Ε 2 ΦϽΕΙ

Αλεξοπούλου

53

Κ. Δ. ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

Γ. Δ. ΜΠΙΛΛΗ
ΦΥΣΙΚΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΠΑΡΟΡΑΜΑΤΑ

(Πρὶν ἀρχίσετε τὴν μελέτην τοῦ βιβλίου προβῆτε εἰς τὴν διόρθωσιν τῶν κάτωθι παροραμάτων).

Σελ. 26,	Ἄσκησις 4η,	Κατηγορία Β′	(ΑΠ: ἀντὶ 0,438 m. γράφε *0,318 m*)
» 39	» 10η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 31,5 cm/sec², γρ. *31,4 cm/sec²*)
» 39	» 3η	»	Β′ Ἐκφώνησις: ἀντὶ 5 m/sec², γρ. *10 m/sec²*
» 51	» 7η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 25,5°, γρ. *12°*)
» 67	» 11η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 30,6 cm, γρ. *31,7 cm*)
» 68	» 2α	»	Β′ Ἐκφώνησις: ἀντὶ κατηγορίας Β′, γρ. *κατηγορίας Α′*
» 69	» 15η	»	Β′ (ΑΠ: ἀντὶ 48,3 m, γρ. *47,8 m* καὶ ἀντὶ 3,22 sec, γρ. *3,19 sec*)
» 85	» 12η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ $11 \cdot 10^{14}$ erg, γρ. $5,55 \cdot 10^{14}$ *erg*)
» 85	» 15η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 25,4 m/sec, γρ. *25,05 m/sec*)
» 86	» 6η	»	Β′ (ΑΠ: ἀντὶ 75 cm, γρ. *732 cm*)
» 94	» 1η	»	Β′ (ΑΠ: ἀντὶ 0,022 sec, γρ. *0,052 sec*)
» 95	» 2α	»	Β′ Ἐκφώνησις: ἀντὶ 1,2 sec, γρ. *1,26 sec*
» 119	» 12η	»	Β (ΑΠ: ἀντὶ 16,25 gr, γρ. *15,88 gr*)
» 129	» 2α	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ $1,033 \cdot 10^{-4}$ kgr*/m², γρ. $1,033 \cdot 10^{4}$ *kgr*/m²*)
» 143	» 2α	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 2,2 cm/sec, γρ. *52,4 cm/sec*)
» 143	» 3η	»	Β (ΑΠ: ἀντὶ 11,1 HP, γρ. *11 HP*)
» 143	» 4η	»	Β (ΑΠ: ἀντὶ $2,3 \cdot 10^{8}$ kgr*·m, γρ. $1,55 \cdot 10^{8}$ *kgr*·m*, ἀντὶ 758 HP, γρ *509,8 HP*, ἀντὶ 565 kW, γρ. *380,3 kW*)
» 171	» 5η	»	Β (ΑΠ: ἀντὶ 106,5 cm, γρ. *106,25 cm*)
» 190	» 3η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 137,3° C γρ. *140° C*)
» 190	» 3η	»	Β′ (ΑΠ: ἀντὶ 656,3° C, γρ. *339,4° C*)
» 196	» 1η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 40,5 kcal, γρ. *40,95 kcal*)
» 196	» 6η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 404° C, γρ. *396,4° C*)
» 196	» 7η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ 1,28 : 1, γρ. *1,38 : 1*)
» 222	» 1η	»	Α′ (ΑΠ: ἀντὶ $4,67 \cdot 10^{4}$ kcal, γρ. $4,68 \cdot 10^{4}$ *kcal*)
» 222	» 3η	»	Β′ (ΑΠ: ἀντὶ 336 Joule/gr, γρ. *335,1 Joule/gr*)

Κ. Αλεξόπουλος - Γ. Μπίλλης

1078

ΑΘΗΝΑΙ
1955

Κ. Δ. ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΟΥ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ

Γ. Δ. ΜΠΙΛΛΗ
ΦΥΣΙΚΟΥ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΤΟΜΟΣ ΠΡΩΤΟΣ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ-ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ-ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΠΡΟΣ ΧΡΗΣΙΝ

ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΤΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΩΝ ΚΑΙ ΤΩΝ ΥΠΟΨΗΦΙΩΝ
ΔΙΑ ΤΑΣ ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΝΩΤΑΤΩΝ ΣΧΟΛΩΝ

ΑΘΗΝΑΙ
1955

Πᾶν γνήσιον ἀντίτυπον φέρει τὰς ὑπογραφὰς τῶν συγγραφέων.

ΤΥΠΟΙΣ: ΣΩΤ. ΣΠΥΡΟΠΟΥΛΟΥ, ΣΟΛΩΝΟΣ 83 – ΑΘΗΝΑΙ

ΑΝΤΙ ΠΡΟΛΟΓΟΥ

Ἀφορμὴν εἰς τὴν συγγραφὴν τοῦ παρόντος βιβλίου ἔδωσεν ἡ διαπίστωσις ὅτι, τὰ πλεῖστα τῶν διὰ τὴν Μέσην ἐκπαίδευσιν προοριζομένων συγγραμμάτων Φυσικῆς ἀκολουθοῦν ἀπηρχαιωμένους τρόπους ἐπιλογῆς καὶ ἐκθέσεως τῆς διδακτέας ὕλης. Οὕτως, ἀπὸ δεκαετηρίδων, τὰ ἑκάστοτε διδακτικὰ βιβλία ἀπασχολοῦνται μὲ ὡρισμένα, μόνον, θέματα, ἐνῶ ἄλλα σπουδαιότερα παραμελοῦνται συστηματικῶς. Παραδείγματος χάριν ἡ Ὑδροδυναμικὴ οὐδόλως ἐξετάζεται, μολονότι ὁ νόμος τοῦ Bernoulli εὑρίσκει πλείστας ἐφαρμογὰς εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον. Ἀφ' ἑτέρου δὲν ἐλαμβάνετο ὑπ' ὄψιν ὅτι, ἡ ἐξέλιξις τῆς Ἐπιστήμης προσέφερε νέον ὑλικόν, τὸ ὁποῖον ἔπρεπε καὶ αὐτὸ ν' ἀρχίσῃ νὰ διδάσκεται. Οὕτω, π.χ., εἶναι φανερὸν ὅτι αἱ στοιχειώδεις ἔννοιαι τῆς Ἀτομικῆς καὶ Πυρηνικῆς Φυσικῆς δὲν δύνανται, πλέον, ν' ἀγνοοῦνται εἰς τὰ σύγχρονα διδακτικὰ βιβλία τῆς Μέσης ἐκπαιδεύσεως.

Ὑπ' αὐτάς, ὅμως, τὰς προϋποθέσεις εἶναι προφανὲς ὅτι, ὁ ὄγκος τῆς διδακτέας ὕλης αὐξάνεται τόσον, ὥστε νὰ εἶναι ἀδύνατον, πλέον, νὰ διδαχθοῦν ὅλα τὰ θέματα ἐντὸς τοῦ ὑπὸ τοῦ προγράμματος προβλεπομένου χρόνου. Διὰ τοῦτο εἶναι ἀνάγκη ὅπως, πολλὰ θέματα, μὴ ἀναφερόμενα εἰς θεμελιώδη φαινόμενα καὶ καταπονοῦντα, ἀδικαιολογήτως, τοὺς μαθητάς, καταργηθοῦν ἀδιστάκτως. Οὕτω, π.χ., ἡ ἔννοια τῆς κυβικῆς παλάμης, ἡ θερμομετρικὴ κλῖμαξ Ρεωμύρου κ.λ., δὲν χρησιμοποιοῦνται πλέον οὔτε εἰς τὴν Ἐπιστήμην, οὔτε εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον. Οὐδείς, λοιπόν, λόγος συντρέχει νὰ διατηροῦνται. Ὁμοίως ὅλα τὰ κυκλοφοροῦντα διδακτικὰ βιβλία ἀσχολοῦνται λεπτομερῶς μὲ τὴν κατάταξιν τῶν μοχλῶν εἰς μοχλοὺς α! εἴδους, μοχλοὺς β! εἴδους κ.λ. Εἶναι ἐντελῶς περιττὴ καὶ ἄσκοπος ἡ τοιαύτη κατάταξις καὶ ἀπαράδεκτος ἡ καταπόνησις, εἰς τὴν ὁποίαν ὑποβάλλονται οἱ μαθηταὶ διὰ νὰ ἐκμάθουν νὰ διακρίνουν τὰ διάφορα εἴδη τῶν μοχλῶν, ἐφ' ὅσον ἡ λύσις ὅλων τῶν προβλημάτων τῶν μοχλῶν στηρίζεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς. Ἐπίσης γίνεται λεπτομερὴς ἐξέτασις, π.χ., τῆς διπλῆς ζυγίσεως, μολονότι εἶναι γνωστὸν ὅτι οὐδεὶς ἐκ τῶν ἀσχολουμένων μὲ ζυγίσεις (οἱ χημικοὶ κυρίως) ἐχρησιμοποίησε ποτὲ τὴν διπλῆν ζύγισιν. Συνεπῶς οὐδεμίαν δικαιολογίαν ἔχει ἡ διεξοδικὴ ἐξέτασις τοῦ θέματος τούτου. Τὸ αὐτὸ ἰσχύει καὶ διὰ τὴν διδασκαλίαν τῶν μεγιστοβαθμίων καὶ ἐλαχιστοβαθμίων θερμομέτρων, τὰ ὁποῖα εἶναι ἀπίθανον νὰ συναντήσῃ ὁ μαθητὴς εἰς τὸν μετέπειτα βίον του, οὔτε δὲ βασικὰς ἐννοίας θὰ κατανοήσῃ καλλίτερον, ἐὰν ἐπιμείνῃ νὰ ἐκμάθῃ ταῦτα. Ὁμοίως ἐντελῶς ἀδικαιολόγητος εἶναι ἡ καταπόνησις τῶν μαθητῶν εἰς τὴν ἀπομνημόνευσιν τῶν ὀνομάτων τῶν διαφόρων κατασκευαστῶν ὀργάνων (π.χ. θερμόμετρον Six καὶ Bellani κ.λ.). Ἐντελῶς περιττοὶ εἶναι, ἐπίσης, καὶ οἱ διάφοροι τύποι οἱ παρέχοντες τὴν πίεσιν μετὰ τόσας ἀνυψώσεις τοῦ ἐμβόλου μιᾶς ἀεραντλίας, διότι εἶναι βέβαιον ὅτι ἡ πίεσις (ὅταν χρειασθῇ) μ ό ν ο ν δι' ἑνὸς μανομέτρου θὰ εὑρεθῇ.

Ἕτερον σπουδαῖον σημεῖον, εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἐπιμείνωμεν, εἶναι ἡ ἀποφυγὴ τῆς ἀποστηθίσεως τῶν σχέσεων τῶν διαφόρων μονάδων - π.χ. 1 Joule$=10^7$

ἔργια, μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος = 427 kgr*·m/kcal κ.λ. Δὲν εἶναι παραδεκτὸν νὰ ἐπιβαρύνεται ὁ μαθητὴς μὲ τοιαύτην ἀπομνημόνευσιν. Ἔχομεν τὴν γνώμην ὅτι ἀρκεῖ νὰ ὑποδειχθῇ εἰς αὐτὸν ὅτι, ἐὰν χρειασθῇ νὰ μετατρέψῃ τὰ Joule εἰς ἔργια, θὰ πρέπει ν' ἀναζητήσῃ τὴν ἀντίστοιχον σχέσιν εἰς τὸ οἰκεῖον κεφάλαιον περὶ ἔργου. Προκειμένου, λοιπόν, περὶ ἐξετάσεων, ὀφείλει ὁ ἐξεταστὴς νὰ δίδῃ τὰς σχέσεις μεταξὺ τῶν διαφόρων μονάδων καὶ νὰ μὴ ἀπαιτῇ ἀπὸ τὸν ἐξεταζόμενον νὰ τὰς ἐνθυμῆται. Δι' αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον, δὲν δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς ἐπιτυχὲς τὸ τεθὲν θέμα τῶν εἰσαγωγικῶν ἐξετάσεων «πόσα ἔργια ἀντιστοιχοῦν εἰς ἓν κιλοβατώριον».

Ἄλλο σημεῖον εἶναι τὸ ἑξῆς: Εἰς τὰ διδακτικὰ βιβλία περιγράφεται λεπτομερῶς ὁ τρόπος βαθμολογίας τοῦ θερμομέτρου, τοῦ οἰνοπνευματομέτρου, τῶν πυκνομέτρων κ.λ., χωρίς, ὅμως, νὰ ἐπιχειρῆται τὸ αὐτὸ δι' ὅλα τὰ ὄργανα τῆς Φυσικῆς. Εἶναι φανερὸν ὅτι εἰς τὸ πλαίσιον τοῦ Γυμνασιακοῦ βιβλίου δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ περιληφθοῦν τοιαῦτα θέματα βαθμολογίας τῶν διαφόρων ὀργάνων, ἀφοῦ ὁ χρόνος δὲν ἐπαρκεῖ κἂν διὰ τὴν διδασκαλίαν τόσων βασικῶν φαινομένων. Διότι γνώμων τῆς διδακτέας ὕλης πρέπει νὰ εἶναι τὸ θεμελιῶδες τοῦ περιγραφομένου φαινομένου. Ἐξαίρεσις τοῦ κανόνος δύναται νὰ γίνῃ μόνον προκειμένου νὰ περιγραφῇ, π.χ., ἡ λειτουργία τοῦ αὐτοκινήτου ἢ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ψυγείου κ.λ., δηλαδὴ περιπτώσεων συναντωμένων, συχνότατα, εἰς τὸν καθ' ἡμέραν βίον.

Εἰς τ' ἀνωτέρω ἀνεφέρομεν μερικὰ ἀπὸ τὰ χαρακτηριστικώτερα σημεῖα, εἰς τὰ ὁποῖα προκαλεῖται μεγίστη ζημία κατὰ τὴν διδασκαλίαν τῆς Φυσικῆς καὶ ἀδικαιολόγητος καταπόνησις τοῦ μαθητοῦ. Ἐρχόμεθα τώρα καὶ εἰς ἓν ἄλλο σημαντικώτατον θέμα: Εἰς τὴν σύγχυσιν, ἡ ὁποία γίνεται — καί, δυστυχῶς, συστηματικῶς — εἰς τὰς διαφόρους ἐννοίας. Ὅπως εἰς κάθε Ἐπιστήμην, οὕτω καὶ εἰς τὴν Φυσικήν, δὲν δύναται νὰ γίνῃ οὐδεμία ὀρθὴ διατύπωσις ἑνὸς θέματος χωρὶς νὰ ὁρίσωμεν τὰς θεμελιώδεις ἐννοίας καὶ χωρὶς νὰ τηρήσωμεν αὐτὰς σχολαστικῶς καὶ μὲ συνέπειαν ἐν συνεχείᾳ. Οὕτως, ἐὰν δὲν γίνῃ κατανόησις τῆς διαφορᾶς μεταξὺ π ι έ σ ε ω ς καὶ δ υ ν ά μ ε ω ς, τὰ κεφάλαια τῆς Ὑδροστατικῆς καὶ Ἀεροστατικῆς εἶναι, ἐκ τῶν προτέρων, βέβαιον ὅτι δὲν θὰ γίνουν νοητά. Δὲν εἶναι δυνατόν, π.χ., νὰ ἀναγιγνώσκῃ τις τὴν φράσιν «ἡ **πίεσις** ἰσοῦται μὲ τὸ **βάρος** στήλης ὑγροῦ ἐχούσης βάσιν 1 cm^2 καὶ ὕψος κ.λ.» καὶ νὰ μὴ ἐξαγάγῃ τὸ συμπέρασμα ὅτι ἡ πίεσις — ἀφοῦ ἰσοῦται μὲ βάρος — εἶναι δύναμις. Ἐπίσης ἡ ἐκ π ι έ σ ε ω ς προερχομένη δύναμις πολλάκις ὀνομάζεται ὁλικὴ πίεσις. Τοῦτο, βεβαίως, δὲν εἶναι ὀρθόν, διότι εἶναι φανερὸν ὅτι, ἡ ὁλικὴ πίεσις (ὡς ἄθροισμα πιέσεων) εἶναι πίεσις καὶ ὄχι δύναμις.

Ὁμοίως συστηματικὴ σύγχυσις γίνεται κατὰ τὴν χρῆσιν τῶν μονάδων ***κιλοβὰτ*** καὶ ***ὡριαῖον κιλοβάτ.*** Ὡς γνωστὸν ἡ πρώτη ἐκ τῶν μονάδων αὐτῶν εἶναι μονὰς ἰ σ χ ύ ο ς, ἐνῶ ἡ δευτέρα εἶναι μονὰς ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς. Εἰς τὴν καθημερινὴν ζωήν, ὅταν πρόκηται νὰ χρησιμοποιηθῇ τὸ ὡριαῖον κιλοβάτ, παραλείπεται ἡ λέξις «ὡριαῖον» καὶ ἀπομένει ἡ λέξις «κιλοβάτ», οὕτω δὲ ἡ αὐτὴ λέξις χρησιμοποιεῖται, ἀδιαφόρως, διὰ νὰ ἐκφράζῃ καὶ τὴν μονάδα ἰσχύος καὶ τὴν μονάδα ἐνεργείας. Πρὸς τούτοις ἡ ὀνομασία ὡριαῖον κιλοβὰτ τείνει νὰ παρασύρῃ τὸν ἀρχάριον εἰς τὸ νὰ νομίσῃ ὅτι πρόκειται περὶ ἑνὸς κιλοβὰτ ἀνὰ ὥραν. Διὰ τοῦτο, ἀπὸ καιροῦ, ἐπροτείναμεν τὸν μονολεκτικὸν ὅρον **κιλοβατώριον,** ἀντὶ τοῦ ὡριαίου κιλοβάτ, καὶ οὕτως ἡ σύγχυσις αὕτη αἴρεται αὐτομάτως.

Καὶ τώρα ἐρχόμεθα εἰς ἓν σημεῖον τῆς Μηχανικῆς, τὸ ὁποῖον ἀφορᾷ τὴν καλουμένην «φυγόκεντρον δύναμιν». Ἀφ' ὅτου ὑπάρχουν ἑλληνικὰ διδακτικὰ βιβλία τὸ θέμα τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως διδάσκεται ἐσφαλμένως. Ὡς δικαιολογία προβάλλεται ὅτι καὶ εἰς πολλὰ ξενόγλωσσα βιβλία τὸ θέμα ἐκτίθεται κατὰ παρόμοιον τρόπον, ἀλλά, κυρίως, ὅτι ἡ ἐξήγησις ὡρισμένων φαινομένων δίδεται εὐκολώτερον διὰ τῆς χρήσεως τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως, παρὰ — ὅπως εἶναι τὸ ὀρθὸν — διὰ τῆς χρήσεως τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Ἤδη, ὅμως, καὶ τὰ ξενόγλωσσα βιβλία μέσης ἐκπαιδεύσεως ἤρχισαν νὰ χρησιμοποιοῦν τὸν ὀρθὸν τοῦτον τρόπον. Βεβαίως εἶναι ἀναντίρρητον ὅτι, ἐκ πρώτης ὄψεως, ἡ χρῆσις τῆς φυγοκέντρου δυνάμεως δίδει, μὲ πολὺ εὐκόλους συλλογισμούς, τὴν ἐξήγησιν τῶν ἀντιστοίχων φαινομένων. Ἐν τούτοις, μικρὰ σκέψις ἀρκεῖ διὰ ν' ἀποκαλύψῃ, ἀμέσως, τὴν ἐσφαλμένην βάσιν τῶν συλλογισμῶν. Διὰ τοῦτο εἰς τὸ ἀνὰ χεῖρας βιβλίον ἔχομεν ἰδιαιτέρως ἐπιμείνει εἰς τὴν λύσιν ἀρκετῶν τοιούτων προβλημάτων, χρησιμοποιοῦντες μόνον τὴν ἔννοιαν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.

Μὲ ὁδηγὸν τὰς ἀνωτέρω σκέψεις μας προέβημεν εἰς τὴν συγγραφὴν τοῦ παρόντος βιβλίου, τὸ ὁποῖον παρουσιάζει ριζικὰς μεταβολὰς (ἐν σχέσει πρὸς τὰ μέχρι τοῦδε κρατοῦντα) τόσον εἰς τὸ περιεχόμενον, ὅσον καὶ εἰς τὸν τρόπον ἐκθέσεως τῆς ὕλης. Ἐλπίζομεν ὅτι καὶ ἄλλοι συγγραφεῖς, ἀσχολούμενοι μὲ τὴν συγγραφὴν παρομοίων βιβλίων, θ' ἀντλήσουν θάρρος ἐκ τῶν λεγομένων μας κατὰ τὴν ἐκλογὴν τῶν θεμάτων τοῦ βιβλίου των, χωρὶς νὰ ἐπηρεάζωνται ἀπὸ τὰ διάφορα βιβλία τοῦ παρελθόντος.

Εἰς τὴν ἐκτύπωσιν ἔγινε χρῆσις τυπογραφικῶν στοιχείων δύο μεγεθῶν: Τὰ μεγαλύτερα ἐχρησιμοποιήθησαν διὰ τὴν ὕλην, ἡ ὁποία κρίνεται ἀπαραίτητος διὰ τὴν διδασκαλίαν εἰς τὰ κλασσικὰ Γυμνάσια· ἐνῷ ἡ ὕλη, ἡ τυπωμένη μὲ μικρότερα στοιχεῖα, ἀπευθύνεται πρὸς τοὺς ἐπιθυμοῦντας περαιτέρω μελέτην τῶν θεμάτων ἢ περιλαμβάνει πᾶν ὅ,τι δὲν πρέπει νὰ ἐνθυμῆται τις, π.χ., τὰς σχέσεις διαφόρων μονάδων, πίνακας σταθερῶν κ.λ. Παράγραφοι τινὲς φέρουν ἕνα ἀστερίσκον. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἡ ἀντίστοιχος ὕλη δύναται νὰ παραληφθῇ, χωρὶς διακοπὴν τῆς συνεχείας, ὅταν ὁ διδάσκων κρίνῃ ὅτι δὲν ἐπαρκεῖ ὁ χρόνος.

Εἰς τὸ τέλος ἑκάστου κεφαλαίου παρατίθεται σειρὰ ἀσκήσεων, τινὲς τῶν ὁποίων ἔχουν λυθῆ, ὑποδειγματικῶς, εἰς ***Παράρτημα,*** εὑρισκόμενον εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου.

Ὅλας τὰς ἀσκήσεις τοῦ βιβλίου τούτου ἔλυσεν ὁ Φυσικὸς καὶ Χημικὸς κ. ***Δ. Τσακαρισιᾶνος,*** τὸν ὁποῖον εὐχαριστοῦμεν θερμῶς καὶ ἀπὸ τῆς θέσεως ταύτης.

Ἀθῆναι, Μάϊος 1955

Κ. Δ. ΑΛΕΞΟΠΟΥΛΟΣ — Γ. Δ. ΜΠΙΛΛΗΣ

ΠΙΝΑΞ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Φυσικὰ φαινόμενα - Φυσικοὶ νόμοι σ. 1.—Μέτρησις φυσικῶν μεγεθῶν σ. 2.—Θεμελιώδεις καὶ παράγωγοι μονάδες σ. 2.—Ὑπόθεσις καὶ θεωρία σ. 3.—Μονάδες διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν σ. 3.—Μονάδες μήκους, ἐμβαδοῦ κ.λ. χρησιμοποιούμεναι εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας σ. 6.—Μέτρησις μήκους σ. 7.—Μέτρησις χρόνου σ. 7.—Μέτρησις ἐμβαδοῦ καὶ ὄγκου σ. 7.—Γραφικὴ παράστασις φαινομένου σ. 8.

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ
ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Περιεχόμενον τῆς Μηχανικῆς σ. 11.

Α΄ Στατική.

Δυνάμεις σ. 12.—Μέτρησις δυνάμεων σ. 13.—Γραφικὴ παράστασις δυνάμεως σ. 13.—Σύνθεσις παραλλήλων δυνάμεων σ. 13.—Σύνθεσις δυνάμεων μὴ παραλλήλων σ. 14.—Πειραματικὴ ἀπόδειξις τοῦ νόμου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων σ. 15.—Ἀναλυτικὸς προσδιορισμὸς τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων σ. 16.—Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων σ. 16.—Ἀνάλυσις δυνάμεων σ. 16.—Ἰσορροπία δυνάμεων σ. 17.—Ροπὴ δυνάμεως σ. 18.—Ἰσορροπία ροπῶν σ. 19.—Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ στερεοῦ σώματος σ. 19.—Ζεῦγος δυνάμεων σ. 22.—Ἰσορροπία σ. 23.—Ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως σ. 24.

Β΄ Κινηματική.

Κίνησις σ. 27.—Ὁμαλὴ κίνησις σ. 27.—Ἡ ταχύτης ὡς ἀνυσματικὸν μέγεθος σ. 28.—Ἀνισοταχὴς κίνησις σ. 29.—Ἐπιτάχυνσις σ. 30.—Ὁμαλὴ εὐθύγραμμος κίνησις σ. 31.—Εὐθύγραμμος κίνησις μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν σ. 32.—Ὁμαλὴ κυκλικὴ κίνησις σ. 34.—Σύνθεσις κινήσεων σ. 35.

Γ΄ Δυναμική.

Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς σ. 40.—Ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας σ. 41.—Μονάδες μάζης καὶ δυνάμεως σ. 43.—Πειραματικὴ ἀπόδειξις τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς διὰ τῆς μηχανῆς τοῦ Atwood σ. 44.—Κεντρομόλος δύναμις σ. 45.—Ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως σ. 49.—Περιστροφὴ τῶν σωμάτων σ. 52.—Τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας εἰς τὴν περιστροφὴν σ. 53.

Δ΄ Βαρύτης.

Νόμος τοῦ Νεύτωνος σ. 55.—Βάρος σ. 55.—Κέντρον βάρους σ. 57.—Εἰδικὸν βάρος - Πυκνότης σ. 58.—Ἰσορροπία σωμάτων ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους των σ. 60.—Ἰσορροπία σώματος στηριζομένου διὰ βάσεως σ. 60.—Ἐλευθέρα πτῶσις σ. 61.—Κίνησις σώματος ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου σ. 62.—Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ ἄνω σ. 64.—Ὁριζοντία βολὴ σ. 64.—Πλαγία βολὴ σ. 65.—Βολὴ ἐντὸς τοῦ ἀέρος σ. 67.

Ε΄ Ἔργον, ἐνέργεια, ἰσχύς, ἁπλαῖ μηχαναί.

Ἔργον σ. 70.—Ἔργον παραγόμενον κατὰ τὴν πτῶσιν ἢ ἀνύψωσιν σωμάτων σ. 71.—Ἰσχὺς σ. 72.—Ἐνέργεια σ. 73.—Θεώρημα διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας σ. 75.—Ἁπλαῖ μηχαναὶ σ. 76.—Κεκλιμένον ἐπίπεδον σ. 76.—Τροχαλίαι σ. 77.—Μοχλὸς σ. 78.—Βαροῦλκον σ. 79.—Σφὴν σ. 80.—Κοχλίας σ. 81.—Συντελεστὴς ἀποδόσεως σ. 82.—Ζυγὸς σ. 82.—Στατὴρ σ. 83.—Δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς σ. 84.

ς΄ Ταλαντώσεις.

Ἡμιτονοειδὴς ταλάντωσις σ. 86.—Ἀμείωτος καὶ φθίνουσα ταλάντωσις σ. 89.—

Μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς σ. 89.—Ἐκκρεμὲς τοῦ Foucault σ. 91.—Φυσικὸν ἐκκρεμὲς σ. 92.—Ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις σ. 93.

Ε΄ Ἐλαστικότης καὶ ἀντοχὴ τῶν στερεῶν.

Ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις σ. 95.—Νόμος τοῦ Hooke σ. 95.—Ἀντοχὴ τῶν ὑλικῶν σ. 96.—Σκληρότης σ. 97.—Ἄλλαι ἰδιότητες τῶν στερεῶν σ. 97.

Η΄ Τριβή.

Τριβὴ ὀλισθήσεως σ. 98.—Κύλισις σ. 100.

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

Θ΄ Ὑδροστατική.

Εἰσαγωγὴ εἰς τὴν Ὑδροστατικὴν σ. 101.—Πίεσις σ. 101.—Μονάδες πιέσεως σ. 103.—Πίεσις ἐντὸς ὑγρῶν σ. 104—Θεμελιώδης νόμος τῆς Ὑδροστατικῆς σ. 106.—Δυνάμεις λόγῳ πιέσεως ἐξασκούμεναι ἐπὶ τοῦ πυθμένος καὶ τῶν τοιχωμάτων σ. 108.—Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἰσορροπούντων ὑγρῶν σ. 110.—Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους σ. 111.—Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους σ. 113.—Πλεῦσις σ. 113.—Μέτρησις τῆς πυκνότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν σ. 114.

Ι΄ Ἀεροστατική.

Γενικὰ ἐκ τῆς Ἀεροστατικῆς σ. 119.—Βάρος τῶν ἀερίων σ. 119.—Πίεσις ἐντὸς ἀερίων σ. 121.—Μεταβολὴ τῆς πιέσεως ἑνὸς ἀερίου μετὰ τοῦ ὄγκου—Νόμος Boyle-Mariotte σ. 121.—Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους σ. 122.—Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις σ. 123.—Πείραμα Torricelli σ. 124.—Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως σ. 125—Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους σ. 126.—Βαρόμετρα σ. 127.—Μανόμετρα σ. 128.

ΙΑ΄ Ὑδροδυναμικὴ—Ἀεροδυναμική.

Γενικὰ περὶ ροῆς σ. 130.—Νόμοι τῆς ροῆς σ. 131.—Ἐκροὴ σ. 133.—Ἀντίστασις σωμάτων εὑρισκομένων ἐντὸς ρεύματος σ. 133.—Στρόβιλοι σ. 134.—Δυναμικὴ ἄνωσις σ. 135.—Ἀεροπλάνα σ. 136.—Ἑλικόπτερα σ. 137.—Πύραυλοι σ. 137.

ΙΒ΄ Μηχαναί.

Ὑδραντλίαι σ. 137.—Ἀντλίαι κενοῦ σ. 139.—Συμπιεσταὶ καὶ ἀνεμιστῆρες σ. 140.—Ὑδραυλικοὶ τροχοὶ καὶ ὑδροστρόβιλοι σ. 140.—Ὑδροηλεκτρικαὶ ἐγκαταστάσεις σ. 141.

ΙΓ΄ Μοριακὰ φαινόμενα.

Ἄτομα καὶ μόρια σ. 144.—Δυνάμεις μεταξὺ μορίων ἢ ἀτόμων σ. 145—Συνοχὴ σ. 146.—Ἐπιφανειακὴ τάσις σ. 147.—Συνάφεια—Τριχοειδικὰ φαινόμενα σ. 148.—Μεταβολὴ τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδῶν σωλήνων σ. 148.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΙΔ΄ Κυματική.

Κύματα σ. 150.—Εἴδη κυμάτων σ. 151.—Μηχανισμὸς διαδόσεως κυμάτων σ. 151.—Μῆκος κύματος σ. 152.—Συμβολὴ κυμάτων σ. 153.

ΙΕ΄ Ἀκουστική.

Γενικὰ περὶ ἤχων σ. 156.—Διάδοσις τοῦ ἤχου σ. 157.—Μέτρησις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου σ. 158.—Πηγαὶ ἤχων σ. 158.—Σύνθετοι ἦχοι σ. 161.—Γραμμόφωνον σ. 162.—Συντονισμὸς σ. 162.—Συμβολὴ τῶν ἤχων σ. 163.—Διακροτήματα σ. 164.—Ἀνάκλασις τῶν ἤχων σ. 165.—Ἠχὼ καὶ μετήχησις σ. 145.—Ὕψος τῶν ἤχων σ. 166.—Ἔντασις τοῦ ἤχου σ. 166.—Ὑπέρηχοι σ. 166.—Χροιὰ τῶν ἤχων σ. 167.—Φαινόμενον Doppler-Fizeau σ. 167.—Τὸ οὖς σ. 168.—Ἀνθρωπίνη φωνὴ σ. 169.—Φυσικὴ θεωρία τῆς Μουσικῆς σ. 170.

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ

ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΙϚ' Θερμότης — Θερμοκρασία.

Γενικὰ περὶ θερμότητος σ. 173.—Θερμόμετρα σ. 174.—Θερμομετρικαὶ κλίμακες σ. 174.—Ἄλλοι τύποι θερμομέτρων σ. 176.

ΙΖ' Θερμικὴ διαστολή.

Γενικὰ περὶ θερμικῆς διαστολῆς σ. 177.—Συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς σ. 177.—Δύναμις ἀναπτυσσομένη ἐκ τῆς διαστολῆς σ. 180.—Συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς σ. 180.—Διαστολὴ τῶν στερεῶν σ. 181.—Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν σ. 182.—Διαστολὴ τῶν ἀερίων ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν — 1ος νόμος τοῦ Gay - Lussac σ. 183.—2ος νόμος τοῦ Gay - Lussac σ. 184.—Ἀπόλυτος θερμοκρασία σ. 185.—Νέα μορφὴ τῶν νόμων Gay - Lussac σ. 186.—Νόμος Boyle-Mariotte—Gay-Lussac σ. 187.—Καταστατικὴ ἐξίσωσις τῶν ἀερίων σ. 188.

ΙΗ' Θερμιδομετρία.

Θεμελιώδης νόμος τῆς θερμιδομετρίας σ. 191.—Μονάδες θερμότητος καὶ εἰδικῆς θερμότητος σ. 191.—Θερμοχωρητικότης σ. 192.—Θερμιδομετρία σ. 193.—Μέθοδος τῶν μειγμάτων σ. 194.—Θερμότης καύσεως σ. 195.—Θερμότης διαλύσεως 196.

ΙΘ' Μεταβολαὶ τῆς καταστάσεως τῶν σωμάτων.

Αἱ τρεῖς καταστάσεις τῆς ὕλης σ. 197.—Τῆξις σ. 197.—Πῆξις σ. 199.—Μέτρησις τῆς λανθανούσης θερμότητος τήξεως σ. 199.—Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν πῆξιν σ. 201.—Ἐπίδρασις ξένων προσμείξεων ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως σ. 201.—Ἐξάτμισις σ. 201.—Ἐξάτμισις εἰς κενὸν χῶρον σ. 202.—Ἀκόρεστοι ἀτμοὶ σ. 203.—Μεταβολὴ τῆς τάσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν μετὰ τῆς θερμοκρασίας σ. 203.—Βρασμὸς σ. 204.—Μεταβολὴ τοῦ σημείου ζέσεως μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως σ. 205.—Ἐξαέρωσις σ. 207.—Ψῦξις λόγῳ ἐξαερώσεως σ. 208.—Ἐξάχνωσις σ. 208.—Ἀπόσταξις σ. 208.—Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων σ. 209.—Μοριακὴ ἢ θερμικὴ κίνησις σ. 209.—Ὤσμωσις σ. 210.—Ὠσμωτικὴ πίεσις σ. 211.

Κ' Διάδοσις τῆς θερμότητος.

Ἀγωγὴ τῆς θερμότητος σ. 213.—Συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος σ. 215.—Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς σ. 215.—Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας σ. 216.—Ἀπορρόφησις τῆς ἀκτινοβολίας σ. 217.

ΚΑ' Στοιχεῖα ἐκ τῆς Θερμοδυναμικῆς.

Ἐσωτερικὴ ἐνέργεια σ. 218.—Μετατροπὴ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα - Πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα σ. 219.—Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς ἔργον - Δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα σ. 221.

ΚΒ' Θερμικαὶ μηχαναί.

Ἀτμομηχανὴ σ. 222.—Μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως σ. 224.—Ψυκτικαὶ μηχαναὶ σ. 226.—Αὐτοκίνητον σ. 228.

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑΣ

Γενικὰ ἐκ τῆς Μετεωρολογίας σ. 230.—Ἀτμόσφαιρα σ. 230.—Θερμοκρασία σ. 230.—Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις σ. 231.—Ἄνεμος σ. 231.—Πρόγνωσις τοῦ καιροῦ σ. 233.—Ὑγρομετρία σ. 233.—Δρόσος, πάχνη, νέφη, ὁμίχλη σ. 234.—Βροχή, χιών, χάλαζα σ. 234.—Κλιματισμὸς σ. 235.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στοιχειώδεις γνώσεις ἐκ τῆς Τριγωνομετρίας σ. 236—Ὁδηγίαι διὰ τὴν λύσιν τῶν ἀσκήσεων σ. 238.—Παραδείγματα λύσεως ἀσκήσεων σ. 240.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

§ 1. Φυσικὰ φαινόμενα - Φυσικοὶ νόμοι. Αἱ διάφοροι μεταβολαί, αἱ ὁποῖαι λαμβάνουν χώραν εἰς τὴν Φύσιν, ἀποτελοῦν τὰ καλούμενα ***φαινόμενα.*** Τὰ φαινόμενα δυνάμεθα νὰ κατατάξωμεν εἰς δύο κατηγορίας: εἰς τὰ φυσικὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ἐξετάζει ἡ Φυσικὴ καὶ εἰς τὰ χημικὰ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ἐξετάζει ἡ Χημεία.

Φυσικὰ φαινόμενα θὰ καλέσωμεν ὅλα ἐκεῖνα τὰ φαινόμενα εἰς τὰ ὁποῖα δὲν μεταβάλλεται ἡ σύστασις τῶν διαφόρων σωμάτων. Οὕτω, π.χ., ἐὰν θερμάνωμεν τεμάχιον λευκοχρύσου εἰς τὴν φλόγα λύχνου, οὐδεμία μεταβολὴ θὰ προκληθῇ εἰς τὴν σύστασιν τοῦ λευκοχρύσου. Ὁμοίως ἐὰν ρίψωμεν ἐντὸς ὕδατος τεμάχιον κηροῦ.

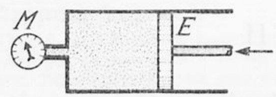
Ὑπάρχουν, ὅμως, καὶ φαινόμενα, κατὰ τὰ ὁποῖα ἐπέρχονται ριζικαὶ μεταβολαὶ εἰς τὴν σύστασιν τῶν σωμάτων. Οὕτω, κατὰ τὴν καῦσιν τῶν ἀνθράκων, ὁ ἄνθραξ ἀντιδρᾷ μετὰ τοῦ ὀξυγόνου τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος καὶ μετατρέπεται εἰς ἀέριον, καλούμενον διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος. Ὁμοίως τεμάχιον ἀνθρακασβεστίου, ριπτόμενον ἐντὸς ὕδατος, ἀντιδρᾷ μετ' αὐτοῦ καὶ σχηματίζει ἀέριον, τὸ ὁποῖον καλεῖται ἀκετυλένιον (κ. ἀσετυλίνη). Τὰ φαινόμενα αὐτὰ θὰ καλέσωμεν ***χημικὰ φαινόμενα.*** Ὁ διαχωρισμός, ὅμως, αὐτὸς μεταξὺ φυσικῶν καὶ χημικῶν φαινομένων, δὲν εἶναι, πάντοτε, τόσον σαφὴς καὶ ὑπάρχουν φαινόμενα, τὰ ὁποῖα δύναται νὰ ἐξετάσῃ τόσον ἡ Φυσική, ὅσον καὶ ἡ Χημεία.

Διὰ τὴν περιγραφὴν τῶν φυσικῶν φαινομένων χρησιμοποιοῦνται διάφορα μεγέθη, τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***φυσικὰ μεγέθη.*** Τοιαῦτα μεγέθη εἶναι, π.χ., ἡ θερμοκρασία τῆς φλογός, τὸ βάρος τοῦ λευκοχρύσου, ὁ ὄγκος τοῦ ὕδατος κ.λ.

Διὰ τὴν περιγραφὴν τῶν φυσικῶν φαινομένων ἀπαιτεῖται ἀφ' ἑνὸς μὲν ἡ προσεκτική των παρακολούθησις καί, εἰ δυνατόν, ἡ ἀναπαραγωγή των εἰς τὸ ἐργαστήριον ***(πείραμα),*** ὑπὸ συνθήκας, μάλιστα, καταλληλοτέρας ἀπὸ τὰς εἰς τὴν πραγματικότητα ἐπικρατούσας. Οὕτω, τὸ φαινόμενον τῆς ἐλευθέρας πτώσεως ἑνὸς σώματος γίνεται τόσον ταχέως, ὥστε δὲν προφθάνομεν νὰ τὸ ἐξετάσωμεν. Ἐάν, ὅμως, ἐκτελέσωμεν ἕνα πείραμα, εἰς τὸ ὁποῖον νὰ ἐπιβραδύνωμεν τὴν πτῶσιν (διὰ τῆς χρήσεως, π.χ., τοῦ *κεκλιμένου ἐπιπέδου*, βλ. § 52) δυνάμεθα νὰ παρακολουθήσωμεν ἀνέτως τὸ ἐν λόγῳ φαινόμενον.

Ἡ κυρία, ὅμως, σημασία τοῦ πειράματος συνίσταται εἰς τὸ ὅτι δυνάμεθα, δι᾿ αὐτοῦ, ν᾿ ἀνεύρωμεν καὶ τὰς σχέσεις, αἱ ὁποῖαι συνδέουν τὰ διάφορα φυσικὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα παρουσιάζονται εἰς ἕνα φαινόμενον. Αἱ σχέσεις, ἀκριβῶς, αὗται ἀποτελοῦν τοὺς καλουμένους ***νόμους*** τῶν φαινομένων.

Οὕτω, ἐὰν ἐγκλείσωμεν εἰς δοχεῖον ἕνα ἀέριον *(σχ. 1)* καί, διὰ τοῦ ἐμβόλου Ε, ἐλαττώνωμεν τὸν ὄγκον του, ἐνῷ ταὐτοχρόνως μετροῦμεν διὰ τοῦ *μανομέτρου* Μ (*) τὴν πίεσιν, θὰ εὕρωμεν ὅτι, ὅταν ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ἐλαττωθῇ εἰς τὸ ἥμισυ τοῦ ἀρχικοῦ, ἡ πίεσίς του θὰ διπλασιασθῇ, ἐὰν εἰς τὸ τρίτον, θὰ τριπλασιασθῇ κ.ο.κ. Τοῦτο ἐκφράζεται ὡς ἑξῆς:



Σχ. 1. Συσκευὴ διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ νόμου, ὁ ὁποῖος συνδέει τὸν ὄγκον ἑνὸς ἀερίου μετὰ τῆς πιέσεως αὐτοῦ.

«*Ἐφ᾿ ὅσον ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου διατηρεῖται σταθερά, ἡ πίεσις αὐτοῦ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς τὸν ὄγκον του*», φέρεται δὲ (ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω § 100) ὑπὸ τὸ ὄνομα *νόμος Boyle - Mariotte (Μπόϋλ - Μαριότ).*

§ 2. Μέτρησις φυσικῶν μεγεθῶν. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι διὰ τὴν εὕρεσιν τοῦ νόμου ἑνὸς φαινομένου ἀπαιτεῖται ἡ μέτρησις τῶν διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν, τὰ ὁποῖα ὑπεισέρχονται εἰς τὸ φαινόμενον - π.χ., τῆς πιέσεως καὶ τοῦ ὄγκου εἰς τὸν νόμον Boyle - Mariotte.

Ἡ ***μέτρησις*** ἑνὸς φυσικοῦ μεγέθους συνίσταται εἰς τὴν σύγκρισιν αὐτοῦ πρὸς ἄλλο ὁ μ ο ε ι δ ὲ ς μέγεθος, τὸ ὁποῖον, κατόπιν συμφωνίας, λαμβάνομεν ὡς ***μονάδα μετρήσεως.***

Οὕτω, διὰ νὰ μετρήσωμεν τὸ μῆκος, π.χ., μιᾶς σανίδος, συγκρίνομεν αὐτὸ πρὸς ἄλλο μῆκος — π.χ. τὸ μῆκος ἑνὸς μέτρου — τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ὡς μονάδα μετρήσεως. Τὸ μῆκος τῆς σανίδος θὰ προκύψῃ ἀπὸ τὴν μέτρησιν ἴσον, π.χ., πρὸς 2,5 μέτρα. Ὁ ἐκ τῆς μετρήσεως προκύπτων ἀριθμὸς (2,5) καλεῖται ***ἀριθμητικὴ τιμὴ*** τοῦ μετρουμένου μεγέθους.

§ 3. Θεμελιώδεις καὶ παράγωγοι μονάδες. Κατὰ τ᾿ ἀνωτέρω διὰ τὴν μέτρησιν κάθε φυσικοῦ μεγέθους ἀπαιτεῖται καὶ ἡ ἀντίστοιχος μονάς. Εἶναι δυνατόν, ὅμως, νὰ περιορισθῶμεν εἰς ὀλίγας, μόνον, μονάδας, τὰς ὁποίας καλοῦμεν ***θεμελιώδεις*** καὶ ἐξ αὐτῶν νὰ προκύψουν ὅλαι αἱ ὑπόλοιποι, αἱ ὁποῖαι καλοῦνται ***παράγωγοι.***

Οὕτω, ἐὰν ἐκλέξωμεν ὡς θεμελιώδη μονάδα τὸ μῆκος ἑνὸς μέτρου, λαμβάνομεν ὡς παραγώγους μονάδας τὸ *τετραγωνικὸν μέτρον* διὰ τὸ ἐμβαδὸν ἐπιφανειῶν καὶ τὸ *κυβικὸν μέτρον* διὰ τὸν ὄγκον.

Ἀναλόγως τῆς ἐκλογῆς τῶν θεμελιωδῶν μονάδων δημιουργοῦνται τὰ διάφορα ***συστήματα μονάδων,*** ἐκ τῶν ὁποίων περιγράφομεν δύο: 1) τὸ σύστημα *C.G.S.* καὶ 2) τὸ τεχνικὸν σύστημα.

(*) *Μανόμετρα* καλοῦνται ὄργανα μετρήσεως τῆς πιέσεως (βλ. κατωτέρω § 107).

1) ***Σύστημα μονάδων C.G.S.*** *(centimètre, gramme, seconde)*. Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἐξελέγησαν ὡς θεμελιώδη μεγέθη τὸ ***μῆκος,*** ἡ ***μᾶζα*** καὶ ὁ ***χρόνος*** μὲ ἀντιστοίχους μονάδας τὸ *ἑκατοστόμετρον (1 cm)* διὰ τὸ μῆκος, τὸ *γραμμάριον (1 gr)* διὰ τὴν μᾶζαν καὶ τὸ *δευτερόλεπτον (1 sec)* διὰ τὸν χρόνον.

Ἐκ τῶν θεμελιωδῶν αὐτῶν μονάδων προκύπτουν αἱ διάφοροι παράγωγοι μονάδες, ὅπως ἡ μονὰς ἐμβαδοῦ $(1\ cm^2)$, ἡ μονὰς ταχύτητος $(1\ cm/sec)$ κ.λ.

2) ***Τεχνικὸν σύστημα (Τ.Σ.).*** Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο θεμελιώδη μεγέθη εἶναι τὸ ***μῆκος,*** ἡ ***δύναμις*** καὶ ὁ ***χρόνος*** μὲ ἀντιστοίχους μονάδας τὸ *μέτρον (1 m)* διὰ τὸ μῆκος, τὸ *χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr *)* διὰ τὴν δύναμιν καὶ τὸ *δευτερόλεπτον (1 sec)* διὰ τὸν χρόνον.

Παρατηροῦμεν ὅτι, ἐνῷ εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* ἡ μᾶζα εἶναι θεμελιῶδες μέγεθος (ὁπότε ἡ δύναμις θὰ προκύψῃ παράγωγον μέγεθος), εἰς τὸ *Τ.Σ.* ἡ δύναμις εἶναι θεμελιῶδες μέγεθος καὶ ἡ μᾶζα παράγωγον.

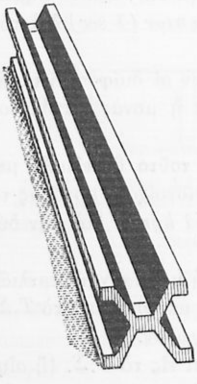
Τόσον εἰς τὸ σύστημα μονάδων *C.G.S.*, ὅσον καὶ εἰς τὸ *Τ.Σ.* (ἢ οἱοδήποτε ἄλλο) αἱ θεμελιώδεις μονάδες ἐξελέγησαν ἐντελῶς αὐθαιρέτως. Θὰ ἠδύνατο, δηλ., τὸ μέτρον *(1 m)* νὰ εἶχεν ἐκλεγῇ μεγαλύτερον ἢ μικρότερον τοῦ ἤδη χρησιμοποιουμένου. Τὸ περιεχόμενον τῶν φυσικῶν νόμων οὐδόλως θὰ μετεβάλλετο ἐκ τούτου.

§ 4. Ὑπόθεσις καὶ θεωρία. Ἡ εὕρεσις τοῦ νόμου τοῦ διέποντος ἕνα φαινόμενον δὲν ἀρκεῖ διὰ νὰ ἱκανοποιήσῃ τὸν ἄνθρωπον. Ἀμέσως τίθεται καὶ τὸ ἐρώτημα: πῶς ἐξηγεῖται τόσον τὸ παρατηρηθὲν φαινόμενον, ὅσον καὶ ὁ νόμος τὸν ὁποῖον τοῦτο ἀκολουθεῖ; Εἰς τὴν ἀπάντησιν βοηθεῖ πολὺ ἡ ***ὑπόθεσις.*** Διὰ νὰ ἐξηγήσωμεν, π.χ., τὰ φωτεινὰ φαινόμενα καταφεύγομεν εἰς τὴν ὑπόθεσιν τῆς *ἐκπομπῆς κυμάτων* καὶ ἐπιζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν ἐάν, βάσει τῆς ὑποθέσεως αὐτῆς, ἐξηγοῦνται τὰ διάφορα φωτεινὰ φαινόμενα, ὅπως ἡ ἀνάκλασις, ἡ διάθλασις κ.λ. Ἐὰν τοῦτο συμβαίνῃ, ἡ ὑπόθεσις ἀποκτᾷ, πλέον, γενικὴν ἰσχὺν καὶ καλεῖται ***θεωρία.*** Ἐάν, ὅμως, παρατηρηθῇ φαινόμενον ἢ φαινόμενα, τὰ ὁποῖα ἡ θεωρία δὲν δύναται νὰ ἐξηγήσῃ, τότε αὕτη ἢ ἐγκαταλείπεται ἢ τροποποιεῖται εἰς τρόπον ὥστε νὰ ἔρχεται πάντοτε εἰς συμφωνίαν μὲ τὸ πείραμα.

§ 5. Μονάδες διαφόρων φυσικῶν μεγεθῶν. Α) ***Μονάδες μήκους.*** Ὅπως εἴδομεν, ὡς μονὰς μήκους εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* λαμβάνεται τὸ ***ἑκατοστόμετρον.*** Τοῦτο ὁρίζεται ὡς τὸ 1/100 τοῦ ***προτύπου μέτρου*** *(σχ. 2)*, δηλ. ὡς τὸ 1/100 τῆς ἀποστάσεως μεταξὺ δύο χαραγῶν ἐπὶ ἑνὸς κανόνος ἐξ ἰριδιούχου λευκοχρύσου φυλασσομένου εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν.

Εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα μονὰς μήκους εἶναι τὸ ***1 μέτρον (1 m)*** $= 100\ cm$.

Ἐκτὸς τῶν ἀνωτέρω μονάδων χρησιμοποιοῦνται καὶ τὰ πολλαπλάσια ἢ ὑποπολλαπλάσια αὐτῶν:



Σχ. 2. Πρότυπον μέτρον. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τῶν δύο χαραγῶν καθορίζει τὸ μῆκος 1 m.

$1\ km$ (*χιλιόμετρον*) $= 1000\ m.$

$1\ dm$ (*δεκατόμετρον*) $= 10^{-1}\ m.$

$1\ mm$ (*χιλιοστόμετρον*) $= 10^{-3}\ m.$

Εἰς τὴν Ὀπτικήν, προκειμένου νὰ μετρηθοῦν πολὺ μικρὰ μήκη (π.χ. τὸ *μῆκος κύματος* τοῦ φωτός), χρησιμοποιεῖται, συνήθως, μία μονὰς μήκους, πολὺ μικροτέρα τῶν προηγουμένων, τὸ *Ångström* ($1\ \mathring{A}$).

Εἶναι δὲ

$$1\ \mathring{A} = 10^{-8}\ cm.$$

Διὰ νὰ λάβη τις μίαν ἰδέαν τῆς μονάδος αὐτῆς ἀναφέρομεν ὅτι τὸ πάχος 1 φύλλου σιγαροχάρτου εἶναι ἴσον πρὸς $100\,000\ \mathring{A}$.

Ἡ μονὰς *Ångström* χρησιμοποιεῖται συνήθως καὶ εἰς τὴν Ἀτομικὴν Φυσικήν. Οὕτω ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο ἀτόμων ἑνὸς στερεοῦ σώματος εἶναι, περίπου, ἴση πρὸς $3\ \mathring{A}$.

Εἰς τὴν ναυτιλίαν χρησιμοποιεῖται ἡ μονὰς

$$1 \text{ ναυτικὸν μίλιον} = 1853\ m.$$

Τὸ μῆκος τοῦτο ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀπόστασιν δύο σημείων ἑνὸς μεσημβρινοῦ, τὰ ὁποῖα ὑποτείνουν τόξον ἑνὸς πρώτου λεπτοῦ τῆς μοίρας.

Ὅσον ἀφορᾷ τὸ μέτρον *(1 m)* τοῦτο, ἀρχικῶς, εἶχεν ὁρισθῆ ὡς τὸ 1/40.000.000 τοῦ μήκους τῆς περιφερείας ἑνὸς μεσημβρινοῦ τῆς Γῆς. Τό, οὕτω, ὁρισθὲν μέτρον εὑρέθη, μὲ τὴν πρόοδον τῶν μετρήσεων, ὅτι εἶναι κατά τι μικρότερον τοῦ σημερινοῦ προτύπου μέτρου.

Β) ***Μονάδες μάζης.*** Ὡς μονὰς μάζης εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* χρησιμοποιεῖται τὸ ***γραμμάριον (μάζης),*** τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς τὸ 1/1000 τῆς μάζης τοῦ ***προτύπου χιλιογράμμου***, δηλ., ἑνὸς ἐξ ἰριδιούχου λευκοχρύσου κατεσκευασμένου κυλίνδρου φυλασσομένου εἰς τὸ Διεθνὲς Γραφεῖον Μέτρων καὶ Σταθμῶν.

Τὸ γραμμάριον, κατὰ τὸν ἀρχικόν του ὁρισμόν, εἶναι ἡ μᾶζα ἑνὸς κυβικοῦ ἑκατοστομέτρου ἀπεσταγμένου ὕδατος καὶ θερμοκρασίας $+4^{0}\ C$.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος *1 gr* χρησιμοποιοῦνται, συνήθως, καὶ τὰ πολλαπλάσια αὐτοῦ:

$$1\ kgr \text{ (χιλιόγραμμον)} = 1000\ gr$$
$$1\ t \text{ (τόννος)} = 1000\ kgr.$$

Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα ὡς μονὰς μάζης χρησιμοποιεῖται ἡ καλουμένη ***τεχνικὴ μονὰς μάζης (1 T. M.).***
Εἶναι δὲ

$$1\ T.\ M. = 9{,}81\ kgr.$$

Εἰς τὴν Χημείαν χρησιμοποιοῦνται καὶ δύο νέαι μονάδες μάζης τὸ *γραμμοάτομον* καὶ τὸ *γραμμομόριον*, τὰς ὁποίας θὰ γνωρίσωμεν ἀργότερον *(§ 167)*.

Γ) ***Μονάδες δυνάμεως.*** 1) *Τ.Σ.* Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα ὡς μονὰς δυνάμεως χρησιμοποιεῖται τὸ ***χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*)***, τὸ ὁποῖον εἶναι ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει ἡ Γῆ τὸ πρότυπον χιλιόγραμμον εἰς τόπον γεωγραφικοῦ πλάτους 45^0 καὶ εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης *(σχ. 3)*.

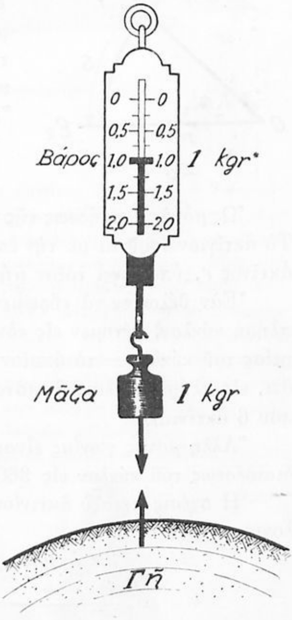
Ἐκτὸς αὐτῆς χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ χιλιοστὸν τοῦ χιλιογράμμου βάρους - τὸ ***γραμμάριον βάρους (1 gr*)***.

Προκειμένου περὶ μεγάλων δυνάμεων χρησιμοποιεῖται ἡ μονὰς

1 τόννος (1 t) = 1000 kgr*.*

2) *C.G.S.* Ἡ μονὰς δυνάμεως εἰς τὸ σύστημα τοῦτο καλεῖται ***δύνη (1 dyn)***. Αὕτη ὁρίζεται κατωτέρω *(§ 39)* καὶ εἶναι, περίπου, ἴση πρὸς τὸ 1/1000 τοῦ γραμμαρίου βάρους. Ἀκριβέστερον εἶναι:

1 dyn = 1/981 gr.*



Σχ. 3. Ἡ μᾶζα 1 *kgr* ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς διὰ δυνάμεως 1 *kgr**.

