}{4} = \frac{N}{8} = \frac{N}{2^3}$ κ.ο.κ. καί συνεπῶς ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων οἱ ὁποῖοι θά ἔχουν ἀπομείνει κατά τήν χρονικήν στιγμήν $t_n = nT$ θά εἶναι

$$\frac{N}{2^n}$$

Ἐξ αὐτοῦ ἕπεται ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων οἵτινες διεσπάσθησαν μέχρι τῆς χρονικῆς στιγμῆς $t = n\cdot T$ εἶναι $N - N/2^n$, ἤτοι

$$N\cdot(1 - 2^{-n}).$$

137. Εἰς ποσότητα ραδιενεργῶν πυρήνων λαμβάνουν χώραν καθ' ὥραν $5,3\cdot10^8$ διασπάσεις. Ἐάν ἕκαστος πυρήν διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α, ἐκ τῆς μάζης δέ τῆς ραδιενεργοῦ οὐσίας ἐκλύονται ἀνά ὥραν $1,96\cdot10^{-13}$ cm^3 ἡλίου, μετρηθέντα ὑπό κανονικάς συνθήκας, νά ὑπολογισθῇ ἡ σταθερά Loschmidt. Τό ἥλιον ἔχει ἀτομικόν βάρος 4,003, ὑπό κανονικάς δέ συνθήκας πυκνότητα $1,8\cdot10^{-4}$ gr / cm^3.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν n τόν ἀριθμόν τῶν ραδιενεργῶν διασπάσεων, αἵτινες λαμβάνουν χώραν εἰς τήν ποσότητα τῶν ραδιενεργῶν πυρήνων ἐντός χρόνου τ.

Ἐπειδή ἡ διάσπασις ἑκάστου πυρῆνος συνοδεύεται ὑπό ἐκπομπῆς ἑνός σωματιδίου α, ἕπεται ὅτι ἐντός τοῦ χρόνου τ ἐκπέμπονται ἐκ τῆς ποσότητος τῶν πυρήνων n σωματίδια α. Ἀφ' ἑτέρου ἕκαστον σωματίδιον α ἀποτελεῖ, ὡς γνωστόν, ἕν δισθενές ἰόν - πυρῆνα - ἡλίου, ὅστις μετά τήν ἐκπομπήν ἐκ τοῦ διασπασθέντος πυρῆνος προσλαμβάνει ἐκ τῶν ἐλευθέρων ἠλεκτρονίων τοῦ περιβάλλοντος δύο περιφερειακά ἠλεκτρόνια καί μετατρέπεται εἰς ἕν ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον ἄτομον ἡλίου. Συνεπῶς εἰς τήν ραδιενεργόν οὐσίαν σχηματίζονται ἐντός τοῦ χρόνου τ n ἄτομα ἡλίου.

'Αφ' ἑτέρου ἐντός τοῦ ἰδίου χρόνου τ διαπιστοῦται ἔκλυσις ἐκ τῆς ραδιενεργοῦ οὐσίας ποσότητος ἡλίου ὄγκου ἔστω ἴσου πρός V, ἤ, ἄν καλέσωμεν ρ τήν πυκνότητα τοῦ ἡλίου ὑφ' ἅς συνθήκας ἐμετρήθη ὁ ὄγκος V, μάζης ἡλίου V ρ. Εἶναι προφανές ὅτι ἡ μάζα V ρ τοῦ ἐκλυθέντος ἐντός χρόνου τ ἡλίου ἀντιπροσωπεύει τήν συνολικήν μᾶζαν τῶν ἐντός τοῦ ἰδίου χρόνου σχηματισθέντων n ἀτόμων ἡλίου.

'Εξ αὐτοῦ, διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν, εὑρίσκομεν ὅτι ὁ ἀριθμός N τῶν ἀτόμων ἡλίου, τῶν ὁποίων ἡ συνολική μᾶζα ἀντιπροσωπεύεται ὑπό τῆς μάζης ἑνός γραμματόμου ἡλίου, ἤτοι ὁ ἀριθμός τῶν ἀτόμων ἡλίου, τά ὁποῖα περιέχονται ἐντός 1 γραμματόμου ἡλίου, εἶναι ἴσος πρός

$$N = \frac{n\ (\text{μᾶζα ἑνός γραμματόμου ἡλίου})}{V \cdot \varrho}$$

Δίδονται, $n = 5{,}3 \cdot 10^8$, $V = 1{,}96 \cdot 10^{-13}$ cm^3, $\varrho = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$ gr/cm^3 (ἀμφότερα ὑπό κανονικάς συνθήκας). 'Εκ τοῦ δοθέντος ἀτομικοῦ βάρους τοῦ ἡλίου συνάγομεν ὅτι ἡ μᾶζα ἑνός γραμματόμου ἡλίου εἶναι ἴση πρός 4,003 gr.. 'Αντικαθιστῶντες εἰς τήν ἀνωτέρω σχέσιν εὑρίσκομεν

$$N = 6{,}02 \cdot 10^{23}$$

Γνωρίζομεν ὅμως ὅτι ὅσα ἄτομα ἡλίου περιέχονται εἰς ἕν γραμμάτομον ἡλίου, τόσα περιέχονται καί εἰς 1 γραμμάτομον παντός ἄλλου στοιχείου καί τό σταθερόν πηλῖκον

$$\frac{\text{ἀριθμός ἀτόμων}}{\text{γραμμάτομον}}$$

ἀποτελεῖ τήν γνωστήν σταθεράν Loschmidt.

'Εκ τῆς ὑπολογισθείσης ἀνωτέρω τιμῆς τοῦ ἀριθμοῦ N προκύπτει ὅτι

<u>σταθερά Loschmidt = $6{,}02 \cdot 10^{23}$ ἄτομα /γραμμάτομον.</u>

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ'

ΠΥΡΗΝΙΚΑΙ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ. ΣΧΑΣΙΣ ΚΑΙ ΣΥΝΤΗΞΙΣ ΠΥΡΗΝΩΝ

138. Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ πυρῆνος ὁ ὁποῖος σχηματίζεται κατά τήν ἐνσωμάτωσιν ἑνός νετρονίου ($_0n^1$) εἰς ἕνα πυρῆνα οὐρανίου ($_{92}U^{238}$).

Λύσις. α) Τό νετρόνιον εἶναι ὡς γνωστόν ἕν πυρηνικόν σωματίδιον (νουκλεόνιον) ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον. Συνεπῶς ὁ ἀριθμός τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ πυρῆνος, τοῦ προκύπτοντος ἐκ τῆς ἐνσωματώσεως ἑνός νετρονίου ἐντός τοῦ πυρῆνος $_{92}U^{238}$ θά παραμείνῃ ἴσος πρός τόν ἀριθμόν τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ $_{92}U^{238}$.

Ἐπομένως, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ, ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ σχηματιζομένου πυρῆνος θά εἶναι ὁ αὐτός πρός τόν τοῦ πυρῆνος $_{92}U^{238}$. Ἐπειδή δέ, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ δοθέντος συμβόλου του, ὁ $_{92}U^{238}$ ἔχει ἀτομικόν ἀριθμόν 92, ἕπεται ὅτι ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ παραχθέντος ἐκ τῆς ἐνσωματώσεως τοῦ νετρονίου πυρῆνος θά εἶναι ἴσος πρός

$$\underline{Z = 92} \,.$$

β) Ὁ ἀριθμός τῶν νουκλεονίων (πρωτονίων + νετρονίων) τοῦ σχηματιζομένου ἐκ τῆς ἐνσωματώσεως ἑνός νετρονίου ἐντός τοῦ $_{92}U^{238}$ πυρῆνος εἶναι κατά μίαν μονάδα μεγαλύτερος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νουκλεονίων τοῦ $_{92}U^{238}$.

Συνεπῶς ὁ μαζικός του ἀριθμός θά εἶναι κατά μίαν μονάδα μεγαλύτερος τοῦ μαζικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $_{92}U^{238}$, ἴσου, ὡς προκύπτει ἐκ τοῦ συμβόλου του, πρός 238.

Ἐπομένως ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ σχηματιζομένου πυρῆνος θά εἶναι

$$\underline{M = 239} \,.$$

Παρατηροῦμεν ὅτι σχηματίζεται εἰς πυρήν ἑνός ἑτέρου ἰσοτόπου τοῦ αὐτοῦ στοιχείου, δηλ. τοῦ οὐρανίου, ὁ $_{92}U^{239}$. Οὗτος εἶναι ἀσταθής καί διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου β, μεταπίπτων εἰς ἕνα πυρῆνα ἑνός ἰσοτόπου τοῦ ποσειδωνίου, ὁ ὁποῖος εἶναι καί αὐτός ἀσταθής καί μετατρέπεται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου β εἰς πυρῆνα ἑνός ἰσοτόπου τοῦ πλουτωνίου.

139. Ἕν νετρόνιον ($_0n^1$) ἐνσωματοῦται εἰς ἕνα πυρῆνα νατρίου ($_{11}Na^{23}$). Ὁ σχηματιζόμενος πυρήν διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου β($_{-1}e^0$). Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ τελικοῦ πυρῆνος.