Δ) ***Μονάδες χρόνου.*** Ὡς μονὰς χρόνου, τόσον εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*, ὅσον καὶ τὸ *Τ.Σ.*, χρησιμοποιεῖται τὸ ***δευτερόλεπτον (1 sec)***, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς τὸ $1/86400 = 1/24 \cdot 60 \cdot 60$ τῆς μέσης ἡλιακῆς ἡμέρας (*).

Ἐκτὸς τῆς μονάδος *1 sec* χρησιμοποιοῦνται, συνήθως, καὶ αἱ ἑξῆς:

1 min (λεπτὸν) = 60 sec

1 h (ὥρα) = 60 min = 60·60 sec.

Ε) ***Μονάδες ἐμβαδοῦ καὶ ὄγκου.*** Εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* ὡς μονὰς ἐμβαδοῦ (ἡ ὁποία, ὡς εἴδομεν, εἶναι παράγωγος μονὰς) χρησιμοιποιεῖται τὸ ***τετραγωνικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm^2)***.

Εἰς τὸ *Τ. Σ.* μονὰς ἐμβαδοῦ εἶναι τὸ ***τετραγωνικὸν μέτρον (1 m^2)***.

Εἰς τὸν καθημερινὸν βίον χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδας ἐμβαδοῦ καὶ τὰς ἑξῆς:

1 στρέμμα = 1000 m^2

1 τετραγωνικὸς τεκτονικὸς πῆχυς = 9/16 m^2.

Ὡς μονὰς ὄγκου εἰς τὸ *C.G.S.* χρησιμοποιεῖται τὸ ***κυβικὸν ἑκατοστόμετρον (1 cm^3)***, ἐνῶ εἰς τὸ *Τ. Σ.* τὸ ***κυβικὸν μέτρον (1 m^3)***.

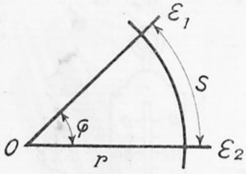
Συνήθης μονὰς μετρήσεως ὄγκου εἶναι καὶ τὸ

1 lt (λίτρον) = 1000 cm^3.

(*) ***Μέση ἡλιακὴ ἡμέρα*** καλεῖται ὁ, κατὰ μέσον ὅρον, χρόνος ὁ παρερχόμενος μεταξὺ δύο διαδοχικῶν μεσουρανήσεων τοῦ Ἡλίου.

Ἄρα εἶναι : $1\ m^3 = 1000\ lt.$

ϛ) ***Γωνία καὶ μονάδες αὐτῆς.*** Διὰ νὰ ὁρίσωμεν τὴν γωνίαν, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν δύο μὴ παράλληλοι εὐθεῖαι ε_1, ε_2 *(σχ. 4)* γράφομεν, μὲ κέντρον τὸ σημεῖον τομῆς των O καὶ ἀκτῖνα r οἱανδήποτε, τόξον κύκλου. Καλοῦμεν ***γωνίαν*** φ τὸ πηλίκον τοῦ ὑποτεινομένου τόξου s πρὸς τὴν ἀκτῖνα r. Ἤτοι



Σχ. 4.

$$\boxed{\varphi = \frac{s}{r}} \tag{1}$$

Ὡς μονὰς μετρήσεως τῆς γωνίας χρησιμοποιεῖται τὸ ***ἀκτίνιον (1 rad).*** Τὸ ἀκτίνιον ἰσοῦται μὲ τὴν ἐπίκεντρον ἐκείνην γωνίαν, ἡ ὁποία, ἐπὶ κύκλου ἀκτῖνος r, ὑποτείνει τόξον μήκους, ἀκριβῶς, ἴσου πρὸς τὴν ἀκτῖνα.

Ἐὰν θέλωμεν νὰ εὕρωμεν πόση εἶναι ἡ γωνία ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς πλήρη κύκλον, θέτομεν εἰς τὸν τύπον (1), ἀντὶ τοῦ s, τὸ μῆκος τῆς περιφερείας τοῦ κύκλου — τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς τὸ $2\pi r$ — ὁπότε προκύπτει ὅτι, εἰς πλήρη κύκλον, ἀντιστοιχοῦν 2π ἀκτίνια (δηλ. $2\pi = 2\cdot 3,14 =$ περίπου 6 ἀκτίνια).

Ἄλλη μονὰς γωνίας εἶναι ἡ ***μοῖρα (1^0),*** ἡ ὁποία προκύπτει ἐξ ὑποδιαιρέσεως τοῦ κύκλου εἰς 360 ἴσα μέρη.

Ἡ σχέσις μεταξὺ ἀκτινίου καὶ μοίρας προκύπτει εὐκόλως ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι

2π ἀκτίνια ἀντιστοιχοῦν εἰς 360^0

1 » $x\,;$

$$x = \frac{360^0}{2\pi} = 57,296^0$$

ἤτοι $1\ rad = 57,296^0.$

§ 6. Μονάδες μήκους, ἐμβαδοῦ κ.λ. χρησιμοποιούμεναι εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας.

α) ***Μονάδες μήκους :*** *1 ἴντζα (in) = 2,54 cm*

1 ποῦς (ft=foot) = 12 in = 30,5 cm

1 ὑάρδα (yd) = 3 πόδες = 0,914 m

1 ἀγγλικὸν μίλιον (mile) = 1609 m.

β) ***Μονάδες ἐμβαδοῦ.*** Ὡς μονάδες ἐμβαδοῦ λαμβάνονται ἡ *τετραγωνικὴ ἴντζα*, ὁ *τετραγωνικὸς ποῦς* κ.λ.

γ) ***Μονάδες ὄγκου.*** Ἐκτὸς τῶν μονάδων yd^3, ft^3 καὶ in^3 χρησιμοποιεῖται καὶ τὸ *γαλόνιον (1 gal).*

Προκειμένου περὶ ὄγκου ὑγρῶν τὸ γαλόνιον ὁρίζεται ἴσον πρὸς

1 British gallon = 4,546 λίτρα εἰς Μ. Βρεττανίαν καὶ

1 gallon (U.S.) = 3,785 λίτρα εἰς τὰς Ἡν. Πολιτείας.

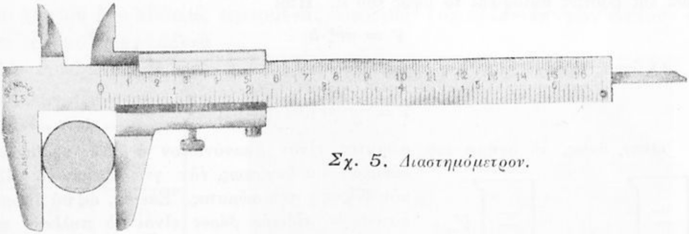
Τὸ γαλόνιον ὑποδιαιρεῖται εἰς *4 κουὰρτ (qt)* καὶ ἕκαστον κουὰρτ εἰς *2 πίντας (pt).*

δ) ***Μονάδες μάζης.*** Εἰς τὸ ἐμπόριον χρησιμοποιοῦνται αἱ μονάδες :

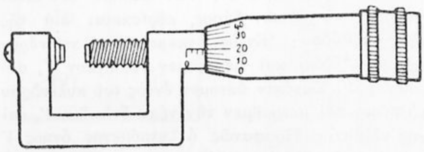
1 οὐγγία (oz) = 28,35 gr

1 λίμπρα (lb = pound) = 16 oz = 453,6 gr.

§ 7. Μέτρησις μήκους. Τὰ μήκη μετροῦμεν κατὰ πολλοὺς τρόπους. Ὁ ἁπλούστερος συνίσταται εἰς τὴν ἐπίθεσιν ἑνὸς διῃρημένου κανόνος ἐπὶ τοῦ πρὸς μέτρησιν ἀντικειμένου. Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιοῦνται ξύλινα ἢ μεταλλικὰ ***μέτρα, μετροταινίαι*** (ὅταν τὸ πρὸς μέτρησιν μῆκος εἶναι πολλῶν μέτρων), ***διαστημόμετρα*** *(σχ. 5)* δι᾿ ἀκριβεῖς μετρήσεις, ***μικρόμετρα*** *(σχ. 6)* διὰ μετρήσεις μεγαλυτέρας ἀκριβείας ἢ διὰ τὴν μέτρησιν τοῦ πάχους πολὺ λεπτῶν φύλλων κ.λ.

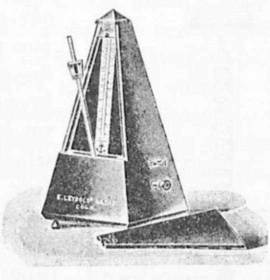


Σχ. 5. *Διαστημόμετρον.*



Σχ. 6. *Μικρόμετρον.*

§ 8. Μέτρησις χρόνου. Διὰ τὴν μέτρησιν χρόνου χρησιμοποιοῦμεν τὰ συνήθη *ὡρολόγια (ἢ χρονόμετρα)* καὶ τὸν *μετρονόμον* *(σχ. 7)*. Κατὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ μετρονόμου προκαλεῖται χαρακτηριστικὸν κτύπημα εἰς τὸ τέλος ἑκάστης ταλαντώσεως τοῦ παλλομένου στελέχους. Μετακινοῦντες τὴν μικρὰν μᾶζαν κατὰ μῆκος τοῦ στελέχους ἐπιτυγχάνομεν ταχυτέραν ἢ βραδυτέραν ταλάντωσιν.

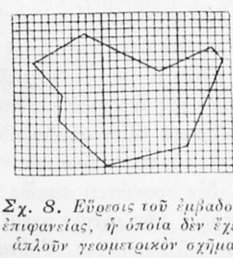


Σχ. 7. *Μετρονόμος.*

§ 9. Μέτρησις ἐμβαδοῦ καὶ ὄγκου. Τὸ ἐ μ β α δ ὸ ν ἐπιπέδων ἐπιφανειῶν, ἁπλοῦ γεωμετρικοῦ σχήματος, εὑρίσκεται δι᾿ ὑπολογισμοῦ. Οὕτω, π.χ. τὸ ἐμβαδὸν S τοῦ κύκλου ὑπολογίζεται, ἐκ τῆς ἀκτῖνος r, διὰ τοῦ τύπου

$$S = \pi \cdot r^2.$$

Ὅταν, ὅμως, τὸ σχῆμα τῆς ἐπιφανείας εἶναι ἀκανόνιστον καὶ δὲν ἐπιτρέπῃ τοιοῦτον ὑπολογισμόν, δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν αἱ ἑξῆς μέθοδοι:



Σχ. 8. *Εὕρεσις τοῦ ἐμβαδοῦ ἐπιφανείας, ἡ ὁποία δὲν ἔχει ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα.*

α) Χαράσσεται ἐπὶ *χιλιοστομετρικοῦ χάρτου* τὸ σχῆμα τῆς ἐπιφανείας *(σχ. 8)* καὶ μετρεῖται ὁ ἀριθμὸς τῶν περιεχομένων τετραγωνιδίων.

β) Ἀποκόπτεται ἀπὸ φύλλον ἰσοπαχοῦς χάρτου ἕνα τμῆμα, τὸ ὁποῖον ἔχει, ἀκριβῶς, τὸ σχῆμα τῆς ἐπιφανείας καὶ ζυγίζεται. Ἐκ συγκρίσεως πρὸς τὸ βάρος ἄλλου τεμαχίου ἐκ τοῦ αὐτοῦ χάρτου, ἔχοντος ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα, καί, συνεπῶς, γνωστὸν ἐμβαδόν, εὑρίσκεται τὸ ζητούμενον ἐμβαδόν.

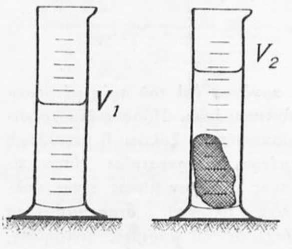
Ὁ ὄ γ κ ο ς στερεῶν σωμάτων, ἁπλοῦ γεωμετρικοῦ σχήματος, εὑρίσκεται δι᾿ ὑπολογισμοῦ. Οὕτω, ὁ ὄγκος V κυλίνδρου, ἀκτῖνος r, ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς βάσεως αὐτοῦ ἐπὶ τὸ ὕψος του h. Ἤτοι

$$V = \pi r^2 \cdot h.$$

Ὁ ὄγκος σφαίρας, ἀκτῖνος r, ὑπολογίζεται διὰ τοῦ τύπου

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

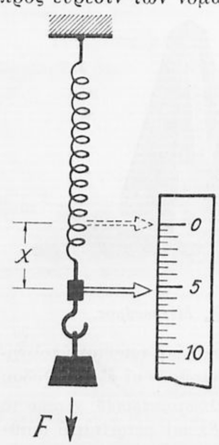
Ὅταν, ὅμως, τὸ σχῆμα τοῦ σώματος εἶναι ἀκανόνιστον ὁ ὄγκος εὑρίσκεται εὐκόλως διὰ ζυγίσεως, ἐὰν γνωρίζωμεν τὸ εἰδικὸν βάρος ε τοῦ σώματος. Ἐπειδή, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, *εἰδικὸν βάρος* εἶναι τὸ πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου V αὐτοῦ *($\varepsilon = B/V$)*, εὑρίσκομεν τὸν ὄγκον ἴσον πρὸς $V = B/\varepsilon$.



Σχ. 9. Ἡ διαφορὰ $V_2 - V_1$ παρέχει τὸν ὄγκον τοῦ σώματος.

Ὁ ὄγκος σωμάτων, τῶν ὁποίων δὲν εἶναι γνωστὸν τὸ εἰδικὸν βάρος, εὑρίσκεται διὰ τῆς ἑξῆς μεθόδου: Ἐντὸς *ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου* χύνομεν ὕδωρ καὶ μετροῦμεν τὸν ὄγκον V_1 αὐτοῦ *(σχ. 9)*. Κατόπιν θέτομεν ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τὸ σῶμα καὶ μετροῦμεν τὴν νέαν ἔνδειξιν V_2 ἐπὶ τῆς κλίμακος. Προφανῶς ὁ ζητούμενος ὄγκος V θὰ εἶναι ἴσος πρὸς $V = V_2 - V_1$.

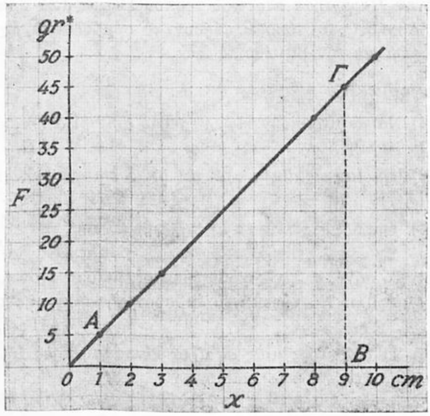
§ 10. Γραφικὴ παράστασις φαινομένου. Εἴδομεν ἀνωτέρω ὅτι πρὸς εὕρεσιν τῶν νόμων, οἱ ὁποῖοι διέπουν ἕνα φαινόμενον, ἐκτελοῦμεν σειρὰν μετρήσεων. Θεωρήσωμεν σπειροειδὲς ἐλατήριον *(σχ. 10)*, τὸ ὁποῖον στηρίζομεν εἰς τὸ ἕνα του ἄκρον, ἐνῷ τὸ ἄλλο φέρει ἄγκιστρον, ἀπὸ τὸ ὁποῖον δυνάμεθα νὰ ἐξαρτῶμεν διάφορα βάρη F καὶ εἶναι ἐφωδιασμένον μὲ δείκτην κινούμενον ἐνώπιον κλίμακος. Τοποθετοῦμεν τὴν κλίμακα οὕτως ὥστε, ὅταν τὸ ἐλατήριον εἶναι ἀφόρτιστον *($F=0$)*, ὁ δείκτης νὰ δεικνύῃ τὸ «μηδὲν» τῆς κλίμακος *($x=0$)*. Ἀκολούθως ἐξαρτῶμεν ἀπὸ τὸ ἄγκιστρον γνωστὸν βάρος (π.χ. $F = 5\ gr^*$), ὁπότε τὸ ἐλατήριον ἐπιμηκύνεται καὶ ὁ δείκτης δεικνύει ἐπιμήκυνσιν, π.χ., ἑνὸς ἑκατοστομέτρου *($x = 1\ cm$)*. Ἀντικαθιστῶμεν τὸ βάρος δι᾽ ἑτέρου, μεγαλυτέρου (π.χ. $F = 10\ gr^*$) καὶ μετροῦμεν τὴν νέαν ἐπιμήκυνσιν *($x = 2\ cm$)*. Ἐπαναλαμβάνοντες τὴν μέτρησιν μὲ διαδοχικῶς αὐξανόμενα βάρη, εὑρίσκομεν τὰς ἀντιστοίχους ἐπιμηκύνσεις, τὰ δὲ ἀποτελέσματα ὅλων αὐτῶν τῶν μετρήσεων καταχωροῦμεν εἰς τὸν κατωτέρω *πίνακα μετρήσεων*. Ἀπὸ τὸ σύνολον αὐτὸ τῶν μετρήσεων δὲν προκύπτει σαφῶς ἡ πορεία τοῦ φαινομένου - δὲν εὑρίσκομεν, δηλ., εὐχερῶς τὴν σχέσιν μεταξὺ τῆς τεινούσης δυνάμεως F καὶ τῆς ἐπιμηκύνσεως x τοῦ ἐλατηρίου. Τοῦτο, ὅμως, δύναται νὰ προκύψῃ εὐκόλως, ἐὰν παραστήσωμεν **γραφικῶς** τὸ φαι-



Σχ. 10. Ἡ δύναμις F ἐπιμηκύνει τὸ ἐλατήριον κατὰ x.

νόμενον. Πρὸς τοῦτο λαμβάνομεν δύο **ἄξονας**—χαράσσομεν, δηλ., ἐπὶ φύλλου χάρτου δύο εὐθείας τεμνομένας καθέτως (*σχ. 11*)—ἐκ τῶν ὁποίων τὸν ἕνα ὀνομάζομεν *ἄξονα τῶν δυνάμεων F*, τὸν δὲ ἄλλον *ἄξονα τῶν ἐπιμηκύνσεων x*. Κατόπιν χαράσσομεν ἐπὶ ἑκάστου ἄξονος ἴσας ὑποδιαιρέσεις καὶ καθορίζομεν καταλλήλους κλίμακας δυνάμεων καὶ μηκῶν. Ἤδη αἱ τιμαὶ τοῦ πίνακος, ἀνὰ ζεύγη λαμβανόμεναι, δίδουν ἐπὶ τοῦ σχεδίου ἀνὰ ἓν σημεῖον (π.χ. τὸ ζεῦγος *0 - 0* δίδει τὸ σημεῖον τομῆς τῶν ἀξόνων, τὸ ζεῦγος *5 - 1* τὸ σημεῖον *A* κ.λ.). Ἐάν, τώρα, ἑνώσωμεν μὲ συνεχῆ γραμμὴν ὅλα αὐτὰ τὰ σημεῖα θὰ ἔχωμεν τὴν ***γραφικὴν παράστασιν*** τοῦ φαινομένου τῆς ἐπιμηκύνσεως τοῦ ἐλατηρίου, ὅταν τὸ φορτίζωμεν μὲ διαφόρους δυνάμεις. Ἐν προκειμένῳ ἡ γραμμὴ αὐτη θὰ εἶναι εὐθεῖα, ἐνῶ εἰς ἄλλα φαινόμενα αὔτη δύναται νὰ ἔχῃ καὶ ἄλλας μορφὰς (βλ. κατωτέρω *§ 73*).

F gr^*	x cm
0	0
5	1
10	2
15	3
40	8
50	10



Σχ. 11. Γραφικὴ παράστασις τῶν μετρήσεων.

Ἡ γραφικὴ παράστασις ἔχει, μεταξὺ ἄλλων, καὶ τὸ πλεονέκτημα νὰ μᾶς ἐπιτρέπῃ νὰ εὑρίσκωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ἑνὸς ἐκ τῶν δύο μεταβαλλομένων μεγεθῶν, ὅταν γνωρίζωμεν τὴν τιμὴν τοῦ ἄλλου. Οὕτω, ἀπὸ τὸ ἄνω διάγραμμα, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἐπιμηκύνῃ τὸ ἐλατήριον, π.χ., κατὰ *9 cm*. Πρὸς τοῦτο ἐκ τοῦ ἀντιστοίχου σημείου *B* τοῦ ἄξονος τῶν ἐπιμηκύνσεων φέρομεν κατακόρυφον εὐθεῖαν *BΓ*, ἡ ὁποία τέμνει τὴν γραμμὴν εἰς τὸ σημεῖον *Γ*. Τὸ μῆκος *BΓ* μᾶς παρέχει τὴν τιμὴν τῆς ζητουμένης δυνάμεως ($F = 45\ gr^*$).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

(Αἱ ἀσκήσεις τοῦ ἀνὰ χεῖρας βιβλίου ἔχουν κατανεμηθῆ εἰς δύο κατηγορίας: Ἡ *κατηγορία A* περιλαμβάνει τὸ ἐλάχιστον τῶν ἀσκήσεων, τὰς ὁποίας πρέπει νὰ λύσῃ ὁ μελετῶν τὸ ἀντίστοιχον κεφάλαιον. Ἡ *κατηγορία B* περιλαμβάνει ἀσκήσεις, τὰς ὁποίας δύναται νὰ λύσῃ ὁ διαθέτων περισσότερον χρόνον ἢ ὁ μελετῶν τὴν ὕλην τὴν τυπωμένην μὲ μικρότερα τυπογραφικὰ στοιχεῖα.

Πρὶν ἢ λύσετε μίαν ἄσκησιν συμβουλευθῆτε τὸ εἰς τὸ τέλος τοῦ βιβλίου εὑρισκόμενον *Παράρτημα* περὶ τοῦ τρόπου λύσεως τῶν ἀσκήσεων.

Ἀσκήσεις, αἱ ὁποῖαι φέρουν τὸ σύμβολον ⊙, ἔχουν λυθῆ, ὑποδειγματικῶς, εἰς τὸ *Παράρτημα* τοῦ βιβλίου).

Κατηγορία Α'.

1) Νὰ μετατραποῦν εἰς m: α) $5\ dm$ β) $4\ cm$, γ) $8\ mm$.
(ΑΠ : $0{,}5\ m$ $0{,}04\ m$, $8.10^{-3}\ m$).

2) Ὁμοίως εἰς dm^2: α) $2\ m^2$ β) $25\ cm^2$ γ) $155\ mm^2$.
(ΑΠ : $2.10^2\ dm^2$, $25\cdot 10^{-2}\ dm^2$, $155\cdot 10^{-4}\ dm^2$).

3) Ὁμοίως εἰς λίτρα : α) $3\ m^3$ β) $25\ cm^3$.
(ΑΠ : $3\cdot 10^3\ lt$, $25\cdot 10^{-3}\ lt$).

4) Τὸ πάχος κυλινδρικοῦ σύρματος, μετρουμένου μὲ μικρόμετρον, εὑρίσκεται ἴσον πρὸς $1{,}22\ mm$. Νὰ εὑρεθῆ τὸ ἐμβαδὸν τῆς διατομῆς του εἰς mm^2, καὶ cm^2.
(ΑΠ : $1{,}17\ mm^2$, $1{,}17\cdot 10^{-2}\ cm^2$).

5) Ἡ διάμετρος μιᾶς σφαίρας εἶναι ἴση πρὸς $15{,}5\ cm$. Νὰ ὑπολογισθῆ ὁ ὄγκος τῆς σφαίρας εἰς cm^3, m^3 καὶ mm^3.
(ΑΠ : $1950\ cm^3$, $1{,}95\cdot 10^{-3}\ m^3$, $1{,}95\cdot 10^6\ mm^3$).

6) Κυλινδρικὸν δοχεῖον ἔχει διάμετρον $10{,}5\ cm$ καὶ ὕψος $6{,}3\ cm$. Ποῖος ὁ ὄγκος του εἰς cm^3 καὶ λίτρα ; (ΑΠ : $545\ cm^3$, $0{,}545\ lt$).

Κατηγορία Β'.

⊙ 1) Ποῖον τὸ ἐμβαδὸν τῆς μιᾶς ἐπιφανείας μεταλλικοῦ φύλλου, σχήματος ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου, τοῦ ὁποίου τὸ μὲν μῆκος εἶναι $29{,}93\ cm$, τὸ δὲ πλάτος $30{,}08\ cm$, εἰς m^2, cm^2, mm^2 καὶ πόσον τοῖς $^0/_0$ διαφέρει τοῦτο τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν $900\ cm^2$;
(ΑΠ : $0{,}090\ m^2$, $900{,}3\ cm^2$, $90030\ mm^2$, $0{,}033\ ^0/_0$).

⊙ 2) Ἀγοράζομεν φύλλον λαμαρίνας διαστάσεων $2m \times 1m$ καὶ βάρους 10 ὀκάδων. Ἐξ αὐτοῦ ἀποκόπτομεν τεμάχιον ἀκανονίστου σχήματος, τοῦ ὁποίου τὸ βάρος εὑρίσκεται, διὰ ζυγίσεως, ἴσον πρὸς $0{,}8\ kgr^*$. Ποῖον τὸ ἐμβαδὸν τοῦ τεμαχίου τούτου ; (1 ὀκᾶ $= 1{,}28\ kgr^*$). (ΑΠ : $0{,}125\ m^2$).

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟΝ

ΜΗΧΑΝΙΚΗ

§ 11. Περιεχόμενον τῆς Μηχανικῆς. Ἡ ***Μηχανικὴ*** εἶναι τὸ μέρος ἐκεῖνο τῆς Φυσικῆς, τὸ ὁποῖον ἐξετάζει τὰς κινήσεις τῶν σωμάτων τοῦ περιβάλλοντος ἡμᾶς κόσμου καὶ τὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι τὰς προκαλοῦν.

Ὅλα τὰ σώματα ἔχουν ἔκτασιν, καταλαμβάνουν, δηλ., χῶρον. Ἡ Μηχανική, ὅμως, εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις, διὰ ν' ἁπλουστεύσῃ τὰ διάφορα ζητήματα, θεωρεῖ τὰς διαστάσεις τῶν σωμάτων τόσον μικράς, ὥστε τὸ σῶμα νὰ δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς *ὑλικὸν σημεῖον*. Εἰς ἄλλας, ἀντιθέτως, περιπτώσεις λαμβάνονται ὑπ' ὄψιν αἱ διαστάσεις τοῦ σώματος, ὁπότε τοῦτο θεωρεῖται ὡς ἀποτελούμενον ἀπὸ πολλὰ ὑλικὰ σημεῖα, τόσον στερεῶς συνδεδεμένα μεταξύ των, ὥστε αἱ μεταξὺ αὐτῶν ἀποστάσεις νὰ παραμένουν ἀμετάβλητοι *(στερεὰ σώματα)*. Εἰς τὴν πραγματικότητα τὸ τελευταῖον τοῦτο συμβαίνει μόνον κατὰ προσέγγισιν, καθόσον τὰ σώματα δύνανται, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων, νὰ παραμορφωθοῦν καί, ἑπομένως, αἱ ἀποστάσεις δὲν παραμένουν ἀμετάβλητοι.

Εἰς τὰ *ὑγρὰ* καὶ τὰ *ἀέρια* αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται μεταξὺ τῶν ὑλικῶν σημείων, εἶναι τόσον μικραὶ ὥστε ταῦτα νὰ μὴ συγκρατῶνται εἰς τὰς θέσεις των καὶ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος νὰ μὴ εἶναι καθωρισμένον, ἀλλὰ νὰ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοὺς ἑκάστοτε ἐπικρατοῦντας ἐξωτερικοὺς ὅρους (σχῆμα περιέχοντος δοχείου κ.λ.).

Ἡ Μηχανικὴ διαιρεῖται, συνήθως, εἰς τὰ ἑξῆς μέρη:

1) Τὴν ***Στατικήν***, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰς δυνάμεις καὶ τὰς συνθήκας ὑπὸ τὰς ὁποίας αὗται ἰσορροποῦν·

2) τὴν ***Κινηματικήν***, ἡ ὁποία ἐξετάζει μόνον τὰς κινήσεις, ἀνεξαρτήτως τῶν δυνάμεων αἱ ὁποῖαι τὰς προκαλοῦν· καὶ

3) τὴν ***Δυναμικήν***, ἡ ὁποία ἐξετάζει τὰς δυνάμεις ἐν σχέσει πρὸς τὰς ὑπ' αὐτῶν παραγομένας κινήσεις.

Εἰς τὰ πρῶτα κεφάλαια τῆς Μηχανικῆς ἐξετάζονται τὰ ἀνωτέρω θέματα σχετικῶς μὲ τὰ στερεὰ σώματα.

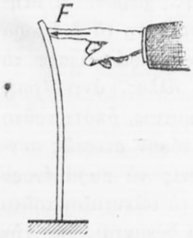
Εἰς ἰδιαίτερα κεφάλαια (Ὑδροστατική, Ἀεροστατική, Ὑδροδυναμικὴ καὶ Ἀεροδυναμική) ἐπεκτείνεται ἡ μελέτη εἰς τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια.

Εἰς τὴν Μηχανικὴν ὑπάγονται, ὁμοίως, καὶ τὰ κεφάλαια, τὰ ὁποῖα ἐξετάζουν τὰς παραμορφώσεις τῶν σωμάτων, αἱ ὁποῖαι προκαλοῦνται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεων (Ἐλαστικότης, Ἀντοχὴ ὑλικῶν, Τριβή).

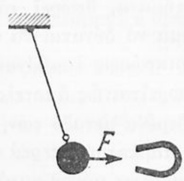
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α'

ΣΤΑΤΙΚΗ

§ 12. Δυνάμεις. Ὅταν κάμπτωμεν μετάλλινον ἔλασμα, πιέζοντες αὐτό, π.χ., διὰ τοῦ δακτύλου μας *(σχ. 12)*, λέγομεν ὅτι ἐξασκοῦμεν ἐπὶ τοῦ ἐλάσματος μίαν *δύναμιν*. Ὁμοίως, ὅταν μαγνήτης ἕλκῃ σιδηροῦν ἀντικείμενον (π.χ. σφαῖραν - *σχ. 13)*, λέγομεν ὅτι ὁ μαγνήτης ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ μίαν δύναμιν. Ἐπίσης ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι δυνάμεθα νὰ θέσωμεν εἰς κίνησιν ἕνα ἀντικείμενον (π.χ. ἐλαφρὰν ἅμαξαν) ἐὰν τὴν ὠθήσωμεν διὰ τῶν χειρῶν μας. Καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι ἡ ἅμαξα ἐτέθη εἰς κίνησιν, διότι ἐξησκήσαμεν ἐπ' αὐτῆς μίαν δύναμιν. Ὁμοίως, ὅταν ἀνακόπτωμεν τὴν κίνησιν σφαίρας ποδοσφαίρου, ἐξασκοῦμεν ἐπ' αὐτῆς μίαν δύναμιν. Γενικῶς καλοῦμεν **δυνάμεις,** *τὰ αἴτια τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ προκαλέσουν παραμόρφωσιν διαφόρων σωμάτων ἢ νὰ τροποποιήσουν τὴν κίνησιν αὐτῶν.*



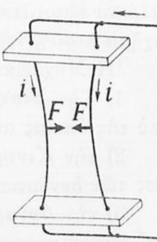
Σχ. 12. Ὁ δάκτυλος ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ἐλάσματος τὴν δύναμιν F.



Σχ. 13. Ὁ μαγνήτης ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς σιδηρᾶς σφαίρας τὴν δύναμιν F.

Ἕνα σῶμα ἐξασκεῖ ἐπὶ ἄλλου σώματος μίαν δύναμιν ἢ ὅταν εὑρίσκεται εἰς ἄμεσον ἐπαφὴν μὲ αὐτὸ (παράδειγμα : ἔλασμα - δάκτυλος, ἅμαξα - χεῖρες) ἢ καὶ ἐκ τοῦ μακρόθεν (παράδειγμα : μαγνήτης-σιδηρᾶ σφαῖρα). Ἄλλας περιπτώσεις εἰς τὰς ὁποίας ἐξασκοῦνται δυνάμεις ἐκ τοῦ μακρόθεν—χωρίς, δηλ., τὰ σώματα νὰ εὑρίσκωνται εἰς ἐπαφὴν—ἔχομεν με-

Σχ. 14.



Σχ. 15. Τὰ δύο σύρματα, διαρρεόμενα ὑπὸ τῶν ἠλεκτρικῶν ρευμάτων i,i, ἕλκονται διὰ τῶν δυνάμεων F, F.

ταξὺ δύο σωμάτων ἠλεκτρικῶς φορτισμένων *(σχ. 14)*, δύο συρμάτων διαρρεομένων ὑπὸ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος *(σχ. 15)* κ.λ.

§ 13. Μέτρησις δυνάμεων. Γενικῶς αἱ δυνάμεις μετροῦνται ἐκ τῶν ἀποτελεσμάτων τὰ ὁποῖα ἐπιφέρουν. Συνήθως χρησιμοποιοῦνται τὰ ***δυναμόμετρα*** διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὰς δυνάμεις ἐκ τῆς ἐπιμηκύνσεως ἑνὸς ἐλατηρίου. Τὰ δυναμόμετρα (κ. κανταράκια — *σχ. 16)* ἀποτελοῦνται ἀπὸ χαλύβδινον ἐλατήριον ἐφωδιασμένον μὲ δείκτην κινούμενον ἐνώπιον κλίμακος.

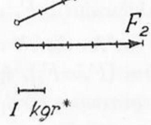
Σχ. 16. Δυναμόμετρον.

Διὰ νὰ μετρήσωμεν μίαν ἄγνωστον δύναμιν, ἐφαρμόζομεν αὐτὴν ἐπὶ τοῦ δυναμομέτρου, ὁπότε ἡ ἔνδειξις αὐτοῦ μᾶς παρέχει τὴν *ἀριθμητικὴν τιμὴν* καὶ τὴν *μονάδα* (π.χ. *0,5 kgr**).

Ἐκτὸς τῶν δυναμομέτρων δι' ἐλατηρίου, ὑπάρχουν καὶ δυναμόμετρα ἄλλων τύπων, π.χ. οἱ *ζυγοὶ (§ 70)*.

§ 14. Γραφικὴ παράστασις δυνάμεως. Διὰ νὰ χαρακτηρίσωμεν τὴν δύναμιν, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ὁ δάκτυλός μας ἐπὶ τοῦ ἐλατηρίου τοῦ σχήματος 12, δὲν ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν μόνον τὸ ***μέτρον*** αὐτῆς (δηλ. τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ μονάδα (π.χ. *0,5 kgr*)*, ἀλλὰ πρέπει νὰ γνωρίζωμεν καὶ τὴν ***διεύθυσιν*** (ὁριζοντίαν εἰς τὸ σχῆμα 12) καὶ τὴν ***φορὰν*** αὐτῆς (εἰς τὸ αὐτὸ σχῆμα πρὸς τ' ἀριστερά). Τοιαῦτα μεγέθη, διὰ τὸν καθορισμὸν τῶν ὁποίων χρειάζονται, ἐκτὸς τοῦ μέτρου, δύο ἐπὶ πλέον στοιχεῖα, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορά, καλοῦνται ***ἀνυσματικὰ μεγέθη***.

Διὰ τὴν γραφικὴν παράστασιν ἀνυσματικοῦ τινος μεγέθους σχεδιάζομεν ἕνα βέλος ***(ἄνυσμα)***, καταλλήλου διευθύνσεως καὶ φορᾶς, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος, μετρούμενον ὑπὸ κατάλληλον κλίμακα, μᾶς παρέχει τὸ μέτρον τοῦ ἀνύσματος. Οὕτω, ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι εἰς μῆκος *1 cm* ἀντιστοιχεῖ δύναμις *1 kgr**, τότε δύναμις *2,5 kgr** θὰ παρίσταται ὑπὸ ἀνύσματος μήκους *2,5 cm*.



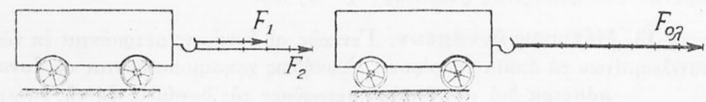
Σχ. 17.

Τὸ σχῆμα 17 παριστᾷ δύο διαφόρους δυνάμεις $F_1 = 3\ kgr^*$ καὶ $F_2 = 5\ kgr^*$, τῶν ὁποίων τὸ μέτρον, ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ φορὰ προκύπτουν ἀμέσως ἐκ τοῦ ἀνυσματικοῦ τρόπου σχεδιάσεως.

Ἐκτὸς τῆς δυνάμεως καὶ πολλὰ ἄλλα φυσικὰ μεγέθη, ὅπως ἡ ταχύτης κ.ἄ., εἶναι ἀνυσματικὰ μεγέθη.

Ἐν ἀντιθέσει πρὸς τ' ἀνυσματικὰ μεγέθη ὑπάρχουν καὶ μεγέθη διὰ τὸν καθορισμὸν τῶν ὁποίων ἀρκεῖ μόνον ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ καὶ ἡ μονὰς μετρήσεως. Τοιαῦτα μεγέθη εἶναι, π.χ., ἡ μᾶζα *(10 gr)*, ἡ ἐνέργεια *(100 ἔργια)* κ.λ.

§ 15. Σύνθεσις παραλλήλων δυνάμεων. Δύο ἄνθρωποι, σύροντες ὄχημα διὰ δυνάμεων F_1 καὶ F_2 κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεώς του *(σχ. 18)*, δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν διὰ τρίτου. Διὰ νὰ ἔχωμεν τὸ αὐτὸ

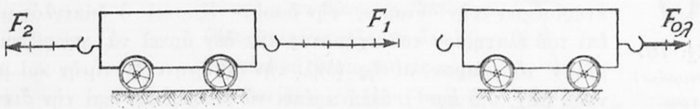


Σχ. 18. *Αἱ δύο δυνάμεις $F_1 = 3$ kgr* καὶ $F_2 = 5$ kgr* δύνανται νὰ ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῆς δυνάμεως $F_{ολ} = 3+5 = 8$ kgr*.*

ἀποτέλεσμα πρέπει ὁ ἄνθρωπος οὗτος νὰ ἐξασκῇ δύναμιν $F_{ολ}$ ἴσην πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν δύο ἄλλων. Ἤτοι πρέπει νὰ εἶναι

$$F_{ολ} = F_1 + F_2.$$

Ὁμοίως, ἂν τὸ ὄχημα ἕλκεται πρὸς τὰ ἐμπρὸς ὑπὸ ἀνδρὸς διὰ δυνάμεως F_1 καὶ πρὸς τὰ ὀπίσω *(σχ. 19)* ὑπὸ παιδίου διὰ δυνάμεως F_2, τότε τὸ ἀπο-



Σχ. 19. *Αἱ δύο δυνάμεις $F_1 = 5$ kgr* καὶ καὶ $F_2 = 3$ kgr* δύνανται ν' ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τῆς δυνάμεως $F_{ολ} = 5-3 = 2$ kgr*.*

τέλεσμα θὰ εἶναι τὸ αὐτὸ ὡς ἐὰν ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἐξησκεῖτο ἡ δύναμις $F_{ολ}$ ἴση πρὸς τὴν διαφορὰν τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2:

$$F_{ολ} = F_1 - F_2.$$

Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι *δύο δυνάμεις δύνανται ν' ἀντικατασταθοῦν ὑπὸ τρίτης, προκαλούσης τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα* **(σύνθεσις δυνάμεων).** Αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2 λέγονται ***συνιστῶσαι,*** ἡ δὲ $F_{ολ}$ ***συνισταμένη.***

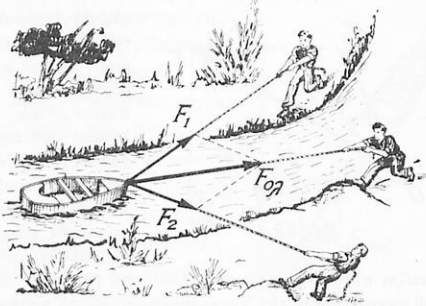
Ἂν εἰς τὸ τελευταῖον παράδειγμα αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2, εἶναι ἴσαι ($F_1 = F_2$), ἡ συνισταμένη δύναμις $F_{ολ}$ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν λέγομεν ὅτι *αἱ δύο δυνάμεις ἰσορροποῦν.*

§ 16. Σύνθεσις δυνάμεων μὴ παραλλήλων. Λέμβος σύρεται ὑπὸ δύο ἀνθρώπων εὑρισκομένων εἰς τὰς ὄχθας ποταμοῦ διὰ δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 *(σχ. 20)*. Πειραματικῶς ἀποδεικνύεται ὅτι, ἐὰν οἱ δύο ἄνθρωποι ἀντικατασθοῦν ὑπὸ τρίτου, ἕλκοντος διὰ τῆς δυνάμεως $F_{ολ}$, ἡ λέμβος θὰ ἐξακολουθήσῃ κινουμένη ὅπως καὶ πρότερον, ἀρκεῖ ἡ δύναμις $F_{ολ}$ ν' ἀποτελῇ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ καθοριζομένου ὑπὸ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

Συμφώνως, λοιπόν, πρὸς τ' ἀνωτέρω δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἑξῆς πρότασιν:

Δύο δυνάμεις ἐξασκούμεναι ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου δύνανται ν' ἀντι-

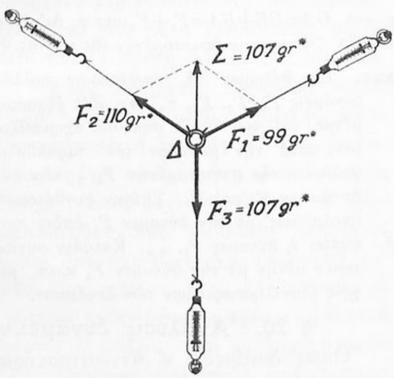
καταστάθοῦν ὑπὸ τρίτης, ἡ ὁποία δίδεται ὑπὸ τῆς διαγωνίου τοῦ παραλληλογράμου τοῦ σχηματιζομένου ὑπὸ τῶν δύο δυνάμεων. Ἡ πρότασις αὕτη ἰσχύει γενικῶς καὶ φέρεται ὑπὸ τὸ ὄνομα ***νόμος τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων.***



Σχ. 20. Ἡ δύναμις $F_{ολ}$ προκαλεῖ τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα ὡς αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ὁμοῦ.

★ § 17. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τοῦ νόμου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων.

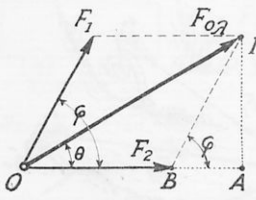
Ἡ ἰσχὺς τοῦ νόμου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων ἀποδεικνύεται, εὐκόλως, διὰ τριῶν δυναμομέτρων: Ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος στερεώνομεν τρία καρφία *(σχ. 21)* καὶ ἐξαρτῶμεν ἐξ αὐτῶν τρία δυναμόμετρα.



Σχ. 21. Πείραμα διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων.

Εἰς τὰ ἄγκιστρα αὐτῶν δένομεν τρία νήματα, τὰ ὁποῖα καταλήγουν εἰς τὸν δακτύλιον Δ. Ρυθμίζομεν τὸ μῆκος τῶν νημάτων οὕτως ὥστε καὶ τὰ τρία νήματα νὰ εἶναι τεταμένα. Τὰ τρία αὐτὰ νήματα ἐξασκοῦν ἐπὶ τοῦ δακτυλίου τὰς τρεῖς δυνάμεις F_1, F_2 καὶ F_3, τῶν ὁποίων τὸ μέτρον μᾶς παρέχουν αἱ ἐνδείξεις τῶν τριῶν δυναμομέτρων. Ἀκολούθως σχεδιάζομεν ἐπὶ τοῦ πίνακος τὰς διευθύνσεις τῶν τριῶν νημάτων καί, ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς τομῆς των, σχεδιάζομεν πρὸς τὰς τρεῖς ταύτας διευθύνσεις ἀνύσματα ἀνάλογα πρὸς τὰ μέτρα τῶν δυνάμεων. Ἀφοῦ ὁ δακτύλιος εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ θὰ πρέπει ἡ δύναμις F_3 νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην Σ τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Τοῦτο μᾶς ἐπιτρέπει νὰ σχεδιάσωμεν τὴν συνισταμένην Σ ὡς ἄνυσμα ἴσον καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν F_3. Ἐκ τοῦ σχεδίου εὑρίσκομεν ὅτι αὕτη συμπίπτει μὲ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Ἄρα, ἡ διαγώνιος τοῦ παραλληλογράμμου παρέχει, ἀκριβῶς, τὴν ζητουμένην συνισταμένην.

§ 18. Ἀναλυτικὸς προσδιορισμὸς τῆς συνισταμένης δύο δυνάμεων. Ὅπως εἴδομεν ἀνωτέρω, διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν συνισταμένην δύο δυνάμεων σχεδιάζομεν αὐτὰς ὡς ἀνύσματα καὶ εὑρίσκομεν τὴν διαγώνιον τοῦ ὑπ' αὐτῶν σχηματιζομένου παραλληλογράμμου. Ἐκ τοῦ προκύπτοντος σχεδίου δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τόσον τὸ μέτρον, ὅσον καὶ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς. Ἐκτός, ὅμως, τῆς γραφικῆς αὐτῆς λύσεως τοῦ προβλήματος, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν συνισταμένην καὶ δι' ὑπολογισμοῦ: Ἔστω, ὅτι δίδονται αἱ δυνάμεις F_1, F_2 καὶ ἡ μεταξὺ αὐτῶν σχηματιζομένη γωνία φ *(σχ. 22)* καὶ ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ τὸ μέτρον τῆς συνισταμένης $F_{ολ}$ αὐτῶν καθὼς καὶ ἡ γωνία ϑ τὴν ὁποίαν σχηματίζει αὕτη μετὰ μιᾶς τῶν δυνάμεων (τῆς F_2). Ἐφαρμόζοντες τὸν γνωστὸν «νόμον τοῦ συνημιτόνου» τῆς Τριγωνομετρίας εἰς τὸ τρίγωνον $ΟΒΓ$ λαμβάνομεν



Σχ. 22.

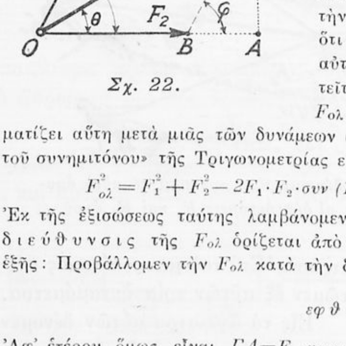
$$F_{ολ}^2 = F_1^2 + F_2^2 - 2F_1 \cdot F_2 \cdot συν\,(180^0 - \varphi) = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot συν\,\varphi.$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης λαμβάνομεν τὸ μέτρον τῆς συνισταμένης $F_{ολ}$. Ἡ διεύθυνσις τῆς $F_{ολ}$ ὁρίζεται ἀπὸ τὴν γωνίαν ϑ, τὴν ὁποίαν εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς: Προβάλλομεν τὴν $F_{ολ}$ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς F_2 ὁπότε ἔχομεν

$$εφ\,\vartheta = \frac{ΓΑ}{ΟΑ} \tag{1}$$

Ἀφ' ἑτέρου, ὅμως, εἶναι $ΓΑ = F_1 \cdot ημ\,\varphi$ καὶ $ΟΑ = ΟΒ + ΒΑ = F_2 + F_1 \cdot συν\,\varphi$. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν τὴν ζητουμένην ἐφαπτομένην τῆς γωνίας ϑ.

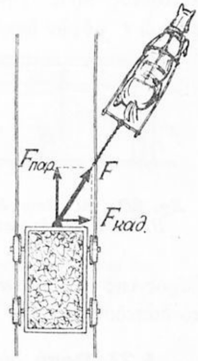
§ 19. Σύνθεσις πολλῶν δυνάμεων. Ἐὰν θέλωμεν νὰ συνθέσωμεν πολλὰς δυνάμεις F_1, F_2, F_3, F_4 *(σχ. 23)*, ἐξασκουμένας ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου, σχηματίζομεν, κατὰ τὴν μέθοδον τοῦ παραλληλογράμμου, τὴν συνισταμένην $F_{1,2}$ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Ταύτην συνθέτομεν, ἀκολούθως, μὲ τὴν δύναμιν F_3 ὁπότε προκύπτει ἡ δύναμις $F_{1,2,3}$. Κατόπιν συνθέτομεν αὐτὴν μὲ τὴν δύναμιν F_4 κ.ο.κ. μέχρις ἐξαντλήσεως ὅλων τῶν δυνάμεων.



Σχ. 23.

§ 20. Ἀνάλυσις δυνάμεων.

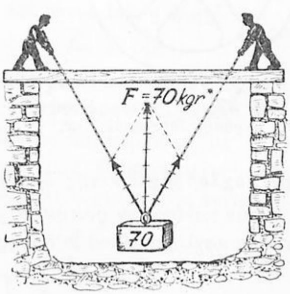
Ὅπως δυνάμεθα ν' ἀντικαταστήσωμεν δύο δυνάμεις διὰ μιᾶς, τῆς συνισταμένης των, οὕτω δυνάμεθα καὶ μίαν δύναμιν νὰ τὴν ἀντικαταστήσωμεν διὰ δύο ἄλλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι νὰ φέρουν τὸ αὐτό, ἀκριβῶς, ἀποτέλεσμα ***(ἀνάλυσις)***. Ἡ ἀνάγκη τῆς ἀναλύσεως μιᾶς δυνάμεως εἰς δύο συνιστώσας καταφαίνεται ἐκ τοῦ ἑξῆς παραδείγματος: Θεωρήσωμεν ὄχημα δυνάμενον νὰ κινηθῇ ἐπὶ τροχιῶν καὶ ἑλκόμενον ὑπὸ ἵππου βαδίζοντος ἔξω τῶν τροχιῶν *(σχ. 24)*. Ὅπως φαίνεται ἐκ τῆς διευθύνσεως τῶν τεταμένων ἑλκυστήρων ἱμάντων ἡ ὑπὸ τοῦ ἵππου ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ ὀχήματος δύναμις F ἔχει διεύθυνσιν πλαγίαν ὡς πρὸς τὴν διεύθυνσιν κινήσεως τοῦ ὀχήματος. Ἐν τούτοις ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης τὸ ὄχημα θὰ κινηθῇ. Διὰ τὴν ἐξήγησιν τοῦ φαινομένου τούτου δέον ν' ἀ ν α λ ύ σ ω μ ε ν τὴν δύναμιν F, δηλ., ν' ἀναζητήσωμεν δύο δυνάμεις, τῶν ὁποίων ἡ F νὰ εἶναι ἡ συνισταμένη. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην αἱ διευθύνσεις τῶν συνιστωσῶν θὰ ἐκλεγοῦν, ἡ μία παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως καὶ ἡ ἄλλη καθέτως πρὸς αὐτήν. Πρὸς τοῦτο ἀπὸ τοῦ πέρατος τῆς δυνάμεως F φέρομεν δύο καθέτους ἐπὶ τὰς ἐν λόγῳ διευθύνσεις, ὁπότε σχηματίζεται ἓν παραλληλόγραμμον, τοῦ ὁποίου πλευραὶ εἶναι αἱ δυνάμεις $F_{\pi\alpha\rho}$ καὶ $F_{\kappa\alpha\vartheta}$. Προφανῶς διὰ συνθέσεως τούτων θὰ λάβωμεν, ἐκ νέου, ὡς συνισταμένην τὴν δύναμιν F. Ἐκ τῶν δύο τούτων συνιστωσῶν ἡ $F_{\pi\alpha\rho}$ προκαλεῖ τὴν κίνησιν τοῦ ὀχήματος, ἡ δὲ $F_{\kappa\alpha\vartheta}$ πιέζει τὸ ὄχημα πλαγίως ἐπὶ τῶν τροχιῶν.



Σχ. 24. Αἱ δύο δυνάμεις $F_{\pi\alpha\rho}$ καὶ $F_{\kappa\alpha\vartheta}$ προκαλοῦν τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα ὡς ἡ δύναμις F.

Εἰς τὸ προηγούμενον παράδειγμα ἡ ἀνάλυσις τῆς δυνάμεως F ἔγινε κατὰ δύο διευθύνσεις καθέτους μεταξύ των. Τοῦτο δὲν εἶναι γενικόν, διότι ὑπάρχουν περιπτώσεις εἰς τὰς ὁποίας ἡ ἀνάλυσις πρέπει νὰ γίνῃ κατὰ διευθύνσεις μὴ καθέτους μεταξύ των. Τοιαύτη ἀνάλυσις ἀπαιτεῖται, π.χ., εἰς τὸ ἑξῆς πρόβλημα:

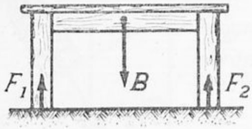
Ἕνας ἄνθρωπος ἀνυψώνει κατακορύφως ἕνα σῶμα βάρους, π.χ., *70 kgr**, ἕλκων αὐτὸ διὰ σχοινίου. Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν οὗτος πρέπει νὰ ἐξασκήσῃ εἶναι ἴση πρὸς *70 kgr**. Ἐάν, ἀντὶ ἑνὸς ἀνθρώπου, χρησιμοποιηθοῦν δύο, οἱ ὁποῖοι ἕλκουν τὸ σῶμα διὰ σχοινίων σχηματιζόντων μεταξύ των γωνίαν *(σχ. 25)* τίθεται τὸ ἐρώτημα ποίαν δύναμιν πρέπει νὰ ἐξασκῇ ἕκαστος ἐξ αὐτῶν. Διὰ νὰ ἀπαντήσωμεν εἰς τὸ ἐρώτημα ἀναλύομεν τὴν δύναμιν F εἰς δύο συνιστώσας κατὰ τὰς διευθύνσεις τῶν δύο σχοινίων. Πρὸς τοῦτο ἀπὸ τὸ πέρας τῆς δυνάμεως F φέρομεν δύο εὐθείας παραλλήλους πρὸς τὰς διευθύνσεις τῶν σχοινίων, ὁπότε, ἀπὸ τὸ σχηματιζόμενον παραλληλόγραμμον, προκύπτουν αἱ δύο συνιστῶσαι, ἴσαι πρὸς *40 kgr** ἑκάστη.



Σχ. 25.

§ 21. Ἰσορροπία δυνάμεων. Ἰσορροπία δ ύ ο δυνάμεων παρουσιάζεται εἰς τὸ παράδειγμα τοῦ σχήματος 19, ὅταν αἱ ἐπὶ τῆς ἁμάξης ἐξασκούμεναι δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἡ συνισταμένη των εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

Ἰσορροπίαν τ ρ ι ῶ ν δυνάμεων ἔχομεν εἰς τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 21, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ συνισταμένη Σ τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2 εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν τρίτην δύναμιν F_3. Συνεπῶς ἡ συνισταμένη τῶν τ ρ ι ῶ ν αὐτῶν δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

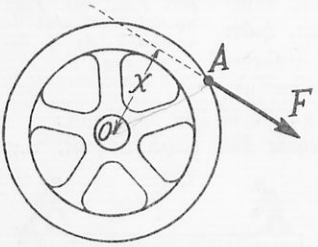


Σχ. 26. Αἱ πέντε δυνάμεις $B, F_1, F_2, \ldots$ ἰσορροποῦν.

Ἐν γένει, ὅταν ἐπὶ ἑνὸς σημείου ἐξασκοῦνται π ο λ λ α ὶ δυνάμεις καὶ ἡ συνισταμένη αὐτῶν εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν λέγομεν ὅτι αἱ δυνάμεις αὗται ἰσορροποῦν.

Ἰσορροπίαν π ο λ λ ῶ ν δυνάμεων ἔχομεν εἰς τὴν περίπτωσιν τραπέζης ἠρεμούσης ἐπὶ τοῦ δαπέδου (*σχ. 26*): Ἐπὶ τῆς τραπέζης ἐξασκοῦνται πέντε, ἐν τῷ συνόλῳ, δυνάμεις - τὸ βάρος της B καὶ τέσσαρες δυνάμεις F_1, $F_2 \ldots$, τὰ ὁποίας ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτῆς τὸ δάπεδον.

§ 22. Ροπὴ δυνάμεως. Ἔστω τροχός, στρεπτὸς περὶ ἄξονα, εἰς σημεῖον A τῆς περιφερείας τοῦ ὁποίου ἔχομεν προσδέσει ἕνα νῆμα. Ἐὰν ἕλξωμεν τὸ νῆμα κατὰ τὴν προέκτασιν τῆς ἀκτῖνος OA, ὁ τροχὸς δὲν θὰ περιστραφῇ. Ἐάν, ὅμως, ἕλξωμεν αὐτὸ πρὸς ἄλλην τινὰ διεύθυνσιν (*σχ. 27*), ὁ τροχὸς θ' ἀρχίσῃ νὰ περιστρέφεται. Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος τοῦ τροχοῦ, ἐνῷ εἰς τὴν δευτέραν αὕτη ἀπέχει τοῦ ἄξονος κατά τινα κάθετον ἀπόστασιν x, ἡ ὁποία καλεῖται ***μοχλοβραχίων τῆς δυνάμεως.***



Σχ. 27. Ἡ δύναμις F παράγει ροπὴν ἴσην πρὸς $F \cdot x$.

Ἐὰν καλέσωμεν ***ροπὴν*** M τῆς δυνάμεως F τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως ἐπὶ τὸν μοχλοβραχίονα x αὐτῆς, ἤτοι ἂν γράψωμεν

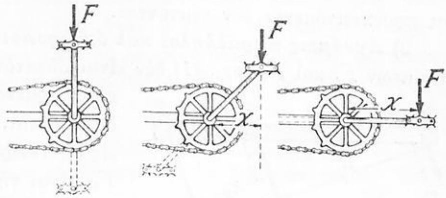
$$\boxed{M = F \cdot x} \qquad (1)$$

τότε, ἀπὸ τὸ ἄνω πείραμα συνάγεται ὅτι, *διὰ νὰ τεθῇ εἰς περιστροφὴν ὁ τροχός, πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ ἐπ' αὐτοῦ ροπή.*

Εἶναι προφανές, ὅτι τὴν μεγίστην ροπὴν θὰ ἔχῃ ἡ δύναμις F ὅταν ἡ διεύθυνσίς της εἶναι ἐφαπτομένη τοῦ τροχοῦ, ὁπότε ἡ ἀπόστασις x γίνεται μεγίστη - ἴση, δηλ., πρὸς τὴν ἀκτῖνα τοῦ τροχοῦ.

Εἰς τὸ σχῆμα *28* ἀποδίδονται τρεῖς διαδοχικαὶ θέσεις τοῦ πεδίλου ποδηλάτου ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἐξασκεῖται ἡ κατακόρυφος δύναμις F. Ἂν καὶ εἰς τὰς τρεῖς περιπτώσεις ἐξασκοῦμεν τὴν αὐτὴν δύναμιν F, ἡ ροπὴ εἶναι μεγίστη εἰς τὴν περίπτωσιν *III*, εἰς τὴν ὁποίαν ὁ μοχλοβραχίων x λαμβάνει τὴν μεγίστην του τιμήν.

Μονάδες ῥοπῆς. 1) *C.G.S.*: Ἐὰν εἰς τὸν τύπον (1) θέσωμεν $F = 1\ dyn$ καὶ $x = 1\ cm$, λαμβάνομεν τὴν μονάδα ῥοπῆς εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* ἴσην πρὸς $1\ dyn \cdot cm$.

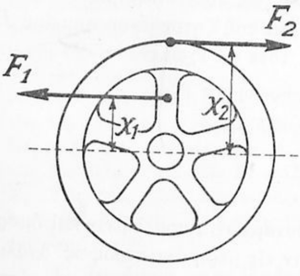


I II III

Σχ. 28. I. Ἡ ῥοπὴ τῆς δυνάμεως F εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. III. Ἡ ῥοπὴ εἶναι μεγίστη. II. Ἡ ῥοπὴ ἔχει ἐνδιάμεσον τιμήν.

2) *Τ.Σ.*: Κατ' ἀνάλογον τρόπον εὑρίσκεται καὶ ἡ μονὰς τῆς ῥοπῆς εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα. Αὕτη εἶναι ἴση πρὸς $1\ kgr^{*} \cdot m$ (= 1 *χιλιογραμμόμετρον*).

§ 23. Ἰσορροπία ῥοπῶν. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ τροχοῦ ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις, τῶν ὁποίων αἱ ῥοπαὶ νὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι, ὁ τροχὸς δὲν θὰ περιστραφῇ. Λέγομεν, τότε, ὅτι αἱ δύο ἐπὶ τοῦ τροχοῦ ἐξασκούμεναι ῥοπαὶ ἰσορροποῦν. Εἰς τὸ σχῆμα *29* διὰ νὰ ἔχωμεν ἰσορροπίαν πρέπει νὰ ἰσχύῃ ἡ σχέσις

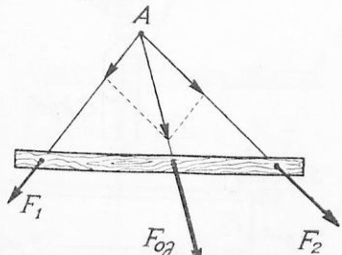


Σχ. 29.

$$F_1 \cdot x_1 = F_2 \cdot x_2.$$

§ 24. Σύνθεσις δυνάμεων ἐφηρμοσμένων ἐπὶ στερεοῦ σώματος. Εἰς τὰ προηγούμενα ἠσχολήθημεν μὲ τὴν σύνθεσιν δυνάμεων ἐφηρμοσμένων εἰς ὑλικὸν σημεῖον. Ἐνταῦθα θὰ ἀσχοληθῶμεν μὲ τὴν εὕρεσιν τῆς συνισταμένης δυνάμεων ἐξασκουμένων ἐπὶ στερεοῦ σ ώ μ α τ ο ς.

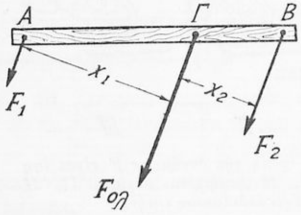
1) ***Ὁμοεπίπεδοι, ἀλλὰ μὴ παράλληλοι δυνάμεις.*** Ἐπί τινος σώματος (*σχ. 30*) ἐπιδροῦν αἱ δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Τὴν συνισταμένην αὐτῶν εὑρίσκομεν ἐὰν μεταφέρωμεν αὐτὰς κατὰ τὴν διεύθυνσίν των μέχρις ὅτου τμηθοῦν (σημεῖον *A*) καί, ἀκολούθως, τὰς συνθέσωμεν κατὰ τὴν μέθοδον τοῦ παραλληλογράμμου. Μεταφέροντες, ἐν συνεχείᾳ, τὴν συνισταμένην κατὰ τὴν διεύθυνσίν της, εὑρίσκομεν τὴν ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκουμένην δύναμιν $F_{ολ}$.



Σχ. 30.

Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ σύνθεσις εἶναι δυνατὴ μόνον ἐφ' ὅσον αἱ δύο δυνάμεις κεῖνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἐπιπέδου ***(ὁμοεπίπεδοι)***, διότι, ἄλλως, αὗται προεκτεινόμεναι δὲν τέμνονται.

2) ***Δυνάμεις παράλληλοι καὶ ὁμόρροποι.*** Ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 *(σχ. 31)* δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ διὰ τῆς εἰς τὰ προηγούμενα ἀναπτυχθείσης μεθόδου, διότι αὗται, προεκτεινόμεναι, τέμνονται εἰς τὸ ἄπειρον. Προφανῶς ἡ συνισταμένη $F_{ολ}$ εἶναι τῆς αὐτῆς διευθύνσεως καὶ φορᾶς μὲ τὰς F_1 καὶ F_2, εὑρίσκεται μεταξὺ αὐτῶν καὶ εἶναι ἴση μὲ τὸ ἄθροισμα F_1+F_2, ἀλλὰ δὲν εἶναι γνωστὸν τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον αὕτη τέμνει τὴν εὐθείαν AB. Τοῦτο εὑρίσκεται διὰ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι ἡ συνισταμένη $F_{ολ}$, ὡς δυναμένη ν' ἀντικαταστήσῃ τὰς δύο ἄλλας, θὰ πρέπει νὰ ἔχῃ ῥοπὴν ἴσην πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν δύο συνιστωσῶν, ὡς πρὸς οἱονδήποτε ἄξονα. Ἂν ὡς ἄξονα λάβωμεν εὐθείαν διερχομένην διὰ τοῦ ζητουμένου σημείου $Γ$ καὶ κάθετον ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν F_1 καὶ F_2, τότε θὰ ἔχωμεν



Σχ. 31.

$$\text{ῥοπὴ τῆς } F_{ολ} = \text{ῥοπὴ τῆς } F_1 + \text{ῥοπὴ τῆς } F_2$$

ἢ

$$F_{ολ}\cdot 0 = -F_1\cdot x_1 + F_2\cdot x_2$$

ἢ

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{F_2}{F_1}\,.$$

Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ συνισταμένη δύο δυνάμεων, παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων, χωρίζει τὴν μεταξὺ αὐτῶν ἀπόστασιν εἰς μέρη ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰ μέτρα τῶν δύο συνιστωσῶν.

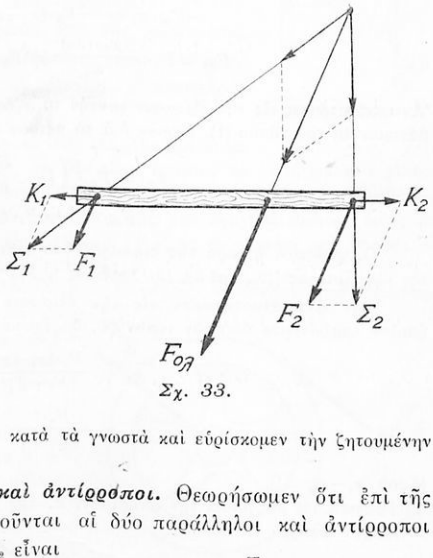
Τὴν ἀνωτέρω πρότασιν ἀποδεικνύομεν, πειραματικῶς, ὡς ἑξῆς: Εἰς τὰ ἄκρα σανίδος *(σχ. 32)* ἐξασκοῦμεν δύο δυνάμεις F_1=*3 kgr** καὶ F_2=*5 kgr**, ἐπιθέτοντες τὰ ἀντίστοιχα σταθμά. Ζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν τὸ σημεῖον, ἀπὸ τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ ἐξαρτήσωμεν τὴν σανίδα, ἵνα αὕτη ἰσορροπῇ ὁριζοντίως, διότι, τότε, ἡ ὑπὸ τοῦ ἀγκίστρου ἐξασκουμένη

Σχ. 32.

δύναμις θὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2.

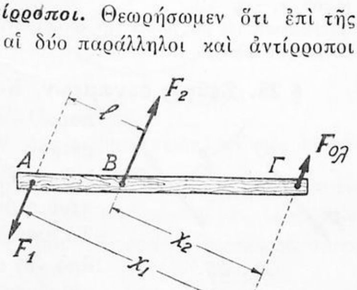
Ἐὰν μετακινήσωμεν τὸ ἄγκιστρον τοῦ δυναμομέτρου εἰς διαφόρους θέσεις, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ὅταν ἡ σανὶς ἰσορροπῇ, τὸ σημεῖον ἐξαρτήσεως εἶναι πλησιέστερον πρὸς τὸ μεγαλύτερον βάρος καί, συγκεκριμένως, εἰς τοιαύτην θέσιν ὥστε τὸ μῆκος τῆς σανίδος νὰ διαιρῆται εἰς μέρη, τῶν ὁποίων ὁ λόγος νὰ εἶναι *3 : 5*.

Γραφικὴ λύσις. Τὸ πρόβλημα τῆς εὑρέσεως τῆς συνισταμένης δύο παραλλήλων καὶ ὁμορρόπων δυνάμεων δυνάμεθα νὰ λύσωμεν διὰ τοῦ ἑξῆς τεχνάσματος: Ἐπὶ τῆς ῥάβδου *(σχ. 33)* θεωροῦμεν ὅτι ἐξασκοῦνται, ἐκτὸς τῶν δυνάμεων F_1 καὶ F_2, δύο, ἐπὶ πλέον, δυνάμεις K_1, K_2 ἴσαι καὶ ἀντίθετοι μεταξύ των. Ἐπειδὴ αἱ δύο αὗται δυνάμεις ἀλληλοαναιροῦνται ἡ προσθήκη αὐτῶν οὐδόλως μεταβάλλει τὰς συνθήκας τοῦ προβλήματος. Ἀναζητοῦμεν, τώρα, τὴν συνισταμένην τῶν τεσσάρων δυνάμεων F_1, F_2, K_1, K_2. Πρὸς τοῦτο εὑρίσκομεν, διὰ τῆς μεθόδου τοῦ παραλληλογράμμου, ἀφ' ἑνὸς μὲν τὴν συνισταμένην Σ_1 τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ K_1, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὴν συνισταμένην Σ_2 τῶν δύο ἄλλων δυνάμεων F_2 καὶ K_2. Τὰς δύο, οὕτω, εὑρεθείσας δυνάμεις Σ_1 καὶ Σ_2 συνθέτομεν κατὰ τὰ γνωστὰ καὶ εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην συνισταμένην $F_{ολ}$.



Σχ. 33.

3) ***Δυνάμεις παράλληλοι καὶ ἀντίρροποι.*** Θεωρήσωμεν ὅτι ἐπὶ τῆς ῥάβδου τοῦ σχήματος *34* ἐξασκοῦνται αἱ δύο παράλληλοι καὶ ἀντίρροποι δυνάμεις F_1 καὶ F_2 καὶ ὅτι ἡ F_2 εἶναι μεγαλυτέρα τῆς F_1. Ἡ συνισταμένη $F_{ολ}$ τῶν δύο δυνάμεων ἔχει, προφανῶς, τὴν αὐτὴν διεύθυνσιν μὲ τὴν διεύθυνσιν αὐτῶν, ἀλλὰ δὲν εἶναι γνωστὸν οὔτε τὸ μέτρον αὐτῆς, οὔτε τὸ σημεῖον $Γ$, εἰς τὸ ὁποῖον αὕτη τέμνει τὴν εὐθεῖαν AB. Ὅπως ἀποδεικνύεται κατωτέρω, ἡ συνισταμένη $F_{ολ}$ ἔχει μέτρον ἴσον πρὸς τὴν διαφορὰν $F_2 - F_1$ τῶν μέτρων τῶν δύο συνιστωσῶν, ἔχει τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας καὶ κεῖται ἐκεῖθεν αὐτῆς (βλ. σχ. *34*).



Σχ. 34.

Πράγματι, ἐφαρμόζοντες τὸν συλλογισμὸν ὅτι ἡ ῥοπὴ τῆς συνισταμένης $F_{ολ}$, ὡς πρὸς οἱονδήποτε ἄξονα, εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ῥοπῶν τῶν συνιστωσῶν F_1

καὶ F_2, λαμβάνομεν, διὰ τὸν ἄξονα τὸν διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου Γ, τὴν ἐξίσωσιν

$$F_{o\lambda}\cdot 0 = -F_1\cdot x_1 + F_2\cdot x_2$$

ἢ

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{F_2}{F_1} \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ ἐδέχθημεν ὅτι ἡ F_2 εἶναι μεγαλυτέρα τῆς F_1 θὰ πρέπει, κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (1), ἡ ἀπόστασις x_1 νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἀποστάσεως x_2. Ἄρα ἡ συνισταμένη κεῖται ἐκεῖθεν τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως F_2.

Ἤδη, διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ μέτρον τῆς συνισταμένης, ἐφαρμόζομεν τὸν αὐτὸν συλλογισμὸν διὰ τὸν ἄξονα τὸν διερχόμενον διὰ τοῦ σημείου A, ὁπότε λαμβάνομεν τὴν ἐξίσωσιν

$$-F_{o\lambda}\cdot x_1 = -F_2\cdot(x_1-x_2)+F_1\cdot 0$$

ἢ

$$F_{o\lambda} = F_2\cdot\frac{(x_1-x_2)}{x_1} = F_2\cdot\left(1-\frac{x_2}{x_1}\right) \qquad (2)$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην τὸ x_2/x_1 διὰ τοῦ ἴσου του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἐκ τοῦ τύπου (1), ἔχομεν διὰ τὸ μέτρον τῆς συνισταμένης

$$F_{o\lambda} = F_2\cdot\left(1-\frac{F_1}{F_2}\right)$$

ἢ

$$F_{o\lambda} = F_2 - F_1 \qquad (3)$$

Ὡς γνωστόν, ἡ φορὰ τῆς διαφορᾶς δύο ἀντιρρόπων δυνάμεων ἔχει τὴν φορὰν τῆς μεγαλυτέρας (βλ. καὶ *σχ. 19*). Συνεπῶς ἡ $F_{o\lambda}$ θὰ ἔχῃ τὴν φορὰν τῆς δυνάμεως F_2.

Ἐὰν ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2), ἀντὶ τοῦ $F_{o\lambda}$, τὸ ἴσον του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἀπὸ τὸν τύπον (3), θὰ ἔχωμεν

$$x_1 = \frac{F_2\cdot(x_1-x_2)}{F_2-F_1}$$

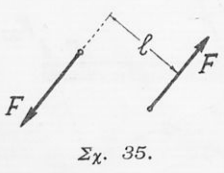
ἢ

$$x_1 = \frac{F_2\cdot l}{F_2-F_1} \qquad (4)$$

(ἀφοῦ $x_1 - x_2 = l$).

Ἡ ἐξίσωσις (4) μᾶς δίδει τὴν ἀπόστασιν x_1 τῆς συνισταμένης $F_{o\lambda}$, ἡ δὲ ἐξίσωσις (3) τὸ μέτρον αὐτῆς.

§ 25. Ζεῦγος δυνάμεων. Καλοῦμεν ***ζεῦγος δυνάμεων*** σύστημα δύο παραλλήλων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τὸ αὐτὸ μέτρον, ἀλλ' ἀντιθέτους φορὰς (*σχ. 35*). Ἕνα ζεῦγος, ἐξασκούμενον ἐπὶ ἀκινήτου σώματος, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, προκαλεῖ περιστροφὴν αὐτοῦ. Τὸ ἀποτέλεσμα τοῦ ἐπιδρῶντος ζεύγους ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν ῥοπὴν αὐτοῦ. ***Ῥοπὴν*** M ἑνὸς ζεύγους καλοῦμεν τὸ γινόμενον τῆς μιᾶς τῶν δύο δυνάμεων ἐπὶ τὴν κάθετον αὐτῶν ἀπόστασιν l. Ἤτοι εἶναι

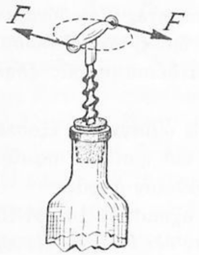


Σχ. 35.

$$\boxed{M = F\cdot l} \qquad (1)$$

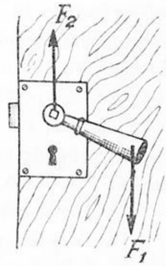
Ἡ ἀπόστασις l καλεῖται ***μοχλοβραχίων τοῦ ζεύγους.***

Ὁ τύπος (1) δεικνύει ὅτι, ἐὰν ἐλαττωθῇ ἡ δύναμις, εἶναι δυνατὸν νὰ διατηρηθῇ ἡ ροπὴ σταθερά, ἀρκεῖ ν' αὐξηθῇ, ἀντιστοίχως, ὁ μοχλοβραχίων. Οὕτω, ὁ τροχὸς τοῦ πηδαλίου τῶν μεγάλων φορτηγῶν αὐτοκινήτων ἔχει μεγάλην διάμετρον, ἵνα, μὲ μικρὰν δύναμιν τῶν χειρῶν μας, ἐπιτυγχάνωμεν μεγάλην ροπήν.



Σχ. 36. Τὸ ζεῦγος τῶν δυνάμεων F, F προκαλεῖ περιστροφὴν τοῦ ἐκπωματιστῆρος.

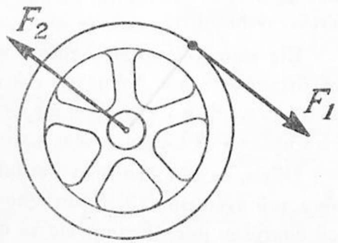
Ζεύγη δυνάμεων παρουσιάζονται εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις τῆς καθημερινῆς ζωῆς εἰς τὰς ὁποίας θέλομεν νὰ ἐπιτύχωμεν περιστροφήν. Οὕτω, διὰ νὰ στρέψωμεν τὸν *ἐκπωματιστῆρα (σχ. 36)* πρέπει, διὰ τῆς χειρός μας, νὰ ἐξασκήσωμεν δύο δυνάμεις F, F, αἱ ὁποῖαι ν' ἀποτελοῦν ζεῦγος.



Σχ. 37.

Εἰς τὸ ἄνω παράδειγμα εἶναι προφανές, ὅτι δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ ἐπιτύχωμεν περιστροφὴν ἐξασκοῦντες μίαν μόνον δύναμιν. Οὕτω, ἡ χειρολαβὴ τοῦ σχήματος 37 φαίνεται ὅτι περιστρέφεται ὑπὸ μόνης τῆς δυνάμεως F_1. Εἰς τὴν πραγματικότητα, ὅμως, ἐπὶ τῆς χειρολαβῆς ἐξασκεῖται καὶ δευτέρα δύναμις (F_2) εἰς τὸ σημεῖον στερεώσεως αὐτῆς, ἀποτελοῦσα, οὕτω, ζεῦγος μετὰ τῆς πρώτης.

Ὁμοίως, ζεῦγος δυνάμεων ἀπετέλουν αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἔθεσαν εἰς περιστροφὴν τὸν τροχὸν τοῦ σχήματος 27: Διότι, εὐθὺς ὡς ἕλξωμεν τὸ νῆμα διὰ τῆς δυνάμεως F_1 *(σχ. 38)*, ἐμφανίζεται καὶ δευτέρα δύναμις F_2, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ἄξονος τὸ ἕδρανον αὐτοῦ.



Σχ. 38.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι τὸ ζεῦγος δὲν εἶναι δυνατὸν ν' ἀντικατασταθῇ ὑπὸ μιᾶς μόνον δυνάμεως. Ὄντως, ἐὰν εἰς τὸ σχῆμα 34 θεωρήσωμεν τὰς δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἴσας καὶ ἐπιχειρήσωμεν νὰ τὰς συνθέσωμεν, θὰ λάβωμεν διὰ τὴν συνισταμένην των $F_{ολ}=0$. Ἀφ' ἑτέρου θέτοντες εἰς τὸν τύπον (4) $F_1=F_2$, εὑρίσκομεν διὰ τὴν ἀπόστασιν x_1 τῶν δύο δυνάμεων τιμὴν ἴσην πρὸς ἄπειρον.

§ 26. Ἰσορροπία. Εἰς τὴν § 21 εἴδομεν ὅτι, ὅταν ἡ συνισταμένη πολλῶν δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, αὗται εὑρίσκονται ἐν ἰσορροπίᾳ. Ἤδη, ὅμως, μετὰ τὴν εἰσαγωγὴν τῆς ἐννοίας τῆς ροπῆς, πρέπει νὰ διατυπώσωμεν τὰς συνθήκας ἰσορροπίας ὡς ἑξῆς:

Διὰ νὰ ἔχωμεν ἰσορροπίαν πρέπει ὄχι μόνον ἡ ὁλικῶς ἐξασκουμένη δύναμις νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἀλλὰ καὶ ἡ ὁλικῶς ἐξασκουμένη ροπὴ νὰ εἶναι καὶ αὐτὴ ἴση πρὸς μηδέν.

Ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται ὅτι, διὰ νὰ ὑπάρχῃ ἰσορροπία, ἀρκεῖ ἡ συνισταμένη δύναμις νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Τοῦτο, ὅμως, δὲν εἶναι ἐπαρκές, διότι, εἰς τὴν περίπτωσιν, π.χ., τοῦ ζεύγους τῶν δυνάμεων, ἡ συνισταμένη μὲν τῶν δυνάμεων εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, δὲν ὑπάρχει, ὅμως, ἰσορροπία, λόγῳ τῆς ῥοπῆς τὴν ὁποίαν αὗται δημιουργοῦν.

§ 27. Ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως. Εἰς τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 12 ὁ δάκτυλός μας ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ἐλάσματος μίαν δύναμιν, ἡ ὁποία ἔχει φορὰν πρὸς τ' ἀριστερά. Ταυτοχρόνως, ὅμως, καὶ τὸ ἔλασμα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ δακτύλου μίαν δύναμιν ἀντιθέτου φορᾶς (δηλ. πρὸς τὰ δεξιά), τὴν ὁποίαν καὶ σαφῶς αἰσθανόμεθα.

Ὁμοίως, εἰς τὴν περίπτωσιν τοῦ σχήματος 13 ἐνῷ ὁ μαγνήτης ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς σιδηρᾶς σφαίρας τὴν δύναμιν F, ταυτοχρόνως καὶ ἡ σιδηρᾶ σφαῖρα ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ μαγνήτου μίαν δύναμιν ἀντιθέτου φορᾶς.

Ἀνάλογα συμβαίνουν καὶ εἰς τὰ πειράματα τῶν σχημάτων 14 καὶ 15.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι *μία μόνη δύναμις δὲν ὑπάρχει εἰς τὴν φύσιν· αἱ δυνάμεις ἐμφανίζονται πάντοτε ἀνὰ δύο.*

Ἡ ἐμφάνισις τῶν δυνάμεων ἀνὰ ζεύγη εἶναι φαινόμενον γενικόν, διετυπώθη δὲ ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος εἰς ἀξίωμα, ***τὸ ἀξίωμα τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως:***

« *actio = reactio* »

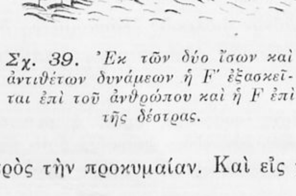
« *δρᾶσις = ἀντίδρασις* ».

Ὅταν, δηλ., ἕνα σῶμα A ἐξασκῇ ἐπὶ ἄλλου σώματος B μίαν δύναμιν, ταυτοχρόνως καὶ τὸ σῶμα B ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ σώματος A μίαν ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν.

Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο πρέπει νὰ ἐπιστήσωμεν τὴν προσοχήν μας ἐπὶ τοῦ ὅτι, ἐκ τῶν δύο αὐτῶν ἴσων καὶ ἀντιθέτων δυνάμεων, ἡ μία ἐξασκεῖται ἐπὶ ἑνὸς σώματος, ἡ δὲ ἄλλη ἐπὶ ἄλλου σώματος.

Οὕτω, ἐκ τῶν δύο ἴσων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται εἰς τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 12, ἡ μία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ἐλάσματος, ἡ δὲ ἄλλη ἐπὶ τοῦ δακτύλου μας. Ἐπίσης εἰς τὸ σχῆμα 13, ἡ μία δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σιδηρᾶς σφαίρας, ἡ δὲ ἄλλη ἐπὶ τοῦ μαγνήτου.

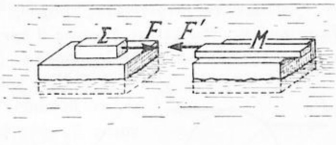
Ὁμοίως, εἰς τὸ πείραμα τοῦ σχήματος 39 ὁ ἐπὶ τῆς λέμβου εὑρισκόμενος ἄνθρωπος ἕλκει διὰ τοῦ σχοινίου τὴν *δέστραν* A μὲ τὴν δύναμιν F. Ταυτοχρόνως ἐμφανίζεται καὶ δευτέρα δύναμις F', ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ δέστρα ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου, ἕλκουσα αὐτὸν πρὸς αὐτήν. Καὶ ἡ μὲν δέστρα, ἐπειδὴ εἶναι στερεωμένη ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, παραμένει ἀκίνητος, ἐνῷ ὁ ἄνθρωπος μετὰ τῆς λέμβου κινεῖται, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς F', φερόμενος πρὸς τὴν προκυμαίαν. Καὶ εἰς τὸ πείραμα τοῦτο ἐκ τῶν δύο ἴσων καὶ ἀντι-



Σχ. 39. Ἐκ τῶν δύο ἴσων καὶ ἀντιθέτων δυνάμεων ἡ F' ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου καὶ ἡ F ἐπὶ τῆς δέστρας.

θέτων δυνάμεων, αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται ταυτοχρόνως, ἡ μία (F) ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς δέστρας, ἡ δὲ ἄλλη (F') ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου.

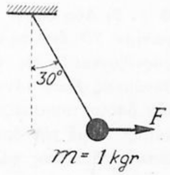
Ἄλλο παράδειγμα, διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ ἀξιώματος «δρᾶσις = ἀντίδρασις», εἶναι τὸ ἑξῆς: Ἐπὶ πλωτήρων στηρίζονται ὁ μαγνήτης M καὶ τὸ σιδηροῦν σῶμα Σ *(σχ. 40)*. Ὁ μαγνήτης ἕλκει τὸ σῶμα μὲ τὴν δύναμιν F, τὸ δὲ σῶμα ἕλκει τὸν μαγνήτην μὲ τὴν ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν F'. Ἡ δύναμις F, ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ σώματος θέτει αὐτὸ (μετὰ τοῦ πλωτῆρος) εἰς κίνησιν πρὸς τὰ δεξιά. Ταυτοχρόνως ὁ μαγνήτης, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F', τίθεται καὶ αὐτὸς (μετὰ τοῦ πλωτῆρος του) εἰς κίνησιν πρὸς τ' ἀριστερά.



Σχ. 40. *Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δυνάμεων F καὶ F' οἱ δύο πλωτῆρες τίθενται εἰς κίνησιν καὶ πλησιάζουν.*

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

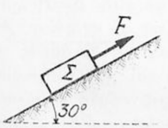
Κατηγορία Α΄.



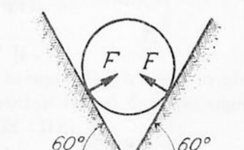
⊙ 1) Σφαῖρα, μάζης *1 kgr*, ἰσορροπεῖ εἰς τὴν θέσιν τὴν ὑποδεικνυομένην ὑπὸ τοῦ σχήματος. Ζητεῖται α) νὰ σχεδιασθοῦν ὅ λ α ι αἱ ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκούμεναι δυνάμεις. β) Νὰ εὑρεθοῦν τὰ μέτρα αὐτῶν γραφικῶς. γ) Νὰ εὑρεθοῦν τὰ μέτρα αὐτῶν δι' ὑπολογισμοῦ.

(ΑΠ: $F = 0{,}58$ *kgr**, ἡ δὲ ὑπὸ τοῦ νήματος *1,155 kgr**)

⊙ 2) Δύο δυνάμεις *5 kgr** καὶ *2 kgr** ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σημείου καὶ εἶναι κάθετοι μεταξύ των. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ τὸ μέτρον τῆς συνισταμένης των α) γραφικῶς καὶ β) δι' ὑπολογισμοῦ. (ΑΠ: *5,4 kgr**)



3) Νὰ σχεδιασθοῦν ὅλαι αἱ ἐπὶ τοῦ σώματος Σ ἐξασκούμεναι δυνάμεις καὶ νὰ ὑπολογισθῇ ἡ δύναμις F ἡ ἀναγκαία νὰ κρατῇ τὸ σῶμα Σ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Βάρος τοῦ σώματος *2 kgr**. (Τριβή = 0). (ΑΠ: $F = 1$ *kgr**)



4) Σφαῖρα, βάρους *3 kgr**, ἰσορροπεῖ μεταξὺ τῶν δύο κεκλιμένων ἐπιπέδων τοῦ ἔναντι σχήματος. Νὰ εὑρεθοῦν αἱ ἐπὶ τῆς σφαίρας ὑπὸ τῶν δύο ἐπιπέδων ἐξασκούμεναι κάθετοι δυνάμεις F, F α) γραφικῶς, β) δι' ὑπολογισμοῦ. (ΑΠ: *3 kgr**)

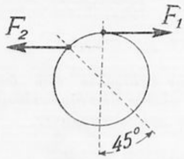
5) Ἐπὶ σημείου ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις *5 kgr** καὶ *7 kgr**, σχηματίζουσαι μεταξύ των γωνίαν 60^0. Νὰ εὑρεθῇ γραφικῶς ποία δύναμις πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον ὥστε νὰ ἰσορροπῇ τὰς δύο πρώτας. (ΑΠ: *10,4 kgr**)

6) Εἰς τὸ σχῆμα 24 ἡ δύναμις F εἶναι ἴση πρὸς *20 kgr**, ἡ δὲ γωνία τὴν ὁποίαν αὕτη σχηματίζει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῶν τροχιῶν ἴση πρὸς 30^0. Νὰ εὑρεθοῦν γραφικῶς αἱ δύο συνιστῶσαι $F_{\kappa\alpha\theta}$ καὶ $F_{\pi\alpha\rho}$. (ΑΠ: *10 kgr**, *17,3 kgr**)

7) Εἰς τὰ ἄκρα ἀβαροῦς ῥάβδου, μήκους *1 m*, ἐξαρτῶνται δύο βάρη *0,5 kgr** καὶ *2 kgr**. α) Εἰς ποῖον σημεῖον πρέπει νὰ στηριχθῇ ἡ ῥάβδος ἵνα ἰσορροπῇ ὁριζοντίως; β) Ποία ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ὑποστηρίγματος;

(ΑΠ: α) Εἰς ἀπόστασιν *0,20 m* ἀπὸ τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως. β) *2,5 kgr**)

8) Ἐπὶ τῆς περιφερείας τροχοῦ, ἀκτῖνος *0,5 m* καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης, ἐξασκεῖται δύναμις *3 kgr**. Ποία πρόσθετος ῥοπὴ πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ ἐπὶ τοῦ τροχοῦ ἵνα οὗτος ἰσορροπῇ; (ΑΠ: *1,5 kgr*·m* ἀντίθετος πρὸς τὴν πρώτην)



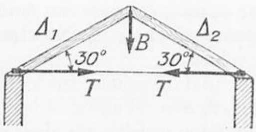
9) Ἐπὶ τροχοῦ, ἀκτῖνος *2 m*, ἐξασκοῦνται αἱ ἀπεικονιζόμεναι δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ δύναμις F_2 ἐὰν ἡ δύναμις F_1 εἶναι ἴση πρὸς *20 kgr**, ἵνα ὁ τροχὸς ἰσορροπῇ; (ΑΠ: *28,4 kgr**)

10) Σφαῖρα, βάρους *1 kgr**, στηρίζεται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Νὰ σχεδιασθοῦν αἱ ἐπ' αὐτῆς ἐξασκούμεναι δυνάμεις.

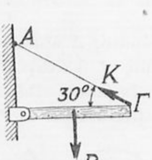
11) Τράπεζα ὁμογενής, βάρους *8 kgr**, στηρίζεται διὰ τεσσάρων ποδῶν ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. α) Νὰ σχεδιασθοῦν ὅλαι αἱ ἐπ' αὐτῆς ἐξασκούμεναι δυνάμεις. β) Νὰ ὑπολογισθοῦν αὗται καὶ γ) νὰ σχεδιασθοῦν αἱ δυνάμεις τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ ἡ τράπεζα ἐπὶ τοῦ ὑποστηρίζοντος αὐτὴν ἐπιπέδου. (ΑΠ: *2 kgr** ἑκάστη)

Κατηγορία Β΄.

1) Δίδονται τρεῖς δυνάμεις $F_1=20\ kgr^*$, $F_2=25\ kgr^*$ καὶ $F_3=40\ kgr^*$. Ἐξ αὐτῶν αἱ δύο πρῶται εἶναι κάθετοι μεταξύ των, ἡ δὲ τρίτη κάθετος ἐπὶ τὴν συνισταμένην τῶν δύο πρώτων. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ γραφικῶς ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν αὐτῶν δυνάμεων. (ΑΠ: *51 kgr**)



2) Δύο δοκοὶ Δ_1, Δ_2 μιᾶς στέγης σχηματίζουν γωνίαν 30^0 ἑκάστη ὡς πρὸς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, φορτίζονται δὲ εἰς τὸ σημεῖον συναντήσεώς των διὰ δυνάμεως $B=1$ τόννου. Ζητεῖται α) ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν συμπιέζεται ἑκάστη δοκὸς καὶ β) ἡ δύναμις T μὲ τὴν ὁποίαν τείνεται ἡ συνδέουσα τὰς δοκοὺς διάτονος χαλυβδίνη ῥάβδος. (ΑΠ: α) *1* τόννος β) *866 kgr**)



3) Ὁριζοντία δοκός, μήκους *100 cm*, ἀρθρωτῶς στερεωμένη εἰς τὸ ἓν ἄκρον αὐτῆς, φέρει εἰς τὸ μέσον φορτίον $B=10\ kgr^*$. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ δύναμις K ἡ ὁποία τείνει τὸ σχοινίον $A\Gamma$, β) ἡ ὁριζοντία καὶ ἡ κατακόρυφος συνιστῶσα τῆς δυνάμεως τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ ἄρθρωσις ἐπὶ τῆς δοκοῦ καὶ γ) νὰ εὑρεθοῦν τὰ αὐτὰ γραφικῶς. (ΑΠ: $K=10\ kgr^*$, ὁριζοντία συνιστῶσα= *8,66 kgr**, κατακόρυφος συνιστῶσα=*5 kgr**)

4) Ὁμογενὴς ῥάβδος, μήκους *1 m* καὶ βάρους *50 gr**, φέρει εἰς τὰ ἄκρα της ἐξηρτημένα δύο βάρη *10 gr** καὶ *50 gr**. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ στηριχθῇ ἡ ῥάβδος, ἵνα ἰσορροπῇ ὁριζοντίως.

(ΑΠ: Εἰς ἀπόστασιν *0,[illegible]8 m* ἀπὸ τῆς μεγαλυτέρας δυνάμεως) 0,318
0,318

5) Ῥάβδος ἀβαρής, μήκους *1 m*, φέρει εἰς τὸ ἓν ἄκρον αὐτῆς βάρος *1 kgr** καὶ εἰς τὸ ἕτερον βάρος *0,5 kgr**. Ἐὰν εἰς τὸ μέσον αὐτῆς τοποθετηθῇ ὁριζόντιος ἄξων περιστροφῆς, εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπ' αὐτοῦ πρέπει νὰ τοποθετηθῇ βάρος *1 kgr**, ἵνα ἡ ῥάβδος ἰσορροπῇ ὁριζοντίως;

(ΑΠ: Εἰς ἀπόστασιν *0,25 m* ἀπὸ τῆς δυνάμεως *0,5 kgr**)

6) Ῥάβδος ὁμογενής, βάρους *100 gr**, στηρίζεται εἰς τὸ μέσον της, δύο δὲ βάρη *30 gr** καὶ *50 gr** ἐξαρτῶνται ἀπὸ δύο σημεῖα ἀπέχοντα τοῦ ἄξονος στηρίξεως κατὰ

ἀποστάσεις *25 cm* καὶ *40 cm* ἀντιστοίχως. Εἰς ποῖον σημεῖον πρέπει νὰ ἐξαρτηθῇ τρίτον βάρος *25 gr**, ὥστε ἡ ράβδος νὰ ἰσορροπῇ ὁριζοντίως;

(ΑΠ: Εἰς ἀπόστασιν *50 cm* πρὸς τὸ μέρος τῆς δυνάμεως *30 gr**)

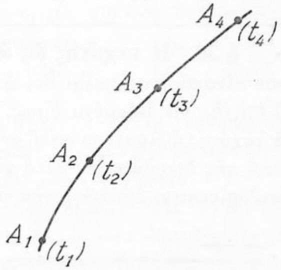
⊙ 7) Εἶναι δυνατὸν νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος φορτηγοῦ αὐτοκινήτου διὰ ζυγίσεως ἐπὶ γεφυροπλάστιγγος ἐπὶ τῆς ὁποίας στηρίζονται, ἑκάστοτε, μόνον οἱ δύο τροχοὶ τοῦ αὐτοκινήτου;

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β΄

ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

§ 28. Κίνησις. Ἕνα σῶμα (π.χ. αὐτοκίνητον) λέγομεν ὅτι κινεῖται ὅταν ἀλλάσσῃ θέσιν ἐν σχέσει πρὸς ἄλλο σῶμα, τὸ ὁποῖον δεχόμεθα ὡς ἀκίνητον. Συνήθως ἡ κίνησις ἀναφέρεται ὡς πρὸς τὴν Γῆν, τὴν ὁποίαν θεωροῦμεν ὡς ἀκίνητον.

Ὑποθέσωμεν ὅτι ἕνα κινητὸν εὑρίσκεται, κατὰ τὰς χρονικὰς στιγμὰς t_1, t_2 t_3 . . . , εἰς τὰς θέσεις A_1, A_2, A_3 (*σχ. 41*). Ἂν συνδέσωμεν τὰς θέσεις αὐτὰς διὰ συνεχοῦς γραμμῆς θὰ λάβωμεν τὴν ***τροχιὰν*** τοῦ κινητοῦ.



Σχ. 41.

Ἡ τροχιὰ ἑνὸς κινητοῦ δύναται νὰ εἶναι εἴτε εὐθύγραμμος, εἴτε καμπυλόγραμμος. Εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ τροχιὰ εἶναι περιφέρεια κύκλου, ἡ κίνησις λέγεται *κυκλικὴ κίνησις*.

§ 29. Ὁμαλὴ κίνησις. Ἐὰν ἕνα κινητόν, εἰς ἴσους χρόνους, διανύῃ ἴσα διαστήματα λέγομεν ὅτι ἐκτελεῖ ***ὁμαλὴν κίνησιν.*** Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελεῖ, π.χ., πλοῖον ὅταν ἔχῃ ἀνοιχθῇ, πλέον, εἰς τὸ πέλαγος, ἀεροπλάνον, τὸ ὁποῖον κινεῖται ὁριζοντίως κ.λ. Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς κινήσεως ταύτης προκύπτει ὅτι τὸ πηλίκον τοῦ ὑπὸ τοῦ κινητοῦ διανυθέντος διαστήματος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t θὰ εἶναι σταθερόν. Τὸ σταθερὸν τοῦτο πηλίκον

$$\boxed{v = \frac{s}{t}}$$

καλεῖται ***ταχύτης*** τοῦ κινητοῦ.

Μονάδες ταχύτητος. 1) *Σύστημα C.G.S.* Ὡς γνωστόν, εἰς τὸ σύστημα τοῦτο μονὰς διαστήματος (μήκους) εἶναι τὸ *1 cm*, μονὰς δὲ χρόνου τὸ *1 sec*. Ἄρα μονὰς ταχύτητος θὰ εἶναι τὸ

$$1 \frac{cm}{sec} \quad (\text{ἢ } 1\ cm \cdot sec^{-1}).$$

2) *Τ.Σ.* Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο μονὰς διαστήματος εἶναι τὸ *1 m*, μονὰς δὲ χρόνου τὸ *1 sec*. Ἄρα μονὰς ταχύτητος θὰ εἶναι τὸ

$$1\ \frac{m}{sec} \quad (\text{ἢ } 1\ m \cdot sec^{-1}).$$

Ἐκτὸς τῶν μονάδων αὐτῶν χρησιμοποιοῦμεν, συνήθως, καὶ τὴν μονάδα **1 *km/h* (= 1 *χιλιόμετρον ἀνὰ ὥραν*)** διὰ τὴν μέτρησιν ταχυτήτων αὐτοκινήτων, ἀεροπλάνων κ.λ.

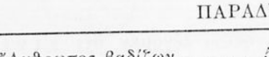
Διὰ τὴν μέτρησιν ταχυτήτων πλοίων χρησιμοποιοῦμεν τὴν μονάδα

1 *κόμβον* = *ναυτικὸν μίλιον ἀνὰ ὥραν = 1853 m/h*.

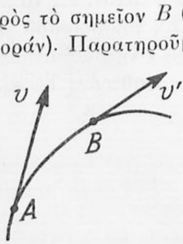
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΤΑΧΥΤΗΤΩΝ

Ἄνθρωπος βαδίζων	*5 km/h*	Χελιδὼν	*220 km/h*
Πίπτων ἀλεξιπτωτιστὴς	*14,5 km/h*	Ἦχος (ἐντὸς ἀέρος)	*1224 km/h*
Ὑπερωκεάνειον «ΟΛΥΜΠΙΑ»	*23 κόμβοι=42,6 km/h*	Βλῆμα τηλεβόλου	*1800 km/h*
Καλπάζων ἵππος εἰς ἀγῶνας	*80 km/h*	Βλῆμα τυφεκίου	*3240 km/h*
Ἄνεμος ἐν ὥρᾳ θυέλλης	*100 km/h*	Φῶς	*300000 km/sec*

§ 30. Ἡ ταχύτης ὡς ἀνυσματικὸν μέγεθος. Εἰς τὸν προηγούμενον πίνακα ἀναφέρεται ὅτι ἡ ταχύτης, π.χ., τοῦ βαδίζοντος ἀνθρώπου εἶναι *5 km/h*. Τὰ δεδομένα, ὅμως, αὐτὰ δὲν εἶναι ἐπαρκῆ διὰ νὰ ὁρισθῇ, ἐντελῶς, ἡ ταχύτης ὡρισμένου βαδίζοντος ἀνθρώπου, διότι δὲν μᾶς πληροφοροῦν περὶ τῆς διευθύνσεως κατὰ τὴν ὁποίαν οὗτος βαδίζει. Ἑπομένως, διὰ νὰ καθορίσωμεν, ἐντελῶς, τὴν ταχύτητα τοῦ ἐν λόγῳ ἀνθρώπου, πρέπει, ἐπὶ πλέον, νὰ εἴπωμεν ποία εἶναι ἡ δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ς τῆς κινήσεώς του καὶ ποία ἡ φ ο ρ ὰ αὐτῆς. Π.χ., ὁ ἄνθρωπος κινεῖται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς εὐθείας *AB* (σχ. 42) καὶ μὲ φ ο ρ ὰ ν ἀπὸ τὸ σημεῖον *A* πρὸς τὸ σημεῖον *B* (ἐνῷ θὰ ἠδύνατο νὰ ἐκινεῖτο καὶ κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν). Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι διὰ νὰ καθορισθῇ, ἐντελῶς, ἡ ταχύτης πρέπει νὰ εἴπωμεν α) τὴν ἀριθμητικήν της τιμὴν καὶ τὴν μονάδα ***(μέτρον)***, β) τὴν διεύθυνσιν καὶ γ) τὴν φοράν.



Σχ. 42.



Σχ. 43.

Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ἡ ταχύτης εἶναι ἀνυσματικὸν μέγεθος, τὸ ὁποῖον ἔχει διεύθυνσιν συμπίπτουσαν μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως καὶ φοράν, τὴν φορὰν τῆς κινήσεως τοῦ κινητοῦ.

Ἡ ταχύτης παρίσταται διὰ βέλους, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος λαμβάνεται ἀνάλογον πρὸς τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν αὐτῆς.

Εἰς τὸ σχῆμα 43 ἡ ταχύτης *υ* εἶναι ἐφαπτομένη τῆς τροχιᾶς εἰς κάθε σημεῖον *A*, *B* καὶ τοῦτο διότι, ὡς εἴδομεν, ἡ διεύθυνσις τῆς ταχύτητος συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως.

§ 31. Ἀνισοταχὴς κίνησις. Μία κίνησις, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ταχύτης δὲν διατηρεῖται σταθερά, ὀνομάζεται ***ἀνισοταχὴς κίνησις.*** Τοιαύτη εἶναι, π. χ., ἡ κίνησις αὐτοκινήτου ἐκκινοῦντος ἐκ τῆς ἠρεμίας: Κατὰ τὴν στιγμὴν τῆς ἐκκινήσεως ἡ ταχύτης του εἶναι μηδέν, ἐν συνεχείᾳ δὲ αὐξάνεται μέχρις ὅτου λάβῃ τὴν τιμήν, τὴν ὁποίαν ἐπιθυμεῖ ὁ ὁδηγός. Καθ' ὅλον τὸ χρονικὸν τοῦτο διάστημα λέγομεν ὅτι τὸ αὐτοκίνητον ἐ π ι τ α χ ύ ν ε τ α ι. Ἐὰν δὲν παρεμβληθοῦν ἄλλοι παράγοντες (ἐμπόδια, στροφαί, ἀνήφορος κ.λ.) ὁ ὁδηγὸς διατηρεῖ, πλέον, τὴν ταχύτητα σταθεράν, ἡ κίνησις, δηλ., μετετράπη εἰς ὁμαλήν.

Ἄλλο παράδειγμα, εἰς τὸ ὁποῖον τὸ κινητὸν ἐπιταχύνεται, ἔχομεν εἰς τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν τῶν σωμάτων: Ἐὰν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον ἕνα λίθον ἀπό, σχετικῶς, μεγάλου ὕψους, οὗτος, ἐκκινῶν ἐκ τῆς ἠρεμίας, κινεῖται μὲ διαρκῶς αὐξανομένην ταχύτητα, μέχρις ὅτου προσκρούσῃ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους.

Μέση ταχύτης. Αὐτοκίνητον, διερχόμενον διὰ πολυσυχνάστου δρόμου, ἀναγκάζεται διαρκῶς νὰ μεταβάλλῃ τὴν ταχύτητά του. Συνεπῶς, ἂν γνωρίζωμεν τὸ μῆκος τῆς διαδρομῆς καὶ τὸν ἀντίστοιχον χρόνον, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν *μέσην ταχύτητα* $\overline{v}$ τοῦ αὐτοκινήτου

$$\overline{v}=\frac{\text{ἀπόστασις ἀφετηρίας — τέρματος}}{\text{χρόνος}}.$$

Κατὰ ταῦτα ***μέση ταχύτης*** θὰ κληθῇ ἡ σταθερὰ ἐκείνη ταχύτης, τὴν ὁποίαν ἔπρεπε νὰ εἶχε τὸ κινητόν, διὰ νὰ διανύσῃ, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, τὸ αὐτὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει μὲ μεταβαλλομένην ταχύτητα.

Στιγμιαία ταχύτης. Εἰς τὴν ὁμαλὴν κίνησιν εἴδομεν ὅτι τὸ κινητὸν εἰς ἴσους χρόνους διανύει ἴσα διαστήματα· ὡς ἐκ τούτου ὁπουδήποτε τῆς τροχιᾶς καὶ ἂν μετρήσωμεν τὸ πηλίκον τοῦ διανυθέντος διαστήματος s διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t θὰ εὕρωμεν αὐτὸ σταθερόν. Δὲν συμβαίνει, ὅμως, τὸ αὐτὸ εἰς τὴν ἀνισοταχῆ κίνησιν: Εἶναι προφανὲς ὅτι, διὰ νὰ ὁρίσωμεν τὴν ταχύτητα, π. χ., ἑνὸς σιδηροδρόμου εἰς ὡρισμένον σημεῖον τῆς διαδρομῆς του, δὲν δυνάμεθα νὰ διαιρέσωμεν τὸ μέχρι τοῦ σημείου αὐτοῦ διανυθὲν διάστημα s διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t, καθόσον, ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ τούτου διαστήματος, ὁ σιδηρόδρομος ἐκινεῖτο ἄλλοτε βραδέως καὶ ἄλλοτε ταχέως καί, συνεπῶς, τὸ πηλίκον s/t θὰ μᾶς δώσῃ τὴν μέσην ταχύτητα τοῦ σιδηροδρόμου.

Διὰ νὰ ὁρίσωμεν τὴν ταχύτητα εἰς ὡρισμένην χρονικὴν στιγμὴν t θεωροῦμεν μ ι κ ρ ὸ ν χρονικὸν διάστημα, μεταξὺ τῶν χρόνων t καὶ $t+\Delta t$, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τὸ διανυθὲν διάστημα ἔστω Δs. Ἐάν, τώρα, διαιρέσωμεν τὸ διάστημα Δs διὰ τοῦ χρόνου Δt, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τοῦτο διηνύθη, θὰ λάβωμεν τὸ πηλίκον

$$\boxed{v=\frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

τὸ ὁποῖον καλοῦμεν ***στιγμιαίαν ταχύτητα*** ἤ, ἁπλούστερον, ***ταχύτητα.***

Εἶναι προφανὲς ὅτι ὁ ἄνω τύπος παρέχει τὴν στιγμιαίαν ταχύτητα κινητοῦ ἐκτελοῦντος ἀνισοταχῆ κίνησιν, ἐφ' ὅσον τὸ χρονικὸν διάστημα Δt ἐκλεγῇ πολὺ μικρόν. Οὕτω, ἐὰν μετρήσωμεν τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει σιδηρόδρομος ἐντὸς πολὺ μικροῦ χρονικοῦ διαστήματος (π.χ. *0,1 sec*) καὶ διαιρέσωμεν τὸ διάστημα τοῦτο (π.χ. *2 m*) διὰ τοῦ ἀπαιτηθέντος χρόνου (*0,1 sec*) θὰ λάβωμεν τὴν ταχύτητα (*20 m/sec*) κατὰ τὴν χρονικὴν αὐτὴν στιγμήν.

§ 32. Ἐπιτάχυνσις. Ἐὰν συγκρίνωμεν τὴν κίνησιν δύο αὐτοκινήτων —ἑνὸς ἐπιβατικοῦ καὶ ἑνὸς βαρέος φορτηγοῦ—ἐκκινούντων ἐκ τῆς ἠρεμίας, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ὁ ρυθμὸς μὲ τὸν ὁποῖον αὐξάνεται ἡ ταχύτης των εἶναι διάφορος. Οὕτω, τὸ ἐπιβατικὸν αὐτοκίνητον ἀποκτᾷ μεγάλην ταχύτητα εἰς, σχετικῶς, μικρὸν χρόνον, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸ φορτηγόν, τὸ ὁποῖον χρειάζεται ἀρκετὸν πρὸς τοῦτο χρόνον. Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι εἰς τὰς ἀνισοταχεῖς κινήσεις ἐμφανίζεται ἡ ἀνάγκη τοῦ καθορισμοῦ ἑνὸς νέου φυσικοῦ μεγέθους - τῆς ἐπιταχύνσεως.

Ἐπιτάχυνσιν γ καλοῦμεν τὸ πηλίκον τῆς μεταβολῆς τῆς ταχύτητος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου.

Ἐάν, κατὰ τὰς χρονικὰς στιγμὰς t_1 καὶ t_2, ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι, ἀντιστοίχως, v_1 καὶ v_2, τότε, ἐντὸς τοῦ χρονικοῦ διαστήματος $t_2 - t_1$, ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος θὰ εἶναι ἴση πρὸς $v_2 - v_1$. Ἐὰν συμβολίσωμεν τὴν διαφορὰν τῶν ταχυτήτων διὰ τοῦ Δv καὶ τὸ ἀντίστοιχον χρονικὸν διάστημα διὰ τοῦ Δt, ἡ ἐπιτάχυνσις ὁρίζεται διὰ τοῦ τύπου

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta v}{\Delta t}} \qquad (1)$$

Μονάδες ἐπιταχύνσεως. 1) *C.G.S.* Διὰ νὰ ὁρίσωμεν τὴν μονάδα ἐπιταχύνσεως πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὴν μονάδα μεταβολῆς τῆς ταχύτητος (ἡ ὁποία, προφανῶς, εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν μονάδα ταχύτητος (*)) καὶ τὴν μονάδα χρόνου. Ἐκ τῶν μονάδων *1 cm/sec* διὰ τὴν μεταβολὴν τῆς ταχύτητος καὶ *1 sec* διὰ τὸν χρόνον, προκύπτει ἡ μονὰς ἐπιταχύνσεως

$$1\,\frac{cm}{sec^2}.$$

1) *Τ. Σ.* Κατ' ἀνάλογον τρόπον εὑρίσκεται ἡ μονὰς ἐπιταχύνσεως εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα - τὸ $1\ m/sec^2$.

Κατὰ ταῦτα ὅταν λέγωμεν ὅτι ἕνα κινητὸν ἔχει, π.χ., ἐπιτάχυνσιν $10\ cm/sec^2$ ἐννοοῦμεν ὅτι ἡ ταχύτης του αὐξάνεται κατὰ *10 cm/sec* εἰς ἕκαστον *sec*.

(*) Οὕτω, ἐὰν ἡ ταχύτης ἑνὸς κινητοῦ κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_1 εἶναι, π.χ., ἴση πρὸς *30 cm/sec* καὶ κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν t_2 εἶναι ἴση πρὸς *32 cm/sec*, ἡ μεταβολὴ Δv τῆς ταχύτητος θὰ εἶναι *2 cm/sec* - ἐκφράζεται, δηλ., μὲ τὴν αὐτὴν μονάδα ὡς ἡ ταχύτης.

Ἐπιβράδυνσις. Ἐὰν ἡ ταχύτης ἑνὸς κινητοῦ, ἀντὶ νὰ αὐξάνεται, ἐλαττοῦται μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου, τότε ὁμιλοῦμεν περὶ ***ἐπιβραδύνσεως*** *(ἀρνητικῆς ἐπιταχύνσεως)*. Οὕτω, ἐπιβραδυνομένην κίνησιν ἐκτελεῖ ἕνα αὐτοκίνητον ἀπὸ τῆς στιγμῆς καθ' ἣν ἀρχίζουν νὰ λειτουργοῦν αἱ τροχοπέδαι. Ὁμοίως σῶμα, ριπτόμενον πρὸς τὰ ἄνω, ἐκτελεῖ ἐπιβραδυνομένην κίνησιν μέχρις ὅτου φθάσῃ τὸ ἀνώτατον αὐτοῦ ὕψος κ.λ.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΕΩΝ

(εἰς $m \cdot sec^{-2}$)

Ἁμαξοστοιχία κατὰ τὴν ἐκκίνησιν	0,20
Αὐτοκίνητον κατὰ τὴν ἐκκίνησιν	1,60
Ἐπιβράδυνσις αὐτοκινήτου μὲ πέδησιν τῶν 4 τροχῶν . .	—5
Σῶμα πῖπτον ἐλευθέρως ἐν τῷ κενῷ	9,81
Σφαῖρα ὅπλου ἐντὸς τῆς κάνης	75000
Ἀεροπλάνον καθέτου ἐφορμήσεως κατὰ τὴν ἀνάδυσιν . .	5 g

Σημείωσις. Εἰς τὴν ἀεροπορίαν διὰ τὴν μέτρησιν ἐπιταχύνσεων χρησιμοποιεῖται ἡ μονὰς *1 g* (ἐκ τοῦ συμβόλου *g* τοῦ χρησιμοποιουμένου διὰ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος—βλ. κατωτέρω § 46). Αὕτη ἰσοῦται πρὸς $9{,}81\ m/sec^2$ (τεχνικαὶ μονάδες), εἶναι δέ, ἀκριβῶς, ἴση μὲ τὴν τιμήν, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ ἐπιτάχυνσις σώματος πίπτοντος ἐλευθέρως ἐν τῷ κενῷ.