Λύσις. Ἐπειδή τό νετρόνιον εἶναι ἕν πυρηνικόν σωματίδιον (νουκλεόνιον) ἠλεκτρικῶς οὐδέτερον, ὁ προκύπτων ἐκ τῆς ἐνσωματώσεως ἑνός νετρονίου ἐντός τοῦ πυρῆνος $_{11}Na^{23}$ νέος πυρήν, θά ἔχῃ ἀτομικόν ἀριθμόν τόν αὐτόν πρός τόν τοῦ $_{11}Na^{23}$, μαζικόν δέ ἀριθμόν κατά μίαν μονάδα μεγαλύτερον αὐτοῦ. Ἤτοι θά εἶναι ἀντιστοίχως

$$Z = 11 \qquad\qquad M = 24 .$$

Σχηματίζεται δηλ. εἰς πυρήν ἑνός ἑτέρου ἰσοτόπου τοῦ αὐτοῦ στοιχείου, δηλ. τοῦ νατρίου, ὁ $_{11}Na^{24}$. Οὗτος εἶναι ἀσταθής καί διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου β. Ἡ ἐκπομπή β δέν μεταβάλλει, ὡς γνωστόν, τόν ἀριθμόν τῶν νουκλεονίων τοῦ πυρῆνος, μετατρέπει ὅμως ἕν νετρόνιον αὐτοῦ εἰς πρωτόνιον καί συνεπῶς προκύπτει ἀριθμός στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ θυγατρικοῦ πυρῆνος κατά μίαν μονάδα μεγαλύτερος τοῦ ἀριθμοῦ τοῦ μητρικοῦ.

Ἐκ τούτων συνάγεται ὅτι ὁ θυγατρικός πυρήν, ὁ παραγόμενος ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ $_{11}Na^{24}$ ὑπό ἐκπομπήν β, θά ἔχῃ ἀτομικόν ἀριθμόν Z΄ κατά μίαν μονάδα μεγαλύτερον τοῦ ἀτομικοῦ ἀριθμοῦ τοῦ $_{11}Na^{24}$, μαζικόν δέ ἀριθμόν M΄ τόν αὐτόν μέ τόν τοῦ $_{11}Na^{24}$, ἤτοι

$$\underline{Z' = 12} \qquad\qquad \underline{M' = 24 .}$$

Ἐκ τοῦ περιοδικοῦ συστήματος τῶν στοιχείων εὑρίσκομεν ὅτι πρόκειται περί τοῦ πυρῆνος τοῦ φυσικοῦ ἰσοτόπου $_{12}Mg^{24}$ τοῦ μαγνησίου.

140. Πυρήν ἀζώτου ($_7N^{14}$) βομβαρδιζόμενος δι᾽ ἑνός σωματιδίου α($_2He^4$) ὑφίσταται διάσπασιν ὑπό ἐκπομπήν ἑνός πρωτονίου ($_1H^1$). Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ προκύπτοντος ἐκ τῆς διασπάσεως νέου πυρῆνος.

Λύσις. Ἂς καλέσωμεν Z τόν ἀτομικόν ἀριθμόν καί M τόν μαζικόν ἀριθμόν τοῦ νέου πυρῆνος ὅστις προκύπτει ἐκ τῆς διασπάσεως καί ἄς συμβολίσωμεν αὐτόν διά τοῦ συμβόλου $_{Z}\Pi^{M}$. Τότε ἡ πυρηνική ἀντίδρασις τῆς διασπάσεως τοῦ πυρῆνος $_{7}N^{14}$ διά βομβαρδισμοῦ μέ σωματίδια α ($_{2}He^{4}$) θά περιγράφεται ὑπό τῆς ἐξισώσεως

$$_{7}N^{14} + {}_{2}He^{4} \longrightarrow {}_{Z}\Pi^{M} + {}_{1}H^{1}$$

Εἶναι προφανές ὅτι α) τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων τοῦ διασπωμένου πυρῆνος (+7e) καί τοῦ βλήματος (+2e) θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ σχηματιζομένου ἐκ τῆς διασπάσεως νέου πυρῆνος (+Ze) καί τοῦ ἐκπεμπομένου σωματιδίου (+1e). Συνεπῶς θά ἔχωμεν (διά τάς ἀπολύτους τιμάς) τήν ἐξίσωσιν

$$7e + 2e = Ze + 1e$$

β) Τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν τοῦ διασπωμένου πυρῆνος (14) καί τοῦ διασπῶντος σωματιδίου (4) (συνολικός ἀριθμός τῶν νουκλεονίων τῶν πυρήνων τοῦ πρώτου μέλους), θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν τοῦ σχηματιζομένου πυρῆνος (M) καί τοῦ ἐκπεμπομένου σωματιδίου (1) (συνολικός ἀριθμός τῶν νουκλεονίων τῶν πυρήνων τοῦ δευτέρου μέλους). Θά ἔχωμεν συνεπῶς τήν ἐξίσωσιν

$$14 + 4 = M + 1$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν ὅτι

$$\underline{Z = 8} \qquad \underline{M = 17.}$$

Ἐκ τοῦ περιοδικοῦ συστήματος τῶν στοιχείων εὑρίσκομεν ὅτι τό στοιχεῖον, τό ἔχον ἀτομικόν ἀριθμόν 8 εἶναι τό ὀξυγόνον. Συνεπῶς ὁ σχηματιζόμενος πυρήν ἀνήκει εἰς τό ἰσότοπον $_{8}O^{17}$ τοῦ ὀξυγόνου, τό περιεχόμενον εἰς τό φυσικόν μῖγμα τῶν ἰσοτόπων τοῦ ὀξυγόνου εἰς τήν μικροτέραν ἀναλογίαν.

141. Πυρήν ἄνθρακος ($_{6}C^{12}$) βομβαρδιζόμενος δι' ἑνός σωματιδίου α ($_{2}He^{4}$) διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός νετρονίου ($_{0}n^{1}$). Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ προκύπτοντος νέου πυρῆνος.

Λύσις. Ἄς καλέσωμεν Ζ τόν ἀτομικόν καί Μ τόν μαζικόν ἀριθμόν τοῦ νέου πυρῆνος, ὅστις προκύπτει ἐκ τῆς διασπάσεως, καί ἄς συμβολίσωμεν αὐτόν διά τοῦ συμβόλου $_Z\Pi^M$. Ἡ ἐξίσωσις τῆς διασπάσεως γράφεται τότε

$$_6C^{12} + {}_2He^4 \longrightarrow {}_Z\Pi^M + {}_0n^1.$$

Ἐκ τῆς ἰσότητος τοῦ ἀθροίσματος τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ διασπωμένου πυρῆνος (+6e) καί τοῦ βλήματος (+2e) πρός τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ προκύπτοντος πυρῆνος (+Ze) καί τοῦ ἐκπεμπομένου σωματιδίου (0) λαμβάνομεν τήν ἐξίσωσιν

$$6e + 2e = Ze + 0 \qquad (1)$$

ἐκ δέ τῆς ἰσότητος τοῦ ἀθροίσματος τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν τοῦ $_6C^{12}$ (12) καί τοῦ $_2He^4$ (4), πρός τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν $_Z\Pi^M$(Μ) καί τοῦ $_0n^1$(1), τήν ἐξίσωσιν

$$12 + 4 = M + 1 \qquad (2)$$

Ἐξ ἑκάστης τῶν δύο ἐξισώσεων εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως ὅτι ὁ ἀτομικός ἀριθμός τοῦ σχηματιζομένου πυρῆνος εἶναι

$$\underline{Z = 8}$$

ὁ δέ μαζικός

$$\underline{M = 15}.$$

142. Πυρήν θείου ($_{16}S^{32}$) βομβαρδιζόμενος δι' ἑνός νετρονίου ($_0n^1$) διασπᾶται ὑπό ἐκπομπήν ἑνός πρωτονίου ($_1H^1$). Νά γραφῇ ἡ ἐξίσωσις τῆς ἀντιδράσεως.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν Ζ τόν ἀτομικόν καί Μ τόν μαζικόν ἀριθμόν τοῦ προκύπτοντος κατά τήν διάσπασιν νέου πυρῆνος καί συμβολίσωμεν αὐτόν διά τοῦ συμβόλου $_Z\Pi^M$, τότε ἡ ἐξίσωσις τῆς διασπάσεως γράφεται

$$_{16}S^{32} + {}_0n^1 \longrightarrow {}_Z\Pi^M + {}_1H^1$$

α) Τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων (+16e καί 0·e) τοῦ ἀριστεροῦ μέλους θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων (+Ze καί +1e) τοῦ δεξιοῦ μέλους. Συνεπῶς θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$16e + 0 = Ze + 1e \qquad (1)$$

β) Τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν (32 καί 1) τοῦ ἀριστεροῦ μέλους θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν (Μ καί Ι) τοῦ δεξιοῦ μέλους, ἤτοι

$$32 + 1 = M + 1 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\underline{Z = 15} \qquad \underline{M = 32} \,.$$

Ἐκ τοῦ περιοδικοῦ συστήματος τῶν στοιχείων εὑρίσκομεν ὅτι τό στοιχεῖον, τό ἔχον ἀτομικόν ἀριθμόν 15 εἶναι ὁ φωσφόρος. Ἐπομένως ὁ σχηματισθείς πυρήν εἶναι εἷς πυρήν τοῦ ἰσοτόπου $_{15}P^{32}$ τοῦ φωσφόρου καί ἡ ἐξίσωσις τῆς διασπάσεως θά εἶναι συνεπῶς

$$\underline{_{16}S^{32} + {_0n^1} \longrightarrow {_{15}P^{32}} + {_1H^1}} \,.$$

143. Πυρήν ὑδραργύρου ($_{80}Hg^{198}$), βομβαρδιζόμενος δι᾽ἑνός νετρονίου, ὑφίσταται διάσπασιν ὑπό ἐκπομπήν ἑνός πρωτονίου. Ποῖος ὁ ἀτομικός καί ὁ μαζικός ἀριθμός τοῦ πυρῆνος, ὅστις προκύπτει ἐκ τῆς διασπάσεως.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν Ζ τόν ἀτομικόν καί Μ τόν μαζικόν ἀριθμόν τοῦ προκύπτοντος πυρῆνος καί συμβολίσωμεν αὐτόν διά τοῦ συμβόλου $_Z\Pi^M$, ἡ ἐξίσωσις τῆς διασπάσεως θά εἶναι

$$_{80}Hg^{198} + {_0n^1} \longrightarrow {_Z\Pi^M} + {_1H^1}$$

Ἐπειδή τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ $_{80}Hg^{198}$ καί τοῦ $_0n^1$ θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων τοῦ $_Z\Pi^M$ καί τοῦ $_1H^1$, τό δέ ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν τῶν $_{80}Hg^{198}$, $_0n^1$, ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν τῶν $_Z\Pi^M$, $_1H^1$, θά ἔχωμεν τάς ἐξισώσεις

$$80e + 0 = Ze + 1e$$

$$198 + 1 = M + 1$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων αὐτῶν εὑρίσκομεν

$$\underline{Z = 79} \qquad \underline{M = 198} \,.$$

Ἐκ τοῦ περιοδικοῦ συστήματος τῶν στοιχείων εὑρίσκομεν ὅτι ὁ σχηματισθείς ἐκ τῆς διασπάσεως τοῦ πυρῆνος ὑδραργύρου νέος πυρήν εἶναι ὁ $_{79}Au^{198}$, ἤτοι εἷς πυρήν χρυσοῦ.

144. Πυρήν ἀζώτου ($_7N^{14}$) βομβαρδιζόμενος δι' ἑνός νετρονίου ὑφίσταται διάσπασιν ἐκ τῆς ὁποίας προκύπτει εἷς πυρήν ἄνθρακος ($_6C^{14}$). Ποῖον τό κατά τήν διάσπασιν ἐκπεμπόμενον σωματίδιον.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν Ζ τόν ἀριθμόν τῶν στοιχειωδῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων τοῦ ἐκπεμπομένου σωματιδίου, Μ τόν μαζικόν του ἀριθμόν καί συμβολίσωμεν αὐτό διά τοῦ συμβόλου $_Z\Sigma^M$, τότε ἡ ἐξίσωσις τῆς διασπάσεως γράφεται

$$_7N^{14} + {_0n^1} \longrightarrow {_6C^{14}} + {_Z\Sigma^M}$$

Τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων (+7e καί 0·e) τοῦ ἀριστεροῦ μέλους θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων (+6e καί +Ze) τοῦ δεξιοῦ μέλους.

Συνεπῶς θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$7e + 0 = 6e + Ze \qquad (1)$$

Τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν (14 καί 1) τοῦ ἀριστεροῦ μέλους θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν (14 καί Μ) τοῦ δεξιοῦ μέλους, ἤτοι

$$14 + 1 = 14 + M \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν

$$\underline{Z = +1} \qquad \underline{M = 1}$$

Συνεπῶς τό ἐκπεμπόμενον σωματίδιον φέρει φορτίον +1e καί ἔχει μαζικόν ἀριθμόν 1. Ὡς γνωστόν τό σωματίδιον τοῦτο εἶναι ἕν **πρωτόνιον** ($_1H^1$).

145. Πυρήν ψευδαργύρου ($_{30}Zn^{66}$) βομβαρδιζόμενος δι' ἑνός νετρονίου ($_0n^1$) ὑφίσταται διάσπασιν ὑπό ἐκπομπήν ἑνός σωματιδίου α ($_2He^4$). Νά γραφῇ ἡ ἐξίσωσις τῆς πυρηνικῆς ἀντιδράσεως.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν Ζ τόν ἀτομικόν ἀριθμόν καί Μ τόν μαζικόν ἀριθμόν τοῦ προκύπτοντος ἐκ τῆς διασπάσεως νέου πυρῆνος καί συμβολίσωμεν αὐτόν διά τοῦ συμβόλου $_{Z}\Pi^{M}$, τότε ἡ ἐξίσωσις τῆς διασπάσεως γράφεται

$$_{30}Zn^{66} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow {}_{Z}\Pi^{M} + {}_{2}He^{4}$$

α) Τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν φορτίων (+30e καί 0·e) τοῦ ἀριστεροῦ μέλους, θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν στοιχειωδῶν θετικῶν ἠλεκτρικῶν φορτίων (+Ze καί+2e) τοῦ δεξιοῦ μέλους. Συνεπῶς θά ἔχωμεν τήν ἐξίσωσιν

$$30e + 0 = Ze + 2e \qquad (1)$$

β) Τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν (66 καί 1) τοῦ ἀριστεροῦ μέλους θά εἶναι ἴσον πρός τό ἄθροισμα τῶν μαζικῶν ἀριθμῶν (Μ καί 4) τοῦ δεξιοῦ μέλους, ἤτοι

$$66 + 1 = M + 4 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (2) εὑρίσκομεν ἀντιστοίχως

$$\underline{Z = 28} \qquad \underline{M = 63}.$$

Ἐκ τοῦ περιοδικοῦ συστήματος τῶν στοιχείων εὑρίσκομεν ὅτι τό στοιχεῖον, τό ἔχον ἀτομικόν ἀριθμόν 28, εἶναι τό νικέλιον. Συνεπῶς ὁ σχηματισθείς πυρήν εἶναι εἷς πυρήν τοῦ ἰσοτόπου $_{28}Ni^{63}$ τοῦ νικελίου καί ἡ ἐξίσωσις τῆς διασπάσεως θά εἶναι ἑπομένως

$$\underline{_{30}Zn^{66} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow {}_{28}Ni^{63} + {}_{2}He^{4}}.$$

146. Ποία ἡ ἐνέργεια (εἰς erg, cal καί MeV), ἡ ἐκλυομένη κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$, ἐάν κατ' αὐτήν ἐξαφανίζεται 1 ‰ τῆς μάζης του. Ἰσοτοπική μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ = 235,11, 1/16 τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_{8}O^{16} = 1{,}66\cdot10^{-24}$ gr.

Λύσις. Ἡ μᾶζα τοῦ πυρῆνος ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ τοῦ οὐρανίου, λόγῳ τῆς λίαν μικρᾶς συνολικῆς μάζης τῶν περιφερειακῶν του ἠλεκτρονίων, δύναται νά ταυτισθῇ πρός τήν συνολικήν μάζαν ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου, διά τήν ὁποίαν, καλοῦντες Α τήν ἰσοτοπικήν μάζαν τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$, θά ἔχωμεν ὡς γνωστόν

$$m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}\ _{92}U^{235}} = A\left(\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}\ _{8}O^{16}}\right).$$

Θέτοντες εἰς τήν σχέσιν αὐτήν $A = 235,11$,

$\frac{1}{16}\, m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}\ _8O^{16}} = 1,66\cdot 10^{-24}$ gr, εὑρίσκομεν διά τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου καί συνεπῶς, μετά τήν ἀνωτέρω παραδοχήν, διά τήν τοῦ πυρῆνος αὐτοῦ

$$m_{\text{πυρῆνος τινός τοῦ ἰσοτόπου}\ _{92}U^{235}} = 392,45\cdot 10^{-24} \text{ gr}.$$

Κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ ἐξαφανίζεται τό 1/1000 τῆς συνολικῆς μάζης τῶν ἀποτελούντων αὐτόν νουκλεονίων, ἤτοι ποσόν ὕλης μάζης ἴσης πρός τό 1/1000 τῆς μάζης τοῦ πυρῆνος $= 392,45\cdot 10^{-27}$ gr.