§ 33. Ὁμαλὴ εὐθύγραμμος κίνησις. Εἶναι ἡ κίνησις ἐκείνη κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ κινητὸν κινεῖται ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς μὲ σταθερὰν ταχύτητα. Ἡ ἐπιτάχυνσις, ἑπομένως, εἰς τὴν ὁμαλὴν εὐθύγραμμον κίνησιν εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἀφοῦ ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.

Ἐκ τοῦ τύπου

$$v = \frac{s}{t} \tag{1}$$

ὁ ὁποῖος ἰσχύει διὰ τὴν ὁμαλὴν κίνησιν—καὶ μόνον δι' αὐτὴν—λαμβάνομεν τὴν σχέσιν

$$\boxed{s = v \cdot t} \tag{2}$$

Ἐπειδή, ἐν προκειμένῳ, τὸ v εἶναι σταθερὸν ἕπεται ὅτι τὸ διάστημα s εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸν χρόνον ἐντὸς τοῦ ὁποίου διανύεται.

Συμπέρασμα. Εἰς τὴν ὁμαλὴν εὐθύγραμμον κίνησιν

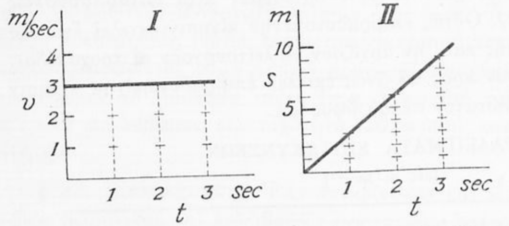
α) *ἡ ταχύτης εἶναι σταθερά,*

β) *ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν* καὶ

γ) *τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὸν χρόνον.*

Ἐὰν παραστήσωμεν γραφικῶς τὴν σχέσιν μεταξὺ ταχύτητος καὶ χρόνου, κινητοῦ κινουμένου μὲ σταθερὰν ταχύτητα, π.χ., *3 m/sec*, θὰ λάβωμεν μίαν εὐθεῖαν γραμμήν, παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα τῶν χρόνων *(σχ. 44, I)*. Καὶ τοῦτο διότι εἰς οἱανδήποτε τιμὴν τῶν τετμημένων (χρόνος t) ἀντιστοιχεῖ ἡ αὐτὴ τιμὴ *(3 m/sec)* τῆς τεταγμένης v.

'Αφ' ἑτέρου ἡ σχέσις μεταξὺ τοῦ διαστήματος s καὶ τοῦ χρόνου t (ἐξίσωσις 2) παρίσταται γραφικῶς δι' εὐθείας γραμμῆς διερχομένης διὰ τῆς ἀρχῆς τῶν ἀξόνων (*σχ. 44, II*). Τοῦτο προκύπτει ἐκ τῆς ἐξισώσεως (2), ἐὰν θέσωμεν, ἀντὶ τοῦ χρόνου t, τὰς τιμὰς $0, 1, 2, 3, \ldots$ *sec*, ὁπότε λαμβάνομεν διὰ τὸ διάστημα s τὰς τιμὰς $0, 3, 6, 9, \ldots$ *m*. Τὰ ἀντίστοιχα σημεῖα ἐπὶ τοῦ διαγράμματος, ἑνούμενα μεταξύ των, μᾶς δίδουν μίαν εὐθείαν γραμμήν.



Σχ. 44. (I). Ἡ ταχύτης εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ χρόνου. (II). Τὸ διάστημα εἶναι ἀνάλογον τοῦ χρόνου.

§ 34. Εὐθύγραμμος κίνησις μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν (ἢ *ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη εὐθύγραμμος κίνησις*). Ἐκ τῶν διαφόρων εἰδῶν τῶν ἀνισοταχῶν κινήσεων θὰ ἀσχοληθῶμεν ἐνταῦθα μὲ τὴν ἁπλουστέραν κίνησιν - τὴν κίνησιν ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά.

Εἰς τὴν κίνησιν ταύτην ἡ σχέσις μεταξὺ ταχύτητος καὶ χρόνου εὑρίσκεται ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς ἐπιταχύνσεως:

$$\gamma = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}.$$

'Εὰν θεωρήσωμεν ὅτι, εἰς τὴν ἀρχὴν τοῦ χρόνου $t_1 = 0$, ἡ ταχύτης v_1 εἶναι ἴση πρὸς τὸ μηδέν, ἀπὸ τὴν ἄνω ἐξίσωσιν λαμβάνομεν

$$v_2 = \gamma \cdot t_2$$

καί, γενικῶς,

$v = \gamma \cdot t$	ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος	(1)

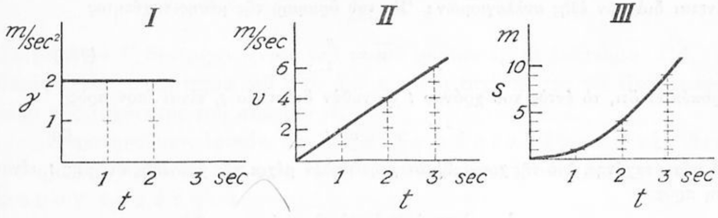
Ἡ σχέσις μεταξὺ τοῦ διαστήματος s καὶ τοῦ χρόνου t, ὡς ἀποδεικνύεται κατωτέρω, δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$s = \frac{1}{2} \cdot \gamma t^2$	ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος	(2)

'Εὰν παραστήσωμεν γραφικῶς τὴν σχέσιν μεταξὺ ἐπιταχύνσεως καὶ χρόνου εἰς τὴν περίπτωσιν κινητοῦ κινουμένου μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν, (π.χ. $2\ m/sec^2$), θὰ λάβωμεν τὸ διάγραμμα *I* τοῦ σχήματος 45, εἰς τὸ ὁποῖον προκύπτει μία εὐθεῖα γραμμὴ παράλληλος πρὸς τὸν ἄξονα τῶν χρόνων. 'Αφ' ἑτέρου ἡ σχέσις

$$v = \gamma \cdot t$$

δεικνύει ὅτι, εἰς τὴν εὐθύγραμμον κίνησιν μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν, ἡ ταχύτης εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸν χρόνον. Τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος *45, II* ἀποδίδει, ἀκριβῶς, τὴν ἄνω σχέσιν. Παρατηροῦμεν ὅτι, εἰς τὸ τέλος τοῦ 1ου δευτερολέπτου, ἡ ταχύτης εἶναι *2 m/sec*, ἐνῶ εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου δευτε-



Σχ. 45.

ρολέπτου εἶναι ἴση πρὸς *6 m/sec*. Ἄρα, ἐντὸς *2 sec*, ἡ ταχύτης μετεβλήθη κατὰ *6—2=4 m/sec*. Ἡ ἐπιτάχυνσις, ἐπομένως, ὑπολογίζεται ἴση πρὸς

$$\gamma = \frac{4}{2} \cdot \frac{m/sec}{sec} = 2\frac{m}{sec^2}$$

ἀκριβῶς ὅση, ἀρχικῶς, ἐλήφθη εἰς τὸ παράδειγμά μας.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (2) προκύπτει, τέλος, ὅτι, ἀφοῦ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά, τὸ διανυόμενον διάστημα εἶναι ἀνάλογον πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ χρόνου.

Τοῦτο παρίσταται γραφικῶς ὑπὸ τοῦ διαγράμματος *III* τοῦ σχήματος *45*, εἰς τὸ ὁποῖον παρατηροῦμεν ὅτι, εἰς τὸ τέλος τοῦ 1ου, 2ου, 3ου ... *sec*, τὰ διανυθέντα διαστήματα εἶναι, ἀντιστοίχως, ἴσα πρὸς *1 m*, *4 m*, *9 m*... ὅπως, ἄλλωστε, ὑπολογίζεται καὶ ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (2).

Οἱ ἄνω τύποι (1) καὶ (2) ἰσχύουν εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἀρχικῶς ἠρεμεῖ, δηλαδὴ ὅταν, κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=0$, ἡ ταχύτης του εἶναι $v=0$. Ἄν, ὅμως, τὸ σῶμα ἔχῃ ἀρχικὴν ταχύτητα v_o, οἱ τύποι (1) καὶ (2) μετατρέπονται εἰς τοὺς ἑξῆς:

$$v = v_o + \gamma \cdot t \tag{3}$$

καὶ

$$s = v_o \cdot t + \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \tag{4}$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως οἱ τύποι (3) καὶ (4) γράφονται ὡς ἑξῆς:

$$v = v_o - \gamma \cdot t$$

$$s = v_o \cdot t - \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2$$

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν σημασίαν τοῦ v_o θέτομεν εἰς τὸν τύπον (4) $t=0$ ὁπότε λαμβάνομεν $v = v_o$.

Ἄρα v_o εἶναι, ὄντως, ἡ ἀρχικὴ ταχύτης.

Ἀπόδειξις τοῦ τύπου (2). Μία, πολὺ στοιχειώδης, ἀπόδειξις τοῦ τύπου (2) γίνεται διὰ τῶν ἑξῆς συλλογισμῶν: Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς μέσης ταχύτητος

$$\overline{v} = \frac{s}{t} \qquad (\S\,31)$$

προκύπτει ὅτι, τὸ ἐντὸς τοῦ χρόνου t διανυθὲν διάστημα s, εἶναι ἴσον πρὸς

$$s = \overline{v} \cdot t \qquad (5)$$

Ἡ μέση ταχύτης, ἀπὸ τῆς χρονικῆς στιγμῆς μηδὲν μέχρι τῆς χρονικῆς στιγμῆς t, εἶναι ἴση πρὸς

$$\overline{v} = \frac{\text{ἀρχικὴ ταχύτης} + \text{τελικὴ ταχύτης}}{2} = \frac{0+v}{2}$$

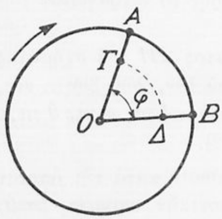
ὁπότε ὁ τύπος (5) γράφεται

$$s = \frac{v}{2} \cdot t.$$

Ἐπειδὴ $v = \gamma \cdot t$ λαμβάνομεν, τελικῶς, τὸν τύπον

$$s = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2.$$

§ 35. Ὁμαλὴ κυκλικὴ κίνησις. Θεωρήσωμεν κινητὸν A κινούμενον ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς (*σχ. 46*). Ἂν τοῦτο διανύῃ εἰς ἴσους χρόνους ἴσα τόξα, τότε λέγομεν ὅτι ἐκτελεῖ ***ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν.*** Ἐὰν θεωρήσωμεν τὴν ἀκτίνα OA, αὕτη θὰ διαγράψῃ, ἐντὸς χρόνου τινὸς t, τὴν γωνίαν φ. ***Γωνιακὴν ταχύτητα*** ω καλοῦμεν τὸ πηλίκον τῆς γωνίας φ διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου t. Ἤτοι



Σχ. 46.

$$\boxed{\omega = \frac{\varphi}{t}}$$

Ἐὰν τὸ σημεῖον A ἀνήκῃ εἰς περιστρεφόμενον τροχόν, θεωρήσωμεν δὲ καὶ ἄλλο σημεῖον Γ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀκτῖνος OA, τότε τὸ σημεῖον τοῦτο, ἐντὸς τοῦ χρόνου t, μετακινεῖται μέχρι τοῦ σημείου Δ, συνεπῶς διαγράφει τὴν αὐτὴν γωνίαν φ, τὴν ὁποίαν διαγράφει καὶ τὸ σημεῖον A. Κατὰ ταῦτα *ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ περιστρεφομένου τροχοῦ θὰ ἔχουν τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα.*

Μονάδες: Ἐπειδὴ ἡ γωνία μετρεῖται εἰς ἀκτίνια (βλ. § 5, ϛ′) καὶ ὁ χρόνος εἰς *sec*, ἡ μονὰς γωνιακῆς ταχύτητος θὰ εἶναι τὸ

$$1\,\frac{\textbf{ἀκτίνιον}}{sec}\left(=1\,\frac{rad}{sec}\right).$$

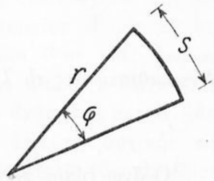
Ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ σημείου A δὲν πρέπει νὰ συγχέεται μὲ τὴν συνήθη (γραμμικὴν) ταχύτητα v, ἡ ὁποία, κατὰ τὰ γνωστά, εἶναι ἴση μὲ τὸ πηλίκον τοῦ διανυθέντος διαστήματος διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου, δηλ.,

$$v = \frac{\mu\tilde{\eta}\kappa o\varsigma\ \tau o\tilde{v}\ \tau \acute{o}\xi o v\ AB}{\chi\rho\acute{o}\nu o\varsigma\ t}.$$

Τὸ σημεῖον Γ διατρέχει, ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χρόνου t, τὸ διάστημα $\Gamma\Delta$, τὸ ὁποῖον εἶναι μικρότερον τοῦ AB, ὁπότε καὶ ἡ ταχύτης του θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ταχύτητος τοῦ σημείου A.

Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι σημεῖα εὑρισκόμενα εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ κέντρου, ἔχουν διάφορον ταχύτητα.

Σχέσις μεταξὺ γωνιακῆς ταχύτητος καὶ ταχύτητος. Ὅταν γνωρίζωμεν τὴν γωνιακὴν ταχύτητα ω ἑνὸς περιστρεφομένου σώματος δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ταχύτητα v ἑνὸς σημείου αὐτοῦ, εὑρισκομένου εἰς ἀπόστασιν r ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς, ὡς ἑξῆς: Ἐκ τῆς Γεωμετρίας γνωρίζομεν ὅτι τὸ μῆκος s ἑνὸς τόξου *(σχ. 47)* ἰσοῦται μὲ τὸ γινόμενον τῆς ἀκτῖνος r ἐπὶ τὴν ἀντίστοιχον γωνίαν φ. Ἦτοι εἶναι



Σχ. 47.

$$s = r \cdot \varphi.$$

Ἐξ ὁρισμοῦ ἔχομεν $v = s/t$, ὁπότε, ἀντικαθιστῶντες ἀντὶ τοῦ s τὴν τιμήν του, λαμβάνομεν $v = r \cdot \varphi / t$. Ἐπειδὴ δὲ $\varphi / t = \omega$, ἔχομεν τελικῶς

$$\boxed{v = r \cdot \omega}$$

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν ταύτην προκύπτει ὅτι, ἐνῶ ὅλα τὰ σημεῖα ἑνὸς τροχοῦ ἔχουν τὴν ἰδίαν γωνιακὴν ταχύτητα ω, ἡ ταχύτης v αὐτῶν εἶναι διάφορος καί, μάλιστα, εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀποστάσεως r αὐτῶν ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

Περίοδος καὶ συχνότης. Εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν καλεῖται ***περίοδος*** T ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ μίαν πλήρη περιστροφὴν τοῦ κινητοῦ.

Συχνότης ν καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν, τὰς ὁποίας ἐκτελεῖ τὸ κινητὸν ἐντὸς χρόνου τινός, διὰ τοῦ χρόνου τούτου.

Μεταξὺ περιόδου καὶ συχνότητος ἰσχύει ἡ σχέσις

$$\boxed{T = \frac{1}{\nu}}$$

Οὕτω, ἂν ἡ συχνότης εἶναι *3 στροφαὶ/sec*, ὁ χρόνος ὁ ἀπαιτούμενος διὰ μίαν περιστροφὴν (δηλ. ἡ περίοδος) θὰ εἶναι ἴσος πρὸς $1/3\ sec$.

Μονάδες συχνότητος. Μονὰς συχνότητος εἶναι τὸ

$$1\ sec^{-1}\ .$$

Ἡ μονὰς αὕτη καλεῖται καὶ ***κύκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον (1 c/sec).*** Χρησιμοποιοῦνται ἐπίσης καὶ τὰ πολλαπλάσια αὐτῆς:

$$1\ kc/sec = 10^3\ c/sec \quad \text{καὶ} \quad 1\ Mc/sec = 10^6\ c/sec\ (*).$$

Σχέσις γωνιακῆς ταχύτητος καὶ συχνότητος. Ἐξ ὁρισμοῦ ἡ γωνιακὴ ταχύτης εἶναι τὸ πηλίκον τῆς διαγραφομένης γωνίας διὰ τοῦ ἀντιστοίχου χρόνου. Ἂν λάβωμεν ὡς χρόνον μίαν περίοδον T, ἡ ἐντὸς τοῦ χρόνου τούτου διαγραφομένη γωνία θὰ εἶναι ἴση πρὸς 360^0, δηλ., 2π ἀκτίνια, ὁπότε ἡ γωνιακὴ ταχύτης θὰ εἶναι ἴση πρὸς

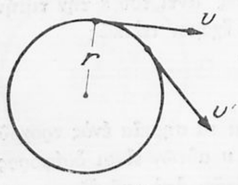
$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Ἀντικαθιστῶντες τὸ T διὰ τοῦ ἴσου του $1/\nu$ λαμβάνομεν τὸν τύπον

$$\boxed{\omega = 2\pi\nu}$$

Ὁ ἄνω τύπος προέκυψε δι᾽ ἐκφράσεως τῆς γωνίας εἰς ἀκτίνια. Ὡς ἐκ τούτου εἰς τὰς ἀριθμητικὰς ἐφαρμογὰς τοῦ τύπου τούτου πρέπει ἡ γωνία νὰ λαμβάνεται πάντοτε εἰς ἀκτίνια καὶ ὄχι εἰς μοίρας.

Ἐπιτάχυνσις εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν. Θεωρήσωμεν κινητὸν κινούμενον ὁ μ α λ ῶ ς ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἀκτῖνος r, μὲ ταχύτητα v *(σχ. 48).* Παρατηροῦμεν ὅτι, ἂν καὶ ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ τῆς ταχύτητος διατηρεῖται σταθερά, ἐν τούτοις μεταβάλλεται ἡ δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ς αὐτῆς. Ἄρα, κατὰ τὴν κίνησιν ταύτην, ἡ ταχύτης, ὡς ἀνυσματικὸν μέγεθος ἐξεταζομένη, μεταβάλλεται καί, συνεπῶς, τὸ κινητὸν ἔχει ἐπιτάχυνσιν. Ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη καλεῖται ***κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις*** γ_κ καὶ (ὅπως ἀποδεικνύεται κατωτέρω, *§ 41*) εἶναι ἴση πρὸς



Σχ. 48.

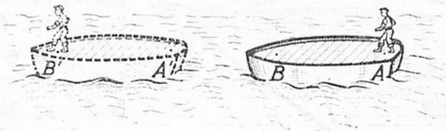
$$\boxed{\gamma_\kappa = \frac{v^2}{r}}$$

★ **§ 36. Σύνθεσις κινήσεων.** 1) ***Σύνθεσις διαστημάτων.*** Εἰς τὰ

(*) Αἱ μονάδες αὗται προφέρονται *1* χιλιόκυκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον καὶ *1* μεγάκυκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον.

Ἡ μονὰς $1\ c/sec$ συναντᾶται, ἐνίοτε, καὶ ὡς $1\ Hertz$ ($=1\ Hz$), τὰ δὲ πολλαπλάσια αὐτῆς ὡς $1\ kHz = 10^3\ Hz$ καὶ $1\ MHz = 10^6\ Hz$ (ἀπὸ τὸ ὄνομα τοῦ διασήμου φυσικοῦ *Hertz).*

κατωτέρω θὰ ἐξετάσωμεν τὴν περίπτωσιν κινητοῦ ἐκτελοῦντος δύο κινήσεις ταυτοχρόνως. Ὡς παράδειγμα θεωρήσωμεν ἄνθρωπον εὑρισκόμενον ἐπὶ κινουμένης λέμβου, ὁ ὁποῖος ἐκτελεῖ βήματά τινα παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεώς της (σχ. 49, δεξιά). Ἔστω ὅτι, ἐντὸς χρόνου τινός, ἡ λέμβος μετακινεῖται κατὰ διάστημα $s_1=10\ m$, ὁ δὲ ἄνθρωπος διατρέχει ἐπ' αὐτῆς ἀπόστασιν $s_2=3\ m$. Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἡ ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου ἐντὸς τοῦ χρόνου τούτου ὁλικῶς διανυθεῖσα ἀπόστασις $s_{ολ}$ εἶναι ἴση πρὸς $s_{ολ}=s_1+s_2=13\ m$.

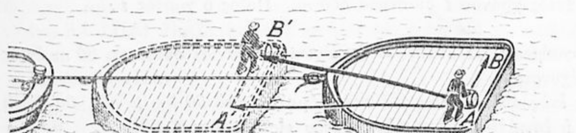


Σχ. 49. *Ἄνθρωπος βηματίζων ἐπὶ κινουμένης λέμβου ἐκτελεῖ ταυτοχρόνως δύο κινήσεις.*

Τὸ διάστημα $s_{ολ}$ εἶναι δυνατὸν νὰ θεωρηθῇ ὡς διανυθὲν καὶ κατ' ἄλλους τρόπους: α) Ὁ ἄνθρωπος μεταβαίνει ἀπὸ τὸ σημεῖον A εἰς τὸ σημεῖον B, χωρὶς ἡ λέμβος νὰ κινῆται, διανύων διάστημα $3\ m$ καί, ἀκολούθως, ἀκινητοῦντος τοῦ ἀνθρώπου, ἡ λέμβος κινεῖται ἀπὸ τὴν θέσιν B εἰς τὴν θέσιν B' διανύουσα διάστημα $10\ m$. Συνεπῶς ὁ ἄνθρωπος μετεκινήθη, συνολικῶς, κατὰ $13\ m$. β) Μόνον ἡ λέμβος κινεῖται ἀπὸ τὴν ἀρχικήν της θέσιν εἰς τὴν τελικὴν κατὰ $10\ m$ καί, ἀφοῦ φθάσῃ ἐκεῖ, τότε ἀρχίζει ὁ ἄνθρωπος νὰ βηματίζῃ καὶ διανύει ἀπόστασιν $3\ m$. Συνεπῶς οὗτος διανύει, συνολικῶς, ἀπόστασιν $13\ m$.

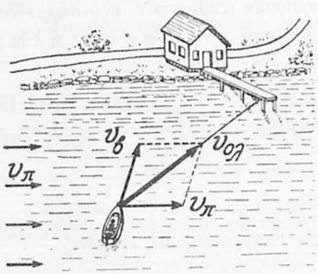
Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ἄνθρωπος ἐκτελῶν ταυτοχρόνως δύο κινήσεις φθάνει εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον ὡς ἐὰν αἱ δύο κινήσεις εἶχον ἐκτελεσθῇ διαδοχικῶς καὶ καθ' οἱανδήποτε σειράν. Τοῦτο ἀποτελεῖ τὴν ***ἀρχὴν τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων.***

Ἡ ἄνω ἀρχὴ ἰσχύει καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ ἄνθρωπος κινεῖται κατ' ἄλλην διεύθυνσιν, μὴ συμπίπτουσαν μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς κινήσεως τῆς λέμβου. Οὕτω, εἰς τὸ σχῆμα 50, ὁ ἄνθρωπος ἐκινήθη ἀπὸ τοῦ σημείου A εἰς τὸ σημεῖον B, ἐνῷ τὸ σημεῖον A τῆς λέμβου μετεκινήθη εἰς τὸ σημεῖον A'. Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει ὅτι, τὸ εἰς τὴν πραγματικότητα ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου διανυθὲν διάστημα AB', εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν δύο ἐπὶ μέρους διαστημάτων, εὑρίσκεται δὲ διὰ τῆς γνωστῆς μεθόδου τοῦ παραλληλογράμμου.



Σχ. 50. *Τὸ ὁλικῶς ὑπὸ τοῦ ἀνθρώπου διανυθὲν διάστημα εὑρίσκεται διὰ τῆς μεθόδου τοῦ παραλληλογράμμου.*

2) ***Σύνθεσις ταχυτήτων.*** Ἡ αὐτή, ἀκριβῶς, ἀρχὴ χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν εὕρεσιν τῆς ὁ λ ι κ ῆ ς τ α χ ύ τ η τ ο ς σώματος ἐκτελοῦντος ταυτοχρόνως δύο κινήσεις: Θεωρήσωμεν βενζινάκατον, ἡ ὁποία διασχίζει ποταμὸν ρέοντα μὲ ταχύτητα v_π *(σχ. 51)*. Ἐὰν τὸ ὕδωρ τοῦ ποταμοῦ ἦτο ἀκίνητον, ἡ βενζινάκατος θὰ ἐκινεῖτο μὲ τὴν ταχύτητα v_β. Ἐπειδή, ὅμως, τὸ ὕδωρ κινεῖται μὲ τὴν ταχύτητα v_π, ἡ βενζινάκατος θὰ κινηθῇ μὲ τὴν ταχύτητα $v_{o\lambda}$, ἡ ὁποία δίδεται ἀπὸ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ σχηματιζομένου ὑπὸ τῶν ἀνυσμάτων v_β καὶ v_π.



Σχ. 51. Ἡ πραγματικὴ πορεία τῆς βενζινακάτου καθορίζεται ὑπὸ τῆς ταχύτητος $v_{o\lambda}$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α′.

⊙ 1) Κινητόν, κινούμενον ἰσοταχῶς, διανύει διάστημα *150 m* ἐντὸς χρόνου *30 sec*. Ποία ἡ ταχύτης του εἰς *km/h*; (ΑΠ: *18 km/h*)

2) Ποία ἡ ταχύτης τῆς Γῆς, κινουμένης ἰσοταχῶς περὶ τὸν Ἥλιον, ἂν ἡ ἀκτὶς τῆς κυκλικῆς τροχιᾶς, τὴν ὁποίαν αὕτη διαγράφει εἰς *365* ἡμέρας, εἶναι ἴση πρὸς *151 000 000 km*; (ΑΠ: *30 km/sec*)

3) Δύο χρονομετρηταί, εὑρισκόμενοι εἰς τὸ *50ὸν* καὶ τὸ *100ὸν* μέτρον ἀπὸ τῆς ἀφετηρίας, χρονομετροῦν ἕνα δρομέα καὶ εὑρίσκουν ἀντιστοίχως χρόνους *7 sec* καὶ *13 sec*. Ποία ἡ μέση ταχύτης τοῦ δρομέως α) εἰς τὰ πρῶτα *50* μέτρα, β) εἰς τὰ δεύτερα *50* μέτρα καὶ γ) εἰς τὴν ὁλικὴν διαδρομήν; (ΑΠ: *7,14 m/sec, 8,33 m/sec, 7,7 m/sec*)

4) Κινητὸν ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καί, κινούμενον μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν *30 m/sec²*, διανύει ἐντὸς χρόνου *t* διάστημα *500 m*. Ποῖος ὁ χρόνος *t*; (ΑΠ: *5,8 sec*)

5) Κινητόν, κινούμενον μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν, διανύει διάστημα *80 m* ἐντὸς *4 sec*. Ποία ἡ ἐπιτάχυνσις; (ΑΠ: *10 m/sec²*)

6) Ἡ ταχύτης ἑνὸς αὐτοκινήτου αὐξάνεται ὁμαλῶς ἀπὸ *30 km/h* εἰς *90 km/h* ἐντὸς *10 sec*. Ποία ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ αὐτοκινήτου εἰς μονάδας *C.G.S.*; (ΑΠ: $167\ cm \cdot sec^{-2}$)

7) Μετεωρόλιθος, ἐμφανιζόμενος εἰς τὸν οὐρανὸν ἐπὶ χρόνον *2 sec*, διαγράφει τόξον ἀντιστοιχοῦν εἰς γωνίαν 8^0. Ποίαν ταχύτητα εἶχεν οὗτος, ὅταν ἡ ἀπόστασις αὐτοῦ ἀπὸ ἕνα παρατηρητὴν ἦτο ἴση πρὸς *57 km*; (ΑΠ: *4 km/sec*)

⊙ 8) Κινητὸν ἔχει ταχύτητα *120 cm/sec* εἰς δεδομένην στιγμὴν καί, μετὰ *12 sec*, ἡ ταχύτης του γίνεται *45 cm/sec*. α) Ποία ἡ ἐπιβράδυνσις (θεωρουμένη σταθερά). β) Νὰ ἀποδοθῇ γραφικῶς ἡ σχέσις μεταξὺ ταχύτητος καὶ χρόνου. γ) Ἐκ τοῦ διαγράμματος νὰ εὑρεθῇ ποίαν χρονικὴν στιγμὴν τὸ κινητὸν θὰ σταματήσῃ. δ) Νὰ ἐλεγχθῇ τὸ ἀποτέλεσμα δι᾽ ὑπολογισμοῦ.
(ΑΠ: *6,25 cm/sec², 19,2 sec ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἤρχισεν ἡ ἐπιβράδυνσις*).

9) Ἐὰν αἱ τροχοπέδαι σιδηροδρόμου, κινουμένου μὲ ταχύτητα $30\ km/h$, προκαλοῦν εἰς αὐτὸν σταθερὰν ἐπιβράδυνσιν $120\ cm/sec^2$ νὰ ὑπολογισθῆ τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ οὗτος μέχρις ὅτου σταματήσῃ. (ΑΠ : $29\ m$)

10) Κινητόν, κινούμενον ὁμαλῶς ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἔχει περίοδον $5\ sec$ καὶ ταχύτητα $25\ cm/sec$. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ συχνότης, β) ἡ γωνιακὴ ταχύτης καὶ γ) ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις. (ΑΠ : $0{,}2\ c/sec$, $1{,}26\ rad/sec$, $31{,}5\ cm/sec^2$)

11) Ποία ἡ γωνιακὴ ταχύτης τῆς Γῆς κατὰ τὴν περιστροφὴν αὐτῆς περὶ τὸν ἄξονά της; (ΑΠ : $7{,}3 \cdot 10^{-5}\ rad/sec$)

12) Τροχὸς ἐκτελεῖ 50 στροφὰς ἀνὰ λεπτόν. Νὰ εὑρεθῇ ἡ γωνιακή του ταχύτης καὶ ἡ ταχύτης τῶν σημείων τῆς περιφερείας του, ἂν ἡ διάμετρός του εἶναι $80\ cm$. (ΑΠ : $5{,}24\ rad/sec$, $210\ cm \cdot sec^{-1}$)

Κατηγορία Β'.

1) Ἀεροπλάνον, κινούμενον μὲ σταθερὰν ταχύτητα 180 ναυτικὰ μίλια$/h$, διανύει τὴν ἀπόστασιν Ἀθηνῶν—Ρώμης ἐντὸς 3 ὡρῶν καὶ $15\ min$. Ποία ἡ διανυθεῖσα ἀπόστασις εἰς km; (ΑΠ : $1084\ km$)

2) Αὐτοκίνητον κινεῖται μὲ ταχύτητα $60\ km/h$. Ἐὰν ὁ ὁδηγὸς ἐφαρμόσῃ τὰς τροχοπέδας (φρενάρῃ) ἡ ταχύτης του ἐλαττοῦται εἰς τὰ $15\ km/h$ ἐντὸς $4\ sec$. Ποία ἡ ἐπιβράδυνσις εἰς μονάδας *C.G.S.* (θεωρουμένη σταθερά, καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τῶν $4\ sec$); (ΑΠ : $312{,}5\ cm/sec^2$)

3) Ὁ χρόνος ἀντιδράσεως ὁδηγοῦ αὐτοκινήτου εἶναι $0{,}7\ sec$. (*Χρόνος ἀντιδράσεως* εἶναι ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος παρέρχεται μεταξὺ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἀντιλαμβάνεται ὁ ὁδηγὸς τὸν κίνδυνον καὶ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἐφαρμόζει τὰς τροχοπέδας). Ἐὰν ἡ ἐπιβράδυνσις εἶναι $5\ m/sec^2$ νὰ ὑπολογισθῇ τὸ συνολικῶς διανυόμενον διάστημα ὑπὸ τοῦ αὐτοκινήτου ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ὁ ὁδηγὸς ἀντελήφθη τὸν κίνδυνον μέχρις ὅτου σταματήσῃ α) ὅταν ἡ ταχύτης τοῦ αὐτοκινήτου εἶναι $40\ km/h$ καὶ β) ὅταν εἶναι $80\ km/h$. (ΑΠ : $14\ m$, $40{,}2\ m$)

4) Σιδηρόδρομος, ἐκκινῶν ἐκ τῆς ἠρεμίας, κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν $100\ cm/sec^2$ ἐπὶ χρόνον $10\ sec$. Ἀκολούθως κινεῖται ὁμαλῶς ἐπὶ $30\ sec$ μὲ τὴν ἀποκτηθεῖσαν ταχύτητα καί, τέλος, μὲ σταθερὰν ἐπιβράδυνσιν $2\ m/sec^2$ μέχρις ὅτου σταματήσῃ. Νὰ εὑρεθῇ α) τὸ ὁλικὸν διάστημα τὸ ὁποῖον διέτρεξεν ὁ σιδηρόδρομος καὶ β) νὰ παρασταθῇ γραφικῶς ἡ σχέσις μεταξὺ ταχύτητος καὶ χρόνου.

(ΑΠ : $375\ m$)

⊙ 5) Δύο κινητὰ A, B, κινούμενα μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα $60\ km/h$, ἀπέχουν μεταξύ των κατὰ $150\ m$. Τὸ κινητὸν A, ἀποκτὸν σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν, καταφθάνει τὸ B μετὰ $20\ sec$. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ κινητοῦ A, β) ἡ ταχύτης του μετὰ τὰ $20\ sec$ καὶ γ) τὸ διάστημα τὸ ὁποῖον διήνυσε τοῦτο ἐντὸς τῶν $20\ sec$.

(ΑΠ: $0{,}75\ m/sec^2$, $31{,}7\ m/sec$, $484\ m$)

6) Κινητόν, ἐκκινοῦν ἐκ τῆς ἠρεμίας, κινεῖται ἐπὶ $9\ sec$ μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν $10\ cm/sec^2$. Ἀκολούθως, κατὰ τὰ ἑπόμενα $30\ sec$, κινεῖται ἰσοταχῶς μὲ τὴν ταχύτητα τὴν ὁποίαν ἤδη ἀπέκτησε καί, τέλος, κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιβράδυνσιν $30\ cm/sec^2$ μέχρις ὅτου σταματήσῃ. Νὰ ὑπολογισθῇ α) τὸ ὁλικὸν διάστημα τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ κινητόν, β) ὁ ἀπαιτηθεὶς πρὸς τοῦτο χρόνος. γ) Νὰ παρασταθῇ γραφικῶς 1) ἡ σχέσις μεταξὺ ἐπιταχύνσεως καὶ χρόνου, 2) ἡ σχέσις μεταξὺ ταχύτητος καὶ χρόνου. (ΑΠ : $32{,}4\ m$, $42\ sec$)

7) Ποία ἡ γωνιακὴ ταχύτης τοῦ μεγάλου ὡροδείκτου ἑνὸς ὡρολογίου καὶ ποία ἡ τοῦ δείκτου τῶν λεπτῶν; (ΑΠ : $1{,}7 \cdot 10^{-3}\ rad/sec$, $10{,}4 \cdot 10^{-2}\ rad/sec$)

8) Ποία ἡ ταχύτης τῶν ἐξωτάτων σημείων δίσκου γραμμοφώνου, διαμέτρου $20\ cm$, στρεφομένου μὲ 78 (33) στροφὰς ἀνὰ λεπτόν;

(ΑΠ : $81{,}6\ cm \cdot sec^{-1}$, $34{,}5\ cm \cdot sec^{-1}$)

9) Πλοῖον ταξειδεύει μὲ ταχύτητα *1,8 m/sec* καθέτως πρὸς τὸ ρεῦμα ποταμοῦ, πλάτους *54 m*, μέχρι τῆς ἀντίπεραν ὄχθης, παρασύρεται, ὅμως, κατὰ διάστημα *15 m* ἀπὸ τῆς ἀρχικῆς του διευθύνσεως. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ποταμοῦ α) γραφικῶς, β) δι' ὑπολογισμοῦ. (ΑΠ : *0,5 m/sec*)

10) Πλοῖον, κινούμενον μὲ σχετικὴν ταχύτητα *6 m/sec* ὡς πρὸς τὸ ὕδωρ ποταμοῦ, ρέοντος μὲ ταχύτητα *300 cm/sec*, πρόκειται νὰ τὸν διασχίσῃ καθέτως. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ διεύθυνσις τῆς πορείας του; (Τὸ πρόβλημα νὰ λυθῇ γραφικῶς). (ΑΠ : $\varphi = 30^0$)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ΄

ΔΥΝΑΜΙΚΗ

§ 37. Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς. Ὅπως εἴδομεν εἰς τὰ προηγούμενα, ἡ Κινηματικὴ ἐξετάζει τὰς ταχύτητας καὶ ἐπιταχύνσεις, ἀνεξαρτήτως τῶν προκαλουσῶν αὐτὰς δυνάμεων, ἐνῷ ἡ Στατικὴ ἐξετάζει μόνον τὰς δυνάμεις, ἀδιαφοροῦσα διὰ τὰ ἀποτελέσματα, τὰ ὁποῖα αὗται προκαλοῦν. Ἡ ***Δυναμική***, τέλος, ἐξετάζει τὴν σχέσιν μεταξὺ τοῦ *αἰτίου* — τῆς δυνάμεως — καὶ τοῦ *ἀποτελέσματος* — τῆς ἐπιταχύνσεως.

Ἂς μελετήσωμεν τὴν κίνησιν φορτηγοῦ αὐτοκινήτου, τὸ ὁποῖον ἐκκινεῖ α) ἄνευ φορτίου καὶ β) μετὰ πλήρους φορτίου. Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν τὸ αὐτοκίνητον θὰ ἀποκτήσῃ, εἰς σχετικῶς μικρὸν χρόνον, μεγάλην ταχύτητα (θὰ κινῆται, δηλ., μὲ μεγάλην ἐπιτάχυνσιν), ἐνῷ εἰς τὴν δευτέραν θὰ ἀπαιτηθῇ πρὸς τοῦτο μεγάλος χρόνος (ἡ ἐπιτάχυνσις, δηλ., θὰ εἶναι μικρά), ἂν καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἡ κίνησις δίδεται ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ κινητῆρος.

Ἄλλο παράδειγμα: Ἂν ὠθήσωμεν μετὰ τῆς αὐτῆς δυνάμεως καὶ ἐπὶ τὸν αὐτὸν χρόνον, δύο ἀκινητούσας λέμβους πολὺ διαφόρων διαστάσεων θὰ παρατηρήσωμεν, ὅτι ἡ μικροτέρα ἐξ αὐτῶν ἀποκτᾷ πολὺ μεγαλυτέραν ταχύτητα ἀπὸ τὴν ἄλλην - δηλ. ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς πρώτης εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἐπιταχύνσεως τῆς δευτέρας.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πειραμάτων, καθὼς καὶ ἄλλων ὁμοίων, συνάγεται ὅτι, ἡ αὐτὴ δύναμις, ἐξασκουμένη ἐπὶ διαφόρων σωμάτων, προσδίδει εἰς αὐτὰ διαφόρους ἐπιταχύνσεις. Ἀφ' ἑτέρου, εὑρίσκομεν ὅτι, ἐὰν διπλασιάσωμεν τὴν δύναμιν τὴν ἐξασκουμένην ἐπί τινος σώματος, ἡ ἐπιτάχυνσις γίνεται διπλασία (*). Τοῦτο διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

Ἡ ἐπιτάχυνσις ἑνὸς σώματος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία τὴν προκαλεῖ.

(*) Ἤ, ἄλλως, τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τῆς ἐπιταχύνσεως εἶναι σταθερόν. Ἤτοι

$$\frac{F}{\gamma} = \frac{2F}{2\gamma} = \cdots = \sigma\tau\alpha\theta.$$

Ὅλα τ' ἀνωτέρω διετυπώθησαν ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος (Newton-Νιοῦτον) (*) διὰ τῆς ἐξισώσεως

$F = m \cdot \gamma$	*Θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς*	(1)

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην τὸ m εἶναι μία σταθερά, ἡ ὁποία καλεῖται ***μᾶζα*** τοῦ σώματος. Ἡ μᾶζα, λοιπόν, δύναται νὰ ὁρισθῇ, κατὰ τὸν τύπον (1), ὡς τὸ σταθερὸν πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τῆς ἀντιστοίχου ἐπιταχύνσεως.

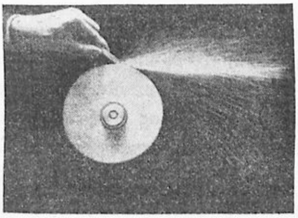
Ἡ ἐξίσωσις (1) συνδέει τὸ αἴτιον (δύναμις) μὲ τὸ ἀποτέλεσμα (ἐπιτάχυνσις) καὶ ἀποτελεῖ τὸν ***θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς***. Ὁ νόμος οὗτος καλεῖται θεμελιώδης, διότι, ὡς καὶ κατωτέρω θὰ ἴδωμεν, ἀποτελεῖ τὸν μόνον νόμον τῆς Μηχανικῆς ἐκ τοῦ ὁποίου ἐξάγονται ὅλοι οἱ ἄλλοι νόμοι αὐτῆς.

§ 38. Ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας. Ἐάν, εἰς τὴν ἐξίσωσιν

$$F = m \cdot \gamma,$$

θέσωμεν $F=0$ θὰ λάβωμεν $m \cdot \gamma = 0$. Ἐπειδὴ ἡ μᾶζα δὲν εἶναι μηδέν, πρέπει ἡ ἐπιτάχυνσις νὰ εἶναι μηδέν, ἄρα ἡ ταχύτης θὰ διατηρῆται σταθερά.

Παραδείγματα: 1) Πλοῖον, τοῦ ὁποίου ἔπαυσε νὰ περιστρέφεται ἡ ἕλιξ (δηλ. ἔπαυσε νὰ ἐξασκῆται ἐπ' αὐτοῦ ἡ προωθοῦσα δύναμις), ἐξακολουθεῖ κινούμενον μὲ σταθερὰν ταχύτητα. (Ἡ παρατηρουμένη μικρὰ ἐπιβράδυνσις τῆς πορείας του ὀφείλεται εἰς τὴν *ἀντίστασιν*, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ τὸ ὕδωρ. Ἂν δὲν ὑπῆρχεν ἡ ἀντίστασις αὕτη τὸ πλοῖον θὰ ἐκινεῖτο ἐπ' ἄπειρον εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς).



Σχ. 52. *Οἱ σπινθῆρες κινοῦνται κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης εἰς τὸ σημεῖον ἐκτινάξεως.*

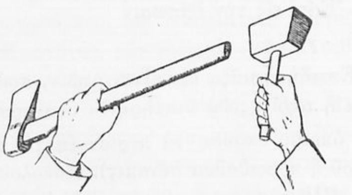
2) Οἱ σπινθῆρες, οἱ ὁποῖοι ἐκπέμπονται ὑπὸ τοῦ σμυριδοτροχοῦ *(σχ. 52)* ἀποτελοῦνται ἀπὸ διάπυρα τεμαχίδια σιδήρου. Ταῦτα παρασύρονται, κατ' ἀρχάς, ὑπὸ τοῦ τροχοῦ, ὅταν, ὅμως, τυχὸν ἐκτιναχθοῦν (ὁπότε, πλέον, δὲν ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτῶν δύναμις), κινοῦνται εὐθυγράμμως καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητος, τὴν ὁποίαν εἶχον εἰς τὸ σημεῖον ἐκτινάξεως. Ἡ διεύθυνσις αὕτη συμπίπτει, ὡς γνωστόν, μὲ τὴν ἐφαπτομένην τῆς τροχιᾶς εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο.

(*) *Ἰσαὰκ Newton (Νεύτων)* (1642—1727). Διάσημος Ἄγγλος ἀστρονόμος, μαθηματικός, φυσικὸς καὶ φιλόσοφος. Διετέλεσε καθηγητὴς τῶν μαθηματικῶν ἐν Cambridge. Θεμελιωτὴς τῆς οὐρανίου Μηχανικῆς καὶ τῆς Μηχανικῆς ἐν γένει. Διετύπωσε τὸν νόμον τῆς παγκοσμίου ἕλξεως πρὸς ἐξήγησιν τῆς κινήσεως τῶν πλανητῶν, ἠσχολήθη δὲ ἰδιαιτέρως μὲ τὴν Ὀπτικὴν (ἐφεῦρε τὸ κατοπτρικὸν τηλεσκόπιον τὸ φέρον τὸ ὄνομά του, ἐξετέλεσε πειράματα ἀναλύσεως καὶ συνθέσεως τοῦ φωτὸς κ.λ.).

Ἀδράνεια. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς σταθερᾶς ταχύτητος περιλαμβάνεται καὶ ἡ περίπτωσις τῆς ***ἠρεμίας,*** ἡ περίπτωσις, δηλ., εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ταχύτης τοῦ κινητοῦ εἶναι, διαρκῶς, ἴση πρὸς μηδέν: Οὕτω, σῶμα ἠρεμοῦν *($v=0$)* ἐπὶ τοῦ ὁποίου οὐδεμία δύναμις ἐπιδρᾷ, ἐξακολουθεῖ νὰ διατηρῇ τὴν ταχύτητά του ἴσην πρὸς μηδὲν - ἐξακολουθεῖ, δηλ., νὰ ἠρεμῇ. Ἡ ἰδιότης τῶν σωμάτων νὰ διατηροῦν σταθερὰν τὴν ταχύτητά των, ἤ, ἄλλως, ν' ἀντιδροῦν εἰς κάθε μεταβολὴν τῆς ταχύτητός των, καλεῖται ***ἀδράνεια.***

Τὰ ἄνω συμπεράσματα δὲν εἶναι τίποτε ἄλλο, παρὰ τὸ ὑπὸ τοῦ Νεύτωνος διατυπωθὲν ***ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας:*** *«Ἕκαστον σῶμα ἐμμένει εἰς τὴν κατάστασιν ἠρεμίας ἢ εὐθυγράμμου καὶ ἰσοταχοῦς κινήσεως, ἐφ' ὅσον δὲν ἀναγκάζεται, ἀπὸ ἐξωτερικὰς δυνάμεις, εἰς μεταβολὴν τῆς καταστάσεως».*

Τὰ ἀποτελέσματα τῆς ἀδρανείας ἐμφανίζονται συχνότατα εἰς τὸν καθημερινὸν βίον: 1) Διὰ νὰ ἐνσφηνωθῇ καλῶς ὁ σιδηροῦς πέλεκυς εἰς τὴν λαβήν του κτυπῶμεν τὸ ἄλλο ἄκρον μὲ σφύραν *(σχ. 53)*, ὁπότε ὁ μὲν βαρὺς πέλεκυς, λόγῳ τῆς ἀδρανείας, ἐλάχιστα ἐπιταχύνεται, ἐνῷ ἡ ἐλαφρὰ λαβὴ ἐπιταχύνεται πολύ, εἰσέρχεται βαθέως ἐντὸς τῆς ὀπῆς καὶ στερεοῦται καλῶς.



Σχ. 53.

2) Διὰ νὰ ἐκδιώξωμεν τὰς σταγόνας τοῦ ὕδατος ἀπὸ τὰς βρεγμένας χεῖρας μας τὰς τινάσσομεν ἀ π ο τ ό μ ω ς. Κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν δίδομεν εἰς τὴν χεῖρά μας βαθμηδὸν ταχύτητα καί, ἀκολούθως, τὴν σταματῶμεν ἀποτόμως. Λόγῳ τῆς ἀδρανείας αἱ σταγόνες ἐξακολουθοῦν τὴν κίνησίν των καὶ ἀπομακρύνονται τῆς χειρός μας.

3) Δι' ὁμοίας κινήσεως «καταβιβάζομεν» τὸν ὑδράργυρον τῶν ἰατρικῶν θερμομέτρων, ὅταν πρόκειται νὰ τὰ χρησιμοποιήσωμεν.

4) Ἄνθρωπος, εὑρισκόμενος ἐπὶ ὀχήματος, τὸ ὁποῖον, δι' ἀποτόμου πεδήσεως (φρεναρίσματος), ἀνακόπτει τὴν ταχύτητά του, φέρεται πρὸς τὰ ἐμπρός, διότι, λόγῳ τῆς ἀδρανείας, τείνει νὰ διατηρήσῃ τὴν προτέραν του ταχύτητα, ἐνῷ τὸ ὄχημα, ἐν τῷ μεταξύ, ἠλάττωσε τὴν ταχύτητά του. Ἀντιθέτως, κατὰ τὴν ἀπότομον ἐκκίνησιν, τὸ σῶμά του φέρεται πρὸς τὰ ὀπίσω.

★ Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν $F=m \cdot \gamma$ προκύπτει ὅτι, διὰ νὰ δώσωμεν εἰς ἕνα σῶμα μεγάλην ἐπιτάχυνσιν, πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μεγάλην δύναμιν. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν, χαρακτηριστικῶς, διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἀπὸ τοῦ ἄκρου νήματος ἐξαρτῶμεν σῶμα μεγάλης μάζης (π.χ. μεγάλον λίθον). Τὸν λίθον αὐτὸν δυνάμεθα νὰ ὑψώσωμεν βραδέως καί, βαθμιαίως, νὰ τοῦ δώσωμεν μεγάλην ταχύτητα. Ἐάν, ὅμως, δοκιμάσωμεν νὰ τὸν ἐπιταχύνωμεν ἀποτόμως, ἕλκοντες αὐτὸν βιαίως, τὸ νῆμα κόπτεται. Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν δίδομεν τὴν ταχύτητα εἰς τὸν λίθον ἐντὸς μεγάλου χρόνου - ἡ ἐπιτάχυνσις, δηλ., εἶναι μικρά, ὁπότε καὶ ἡ ἀντίστοιχος δύναμις εἶναι μικρὰ καὶ τὸ νῆμα ἀντέχει. Εἰς τὴν δευτέραν, ὅμως, περίπτωσιν ἀπαιτοῦμεν νὰ προσδώσωμεν εἰς τὸν λίθον τὴν ταχύτητά του εἰς μικρὸν χρόνον - δηλ. θέλομεν νὰ προκαλέσωμεν μεγάλην ἐπιτάχυνσιν. Διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν αὐτὸ πρέπει — κατὰ τὴν ἐξίσωσιν $F = m \cdot \gamma$ — νὰ ἐξασκήσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μεγάλην δύναμιν, ἡ ὁποία, ὅμως, ὑπερβαίνει τὸ ὅριον ἀντοχῆς τοῦ νήματος, τὸ ὁποῖον, ὡς ἐκ τούτου, κόπτεται.

§ 39. Μονάδες μάζης καὶ δυνάμεως. 1) *Σύστημα C.G.S.* Μονὰς μ ά ζ η ς εἰς τὸ σύστημα τοῦτο εἶναι τὸ ***γραμμάριον μάζης (1 gr)*** τοῦ ὁποίου ὁ ὁρισμὸς ἐδόθη εἰς τὴν *§ 5,B.*

Ἡ μονὰς δ υ ν ά μ ε ω ς εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς ἐκ τῶν μονάδων *cm*, *gr*, *sec*. Ἡ οὕτω ὁριζομένη μονὰς καλεῖται ***δύνη (1 dyn)*** καὶ ἰσοῦται πρὸς τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἐπιδρῶσα ἐπὶ σώματος, μάζης *1 gr*, δίδει εἰς τοῦτο ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς $1\, cm \cdot sec^{-2}$. Ἤτοι εἶναι

$$1\ dyn = 1\ gr \cdot cm \cdot sec^{-2}\,.$$

2) *Τεχνικὸν σύστημα.* Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο μονὰς δ υ ν ά μ ε ω ς εἶναι τὸ ***χιλιόγραμμον βάρους (1 kgr*)***, τὸ ὁποῖον ἰσοῦται μὲ τὸ βάρος τοῦ «*προτύπου χιλιογράμμου*» (δηλ. τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν τοῦτο ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς - βλ. *σχ. 3)*.

Σημείωσις: Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἐὰν εἰς τὸ πείραμα τοῦ σχήματος *3* ἀντικαταστήσωμεν τὸ «πρότυπον χιλιόγραμμον» δι' ἄλλου σώματος, μάζης, π.χ., *1,5 kgr*, τὸ βάρος αὐτοῦ θὰ εἶναι ἴσον πρὸς *1,5 kgr**. Κατὰ ταῦτα *ἡ μᾶζα ἑνὸς σώματος, μετρουμένη εἰς kgr, καὶ τὸ βάρος του, μετρούμενον εἰς kgr*, ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀριθμητικὴν τιμήν.*

Ἡ μονὰς μ ά ζ η ς εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα εὑρίσκεται δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου ἐκ τῶν μονάδων *m*, *kgr**, *sec*, δεδομένου ὅτι εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ μᾶζα εἶναι παράγωγον μέγεθος. Ἡ οὕτως ὁριζομένη μονὰς μάζης ἰσοῦται πρὸς τὴν μᾶζαν ἐκείνην ἡ ὁποία, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δυνάμεως *1 kgr**, λαμβάνει ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς $1\, m \cdot sec^{-2}$, καλεῖται δὲ ***τεχνικὴ μονὰς μάζης (1 T.M.)***. Εἶναι, ἑπομένως,

$$1\ T.M. = 1\ kgr^{*} \cdot m^{-1} \cdot sec^{2}\,.$$

Σχέσις μεταξὺ τῶν ἀντιστοίχων μονάδων. Τὴν σχέσιν μεταξὺ τῶν μ ο ν ά δ ω ν δ υ ν ά μ ε ω ς εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς: Συμφώνως πρὸς τὸν ὁρισμὸν τῆς μονάδος *1 kgr**, σῶμα, μάζης *1 kgr*, ἕλκεται ὑπὸ τῆς Γῆς μὲ δύναμιν ἴσην πρὸς *1 kgr**. Ἐπειδή, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης, τὸ σῶμα πίπτει, ὡς γνωστόν, μὲ ἐπιτάχυνσιν ἴσην πρὸς $981\, cm \cdot sec^{-2}$, προκύπτει, δι' ἐφαρμογῆς τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς, ἡ σχέσις

$$1\ kgr^{*} = 1000\ gr \cdot 981\ cm \cdot sec^{-2}$$

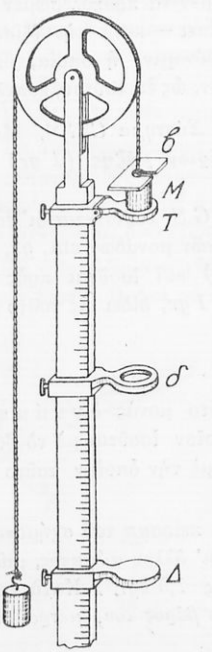
ἢ

$$1\ kgr^{*} = 981000\ gr \cdot cm \cdot sec^{-2} = 981000\ dyn.$$

Ἐκ τούτου λαμβάνομεν καὶ τὴν σχέσιν

$$\boxed{1\ gr^{*} = 981\ dyn}$$

§ 40. Πειραματική ἀπόδειξις τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς διὰ τῆς μηχανῆς τοῦ Atwood ("Ατγουντ) *(σχ. 54)*. Διὰ τῆς αὔλακος ἐλαφρᾶς καὶ εὐκινήτου τροχαλίας διέρχεται λεπτὸν νῆμα φέρον εἰς τὰ ἄκρα του δύο ἴσα κυλινδρικὰ βάρη, ἑκάστου τῶν ὁποίων ἡ μᾶζα ἔστω *M*. Κάτωθεν τῆς τροχαλίας ὑπάρχει κατακόρυφος ὑποδιῃρημένος κανών, εἰς τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ ὁποίου στερεοῦται μικρὰ ἀρθρωτὴ τράπεζα *T* χρησιμεύουσα διὰ νὰ ὑποστηρίζῃ τὸν ἕνα τῶν κυλίνδρων. Ὁ δακτύλιος *δ* καὶ ὁ δίσκος *Δ* στερεοῦνται, ὁμοίως, ἐπὶ τοῦ κανόνος καὶ δύνανται νὰ τοποθετοῦνται εἰς διαφόρους θέσεις. Ἐπειδὴ οἱ δύο κύλινδροι ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος, δύνανται νὰ ἰσορροποῦν εἰς οἱανδήποτε θέσιν. Εἰς τὸν ἕνα τῶν κυλίνδρων προσθέτομεν μικρὸν βάρος *β* — τὸν *ἱππέα* — τὸ ὁποῖον θέτει εἰς κίνησιν τὸ σύστημα. Κατὰ τὴν πτῶσιν ὁ κύλινδρος διέρχεται ἐλευθέρως διὰ τοῦ δακτυλίου *δ*, ἐνῶ τὸ πρόσθετον βάρος συγκρατεῖται ὑπ' αὐτοῦ. Τὸν χρόνον μετροῦμεν διὰ μετρονόμου, τὸν ὁποῖον ρυθμίζομεν οὕτως ὥστε ὁ χρόνος μεταξὺ δύο κτυπημάτων ν' ἀντιστοιχῇ, π.χ., εἰς 1 δευτερόλεπτον.



Σχ. 54. Μηχανὴ τοῦ Atwood.