Ἡ μᾶζα αὐτη μετατρέπεται συμφώνως πρός τόν τύπον $E = m\cdot c^2$ εἰς ἐνέργειαν, ἥτις ἐμφανίζεται κυρίως ὡς κινητική ἐνέργεια τῶν θραυσμάτων τῆς σχάσεως καί ὑπολογίζεται ἐπί τῇ βάσει τοῦ ἀνωτέρω τύπου ἴση πρός

$$\underline{E = 3,52\cdot 10^{-4} \text{ erg.}}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως μεταξύ τῶν μονάδων 1 erg καί 1 eV (βλ. ἄσκησιν 6) εὑρίσκομεν

$$E = 2,2\cdot 10^{8} \text{ eV}$$

λαμβανομένου δέ ὑπ' ὄψιν ὅτι $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$

$$\underline{E = 220 \text{ MeV}}\ .$$

Προσέτι ἐπειδή $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ Joule} = 4,18\cdot 10^7$ erg, θά εἶναι

$$\underline{E = 8,4\cdot 10^{-12} \text{ cal}}\ .$$

147. Κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ ἐκλύεται ἐνέργεια ἴση περίπου πρός 200 MeV. Νά ὑπολογισθοῦν α) ἡ συνολική ἐνέργεια ἥτις ἐλευθεροῦται κατά τήν σχάσιν ὅλων τῶν πυρήνων, τῶν περιεχομένων ἐντός 1 kgr τοῦ καθαροῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$, β) Παραδεχόμενοι ὅτι ἡ ἐνέργεια αὐτη ἐμφανίζεται ἐξ ὁλοκλήρου ὡς θερμότης, νά ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα τοῦ ἄνθρακος θερμότητος καύσεως $3\cdot 10^7$ Joule/kgr, ἥτις καιομένη πλήρως παρέχει τό αὐτό ποσόν ἐνεργείας. Ἰσοτοπική μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235} = 235,11$, σταθερά Loschmidt $= 6,06\cdot 10^{23}$ ἄτομα/γραμμάτομον.

Λύσις. Ἐφ' ὅσον ἡ ἀτομική μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ εἶναι ἴση πρός 235,11, ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ γραμματόμου συμπεραίνομεν ὅτι θά εἶναι

$$1 \text{ γραμμάτομον } {}_{92}U^{235} = 235{,}11 \text{ gr } {}_{92}U^{235}$$

Ἐκ τῆς δοθείσης τιμῆς τῆς σταθερᾶς Loschmidt συνάγομεν, ἀφ' ἑτέρου, ὅτι εἰς 1 γραμμάτομον τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$ περιέχονται $6{,}02\cdot 10^{23}$ ἄτομα καί συνεπῶς πυρῆνες τοῦ ἰσοτόπου τούτου.

Διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν εὑρίσκομεν τώρα ὅτι ὁ ἀριθμός τῶν πυρήνων ${}_{92}U^{235}$ τῶν περιεχομένων εἰς ποσότητα 1 kgr ${}_{92}U^{235} = 10^3$ gr ${}_{92}U^{235}$, εἶναι ἴσος πρός

$$n = 2{,}57\cdot 10^{24}$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν $E_{σχ}$ τήν ἐνέργειαν ἥτις ἐλευθεροῦται κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος ${}_{92}U^{235}$, ἡ συνολική ἐνέργεια ἥτις ἐλευθεροῦται κατά τήν σχάσιν τῶν n πυρήνων ${}_{92}U^{235}$, τῶν περιεχομένων ἐντός 1 kgr ${}_{92}U^{235}$, θά εἶναι ἴση πρός

$$E_{ολ} = n\cdot E_{σχ}$$

Θέτοντες εἰς τόν τύπον αὐτόν $n = 2{,}57\cdot 10^{24}$, $E = 200$ MeV $= 200\cdot 10^6$ eV $= 200\cdot 10^6\cdot 1{,}6\cdot 10^{-12}$ erg, εὑρίσκομεν ὅτι

$$\underline{E_{ολ} = 8{,}2\cdot 10^{20} \text{ erg} = 8{,}2\cdot 10^{13} \text{ Joule}}\,.$$

Παραδεχόμενοι ὅτι ἡ ἐνέργεια αὐτη ἀναφαίνεται ἐξ ὁλοκλήρου ὡς θερμότης, εὑρίσκομεν εὐκόλως διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἄνθρακος θερμότητος καύσεως $3\cdot 10^7$ Joule/kgr, ἥτις καιομένη πλήρως, παρέχει τό αὐτό πρός τό ὡς ἄνω ποσόν θερμότητος, εἶναι ἴση πρός

$$\underline{m = 2{,}66\cdot 10^6 \text{ kgr} = 2660 \text{ τόννοι}}\,.$$

148. Πυρηνικός ἀντιδραστήρ, χρησιμοποιῶν ὡς σχάσιμον ὑλικόν τό ἰσότοπον ${}_{92}U^{235}$, λειτουργεῖ ὑπό ἰσχύν 1 W. Ἐάν κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος ${}_{92}U^{235}$ ἐκλύεται ἐνέργεια ἴση πρός 200 MeV, νά ὑπολογισθοῦν α) Πόσαι σχάσεις πυρήνων ${}_{92}U^{235}$ λαμβάνουν χώραν ἐντός τῆς μάζης τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ τοῦ ἀντιδραστῆρος ἐντός χρονικοῦ διαστήματος 1 sec. β) Ποία ἡ μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$, ἡ ὑφισταμένη σχάσιν ἐντός τοῦ ἀντιδραστῆρος, ὡς καί ἡ ἐπερχομένη ἐλάττωσις τῆς μάζης τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ κατά τήν ἐπί μίαν ἡμέραν συνεχῆ λειτουργίαν τοῦ ἀντιδραστῆρος, ὑπό τήν ὡς ἄνω ἰσχύν. Ἰσοτοπική μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235} = 235{,}11$. 1/16 τῆς μάζης ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου ${}_{8}O^{16} = 1{,}66\cdot 10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Ἄς καλέσωμεν n τόν ἀριθμόν τῶν σχάσεων πυρήνων ${}_{92}U^{235}$, αἵτινες λαμβάνουν χώραν ἐντός τῆς μάζης τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$ (σχασίμου ὑλικοῦ) ἐντός χρόνου t, ὅταν ὁ ἀντιδραστήρ λειτουργῇ ὑπό σταθεράν ἰσχύν N καί $E_{σχ}$ τήν ἐνέργειαν ἥτις ἐλευθεροῦται κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος ${}_{92}U^{235}$. Τότε, ἡ συνολική ἐνέργεια ἥτις ἐκλύεται ἐντός τῆς μάζης τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ τοῦ ἀντιδραστῆρος ἐντός χρόνου t, ἥτις, ὡς γνωστόν, προέρχεται ἐκ τῆς ἐλευθερουμένης ἐνεργείας ἐξ ὅλων τῶν ἐντός τοῦ αὐτοῦ χρόνου λαμβανουσῶν χώραν σχάσεων πυρήνων ${}_{92}U^{235}$, εἶναι ἴση πρός

$$E_{ολ} = n \cdot E_{σχ} \tag{1}$$

Ἀφ' ἑτέρου, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἰσχύος, θά ἔχωμεν τήν σχέσιν

$$N = \frac{E_{ολ}}{t} \tag{2}$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν συνολικήν ἐνέργειαν

$$E_{ολ} = N \cdot t \tag{3}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (3) προκύπτει ἡ ἐξίσωσις

$$n \cdot E_{σχ} = N \cdot t \tag{4}$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τόν ἀριθμόν τῶν ἐν τῇ μάζῃ τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ τοῦ ἀντιδραστῆρος ἐντός χρόνου t λαμβανόντων χώραν σχάσεων, διά λειτουργίαν ὑπό σταθεράν ἰσχύν N, τόν τελικόν τύπον

$$\underline{n = \frac{N \cdot t}{E_{σχ}}} \tag{5}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $N = 1\ W = 1\ Joule/sec = 10^7\ erg/sec$, $E_{σχ} = 200\ MeV = 200 \cdot 10^6\ eV = 200 \cdot 10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-12}\ erg = 3{,}2\ 10^{-4}\ erg$, $t = 1\ sec$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$\underline{n = 3{,}12 \cdot 10^{10}}.$$

β) Ἐάν καλέσωμεν $m_{{}_{92}U^{235}}$ τήν μάζαν ἑνός πυρῆνος τοῦ ἰσοτόπου ${}_{92}U^{235}$ καί n τόν ἀριθμόν τῶν σχάσεων πυρήνων ${}_{92}U^{235}$ αἵτινες λαμβάνουν χώραν ἐν τῷ σχασίμῳ ὑλικῷ ἐντός χρόνου t, ὅταν ὁ ἀντιδραστήρ λειτουργῇ ὑπό σταθεράν ἰσχύν N, τότε ἡ μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου ἥτις ἔχει ὑποστῇ σχάσιν εἰς τό τέλος τοῦ χρονικοῦ διαστήματος t θά εἶναι ἴση πρός

$$M = n \cdot m_{{}_{92}U^{235}} \tag{6}$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐάν καλέσωμεν A τήν ἰσοτοπικήν μάζαν τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ καί θεωρήσωμεν τήν μάζαν ἑνός πυρῆνος $_{92}U^{235}$, λόγῳ τῆς ἀμελητέας μάζης τῶν περιφερειακῶν ἠλεκτρονίων, ὡς ἴσην πρός τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἰσοτοπικῆς μάζης θά εἶναι

$$m_{{}_{92}U^{235}} = A\left(\frac{1}{16}\, m_{{}_8O^{16}}\right) \tag{7}$$

ἔνθα $m_{{}_8O^{16}}$ εἶναι ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_8O^{16}$ τοῦ ὀξυγόνου.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως (6) καί τῶν ἐξισώσεων (5) καί (7) λαμβάνομεν τελικῶς διά τήν ὑφισταμένην σχάσιν μάζαν τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ

$$\underline{M = \frac{N \cdot t}{E_{\sigma\chi}} \cdot A \cdot \left(\frac{1}{16} \cdot m_{{}_8O^{16}}\right)} \tag{8}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $N = 10^7$ erg/sec, $E_{\sigma\chi} = 3{,}2 \cdot 10^{-4}$ erg, $A = 235{,}11$, $t = 1$ ἡμέρα $= 24.60.60$ sec, $\frac{1}{16}\, m_{{}_8O^{16}} = 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ gr. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (8) εὑρίσκομεν

$$\underline{M = 1{,}06 \cdot 10^{-6} \text{ gr.}}$$

γ) Ἡ ἐκλυομένη ἐν τῷ ἀντιδραστῆρι ἐνέργεια προέρχεται, ὡς γνωστόν, ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τῆς μετατροπῆς εἰς ἐνέργειαν, συμφώνως πρός τόν τύπον $E = m \cdot c^2$, μέρους τῆς μάζης τῶν ὑφισταμένων σχάσιν ἐντός τῆς μάζης τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ πυρήνων $_{92}U^{235}$.

Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν Δm τό ἐξαφανιζόμενον ἐντός χρόνου t μέρος τῆς μάζης τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ, ἤτοι τό εἰς ἐνέργειαν μετατρεπόμενον μέρος τῆς συνόλου μάζης τῶν ἐντός τοῦ χρόνου t σχαζομένων πυρήνων καί $E_{o\lambda}$ τήν ἐνέργειαν ἥτις ἐκλύεται ἐν τῷ ἀντιδραστῆρι ἐντός τοῦ χρόνου t, θά εἶναι

$$E_{o\lambda} = \Delta m \cdot c^2 \tag{9}$$

Ἡ ἐξίσωσις (9), λόγῳ τῆς (3), δίδει τήν ἐξίσωσιν

$$\Delta m \cdot c^2 = N \cdot t \tag{10}$$

ἐκ τῆς ὁποίας λαμβάνομεν διά τήν ἐπερχομένην ἐλάττωσιν τῆς μάζης τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ

$$\Delta m = \frac{N \cdot t}{c^2} \qquad (11)$$

Λύσις εἰς τό σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $N = 10^7$ erg/sec, $t = 24 \cdot 60 \cdot 60$ sec, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (11) εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἐπερχομένη ἐλάττωσις τῆς μάζης τοῦ σχασίμου ὑλικοῦ διά τήν λειτουργίαν μιᾶς ἡμέρας ὑπό ἰσχύν 1 W εἶναι ἴση πρός

$$\Delta m = 9{,}6 \cdot 10^{-10} \text{ gr.}$$

149. Κατά τήν ἔκρηξιν ἀτομικῆς βόμβας ἐκλύεται ποσόν ἐνεργείας ἴσον πρός τό ἐλευθερούμενον κατά τήν ἔκρηξιν 20000 περίπου τόννων τῆς ἐκρηκτικῆς ὕλης τρινιτροτολουόλης. Ἡ ἐνέργεια αὕτη προέρχεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τῆς μετατροπῆς μέρους τῆς μάζης τοῦ ὑλικοῦ τῆς βόμβας εἰς ἐνέργειαν. Ἐάν κατά τήν ἀποσύνθεσιν ἑνός γραμμαρίου τρινιτροτολουόλης ἐκλύεται ποσόν ἐνεργείας 1 kcal, νά ὑπολογισθῇ τό μέρος τῆς μάζης τοῦ ὑλικοῦ τῆς βόμβας, τό ὁποῖον ἐξαφανίζεται κατά τήν ἔκρηξιν αὐτῆς.

Λύσις. Ἐάν καλέσωμεν Δm τό μέρος τῆς μάζης τοῦ ὑλικοῦ τῆς βόμβας τό ὁποῖον ἐξαφανίζεται κατά τήν ἔκρηξιν καί E τό ποσόν τῆς ἐνεργείας, τό ὁποῖον ἐλευθεροῦται κατ' αὐτήν, τότε, ἐπειδή, ὡς γνωστόν, ἡ ἐκλυομένη ἐνέργεια προέρχεται ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τῆς μετατροπῆς τῆς ἐξαφανισθείσης μάζης Δm τοῦ ὑλικοῦ εἰς ἐνέργειαν συμφώνως πρός τόν τύπον $E = m \cdot c^2$, θά εἶναι

$$E = \Delta m \cdot c^2 \qquad (1)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E = 20000 \cdot 10^6 \cdot 1$ kcal $= 20000 \cdot 10^6 \cdot 10^3$ cal $= 20000 \cdot 10^6 \cdot 10^3 \cdot 4{,}18$ Joule $= 8{,}36 \cdot 10^{20}$ erg, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$\Delta m = 0{,}932 \text{ gr.}$$

150. Κατά τήν ἔκρηξιν ἀτομικῆς βόμβας εἰς τήν ὁποίαν λαμβάνει χώραν ἀλυσιδωτή ἀντίδρασις εἰς $_{92}U^{235}$ ἐλευθεροῦται ποσόν ἐνεργείας ἴσον πρός $2,11\cdot10^{7}$ kWh. Ἐάν κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος $_{92}U^{235}$ ἐκλύεται ἐνέργεια ἴση πρός 200 MeV, νά ὑπολογισθοῦν α) πόσαι σχάσεις τοιούτων πυρήνων ἔλαβον χώραν ἐντός τοῦ ὑλικοῦ τῆς βόμβας κατά τήν ἔκρηξιν, β) ποία ἡ μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$, ἥτις ὑπέστη σχάσιν κατά τήν ἔκρηξιν ὡς καί ἡ ἐπελθοῦσα ἐλάττωσις τῆς μάζης τοῦ ὑλικοῦ τῆς βόμβας. Ἰσοτοπική μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235} = 235,11$, / .. $1/16\ m_{\text{ἀτόμου τινός τοῦ ἰσοτόπου}\ _8O^{16}} = 1,66\cdot10^{-24}$ gr.

Λύσις. α) Ἐάν καλέσωμεν $E_{εκρ}$ τήν ἐνέργειαν ἥτις ἠλευθερώθη κατά τήν ἔκρηξιν τῆς βόμβας καί $E_{σχ}$ τήν ἐνέργειαν ἥτις ἐκλύεται κατά τήν σχάσιν ἑνός πυρῆνος $_{92}U^{235}$, τότε, ἐπειδή ἡ κατά τήν ἔκρηξιν ἐλευθερωθεῖσα ἐνέργεια προέρχεται, ὡς γνωστόν, ἐξ ὁλοκλήρου, ἐκ τῆς ἐκλυθείσης ἐξ ὅλων τῶν κατά τήν ἔκρηξιν λαβουσῶν χώραν σχάσεων πυρήνων $_{92}U^{235}$ ἐνεργείας, θά εἶναι

$$E_{εκρ} = n\cdot E_{σχ} \tag{1}$$

Ἐκ τῆς σχέσεως αὐτῆς εὑρίσκομεν διά τόν ἀριθμόν τῶν σχάσεων τῆς ἐκρηκτικῆς ἀλυσιδωτῆς ἀντιδράσεως

$$n = \frac{E_{εκρ}}{E_{σχ}} \tag{2}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $E_{εκρ} = 2,11\cdot10^{7}$ kWh $= 2,11\cdot10^{7}\cdot3600$ kW·sec $= 7,6\cdot10^{13}$ W·sec $=7,6\cdot10^{13}$ Joule $= 7,6\cdot10^{20}$ erg, $E_{σχ} = 200$ MeV $= 200\cdot10^{6}$ eV $= 200\cdot10^{6}\cdot1,6\cdot10^{-12}$ erg $= 3,2\cdot10^{-4}$ erg. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$n = 2,37\cdot10^{24}.$$

β) Ἡ μᾶζα τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ ἥτις ὑπέστη σχάσιν κατά τήν ἔκρηξιν τῆς βόμβας θά εἶναι ἴση πρός

$$M = n\cdot m_{_{92}U^{235}} \tag{3}$$

ἔνθα n ὁ ἀριθμός τῶν σχάσεων πυρήνων $_{92}U^{235}$ αἵτινες ἔλαβον χώραν κατά τήν ἔκρηξιν καί $m_{_{92}U^{235}}$ ἡ μᾶζα ἑνός πυρῆνος $_{92}U^{235}$.

Ἐπειδή ἡ μᾶζα τῶν περιφερειακῶν ἠλεκτρονίων ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$ δύναται νά θεωρηθῇ ὡς ἀμελητέα, δυνάμεθα νά ταυτίσωμεν τήν μάζαν $m_{_{92}U^{235}}$ ἑνός πυρῆνος $_{92}U^{235}$ πρός τήν μάζαν ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_{92}U^{235}$, ὁπότε, καλοῦντες A τήν ἰσοτοπικήν μάζαν τοῦ $_{92}U^{235}$, θά ἔχωμεν

$$m_{_{92}U^{235}} = A\left(\frac{1}{16}\, m_{_8O^{16}}\right) \qquad (4)$$

ἔνθα $m_{_8O^{16}}$ ἡ μᾶζα ἑνός ἀτόμου τοῦ ἰσοτόπου $_8O^{16}$ τοῦ ὀξυγόνου.