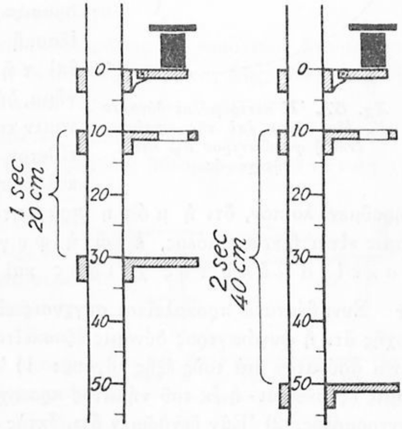
Πείραμα 1ον. «Σταθερὰ δύναμις προκαλεῖ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν». Θέτομεν ἐπὶ τῆς τραπέζης *T* τὸν ἕνα κύλινδρον φορτισμένον μὲ τὸν ἱππέα καὶ ἀφαιροῦμεν τὸν δακτύλιον *δ*. Ἀπομακρύνομεν, τώρα, τὴν τράπεζαν *T*, ὁπότε τὸ σύστημα ἀρχίζει νὰ κινῆται. Ἀκολούθως ἀναζητοῦμεν τοιαύτην θέσιν τοῦ δίσκου *Δ*, ὥστε ὁ κύλινδρος νὰ φθάσῃ εἰς αὐτὸν ἐντὸς ἑνὸς δευτερολέπτου, δηλ., ἐντὸς τοῦ χρόνου δύο κτυπημάτων τοῦ μετρονόμου. Ἔστω ὅτι ἡ ἀπόστασις τραπέζης - δίσκου εὑρέθη ἴση πρὸς *10 cm*. Ἐπαναλαμβάνομεν τὸ αὐτὸ πείραμα διὰ διπλάσιον χρόνον καὶ ἀνευρίσκομεν ὅτι, τώρα, ἡ ἀπόστασις τραπέζης - δίσκου εἶναι ἴση πρὸς *40 cm*, δηλ. τετραπλασία τῆς προηγουμένης. Διὰ τριπλάσιον χρόνον εὑρίσκομεν ἀπόστασιν *90 cm* κ.ο.κ. Ἐκ τῶν ἄνω πειραμάτων συμπεραίνομεν ὅτι, τὰ διαστήματα τὰ διανυόμενα ὑπὸ τοῦ συστήματος, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν σταθερᾶς δυνάμεως — δηλ. ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους *β* — εἶναι ἀνάλογα πρὸς τὰ τετράγωνα τῶν χρόνων. Ἐπειδὴ τοῦτο ἰσχύει μόνον εἰς τὴν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν, ἕπεται ὅτι ἡ ἐξεταζομένη κίνησις θὰ εἶναι μία τοιαύτη κίνησις - κίνησις, δηλαδή, μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν. Ἀπεδείξαμεν, λοιπόν, ὅτι ἡ σταθερὰ δύναμις *β* προκαλεῖ κίνησιν μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν.

Ἡ ἐπιτάχυνσις γ τῆς κινήσεως ὑπολογίζεται ὡς ἑξῆς: Αἱ ἐπιταχυνόμεναι μᾶζαι εἶναι ἀφ' ἑνὸς μὲν αἱ μᾶζαι M, M τῶν δύο κυλίνδρων, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἡ μᾶζα m τοῦ ἱππέως, ἤτοι συνολικῶς $2M+m$, ὁπότε ἔχομεν:

$$\gamma = \frac{\text{δύναμις}}{\text{μᾶζα}} = \frac{\beta}{2M+m}.$$

Πείραμα 2ον. Ἐπαλήθευσις τοῦ ἀξιώματος τῆς ἀδρανείας. Τοποθετοῦμεν τὸν δακτύλιον δ εἰς τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν φθάνει ὁ κύλινδρος μετὰ *1 sec* (εἰς τὴν περίπτωσίν μας εἰς *10 cm* ἀπὸ τῆς τραπέζης *T* - *σχ. 55*). Ὁ ἱππεὺς συγκρατεῖται ὑπὸ τοῦ δακτυλίου καί, οὕτω, τὸ σύστημα ἐξακολουθεῖ κινούμενον χωρὶς ἐπιτάχυνσιν (ἀφοῦ, πλέον, ἐπ' αὐτοῦ οὐδεμία πρόσθετος δύναμις ἐξασκεῖται), ἡ κίνησις, ἄρα, θὰ εἶναι ἰσοταχής. Ὄντως, παρατηροῦμεν ὅτι, ἐντὸς *1 sec* διανύεται ἀπόστασις ἴση μὲ *20 cm*, ἐντὸς *2 sec* ἡ ἀπόστασις εἶναι ἴση πρὸς *40 cm* κ.ο.κ. Ἡ κίνησις εἶναι, λοιπόν, ἰσοταχής, διότι εὑρέθη ὅτι τὰ διανυόμενα διαστήματα εἶναι ἀνάλογα τῶν χρόνων, ἰσχύει, δηλ., ἡ σχέσις

$$s = v \cdot t.$$

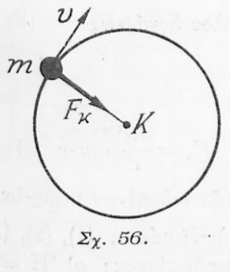


Σχ. 55. *Πείραμα διὰ τὴν ἐπαλήθευσιν τοῦ ἀξιώματος τῆς ἀδρανείας.*

Ἐκ τῶν διαστημάτων καὶ τῶν ἀντιστοίχων χρόνων ὑπολογίζεται ἡ ταχύτης εἰς *20 cm/sec*.

§ 41. Κεντρομόλος δύναμις. Ἀπὸ τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς προκύπτει ὅτι, ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν ἑνὸς κινητοῦ καὶ τὴν μᾶζαν αὐτοῦ, δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν τὴν προκαλοῦσαν τὴν ἐπιτάχυνσιν. Οὕτω, εἰς τὴν *§ 35*, ἐγνωρίσαμεν ὅτι εἰς τὴν ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν ὑπάρχει κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις γ_κ ἴση πρὸς

$$\gamma_\kappa = \frac{v^2}{r}.$$



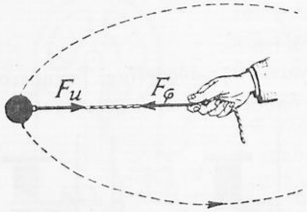
Σχ. 56.

Ἑπομένως διὰ νὰ ἐκτελῇ ἕνα κινητὸν τοιαύτην κίνησιν πρέπει νὰ ἐξασκῆται διαρκῶς ἐπ' αὐτοῦ μία δύναμις ἴση πρὸς

$$F = m \cdot \gamma = m \cdot \frac{v^2}{r}.$$

Ἡ δύναμις αὕτη, ἐπειδὴ ἔχει φορὰν πρὸς τὸ κέντρον K τοῦ κύκλου (*σχ. 56*) καλεῖται ***κεντρομόλος δύναμις*** F_κ.

Τοιαύτην ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν ἐκτελεῖ σφαῖρα προσδεδεμένη διὰ νήματος καὶ περιστρεφομένη διὰ τῆς χειρὸς μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα *(σχ. 57)*: Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκεῖται, συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, ἡ κεντρομόλος δύναμις F_κ. Τὴν δύναμιν ταύτην ἐξασκεῖ τὸ νῆμα ἐπὶ τῆς σφαίρας. Κατὰ τὸ ἀξίωμα, ὅμως, «δρᾶσις = ἀντίδρασις», πρέπει καὶ ἡ σφαῖρα νὰ ἐξασκῇ ἐπὶ τοῦ νήματος καί, συνεπῶς, ἐπὶ τῆς χειρὸς τοῦ κρατοῦντος τὸ νῆμα, δύναμιν ἴσην καὶ ἀντίθετον. Τὴν δύναμιν ταύτην F_φ, ὡς ἔχουσαν φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς κεντρομόλου, καλοῦμεν ***φυγόκεντρον δύναμιν.*** Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι ἡ μόνη πραγματικῶς δρῶσα ἐπὶ τῆς σφαίρας δύναμις εἶναι ἡ κεντρομόλος, ἐνῶ ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς χειρὸς καὶ ὄχι ἐπὶ τῆς σφαίρας.



Σχ. 57. *Ἡ κεντρομόλος δύναμις F_κ ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας, ἐνῶ ἡ φυγόκεντρος F_φ ἐπὶ τῆς χειρός.*

★ Συνηθέστατα προκαλεῖται σύγχυσις εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ἐκ τῆς παραδοχῆς ὅτι ἡ φυγόκεντρος δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας. Τοῦτο, ὅμως, εἶναι ἀδύνατον διὰ τοὺς ἑξῆς λόγους: 1) Ἐπὶ τῆς σφαίρας μόνον μία δύναμις ἐξασκεῖται - ἡ ἐκ τοῦ νήματος προερχομένη· αὕτη εἶναι, ἀκριβῶς, ἡ κεντρομόλος. 2) Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι, ἐκτὸς τῆς κεντρομόλου, ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ δευτέρα δύναμις (ἄγνωστον πόθεν προερχομένη), ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν πρώτην — ἡ φυγόκεντρος — τότε πρέπει ἡ σφαῖρα, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῶν δύο ἴσων καὶ ἀντιθέτων αὐτῶν δυνάμεων, νὰ κινῆται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς καὶ ὄχι νὰ ἐκτελῇ κυκλικὴν κίνησιν.

★ ***Ἄλλαι μορφαὶ τῆς ἐξισώσεως τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.*** Ἐπειδὴ ἔχομεν καὶ τὰς σχέσεις

$$v = \omega \cdot r, \quad \omega = 2\pi\nu, \quad \nu = \frac{1}{T}$$

δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως

$$F_\kappa = m \cdot \frac{v^2}{r} \qquad (1)$$

καὶ ὑπὸ τὰς μορφάς:

$$F_\kappa = \omega^2 \cdot m \cdot r \quad (2) \qquad F_\kappa = 4\pi^2\nu^2 \cdot m \cdot r \quad (3) \qquad F_\kappa = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot m \cdot r \quad (4)$$

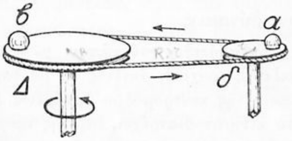
τὰς ὁποίας χρησιμοποιοῦμεν, ἑκάστοτε, ἀναλόγως τῶν διδομένων στοιχείων.

★ ***Νόμοι τῆς κεντρομόλου δυνάμεως.*** Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1), (2), (3) καὶ (4) προκύπτουν οἱ ἑξῆς νόμοι τῆς κεντρομόλου δυνάμεως: α) Ἡ κεντρομόλος δύναμις, εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις, εἶναι ἀνάλογος τῆς μάζης.

β) Ἀπὸ τὸν τύπον (1) προκύπτει ὅτι, ἐὰν ἡ μᾶζα καὶ ἡ ἀκτὶς διατηροῦνται σταθεραί, μεταβάλλεται δὲ ἡ ταχύτης, τότε ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν, ποιοτικῶς, διὰ τῆς σφενδόνης: Ὅταν περιστρέφωμεν τὴν σφενδόνην ἡ μᾶζα καὶ ἡ ἀκτὶς διατηροῦνται σταθεραί. Ἐὰν διπλασιάσωμεν τὴν ταχύτητα αὐτῆς αἰσθανόμεθα ἐπὶ τῆς χειρός μας σημαντικωτάτην αὔξησιν τῆς ὑπὸ τοῦ νήματος ἐξασκουμένης δυνάμεως. (Εἰς τὴν πραγματικότητα ἡ δύναμις τετραπλασιάζεται).

Τὸ πείραμα τοῦτο ἀποτελεῖ ταυτοχρόνως καὶ ποιοτικὴν ἐπαλήθευσιν τῶν τύπων (2) καὶ (3), διότι, ὅταν διπλασιάζεται ἡ ταχύτης, ὑπὸ σταθερὰ m καὶ r, διπλασιάζεται καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης καὶ ἡ συχνότης.

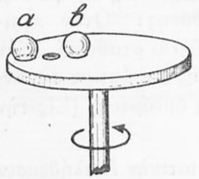
γ) Ἀπὸ τὸν τύπον (1) προκύπτει, ὁμοίως, ὅτι, ὅταν ἡ μᾶζα καὶ ἡ ταχύτης διατηροῦνται σταθεραί, ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος. Τοῦτο δεικνύομεν ὡς ἑξῆς: Λαμβάνομεν δύο ὁριζοντίους δίσκους Δ, δ *(σχ. 58)*, διαφόρων διαμέτρων, οἱ ὁποῖοι εἶναι στρεπτοὶ περὶ κατακόρυφον ἄξονα καὶ συνδέονται μεταξύ των δι' ἱμάντος. Ἕνεκα τούτου ὅταν περιστρέφωμεν τὸν δίσκον Δ, περιστρέφεται καὶ ὁ μικρὸς δίσκος δ καὶ τὰ περιφερειακὰ σημεῖα τῶν δύο δίσκων ἔχουν τὴν αὐτὴν ταχύτητα v, δηλ., τὴν ταχύτητα τοῦ ἱμάντος. Ἄν, τώρα, τοποθετήσωμεν ἐντὸς ἐνσκαφῶν, παρὰ τὴν περιφέρειαν τῶν δίσκων, δύο σφαίρας α, β, τῆς αὐτῆς μάζης καὶ ἀρχίσωμεν νὰ περιστρέφωμεν τὸν δίσκον Δ μὲ διαρκῶς αὐξανομένην ταχύτητα, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι πρώτη ἐκτινάσσεται ἡ ἐπὶ τοῦ μικροῦ δίσκου σφαῖρα α καί, ἐν συνεχείᾳ, εἰς μεγαλυτέραν ἀκόμη ταχύτητα, ἡ σφαῖρα β. Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Ἑκάστη σφαῖρα διαγράφει κυκλικὴν τροχιὰν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν κεντρομόλου δυνάμεως, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτῆς ἡ ἐνσκαφὴ καί, συγκεκριμένως, τὸ πρὸς τὴν περιφέρειαν τοῦ δίσκου τοίχωμα αὐτῆς. Συνεπῶς ἡ σφαῖρα θὰ ἐκτιναχθῇ ὅταν ἡ κεντρομόλος δύναμις, ἡ ἀπαιτουμένη νὰ διατηρῇ τὴν σφαίραν ἐπὶ τῆς κυκλικῆς της τροχιᾶς, γίνῃ μεγαλυτέρα τῆς δυνάμεως τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ἐξασκήσῃ ἐπ' αὐτῆς ἡ ἐνσκαφή. Τὸ ἄνω πείραμα, λοιπόν, δεικνύει ὄντως ὅτι, ἐκ τῶν δύο σφαιρῶν, μεγαλυτέραν κεντρομόλον δύναμιν ὑφίσταται ἐκείνη, ἡ ὁποία διατρέχει τροχιὰν μικροτέρας ἀκτῖνος, δηλ. ἡ σφαῖρα α.



Σχ. 58. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τῶν δίσκων αἱ δύο σφαῖραι ἔχουν τὴν αὐτὴν ταχύτητα.

Τὸ αὐτὸ φαινόμενον παρατηροῦμεν καὶ εἰς τὴν καθημερινὴν ζωήν, ὅταν αὐτοκίνητον, κινούμενον μὲ σταθερὰν ταχύτητα, εἰσέρχεται εἰς ἀπότομον καμπὴν τοῦ δρόμου. Ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ἀκτὶς καμπυλότητος, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἀναγκαία, διὰ τὴν στροφήν, κεντρομόλος δύναμις.

δ) Ἀπὸ τὸν τύπον (2) προκύπτει ὅτι, ὅταν ἡ μᾶζα καὶ ἡ γωνιακὴ ταχύτης διατηροῦνται σταθεραί, ἡ κεντρομόλος δύναμις εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος(*). Τοῦτο δεικνύομεν ὡς ἑξῆς: Ἀφαιροῦμεν τὸν ἱμάντα τῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν ἐχρησιμοποιήσαμεν εἰς τὸ προηγούμενον πείραμα καὶ ἐπὶ τοῦ μεγάλου δίσκου θέτομεν, ἐντὸς ἐνσκαφῶν, τὰς δύο σφαίρας α, β, εἰς διαφόρους ἀποστάσεις ἀπὸ τοῦ ἄξονος (σχ. 59). Ἐάν, τώρα, ἀρχίσωμεν νὰ περιστρέφωμεν τὸν δίσκον μὲ διαρκῶς αὐξανομένην γωνιακὴν ταχύτητα, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι πρώτη ἐκτινάσσεται ἡ σφαῖρα α καί, εἰς μεγαλυτέραν ἀκόμη ταχύτητα, ἡ σφαῖρα β. Εἰς τὸ πείραμα τοῦτο αἱ δύο σφαῖραι ἔχουν τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα, ἑπομένως ἐκείνη, ἡ ὁποία εὑρίσκεται εἰς μεγαλυτέραν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ἄξονος (δηλ. ἡ σφαῖρα α), θὰ ὑφίσταται μεγαλυτέραν κεντρομόλον δύναμιν.

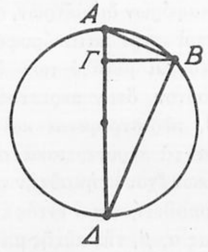


Σχ. 59. Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ δίσκου αἱ δύο σφαῖραι ἔχουν τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα.

Ἀπόδειξις τοῦ τύπου $\gamma_\kappa = v^2/r$. Θεωρήσωμεν κινητὸν κινούμενον ὁμαλῶς ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἀκτῖνος r, μὲ ταχύτητα v, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς κεντρομόλου δυνάμεως F_κ. Ἐντὸς τοῦ χρόνου t τὸ κινητὸν διατρέχει, ἐπὶ τῆς τροχιᾶς του, τόξον AB (σχ. 60) ἴσον πρὸς

$$AB = v \cdot t \tag{1}$$

Ἐὰν ὁ χρόνος t ληφθῇ πολὺ μικρός, τὸ τόξον AB θὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν χορδήν. Τὸ διανυθὲν διάστημα AB θεωροῦμεν ὡς προερχόμενον ἐκ δύο κινήσεων, μιᾶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης εἰς τὸ σημεῖον A καὶ μιᾶς κατὰ τὴν διάμετρον $A\Delta$. Ἡ πρώτη κίνησις εἶναι ὁμαλὴ εὐθύγραμμος, διότι οὐδεμία δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ κινητοῦ κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτην, ἐνῶ ἡ δευτέρα εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, λόγῳ τῆς ἐξασκουμένης κεντρομόλου δυνάμεως F_κ. Ζητοῦμεν, ἀκριβῶς, τὴν ἐπιτάχυνσιν γ_κ τὴν προκαλουμένην ὑπὸ τῆς δυνάμεως ταύτης: Ἐφαρμόζοντες τὸν γνωστὸν τύπον $s = 1/2\, \gamma t^2$ διὰ τὸ διάστημα $A\Gamma$ ἔχομεν



Σχ. 60.

$$A\Gamma = \frac{1}{2}\gamma_\kappa \cdot t^2 \tag{2}$$

Ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου $AB\Delta$ λαμβάνομεν (κατὰ τὰ γνωστὰ ἐκ τῆς Τριγωνομετρίας)

$$(AB)^2 = A\Gamma \cdot A\Delta \tag{3}$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (3) τὰ AB καὶ $A\Gamma$ διὰ τῶν ἴσων των, τὰ ὁποῖα

(*) Ἐνταῦθα ἡ κεντρομόλος δύναμις φέρεται ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος, ἐνῶ εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν ἐφέρετο ἀντιστρόφως ἀνάλογος αὐτῆς. Τοῦτο, ἐκ πρώτης ὄψεως, παρουσιάζεται ὡς ἀντίφασις, ἡ ὁποία, ὅμως, εἰς τὴν πραγματικότητα δὲν ὑπάρχει, διότι ὁ μὲν τύπος (1) παρέχει τὴν σχέσιν μεταξὺ κεντρομόλου δυνάμεως καὶ ἀκτῖνος ὅταν ἡ ταχύτης v διατηρῆται σταθερά, ἐνῶ οἱ τύποι (2), (3) καὶ (4) παρέχουν τὴν αὐτὴν σχέσιν ὅταν ἡ γωνιακὴ ταχύτης εἶναι σταθερὰ (ὁπότε καὶ ἡ συχνότης καὶ ἡ περίοδος εἶναι σταθεραί).

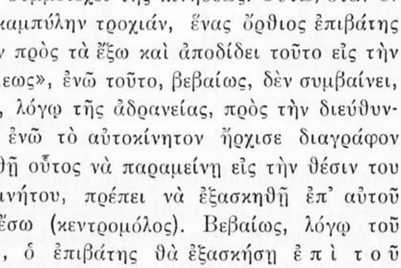
λαμβάνομεν ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) καὶ ἔχοντες ὑπ' ὄψιν ὅτι $A\Delta = 2r$ λαμβάνομεν

$$\gamma_\kappa = \frac{v^2}{r}.$$

§ 42. Ἐφαρμογαὶ τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Εἰς τὰ προηγούμενα εἴδομεν ὅτι, διὰ νὰ δύναται ἕνα κινητὸν νὰ ἐκτελῇ ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν πρέπει νὰ ἐξασκῆται ἐπ' αὐτοῦ διαρκῶς μία δύναμις μὲ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τῆς τροχιᾶς — ἡ κεντρομόλος — καί, συνεπῶς, ὅλα τὰ ἀντίστοιχα προβλήματα πρέπει νὰ λύωνται διὰ χρησιμοποιήσεως τῆς ἐννοίας τῆς κεντρομόλου δυνάμεως. Ἐν τούτοις, εἶναι δυνατὸν νὰ περιγραφοῦν τ' αὐτὰ φαινόμενα καὶ κατ' ἄλλον τρόπον, καὶ τοῦτο διότι, συχνάκις, ὁ παρατηρητής, ὁ περιγράφων τὸ φαινόμενον, συμμετέχει τῆς κινήσεως. Οὕτω, ὅταν ἓν αὐτοκίνητον ἀρχίζῃ νὰ διαγράφῃ καμπύλην τροχιάν, ἕνας ὄρθιος ἐπιβάτης αἰσθάνεται τὸ σῶμά του φερόμενον πρὸς τὰ ἔξω καὶ ἀποδίδει τοῦτο εἰς τὴν ὕπαρξιν μιᾶς «φυγοκέντρου δυνάμεως», ἐνῷ τοῦτο, βεβαίως, δὲν συμβαίνει, ἀλλ', ἁπλῶς, τὸ σῶμά του φέρεται, λόγῳ τῆς ἀδρανείας, πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης τῆς τροχιᾶς, ἐνῷ τὸ αὐτοκίνητον ἤρχισε διαγράφον καμπύλην τροχιάν. Διὰ νὰ δυνηθῇ οὗτος νὰ παραμείνῃ εἰς τὴν θέσιν του καὶ νὰ μὴ ἐκτιναχθῇ ἐκ τοῦ αὐτοκινήτου, πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ ἐπ' αὐτοῦ μία δύναμις μὲ φορὰν πρὸς τὰ ἔσω (κεντρομόλος). Βεβαίως, λόγῳ τοῦ ἀξιώματος «δρᾶσις = ἀντίδρασις», ὁ ἐπιβάτης θὰ ἐξασκήσῃ ἐπὶ τοῦ αὐτοκινήτου μίαν ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν, ἡ ὁποία εἶναι, ἀκριβῶς, ἡ φυγόκεντρος.

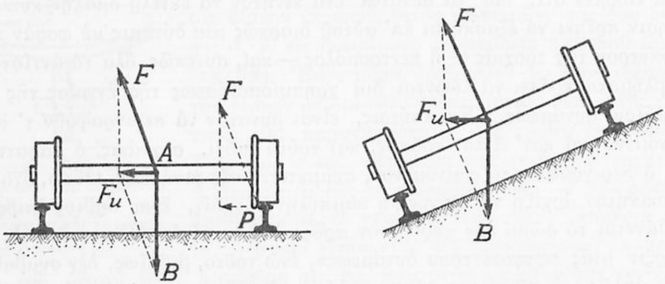
Εἰς τὰ κατωτέρω θὰ περιγράψωμεν μερικὰ ἐκ τῶν συνηθεστέρων προβλημάτων τῆς κεντρομόλου δυνάμεως καὶ τὸν τρόπον τῆς ἐπιλύσεως αὐτῶν.

1) Ὅταν ποδηλάτης κινῆται ἐπὶ καμπύλης τροχιᾶς, εἶναι ὑποχρεωμένος, διὰ νὰ μὴ πέσῃ, νὰ κλίνῃ πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς τροχιᾶς *(σχ. 61, II)*. Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Ἐπὶ τοῦ ποδηλάτου *(I)* ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις: τὸ βάρος του B καὶ ἡ δύναμις F, ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ ἐδάφους. Διὰ νὰ δύναται οὗτος νὰ διαγράψῃ καμπύλην τροχιὰν πρέπει ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ὁριζοντία, νὰ ἔχῃ φορὰν πρὸς κέντρον καὶ νὰ εἶναι ἴση πρὸς $m \cdot v^2/r$. Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἐὰν ὁ ποδηλάτης δὲν κλίνῃ πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν *(I)*, εἶναι ἀδύνατον ἡ συνισταμένη τῶν δυνάμεων F καὶ B νὰ εἶναι ὁριζοντία. Ἐάν, ὅμως, κλίνῃ *(II)*, δημιουργεῖται μία τοιαύτη ὁριζοντία συνισταμένη Σ. Ὁ ποδηλάτης, ἀσυναισθήτως, ἐκλέγει κατάλληλον κλίσιν, οὕτως, ὥστε ἡ συνισταμένη νὰ εἶναι ἴση πρὸς $m \cdot v^2/r$.



Σχ. 61.

★ 2) Αἱ σιδηροτροχιαὶ τῶν σιδηροδρόμων τοποθετοῦνται, εἰς τὰς καμπάς, κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε, ἡ ἐξωτερικὴ νὰ εὑρίσκεται ὑψηλότερον τῆς ἐσωτερικῆς (*σχ. 62*, δεξιά). Διὰ τὴν μελέτην τῶν αἰτίων, τὰ ὁποῖα καθιστοῦν ἀναγκαίαν τὴν ὑπερύψωσιν, ἐξετάζομεν πρῶτον τὴν περίπτωσιν κατὰ



Σχ. 62.

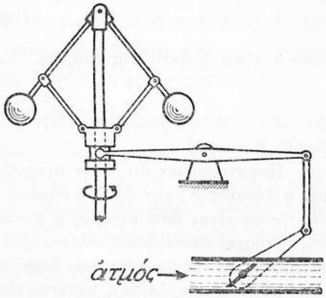
τὴν ὁποίαν καὶ αἱ δύο τροχιαὶ εὑρίσκονται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος: Ἐπὶ τοῦ ὀχήματος (*σχ. 62*, ἀριστερὰ) ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις: α) τὸ βάρος του B καὶ β) ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἡ σιδηροτροχιὰ καὶ ἡ ὁποία, πρὸς τὸ παρόν, μᾶς εἶναι ἄγνωστος. Ἡ δύναμις αὐτη F πρέπει νὰ ἔχῃ τοιαύτην διεύθυνσιν καὶ μέτρον, ὥστε ἡ συνισταμένη F_κ τῶν δύο δυνάμεων B καὶ F νὰ εἶναι ὁριζοντία, νὰ ἔχῃ φορὰν πρὸς τὸ κέντρον τῆς καμπῆς καὶ νὰ εἶναι ἴση πρὸς $m \cdot v^2/r$ - πρέπει, δηλ., νὰ εἶναι κεντρομόλος.

Ἐφ' ὅσον, τώρα, γνωρίζομεν τὴν μίαν πλευρὰν (B) καὶ τὴν διαγώνιον (F_κ) τοῦ παραλληλογράμμου, δυνάμεθα νὰ σχεδιάσωμεν τὴν ζητουμένην δύναμιν F (*σχ. 62, ἀριστερά*). Παρατηροῦμεν ὅτι, ἡ ὑπὸ τῶν σιδηροτροχιῶν ἐπὶ τοῦ ὀχήματος ἐξασκουμένη δύναμις F δὲν εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν σιδηροτροχιῶν καί, ὡς ἐκ τούτου, ἔχει ὁριζοντίαν συνιστῶσαν P, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ ἐξωτερικὴ σιδηροτροχιὰ ἐπὶ τῆς στεφάνης τοῦ τροχοῦ μὲ κίνδυνον ἐκτροχιασμοῦ. (Ἡ ἀνάλυσις τῆς δυνάμεως F δεικνύεται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σχεδίου δεξιά). Διὰ νὰ ἐκλείψῃ, ἑπομένως, ἡ τοιαύτη συνιστῶσα, πρέπει ἡ δύναμις F νὰ εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸ ἐπίπεδον τῶν τροχιῶν. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται, ἀκριβῶς, διὰ τῆς ὑπερυψώσεως (*).

3) ***Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.*** Ἡ ρύθμισις τῆς τροφοδοτήσεως διαφόρων μηχανῶν (ἀτμομηχανῶν, μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως κ.λ.) γίνεται, συνήθως, αὐτομάτως διὰ τοῦ ***ρυθμιστοῦ τοῦ Watt (Βάτ).*** Οὗτος ἀποτελεῖται ἐκ δύο ὁμοίων μεταλλικῶν σφαιρῶν στερεωμένων εἰς τὰ ἄκρα δύο ράβδων (*σχ. 63*). Τὰ

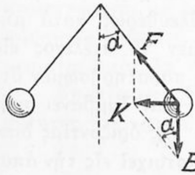
(*) Εἰς τὸ σχῆμα 62 αἱ δυνάμεις ἐσχεδιάσθησαν ὡς ἐὰν ἐφηρμόζοντο εἰς τὸ σημεῖον A τοῦ ἄξονος. Εἰς τὴν πραγματικότητα τὸ σημεῖον τοῦτο κεῖται πολὺ ὑψηλότερον, ὁπότε, ἐκτὸς τοῦ ἐκτροχιασμοῦ, παρουσιάζεται καὶ κίνδυνος ἀνατροπῆς. Καὶ οἱ δύο κίνδυνοι ἐλαττοῦνται διὰ τῆς ὑπερυψώσεως.

ἄλλα ἄκρα τῶν ράβδων εἶναι ἀρθρωτῶς συνδεδεμένα μὲ κατακόρυφον ἄξονα, ὁ ὁποῖος τίθεται εἰς περιστροφὴν ὑπὸ τῆς μηχανῆς. Κατὰ τὴν περιστροφὴν αἱ δύο σφαῖραι ἀπομακρύνονται τοῦ ἄξονος τόσον περισσότερον ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ γωνιακὴ ταχύτης. Κατὰ τὴν κίνησίν των αὐτὴν παρασύρουν ἕνα δακτύλιον, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος. Ἡ κίνησις αὕτη τοῦ δακτυλίου, μεταδιδομένη εἰς καταλλήλους μοχλούς, ρυθμίζει τὴν εἰσαγωγὴν τοῦ ἀτμοῦ ἢ τοῦ καυσίμου οὕτως ὥστε, ἡ μηχανὴ νὰ περιστρέφεται μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα.



Σχ. 63. *Ρυθμιστὴς τοῦ Watt.*

Εἰς ἑκάστην γωνιακὴν ταχύτητα ἀντιστοιχεῖ ὡρισμένη τιμὴ τῆς γωνίας α *(σχ. 64)* καί, μάλιστα, αὐξανομένης τῆς γωνιακῆς ταχύτητος, αὐξάνεται καὶ ἡ γωνία α. Ἡ γωνία αὕτη ὑπολογίζεται ὡς ἑξῆς : Ἐπὶ ἑκάστης σφαίρας ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις : τὸ βάρος της B καὶ ἡ δύναμις F ἐκ τῆς ράβδου, ἡ ὁποία ἔχει τὴν διεύθυνσιν τοῦ ἄξονος αὐτῆς. Ἡ συνισταμένη K τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων πρέπει νὰ εἶναι ὁριζοντία καὶ νὰ ἔχῃ μέτρον ἴσον πρὸς $K = mv^2/r = m\cdot\omega^2\cdot r = m\omega^2\cdot l\ \eta\mu\ \alpha$ (ἔνθα l εἶναι τὸ μῆκος τῆς ράβδου). Ἐκ τοῦ σχήματος ἔχομεν



Σχ. 64.

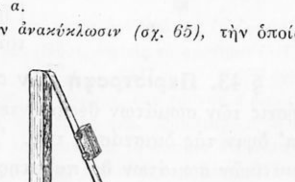
$$\varepsilon\varphi\ \alpha = \frac{K}{B} = \frac{m\omega^2\cdot l\ \eta\mu\ \alpha}{m\cdot g}$$

ἢ

$$\sigma\upsilon\nu\ \alpha = \frac{g}{\omega^2\cdot l}.$$

Ὅπως παρατηροῦμεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης, αὐξανομένης τῆς γωνιακῆς ταχύτητος ἐλαττοῦται τὸ *συν α*, συνεπῶς, αὐξάνεται ἡ γωνία α.

4) Ὡς τέταρτον παράδειγμα ἀναφέρομεν τὴν *ἀνακύκλωσιν (σχ. 65)*, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ἐκτελέσῃ ἕνα κινητὸν χωρὶς νὰ πέσῃ, ὅταν εὑρεθῇ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του. Εἰς τὸ σχῆμα *65* παρίσταται ἁμάξιον, τὸ ὁποῖον, ἀφιέμενον ἀπὸ κατάλληλον ὕψος, ἀποκτᾷ ἀρκετὴν ταχύτητα ὥστε νὰ δυνηθῇ νὰ διαγράψῃ τὴν κατακόρυφον κυκλικὴν τροχιὰν χωρὶς νὰ πέσῃ. Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἐὰν ἡ ταχύτης εἶναι μικρά, τοῦτο δὲν εἶναι δυνατόν. Εἰς τὰ κατωτέρω θὰ ὑπολογίσωμεν, ἀκριβῶς, τὴν ἐλαχίστην ταχύτητα $v_{\varepsilon\lambda}$, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἔχῃ τὸ ἁμάξιον ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀ ν ώ τ α τ ο ν σημεῖον τῆς τροχιᾶς του : Ἐπὶ τοῦ ἁμαξίου ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις - τὸ βάρος του B καὶ ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ τροχιά. Αἱ δύο αὗται δυνάμεις εἶναι κατακόρυφοι καὶ ἔχουν φορὰν πρὸς τὰ κάτω. Διὰ νὰ δύναται τὸ ἁμάξιον νὰ διαγράφῃ τὸ ἀνώτατον κυκλικὸν



Σχ. 65.

τμῆμα τῆς τροχιᾶς του μὲ ταχύτητα v πρέπει ἡ συνισταμένη $(B+F)$ τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων νὰ εἶναι κεντρομόλος καὶ ἴση πρὸς

$$B+F=m\cdot\frac{v^2}{r}$$

ἔνθα r εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς. Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης προκύπτει

$$F=\frac{m\cdot v^2}{r}-B=m\cdot\left(\frac{v^2}{r}-g\right)$$

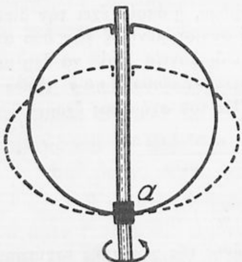
(ἀφοῦ $B=m\cdot g$).

Παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ ταχύτης v, τόσον μικροτέρα εἶναι καὶ ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ τροχιά, ἐὰν δὲ ἡ ταχύτης γίνῃ τοιαύτη ὥστε τὸ v^2/r νὰ εἶναι ἴσον πρὸς g, ἡ δύναμις F γίνεται ἴση πρὸς μηδέν. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἡ τροχιὰ δὲν ἐξασκεῖ, πλέον, ἐπὶ τοῦ ἁμαξίου δύναμιν - τὸ ἁμάξιον, δηλ., παύει νὰ ἐφάπτεται τῆς τροχιᾶς καί, ἐπομένως, πίπτει.

Ἡ ἐλαχίστη, λοιπόν, ταχύτης εἶναι ἴση πρὸς

$$v_{\varepsilon\lambda}=\sqrt{r\cdot g}\,.$$

5) ***Πλάτυνσις τῆς Γῆς.*** Ἐὰν στερεώσωμεν ἐπὶ στελέχους κυκλικὸν χαλύβδινον ἔλασμα *(σχ. 66)* κατὰ τρόπον ὥστε εἰς τὸ σημεῖον $α$ νὰ εἶναι στερεῶς συνδεδεμένον μὲ τὸ στέλεχος, ἐνῶ τὸ ἄλλο νὰ δύναται νὰ ὀλισθαίνῃ ἐλευθέρως κατὰ μῆκος τοῦ ἄξονος καὶ θέσωμεν τὸ στέλεχος εἰς ταχεῖαν περιστροφήν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ἔλασμα παραμορφοῦται καὶ λαμβάνει σχῆμα ἐλλείψεως. Ἡ αὔξησις τῆς ὁριζοντίας διαμέτρου τοῦ ἐλάσματος ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν ἀπομάκρυνσιν τῶν σφαιρῶν τοῦ ρυθμιστοῦ τοῦ Watt ἀπὸ τοῦ ἄξονος περιστροφῆς. Τὸ πείραμα τοῦτο ἐξηγεῖ τὸν λόγον διὰ τὸν ὁποῖον ἡ Γῆ, λόγῳ τῆς περιστροφῆς της, ἐπλατύνθη εἰς τοὺς πόλους καὶ ἐξογκώθη εἰς τὸν ἰσημερινόν.



Σχ. 66.

§ 43. Περιστροφὴ τῶν σωμάτων. Μέχρι τοῦδε ἐξητάσαμεν τὰς κινήσεις τῶν σωμάτων θεωροῦντες αὐτὰ ὡς ὑλικὰ σημεῖα, δηλ., δὲν ἐλάβομεν ὑπ' ὄψιν τὰς διαστάσεις των. Ἐάν, ὅμως, μελετήσωμεν τὴν κίνησιν πραγματικῶν σωμάτων θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ταῦτα, πλὴν τῆς κινήσεως, τὴν ὁποίαν ἐκτελοῦν ὡς σύνολον, δύνανται καὶ νὰ περιστρέφωνται. Οὕτω, ἐὰν σφαῖρα ποδοσφαίρου κτυπηθῇ καταλλήλως, δύναται νὰ ἐκτελέσῃ *σύνθετον* κίνησιν, δηλ., ἐνῶ αὕτη μετατίθεται εἰς τὸν χῶρον, ταυτοχρόνως καὶ περιστρέφεται.

Εἰς ἄλλας περιπτώσεις τὰ σώματα ἐκτελοῦν καθαρῶς περιστροφικὴν κίνησιν, χωρὶς νὰ μετατίθενται ὡς σύνολον. Τοιαύτην κίνησιν ἐκτελεῖ, π.χ., τροχὸς περιστρεφόμενος περὶ σταθερὸν ἄξονα.

Ὅπως διὰ τὴν μεταφορικὴν κίνησιν τῶν σωμάτων ἰσχύει ὁ θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς, ὁ ὁποῖος λέγει ὅτι, διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ ταχύτης ἑνὸς σώματος πρέπει νὰ ἐπιδράσῃ ἐπ' αὐτοῦ δύναμις, οὕτω καὶ διὰ τὴν περιστροφήν, ἰσχύει ἀνάλογος νόμος, ὁ ὁποῖος λέγει ὅτι, *διὰ νὰ μεταβληθῇ ἡ γωνιακὴ ταχύτης ἑνὸς σώματος, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ ἐπ' αὐτοῦ ροπὴ (ζεῦγος δυνάμεων)*. Οὕτω, ὁ τροχὸς τοῦ σχήματος 27 ἐνῷ ἦτο ἀκίνητος ($\omega=0$), ἤρχισε νὰ περιστρέφεται (μετεβλήθη, δηλ., ἡ γωνιακή του ταχύτης) εὐθὺς ὡς ἐξησκήθη ἐπ' αὐτοῦ ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως F.

§ 44. Τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας εἰς τὴν περιστροφήν. Εἰς τὴν *§ 38* ἐγνωρίσαμεν τὸ ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας· εἴδομεν, δηλ., ὅτι, ἐφ' ὅσον ἐπί τινος σώματος οὐδεμία δύναμις ἐξασκεῖται, τὸ σῶμα ἢ ἠρεμεῖ ἢ κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς. Διὰ νὰ μεταβληθῇ, λοιπόν, ἡ ταχύτης πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ δύναμις. Τ' ἀνάλογα, ἀκριβῶς, ἰσχύουν καὶ διὰ τὴν περιστροφὴν περὶ ἄξονα: Ἐφ' ὅσον ἐπί τινος σώματος, στρεπτοῦ περὶ ἄξονα, οὐδεμία ρ ο π ὴ ἐξασκεῖται, τοῦτο ἢ ἠρεμεῖ ἢ περιστρέφεται μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα. *Διὰ νὰ μεταβληθῇ*, λοιπόν, *ἡ γωνιακὴ ταχύτης πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ ροπή*. Οὕτω, ἐὰν ἀναστρέψωμεν ἕνα ποδήλατον καὶ τὸ στηρίξωμεν εἰς τὸ ἔδαφος, ἀκολούθως δέ, περιστρέφοντες διὰ τῆς χειρός μας τὸ πέδιλον, ἐξασκήσωμεν ἐπὶ τοῦ ὀπισθίου τροχοῦ ροπήν, οὗτος θ' ἀρχίσῃ νὰ περιστρέφεται μὲ διαρκῶς αὐξανομένην γωνιακὴν ταχύτητα. Ἄν, τώρα, παύσῃ ἐπιδρῶσα ἡ ροπή, θὰ παρατηρήσωμεν, ὅτι ὁ τροχὸς ἐξακολουθεῖ νὰ περιστρέφεται, ἐπ' ἀρκετὸν χρόνον, μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα.

Σημείωσις. Ἡ παρατηρουμένη βραδεῖα ἐλάττωσις τῆς γωνιακῆς ταχύτητος τοῦ τροχοῦ ὀφείλεται εἰς μικρὰν ροπὴν προερχομένην ἐκ τῆς *τριβῆς*.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α΄.

⊙ 1) Δύναμις $12\ kgr^*$ ἐπιδρᾷ ἐπὶ ἠρεμοῦντος σώματος ἐπὶ χρόνον $15\ sec$ καὶ τὸ μετακινεῖ κατὰ $600\ m$. Ποία ἡ μᾶζα τοῦ σώματος; (Νὰ λυθῇ εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*). (ΑΠ: $m=22072\ gr$)

2) Ἐπὶ ἠρεμούσης σφαίρας, μάζης $4{,}65\ kgr$, ἐξασκεῖται, ἐπὶ χρόνον $4\ sec$, σταθερὰ δύναμις $2\ kgr^*$ καὶ κατὰ διεύθυνσιν μιᾶς διαμέτρου της. Ζητεῖται α) ἡ ἐπιτάχυνσις τὴν ὁποίαν θὰ ἀποκτήσῃ ἡ σφαῖρα, β) τὸ διάστημα τὸ ὁποῖον θὰ διατρέξῃ καὶ γ) ἡ ταχύτης τὴν ὁποίαν θὰ ἔχῃ αὕτη εἰς τὸ τέλος τοῦ τετάρτου δευτερολέπτου. (Νὰ λυθῇ εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*). (ΑΠ: $422\ cm/sec^2$, $3376\ cm$, $1688\ cm/sec$)

⊙ 3) Σῶμα, μάζης $20\ gr$, κινούμενον ἐπὶ εὐθυγράμμου τροχιᾶς, διανύει διάστημα $25\ cm$, $100\ cm$, $225\ cm$ εἰς τὸ $1^{ον}$, $2^{ον}$ καὶ $3^{ον}$ sec ἀντιστοίχως. Δείξατε ὅτι ἐπ' αὐτοῦ ἐπιδρᾷ σταθερὰ δύναμις καὶ ὑπολογίσατε αὐτήν. (ΑΠ: $1000\ dyn$)

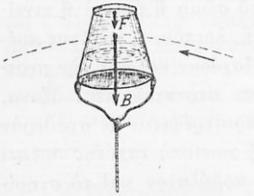
4) Σφαῖρα ὅπλου, μάζης $12\ gr$, ἐπιταχύνεται ἐντὸς τῆς κάνης, μήκους $70\ cm$ καὶ ἐξέρχεται μὲ ταχύτητα $800\ m/sec$. Ζητεῖται ἡ ἐπ' αὐτῆς ἐξασκηθεῖσα δύναμις εἰς kgr^* (θεωρουμένη σταθερά). (ΑΠ: $559\ kgr^*$)

5) Ἀπὸ τὰ ἄκρα νήματος, διερχομένου διὰ τροχαλίας, κρέμανται δύο ὅμοια δοχεῖα, ἕκαστον τῶν ὁποίων ἔχει μᾶζαν $1350\ gr$. Τὰ δύο δοχεῖα εὑρίσκονται, ἐν ἀρχῇ, εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. Ἄν, τώρα, τεθῇ ἐντὸς τοῦ ἑνὸς δοχείου μία μᾶζα

56 gr τοῦτο ἀρχίζει νὰ κατέρχεται, ἐνῶ τὸ ἄλλο ἀνέρχεται. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος θὰ ἀπαιτηθῇ ὥστε τὰ δύο δοχεῖα ν' ἀπέχουν μεταξύ των κατὰ *2 m*. (ΑΠ : *3,17 sec*)

6) Σφαῖρα, μάζης *100 gr*, εἶναι προσδεδεμένη διὰ νήματος, μήκους *0,5 m*, ἐκτελεῖ δὲ περιστροφικὴν κίνησιν μὲ κέντρον τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ νήματος καὶ μὲ σταθερὰν συχνότητα *180* στροφῶν ἀνὰ λεπτόν. Νὰ εὑρεθῇ α) ποία ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις καὶ β) ποία ἡ προκαλοῦσα ταύτην δύναμις. (ΑΠ : $17,75\cdot 10^3\ cm/sec^2$, $17,75\cdot 10^5\ dyn$)

7) Ποδηλάτης, κινούμενος ἐπὶ καμπῆς, ἀκτῖνος *15 m*, μὲ ταχύτητα *20 km/h*, κλίνει πρὸς τὸ ἐσωτερικὸν διὰ νὰ μὴ πέσῃ. Ζητεῖται ἡ γωνία κλίσεως. (ΑΠ : ~~25,5°~~)



8) Δοχεῖον, πλῆρες ὕδατος, περιστρέφεται ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἀκτῖνος $r=1\ m$, τῆς ὁποίας τὸ ἐπίπεδον εἶναι κατακόρυφον. Ζητοῦνται α) ποῖαι δυνάμεις ἐξασκοῦνται ἐπὶ τοῦ ὕδατος, β) ποῖα σώματα ἐξασκοῦν τὰς δυνάμεις αὐτάς, γ) ποία ἡ ἐλαχίστη ταχύτης, τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ ἔχῃ τὸ δοχεῖον, ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, ὥστε τὸ ὕδωρ νὰ μὴ χύνεται. (ΑΠ : *3,13 m/sec*)

Κατηγορία Β′.

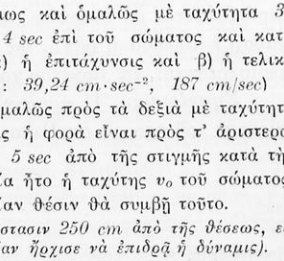
1) Σῶμα, μάζης *50 gr*, κινεῖται εὐθυγράμμως καὶ ὁμαλῶς μὲ ταχύτητα *30 cm/sec*. Μία δύναμις *2 gr** ἐξασκεῖται ἐπὶ χρόνον *4 sec* ἐπὶ τοῦ σώματος καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ταχύτητός του. Νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἐπιτάχυνσις καὶ β) ἡ τελικὴ ταχύτης τοῦ σώματος. (ΑΠ : $39,24\ cm\cdot sec^{-2}$, *187 cm/sec*)

2) Ἐπὶ σώματος, μάζης *30 gr*, κινουμένου ὁμαλῶς πρὸς τὰ δεξιὰ μὲ ταχύτητα v_o, ἐπιδρᾷ σταθερὰ δύναμις *600 dyn*, τῆς ὁποίας ἡ φορὰ εἶναι πρὸς τ' ἀριστερά. Παρατηροῦμεν ὅτι, τὸ σῶμα σταματᾷ μετὰ χρόνον *5 sec* ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἐπέδρασεν ἡ δύναμις. Νὰ εὑρεθοῦν: α) ποία ἦτο ἡ ταχύτης v_o τοῦ σώματος, β) πότε θὰ ἀλλάξῃ φορὰν ἡ ταχύτης καὶ γ) εἰς ποίαν θέσιν θὰ συμβῇ τοῦτο.
(ΑΠ : *100 cm/sec, μετὰ τὸ τέλος τοῦ 5 sec, εἰς ἀπόστασιν 250 cm ἀπὸ τῆς θέσεως, εἰς τὴν ὁποίαν ἤρχισε νὰ ἐπιδρᾷ ἡ δύναμις*).

3) Μὲ ποίαν ταχύτητα πρέπει νὰ περιστρέφεται ὁμαλῶς ἕνα κινητὸν ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἀκτῖνος *10 cm*, ὥστε ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις νὰ εἶναι ἴση πρὸς $g=981\ cm/sec^2$. (ΑΠ : *99 cm/sec*)

4) Ἡ κεντρομόλος δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ σφαίρας, μάζης *50 gr* καὶ κινουμένης ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἀκτῖνος *10 cm*, εἶναι ἴση πρὸς *1 kgr**. Ποία ἡ περίοδος; (ΑΠ : *0,142 sec*).

5) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις τῆς Σελήνης, περιστρεφομένης περὶ τὴν Γῆν, ἐὰν ἡ μᾶζα της εἶναι ἴση πρὸς $8\cdot 10^{19}$ τόννους, ἡ ἀκτὶς τῆς τροχιᾶς της *238000* μίλια καὶ ἡ περίοδος $T=28$ ἡμέραι. Μὲ ποίαν κεντρομόλον δύναμιν (εἰς τόννους) ἡ Γῆ ἕλκει τὴν Σελήνην; (ΑΠ : $0,26\ cm/sec^2$, $21,2\cdot 10^{15}\ t^*$)



6) Ἐπὶ ὁριζοντίου στελέχους δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν ἐλευθέρως δύο μεταλλικαὶ σφαῖραι, συνδεδεμέναι μεταξύ των δι' ἁλύσεως, τῶν ὁποίων ὁ λόγος τῶν μαζῶν εἶναι $m_1 : m_2 = 2 : 1$. Ποῖος πρέπει νὰ εἶναι ὁ λόγος $r_1 : r_2$ τῶν ἀκτίνων ὥστε τὸ σύστημα τῶν δύο σφαιρῶν νὰ μὴ ὀλισθήσῃ, ὅταν τεθῇ εἰς περιστροφὴν περὶ κατακόρυφον ἄξονα; (ΑΠ : *1 : 2*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ΄

ΒΑΡΥΤΗΣ

§ 45. Νόμος τοῦ Νεύτωνος. Ὅλα τὰ σώματα, ἀφιέμενα ἐλεύθερα, πίπτουν πρὸς τὴν Γῆν, ἐφ' ὅσον ἄλλη αἰτία δὲν ἀνθίσταται εἰς τὴν κίνησιν ταύτην. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὴν ἰδιότητα, τὴν ὁποίαν ἔχουν ὅλα τὰ σώματα νὰ ἕλκωνται ὑπὸ τῆς Γῆς. Τὸ αἴτιον τῆς παραγωγῆς τῶν ἑλκτικῶν αὐτῶν δυνάμεων καλεῖται ***βαρύτης.***

Τὸ φαινόμενον αὐτὸ (τῆς ἐμφανίσεως, δηλ., τῶν ἑλκτικῶν δυνάμεων) εἶναι γενικόν, παρατηρούμενον ὄχι μόνον ἐπὶ σωμάτων εὑρισκομένων πλησίον τῆς Γῆς, ἀλλὰ καὶ μεταξὺ τῶν οὐρανίων σωμάτων - ὁ Ἥλιος, π.χ., ἕλκει τὴν Γῆν. Συμφώνως πρὸς τὸ ἀξίωμα «δρᾶσις = ἀντίδρασις» καὶ ἡ Γῆ ἕλκει τὸν Ἥλιον μὲ ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν.

Ἑλκτικαὶ δυνάμεις τοιαύτης φύσεως ἐμφανίζονται μεταξὺ δύο οἱωνδήποτε σωμάτων, ὑπολογίζονται δὲ τῇ βοηθείᾳ τοῦ ***νόμου τῆς παγκοσμίου ἕλξεως*** τοῦ Νεύτωνος, ὁ ὁποῖος διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

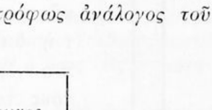
«*Ἡ δύναμις F, μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκονται δύο σώματα, εἶναι ἀνάλογος τοῦ γινομένου τῶν μαζῶν των m_1 καὶ m_2 καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀποστάσεως r αὐτῶν*». Ἤτοι εἶναι

$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	*Νόμος τοῦ Νεύτωνος*

ἔνθα k εἶναι μία σταθερά, καλουμένη ***σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως.***

§ 46. Βάρος. Εἰδικὴ περίπτωσις τῆς παγκοσμίου ἕλξεως εἶναι τὸ βάρος. ***Βάρος*** B ἑνὸς σώματος καλεῖται ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν ἡ Γῆ ἕλκει τὸ σῶμα τοῦτο.

Κατὰ τὸ ἀξίωμα «δρᾶσις = ἀντίδρασις» ἀφοῦ ἡ Γῆ ἕλκει τὸ σῶμα Σ διὰ τῆς δυνάμεως B *(σχ. 67)* πρέπει καὶ τὸ σῶμα νὰ ἕλκῃ τὴν Γῆν μὲ ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν B'. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως B τὸ σῶμα κινεῖται ἐπιταχυνόμενον πρὸς τὴν Γῆν. Ἐπιτάχυνσιν λαμβάνει, ὁμοίως, καὶ ἡ Γῆ ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως B'. Λόγῳ, ὅμως, τῆς μεγάλης μάζης αὐτῆς, ἡ ἐπιτάχυνσις αὐτὴ εἶναι, πρακτικῶς, ἴση πρὸς μηδέν.



Σχ. 67. Ἡ Γῆ ἕλκει τὸ σῶμα Σ μὲ τὴν δύναμιν Β, τὸ δὲ σῶμα ἕλκει τὴν Γῆν μὲ τὴν ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν Β′.

Τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους προσδιορίζομεν πειραματικῶς διὰ τοῦ ***νήματος τῆς στάθμης,*** τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ βαρὺ σῶμα, ἐξηρτημένον διὰ νήματος. Τὸ βάρος τοῦ σώματος τείνει τὸ νῆμα κατὰ τὴν διεύθυνσίν του, ἡ δέ, οὕτω, καθοριζομένη διεύθυνσις καλεῖται

κατακόρυφος τοῦ τόπου καὶ διευθύνεται πρὸς τὸ κέντρον τῆς Γῆς. Κάθε ἐπίπεδον, κάθετον ἐπὶ τὴν κατακόρυφον, καλεῖται ***ὁριζόντιον.*** Τοιοῦτο ὁριζόντιον ἐπίπεδον ἀποτελεῖ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἠρεμοῦντος ὑγροῦ.

Ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος. Ὅταν ἐπί τινος σώματος ἡ μόνη δρῶσα δύναμις εἶναι τὸ βάρος (περίπτωσις λίθου ἀφεθέντος ἐλευθέρου διὰ νὰ πέσῃ), τὸ σῶμα θὰ ἐκτελέσῃ, συμφώνως πρὸς τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, ἐπιταχυνομένην κίνησιν. Ἐπειδὴ τὸ βάρος ἑνὸς σώματος εἶναι, ὡς εἴδομεν, σταθερόν, ἕπεται ὅτι καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις θὰ εἶναι σταθερά, τὸ σῶμα, δηλ., κατὰ τὴν πτῶσίν του, θὰ ἐκτελῇ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν. Ἡ σταθερὰ αὕτη ἐπιτάχυνσις καλεῖται ***ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος*** καὶ συμβολίζεται διὰ τοῦ γράμματος g.

Σχ. 68. Ὅταν ἀφαιρεθῇ ὁ ἀὴρ ἡ σφαῖρα καὶ τὸ πτερὸν πίπτουν συγχρόνως.

Ἐὰν ἐφαρμόσωμεν καὶ ἐν προκειμένῳ τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς, ὁ ὁποῖος συνδέει τὴν δύναμιν (αἴτιον) μὲ τὴν ἐπιτάχυνσιν (ἀποτέλεσμα), θὰ ἔχωμεν

$$\boxed{B = m \cdot g}$$

Ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εὑρίσκεται, τόσον θεωρητικῶς ὅσον καὶ πειραματικῶς (βλ. κατωτέρω), ὅτι εἶναι ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ σώματα εἰς τὸν αὐτὸν τόπον, μεταβάλλεται δέ, ὀλίγον, μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους τοῦ τόπου. Διὰ γεωγραφικὸν πλάτος 45° εὑρέθη

$$\boxed{g_{45^0} = 9{,}81\ m/sec^2}$$

Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἐκ πρώτης ὄψεως φαίνεται ὅτι, ἄλλα σώματα πίπτουν μὲ μικροτέραν καὶ ἄλλα μὲ μεγαλυτέραν ἐπιτάχυνσιν. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὴν ἐμφάνισιν κατὰ τὴν πτῶσιν καὶ ἄλλης δυνάμεως - τῆς *ἀντιστάσεως* τοῦ ἀέρος. Ἄν, ὅμως, δὲν ὑπῆρχεν ἡ ἀντίστασις αὕτη (πτῶσις εἰς τὸ κενόν), ὅλα τὰ σώματα θὰ εἶχον τὴν αὐτὴν ἐπιτάχυνσιν. Τοῦτο ἀποδεικνύεται, πειραματικῶς, διὰ τοῦ ***σωλῆνος τοῦ Νεύτωνος*** *(σχ. 68)*. Οὗτος εἶναι ὑάλινος σωλήν, ἀπὸ τὸν ὁποῖον δυνάμεθα, δι' ἀντλίας, ν' ἀφαιρῶμεν τὸν ἀέρα. Θέτομεν ἐντὸς αὐτοῦ δύο σώματα, π.χ., ξυλίνην σφαῖραν καὶ μικρὸν πτερόν, τὰ ὁποῖα κατέρχονται εἰς τὸν πυθμένα τοῦ σωλῆνος. Ἄν, τώρα, ἀναστρέψωμεν τὸν σωλῆνα, οὕτως ὥστε τὰ δύο αὐτὰ σώματα νὰ εὑρεθοῦν εἰς τὸ ἄνω ἄκρον, παρατηροῦμεν ὅτι, πίπτει πρώτη ἡ σφαῖρα καί, πολὺ ἀργότερον, τὸ πτερόν. Ἀφαιροῦμεν, ἀκολούθως, τὸν ἀέρα ἀπὸ τὸν σωλῆνα καὶ ἐπαναλαμβάνομεν τὸ πείραμα. Θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, τώρα, καὶ τὰ δύο σώματα πίπτουν συγχρόνως.