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (3) καί (4) εὑρίσκομεν διά τήν ὑποστᾶσαν σχάσιν μάζαν τοῦ ὑλικοῦ τήν σχέσιν

$$M = n\cdot A\cdot\left(\frac{1}{16}\, m_{_8O^{16}}\right) \qquad (5)$$

Εἰς τήν προηγουμένην ἐρώτησιν εὕρομεν $n = 2,37\cdot 10^{24}$, δίδονται δέ $A = 235,11$, $^1/_{16}\, m_{_8O^{16}} = 1,66\cdot 10^{-24}$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (5) εὑρίσκομεν

$$\underline{M = 925\ gr = 0,925\ kgr\ .}$$

γ) Ἡ ἐκλυομένη κατά τήν ἔκρηξιν τῆς ἀτομικῆς βόμβας ἐνέργεια, προέρχεται, ὡς γνωστόν, ἐξ ὁλοκλήρου ἐκ τῆς μετατροπῆς εἰς ἐνέργιαν, συμφώνως πρός τόν τύπον $E = m\cdot c^2$, μέρους τῆς μάζης τῶν κατά τήν ἔκρηξιν σχασθέντων πυρήνων $_{92}U^{238}$ τῆς ἐντός τῆς βόμβας περιεχομένης ποσότητος τοῦ ἰσοτόπου τούτου.

Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν Δm τό ἐξαφανιζόμενον κατά τήν ἔκρηξιν μέρος τῆς μάζης τοῦ ὑλικοῦ αὐτῆς, ἤτοι τό εἰς ἐνέργειαν μετατρεπόμενον μέρος τῆς συνόλου μάζης τῶν κατά τήν ἔκρηξιν σχασθέντων πυρήνων $_{92}U^{235}$ καί $E_{εκρ}$ τήν κατ᾽ αὐτήν ἐκλυθεῖθεῖσαν ὁλικήν ἐνέργειαν, θά ἔχωμεν τήν σχέσιν

$$E_{εκρ} = \Delta m\cdot c^2 \qquad (6)$$

ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκομεν διά τήν κατά τήν ἔκρηξιν ἐπελθοῦσαν ἐλάττωσιν τῆς μάζης τοῦ ὑλικοῦ τῆς βόμβας τόν τύπον

$$\underline{\Delta m = \frac{E_{εκρ}}{c^2}} \qquad (7)$$

Δίδονται $E_{εκρ} = 2,11\cdot 10^7\ kWh = 7,6\cdot 10^{20}\ erg$ $\quad c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (7) εὑρίσκομεν

$$\underline{\Delta m = 0,845\ gr.}$$

151. Κατά τήν σύντηξιν μίγματος δύο ἰσοτόπων τοῦ ὑδρογόνου συνολικῆς μάζης 1 kgr, αἱ περιεχόμεναι εἰς αὐτό ποσότητες τῶν δύο ἰσοτόπων ἀντιδροῦν πλήρως, ἐξαφανίζεται δέ κατά τήν ἀντίδρασιν περίπου 0,7 % τῆς μάζης τοῦ μίγματος. Πόση ἐνέργεια εἰς kWh ἐκλύεται κατά τήν σύντηξιν. $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Ἔστω Δm τό μέρος τῆς συνολικῆς μάζης τῶν ἀντιδρασάντων πυρήνων ὑδρογόνου, τό ὁποῖον ἐξηφανίσθη κατά τήν σύντηξιν τῶν περιεχομένων ἐν τῷ μίγματι ποσοτήτων τῶν δύο ἰσοτόπων τοῦ ὑδρογόνου.

Ὡς γνωστόν, ἡ μᾶζα αὕτη μετατρέπεται κατά τήν ἀντίδρασιν εἰς ἐνέργειαν, συμφώνως πρός τόν τύπον $E = m\cdot c^2$.

Συνεπῶς τό κατά τήν σύντηξιν ἐκλυόμενον ποσόν ἐνεργείας θά εἶναι ἴσον πρός

$$E = \Delta m\cdot c^2 \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Ὡς εὑρίσκεται εὐκόλως εἶναι $\Delta m = 7$ gr. Δίδεται $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τήν σχέσιν (1) εὑρίσκομεν

$$E = 6,3\cdot 10^{21} \text{ erg}.$$

Ἐπειδή 1 kWh $= 1\cdot 3600$ kW·sec $= 3,6\cdot 10^6$ W·sec $= 3,6\cdot 10^6$ Joule $= 3,6\cdot 10^{13}$ erg, εὑρίσκομεν

$$E = 1,75\cdot 10^8 \text{ kWh}.$$

152. Ποσότης πυρήνων ὑδρογόνου συνολικῆς μάζης 4,032 gr ὑφίσταται σύντηξιν, καθ' ἥν οὗτοι μετατρέπονται εἰς πυρῆνας ἡλίου συνολικῆς μάζης 4,002 gr. Δεχόμενοι ὅτι ἡ κατά τήν σύντηξιν ἐκλυομένη ἐνέργεια ἐμφανίζεται ἐξ ὁλοκλήρου ὡς θερμότης, νά ὑπολογισθῇ ἡ μᾶζα τοῦ ἄνθρακος, θερμότητος καύσεως 8 kcal/gr, ἥτις ὑφισταμένη τελείαν καῦσιν, παρέχει ἐνέργειαν ἴσην πρός τήν κατά τήν σύντηξιν ἐκλυομένην. $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec.

Λύσις. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ συνολική μᾶζα, ἔστω ἴση πρός $m_{\eta\lambda}$, τῶν σχηματισθέντων μετά τήν σύντηξιν πυρήνων ἡλίου, εἶναι μικροτέρα τῆς συνόλου μάζης $m_{\dot{\upsilon}\delta\rho}$ τῶν ἀντιδρασάντων πυρήνων ὑδρογόνου.

Ἡ διαφορα τῶν μαζῶν $\Delta m = m_{\dot{\upsilon}\delta\rho} - m_{\eta\lambda}$ παριστᾷ τήν μᾶζαν τῆς ὕλης, ἥτις μετετράπη κατά τήν σύντηξιν εἰς ἐνέργειαν, συμφώνως πρός τόν γνωστόν τύπον τῆς εἰδικῆς θεωρίας τῆς σχετικότητος $E = m\cdot c^2$.

Συνεπῶς τό κατά τήν σύντηξιν ἐλευθερούμενον ποσόν ἐνεργείας θά εἶναι ἴσον πρός

$$E = \Delta m \cdot c^2 = (m_{\dot{\upsilon}\delta\rho} - m_{\eta\lambda}) \cdot c^2 \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $m_{\dot{\upsilon}\delta\rho} = 4{,}032$ gr, $m_{\eta\lambda} = 4{,}002$ gr, $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.
Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (1) εὑρίσκομεν

$$E = 6{,}45 \cdot 10^{19} \text{ erg} .$$

Ἐκ τῆς ὑπολογισθείσης τιμῆς τῆς ἐκλυομένης ἐνεργείας, ἐμφανιζομένης ἐξ ὁλοκλήρου ὡς θερμότητος, καί λαμβανομένου ὑπ᾽ ὄψιν ὅτι $1 \text{ kcal} = 1 \cdot 10^3 \text{ cal} = 1 \cdot 10^3 \cdot 4{,}18 \text{ Joule} = 1 \cdot 10^3 \cdot 4{,}18 \cdot 10^7$ erg, εὑρίσκομεν διά τῆς ἁπλῆς μεθόδου τῶν τριῶν ὅτι ἡ μᾶζα τοῦ ἄνθρακος, θερμότητος καύσεως $8 \text{ kcal/gr} = 8 \cdot 10^3 \cdot 4{,}18 \cdot 10^7$ erg/gr ἥτις καιομένη πλήρως παρέχει ποσόν θερμότητος ἴσον πρός τό κατά τήν σύντηξιν ἐκλυόμενον, εἶναι ἴση πρός

$$m = 8 \cdot 10^7 \text{ gr} = 80 \text{ τόννοι.}$$

153. Ἡ μᾶζα τοῦ Ἡλίου εἶναι ἴση περίπου πρός $2 \cdot 10^{27}$ τόννους. Ἐάν ἐντός χρονικοῦ διαστήματος $1{,}5 \cdot 10^{10}$ ἐτῶν μετατρέπεται εἰς ἀκτινοβόλον ἐνέργειαν τό ἕν χιλιοστόν τῆς μάζης του, ὑπό ποίαν ἰσχύν ἀκτινοβολεῖ ὁ Ἥλιος.

Λύσις. Ἔστω $N_{\alpha\kappa\tau}$ ἡ ἰσχύς ὑπό τήν ὁποίαν ἀκτινοβολεῖ ὁ Ἥλιος, θεωρουμένη ὡς σταθερά καί $E_{\alpha\kappa\tau}$ ἡ ἀκτινοβόλος ἐνέργεια ἥτις ἐκπέμπεται ὑπ᾽ αὐτοῦ πρός ὅλας τάς κατευθύνσεις ἐντός χρόνου t.

Τότε, συμφώνως πρός τόν ὁρισμόν τῆς ἰσχύος, θά ἔχωμεν τήν σχέσιν

$$N_{\alpha\kappa\tau} = \frac{E_{\alpha\kappa\tau}}{t} \qquad (1)$$

Ἡ ἐκπομπή ἀκτινοβόλου ἐνεργείας ὑπό τοῦ Ἡλίου ὀφείλεται, ὡς γνωστόν, ἐξ ὁλοκλήρου, εἰς μετατροπήν μέρους τῆς μάζης αὐτοῦ εἰς ἐνέργειαν, κατά τόν τύπον $E = m \cdot c^2$, κατά τάς εἰς τό κέντρον αὐτοῦ λαμβανούσας χώραν θερμοπυρηνικάς ἀντιδράσεις.