Εἴδομεν ὅτι βάρος B ἑνὸς σώματος (μάζης m) εἶναι ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν ἕλκει τοῦτο ἡ Γῆ. Ἂν M εἶναι μᾶζα τῆς Γῆς, ὁ τύπος τῆς παγκοσμίου ἕλξεως

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \quad \text{μετατρέπεται εἰς τὸν τύπον} \quad B = k \cdot \frac{M}{R^2} \cdot m$$

ἔνθα R εἶναι ἡ ἀκτὶς τῆς Γῆς.

Τὸ πηλίκον B/m μᾶς παρέχει τὴν ἐπιτάχυνσιν, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, δηλ., ἀκριβῶς τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος g. Ὅθεν ἔχομεν

$$g = \frac{B}{m} = \frac{k \cdot M}{R^2}.$$

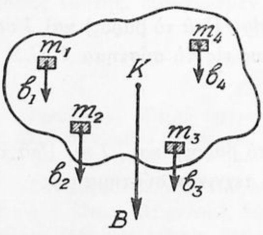
Ἐπειδὴ τὰ μεγέθη k, M, R εἶναι σταθερὰ δι' ὅλα τὰ σώματα τὰ εὑρισκόμενα εἰς τὸν αὐτὸν τόπον, ἕπεται ὅτι, καὶ τὸ g θὰ εἶναι σταθερόν, δηλ., ἀνεξάρτητον τῆς μάζης τῶν διαφόρων σωμάτων.

Μεταβολὴ τοῦ g μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους. Λόγῳ τοῦ σχήματος τῆς Γῆς, τοῦ πεπλατυσμένου περὶ τοὺς πόλους καὶ ἐξωγκωμένου εἰς τὸν ἰσημερινόν, ἡ ἀκτὶς R δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τῆς ἐπιφανείας τῆς Γῆς. Συνεπῶς εἰς τοὺς πόλους, ὅπου ἡ ἀκτὶς R εἶναι μικροτέρα, παρὰ εἰς τὸν Ἰσημερινόν, ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος g, ἡ ὁποία εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ἀκτῖνος, θὰ ἔχῃ μεγαλυτέραν τιμήν, παρὰ εἰς τὸν Ἰσημερινόν.

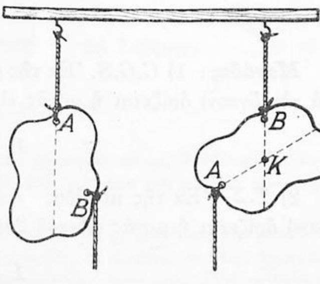
Ὁμοίως, μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους μεταβάλλεται καὶ τὸ βάρος ἑνὸς σώματος, ἀφοῦ, κατὰ τὴν ἐξίσωσιν $B = m \cdot g$, τοῦτο εἶναι, ἀνάλογον πρὸς τὸ g.

Ἡ διαφορὰ μεταξὺ τῆς τιμῆς τοῦ βάρους ἑνὸς σώματος εἰς τοὺς πόλους καὶ εἰς τὸν Ἰσημερινόν, εἶναι, περίπου, $0,5\,^0/_0$, δύναται δὲ νὰ ἐλεγχθῇ διὰ δυναμομέτρου. Ἕνεκα τῆς μεταβολῆς τοῦ βάρους μετὰ τοῦ γεωγραφικοῦ πλάτους προστίθεται, κατὰ τὸν ὁρισμὸν τῆς μονάδος δυνάμεως *1 kgr**, καὶ ὁ ὅρος «εἰς γεωγραφικὸν πλάτος 45^0» (βλ. *§ 5, Γ'*).

Ἀκριβὴς ὁρισμὸς τοῦ βάρους. Κάθε σῶμα δύναται νὰ θεωρηθῇ ὅτι ἀποτελεῖται ἀπὸ μεγάλον ἀριθμὸν ὑλικῶν σημείων. Ἡ ὁλικὴ μᾶζα τοῦ σώματος θὰ εἶναι, λοιπόν, ἴση πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν μαζῶν $m_1, m_2, m_3 \ldots$ ἑνὸς ἑκάστου ὑλικοῦ σημείου *(σχ. 69)*. Ἕκαστον ὑλικὸν σημεῖον $m_1, m_2 \ldots$ ἕλκεται ἀπὸ τὴν Γῆν μὲ μίαν δύναμιν



Σχ. 69.



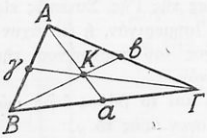
Σχ. 70.

$\beta_1, \beta_2 \ldots$, ἡ ὁποία εἶναι τὸ βάρος τοῦ ὑλικοῦ τούτου σημείου. ***Βάρος*** B τοῦ σώματος θὰ εἶναι, λοιπόν, ἡ συνισταμένη ὅλων τῶν μικρῶν αὐτῶν βαρῶν $\beta_1, \beta_2, \ldots$ Ἐπειδὴ ὅλαι αὐταὶ αἱ δυνάμεις εἶναι κατακόρυφοι, ἕπεται ὅτι, καὶ τὸ βάρος, ὡς συνισταμένη αὐτῶν, θὰ ἔχῃ καὶ αὐτὸ τὴν διεύθυνσιν τῆς κατακορύφου.

§ 47. Κέντρον βάρους. Ἐξαρτῶμεν ἕνα σῶμα διὰ νήματος ἀπό τινος σημείου *A (σχ. 70)* καὶ σημειοῦμεν ἐπ' αὐτοῦ τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος, ἡ ὁποία, ὡς γνωστόν, μᾶς δίδει τὴν διεύθυνσιν τοῦ βάρους. Ἐπαναλαμβάνομεν τὸ αὐτὸ καὶ δι' ἄλλο σημεῖον B καὶ σημειοῦμεν, ὡσαύτως, τὴν προέκτασιν τοῦ νήματος, ἡ ὁποία τέμνεται μὲ τὴν προηγουμένην εἰς ἕνα σημεῖον. Ἐάν, ἀκολούθως, ἐξαρτήσωμεν τὸ σῶμα καὶ δι' ἄλλων σημείων θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ὅλαι αἱ διευθύνσεις τοῦ βάρους διέρχονται διὰ τοῦ κοινοῦ σημείου τομῆς. Τὸ κοινὸν τοῦτο σημεῖον K, διὰ τοῦ ὁποίου διέρχεται ἡ διεύθυνσις τοῦ βάρους, ἀνεξαρτήτως τοῦ σημείου ἐξαρτήσεως, καλοῦμεν ***κέντρον βάρους*** τοῦ σώματος. Συνήθως τὸ βάρος σχεδιάζεται ὡς ἄνυσμα μὲ σημεῖον ἐφαρμογῆς τὸ κέντρον βάρους K (π.χ., *σχ. 69*).

Εὕρεσις τοῦ κέντρου βάρους. Τὸ κέντρον βάρους σωμάτων, τὰ ὁποῖα ἔχουν ἁπλοῦν γεωμετρικὸν σχῆμα (π.χ. κύβος, σφαῖρα, τρίγωνον κ.λ.) δύναται νὰ προσδιορισθῇ εὐκόλως (*).

Καὶ εἰς μὲν τὸν κύβον, τὴν σφαῖραν καὶ τὸν κύλινδρον ἡ συμμετρία δεικνύει, ἀμέσως, τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται τὸν κέντρον βάρους, ἐνῷ εἰς τὴν περίπτωσιν ἐπιπέδου τριγωνικῆς σανίδος *(σχ. 71)* ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον τομῆς τῶν τριῶν *διαμέσων* $A\alpha$, $B\beta$, $\Gamma\gamma$.



Σχ. 71. *Τὸ σημεῖον τομῆς τῶν τριῶν διαμέσων δίδει τὸ κέντρον βάρους K.*

Ὅταν τὸ σῶμα ἔχῃ ἀκανόνιστον σχῆμα, τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκομεν διὰ τῆς μεθόδου τῆς ἐξαρτήσεως ἀπὸ διαφόρων σημείων.

§ 48. Εἰδικὸν βάρος - Πυκνότης. ***Εἰδικὸν βάρος*** ε ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ βάρους B τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου V αὐτοῦ. Ἤτοι

$$\boxed{\varepsilon = \frac{B}{V}}$$

Μονάδες : 1) *C.G.S.* Ἐκ τῆς μονάδος $1\ dyn$ (διὰ τὸ βάρος) καὶ $1\ cm^3$ (διὰ τὸν ὄγκον) ὁρίζεται ἡ μονὰς εἰδικοῦ βάρους εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*

$$1\ \frac{dyn}{cm^3}.$$

2) *Τ.Σ.* Ἐκ τῆς μονάδος $1\ kgr^*$ (διὰ τὸ βάρος) καὶ $1\ m^3$ (διὰ τὸν ὄγκον) ὁρίζεται ἡ μονὰς εἰδικοῦ βάρους εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα

$$1\ \frac{kgr^*}{m^3}.$$

Συνήθης μονὰς μετρήσεως τοῦ εἰδικοῦ βάρους εἶναι καὶ τὸ

$$\frac{1\ gr^*}{cm^3}.$$

(*) Τὸ κέντρον βάρους καθορίζεται, εὐκόλως, ἐκ τῆς συμμετρίας ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι τὸ σῶμα εἶναι *ὁμογενές*, δηλ., ὅλα τὰ τμήματα αὐτοῦ ἔχουν τὰς αὐτὰς ἰδιότητας (π.χ., τὴν αὐτὴν πυκνότητα κ.λ.).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΙΔΙΚΩΝ ΒΑΡΩΝ
(εἰς gr^*/cm^3)

Λευκόχρυσος	*21,5*	Ὕδωρ	*1,00*	*Εἰς θερμοκρασίαν 20⁰ C καὶ πίεσιν 1 ἀτμοσφαίρας*	
Χρυσὸς	*19,3*	Πάγος	*0,92*		
Ὑδράργυρος	*13,6*	Πετρέλαιον	*0,9*		
Μόλυβδος	*11,3*	Οἰνόπνευμα	*0,79*		
Ἄργυρος	*10,5*	Ξύλον ἐλάτης χλωρὸν	*0,8÷1,2*	CO_2	*0,0020*
Χαλκὸς	*8,9*			Ἀὴρ	*0,0013*
Ὀρείχαλκος	*8,6*	Ξύλον ἐλάτης ξηρὸν	*0,4÷0,7*	Φωταέριον	*0,0006*
Σίδηρος	*7,8*				
Ἀργίλιον	*2,7*	Φελλὸς	*0,24*		

Πυκνότης ϱ ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς μάζης m τοῦ σώματος διὰ τοῦ ὄγκου V αὐτοῦ. Ἤτοι

$$\boxed{\varrho = \frac{m}{V}}$$

Μονάδες: *C.G.S.:* ***1 gr/cm³***.

Σχέσις εἰδικοῦ βάρους καὶ πυκνότητος. Μεταξὺ τοῦ εἰδικοῦ βάρους καὶ τῆς πυκνότητος ἰσχύει ἡ σχέσις

$$\boxed{\varepsilon = \varrho \cdot g}$$

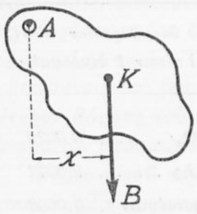
Ἀπόδειξις. Γνωρίζομεν ὅτι $B = m \cdot g$. Ἄν, ἀμφότερα τὰ μέλη τῆς ἐξισώσεως ταύτης, διαιρέσωμεν διὰ τοῦ ὄγκου V θὰ λάβωμεν

$$\varepsilon = \frac{B}{V} = \frac{m}{V} \cdot g = \varrho \cdot g.$$

Σημείωσις. Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα δὲν χρησιμοποιεῖται, συνήθως, ἡ πυκνότης, ἀλλὰ τὸ εἰδικὸν βάρος καί, ὡς ἐκ τούτου, δὲν ὁρίζομεν τὴν μονάδα πυκνότητος εἰς τὸ σύστημα τοῦτο.

Ἐὰν ἐκφράσωμεν τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς ὑλικοῦ εἰς gr^*/cm^3 καὶ τὴν πυκνότητα τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ εἰς gr/cm^3, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, αἱ ἀριθμητικαί των τιμαὶ συμπίπτουν. Οὕτω, τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι ἴσον πρὸς *13,6* gr^*/cm^3 καὶ ἡ πυκνότης αὐτοῦ ἴση πρὸς *13,6* gr/cm^3. Ἕνεκα τῆς ἰσότητος τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν προκαλεῖται, συνηθέστατα, σύγχυσις μεταξὺ εἰδικοῦ βάρους καὶ πυκνότητος, χρησιμοποιουμένου τοῦ εἰδικοῦ βάρους ἐκεῖ ὅπου πρέπει νὰ χρησιμοποιηθῇ ἡ πυκνότης καὶ ἀντιστρόφως. Τοῦτο, βεβαίως, δὲν ἐπιτρέπεται, καθόσον, ὡς προκύπτει ἐκ τῶν ὁρισμῶν των, τὰ δύο μεγέθη εἶναι διάφορα καί, κατὰ συνέπειαν, ἡ πυκνότης καὶ τὸ εἰδικὸν βάρος ἑνὸς ὑλικοῦ — εἰς τὸ αὐτὸ σύστημα ἐκφραζόμενα — θὰ διαφέρουν καὶ κατὰ τὴν ἀριθμητικὴν τιμὴν καὶ κατὰ τὴν μονάδα. Οὕτω, εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*, ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση πρὸς *1* gr/cm^3, τὸ δὲ εἰδικὸν βάρος αὐτοῦ ἴσον πρὸς *981* dyn/cm^3.

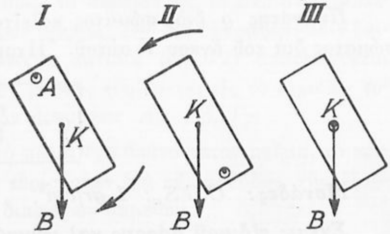
§ 49. Ἰσορροπία σωμάτων ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους των. Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ἕνα σῶμα ἐξηρτημένον ἀπὸ ὁριζόντιον ἄξονα, πρέπει ἡ κατακόρυφος, ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους, νὰ τέμνῃ τὸν ἄξονα ἐξαρτήσεως. Τοῦτο εἶναι προφανές, διότι εἰς οἱανδήποτε ἄλλην θέσιν *(σχ. 72)* τὸ βάρος B δημιουργεῖ μίαν ῥοπὴν ἴσην πρὸς $B \cdot \chi$, ἡ ὁποία στρέφει τὸ σῶμα περὶ τὸν ἄξονα.



Σχ. 72.

Διακρίνομεν τρία εἴδη ἰσορροπίας:

1) ***Εὐσταθὴς ἰσορροπία*** εἶναι ἐκείνη εἰς τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα, ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, ἐπανέρχεται, μόνον του, εἰς τὴν προτέραν του θέσιν. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται κάτω τοῦ ἄξονος περιστροφῆς *(σχ. 72 καὶ 73, I)*.

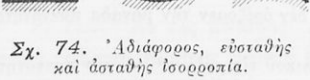


Σχ. 73.

2) ***Ἀσταθὴς ἰσορροπία*** εἶναι ἐκείνη, κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα, ἀπομακρυνόμενον ὀλίγον ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας, δὲν ἐπανέρχεται εἰς τὴν προτέραν του θέσιν. Εἰς τοιαύτην ἰσορροπίαν εὑρίσκεται τὸ σῶμα τοῦ σχήματος *73, II*. Εἰς τὴν ἀσταθῆ ἰσορροπίαν τὸ κέντρον βάρους εὑρίσκεται ἄνωθεν τοῦ ἄξονος περιστροφῆς.

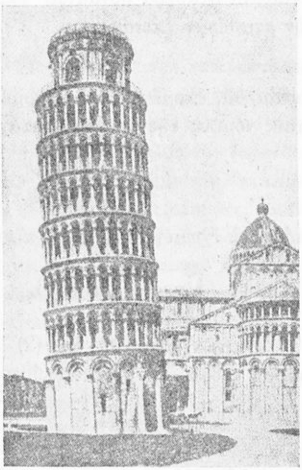
3) ***Ἀδιάφορος ἰσορροπία*** εἶναι ἐκείνη κατὰ τὴν ὁποίαν τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ εἰς οἱανδήποτε θέσιν καὶ ἂν τεθῇ. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ὁ ἄξων διέρχεται διὰ τοῦ κέντρου βάρους *(III)*.

Ἐὰν παρακολουθήσωμεν τὴν κίνησιν τοῦ κέντρου βάρους ἑνὸς σώματος, τὸ ὁποῖον, ἀφοῦ ἀπομακρύνωμεν ὀλίγον ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας, τὸ ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, εἰς τὴν εὐσταθῆ ἰσορροπίαν τὸ κέντρον βάρους ἀνέρχεται, εἰς τὴν ἀσταθῆ κατέρχεται καὶ εἰς τὴν ἀδιάφορον οὔτε ἀνέρχεται, οὔτε κατέρχεται. Βάσει τοῦ κριτηρίου αὐτοῦ εὑρίσκομεν ὅτι, ἐκ τῶν τριῶν σφαιρῶν τοῦ σχήματος 74, ἡ πρώτη εὑρίσκεται εἰς ἀδιάφορον ἰσορροπίαν, ἡ δευτέρα εἰς εὐσταθῆ καὶ ἡ τρίτη εἰς ἀσταθῆ ἰσορροπίαν.


Σχ. 74. Ἀδιάφορος, εὐσταθὴς καὶ ἀσταθὴς ἰσορροπία.

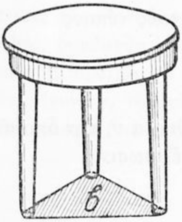
§ 50. Ἰσορροπία σώματος στηριζομένου διὰ βάσεως. Σῶμα, στηριζόμενον διὰ τῆς βάσεώς του, ἰσορροπεῖ, ὅταν ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους διέρχεται διὰ τῆς *ἐπιφανείας στηρίξεως*, δηλ., διὰ τῆς ἐπιφανείας τῆς περιοριζομένης ὑπὸ τῶν εὐθειῶν, αἱ ὁποῖαι ἑνώνουν τὰ ἄκρα σημεῖα στηρίξεως *(σχ. 75)*. Ἡ ἰσορροπία εἶναι εὐσταθής, διότι, ἐὰν ἀπομακρύνωμεν τὸ σῶμα ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας του, τὸ κέντρον βάρους ἀνέρχεται.

Εἰς ἰσορροπίαν εὑρίσκεται, παρὰ τὴν κλίσιν του, καὶ ὁ ὀνομαστὸς πύργος τῆς Πίζης *(σχ. 76)*, διότι ἡ κατακόρυφος, ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους, διέρχεται διὰ τῆς βάσεώς του.



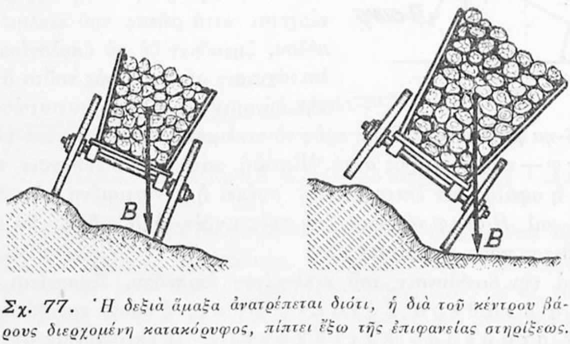
Σχ. 76. Ὁ κεκλιμένος πύργος τῆς Πίζης.

Ὁμοίως ἐκ τῶν δύο ἁμαξῶν τοῦ σχήματος 77 ἡ πρὸς τ' ἀριστερὰ εὑρίσκεται εἰς ἰσορροπίαν, ἐνῷ ἡ ἄλλη ἀνατρέπεται, ἂν καί, ἀμφότεραι, εὑρίσκωνται ὑπὸ τὴν αὐτὴν κλίσιν. Δηλ. παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ νὰ ἀνατραπῇ ἡ ἅμαξα πρέπει νὰ ἀπομακρυνθῇ τόσον ἐκ τῆς ἀρχικῆς της θέσεως ὥστε, ἡ κατακόρυφος ἡ διερχομένη διὰ τοῦ κέντρου βάρους, νὰ πέσῃ ἔξω τῆς ἐπιφανείας στηρίξεως.



Σχ. 75. Ἡ γραμμοσκιασμένη ἐπιφάνεια β εἶναι ἡ ἐπιφάνεια στηρίξεως.

Ἀπὸ τὸ σχῆμα 77, ἐξ ἄλλου, προκύπτει ὅτι τὸ κέντρον βάρους τῆς πρώ-



Σχ. 77. Ἡ δεξιὰ ἅμαξα ἀνατρέπεται διότι, ἡ διὰ τοῦ κέντρου βάρους διερχομένη κατακόρυφος, πίπτει ἔξω τῆς ἐπιφανείας στηρίξεως.

της εὑρίσκεται χαμηλότερον ἀπὸ τὸ κέντρον βάρους τῆς δευτέρας. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγεται ὅτι, ἡ ἰσορροπία ἑνὸς σώματος εἶναι τόσον εὐσταθεστέρα ὅσον χαμηλότερον κεῖται τὸ κέντρον βάρους αὐτοῦ.

§ 51. Ἐλευθέρα πτῶσις. Ὅλα τὰ σώματα, πίπτοντα ἐλευθέρως εἰς τὸ κενὸν ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους των (τὸ ὁποῖον, ὅπως εἴδομεν, εἶναι μία σταθερὰ δύναμις), ἐκτελοῦν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν μὲ τὴν σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν

$$g = 981\ cm/sec^2.$$

Δυνάμεθα, ἐπομένως, νὰ ἐφαρμόσωμεν εἰς τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν τοὺς γνωστοὺς νόμους τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως

$$s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2 \quad \text{καὶ} \quad v = \gamma \cdot t,$$

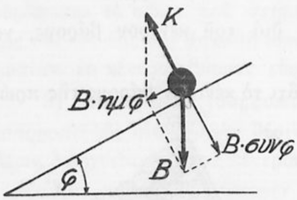
ὁπότε θὰ ἔχωμεν, διὰ σῶμα πῖπτον ἀπὸ τοῦ ὕψους h, τοὺς τύπους

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1), \qquad \text{καὶ} \qquad v = g \cdot t \quad (2).$$

Ἐκ τῶν τύπων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν διὰ τὴν ταχύτητα v, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ σῶμα ἀφιέμενον ἐλεύθερον ἀπὸ ὕψους h, τὴν ἐξίσωσιν:

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

§ 52. Κίνησις σώματος ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Θεωρήσωμεν σφαίραν εὑρισκομένην ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου τοῦ σχήματος 78. Ἐπ' αὐτῆς ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις, τὸ βάρος της B καὶ ἡ δύναμις K, ἡ προερχομένη ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος πρὸς αὐτό. Ἐὰν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν τὴν σφαίραν, αὕτη ἀρχίζει νὰ κατέρχεται κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ζητοῦμεν δὲ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν αὐτῆς. Πρὸς τοῦτο ἀναλύομεν τὴν δύναμιν B εἰς δύο συνιστώσας, μίαν



Σχ. 78.

— τὴν $B \cdot ημ\,φ$ — παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, καὶ τὴν ἄλλην — $B \cdot συν\,φ$ — κάθετον πρὸς αὐτό. Ἐπειδή, κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως K, ἡ σφαῖρα δὲν ἐπιταχύνεται, πρέπει ἡ συνισταμένη τῶν δύο δυνάμεων K καὶ $B \cdot συν\,φ$ νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν - ἡ K, δηλ., θὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν $B \cdot συν\,φ$.

Κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς σφαίρας ἡ σταθερὰ δύναμις $B \cdot ημ\,φ$, ἡ ὁποία καὶ θὰ προσδώσῃ εἰς αὐτὴν σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν. Ἡ ἐπιτάχυνσις αὕτη γ ὑπολογίζεται, ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου τῆς Μηχανικῆς, ἴση πρὸς

$$\gamma = \frac{\text{δύναμις}}{\text{μᾶζα}} = \frac{B \cdot ημ\,φ}{m} = \frac{mg \cdot ημ\,φ}{m}$$

ἢ

$$\gamma = g \cdot ημ\,φ. \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ τὸ $\eta\mu\,\varphi$ εἶναι πάντοτε μικρότερον τῆς μονάδος, ἡ ἐπιτάχυνσις γ θὰ εἶναι μ ι κ ρ ο τ έ ρ α τῆς ἐπιταχύνσεως g, τὴν ὁποίαν θὰ εἶχεν ἡ σφαῖρα ἐὰν ἔπιπτεν ἐλευθέρως.

★ ***Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῶν νόμων τῆς πτώσεως διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.*** Ἐπειδή, κατὰ τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν, τὰ σώματα πίπτουν μὲ μεγάλην ἐπιτάχυνσιν καί, ὡς ἐκ τούτου, αἱ μετρήσεις χρόνων εἶναι πολὺ δυσχερεῖς, ἐλαττώνομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν διὰ χρήσεως τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

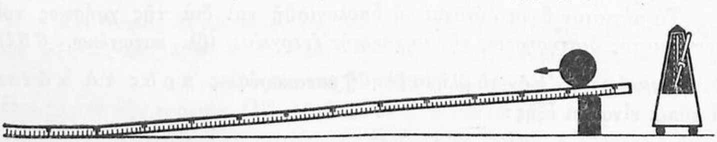
Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) προκύπτει ὅτι, διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, δυνάμεθα νὰ ἐλαττώσωμεν τὴν ἐπιτάχυνσιν, ἐκλέγοντες, ἀντιστοίχως, μικρὰς τιμὰς τῆς γωνίας φ, ὁπότε, ἐπειδὴ ἡ σφαῖρα θὰ κυλίεται, σχετικῶς, βραδέως, δυνάμεθα νὰ μετρῶμεν εὐχερῶς τοὺς διαφόρους χρόνους. Ἀφοῦ, λοιπόν, ἡ σφαῖρα θὰ κατέρχεται ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν, τὸ διάστημα s, τὸ ὁποῖον διανύει αὕτη ἐντὸς τοῦ χρόνου t, θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$s = \frac{1}{2}\gamma\cdot t^2 = \frac{1}{2}g\cdot\eta\mu\,\varphi\cdot t^2 \qquad (2)$$

ἡ δὲ ταχύτης v ὑπὸ τοῦ τύπου

$$v = \gamma\cdot t = g\cdot\eta\mu\,\varphi\cdot t. \qquad (3)$$

Ἐκ τοῦ τύπου (2) προκύπτει ὅτι, ἀφοῦ τὸ g καὶ τὸ φ εἶναι σταθερά, τὰ διαστήματα εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων. Τοῦτο ἀποδεικνύομεν διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου τοῦ σχήματος *79*: Ρυθμίζομεν τὴν κλίσιν τοῦ ἐπιπέδου εἰς τρόπον, ὥστε τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει ἡ σφαῖρα ἐντὸς ἑνὸς δευτερολέπτου (*), νὰ εἶναι ἴσον, π.χ., πρὸς *10 cm*. Ἐάν,



Σχ. 79. Ἀπόδειξις τῶν νόμων τῆς πτώσεως διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου.

ἀκολούθως, μετρήσωμεν τὰ διαστήματα, τὰ ὁποῖα θὰ διανύσῃ αὕτη ἐντὸς *2, 3, 4 sec*, θὰ εὕρωμεν, ἀντιστοίχως, *40 cm, 90 cm, 160 cm*. Παρατηροῦμεν ὅτι, ἐνῶ οἱ χρόνοι ἔχουν μεταξύ των λόγους *1 : 2 : 3 : 4*, τὰ διαστήματα ἔχουν λόγους *1 : 4 : 9 : 16*. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, τ ὰ δ ι α σ τ ή μ α τ α ε ἶ ν α ι ἀ ν ά λ ο γ α τ ῶ ν τ ε τ ρ α γ ώ ν ω ν τ ῶ ν χ ρ ό ν ω ν ἐ ν τ ὸ ς τ ῶ ν ὁ π ο ί ω ν δ ι η ν ύ θ η σ α ν.

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν τ α χ ύ τ η τ α, τὴν ὁποίαν ἔχει ἡ σφαῖρα εἰς τὸ

(*) Τοὺς χρόνους εἰς τὸ πείραμα τοῦτο μετροῦμεν διὰ τοῦ εἰκονιζομένου μετρονόμου (δεξιά).

τέλος τοῦ $4^{ου}$ δευτερολέπτου, ἀφήνομεν αὐτὴν νὰ ἐκκινήσῃ ἀπὸ σημεῖον εὑρισκόμενον, ἀκριβῶς, εἰς ἀπόστασιν *160 cm* ἀπὸ τοῦ κάτω ἄκρου τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ὁπότε ὁ χρόνος τῆς διαδρομῆς της θὰ εἶναι, κατὰ τ' ἀνωτέρω, ἴσος πρὸς *4 sec*. Ὅταν ἡ σφαῖρα φθάσῃ εἰς τὸ κάτω ἄκρον τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἀρχίζει νὰ κινῆται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ἰσοταχῶς μὲ ταχύτητα ἴσην μὲ ἐκείνην, τὴν ὁποίαν ἀπέκτησε κατὰ τὴν κίνησίν της ἐντὸς τοῦ χρόνου τῶν *4 sec*. Ἐὰν μετρήσωμεν, τώρα, τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει ἡ σφαῖρα ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ $5^{ου}$ δευτερολέπτου, θὰ εὕρωμεν τὴν ζητουμένην ταχύτητα.

§ 53. Κατακόρυφος βολὴ πρὸς τὰ ἄνω. Βλῆμα, βαλλόμενον κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_o, ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του B, τὸ ὁποῖον εἶναι δύναμις σταθερὰ καὶ ἔχει φορὰν πρὸς τὰ κάτω. Ὡς ἐκ τούτου τὸ βλῆμα θὰ ἐκτελέσῃ ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_o. Ἄρα ἰσχύουν οἱ τύποι

$$h = v_o \cdot t - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \quad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad v = v_o - g \cdot t \quad (2)$$

Ὁ χρόνος ἀνόδου τοῦ βλήματος, καθὼς καὶ τὸ μέγιστον ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον τοῦτο φθάνει, εὑρίσκονται διὰ τῶν ἑξῆς συλλογισμῶν: Εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του ἡ ταχύτης v τοῦ βλήματος ἔχει γίνει ἴση πρὸς μηδέν· θέτοντες, λοιπόν, εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2), $v=0$ λαμβάνομεν τὴν τιμὴν τοῦ χρόνου ἀνόδου $t_α$. Ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν τοῦ χρόνου τούτου $t_α$ εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) λαμβάνομεν τὸ μέγιστον ὕψος $h_{μεγ}$ εἰς τὸ ὁποῖον θ' ἀνέλθῃ τὸ βλῆμα.

Τὸ μέγιστον ὕψος δύναται νὰ ὑπολογισθῇ καὶ διὰ τῆς χρήσεως τοῦ *θεωρήματος διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας* (βλ. κατωτέρω, *§ 61*).

Σημείωσις. Ἐὰν τὸ βλῆμα βληθῇ κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω, οἱ τύποι εἶναι οἱ ἑξῆς:

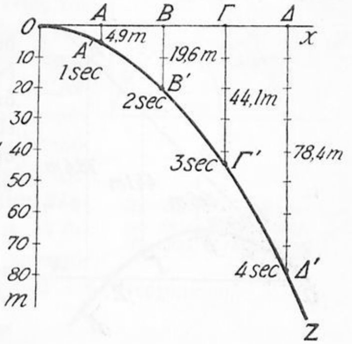
$$h = v_o \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad \text{καὶ} \qquad v = v_o + g \cdot t.$$

★ **§ 54. Ὁριζοντία βολή.** Θεωρήσωμεν πυροβόλον εὑρισκόμενον εἰς ὡρισμένον ὕψος ἀπὸ τοῦ ἐδάφους καὶ τὸ ὁποῖον βάλλει ὁριζοντίως βλῆμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_o. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν τροχιὰν τοῦ βλήματος σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς: Τὸ βλῆμα, ὅταν ἐξέλθῃ τῆς κάνης, ἐκτελεῖ, ἀφ' ἑνὸς μέν, ὁμαλὴν εὐθύγραμμον κίνησιν ὁριζοντίως (ἐφ' ὅσον κατὰ τὴν διεύθυνσιν ταύτην, οὐδεμία δύναμις ἐξασκεῖται ἐπ' αὐτοῦ), ἀφ' ἑτέρου δέ, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην εὐθύγραμμον κίνησιν κατὰ διεύθυνσιν κατακόρυφον, προερχομένην ἐκ τοῦ βάρους τοῦ βλήματος.

Κίνησις α: Ἐὰν ἐπὶ τοῦ βλήματος δὲν ἐπέδρα τὸ βάρος του, τοῦτο θὰ ἐκινεῖτο ὁριζοντίως, εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς μὲ ταχύτητα v_o. Τὸ διανυόμενον διάστημα s_x κατὰ τὸν ὁριζόντιον ἄξονα τῶν x *(σχ. 80)* θὰ εἶναι ἴσον πρὸς $s_x = v_o \cdot t$, δηλ. θὰ εἶναι ἀνάλογον τοῦ χρόνου. Οὕτω, μετὰ *1 sec*, τὸ κινητὸν θὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ σημεῖον *Α*, μετὰ *2 sec* εἰς τὸ σημεῖον *Β*, μετὰ *3 sec* εἰς τὸ *Γ*, μετὰ *4 sec* εἰς τὸ *Δ*, κ.ο.κ.

Κίνησις β: Ἐὰν τὸ βλῆμα ἔπιπτεν ἐλευθέρως καὶ ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, θὰ ἐξετέλει κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν g. Τὸ διανυόμενον διάστημα s_y κατὰ τὸν κατακόρυφον ἄξονα τῶν y θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$s_y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$



Σχ. 80. Βλῆμα, βαλλόμενον ὁριζοντίως, διαγράφει τὴν παραβολικὴν τροχιὰν ΟΖ.

θὰ εἶναι, δηλ., ἀνάλογον πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ χρόνου. Ἂν παραστήσωμεν διὰ τοῦ ΑΑ′ τὸ εἰς τὸ πρῶτον δευτερόλεπτον διανυθὲν διάστημα (ἀπωλεσθὲν ὕψος), τὸ ὁποῖον εἶναι

$$s_y = \frac{1}{2} g \cdot 1^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \frac{m}{sec^2} \cdot sec^2 = 4{,}9\ m,$$

τότε, εἰς τὸ τέλος τοῦ δευτέρου δευτερολέπτου, τὸ βλῆμα θὰ ἔχῃ διατρέξει τετραπλάσιον διάστημα *(19,6 m)*, εἰς τὸ τέλος τοῦ τρίτου ἐννεαπλάσιον *(44,1 m)*, κ.ο.κ.

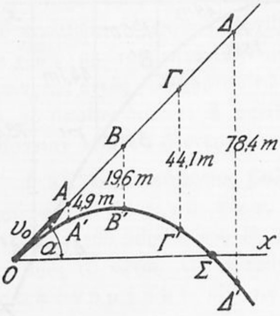
Ἂν, τώρα, συνθέσωμεν τὰς δύο κινήσεις, θὰ εὕρωμεν ὅτι τὸ κινητὸν εἰς τοὺς χρόνους *1, 2, 3, 4 ... sec*, θὰ εὑρίσκεται, ἀντιστοίχως, εἰς τὰ σημεῖα *Α′, Β′, Γ′, Δ′*... Συνδέοντες τὰ σημεῖα ταῦτα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, εὑρίσκομεν τὴν τροχιὰν *ΟΖ* τοῦ βλήματος, ἡ ὁποία ἔχει σχῆμα *παραβολῆς*.

Εἶναι φανερὸν ὅτι, κατὰ τὴν ὁριζοντίαν βολήν, ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται ἵνα τὸ βλῆμα φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, εἶναι ἀνεξάρτητος τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος καί, ἀκριβῶς, ἴσος μὲ τὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν.

★ **§ 55. Πλαγία βολή.** Θεωρήσωμεν πυροβόλον, τὸ ὁποῖον βάλλει, ὑπὸ ***γωνίαν βολῆς*** *α (σχ. 81)*, βλῆμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_o. Ζητοῦμεν νὰ εὕρωμεν τὴν τροχιὰν τὴν ὁποίαν θὰ διαγράψῃ τὸ βλῆμα. Καὶ εἰς τὴν προκειμένην περίπτωσιν ἡ τροχιὰ εὑρίσκεται διὰ συνθέσεως δύο κινήσεων:

Κίνησις α: Ἂν ἐπὶ τοῦ βλήματος δὲν ἐπέδρα τὸ βάρος του, τοῦτο θὰ ἐκινεῖτο εὐθυγράμμως καὶ ἰσοταχῶς κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἀρχικῆς ταχύτητος v_o καὶ εἰς τὸ τέλος τοῦ $1^{ου}, 2^{ου}, 3^{ου}, 4^{ου}$ ... δευτερολέπτου θὰ ἔφθανεν, ἀντιστοίχως, εἰς τὰ σημεῖα *Α, Β, Γ, Δ*...

Κίνησις β: Ἂν τὸ βλῆμα ἔπιπτεν ἐλευθέρως καὶ ἄ ν ε υ ἀρχικῆς ταχύτητος, θὰ ἐξετέλει, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην μὲ ἐπιτάχυνσιν g.



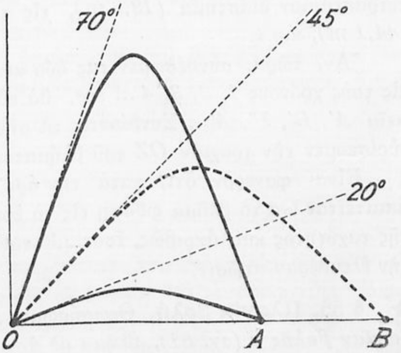
Σχ. 81. *Ἡ τροχιὰ τῆς πλαγίας βολῆς εἶναι παραβολή.*

Ἂν AA' εἶναι τὸ διάστημα, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ βλῆμα, κατὰ τὴν πτῶσίν του, ἐντὸς *1 sec*, τότε ἡ ἀπόστασις BB', τὴν ὁποίαν διανύει τοῦτο ἐντὸς *2 sec*, θὰ εἶναι τετραπλασία τῆς AA', ἡ ἀπόστασις $ΓΓ'$, τὴν ὁποίαν διανύει ἐντὸς *3 sec* θὰ εἶναι ἐννεαπλασία τῆς AA' κ.ο.κ.

Ἂν, τώρα, τὸ κινητὸν ἐκτελῇ τ α υ τ ο χ ρ ό ν ω ς καὶ τὰς δύο κινήσεις, ἡ πραγματική του τροχιὰ θὰ εὑρεθῇ διὰ συνθέσεως τῶν δύο κινήσεων. Οὕτω, τὸ κινητὸν θὰ εὑρεθῇ, ἀντιστοίχως, εἰς τὰ σημεῖα $A', B', Γ', Δ' \ldots$, τὰ ὁποῖα, ἑνούμενα διὰ συνεχοῦς γραμμῆς, μᾶς παρέχουν τὴν ζητουμένην τροχιάν.

Ἡ ἀπόστασις $OΣ$, δηλ., ἡ ἀπόστασις μεταξὺ τοῦ σημείου ἀναχωρήσεως O τοῦ βλήματος καὶ τοῦ σημείου $Σ$, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ τροχιὰ συναντᾷ τὸ διὰ τοῦ σημείου O διερχόμενον ὁριζόντιον ἐπίπεδον, καλεῖται ***βεληνεκές***.

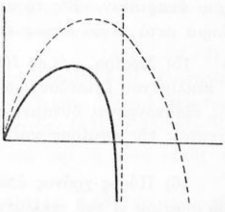
Ἐάν, διατηροῦντες σταθερὰν τὴν ἀρχικὴν ταχύτητα $υ_o$, αὐξάνωμεν τὴν γωνίαν βολῆς, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, αὐξάνεται καὶ τὸ βεληνεκές, γίνεται δὲ μέγιστον, (ἀπόστασις OB εἰς τὸ σχῆμα *82*), ὅταν ἡ γωνία βολῆς γίνῃ ἴση πρὸς 45^0. Ἐάν, τώρα, ἐξακολουθήσωμεν νὰ αὐξάνωμεν τὴν γωνίαν βολῆς, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ βεληνεκὲς ἐλαττοῦται.



Σχ. 82. *Τὸ σημεῖον A βάλλεται ὑπὸ δύο γωνίας (20° καὶ 70°). Τὸ μέγιστον βεληνεκὲς OB ἐπιτυγχάνεται ὑπὸ γωνίαν βολῆς 45°.*

Ἀποδεικνύεται ὅτι τὸ βλῆμα ἔχει τὸ αὐτὸ βεληνεκὲς διὰ δύο γωνίας βολῆς, τῶν ὁποίων τὸ ἄθροισμα εἶναι ἴσον πρὸς 90^0 (π.χ. διὰ 20^0 καὶ 70^0). Ἑπομένως, δεδομένον σημεῖον A (σχ. *82*) δύναται νὰ βληθῇ α) ὑπὸ γωνίαν μικροτέραν τῶν 45^0 (π.χ. 20^0), ὁπότε ἡ σκόπευσις λέγεται ***εὐθύφορος*** καὶ β) ὑπὸ γωνίαν μεγαλυτέραν τῶν 45^0 (π.χ. 70^0), ὁπότε ἡ σκόπευσις λέγεται ***ἐπισκηπτική***.

★ **§ 56. Βολὴ ἐντὸς τοῦ ἀέρος.** Ὅλα τ' ἀναφερθέντα ἰσχύουν ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι, τὸ βλῆμα κινεῖται εἰς τὸ κενόν. Ὅταν, ὅμως, τὸ βλῆμα κινῆται ἐντὸς τοῦ ἀέρος, τότε δρᾷ ἐπ' αὐτοῦ, ἐκτὸς τοῦ βάρους του, καὶ μία ἄλλη δύναμις - *ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος*, ἡ ὁποία, ὡς θὰ ἴδωμεν εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀεροδυναμικῆς, εἶναι μία δύναμις ἔχουσα φορὰν ἀντίθετον τῆς φορᾶς τῆς ταχύτητος. Ὡς ἐκ τούτου, τὸ βλῆμα δὲν διαγράφει παραβολικὴν τροχιάν, ἀλλὰ ἄλλην τροχιάν, ἡ ὁποία καλεῖται ***βλητικὴ τροχιὰ*** *(σχ. 83)*. Παρατηροῦμεν ὅτι, τὸ βεληνεκὲς εἶναι, τώρα, μικρότερον, ὁ δὲ κατερχόμενος κλάδος εἶναι περισσότερον ἀπότομος τοῦ ἀνερχομένου.



Σχ. 83. Βλητικὴ τροχιὰ (πλήρης γραμμή). Παραβολικὴ (ἐστιγμένη).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Μὲ ποίαν ταχύτητα καὶ ποίαν περίοδον πρέπει νὰ κινῆται ὁμαλῶς ἕνα κινητὸν ἐπὶ κυκλικῆς τροχιᾶς, ἀκτῖνος *1 m*, ὥστε ἡ κεντρομόλος δύναμις νὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος του; (ΑΠ: *3,13 m/sec, 2 sec*)

⊙ 2) Πόση εἶναι ἡ μᾶζα ἑνὸς κυβικοῦ μέτρου ὕδατος; (ΑΠ: *1 τόννος*)

3) Πόση πρέπει νὰ εἶναι ἡ χωρητικότης μιᾶς δεξαμενῆς, εἰς τὴν ὁποίαν πρόκειται νὰ ἐναποθηκεύσωμεν δέκα τόννους πετρελαίου; (ΑΠ: *11,1 m*^{3})

⊙ 4) Πόσον εἶναι τὸ βάρος ἑνὸς λίτρου ὕδατος; (ΑΠ: *1 kgr**)

5) Ποῖον ὄγκον καταλαμβάνει, εἰς *18° C*, *1 gr* ὑδραργύρου; (ΑΠ: *0,074 cm*^{3})

6) Ποία ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος εἰς *kgr/m*^{3}; (ΑΠ: *1000 kgr/m*^{3})

7) Ἀπὸ φύλλον ἐκ σιδήρου ἐκόπη δίσκος τοῦ ὁποίου ἡ διάμετρος εἶναι ἴση μὲ *14 cm*. Ἐὰν *1 m*^{2} ἐκ τοῦ φύλλου τούτου ἔχῃ βάρος *0,3 kgr**, νὰ εὑρεθῇ τὸ βάρος τοῦ σιδηροῦ δίσκου. (ΑΠ: *4,6 gr**)

⊙ 8) Ποία ἡ μᾶζα σύρματος ἐκ χαλκοῦ, μήκους *1 km* καὶ πάχους *3,4 mm*; (ΑΠ: *81 kgr*)

⊙ 9) Πλὰξ ἐξ ἀργιλίου ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλεπιπέδου, μήκους *50 cm* καὶ πλάτους *25 cm*. Ἂν τὸ βάρος τῆς πλακὸς εἶναι *662,5 gr**, νὰ εὑρεθῇ τὸ πάχος αὐτῆς εἰς *cm* καὶ *mm*. (ΑΠ: *0,2 cm, 2 mm*)

10) Δοχεῖον, πλῆρες θειϊκοῦ ὀξέος, περιέχει *100 gr* ἐξ αὐτοῦ. Ἐὰν τὸ αὐτὸ δοχεῖον τὸ γεμίσωμεν διὰ γλυκερίνης, πόση θὰ εἶναι ἡ μᾶζα της; *(πυκνότης θειϊκοῦ ὀξέος = 1,84 gr/cm*^{3}*, πυκνότης γλυκερίνης = 1,26 gr/cm*^{3}*)* (ΑΠ: *68,5 gr*)

11) Ἀπὸ σύρμα ἀργιλίου, διαμέτρου *0,122 cm*, θέλομεν νὰ κόψωμεν τμῆμα τοῦ ὁποίου ἡ μᾶζα νὰ εἶναι ἴση πρὸς *1 gr*. Πόσον μῆκος πρέπει νὰ λάβωμεν; (ΑΠ: *30,6 cm*)

12) Ποίαν ταχύτητα ἀποκτᾷ λίθος, ἀφιέμενος ἐλεύθερος ἀπὸ ὕψους α) *10 m*, β) *20 m*; Πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται ἀντιστοίχως; (ΑΠ: *14 m/sec, 19,8 m/sec, 1,43 sec, 2 sec*)

13) Σφαῖρα, μάζης *2 gr*, ἀφίνεται ἐλευθέρα ἐντὸς ἀεροκένου σωλῆνος ἀπὸ ὕψους *2 m*. Μὲ ποίαν ταχύτητα φθάνει εἰς τὸν πυθμένα; (ΑΠ: *6,3 m/sec*)

14) Ἀφίνομεν λίθον νὰ πέσῃ ἐντὸς φρέατος καὶ ἀκούομεν τὸν κρότον μετὰ πάροδον *3 sec*. Ποῖον τὸ βάθος τοῦ φρέατος; (Ἐνταῦθα θεωροῦμεν τὴν διάδοσιν τοῦ ἤχου ἀκαριαίαν. Εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἀκουστικῆς θὰ ὑπολογισθῇ τὸ αὐτὸ πρόβλημα μετὰ μεγαλυτέρας ἀκριβείας). (ΑΠ: *44 m*).

⊙ 15) Σφαῖρα, μάζης *100 gr*, ἀφίνεται νὰ κινηθῇ, ἄνευ τριβῆς, ἀπὸ τὸ ἄνω ἄκρον *A* κεκλιμένου ἐπιπέδου, γωνίας κλίσεως 30^0. Ζητεῖται α) νὰ σχεδιασθοῦν αἱ ἐπ' αὐτῆς ἐξασκούμεναι δυνάμεις καθὼς καὶ ἡ συνισταμένη αὐτῶν, β) νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς σφαίρας καὶ γ) ἡ ἐπιταχύνουσα αὐτὴν δύναμις.
(ΑΠ: $490{,}5\ cm/sec^2$, *49050 dyn*)

16) Πόσος χρόνος ἀπαιτεῖται, ἵνα ἡ ἄνω σφαῖρα διανύσῃ τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ σημείου *A* τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου μέχρι τοῦ σημείου *B*, ἀπέχοντος τοῦ *A* κατὰ *1,5 m*; Ποίαν ταχύτητα θὰ ἔχῃ ἡ σφαῖρα, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον *B*;
(ΑΠ: *0,8 sec*, *384 cm/sec*)

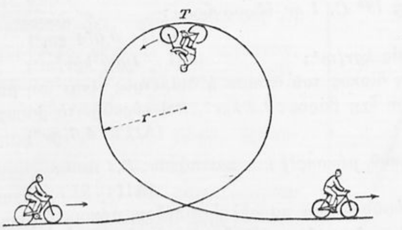
17) Βλῆμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω, μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα *200 m/sec*. Εἰς ποῖον ὕψος θὰ ἀνέλθῃ τοῦτο καὶ μετὰ πόσον χρόνον θὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸ σημεῖον ἐκκινήσεως; (ΑΠ: *2 km*, *40,5 sec*)

⊙ 18) Μὲ ποίαν ταχύτητα πρέπει νὰ βληθῇ βλῆμα πρὸς τὰ ἄνω, ἵνα ἐπιστρέψῃ εἰς τὸ σημεῖον ἐκκινήσεώς του μετὰ χρόνον *30 sec*; (ΑΠ: *148 m/sec*)

⊙ 19) Λίθος ρίπτεται κατακορύφως πρὸς τὰ κάτω ἀπὸ ὕψους *100 m* καὶ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα *30 m/sec*. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ α) ποία ἡ ταχύτης του μετὰ χρόνον *2 sec*; β) πόσος χρόνος χρειάζεται διὰ νὰ κτυπήσῃ ὁ λίθος εἰς τὸ ἔδαφος; γ) μὲ ποίαν ταχύτητα θὰ φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος;
(ΑΠ: *49,6 m/sec*, *2,4 sec*, *53,5 m/sec*)

Κατηγορία Β'.

⊙ 1) Ποδήλατον, κινούμενον ὁριζοντίως, ἀναγκάζεται νὰ κινηθῇ ἐπὶ κατακορύφου κυκλικῆς τροχιᾶς, ἀκτῖνος $r=8\ m$. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ἐλαχίστη ταχύτης τοῦ ποδηλάτου, ὅταν εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, ὥστε νὰ μὴ πέσῃ;
(ΑΠ: *8,86 m/sec*)



2) Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ ὁρικὴ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν πρέπει νὰ περιστρέφεται τὸ δοχεῖον τῆς ἀσκήσεως *8* (Κατηγορία Β', Κεφάλαιον Γ'), ἵνα τὸ χέρι μας οὐδεμίαν δύναμιν αἰσθάνεται, ὅταν τὸ δοχεῖον εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του. β) Πόσην δύναμιν θὰ αἰσθάνεται τὸ χέρι μας εἰς τὴν αὐτὴν περίπτωσιν, ὅταν τὸ δοχεῖον εὑρίσκεται εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του;
(ΑΠ: *3,13 m/sec*, $F_{κάτω}=2B$)

3) Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἐλάχιστον ὕψος ἀπὸ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, τὸ διερχόμενον διὰ τοῦ κατωτέρου σημείου τῆς τροχιᾶς ἐκ τοῦ ὁποίου πρέπει νὰ ἀφεθῇ τὸ ἁμάξιον τοῦ σχήματος *65* διὰ νὰ δυνηθῇ νὰ ἐκτελέσῃ τὴν ἀνακύκλωσιν.
(ΑΠ: $h=5/2\ r$)

4) Νὰ ἀποδειχθῇ ὅτι, ἡ κεντρομόλος ἐπιτάχυνσις κινητοῦ, ἐκτελοῦντος ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν, μὲ ταχύτητα ἴσην πρὸς ἐκείνην, τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ κινητὸν πῖπτον ἐλευθέρως ἀπὸ ὕψους, ἴσου πρὸς τὸ ἥμισυ τῆς ἀκτῖνος τοῦ κύκλου, εἶναι ἴση πρὸς *g*.