Ἐάν συνεπῶς καλέσωμεν Δm τό μέρος τῆς μάζης Μ τοῦ Ἡλίου, θεωρουμένης ὡς σταθερᾶς, τό ὁποῖον μετατρέπεται ἐντός τοῦ χρόνου t εἰς ἀκτινοβόλον ἐνέργειαν, θά εἶναι

$$E_{\alpha\kappa\tau} = \Delta M \cdot c^2 \qquad (2)$$

Κατά τήν ἐκφώνησιν εἶναι

$$\Delta M = \frac{M}{1000} \tag{3}$$

Συνεπῶς θά ἔχωμεν

$$E_{\alpha\kappa\tau} = \frac{M}{1000}\, c^2 \tag{4}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καί (4) λαμβάνομεν διά τήν ἀκτινοβολουμένην ἰσχύν τόν τύπον

$$N_{\alpha\kappa\tau} = \frac{M c^2}{1000 \cdot t} \tag{5}$$

Λύσις εἰς τό Σύστημα μονάδων C.G.S.: Δίδονται $M = 2\cdot 10^{27}$ τόννοι $= 2\cdot 10^{27}\cdot 10^3$ kgr $= 2\cdot 10^{27}\cdot 10^6$ gr, $c = 3\cdot 10^{10}$ cm/sec, $t = 1{,}5\cdot 10^{10}$ ἔτη $= 1{,}5\cdot 10^{10}\cdot 365\cdot 24\cdot 60\cdot 60$ sec. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τόν τύπον (5) εὑρίσκομεν

$$\underline{N_{\alpha\kappa\tau} = 3{,}8\cdot 10^{33}\ \text{erg/sec}}\ .$$

Ἐπειδή 1 kW $= 1\cdot 10^3$ W $= 1\cdot 10^3$ Joule/sec $= 10^{10}$ erg/sec, εὑρίσκομεν ὅτι

$$\underline{N_{\alpha\kappa\tau} = 3{,}8\cdot 10^{23}\ \text{kW}}\ .$$

Π Α Ρ Ο Ρ Α Μ Α Τ Α

Σελίς	24	στ.	7 (κάτω)	Ἄσκ.	10	ἀντί	$t=1$ sec γρ. $t = 10^{-9}$ sec
"	24	"	8 "	"	10	"	$t=$sec " $t = 10^{-9}$ sec
"	25	"	18	"	10	"	μεταβαλλομένης γράφε ἐπιταχυνομένης
"	57	"	11 (κάτω)	"	27	"	κέντρον γρ. μέτρον
"	71	"	15	"	37	"	10 " 11
"	82	"	8	"	45		προσθήκη: $= 0{,}33 \cdot 4{,}18 \cdot 10^{7}$ erg/gr grad
"	87	"	16	"	48	ἀντί	$\Delta t = 1$ m γρ. $r = 1$ m
"	116	"	10 (κάτω)	"	71	"	τοῦ γρ. του
"	118	"	12 (κάτω)	"	72	"	ΗΣΜ-τάσεως γρ. ΗΣΜ-φορτίου
"	119	"	9 (κάτω)	"	72	"	$\lambda = \frac{e \cdot U}{h \cdot c}$ γρ. $\lambda = \frac{h \cdot c}{e \cdot U}$
"	124	"	3	"	74	"	$\upsilon =$ γρ. $U =$
"	128	"	1	"	76	"	μορίων γρ, ἀτόμων
"	131	"	7	"	81	"	$r_\upsilon = \sqrt{\ldots}$ γρ. $r_\upsilon = \sqrt[3]{\ldots}$
"	131	"	5 (κάτω)	"	81	"	$r = \sqrt{\ldots}$ γρ. $r_a = \sqrt[3]{}$
"	163	"	1	"	105	"	$A = 69{,}94$ γρ. $A = 62{,}94$
"	168	"	21	"	110	"	U γρ. U_z
"	169	"	2	"	110	"	d γρ. Δ
"	169	"	10 (κάτω)	"	111	"	ἠλεκτρονίου γρ. μορίου
"	181	"	15 (κάτω)	"	117	"	255,11 γρ. 235,11
"	192	"	3	"	123	"	διασπάσεως γρ. διασπάσεως,

ΠΙΝΑΞ
ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΑΣ ΑΡΙΘΜΗΣΕΩΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Αἱ ἐκφωνήσεις τῶν περισσοτέρων ἀσκήσεων τοῦ παρόντος βιβλίου περιέχονται εἰς τό κυκλοφοροῦν βιβλίον τοῦ ἰδίου συγγραφέως:

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΥΣΙΚΗΣ Τόμος Δεύτερος.

Κατωτέρω σημειώνεται ἡ ἀντιστοιχία μεταξύ τῶν δύο ἀριθμήσεων.

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚ.					
1165	6	1236	44	1275	95
1173	2	1237	60	1276	97
1175	1	1238	61	1277	98
1176	7	1239	62	1278	103
1177	5	1240	63	1279	94
1178	8	1241	57	1280	110
1179	9	1242	56	1281	113
1180	10	1243	55	1282	120
1181	11	1244	66+65	1283	114
1182	12	1245	70	1284	116
1183	13	1246	67	1285	115
1184	15	1247	68	1286	128
1185	14	1248	69	1287	131
1186	16	1249	71	1288	132
1187	27	1250	74	1289	107
1188	33	1251	81	1290	152
1189	30	1252	85	1291	153
1190	36	1253	86	1292	151
1191	34	1254	75	1293	100
1192	35	1255	80	1294	118
1193	37	1256	76	1295	123
1194	38	1257	79	1296	126
1195	19	1258	87	1297	138
1196	22	1259	90	1298	139
				1299	141
ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ		ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ		1300	142
				1301	145
1232	43	1271	99	1302	144
1233	41	1272	92+96		
1234	42	1273	109		
1235	46	1274	124		

ΠΙΝΑΞ ΦΥΣΙΚΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ

Ταχύτης τοῦ φωτός ἐν τῷ κενῷ	$c = 2{,}99779 \cdot 10^{10}$ cm/sec
Σταθερά δράσεως τοῦ Planck	$h = 6{,}625 \cdot 10^{-27}$ erg·sec
Σταθερά τοῦ Faraday	$F = 96520$ Cb/γραμμοϊσοδ.
Σταθερά τοῦ Loschmidt	$N = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ Mol^{-1}
Στοιχειῶδες ἠλεκτρικόν φορτίον	$e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ ΗΣΜ-φορτ.
	$= 1{,}602 \cdot 10^{-20}$ ΗΜΜ-φορτ.
	$= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ Cb
Εἰδικόν φορτίον ἠλεκτρονίου	$e/m_o = 5{,}2725 \cdot 10^{17}$ ΗΣΜ - φορτίου / gr
	$= 1{,}7588 \cdot 10^{7}$ ΗΜΜ - φορτίου/gr
Μᾶζα (ἠρεμίας) τοῦ ἠλεκτρονίου	$m_o = 9{,}1085 \cdot 10^{-28}$ gr
Μᾶζα τοῦ πρωτονίου	$m_p = 1{,}6724 \cdot 10^{-24}$ gr
Μᾶζα τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου	$m_H = 1{,}6733 \cdot 10^{-24}$ gr
Λόγος τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου πρός τήν μᾶζαν τοῦ ἠλεκτρονίου	$M_H/m_o = 1837$
Μᾶζα τοῦ νετρονίου	$m_n = 1{,}6747 \cdot 10^{-24}$ gr
Ακτίς τῆς θεμελιώδους τροχιᾶς τοῦ ἠλεκτρονίου τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου	$r_o = 0{,}5285 \cdot 10^{-8}$ cm

---

Μονάς κλίμακος ἀτομικῶν (ἰσοτοπικῶν) μαζῶν	$= 1{,}66 \cdot 10^{-24}$ gr

ΠΙΝΑΞ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

Σωματίδιον		Σύμβολον	Μᾶζα ἠρεμίας	Φορτ.	Μέσος χρόν. ζωῆς (sec)	Προϊόντα διασπάσεως
Φωτόνιον		γ	0	0	ἄπειρον	σταθερόν
Λεπτόνια						
Νετρίνο		ν	0	0	ἄπειρος	σταθερόν
Ἠλεκτρόνιον		e^-	1	-1	ἄπειρος	σταθερόν
Ποζιτρόνιον		e^+	1	$+1$	ἄπειρος	σταθερόν
Μιόνια		$\mu^\pm$	207	± 1	10^{-6}	$e^\pm + \nu + \bar{\nu}$
Μεσόνια	Πιόνια	π^0	264	0	10^{-16}	$\gamma+\gamma$ ἤ $e^+ + e^- + \gamma$
		$\pi^\pm$	273	± 1	10^{-8}	$\mu^\pm + \nu$ ἤ $e^\pm + \nu$
	Κ-μεσόνια	K^+	966	$+1$	10^{-8}	$\pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ ἤ $\pi^+ + \pi^0 + \pi^0$ ἤ $\mu^+ + \nu$
		K^-	966	-1	10^{-8}	$\pi^+ + \pi^- + \pi^-$ ἤ $\pi^- + \pi^0$ ἤ $\mu^- + \nu$
		K_1^0	966	0	10^{-10}	$\pi^+ + \pi^-$ ἤ $\pi^0 + \pi^0$
		K_2^0	966	0	10^{-8}	$e^\pm + \pi^\mp + \nu$
Νουκλεόνια						
Πρωτόνιον		p	1836	$+1$	ἄπειρος	σταθερόν
Νετρόνιον		n	1839	0	10^3	$e^- + p + \bar{\nu}$
Ὑπερόνια		Λ^0	2182	0	10^{-10}	$p + \pi^-$ ἤ $n + \pi^0$
		Σ^+	2328	$+1$	10^{-10}	$p + \pi^0$ ἤ $n + \pi^+$
		Σ^-	2342	-1	10^{-10}	$n + \pi^-$
		Σ^0	2330	0	$< 10^{-11}$	$\Lambda^0 + \gamma$
		Ξ^-	2583	-1	10^{-10}	$\Lambda^0 + \pi^-$
		Ξ^0	2579	0	10^{-10}	$\Lambda^0 + \pi^0$

Ἡ μᾶζα ἠρεμίας ἑκάστου σωματιδίου δίδεται εἰς πολλαπλάσια τῆς μάζης ἠρεμίας τοῦ ἠλεκτρονίου, τό δέ φορτίον εἰς πολλαπλάσια τοῦ στοιχειώδους φορτίου e.

ΠΙΝΑΞ ΙΣΟΤΟΠΙΚΩΝ ΜΑΖΩΝ ΣΤΑΘΕΡΩΝ ΤΙΝΩΝ ΙΣΟΤΟΠΩΝ

ΠΥΡΗΝ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΡΩΤΟΝΙΩΝ (Z)	ΑΡΙΘΜΟΣ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ (M-Z)	ΙΣΟΤΟΠΙΚΗ ΜΑΖΑ	ΠΥΡΗΝ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΠΡΩΤΟΝΙΩΝ (Z)	ΑΡΙΘΜΟΣ ΝΕΤΡΟΝΙΩΝ (M-Z)	ΙΣΟΤΟΠΙΚΗ ΜΑΖΑ
n^1	0	1	1,008982(±3)	Ca^{40}	20	20	39,97534(±9)
H^1	1	0	1,008142(±3)	Fe^{56}	26	30	55,95272(±10)
H^2	1	1	2,014732(±4)	Cu^{63}	29	34	62,94862(±20)
He^4	2	2	4,003860(±12)	As^{75}	33	42	74,9432 (±10)
Li^7	3	4	7,01818(±12)	Sr^{86}	38	48	85,93533(±43)
Be^9	4	5	9,01494(±16)	Sr^{88}	38	50	87,93374(±53)
B^{10}	5	5	10,016110(±10)	Mo^{98}	42	56	97,93610(±40)
B^{11}	5	6	11,012811(±9)	Sn^{116}	50	66	115,93852(±70)
C^{12}	6	6	12,003807(±11)	Sn^{117}	50	67	116,94208(±47)
C^{13}	6	7	13,007538(±13)	Sn^{120}	50	70	119,94012(±72)
N^{14}	7	7	14,007525(±15)	Xe^{124}	54	70	123,9458 (±10)
N^{15}	7	8	15,004928(±20)	Xe^{130}	54	76	129,9450 (±10)
O^{16}	8	8	16,000000	Xe^{136}	54	82	135,9505 (±10)
O^{17}	8	9	17,004507(±15)	Nd^{144}	60	84	143,9560 (±8)
O^{18}	8	10	18,004875(±13)	Nd^{150}	60	90	149,9687 (±8)
F^{19}	9	10	19,004414(±17)	Hf^{176}	72	104	175,9923 (±11)
Ne^{20}	10	10	19,998771(±12)	W^{182}	74	108	182,0033 (±11)
Ne^{22}	10	12	21,998329(±19)	W^{183}	74	109	183,0059 (±13)
Al^{27}	13	14	26,990109(±23)	W^{184}	74	110	184,0052 (±11)
Si^{28}	14	14	27,985792(±32)	Pt^{194}	78	116	194,0256 (±14)
P^{31}	15	16	30,983622(±23)	Pt^{196}	78	118	196,0274 (±6)
S^{32}	16	16	31,982272(±19)	Pb^{206}	82	126	208,0422((±15)
Cl^{35}	17	18	34,980064(±22)	U^{234}	92	142	234,1133 (±11)
Cl^{37}	17	19	36,977675(±21)	U^{238}	92	146	238,1234 (±10)
A^{40}	18	22	39,975022(±29)				

ΠΙΝΑΞ ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑΣ ΠΥΡΗΝΩΝ

ΟΡΟΣ	ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ	ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
Πυρῆνες	Z , M	$_{1}H^{1}$, $_{50}Sn^{120}$, $_{92}U^{233}$	Οἱ γνωστοί πυρῆνες ἀνέρχονται εἰς περισσοτέρους τῶν ἑπτακοσίων.
Ἰσότοποι	Σταθερόν Z	$_{7}N^{13}$, $_{7}N^{14}$, $_{7}N^{15}$	Δι'ἕκαστον στοιχεῖον γνωστά 3-19 ἰσότοπα, εἴτε ἐν τῇ φύσει εὑρισκόμενα, εἴτε τεχνητῶς κατασκευαζόμενα.
Ἰσότονοι	Σταθερόν M-Z=N	$_{6}C^{14}$, $_{7}N^{15}$ $_{8}O^{16}$	Ἀνάλογοι πρός τούς ἰσοτόπους μέ βάσιν ὅμως τήν ταυτότητα τοῦ ἀριθμοῦ τῶν νετρονίων των.
Ἰσοβαρεῖς	Σταθερόν M	$_{6}C^{14}$, $_{7}N^{14}$	Εἰς τήν διάσπασιν ὑπό ἐκπομπήν ἀκτινοβολίας β, ὁ μητρικός καί ὁ θυγατρικός πυρήν εἶναι ἰσοβαρεῖς.
Ἰσοδιάφοροι	Σταθερόν M-2Z = N-Z	$[{}_{6}C^{12}$, $_{7}N^{14}$, $_{8}O^{16}]$, $[{}_{88}Ra^{226}$ $_{86}Rn^{222}]$	Εἰς τήν διάσπασιν ὑπό ἐκπομπήν ἀκτινοβολίας α ὁ μητρικός καί ὁ θυγατρικός πυρήν εἶναι ἰσοδιάφοροι.

ΠΕΡΙΟΔΙΚΟΝ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ

	ΟΜΑΣ I a b	ΟΜΑΣ II a b	ΟΜΑΣ III a b	ΟΜΑΣ IV a b	ΟΜΑΣ V a b	ΟΜΑΣ VI a b	ΟΜΑΣ VII a b	ΟΜΑΣ VIII	ΟΜΑΣ 0 ΕΥΓΕΝΗ ΑΕΡΙΑ
1	1 H 1,0080								2 He 4,003
2	3 Li 6,940	4 Be 9,013	5 B 10,82	6 C 12,010	7 N 14,008	8 O 16	9 F 19,00		10 Ne 20,183
3	11 Na 22,991	12 Mg 24,32	13 Al 26,98	14 Si 28,09	15 P 30,975	16 S 32,066	17 Cl 35,457		18 A 39,944
4	19 K 39,100	20 Ca 40,08	21 Sc 44,96	22 Ti 47,90	23 Cr 49,90	24 Cr 52,01	25 Mn 54,94	26 Fe 55,85 27 Co 58,94 28 Ni 58,71	
	29 Cu 63,54	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,50	33 As 74,91	34 Se 78,96	35 Br 79,916		36 Kr 83,80
5	37 Rb 85,48	38 Sr 87,63	39 Y 88,92	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,95	43 Tc [99]	44 Ru 101,1 45 Rh 102,91 46 Pd 106,4	
	47 Ag 107,880	48 Cd 112,41	49 In 118,70	50 Sn 118,70	51 Sb 121,76	52 Te 127,61	53 I 126,91		54 Xe 131,30
6	55 Cs 132,91	56 Ba 137,36	57 - 71 *	72 Hf 178,50	73 Ta 180,95	74 W 183,86	75 Re 186,22	76 Os 190,2 77 Ir 192,2 78 Pt 195,09	
	79 Au 197	80 Hg 200,61	81 Tl 204,39	82 Pb 207,21	83 Bi 209,00	84 Po 210	85 At [210]		86 Rn 222
7	87 Fr [223]	88 Ra 226,05	89 - **						

*Σπάνιαι γαῖαι (Λανθανίδαι)	57 La 138,92	58 Ce 140,13	59 Pr 140,92	60 Nd 144,27	61 Pm [145]	62 Sm 150,35	63 Eu 152,0	64 Gd 157,26	65 Tb 158,93	66 Dy 162,51	67 Ho 164,94	68 Er 167,27	69 Tm 168,94	70 Yb 170,04	71 Lu 174,99

**Ἀκτινίδαι	89 Ac 227	90 Th 232,05	91 Pa [231]	92 U 238,07	93 Np [237]	94 Pu [240]	95 Am [242]	96 Cm [245]	97 Bk [249]	98 Cf [250]	99 E [253]	100 Fm [255]	101 Mv [256]	102 No [253]	