5) Ράβδος ἐκ μολύβδου ἔχει διάμετρον $10\ mm$ καὶ βάρος $1\ kgr^*$. Ποῖον τὸ μῆκος τῆς ράβδου; (ΑΠ: $112,6\ cm$)

6) Αἱ ἀκτῖνες δύο σφαιρῶν εἶναι, ἀντιστοίχως, ἴσαι πρὸς $2\ cm$ καὶ $3\ cm$, αἱ δὲ μᾶζαι αὐτῶν $200\ gr$ καὶ $250\ gr$. Ποῖος ὁ λόγος τῶν πυκνοτήτων των; (ΑΠ: $2,7:1$)

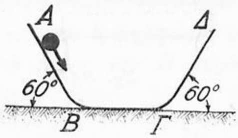
7) Σύρμα ἐξ ὀρειχάλκου, ἔχει περιελιχθῆ ὑπὸ μορφὴν σπειροειδοῦς ἐλατηρίου, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἀπὸ 55 στροφάς, μέσης διαμέτρου $35,4\ cm$. Ἐὰν ἡ διάμετρος τοῦ σύρματος εἶναι ἴση πρὸς $2\ mm$, ποία ἡ μᾶζα τοῦ σύρματος; (ΑΠ: $1,652\ kgr^*$)

8) Ἡ μέση ἀκτὶς τῆς Γῆς εἶναι ἴση πρὸς $6,37\cdot 10^8\ cm$ καὶ ἡ μέση αὐτῆς πυκνότης $5,6\ gr/cm^3$. Ποία ἡ μᾶζα τῆς Γῆς (εἰς τόννους); (ΑΠ: $6,05\cdot 10^{21}$ *τόννοι*)

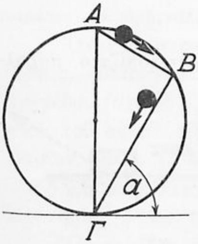
9) Ἡ διάμετρος σφαίρας ἐξ ἀργύρου εἶναι ἴση πρὸς $5\ cm$ καὶ ἡ μᾶζα της $525\ gr$. Ὑπάρχει ἡ ὑποψία ὅτι, εἰς τὸ ἐσωτερικόν της ἔχει ἕνα κοίλωμα. Ἐρωτᾶται: ὑπάρχει κοίλωμα; Ἐὰν ναί, ποῖος ὁ ὄγκος του; (ΑΠ: *Ναί*, $15,4\ cm^3$)

10) Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει ν' ἀφεθῇ λίθος ἐν τῷ κενῷ, ὥστε ν' ἀποκτήσῃ ταχύτητα $20\ m/sec$; (ΑΠ: $20,4\ m$)

11) Κινητόν, κινούμενον ὁμαλῶς καὶ ἄνευ τριβῆς, μὲ ταχύτητα $3\ m/sec$ ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, συναντᾷ κεκλιμένον ἐπίπεδον γωνίας κλίσεως $15°$, εἰς τὸ ὁποῖον ἀρχίζει νὰ ἀνέρχεται. Ζητεῖται α) εἰς ποῖον σημεῖον θὰ σταματήσῃ, β) πόσον χρόνον θὰ χρειασθῇ πρὸς τοῦτο καὶ γ) μὲ ποίαν ταχύτητα θὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὸ ἀρχικὸν ὁριζόντιον ἐπίπεδον; (Νὰ σχεδιασθοῦν αἱ ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκούμεναι δυνάμεις, ὅταν τοῦτο εὑρίσκεται α) ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου καὶ β) ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου). (ΑΠ: $176\ cm$, $1,2\ sec$, $3\ m/sec$)



⊙ 12) Ἐντὸς τοῦ δοχείου τοῦ ἔναντι σχήματος κινεῖται μία σφαῖρα. Αὐτή, ἐκκινοῦσα ἐκ τοῦ σημείου A, μὲ ταχύτητα μηδέν, διαγράφει, ἄνευ τριβῆς, τὰς διαδρομὰς $ΑΒΓΔ$, $ΔΓΒΑ$, $ΑΒΓΔ$ κ.ο.κ. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ: α) τί εἴδους κινήσεις ἐκτελεῖ ἡ σφαῖρα, β) νὰ ὑπολογισθῇ ὁ χρόνος ἐπανόδου τῆς σφαίρας εἰς τὸ ἀρχικὸν σημεῖον A, ἐκ τοῦ ὁποίου ἐξεκίνησε διὰ νὰ ἐκτελέσῃ τὴν διαδρομὴν $ΑΒΓΔΓΒΑ$. (Δίδονται $ΑΒ=ΒΓ=ΓΔ=2\ m$). (ΑΠ: β) $3,45\ sec$)



13) Σφαῖρα, μάζης $10\ gr$, ἀφίνεται νὰ κινηθῇ κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου AB. Δευτέρα σφαῖρα, μάζης $20\ gr$, ἀφίνεται νὰ κινηθῇ κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου $ΒΓ$. Τρίτη σφαῖρα, μάζης $30\ gr$, ἀφίνεται νὰ πέσῃ ἐλευθέρως ἀπὸ τοῦ σημείου A μέχρι τοῦ σημείου $Γ$. Ζητεῖται νὰ ὑπολογισθῇ α) ὁ χρόνος τῆς διαδρομῆς AB, β) ὁ χρόνος τῆς διαδρομῆς $ΒΓ$ καὶ γ) ὁ χρόνος τῆς πτώσεως $ΑΓ$. Συγκρίνατε τοὺς τρεῖς χρόνους. (Δίδονται: ἀκτὶς τοῦ κύκλου $1\ m$, γωνία $α=60°$. Τριβὴ δὲν ὑπάρχει). (ΑΠ: $0,64\ sec$ *καὶ εἰς τὰς τρεῖς περιπτώσεις*)

14) Βαρὺ ἀντικείμενον ἀφίνεται νὰ πέσῃ ἀπὸ ἀεροπλάνου, εὑρισκομένου εἰς ὕψος $200\ m$ καὶ κινουμένου ὁριζοντίως μὲ ταχύτητα $180\ km/h$. Εἰς ποίαν ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ ποδὸς τῆς κατακορύφου θὰ πέσῃ; (Ἡ ἀντίστασις τοῦ ἀέρος παραλείπεται). (ΑΠ: $319\ m$)

15) Βλῆμα, βάλλεται ὁριζοντίως ἀπὸ ὕψους $50\ m$ καὶ μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα $15\ m/sec$. Ποῦ καὶ πότε θὰ συναντήσῃ τὸ ἔδαφος;

(ΑΠ: *Εἰς ἀπόστασιν* $48,3\ m$ *ἀπὸ τοῦ ποδὸς τῆς κατακορύφου*, $3,22\ sec$)

16) Λίθος, ἀφίνεται νὰ πέσῃ ἐκ μεγάλου ὕψους καί, μετὰ *10 sec*, βάλλεται πρὸς τὰ κάτω ἐκ τοῦ αὐτοῦ σημείου, βλῆμα μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα *300 m/sec*. Ποῦ καὶ πότε τὸ βλῆμα θὰ συναντήσῃ τὸν λίθον;

(ΑΠ : α) *Εἰς ἀπόστασιν 757,7 m ἀπὸ τοῦ σημείου εἰς τὸ ὁποῖον ἀφέθη ὁ λίθος.*
β) *Μετὰ χρόνον 2,43 sec ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἐβλήθη τὸ βλῆμα*)

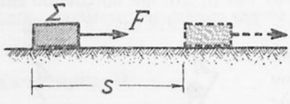
17) Βλῆμα βάλλεται κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω. Τὸ βλῆμα ἔχει ταχύτητα *360 m/sec*, ὅταν ἔχῃ φθάσει εἰς τὸ ἥμισυ τοῦ μεγίστου ὕψους εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἀνέλθῃ. Ζητεῖται α) ποῖον τὸ μέγιστον ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἀνέλθῃ τὸ βλῆμα, β) ποία θὰ εἶναι ἡ ταχύτης του μετὰ *1 sec* ἀπὸ τῆς ρίψεως;

(ΑΠ: *13,2 km, 498 m/sec*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε΄

ΕΡΓΟΝ, ΕΝΕΡΓΕΙΑ, ΙΣΧΥΣ, ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

§ 57. Ἔργον. Ὅταν ἵππος σύρῃ ἅμαξαν, λέγομεν ὅτι παράγει *ἔργον*. Ὁμοίως, ἔργον παράγει ὁ ἄνεμος ὁ κινῶν ἱστιοφόρον πλοῖον, καθὼς καὶ ἡ ἀτμομηχανὴ ἡ ἕλκουσα ἁμαξοστοιχίαν. Γενικῶς, λέγομεν ὅτι, *μία δύναμις παράγει ἔργον, ὅταν μετακινῇ τὸ σῶμα ἐπὶ τοῦ ὁποίου αὕτη ἐξασκεῖται.*



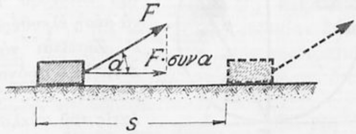
Σχ. 84.

Θεωρήσωμεν σῶμα Σ *(σχ. 84)*, ἐπὶ τοῦ ὁποίου δρᾷ ἡ δύναμις F καὶ μετακινεῖ αὐτό, παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσίν της, κατὰ τὴν ἀπόστασιν s. Κατὰ τὴν μετακίνησιν τοῦ σώματος ἡ δύναμις F παράγει ἔργον A, ἴσον μὲ τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὸν δρόμον s. Ἤτοι εἶναι

$$\text{ἔργον} = \text{δύναμις} \cdot \text{δρόμος}$$

$$\boxed{A = F \cdot s}$$

Εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν ἡ δύναμις F μετετοπίζετο παραλλήλως πρὸς τὸν δρόμον. Ὑπάρχουν, ὅμως, καὶ περιπτώσεις κατὰ τὰς ὁποίας ἡ δύναμις σχηματίζει γωνίαν α μὲ τὸν δρόμον *(σχ. 85)*. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἔργον παράγει μόνον ἡ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ δρόμου προβολὴ $F \cdot \sigma\upsilon\nu\,\alpha$ τῆς δυνάμεως F. Ἄρα ὁ γενικώτερος ὁρισμὸς τοῦ ἔργου θὰ εἶναι



Σχ. 85.

$$\boxed{A = F \cdot s \cdot \sigma\upsilon\nu\,\alpha} \qquad (1)$$

Εἰς τὴν περίπτωσιν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ δύναμις εἶναι κάθετος ἐπὶ τὸν δρόμον, ἔχομεν $συν\,90^0=0$, ὁπότε, ἀπὸ τὸν τύπον (1), προκύπτει

$$A=0.$$

Οὕτω, κατὰ τὴν μετακίνησιν τοῦ σώματος τοῦ σχήματος 84, ἡ μὲν δύναμις F παράγει ἔργον (ἐξίσωσις (1)), ἐνῶ τὸ βάρος B αὐτοῦ, ἐπειδὴ εἶναι κάθετον ἐπὶ τὸν δρόμον, οὐδὲν ἔργον παράγει.

Μονάδες ἔργου. Ἡ μονὰς τοῦ ἔργου προκύπτει ἀπὸ τὸν τύπον (1), ὅταν λάβωμεν δύναμιν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα δυνάμεως καὶ δρόμον ἴσον πρὸς τὴν μονάδα διαστήματος.

1) *C.G.S.*: Ἡ μονὰς ἔργου εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* καλεῖται ***ἔργιον (1 erg)*** καὶ εἶναι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει δύναμις ἴση πρὸς μίαν δύνην, ὅταν μεταθέτῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσίν της, κατὰ *1 cm*. Ἤτοι εἶναι

$$1\ erg = 1\ dyn\cdot cm.$$

2) *Τ.Σ.*: Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ μονὰς τοῦ ἔργου καλεῖται ***χιλιογραμμόμετρον (1 kgr*·m)*** καὶ εἶναι τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ δυνάμεως *1 kgr** μετακινούσης τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της, παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσίν της, κατὰ *1 m*.

3) *Πρακτικὸν σύστημα* (χρησιμοποιεῖται, κυρίως, εἰς τὸν Ἠλεκτρισμόν). Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἡ μονὰς ἔργου καλεῖται ***1 Joule*** *(1 Τζάουλ)*.

Εἶναι δὲ $1\ Joule = 10^7\ erg.$

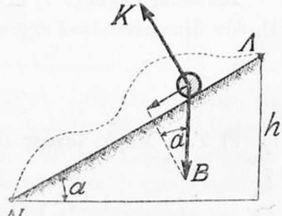
§ 58. Ἔργον παραγόμενον κατὰ τὴν πτῶσιν ἢ ἀνύψωσιν σωμάτων.

Ὅταν ἕνα σῶμα πίπτῃ κατακορύφως, τὸ βάρος του B παράγει ἔργον A, ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον «δύναμις · δρόμος», ἤτοι

$$\boxed{A = B\cdot h} \qquad (1)$$

ἔνθα h εἶναι τὸ ὕψος τῆς πτώσεως. Εἶναι προφανὲς ὅτι, τὸ αὐτὸ ἔργον πρέπει νὰ καταναλώσωμεν, διὰ ν' ἀνυψώσωμεν τὸ σῶμα κατὰ τὸ ὕψος h.

Ὅταν ἡ μετακίνησις δὲν εἶναι κατακόρυφος, ἀλλὰ γίνεται, π.χ., ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου *(σχ. 86)*, τὸ ἔργον δίδεται πάλιν ὑπὸ τοῦ αὐτοῦ τύπου $A = B\cdot h$, εἰς τὸν ὁποῖον, ὅμως, τὸ h συμβολίζει τὴν κ α τ α κ ο ρ ύ φ ω ς μετρουμένην ἀπόστασιν τῆς ἀφετηρίας N καὶ τοῦ τέρματος $Λ$.



Σχ. 86.

Ὅπως εἶναι δυνατὸν ν' ἀποδειχθῇ (*), ὁ ἀνωτέρω τύπος (1) εἶναι γενικός, ἰσχύων καὶ εἰς περιπτώσεις εἰς τὰς ὁποίας ὁ δρόμος $ΛN$ εἶναι οἱασδήποτε μορφῆς (π.χ., ὁ ἐστιγμένος τοῦ σχήματος 86), ὁπότε προκύπτει τὸ ἑξῆς πόρισμα :

(*) Βλ. ἀπόδειξιν κατωτέρω.

«Κατὰ τὴν μετακίνησιν ἑνὸς σώματος μεταξὺ δύο σημείων, τὰ ὁποῖα ἀπέχουν κατακορύφως κατὰ h, τὸ ἔργον τὸ παραγόμενον ὑπὸ τοῦ βάρους τοῦ σώματος εἶναι ἀνεξάρτητον τῆς μορφῆς τῆς τροχιᾶς ἐπὶ τῆς ὁποίας γίνεται ἡ μετακίνησις, ἐξαρτᾶται δὲ μόνον ἀπὸ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν αὐτῶν».

Ἀπόδειξις: Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκοῦνται αἱ δυνάμεις K καὶ B. Κατὰ τὴν μετακίνησιν τοῦ σώματος κατὰ τὸν δρόμον $N\Lambda = l$, ἡ μὲν δύναμις K, ὡς κάθετος ἐπὶ τὸν δρόμον, δὲν παράγει ἔργον, ἐνῶ ἡ δύναμις B παράγει ἔργον A, ἴσον πρὸς

$$A = B \cdot \eta\mu\, \alpha \cdot l.$$

Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει $h = l \cdot \eta\mu\, \alpha$, ὁπότε, ἀντικαθιστῶντες, λαμβάνομεν

$$A = B \cdot h.$$

§ 59. Ἰσχύς. Ἕνας ἐργάτης χρειάζεται 2 ὥρας διὰ ν' ἀνυψώσῃ κεράμους συνολικοῦ βάρους $4000\ kgr^*$ εἰς ὕψος $6\ m$, ἐνῶ ἄλλος χρειάζεται, πρὸς τοῦτο, 3 ὥρας. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις οἱ δύο ἐργάται παρήγαγον τὸ αὐτὸ ἔργον ($24000\ kgr^* \cdot m$), εἰς διαφόρους, ὅμως, χρόνους ἕκαστος. Παρατηροῦμεν, ἀμέσως, τὴν ἀνάγκην ἑνὸς νέου φυσικοῦ μεγέθους, τῆς ἰσχύος.

Ἰσχὺς N καλεῖται τὸ πηλίκον τοῦ ἔργου A, τὸ ὁποῖον παράγεται ἐντὸς τοῦ χρόνου t, διὰ τοῦ χρόνου τούτου. Ἤτοι

$$\boxed{N = \frac{A}{t}} \qquad (1)$$

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ὡς πρὸς A, ἔχομεν

$$\boxed{A = N \cdot t}$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει μηχανή, γνωστῆς ἰσχύος N, ὅταν λειτουργήσῃ ἐπὶ χρόνον t.

Μονάδες ἰσχύος. 1) *C.G.S.* Ἡ μονὰς ἰσχύος ὁρίζεται ἀπὸ τὸν τύπον (1), ἐὰν θέσωμεν $A = 1\ erg$ καὶ $t = 1\ sec$. Ἡ μονὰς ἰσχύος εἶναι, λοιπόν, τὸ

$$1\ \frac{erg}{sec}.$$

2) *Τ.Σ.* Μονὰς ἰσχύος εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα εἶναι τὸ

$$1\ \frac{kgr^* \cdot m}{sec}.$$

3) *Πρακτικὸν σύστημα.* Εἰς τὸ σύστημα τοῦτο μονὰς ἰσχύος εἶναι τὸ *1 Joule/sec*, τὸ ὁποῖον καλεῖται ***Watt (Βὰτ) (1 W)***. Ἤτοι εἶναι

$$1\ W = 1\ \frac{Joule}{sec}.$$

Πολλαπλάσιον τῆς μονάδος ταύτης εἶναι τὸ **1 κιλοβὰτ (1 kW):**

$$1\ kW = 1000\ W.$$

Ἄλλαι μονάδες. Διὰ τὴν ἰσχὺν μηχανῶν, κυρίως, χρησιμοποιεῖται ἡ μονὰς **ἀτμόϊππος,** ἤ, ἁπλῶς, **ἵππος (1 CV** ἢ **PS)** (*).

Εἶναι δὲ

$$1\ \text{ἵππος} = 75\ kgr^{*}\cdot m/sec = 736\ W.$$

Ἡ εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας χρησιμοποιουμένη μονὰς *ἵππος (1 HP)* (*) εἶναι κατά τι μεγαλυτέρα τῆς προηγουμένης. Ἤτοι εἶναι

$$1\ HP = 76\ kgr^{*}\cdot m/sec = 746\ W.$$

Ἡ ἐξίσωσις, $A = N\cdot t$, μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὁρίσωμεν καὶ νέαν μονάδα ἔργου, ἐὰν λάβωμεν ὡς μονάδα ἰσχύος τὸ $1\ kW$ καὶ ὡς μονάδα χρόνου τὴν 1 ὥραν. Ἡ νέα αὕτη μονὰς ἔργου καλεῖται *κιλοβατώριον (1 kWh)*.

Ἤτοι **1 κιλοβατώριον** εἶναι τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει μηχανή, ἰσχύος $1\ kW$, λειτουργοῦσα ἐπὶ μίαν ὥραν.

Ἐπειδή, ὡς εἴδομεν ἀνωτέρω, εἶναι $1\ W = 1\ Joule/sec$ ἕπεται ὅτι

$$\boxed{1\ Joule = 1\ W\cdot sec.}$$

Ἄρα θὰ εἶναι

$$1\ kWh = 1000\cdot 60\cdot 60\quad W\cdot sec\ (\text{ἢ}\ Joule).$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΙΣΧΥΩΝ

(εἰς *HP*)

Ἄνθρωπος	0,1
Κινητὴρ ἠλεκτρικοῦ ἀνεμιστῆρος	0,2
Ἵππος συνήθης	0,7
Κινητὴρ μικροῦ αὐτοκινήτου	25
Κινητὴρ μεγάλου φορτηγοῦ αὐτοκινήτου	100
Ἀτμομηχανὴ σιδηροδρόμου	1000
Μηχαναὶ ὑπερωκεανείου «ΟΛΥΜΠΙΑ»	25000
Ἐργοστάσιον ἠλεκτροπαραγωγῆς Ἀλιβερίου	80000

§ 60. Ἐνέργεια. ***Ἐνέργεια*** E ἑνὸς σώματος καλεῖται τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον τοῦτο δύναται νὰ παραγάγῃ. Οὕτω, π.χ., ποσότης ὕδατος, εὑρισκομένη εἰς ἕνα ὕψος, ἔχει ἐνέργειαν, διότι δύναται, διὰ καταλλήλου μηχανῆς (τοῦ *ὑδροστροβίλου, § 120, 2)*, νὰ παραγάγῃ ἔργον. Ἀφ' ἑτέρου, σφαῖρα ὅπλου δύναται, ὅταν συναντήσῃ μίαν σανίδα, νὰ τὴν διαπεράσῃ καὶ νὰ σχηματίσῃ ὀπήν, συνθλίβουσα τὰς ἶνας τοῦ ξύλου, ὁπότε παράγεται ἔργον.

Εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἡ ἐνέργεια τοῦ ὕδατος ὀφείλεται εἰς τὴν θέσιν του καί, συγκεκριμένως, εἰς τὸ ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον τοῦτο εὑρί-

(*) Ἀπὸ τοὺς ὅρους *cheval vapeur, Pferdestärke, horse power.*

σκεται. Ἡ ἐνέργεια αὕτη καλεῖται *δυναμικὴ ἐνέργεια*. Ἄλλο παράδειγμα δυναμικῆς ἐνεργείας ἔχομεν εἰς ἐλατήριον, τὸ ὁποῖον ἔχει παραμορφωθῆ, ὅπως, π.χ., εἰς τὸ συσπειρωμένον ἐλατήριον τοῦ ὡρολογίου. Τὸ ἐλατήριον τοῦτο, κατὰ τὴν ἔκτασίν του, παράγει ἔργον καὶ κινεῖ τὸν μηχανισμὸν τοῦ ὡρολογίου.

Γενικῶς, λοιπόν, δυνάμεθα νὰ ὁρίσωμεν τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν ὡς ἑξῆς: ***Δυναμικὴ ἐνέργεια*** $E_{\delta\upsilon\nu}$ καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἔχει ἕνα σῶμα, λόγῳ τῆς θέσεως ἢ τῆς καταστάσεως εἰς τὴν ὁποίαν τοῦτο εὑρίσκεται.

Κατὰ ταῦτα, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια θὰ εἶναι ἴση μὲ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον ἀπητήθη διὰ νὰ ἔλθη τὸ σῶμα εἰς τὴν θέσιν ἢ κατάστασιν εἰς τὴν ὁποίαν, τώρα, εὑρίσκεται.

Διὰ τὴν κατανόησιν τῆς ἐννοίας τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας φέρομεν καὶ τὰ ἑξῆς παραδείγματα: Σῶμα, βάρους B, εὑρισκόμενον εἰς ὕψος h ἀπό τινος ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ἔχει δυναμικὴν ἐνέργειαν ἴσην πρὸς

$$\boxed{E_{\delta\upsilon\nu} = B \cdot h}$$

Πράγματι, διὰ νὰ ἀνέλθη τὸ σῶμα τοῦτο εἰς τὸ ὕψος h, ἐξησκήθη ἐπ' αὐτοῦ δύναμις ἴση πρὸς τὸ βάρος του B, ἡ ὁποία, κατὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, παρήγαγεν ἔργον ἴσον πρὸς $B \cdot h$. Τὸ ἔργον, ἀκριβῶς, τοῦτο ἐναποθηκεύθη εἰς τὸ σῶμα ὑπὸ μορφὴν δυναμικῆς ἐνεργείας.

Εἰς τὴν περίπτωσιν, ἀφ' ἑτέρου, τοῦ συσπειρωμένου ἐλατηρίου ἡ δυναμική του ἐνέργεια εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον κατηναλώθη διὰ τὴν συσπείρωσιν αὐτοῦ.

Κινητικὴ ἐνέργεια $E_{\kappa\iota\nu}$ ἑνὸς σώματος καλεῖται ἡ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν ἔχει τοῦτο λόγῳ τῆς ταχύτητός του. Αὕτη ἰσοῦται πρὸς τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παρήγαγεν ἡ δύναμις, ἡ ὁποία τὸ ἐπετάχυνε καὶ τοῦ ἔδωσε τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν ἔχει.

Ὅπως ἀποδεικνύεται κατωτέρω, ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑνὸς σώματος, μάζης m καὶ ταχύτητος v, εἶναι ἴση πρὸς

$$\boxed{E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2} m v^2}$$

Ἀπόδειξις: Ἡ ἐξίσωσις αὕτη ἀποδεικνύεται, εὐκόλως, εἰς τὴν εἰδικὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ δύναμις, ἡ προσδώσασα τὴν ἐνέργειαν, ἦτο σταθερά. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ κίνησις εἶναι, ὡς γνωστόν, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, διὰ τὴν ὁποίαν ἰσχύουν οἱ τύποι

$$s = \frac{1}{2} \gamma \cdot t^2 \quad \text{καὶ} \quad v = \gamma \cdot t.$$

Τὸ ἔργον A, τὸ ὁποῖον παρήγαγεν ἡ δύναμις F ἐντὸς τοῦ χρόνου t, θὰ εἶναι ἴσον πρὸς

$$A = F \cdot s = m \cdot \gamma \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot \gamma^2 \cdot t^2 = \frac{1}{2} m v^2.$$

Τὸ ἔργον τοῦτο, ἀκριβῶς, ἀνευρίσκεται ὡς κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος.

§ 61. Θεώρημα διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας. Εἰς πολλὰς περιπτώσεις ἐνέργεια μιᾶς μορφῆς μετατρέπεται εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς. Οὕτω, κατὰ τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν ἑνὸς σώματος, ἡ δυναμική του ἐνέργεια διαρκῶς ἐλαττοῦται, αὐξανομένης, ἀντιστοίχως, τῆς ταχύτητος καί, συνεπῶς, τῆς κινητικῆς του ἐνεργείας. Θὰ συγκρίνωμεν τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ σῶμα, ὅταν εὑρίσκετο εἰς τὸ ὕψος h, πρὸς τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν θὰ ἔχῃ τοῦτο ὅταν φθάσῃ εἰς ὕψος $h=0$: Ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἰς ὕψος h εἶναι ἴση πρὸς $E_{\delta\upsilon\nu}=B\cdot h$. Ἂν τὸ ἀφήσωμεν νὰ πέσῃ, τότε, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ὕψος $h=0$, ἡ δυναμική του ἐνέργεια θὰ ἔχῃ γίνῃ μηδέν, ἐνῷ ταυτοχρόνως θὰ ἔχῃ ἀποκτήσῃ ταχύτητα v, ἡ ὁποία ὑπολογίζεται, ἐκ τῶν τύπων τῆς ἐλευθέρας πτώσεως

$$h=\frac{1}{2}g\cdot t^2 \quad \text{καὶ} \quad v=g\cdot t,$$

ἴση πρὸς $$v=\sqrt{2gh}.$$

Ἐπομένως, ἡ κινητικὴ αὐτοῦ ἐνέργεια θὰ εἶναι ἴση πρὸς

$$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m\cdot 2gh=mg\cdot h=B\cdot h.$$

Παρατηροῦμεν ὅτι, αὕτη εἶναι, ἀκριβῶς, ἴση πρὸς τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ σῶμα εἰς τὸ ὕψος h.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συνάγομεν ὅτι, κατὰ τὴν πτῶσιν, ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια — δηλ., τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας — παρέμεινε σταθερά. Τὸ πόρισμα τοῦτο, τὸ ὁποῖον ἰσχύει ὄχι μόνον διὰ τὴν πτῶσιν, ἀλλὰ καὶ δι' ὅλα τὰ φαινόμενα τῆς Μηχανικῆς, εἰς τὰ ὁποῖα ἔχομεν μεταβολὴν τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν (ἢ καὶ ἀντιστρόφως), φέρεται ὑπὸ τὸ ὄνομα *θεώρημα διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας* καὶ διατυποῦται ὡς ἑξῆς:

«Κατὰ τὰς μετατροπὰς τῆς δυναμικῆς ἐνεργείας εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως, ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια (δηλ. τὸ ἄθροισμα τῆς δυναμικῆς καὶ τῆς κινητικῆς ἐνεργείας) παραμένει σταθερά, ἐφ' ὅσον δὲν ἔχομεν μετατροπὴν αὐτῆς εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς (π.χ. θερμότητα)».

Τὸ θεώρημα διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας εἶναι εἰδικὴ περίπτωσις μιᾶς γενικωτάτης ἀρχῆς τῆς Φυσικῆς, τῆς γνωστῆς ὑπὸ τὸ ὄνομα ***ἀξίωμα διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας***, κατὰ τὴν ὁποίαν:

«Ἡ ὁλικὴ ἐνέργεια (δηλ., τὸ ἄθροισμα ὅλων τῶν μορφῶν ἐνεργείας) ἑνὸς ἀπομονωμένου συστήματος (*) σωμάτων εἶναι σταθερά».

Ἡ ἰσχὺς τοῦ ἀξιώματος τούτου ἐπεκτείνεται εἰς ὅλας τὰς μορφὰς ἐνεργείας, π.χ., θερμότητα, ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν, χημικὴν ἐνέργειαν κ.λ. Ἄμεσος συνέπεια τοῦ ἀξιώματος διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας εἶναι καὶ τὸ ἀδύνα-

(*) Διὰ τοῦ ὅρου «*ἀπομονωμένον σύστημα*» ἐννοοῦμεν σύνολον σωμάτων, τὸ ὁποῖον νὰ μὴ δύναται ν' ἀνταλλάξῃ ἐνέργειαν μὲ τὸ περιβάλλον.

τον τῆς κατασκευῆς τοῦ **ἀεικινήτου,** δηλ., μηχανῆς, ἡ ὁποία θὰ παρῆγεν ἐνέργειαν ἐκ τοῦ μηδενός.

Ἐφαρμογαί. 1) *Ὑδροηλεκτρικὴ ἐγκατάστασις.* Τὸ ὕδωρ μιᾶς λίμνης, εὑρισκομένης εἰς μέγα ὕψος, ρέον ἐντὸς σωλῆνος, ἀποκτᾷ, κατὰ τὴν ἔξοδόν του ἐξ αὐτοῦ, μεγάλην ταχύτητα. Κατ᾿ αὐτὸν τὸν τρόπον ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ ὕδωρ ἐντὸς τῆς λίμνης, μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν. Τὸ ὕδωρ, ἐν συνεχείᾳ, προσκρούει ἐπὶ τῶν πτερυγίων ἑνὸς *ὑδροστροβίλου* (βλ. *§ 120, 2*) καὶ θέτει αὐτὸν εἰς κίνησιν. Ὁ ὑδροστρόβιλος κινεῖ μίαν *ἠλεκτρικὴν γεννήτριαν*, ἡ ὁποία τροφοδοτεῖ δι᾿ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος τὸ ἠλεκτρικὸν δίκτυον μιᾶς πόλεως. Διὰ μιᾶς, λοιπόν, *ὑδροηλεκτρικῆς ἐγκαταστάσεως* μετατρέπεται ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια τοῦ ὕδατος τῆς λίμνης εἰς ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν.

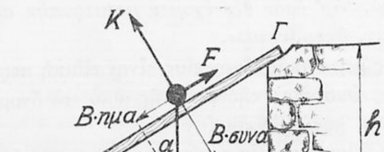
2) Ἐὰν ἀφήσωμεν τεμάχιον μολύβδου νὰ πέσῃ ἐπὶ τοῦ δαπέδου, ἡ δυναμική του ἐνέργεια μετατρέπεται εἰς κινητικὴν καί, τελικῶς, εἰς θερμότητα.

§ 62. Ἁπλαῖ μηχαναί. ***Μηχαναί,*** ἐν γένει, καλοῦνται συστήματα σωμάτων διὰ τῶν ὁποίων μετασχηματίζεται ἐνέργεια μιᾶς μορφῆς εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς. Μηχαναί, π.χ., εἶναι οἱ *κινητῆρες* (βενζινοκινητῆρες, ἠλεκτρικοὶ κινητῆρες κ.λ.), διὰ τῶν ὁποίων μετατρέπεται ἐνέργεια μιᾶς μορφῆς (θερμότης καύσεως, ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια κ.λ.) εἰς μηχανικὸν ἔργον.

Ἐνταῦθα θὰ ἐξετάσωμεν μερικὰς ἐκ τῶν ***ἁπλῶν μηχανῶν,*** εἰς τὰς ὁποίας τόσον ἡ προσφερομένη, ὅσον καὶ ἡ ἀποδιδομένη ἐνέργεια εὑρίσκονται ὑπὸ μορφὴν μηχανικοῦ ἔργου.

Αἱ ἁπλούστεραι ἐξ αὐτῶν χρησιμοποιοῦνται ἢ διὰ νὰ μεταβάλλουν τὴν δ ι ε ύ θ υ ν σ ι ν μιᾶς δυνάμεως, ὅπως, π.χ., ἡ ἀκίνητος τροχαλία (βλ. σχ. *88)*, ἢ διὰ νὰ μεταβάλλουν τὸ μ έ τ ρ ο ν τῶν δυνάμεων, ὅπως, π.χ., ὁ μοχλὸς *(βλ. σχ. 91)*, διὰ τοῦ ὁποίου, μὲ μικρὰν δύναμιν, ὑπερνικῶμεν ἄλλην μεγαλυτέραν.

§ 63. Κεκλιμένον ἐπίπεδον. Διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου δυνάμεθα ν᾿ ἀνυψώσωμεν ἕνα σῶμα *(σχ. 87)* καταβάλλοντες δύναμιν F μ ι κ ρ ο τ έ ρ α ν τοῦ βάρους του B.



Σχ. 87. *Διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἀνυψοῦμεν τὸ σῶμα ἐξασκοῦντες δύναμιν F μικροτέραν τοῦ βάρους B αὐτοῦ.*

Τοῦτο προκύπτει ἐκ τῶν ἑξῆς συλλογισμῶν: Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπιδροῦν τρεῖς δυνάμεις: 1) τὸ βάρος του B, 2) ἡ δύναμις K, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ 3) ἡ δύναμις F, μὲ τὴν ὁποίαν ἀνυψώνομεν τὸ σῶμα. Ἀναλύομεν τὸ βάρος εἰς δύο συνιστώσας· τὴν $B \cdot ημα$, παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον, καὶ τὴν $B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \alpha$, κάθετον ἐπ' αὐτό. Ἐφ' ὅσον τὸ σῶμα ἰσορροπεῖ ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, πρέπει ἡ μὲν δύναμις $B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \alpha$ νὰ ἰσορροπῆται ὑπὸ τῆς K, ἡ δὲ F ὑπὸ τῆς $B \cdot \eta\mu\, \alpha$. Ἤτοι θὰ εἶναι

$$K = B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \alpha \quad \text{καὶ} \quad F = B \cdot \eta\mu\, \alpha.$$

Ἐκ τῆς τελευταίας ἐξισώσεως παρατηροῦμεν ὅτι ἡ δύναμις F, ἡ ἀνυψοῦσα τὸ σῶμα, εἶναι μικροτέρα τοῦ βάρους B τοῦ σώματος.

Θὰ ὑπολογίσωμεν, τώρα, τὸ ἀπαιτούμενον ἔργον διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος: Διὰ ν' ἀνυψώσωμεν τὸ σῶμα, κατακορύφως, κατὰ τὸ ὕψος h ἀπαιτεῖται ἔργον ἴσον πρὸς

$$A_1 = B \cdot h.$$

Ἂν τὸ ἀνυψώσωμεν διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, θ' ἀπαιτηθῇ ἔργον

$$A_2 = F \cdot l,$$

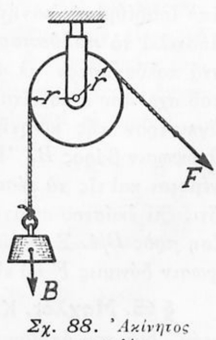
ἔνθα l εἶναι τὸ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου (ἀπόστασις OI'). Ἐπειδή, ὅμως, εἶναι $F = B \cdot \eta\mu\, \alpha$ καὶ $h = l \cdot \eta\mu\, \alpha$, ἔχομεν

$$A_2 = B \cdot \eta\mu\, \alpha \cdot \frac{h}{\eta\mu\, \alpha} = B \cdot h = A_1.$$

Βλέπομεν, δηλαδή, ὅτι καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις χρειάζεται τὸ αὐτό, ἀκριβῶς, ἔργον. Συνεπῶς, διὰ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἐπιτυγχάνομεν μὲν ἐλάττωσιν τῆς ἀπαιτουμένης διὰ τὴν ἀνύψωσιν δυνάμεως, ὁ δρόμος, ὅμως, κατὰ τὸν ὁποῖον μετακινοῦμεν τὸ σῶμα, γίνεται μεγαλύτερος.

Τοῦτο διατυποῦται εἰς γενικὴν πρότασιν τῆς Μηχανικῆς, τὴν ἑξῆς: «*Ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον*» ***(Χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς)***.

§ 64. Τροχαλίαι. 1) ***Ἀκίνητος*** (ἢ *παγία*) ***τροχαλία.*** Ἡ τροχαλία, ἐν γένει, εἶναι δίσκος στρεπτὸς περὶ ἄξονα, ὁ ὁποῖος φέρει κατὰ τὴν περιφέρειαν αὔλακα διὰ τῆς ὁποίας διέρχεται σχοινίον (ἢ ἅλυσις). Ὁ ἄξων στερεοῦται εἰς στέλεχος, σχήματος Π, τὸ ὁποῖον καλεῖται *τροχαλιοθήκη*. Εἰς τὴν ἀκίνητον τροχαλίαν *(σχ. 88)* ἡ τροχαλιοθήκη στερεοῦται μονίμως, ἀπὸ δὲ τὸ ἓν ἄκρον τοῦ σχοινίου ἀναρτῶμεν τὸ πρὸς ἀνύψωσιν σῶμα B, ἐνῶ εἰς τὸ ἄλλο ἐξασκεῖται ἡ δύναμις F, διὰ τῆς ὁποίας πρόκειται ν' ἀνυψώσωμεν τὸ σῶμα. Ὅταν ἡ τροχαλία ἰσορροπῇ, αἱ ῥοπαὶ τῶν δύο δυνάμεων B καὶ F, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, θὰ εἶναι ἴσαι καὶ ἀντίθετοι. Ἤτοι θὰ ἔχωμεν

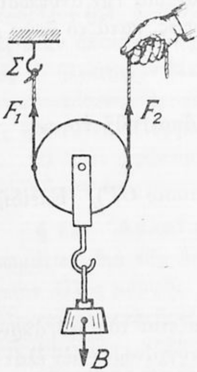


Σχ. 88. *Ἀκίνητος τροχαλία.*

$$B \cdot r = F \cdot r \quad \text{ἄρα} \quad F = B.$$

Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι, διὰ τῆς ἀκινήτου τροχαλίας, δὲν ἐπιτυγχάνομεν ἐλάττωσιν τῆς ἀπαραιτήτου, διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, δυνάμεως, ἀλλ', ἁπλῶς μόνον, μεταβάλλομεν τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς. Τοῦτο, ὅμως, εἶναι χρησιμώτατον, διότι ὁ ἄνθρωπος καταπονεῖται ὀλιγώτερον ὅταν ἕλκῃ ἕνα σχοινίον πρὸς τὰ κάτω, παρὰ ἀντιθέτως.

2) ***Κινητὴ τροχαλία.*** Τὸ σχοινίον, στερεωθὲν κατὰ τὸ ἓν ἄκρον εἰς τὸ σημεῖον Σ *(σχ. 89)*, διέρχεται διὰ τῆς αὔλακος τῆς τροχαλίας, εἰς δὲ τὸ ἄγκιστρον τῆς τροχαλιοθήκης ἀναρτᾶται τὸ βάρος B. Εἰς τὴν περίπτωσιν τῆς ἰσορροπίας, τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν τριῶν δυνάμεων F_1, F_2 καὶ B, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα τῆς τροχαλίας, θὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν. Ἤτοι θὰ ἔχωμεν



Σχ. 89. *Κινητὴ τροχαλία.*

$$F_1 \cdot r + B \cdot 0 - F_2 \cdot r = 0$$

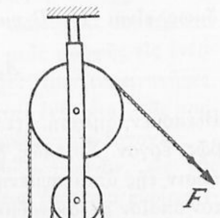
ἢ $$F_1 = F_2.$$

(Ἐπειδὴ ἡ δύναμις B διέρχεται διὰ τοῦ ἄξονος, ἔχει μοχλοβραχίονα ἴσον πρὸς μηδέν). Ἀφοῦ, λοιπόν, τὸ βάρος B ἀντισταθμίζεται ὑπὸ τῶν δύο ἴσων δυνάμεων F_1, F_2, ἕπεται ὅτι

$$F_1 = \frac{B}{2}, \quad F_2 = \frac{B}{2}.$$

Παρατηροῦμεν ὅτι, διὰ ν' ἀνυψώσωμεν ἕνα σῶμα μὲ τὴν βοήθειαν κινητῆς τροχαλίας, πρέπει νὰ καταβάλωμεν δύναμιν ἴσην πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ βάρους του.

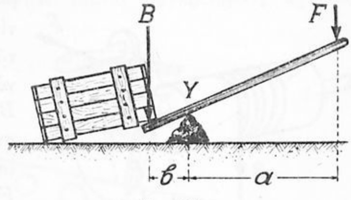
3) ***Πολύσπαστον.*** Σύστημα, ἀποτελούμενον ἀπὸ ἰσαρίθμους ἀκινήτους καὶ κινητὰς τροχαλίας, ἀποτελεῖ τὸ ***πολύσπαστον.*** Τὸ σχῆμα *90* παριστᾷ πολύσπαστον μὲ *4* τροχαλίας. Εἰς τὸ ἄκρον τοῦ σχοινίου ἐξασκεῖται ἡ δύναμις F, εἰς δὲ τὸ ἄγκιστρον τῆς κινητῆς τροχαλιοθήκης τὸ πρὸς ἀνύψωσιν βάρος B. Ἐφ' ὅσον τὸ βάρος B κατανέμεται καὶ εἰς τὰ τέσσαρα σχοινία ἐξ ἴσου, ἕπεται ὅτι, ἐπὶ ἑκάστου σχοινίου, θὰ ἐξασκεῖται δύναμις ἴση πρὸς $B/4$. Συνεπῶς, ἡ ἀναγκαία διὰ τὴν ἀνύψωσιν δύναμις F θὰ εἶναι ἴση πρὸς $B/4$.



Σχ. 90. *Πολύσπαστον.*

§ 65. Μοχλός. Καλοῦμεν ***μοχλὸν*** σῶμα στερεόν, διὰ τοῦ ὁποίου κατορθώνομεν νὰ ἐξασκήσωμεν δύναμιν ἐπί τινος σώματος, ἐφαρμόζοντες ἄλλην δύναμιν εἰς ἄλλο σημεῖον τοῦ μοχλοῦ.

Ἐπὶ τοῦ μοχλοῦ τοῦ σχήματος *91* ἐξασκοῦνται τρεῖς δυνάμεις: ἡ δύναμις F τῆς χειρός μας, ἡ δύναμις B, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ πρὸς ἀνύψωσιν σῶμα καὶ ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ὑποστήριγμα Y ***(ὑπομόχλιον)***. Ὅταν ὁ μοχλὸς ἰσορροπῇ, τὸ ἄθροισμα τῶν ροπῶν τῶν τριῶν αὐτῶν δυνάμεων, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Y, πρέπει νὰ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν. Ἐπειδὴ ἡ ροπὴ τῆς δυνάμεως, τῆς προερχομένης ἐκ τοῦ ὑπομοχλίου, εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν (καθόσον αὕτη διέρχεται διὰ τοῦ σημείου Y) ἔχομεν



Σχ. 91.

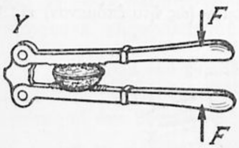
$$F \cdot \alpha - B \cdot \beta = 0.$$

Ἐκ ταύτης ἔχομεν διὰ τὴν δύναμιν F, τὴν ἐξασκουμένην ὑπὸ τῆς χειρός,

$$F = B \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης συνάγεται ὅτι, ἐὰν ἐκλέξωμεν τὴν θέσιν τοῦ ὑπομοχλίου πλησίον τοῦ σώματος, ὁ λόγος β/α θὰ εἶναι μικρὸς καί, συνεπῶς, ἡ δύναμις F, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ἀνύψωσιν τοῦ σώματος, θὰ εἶναι μικροτέρα τοῦ βάρους B αὐτοῦ.

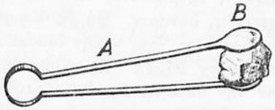
Ἂν ὁ μοχλὸς τοῦ σχήματος *91* περιστραφῇ, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F, κατά τινα γωνίαν, τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς της θὰ διατρέξῃ δρόμον μεγαλύτερον, ἀπὸ τὸν δρόμον τὸν ὁποῖον θὰ διατρέξῃ τὸ σημεῖον ἐφαρμογῆς τῆς δυνάμεως B. Κατὰ τὴν ἀρχήν, ὅμως, τῆς διατηρήσεως τοῦ ἔργου, τὸ ἔργον, τὸ παραγόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως F, θὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ καταναλισκόμενον ὑπὸ τῆς δυνάμεως B. Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι καὶ διὰ τοῦ μοχλοῦ ὅ,τι κερδίζομεν εἰς δύναμιν τὸ χάνομεν εἰς δρόμον.



Σχ. 92. Καρυοθραύστης.

Παραδείγματα μοχλῶν. Εἰς τὸν ***καρυοθραύστην*** *(σχ. 92)* τὸ ὑπομόχλιον εἶναι τὸ σημεῖον Y. Ἡ δύναμις F, ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς χειρός, προκαλεῖ πολὺ μεγαλυτέραν δύναμιν ἐπὶ τοῦ καρύου, ἡ ὁποία καὶ τὸ θραύει.

Εἰς τὴν ***λαβίδα*** *(σχ. 93)* ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ὑπὸ τῆς χειρὸς εἰς τὸ σημεῖον A προκαλεῖ μικροτέραν δύναμιν εἰς τὸ σημεῖον B. Κατὰ τὴν σύσφιγξιν τῆς λαβίδος, ὁ δρόμος, κατὰ τὸν ὁποῖον μετακινεῖται τὸ σημεῖον A, εἶναι μικρότερος τοῦ δρόμου τοῦ σημείου B.



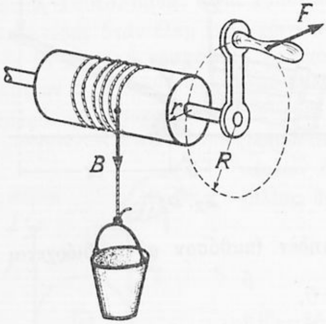
Σχ. 93. Λαβίς.

§ 66. Βαροῦλκον. Τὸ ***βαροῦλκον*** *(σχ. 94)* εἶναι στερεὸς κύλινδρος, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ περιστρέφεται, διὰ στροφάλου, περὶ τὸν ἄξονά του. Ἐπὶ τοῦ βαρούλκου στερεοῦται τὸ ἓν ἄκρον σχοινίου, εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ ὁποίου ἀναρτᾶται τὸ βάρος B, τὸ ὁποῖον πρόκειται νὰ ἀνυψώσωμεν. Αἱ δύο δυνάμεις F καὶ B σχηματίζουν, ὡς πρὸς τὸν ἄξονα περιστροφῆς, δύο ῥοπάς. Διὰ νὰ ὑπάρχῃ ἰσορροπία, πρέπει ἡ ῥοπὴ τῆς δυνάμεως F ν' ἀντισταθμίζῃ τὴν ῥοπὴν τῆς δυνάμεως B, ἤτοι πρέπει νὰ εἶναι

$$B \cdot r = F \cdot R.$$

Ἐκ ταύτης ἔχομεν διὰ τὴν δύναμιν F

$$F = B \cdot \frac{r}{R} \qquad (1)$$



Σχ. 94. Βαροῦλκον.

Ἐπειδὴ ἡ ἀκτὶς r τοῦ βαρούλκου εἶναι μικροτέρα τῆς ἀκτῖνος R τοῦ στροφάλου, ἕπεται ὅτι ἡ δύναμις F εἶναι μικροτέρα τοῦ βάρους B.

Ἡ ἀνωτέρω λύσις, ὡς καὶ αἱ τῶν τριῶν προηγουμένων παραγράφων, ἔγινε τῇ βοηθείᾳ τῆς ἐννοίας τῆς ἰσορροπίας δυνάμεων ἢ ῥοπῶν. Ἐκτὸς τῆς μεθόδου ταύτης, εἶναι δυνατὸν νὰ χρησιμοποιήσωμεν διὰ τὴν λύσιν τῶν προβλημάτων καὶ τὸ θεώρημα διατηρήσεως τοῦ ἔργου. Χάριν παραδείγματος, θὰ ἐφαρμόσωμεν τὴν μέθοδον ταύτην εἰς τὴν λύσιν τοῦ προβλήματος τοῦ βαρούλκου: Κατὰ τὴν περιστροφὴν τοῦ στροφάλου ἡ δύναμις F παράγει ἔργον A_F, τὸ ὁποῖον θὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἔργον A_B, τὸ καταναλισκόμενον διὰ τὴν ὑπερνίκησιν τῆς δυνάμεως B. Ἐὰν ὑπολογίσωμεν τὰ ἔργα ταῦτα διὰ μίαν πλήρη περιστροφὴν τοῦ στροφάλου, θὰ ἔχωμεν

$$A_F = \text{δύναμις} \cdot \text{δρόμος} = F \cdot 2\pi R \quad \text{καὶ} \quad A_B = B \cdot 2\pi r.$$

Ἐπειδὴ τὰ δύο ταῦτα ἔργα εἶναι ἴσα, θὰ ἔχωμεν:

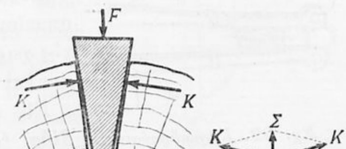
$$F \cdot 2\pi R = B \cdot 2\pi r$$

ἢ

$$F = B \cdot \frac{r}{R}.$$

Παρατηροῦμεν ὅτι, καὶ διὰ τῶν δύο μεθόδων, καταλήγομεν (ὡς ἦτο ἑπόμενον) εἰς τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα.

§ 67. Σφήν. Εἶναι σῶμα στερεόν, πρισματικόν, τῇ βοηθείᾳ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ διαχωρίσωμεν εἰς δύο ἕνα στερεόν, ἐξασκοῦντες ἐπ' αὐτοῦ μικράν, σχετικῶς, δύναμιν. Θὰ ἐξετάσωμεν σφῆνα, ὁ ὁποῖος ἔχει τομὴν ἰσοσκελοῦς τριγώνου (*σχ. 95, 1*). Ἐξασκοῦμεν ἐπ' αὐτοῦ τὴν δύναμιν F, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, οὗτος ὑφίσταται ἐπὶ τῶν πλευρῶν του τὰς καθέτους δυνάμεις K, K. Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ὁ σφήν, πρέπει ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο δυνάμεων K, K (*II*) νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν δύναμιν F.

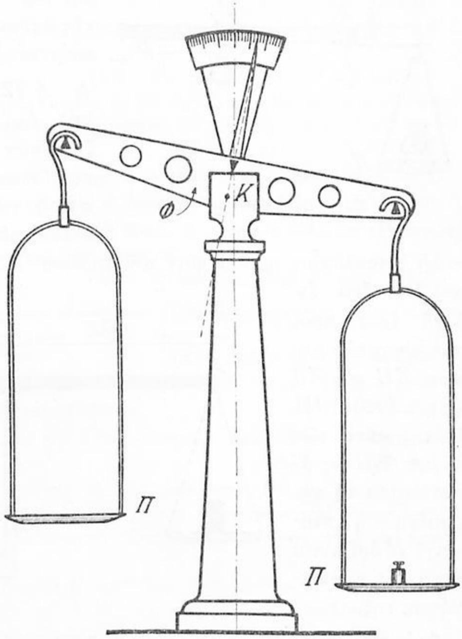


Σχ. 95. Σφήν.

Παρατηροῦμεν ὅτι, ὅσον ὀξύτερος εἶναι ὁ σφήν, τόσον περισσότερον ἀμβλεῖα εἶναι

Εὐαισθησία τοῦ ζυγοῦ. Λέγομεν ὅτι, ἕνας ζυγὸς εἶναι *εὐαίσθητος*, ὅταν, μικρὰ διαφορὰ μεταξὺ τῶν βαρῶν, τὰ ὁποῖα συγκρίνομεν, προκαλῇ μεγάλην ἀπόκλισιν τοῦ δείκτου. Ἡ εὐαισθησία ἐκφράζεται εἰς *ὑποδιαιρέσεις τῆς κλίμακος ἀνὰ χιλιοστόγραμμον.*

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν εὐαισθησίαν τοποθετοῦμεν ἐπὶ τῶν πλαστίγγων δύο ἴσα βάρη καὶ σημειοῦμεν τὴν θέσιν τοῦ δείκτου ἐπὶ τῆς κλίμακος. Ἀκολούθως θέτομεν ἐπὶ τῆς μιᾶς πλάστιγγος μικρὸν βάρος, π.χ. *1 mgr** (χιλιοστόγραμμον βάρους) καὶ μετροῦμεν τὴν ἀπόκλισιν, τὴν ὁποίαν τοῦτο προκαλεῖ.



Σχ. 99. Ζυγός.

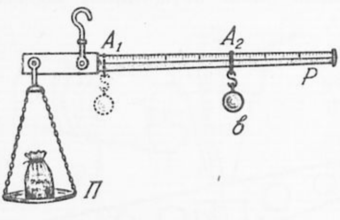
Ἡ εὐαισθησία ἑνὸς ζυγοῦ εἶναι τόσον μεγαλυτέρα α) ὅσον μεγαλύτεροι εἶναι οἱ βραχίονες, β) ὅσον μικρότερον τὸ βάρος τῆς φάλαγγος καὶ γ) ὅσον πλησιέστερον πρὸς τὸ σημεῖον στηρίξεως εὑρίσκεται τὸ κέντρον βάρους *K* τῆς φάλαγγος.

Ἀκρίβεια τοῦ ζυγοῦ. Ὁ ζυγὸς εἶναι *ἀκριβὴς* ἐὰν ἡ θέσις τοῦ δείκτου παραμένῃ ἀμετάβλητος, ὅταν αἱ δύο πλάστιγγες φορτισθοῦν δι' ἴσων σταθμῶν. Πρὸς τοῦτο πρέπει οἱ δύο βραχίονες νὰ εἶναι ἴσοι.

Διὰ νὰ ἐλέγξωμεν τὴν ἀκρίβειαν, θέτομεν ἐπὶ τῆς μιᾶς πλάστιγγος ἕνα βάρος, καί, ἐν συνεχείᾳ, ἐπὶ τῆς ἑτέρας πλάστιγγος, τόσα σταθμὰ ὥστε ὁ δείκτης νὰ ἐπανέλθῃ εἰς τὴν ἀρχικὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας. Ἐάν, τώρα, ἀνταλλάξωμεν τὰ βάρη ἐπὶ τῶν πλαστίγγων καὶ ἐξακολουθῇ ὁ δείκτης νὰ εὑρίσκεται εἰς τὴν προτέραν του θέσιν, ἕπεται ὅτι οἱ βραχίονες εἶναι ἴσοι καὶ τὰ βάρη ἴσα.

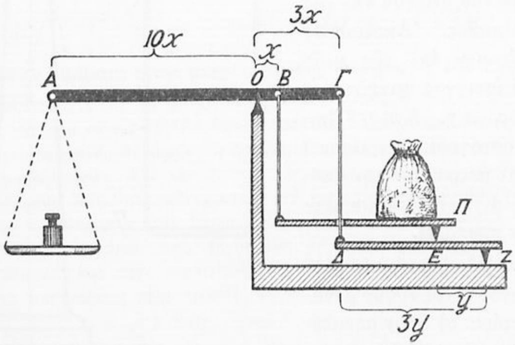
Ἡ ἔννοια, λοιπόν, τῆς ἀκριβείας τοῦ ζυγοῦ εἶναι, ἐντελῶς, ἀνεξάρτητος τῆς εὐαισθησίας.

★ **§ 71. Στατήρ.** Ἡ φάλαγξ ἔχει ἀνίσους μοχλοβραχίονας *(σχ. 100)*. Διὰ νὰ ἰσορροπῇ ὁ στατήρ, ὅταν ἡ πλάστιγξ *Π* εἶναι κενή, πρέπει τὸ κινητὸν βάρος *β* νὰ τεθῇ εἰς τὴν θέσιν A_1. Ἂν, ἤδη, θέσωμεν εἰς τὴν πλάστιγγα ἕνα σῶμα, διὰ νὰ ἐπανέλθῃ ἡ ἰσορροπία πρέπει νὰ μεταφέρωμεν τὸ κινητὸν βάρος εἰς ὡρισμένην θέσιν, π.χ., τὴν A_2. Ἡ θέσις αὕτη παρέχει, ἐπὶ τῆς βαθμολογημένης ῥάβδου P, τὸ ζητούμενον βάρος τοῦ σώματος.



Σχ. 100. Στατήρ.

★ **§ 72. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.** Διὰ τοιούτου ζυγοῦ (*σχ. 101*), ζυγίζομεν βαρέα ἀντικείμενα, χρησιμοποιοῦντες μικρὰ σταθμά. Ἡ κατασκευὴ τοῦ ζυγοῦ εἶναι τοιαύτη ὥστε, μετακίνησίς τις τοῦ σημείου B νὰ προκαλῇ δεκαπλασίαν μετακίνησιν τοῦ σημείου A. Ὁ λόγος τῶν μηκῶν OB καὶ $OΓ$ ἔχει ἐκλεγῇ ἴσος πρὸς τὸν λόγον τῶν μηκῶν ZE καὶ $ZΔ$ (π.χ. $1:3$). Ἡ ἰσότης αὕτη τῶν λόγων ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα νὰ παραμένῃ ἡ πλάστιγξ $Π$ ὁριζοντία κατὰ τὰς μετακινήσεις της.



Σχ. 101. Δεκαπλασιαστικὸς ζυγός.

Διὰ τοῦ δεκαπλασιαστικοῦ ζυγοῦ, λοιπόν, σῶμα βάρους, π.χ., $100\ kgr^*$, τιθέμενον ἐπὶ τῆς πλάστιγγος $Π$, θὰ ἰσορροπῆται διὰ σταθμῶν $10\ kgr^*$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α′.

1) Πόσον ἔργον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἀνύψωσιν σώματος, μάζης $20\ gr$, εἰς ὕψος $68\ m$; (ΑΠ: $1{,}36\ kgr^*{\cdot}m$)

2) Πόσον ἔργον ἀπαιτεῖται διὰ τὴν ἄντλησιν 150 λίτρων ὕδατος ἀπὸ τοῦ πυθμένος φρέατος βάθους $50\ m$; (ΑΠ: $7500\ kgr^*{\cdot}m$)

3) Πόσον ἔργον παράγει, ἐντὸς μιᾶς πλήρους περιστροφῆς, ἡ κεντρομόλος δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ σφενδόνης, μάζης $100\ gr$; Τὸ μῆκος τοῦ νήματος εἶναι $1\ m$ καὶ ἡ συχνότης 4 στροφαὶ ἀνὰ λεπτόν. (ΑΠ: *Μηδέν. Διατί ;*)

◉ 4) Πόσον ἔργον παράγεται κατὰ τὴν ἄνευ τριβῆς ὀλίσθησιν ἑνὸς σώματος, βάρους $30\ kgr^*$, εἰς ἀπόστασιν $10\ m$ ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου γωνίας κλίσεως 15^0; (ΑΠ: $7{,}65{\cdot}10^9\ erg$)

5) Διὰ ν' ἀνυψώσῃ ἕνας γερανὸς κατὰ *20 cm* τεμάχιον μαρμάρου, ὄγκου $1{,}5\ m^3$ χρειάζεται *5 min*. Ποία ἡ ἰσχὺς τοῦ γερανοῦ; (εἰδικὸν βάρος μαρμάρου $=2{,}8\ gr^*/cm^3$)
(ΑΠ: $2{,}8\ kgr^*\cdot m/sec$)

6) Κινητήρ, ἰσχύος *1500 HP*, ἐργάζεται, ὑπὸ τὴν πλήρη του ἰσχύν, ἐπὶ *2,5 h*. Ποία ἡ παραχθεῖσα ἐνέργεια εἰς *kWh* καὶ $kgr^*\cdot m$;
(ΑΠ: *2797,5 kWh*, $10{,}27\cdot 10^8\ kgr^*\cdot m$)

7) Μικρὸς ἠλεκτρικὸς κινητήρ, ἰσχύος *50 W*, ἐργάζεται ἐπὶ τρίωρον καθημερινῶς. Πόσον θὰ κοστίζῃ ἡ λειτουργία του μηνιαίως (*30* ἡμέραι), ἐὰν τὸ *1 kWh* τιμᾶται *1,5* δραχμάς; (ΑΠ: *6,75 δραχμάς*)

8) Ἐὰν τὸ *1 kWh* πωλεῖται *1,5* δραχμάς, πόσον θὰ κοστίζῃ ἡ λειτουργία ἑνὸς κινητῆρος, ἰσχύος *10 HP*, ἐργαζομένου ἐπὶ *8* ὥρας; (ΑΠ: *89,5 δραχμὰς*)

9) Νὰ ὑπολογισθῇ εἰς $kgr^*\cdot m$, *erg* καὶ *Joule* ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ σῶμα, βάρους $2\ kgr^*$, πῖπτον ἀπὸ ὕψους *45 m*;
(ΑΠ: $90\ kgr^*\cdot m$, $88{,}3\cdot 10^8\ erg$, *883 J*)

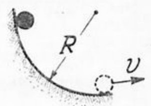
10) Σῶμα, μάζης *20 kgr*, πίπτει ἐλευθέρως. Ποία ἡ κινητική του ἐνέργεια μετὰ *5 sec* ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφέθη ἐλεύθερον;
(ΑΠ: $2452{,}5\ kgr^*\cdot m$, *24059 J*)

11) Τὸ ὕδωρ ἑνὸς ποταμοῦ κινεῖται μὲ ταχύτητα *120 cm/sec*. Ποία ἡ κινητικὴ ἐνέργεια ἑνὸς κυβικοῦ ἑκατοστομέτρου ὕδατος; (ΑΠ: *7200 erg*)

12) Ποία ἡ κινητικὴ ἐνέργεια (εἰς ἔργια) σώματος, μάζης *1 gr*, κινουμένου μὲ ταχύτητα $2\cdot 10^9\ cm/min$; (ΑΠ: $11\cdot 10^{14}\ erg$)

13) Σῶμα, μάζης *100 gr*, ἀφίνεται νὰ πέσῃ ἀπὸ ὕψους *100 m*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ κινητικὴ καὶ ἡ δυναμική του ἐνέργεια μετὰ χρόνον *0 sec*, *1 sec* καὶ *2 sec* ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφέθη ἐλεύθερον. Ὁμοίως τὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ κτυπήσῃ εἰς τὸ ἔδαφος.
(ΑΠ: $0\ (10\ kgr^*\cdot m)$, $0{,}49\ kgr^*\cdot m\ (9{,}51\ kgr^*\cdot m)$, $1{,}96\ kgr^*\cdot m\ (8{,}04\ kgr^*\cdot m)$, $10\ kgr^*\cdot m\ (0)$)

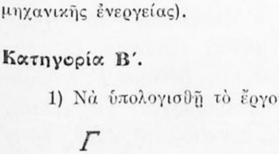
14) Σφαῖρα, μάζης *10 gr*, ὀλισθαίνει, ἄνευ τριβῆς, ἐπὶ τοῦ τεταρτοκυκλίου τοῦ ἔναντι σχήματος, ἀκτῖνος $R=10\ cm$. Ποία ἡ ταχύτης της, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ κάτω ἄκρον; (ΑΠ: *141 cm/sec*)



15) Νὰ εὑρεθῇ ἡ ταχύτης τὴν ὁποίαν ἀποκτᾷ σφαῖρα, μάζης *500 gr*, ὅταν ἀφεθῇ ἐλευθέρα ἀπὸ ὕψους *32 m*. Ἡ ἄσκησις νὰ λυθῇ διὰ χρησιμοποιήσεως τοῦ θεωρήματος διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας). (ΑΠ: *25,4 m/sec*)

Κατηγορία Β'.

1) Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει τὸ βάρος *B* τῆς σφαίρας κατὰ τὴν ἄνευ τριβῆς ὀλίσθησιν α) ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου *ΓΔ* καὶ β) ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου *ΓΕ* μέχρις ὅτου ἡ σφαῖρα φθάσῃ, καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις, εἰς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον *ΔΕ*. (Δίδονται $B=1\ kgr^*$, $ΓΕ=10\ m$). (ΑΠ: $5\ kgr^*\cdot m$)



2) Ἀτμόσφυρα, βάρους *1* τόννου, πίπτουσα ἐξ ὕψους *1,5 m*, ἀναγκάζει πάσσαλον νὰ εἰσχωρήσῃ ἐντὸς τοῦ ἐδάφους κατὰ *8 cm*. Ποία ἡ ἐπὶ τοῦ πασσάλου ἐξασκουμένη δύναμις; (Ἡ ἄσκησις νὰ λυθῇ ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ δύναμις εἶναι σταθερὰ κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς προωθήσεως καὶ ὅτι ἡ ἐνέργεια τῆς σφύρας μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς ἔργον προωθήσεως τοῦ πασσάλου). (ΑΠ: $18{,}75\ t^*$)

3) Ὑδροηλεκτρικὴ ἐγκατάστασις, ἐργαζομένη συνεχῶς καὶ ὑπὸ τὴν πλήρη αὐτῆς ἰσχύν, παράγει ἐτησίως ἐνέργειαν $43{,}8 \cdot 10^6$ *kWh*. Ποία ἡ ἰσχὺς τῆς ἐγκαταστάσεως εἰς *kW*, *HP* καὶ *kgr*·m/sec* ; (Νὰ ληφθῇ *1* ἔτος=*365* ἡμέραι).

(ΑΠ : *5000 kW*, *6702 HP*, *509352 kgr*·m/sec*)

4) Ἀτμομηχανή, κινουμένη μὲ ταχύτητα *61 km/h*, ἕλκει συρμὸν μὲ δύναμιν *4,5* τόννων. Ποία ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς εἰς *HP* ; (ΑΠ : *1000 HP*)

5) Σῶμα, μάζης *20 gr*, κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν $2\ ms/ec^2$. Πόσην κινητικὴν ἐνέργειαν ἀποκτᾷ τὸ σῶμα τοῦτο ἀνὰ *cm* ; (ΑΠ : $4 \cdot 10^3$ *erg*)

6) Σῶμα, μάζης *100 gr*, ἔχει κινητικὴν ἐνέργειαν $5 \cdot 10^3$ *erg*. Μετὰ *20 sec* ἡ ἐνέργειά του ἔχει αὐξηθῆ εἰς $2 \cdot 10^5$ *erg*. Νὰ εὑρεθοῦν α) ἡ ταχύτης εἰς τὰς δύο περιπτώσεις, β) ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος, γ) ἡ δύναμις ἡ ὁποία ἐξησκήθη ἐπ' αὐτοῦ καὶ δ) τὸ διάστημα τὸ ὁποῖον διήνυσε τὸ σῶμα ἐντὸς τῶν *20 sec*.

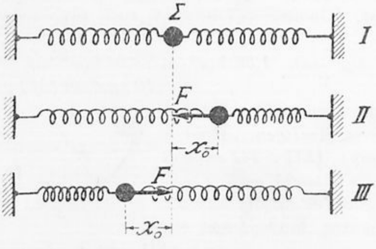
(ΑΠ : *10 cm/sec*, *63,2 cm/sec*, $2{,}66\ cm/sec^2$, *266 dyn*, *75 cm*)

7) Κινητήρ, ἰσχύος *10 HP*, ἐργάζεται ἐπὶ *8* ὥρας ἡμερησίως. Πόσον κοστίζει ἡμερησίως ἡ λειτουργία του, ἐὰν τὸ *1 kWh* τιμᾶται *1,5* δραχμὰς καὶ ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως τοῦ κινητῆρος εἶναι *87* %. (ΑΠ : *103 δραχμὰς ἡμερησίως*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ϛ'

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

§ 73. Ἡμιτονοειδὴς ταλάντωσις. Θεωρήσωμεν σφαῖραν *Σ* (*σχ. 102, I*), ἡ ὁποία συγκρατεῖται ὁριζοντίως ὑπὸ δύο ὁμοίων ἐλατηρίων.

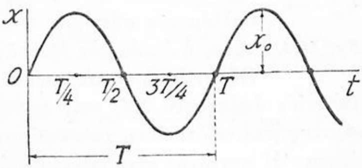


Σχ. 102. *Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως F τῶν ἐλατηρίων ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ ταλάντωσιν περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της.*

Ἀπομακρύνομεν τὴν σφαῖραν ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της κατά τινα ἀπόστασιν x_o (*II*), ὁπότε τὰ ἐλατήρια παραμορφοῦνται — τὸ δεξιὸν συμπιέζεται, ἐνῶ τὸ ἀριστερὸν ἐκτείνεται — καί, ἀκολούθως, ἀφήνομεν αὐτὴν ἐλευθέραν. Ἐπειδὴ τὰ παραμορφωμένα ἐλατήρια τείνουν ν' ἀνακτήσουν τὸ ἀρχικόν των μῆκος, ἐξασκοῦν ἐπὶ τῆς σφαίρας μίαν δύναμιν *F*, ἡ ὁποία τείνει νὰ τὴν φέρῃ πρὸς τ' ἀριστερά. Οὕτω, ἡ σφαῖρα ἀρχίζει νὰ κινῆται, ὅταν δὲ φθάσῃ εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της, δὲν σταματᾷ, ἀλλά, λόγῳ ἀδρανείας, ἐξακολουθεῖ κινουμένη, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, τὸ μὲν ἀριστερὸν ἐλατήριον συμπιέζεται, τὸ δὲ δεξιὸν ἐκτείνεται. Κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας διαρκῶς ἐλαττοῦται, ὅταν δὲ ἡ σφαῖρα φθάσῃ εἰς ἀπόστασιν x_o πρὸς τ' ἀριστερὰ (*III*), ἡ ταχύτης της θὰ ἔχῃ γίνει μηδέν. Ἀκολούθως, ἡ σφαῖρα ἀρχίζει κινουμένη πρὸς τὰ δεξιά, λόγῳ τῆς δυνάμεως *F*, τὴν ὁποίαν ἐξασκοῦν, πάλιν, τὰ παραμορφωμένα ἐλατήρια, κατ' αὐτὸν δὲ τὸν τρόπον αὕτη ἐκτελεῖ παλινδρομικὴν κίνησιν περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της, ἡ ὁποία καλεῖται ***περιοδικὴ κίνησις*** (ἢ ***ταλάντωσις***), διότι ἐπαναλαμβάνεται ἡ αὐτὴ μετὰ ὡρισμένον χρονικὸν διάστημα, τὸ ὁποῖον καλοῦμεν ***περίοδον*** T τῆς ταλαντώσεως. Τὸ ἀντίστροφον $1/T$ τῆς περιόδου καλοῦμεν ***συχνότητα*** ν. Ἡ ἑκάστοτε ἀπόστασις x τῆς σφαίρας ἀπὸ τὴν θέσιν ἰσορροπίας της καλεῖται ***ἀπομάκρυνσις***.

Κατὰ τὴν ταλάντωσιν τῆς σφαίρας ἡ ἀπομάκρυνσις x λαμβάνει τιμὰς κυμαινομένας μεταξὺ τοῦ μηδενὸς (θέσις ἰσορροπίας) καὶ τοῦ x_o, ἄλλοτε θετικὰς (πρὸς τὰ δεξιὰ) καὶ ἄλλοτε ἀρνητικὰς (πρὸς τ' ἀριστερά). Τὴν μεγίστην τιμὴν x_o τῆς ἀπομακρύνσεως καλοῦμεν ***πλάτος*** τῆς ταλαντώσεως.

Τὴν ταλάντωσιν τῆς σφαίρας δυνάμεθα νὰ παραστήσωμεν καὶ γραφικῶς, χρησιμοποιοῦντες σύστημα δύο ἀξόνων, ἐκ τῶν ὁποίων ὁ ὁριζόντιος θὰ εἶναι ἄξων χρόνων t *(σχ. 103)*, καὶ ὁ κατακόρυφος ἄξων ἀπομακρύνσεων x. Ἐὰν λάβωμεν ὡς ἀρχὴν τῶν χρόνων $(t=0)$ τὴν χρονικὴν στιγμήν, κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ σφαῖρα, κινουμένη πρὸς τὰ δεξιά, διέρχεται διὰ τῆς θέσεως ἰσορροπίας (ὁπότε ἡ ἀπομάκρυνσις εἶναι $x=0$), τότε, μετὰ χρόνον ἴσον πρὸς τὸ τέταρτον τῆς περιόδου $(t=T/4)$,



Σχ. 103. *Γραφικὴ παράστασις τῆς ἡμιτονοειδοῦς ταλαντώσεως.*

ἡ ἀπομάκρυνσις θὰ ἔχῃ λάβει τὴν μεγίστην της τιμὴν $+x_o$. Μετὰ ἕν, ἀκόμη, τέταρτον τῆς περιόδου, δηλ., τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=T/2$, ἡ σφαῖρα θὰ ἔχῃ ἐπιστρέψει εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, ὁπότε ἡ ἀπομάκρυνσίς της θὰ ἔχῃ γίνει ἐκ νέου μηδέν. Μετὰ ἕν, ἀκόμη, τέταρτον τῆς περιόδου, δηλ., τὴν χρονικὴν στιγμὴν $t=3\cdot T/4$, ἡ σφαῖρα, κινουμένη πρὸς τ' ἀριστερά, θὰ ἔχῃ ἀπομάκρυνσιν $-x_o$, ἵνα, τέλος, μετὰ χρόνον $t=T$, ἐπανέλθῃ εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας, ὁπότε θὰ ἔχῃ συμπληρώσει μίαν πλήρη ταλάντωσιν. Ἐν συνεχείᾳ, ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ δευτέραν ὁμοίαν ταλάντωσιν κ.ο.κ.

Παρατηροῦντες τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος *103* πιστοποιοῦμεν ὅτι, ὄντως, διὰ $t=0$ ἔχομεν $x=0$, διὰ $t=T/4$ ἔχομεν $x=+x_o$, διὰ $t=3T/4$ ἔχομεν $x=-x_o$ κ.οκ. Μὲ τὴν βοήθειαν τοῦ διαγράμματος αὐτοῦ δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν ποία εἶναι ἡ ἀπομάκρυνσις x τῆς σφαίρας καὶ εἰς οἱανδήποτε ἄλλην χρονικὴν στιγμήν.

Ἡ θεωρητικὴ διερεύνησις τῆς περιοδικῆς ταύτης κινήσεως δεικνύει ὅτι ἡ γραμμὴ τοῦ διαγράμματος εἶναι *ἡμιτονοειδής*, περιγράφεται, δηλ., μαθηματικῶς ὑπὸ τῆς ἐξισώσεως

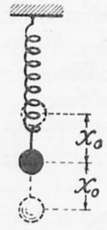
$$x = x_o \cdot \eta\mu \frac{2\pi}{T} \cdot t = x_o \cdot \eta\mu\, 2\pi\nu \cdot t.$$

Ἐπειδὴ γνωρίζομεν ὅτι εἶναι $\omega=2\pi\nu$, δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τὴν ἄνω ἐξίσωσιν καὶ ὑπὸ τὴν μορφὴν

$$\boxed{x = x_o \cdot \eta\mu\, \omega t} \qquad (1)$$

Εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ἡ γωνία ωt, ἡ ὁποία διαρκῶς αὐξάνεται, καλεῖται ***φάσις*** τῆς ταλαντώσεως, τὸ δὲ ω ***κυκλικὴ συχνότης*** αὐτῆς.

Ἁπλουστευμένην διάταξιν διὰ τὴν ἐπίδειξιν τῆς ταλαντώσεως παριστᾷ τὸ σχῆμα *104*: Ἡ σφαῖρα ἐξαρτᾶται ἀπὸ κατακόρυφον ἐλατήριον, ἐὰν δὲ τὴν μετατοπίσωμεν διὰ τῆς χειρός μας πρὸς τὰ κάτω καὶ τὴν ἀφήσωμεν, κατόπιν, ἐλευθέραν θὰ ἐκτελέσῃ ἡμιτονοειδῆ ταλάντωσιν.



Σχ. 104.

Ταλάντωσιν δύναται νὰ ἐκτελέσῃ, ἐπίσης, ἕνα ἐκκρεμές, ἄνθρωπος καθήμενος εἰς τὸ μέσον μεγάλης σανίδος στηριγμένης εἰς τὰ δύο ἄκρα της, ἡ αἰώρα (κ. κούνια) κ.λ.

Εἰς ὅλας αὐτὰς τὰς ταλαντώσεις παρατηροῦμεν ὅτι, τὸ παλλόμενον σύστημα ταλαντοῦται μὲ ὡ ρ ι σ μ έ ν η ν συχνότητα, ἡ ὁποία δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως. Οὕτω, ἐὰν μετατοπίσωμεν τὴν σφαῖραν τοῦ σχήματος *104* κατὰ διπλασίαν ἀπόστασιν $2x_o$ καί, ἀκολούθως, τὴν ἀφήσωμεν ἐλευθέραν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι αὕτη ταλαντοῦται μὲ τὴν ἰδίαν, ὡς καὶ πρότερον, συχνότητα. Ἡ συχνότης μεταβάλλεται μόνον ἐὰν μεταβληθοῦν τὰ στοιχεῖα τοῦ παλλομένου συστήματος (μᾶζα τῆς σφαίρας - «σκληρότης» τοῦ ἐλατηρίου, μῆκος τοῦ ἐκκρεμοῦς, μᾶζα τοῦ ἀνθρώπου - διαστάσεις τῆς σανίδος κ.λ.).

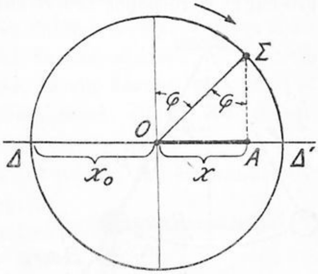
Τὴν συχνότητα τῆς ταλαντώσεως ἑνὸς συστήματος, ὡς χαρακτηριστικὴν τοῦ συστήματος, καλοῦμεν ***ἰδιοσυχνότητα*** αὐτοῦ, τὴν δὲ περίοδον, ***ἰδιοπερίοδον.***

Διατήρησις τῆς ἐνεργείας κατὰ τὴν ταλάντωσιν. Κατὰ τὴν ταλάντωσιν τῆς σφαίρας τοῦ σχήματος *102* ἡ ταχύτης της μεταβάλλεται περιοδικῶς. Οὕτω, κατὰ τὰς χρονικὰς στιγμάς, κατὰ τὰς ὁποίας ἡ σφαῖρα εὑρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις *(II, III)* ἡ ταχύτης της εἶναι μηδέν, ἐνῶ αὕτη λαμβάνει τὴν μεγίστην τιμήν, ὅταν ἡ σφαῖρα διέρχεται διὰ τῆς θέσεως τῆς ἰσορροπίας. Τοῦτο σημαίνει ὅτι καὶ ἡ κ ι ν η τ ι κ ὴ ἐνέργεια τῆς σφαίρας εἰς μὲν τὰς ἄκρας θέσεις θὰ ἔχῃ τιμὴν μηδέν, ἐνῶ εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας θὰ ἔχῃ τὴν μεγίστην τιμήν.

Ὅσον ἀφορᾷ τὴν δ υ ν α μ ι κ ὴ ν ἐνέργειαν τοῦ ἐλατηρίου εἶναι προφανὲς ὅτι αὕτη θὰ εἶναι μεγίστη, ὅταν ἡ σφαῖρα εὑρίσκεται εἰς τὰς ἄκρας θέσεις (μεγίστη παραμόρφωσις τῶν ἐλατηρίων), ἐνῶ θὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ὁσάκις ἡ σφαῖρα διέρχεται διὰ τῆς θέσεως ἰσορροπίας της.

Παρατηροῦμεν ὅτι, εἰς τὰς θέσεις μεγίστης κινητικῆς ἐνεργείας, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν καὶ ἀντιστρόφως. Κ α τ ὰ τ ὴ ν τ α λ ά ν τ ω σ ι ν, λοιπόν, ἔ χ ο μ ε ν π ε ρ ι ο δ ι κ ὴ ν μ ε τ α τ ρ ο π ὴ ν τ ῆ ς κ ι ν η τ ι κ ῆ ς ἐ ν ε ρ γ ε ί α ς ε ἰ ς δ υ ν α μ ι κ ὴ ν κ α ὶ ἀ ν τ ι σ τ ρ ό φ ω ς. Κατὰ τὸ θεώρημα διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας τὸ ἄθροισμα τῆς κινητικῆς καὶ δυναμικῆς ἐνεργείας θὰ διατηρῆται διαρκῶς σταθερόν.

Διερεύνησις τῆς ἡμιτονοειδοῦς ταλαντώσεως. Ἡ θεωρητικὴ διερεύνησις δεικνύει ὅτι, ἡ κίνησις τῆς σφαίρας τῶν σχημάτων *102* καὶ *104* εἶναι ὁμοία μὲ τὴν κίνησιν, τὴν ὁποίαν ἐκτελεῖ ἡ προβολὴ A *(σχ. 105)* κινητοῦ Σ κινουμένου ὁμαλῶς ἐπὶ περιφερείας κύκλου. Ὄντως, ἐὰν τὸ κινητὸν Σ κινῆται μὲ σταθερὰν γωνιακὴν ταχύτητα ω ἐπὶ περιφερείας κύκλου, ἀκτῖνος x_o, ἡ προβολὴ A αὐτοῦ ἐπὶ τῆς διαμέτρου $\Delta\Delta'$ ἐκτελεῖ ταλάντωσιν μὲ πλάτος ἴσον πρὸς τὴν ἀκτίνα τοῦ κύκλου.



Σχ. 105. *Τὸ σημεῖον A ἐκτελεῖ ἡμιτονοειδῆ ταλάντωσιν ἐπὶ τῆς εὐθείας $\Delta\Delta'$.*

Ἡ ἀπομάκρυνσις x τοῦ σημείου A εὑρίσκεται, ἐκ τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου $OA\Sigma$, ἴση πρὸς

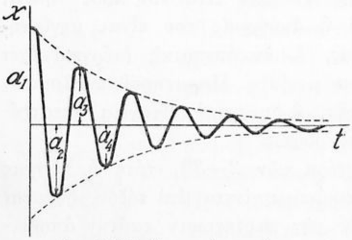
$$x = x_o \cdot \eta\mu\, \varphi.$$

Ἐπειδὴ τὸ κινητὸν Σ κινεῖται ὁμαλῶς ἡ γωνιακὴ ταχύτης ω αὐτοῦ εἶναι ἴση πρὸς $\omega = \varphi/t$, ὁπότε, ἐὰν θέσωμεν ἀντὶ τοῦ φ τὸ ἴσον του ωt, ἡ ἄνω σχέσις γράφεται

$$x = x_o \cdot \eta\mu\, \omega t.$$

★ § 74. Ἀμείωτος καὶ φθίνουσα ταλάντωσις.

Ἡ εἰς τὰ προηγούμενα περιγραφεῖσα ταλάντωσις θεωρεῖται ὅτι διατηρεῖ τὸ πλάτος της σταθερόν, ἕνεκα τοῦ ὁποίου καὶ καλεῖται ***ἀμείωτος*** (ἢ *συντηρουμένη*) ***ταλάντωσις.*** Ἐν τούτοις, ἡ παρατήρησις δεικνύει ὅτι τὸ πλάτος τῶν ταλαντώσεων ἐλαττοῦται συνεχῶς, μέχρις ὅτου γίνῃ μηδέν *(σχ. 106)*, καὶ τοῦτο, διότι ἡ ἐνέργεια τῆς ταλαντώσεως μετατρέπεται, ὀλίγον κατ' ὀλίγον, εἰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας, π.χ., θερμότητα. Αἱ τοιαῦται ταλαντώσεις καλοῦνται ***φθίνουσαι*** (ἢ *ἀποσβεννύμεναι*). Ἡ ἐλάττωσις τοῦ πλάτους προέρχεται ἀπὸ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀντιτίθενται εἰς τὴν κίνησιν (π.χ., τριβή, ἀντίστασις τοῦ ἀέρος κ.λ.).



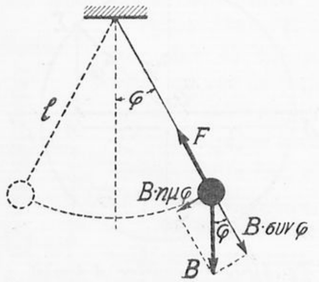
Σχ. 106. *Γραφικὴ παράστασις τῆς φθινούσης ταλαντώσεως.*

§ 75. Μαθηματικὸν ἐκκρεμές.

Περιοδικὴν κίνησιν ἐκτελεῖ, ὁμοίως, καὶ τὸ ***μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς*** *(σχ. 107)*. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ ὑλικὸν σημεῖον, μάζης m, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐξηρτημένον δι' ἀβαροῦς καὶ μὴ ἐκτατοῦ νήματος, μήκους l καὶ κινεῖται ἄνευ τριβῆς (*). Ἐὰν ἀπομακρύνωμεν τὸ ἐκκρεμὲς ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του καί, ἀκολούθως, τὸ ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, θὰ ἐκτελέσῃ περιοδικὴν κίνησιν. Τὴν κίνησιν αὐτὴν δυνάμεθα

(*) Δεδομένου ὅτι ὅλα τὰ σώματα ἔχουν διαστάσεις, εἶναι προφανὲς ὅτι, τὸ μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς δὲν εἶναι πραγματοποιήσιμον. Ἐν τούτοις ἐξετάζομεν τοῦτο, διότι εἶναι εὐχερὴς ἡ μελέτη τῆς κινήσεώς του.

νὰ ἐξετάσωμεν, στοιχειωδῶς, ὡς ἑξῆς: Ἐπὶ τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις: 1) τὸ βάρος του B καὶ 2) ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τὸ νῆμα. Ἀναλύομεν τὴν δύναμιν B εἰς δύο συνιστώσας, μίαν — τὴν $B \cdot συν\,\varphi$ — κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ νήματος καὶ τὴν ἄλλην — τὴν $B \cdot ημ\,\varphi$ — καθέτως πρὸς αὐτήν. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως $B \cdot ημ\,\varphi$ τὸ ἐκκρεμὲς κινεῖται πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας τὴν ὁποίαν, λόγῳ ἀδρανείας, ὑπερβαίνει καὶ ἐξακολουθεῖ κινούμενον πρὸς τ' ἀριστερά. Ἤδη ἡ φορὰ τῆς δυνάμεως $B \cdot ημ\,\varphi$ ἤλλαξε καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐπιβραδύνεται. Ἡ ταχύτης τοῦ ἐκκρεμοῦς θὰ μηδενισθῇ ὅταν τοῦτο ἔλθῃ εἰς θέσιν, συμμετρικὴν ὡς πρὸς τὴν θέσιν ἐκκινήσεως. Ἐν συνεχείᾳ, τὸ ἐκκρεμὲς ἀρχίζει κινούμενον πρὸς τὰ δεξιά, ἐκτελοῦν, οὕτω, περιοδικὴν κίνησιν.



Σχ. 107. Μαθηματικὸν ἐκκρεμές.

Ὅταν τὸ ἐκκρεμὲς εὑρίσκεται εἰς τὰ ἄκρα τῆς τροχιᾶς του ἔχει κινητικὴν μὲν ἐνέργειαν μηδὲν (διότι ἡ ταχύτης του ἐκεῖ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν), δυναμικήν, ὅμως, μεγίστην, διότι ἐκεῖ ἡ ἀνύψωσίς του εἶναι μεγίστη· Ἀφ' ἑτέρου εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας, ἡ μὲν δυναμικὴ ἐνέργεια ἔχει μηδενισθῆ, ἐνῷ ἡ κινητικὴ ἐνέργεια εἶναι μεγίστη. Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι, καὶ εἰς τὴν ταλάντωσιν τοῦ ἐκκρεμοῦς, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια μετατρέπεται περιοδικῶς εἰς κινητικὴν καὶ ἀντιστρόφως.

Ἐὰν ἡ γωνία φ εἶναι μικρὰ (μικροτέρα τῶν $2—3^0$), τότε ἡ κίνησις τοῦ ἐκκρεμοῦς, ἡ ὁποία εἰς τὴν πραγματικότητα γίνεται ἐπὶ τόξου, δύναται νὰ θεωρηθῇ ὅτι γίνεται ἐπὶ χορδῆς. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην ἀποδεικνύεται θεωρητικῶς ὅτι ἡ ἀπομάκρυνσις τοῦ ἐκκρεμοῦς μεταβάλλεται ἡμιτονοειδῶς μετὰ τοῦ χρόνου — ἀκριβῶς ὅπως καὶ εἰς τὸ σχῆμα *103* — ἡ δὲ περίοδος αὐτοῦ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}} \qquad (1)$$

ἔνθα g εἶναι ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος.

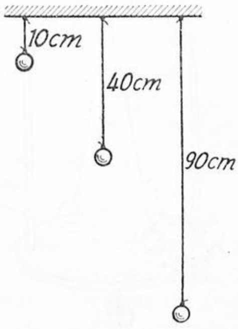
Ἐκ τοῦ τύπου τούτου προκύπτει ὅτι ἡ περίοδος τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς εἶναι ἀνάλογος τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης τοῦ μήκους l τοῦ ἐκκρεμοῦς, ἐξαρτᾶται δὲ καὶ ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν τῆς βαρύτητος g.

Ἀπὸ τὸν τύπον (1) — ὁ ὁποῖος δὲν περιέχει τὴν μᾶζαν τοῦ ἐκκρεμοῦς — δικαιολογεῖται καὶ ἡ πρώτη παρατήρησις τοῦ Γαλιλαίου (*) ὅτι, ἐκκρεμῆ

(*) *Galileo Galilei (Γαλιλαῖος) (1564—1642).* Ἐγεννήθη εἰς τὴν Πίζαν (Ἰταλίας), διετέλεσε δὲ Καθηγητὴς αὐτόθι καὶ εἰς τὴν Πάδουαν. Ἐπειραματίσθη ἐπὶ τῆς πτώσεως τοῦ αὐτοῦ μήκους, ἀλλὰ διαφόρου μάζης, ἔχουν ὅλα τὴν αὐτὴν περίοδον.

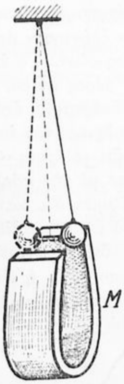
Ὁμοίως, ἀπὸ τὸν τύπον (1), προκύπτει ὅτι τὸ ὑλικὸν ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον τὸ ἐκκρεμὲς οὐδεμίαν ἐπίδρασιν ἔχει ἐπὶ τῆς περιόδου. Ἐπίσης ἡ περίοδος δὲν ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τοῦ πλάτους τῆς ταλαντώσεως. Ἐάν, δηλαδή, ἐκτρέψωμεν τὸ ἐκκρεμὲς ἐκ τῆς θέσεως ἰσορροπίας του κατὰ μικρὰν γωνίαν, π.χ., 1^0, καί, ἀκολούθως, κατὰ 2^0, 3^0, θὰ εὕρωμεν τὴν αὐτὴν περίοδον.

Τὴν σχέσιν μεταξὺ τῆς περιόδου καὶ τοῦ μήκους τοῦ ἐκκρεμοῦς δυνάμεθα νὰ δείξωμεν, πειραματικῶς, διὰ τριῶν σφαιρῶν ἐξηρτημένων διὰ νημάτων, τῶν ὁποίων τὰ μήκη νὰ εἶναι, π.χ., *10 cm*, *40 cm* καὶ *90 cm (σχ. 108)*. Ἐὰν θέσωμεν εἰς ταλάντωσιν καὶ τὰ τρία ἐκκρεμῆ, θὰ εὕρωμεν ὅτι, ἐντὸς τοῦ χρόνου εἰς τὸν ὁποῖον τὸ μεγαλυτέρου μήκους *(90 cm)* ἐκτελεῖ μίαν ταλάντωσιν, τὸ δεύτερον *(40 cm)* ἐκτελεῖ δύο ταλαντώσεις καὶ τὸ τρίτον *(10 cm)* τρεῖς ταλαντώσεις.



Σχ. 108.

Ἐπειδή, κατὰ τὸν τύπον (1), ἡ περίοδος τοῦ ἐκκρεμοῦς ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν ἐπιτάχυνσιν g τῆς βαρύτητος, ἕπεται ὅτι ἡ περίοδος ἑνὸς ἐκκρεμοῦς, μεταφερομένου ἀπὸ τόπου εἰς τόπον, θὰ μεταβάλλεται κατά τι. Τοῦτο ἀποδεικνύομεν πειραματικῶς διὰ «τεχνητῆς αὐξήσεως» τοῦ g. Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν ἐκκρεμὲς μὲ σφαῖραν ἐκ σιδήρου, κάτωθεν δὲ αὐτῆς στερεοῦμεν τὸν μόνιμον μαγνήτην *M (σχ. 109)*. Ὁ μαγνήτης ἕλκει τὴν σφαῖραν μὲ μίαν δύναμιν, ἡ ὁποία ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα «φαινομένην αὔξησιν» τοῦ βάρους. Τοῦτο ἰσοδυναμεῖ μὲ «φαινομένην αὔξησιν» τοῦ g. Ἂν, λοιπόν, θέσωμεν εἰς ταλάντωσιν τὸ ἐκκρεμὲς θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τοῦτο ταλαντοῦται μὲ μεγαλυτέραν συχνότητα, δηλαδή, μὲ μικροτέραν περίοδον.



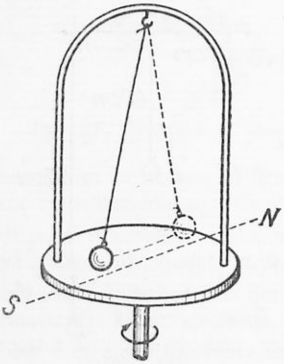
Σχ. 109. *Διὰ τοῦ μαγνήτου ἐπιτυγχάνομεν «τεχνητὴν αὔξησιν» τῆς βαρύτητος.*

§ 76. Ἐκκρεμὲς τοῦ Foucault (Φουκώ). Διὰ τοῦ ἐκκρεμοῦς τούτου δεικνύομεν ὅτι, ἡ Γῆ περιστρέφεται περὶ τὸν ἄξονά της. Ὅπως εἴδομεν

τῶν σωμάτων ρίπτων ἐλαφρὰ καὶ βαρέα σώματα ἀπὸ τοῦ κεκλιμένου Πύργου τῆς Πίζης καὶ εὗρε τοὺς νόμους τῆς πτώσεως. Ἐπίσης ἠσχολήθη καὶ μὲ σπουδαῖα ἀστρονομικὰ ζητήματα. Κατηγορήθη διότι ὑπεστήριζε τὴν θεωρίαν τοῦ Κοπερνίκου περὶ κινήσεως τῆς Γῆς περὶ τὸν Ἥλιον. Μετὰ τὸ πέρας τῆς δίκης, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀπηρνήθη τὰς δοξασίας του, ἀναφέρεται ὅτι εἶπε τὴν περίφημον φράσιν «καὶ ὅμως κινεῖται» (ἡ Γῆ).

κατὰ τὴν περιγραφὴν τῆς κινήσεως τοῦ μαθηματικοῦ ἐκκρεμοῦς, ἡ δύναμις, ἡ προκαλοῦσα τὴν κίνησιν αὐτοῦ (ἡ *Β·ημ φ* εἰς τὸ σχῆμα *107*), εὑρίσκεται πάντοτε ἐντὸς τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως τοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ ὁποῖον εἶναι κατακόρυφον. Συνεπῶς τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως πρέπει νὰ διατηρῆται συνεχῶς ἀμετάβλητον, ἔστω καὶ ἂν ἐπὶ τοῦ νήματος ἐξαρτήσεως ἐπιδροῦν δυνάμεις τείνουσαι νὰ στρέψουν τὸ νῆμα· διότι αἱ δυνάμεις αὗται ὡς μόνον ἀποτέλεσμα θὰ ἔχουν νὰ περιστρέφουν τὸ νῆμα καί, κατὰ συνέπειαν, τὸ ἐξ αὐτοῦ ἐξηρτημένον ἐκκρεμὲς περὶ τὸν ἑαυτόν του.

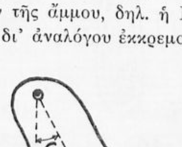
Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν, πειραματικῶς, διὰ τῆς συσκευῆς τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα *110*: Ἐὰν θέσωμεν εἰς ταλάντωσιν τὸ ἐκκρεμές, εἰς τρόπον ὥστε τοῦτο νὰ κινῆται κατὰ τὴν διεύθυνσιν, π.χ., βορρᾶς - νότος καί, ἀκολούθως, περιστρέψωμεν βραδέως τὴν συσκευήν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ἐκκρεμὲς ἐξακολουθεῖ νὰ ταλαντοῦται ἐντὸς τοῦ ἀρχικοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως.



Σχ. 110. *Τὸ ἐκκρεμὲς ἐξακολουθεῖ νὰ ταλαντοῦται ἐντὸς τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως, παρὰ τὴν περιστροφὴν τῆς συσκευῆς (N=βορρᾶς, S=νότος)*

Τὴν ἰδιότητα, ἀκριβῶς, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ἐκκρεμὲς νὰ διατηρῇ τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως ἀμετάβλητον, ἐχρησιμοποίησεν ὁ Foucault διὰ νὰ ἀποδείξῃ, διὰ γηΐνου πειράματος, ὅτι ἡ Γῆ στρέφεται περὶ ἑαυτήν. Πρὸς τοῦτο ἐχρησιμοποίησεν ἐκκρεμές, μήκους *79 m*, τὸ ὁποῖον ἐξήρτησεν ἀπὸ τῆς ὀροφῆς τοῦ Πανθέου τῶν Παρισίων. Τὸ ἐκκρεμὲς τοῦτο ἔφερεν εἰς τὸ κάτω μέρος ἀκίδα, ἡ ὁποία, κατὰ τὴν ταλάντωσιν τοῦ ἐκκρεμοῦς, ἐχάρασσεν, ἐπὶ στρώματος ἄμμου, τὸ ἴχνος τοῦ ἐπιπέδου αἰωρήσεως. Παρετηρήθη ὅτι τὸ ἴχνος τῆς ἀκίδος ἐπὶ τῆς ἄμμου μετεβάλλετο μὲ τὴν πάροδον τοῦ χρόνου. Ἐφ' ὅσον γνωρίζομεν ὅτι, κατὰ τὴν ταλάντωσιν τοῦ ἐκκρεμοῦς, τὸ ἐπίπεδον αἰωρήσεως δὲν μεταβάλλεται, ἕπεται ὅτι διὰ ν' ἀλλάξῃ τὸ ἴχνος ἐπὶ τῆς ἄμμου πρέπει νὰ ἐστράφη τὸ ἐπίπεδον τῆς ἄμμου, δηλ. ἡ Γῆ.

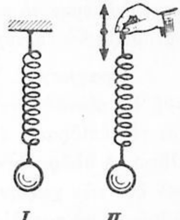
Τὸ πείραμα τοῦ Foucault δυνάμεθα νὰ ἐπαναλάβωμεν δι' ἀναλόγου ἐκκρεμοῦς, πολὺ μικροτέρου μήκους, π.χ., *10* μέτρων. Κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ πειράματος πρέπει νὰ προσέξωμεν, ὥστε, τὴν στιγμήν, κατὰ τὴν ὁποίαν θ' ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ ἐκκρεμές, νὰ μὴ τὸ ὠθήσωμεν καθόλου, διότι, ἄλλως, ἡ κίνησίς του ἐπηρεάζεται καὶ τὸ πείραμα δὲν θὰ ἐπιτύχῃ. Μετὰ ἡμίσειαν, περίπου, ὥραν θὰ ἔχῃ παρατηρηθῇ σαφῶς ἡ ἀλλαγὴ τῆς διευθύνσεως τοῦ ἴχνους.



Σχ. 111. *Φυσικὸν ἐκκρεμές.*

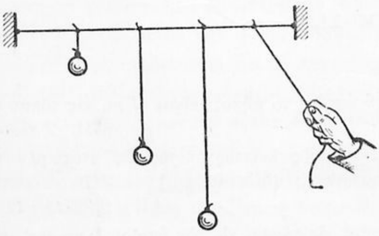
§ 77. Φυσικὸν ἐκκρεμές. Κάθε στερεὸν σῶμα, τὸ ὁποῖον δύναται νὰ στραφῇ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα, μὴ διερχόμενον διὰ τοῦ κέντρου βάρους αὐτοῦ, καλεῖται ***φυσικὸν ἐκκρεμές.*** Ἂν ἀπομακρύνωμεν ἕνα φυσικὸν ἐκκρεμὲς ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του *(σχ. 111)*, ἡ δύναμις *Β* (δηλ τὸ βάρος τοῦ ἐκκρεμοῦς) ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ ῥοπήν, ἡ ὁποία τείνει νὰ τὸ ἐπαναφέρῃ εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του καί, οὕτω, τὸ ἐκκρεμὲς ἐκτελεῖ ταλάντωσιν, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ γωνία φ μεταβάλλεται περιοδικῶς μετὰ τοῦ χρόνου (*).

§ 78. Ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις. Ἐὰν ἡ σφαῖρα τοῦ σχήματος *112, I* ἀπομακρυνθῇ τῆς θέσεως ἰσορροπίας της καί, ἀκολούθως, ἀφεθῇ ἐλευθέρα, θὰ ἐκτελέσῃ, ὡς γνωστόν, ταλάντωσιν. Εἰς τὴν *§ 73* εἴδομεν ὅτι ἡ ἰδιοσυχνότης τῆς ταλαντώσεως ταύτης εἶναι ὡρισμένη καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν μᾶζαν τῆς σφαίρας καὶ τὴν «σκληρότητα» τοῦ ἐλατηρίου. Ἔστω, τώρα, ὅτι τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ ἐλατηρίου δὲν στερεοῦται μονίμως, ἀλλὰ κρατεῖται διὰ τῆς χειρός μας *(II)*, τὴν ὁποίαν κινοῦμεν περιοδικῶς ἐπὶ κατακορύφου τροχιᾶς μὲ συχνότητα ν. Ἡ σφαῖρα θ᾽ ἀρχίσῃ νὰ ταλαντοῦται, ἡ ταλάντωσις, ὅμως, εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν καλεῖται ***ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις,*** καθόσον γίνεται ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῆς περιοδικῆς δυνάμεως - τῆς δυνάμεως τῆς χειρός μας (**).



Σχ. 112. Ἡ σφαῖρα ἐκτελεῖ ἐλευθέραν ταλάντωσιν (I) καὶ ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν (II).

Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ ἄλλην συχνότητα τῆς χειρός, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως θὰ μεταβληθῇ. Εἰς τὴν περίπτωσιν δέ, κατὰ τὴν ὁποίαν ἐπιτύχομεν ὥστε ἡ συχνότης τῆς χειρός μας νὰ γίνῃ, ἀκριβῶς, ἴση μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς σφαίρας, τὸ πλάτος θὰ λάβῃ μεγίστην τιμήν. Ἐὰν ἡ συχνότης τῆς χειρός μας γίνῃ εἴτε μεγαλυτέρα, εἴτε μικροτέρα τῆς ἰδιοσυχνότητος τῆς σφαίρας, τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως λαμβάνει μικροτέρας τιμάς. Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι ὑπάρχει μία καὶ μόνη συχνότης τῆς χειρός μας, ἴση, ἀκριβῶς, μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς σφαίρας, ὑπὸ τὴν ὁποίαν τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως γίνεται μέγιστον. Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν ὅτι ἔχομεν ***συντονισμόν.***



Σχ. 113. Πείραμα διὰ τὴν ἐπίδειξιν τοῦ συντονισμοῦ.

Τὸν συντονισμὸν δυνάμεθα νὰ δείξωμεν καὶ διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐπὶ νήματος ὁριζοντίου, στερεωμένου εἰς τὰ δύο ἄκρα, ἐξαρτῶμεν μερικὰ ἐκκρεμῆ, τὰ ὁποῖα ἔχουν διάφορον μῆκος *(σχ. 113)*. Ἐπὶ πλέον συνδέομεν καὶ ἕνα νῆμα, τὸ ὁποῖον ἕλκομεν περιοδικῶς πρὸς ὁριζοντίαν διεύθυνσιν.

(*) Ὁ τύπος, ὁ ὁποῖος δίδει τὴν περίοδον τοῦ φυσικοῦ ἐκκρεμοῦς, εἶναι πολύπλοκος.

(**) Ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὰς ἐξηναγκασμένας ταλαντώσεις ὅλαι αἱ εἰς τὰς προηγουμένας παραγράφους περιγραφεῖσαι ταλαντώσεις καλοῦνται ***ἐλεύθεραι ταλαντώσεις.***

Ἐὰν ἐκλέξωμεν τὴν συχνότητα, μὲ τὴν ὁποίαν κινοῦμεν τὸ νῆμα, τοιαύτην ὥστε νὰ συμπίπτῃ μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα ἑνὸς τῶν ἐκκρεμῶν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τοῦτο θ' ἀρχίσῃ νὰ ταλαντοῦται μέ, διαρκῶς, αὐξανόμενον πλάτος, ἐνῶ τὰ ἄλλα παραμένουν, πρακτικῶς, ἀκίνητα. Ἐάν, ἀκολούθως, ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα, κινοῦντες τὴν χεῖρά μας μὲ ἄλλην συχνότητα, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν συντονισμὸν μὲ ἄλλο ἐκ τῶν ἐκκρεμῶν κ.ο.κ.

Ἐφαρμογαί. Τὸ φαινόμενον τοῦ συντονισμοῦ δύναται νὰ παρουσιασθῇ εἰς οἱονδήποτε σύστημα δυνάμενον νὰ ταλαντωθῇ, ἐὰν τοῦτο ὑφίσταται τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῆς περιοδικῆς δυνάμεως, καταλλήλου συχνότητος. Οὕτω, ἡ αἰώρα δὲν δύναται ν' ἀποκτήσῃ μεγάλο πλάτος, ὅταν τὴν ὠθοῦμεν διὰ τῶν χειρῶν μας μὲ οἱανδήποτε συχνότητα, ἀλλὰ μόνον ὅταν τὴν ὠθοῦμεν μὲ κατάλληλον συχνότητα καί, συγκεκριμένως, μὲ συχνότητα ἴσην πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητά της, δηλ., πρὸς τὴν συχνότητα μὲ τὴν ὁποίαν ταλαντοῦται ἡ αἰώρα ἐλευθέρως.

Ὅταν τμῆμα στρατοῦ διέρχεται γέφυραν διατάσσεται ἐλεύθερος βηματισμὸς (βάδην). Τοῦτο γίνεται πρὸς ἀποφυγὴν τοῦ συντονισμοῦ, ὁ ὁποῖος θὰ ἠδύνατο νὰ γίνῃ ἐπικίνδυνος διὰ τὴν ἀσφάλειαν τῆς γεφύρας. (Ἀναφέρονται τοιαῦται καταρρεύσεις γεφυρῶν).

Περιοδικὰς δυνάμεις ἐξασκοῦν καὶ οἱ κινητῆρες τῶν αὐτοκινήτων ἐπὶ τοῦ ἁμαξώματος. Διὰ τοῦτο παρατηροῦμεν συχνὰ ὅτι, ὅταν ὁ κινητὴρ στρέφεται μὲ ὡρισμένην τινὰ συχνότητα, τμῆμα τοῦ ἁμαξώματος (ὑαλοπίνακες κ.λ.) ἀρχίζει ταλαντούμενον σφοδρῶς, παραγομένου συγχρόνως ἰσχυροῦ θορύβου.

Συντονισμὸς ἐμφανίζεται καὶ εἰς ἄλλα φυσικὰ φαινόμενα (εἰς τὴν Ἀκουστικήν, τὸν Ἠλεκτρισμὸν κ.λ.), τὰ ὁποῖα θὰ γνωρίσωμεν κατωτέρω.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Ποία ἡ περίοδος ἐκκρεμοῦς, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος εἶναι $1\ m$ εἰς τόπον εἰς τὸν ὁποῖον τὸ $g = 981\ cm/sec^2$; (ΑΠ: $2\ sec$)

2) Ποῖος ὁ λόγος τῶν περιόδων ἐκκρεμοῦς λειτουργοῦντος ἀφ' ἑνὸς μὲν εἰς τοὺς πόλους, ἀφ' ἑτέρου δὲ εἰς τὸν ἰσημερινόν; (Δίδεται: $g_{πόλοι} = 983\ cm \cdot sec^{-2}$, $g_{ἰσημ} = 978\ cm \cdot sec^{-2}$) (ΑΠ: $0{,}99745 : 1$)

3) Ποία ἡ ἐπιτάχυνσις τῆς βαρύτητος εἰς τόπον εἰς τὸν ὁποῖον ἐκκρεμές, μήκους $25\ cm$, ἔχει συχνότητα $1\ sec^{-1}$; (ΑΠ: $983\ cm/sec^2$)

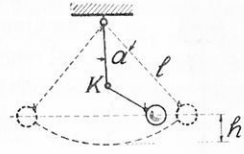
4) Μὲ ποίαν συχνότητα πρέπει νὰ διεγείρωμεν ἐκκρεμές, μήκους $1\ m$, ἵνα τοῦτο ἐκτελέσῃ ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν μεγίστου πλάτους; (ΑΠ: $0{,}5\ sec^{-1}$)

Κατηγορία Β'.

1) Ἐκκρεμὲς ἔχει περίοδον $2\ sec$. Ἐὰν ἐλαττωθῇ τὸ μῆκος του κατὰ $5\ cm$, κατὰ πόσον θὰ μεταβληθῇ ἡ περίοδος; (ΑΠ: *Θὰ ἐλαττωθῇ κατὰ* $0{,}022\ sec$)

2) Ἡ περίοδος ἐκκρεμοῦς, λειτουργοῦντος εἰς ἕνα τόπον, εἶναι ἴση πρὸς *1,2 sec.* Τὸ ἐκκρεμὲς τοῦτο μεταφερόμενον εἰς ἄλλον τόπον, ἔχει περίοδον *1,22 sec.* Ποῖος ὁ λόγος τῶν ἐπιταχύνσεων τῆς βαρύτητος εἰς τοὺς δύο τόπους;

(ΑΠ: *0,937515 : 1*)

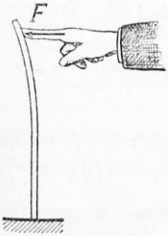


3) Ἐκκρεμές, μήκους *l*, ταλαντοῦται μὲ πλάτος *α*. Ἐὰν παρεμβάλωμεν εἰς τὴν κίνησιν τοῦ νήματος ἕνα καρφίον *K*, ἡ σφαῖρα τοῦ ἐκκρεμοῦς, λόγῳ τῆς ἀδρανείας της, θὰ ἐξακολουθήσῃ κινουμένη. Μέχρι ποίου ὕψους *h* θὰ ἀνέλθῃ; (Νὰ λυθῇ διὰ χρησιμοποιήσεως τοῦ θεωρήματος διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας).

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ζ΄

ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΣ ΚΑΙ ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΣΤΕΡΕΩΝ

§ 79. Ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις. Τὰ διάφορα στερεὰ σώματα, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν ἐξωτερικῶν δυνάμεων, παραμορφοῦνται. Οὕτω, ἐὰν στερεώσωμεν τὸ ἓν ἄκρον χαλυβδίνου ἐλάσματος, πιέσωμεν δὲ τὸ ἄλλο διὰ τοῦ δακτύλου μας *(σχ. 114)*, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ἔλασμα παραμορφοῦται. Ἄν, ἀκολούθως, παύσωμεν νὰ πιέζωμεν τὸ ἔλασμα, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο ἐπανακτᾷ τὸ πρότερον σχῆμά του.



Σχ. 114.

Σώματα, τῶν ὁποίων αἱ παραμορφώσεις αἴρονται, ὅταν ἀρθοῦν αἱ δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι τὰς προεκάλεσαν, καλοῦνται ***ἐλαστικά.***

Ὑπάρχουν, ὅμως, καὶ σώματα εἰς τὰ ὁποῖα αἱ παραμορφώσεις δὲν αἴρονται, ὅταν ἀρθοῦν αἱ δυνάμεις. Τὰ τοιαῦτα σώματα καλοῦνται ***πλαστικά.*** Οὕτω, ἐὰν κάμψωμεν ἕνα σωλῆνα ἐκ μολύβδου, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ παραμόρφωσις δὲν αἴρεται, μετὰ τὴν ἄρσιν τῆς δυνάμεως, ἀλλὰ παραμένει μονίμως.

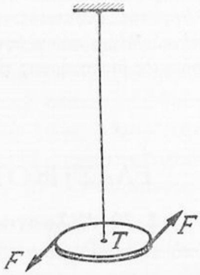
Τὸ πείραμα δεικνύει ὅτι αἱ παραμορφώσεις, καὶ τῶν ἐλαστικῶν, ἀκόμη, σωμάτων, καθίστανται μόνιμοι, ἐὰν γίνουν ὑπερβολικῶς μεγάλαι. Τότε λέγομεν ὅτι ὑπερέβημεν τὸ ***ὅριον ἐλαστικότητος.*** Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρατηροῦμεν ὅταν κάμπτωμεν, π.χ., σιδηρὰν ῥάβδον: Ἐφ' ὅσον ἡ παραμόρφωσις εἶναι μικρά, αἴρεται μόλις παύσῃ ἡ ἐξασκουμένη δύναμις. Ἐάν, ὅμως, ἡ κάμψις γίνῃ μεγάλη, ἡ παραμόρφωσις παραμένει μονίμως.

§ 80. Νόμος τοῦ Hooke (Χοὺκ). Εἰς τὴν *§ 10* εἴδομεν ὅτι, ἐὰν ἀπὸ τὸ ἄκρον ἐλατηρίου, ἐξαρτήσωμεν διάφορα βάρη, τὸ ἐλατήριον ἐπιμηκύνεται, ἡ δὲ *ἐπιμήκυνσις εὑρίσκεται ὅτι εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ βάρος, τὸ ὁποῖον τὴν προκαλεῖ.*

Ὁμοίως καὶ κατὰ τὸν *ἑλκυσμὸν* ἑνὸς λεπτοῦ σύρματος εὑρίσκεται ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος τῆς προκαλούσης αὐτὴν δυνάμεως. Ἐπειδή, ὅμως, ἡ ἐπιμήκυνσις τοῦ σύρματος εἶναι πολὺ μικρὰ καί, ὡς ἐκ τούτου, δυσκόλως ἐπιδεικνύεται μὲ ἁπλᾶ μέσα, χρησιμοποιοῦμεν, διὰ τὴν ἐπίδειξιν τοῦ ἑλκυσμοῦ, ἐλαστικὸν σωλῆνα φωταερίου ἢ νῆμα ἐκ καουτσοὺκ *(σχ. 115)*. Ὁμοίως, ἀναλογία μεταξὺ δυνάμεως καὶ παραμορφώσεως παρουσιάζεται κατὰ τὴν *κάμψιν* τοῦ χαλυβδίνου ἐλάσματος τοῦ σχήματος *114*.

Σχ. 115. Κατὰ τὸν ἑλκυσμὸν ἡ ἐπιμήκυνσις εἶναι ἀνάλογος τῆς τεινούσης δυνάμεως.

Ἀνάλογον φαινόμενον ἐμφανίζεται καὶ κατὰ τὴν *στρέψιν* ἑνὸς σύρματος: Στερεοῦμεν ἕνα σύρμα εἰς τὸ ἓν ἄκρον του *(σχ. 116)*, εἰς δὲ τὸ ἄλλο προσαρμόζομεν τὴν τροχαλίαν T ἐπὶ τῆς ὁποίας ἐξασκοῦμεν ζεῦγος δυνάμεων F, F. Ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ῥοπῆς τοῦ ζεύγους τὸ σύρμα ὑφίσταται στρέψιν - ὡς δυνάμεθα νὰ πιστοποιήσωμεν ἐκ τῆς γωνίας κατὰ τὴν ὁποίαν στρέφεται ἡ τροχαλία. Καὶ ἐνταῦθα παρατηροῦμεν ὅτι, *ἡ γωνία στρέψεως εἶναι ἀνάλογος τῆς προκαλούσης αὐτὴν ῥοπῆς.*



Σχ. 116. Κατὰ τὴν στρέψιν τοῦ σύρματος ἡ γωνία στρέψεως εἶναι ἀνάλογος τῆς προκαλούσης αὐτὴν ῥοπῆς.

Ὅλαι αἱ ἄνω ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις ὑπακούουν εἰς ἕνα γενικὸν νόμον - τὸν ***νόμον τοῦ Hooke***, ὁ ὁποῖος διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «*Αἱ ἐλαστικαὶ παραμορφώσεις εἶναι ἀνάλογοι τῶν προκαλουσῶν αὐτὰς δυνάμεων (ἢ ῥοπῶν)*».

★ **§ 81. Ἀντοχὴ τῶν ὑλικῶν.** Ἐὰν φορτίζωμεν, σύρμα στερεωμένον εἰς τὸ ἄνω αὐτοῦ ἄκρον, μὲ διαρκῶς μεγαλύτερον βάρος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, τὸ σύρμα θὰ θραυσθῇ, ὅταν τὸ βάρος ὑπερβῇ ὡρισμένην τιμήν. Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα μὲ σύρμα ἐκ τοῦ αὐτοῦ ὑλικοῦ, ἀλλὰ διατομῆς διπλασίου ἐμβαδοῦ, θὰ χρειασθῇ, διὰ τὴν θραῦσιν, διπλάσιον βάρος. Καὶ εἰς τὰ δύο πειράματα τὸ πηλίκον τοῦ τείνοντος βάρους διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ δὲν μετεβλήθη. Τοῦτο σημαίνει ὅτι θραῦσις ἑνὸς ὑλικοῦ ἐπέρχεται ὄχι ὅταν ἡ τείνουσα δύναμις ὑπερβῇ ὡρισμένην τιμήν, ἀλλ' ὅταν τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως διὰ τοῦ ἀντιστοίχου ἐμβαδοῦ ὑπερβῇ ὡρισμένην τιμήν. Τὸ σταθερόν, τοῦτο, πηλίκον καλεῖται ***ὅριον θραύσεως***, δύναται δὲ νὰ ἐκφρασθῇ, π.χ., εἰς μονάδας kgr^*/cm^2. Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα ἀναγράφονται τὰ ὅρια θραύσεως διὰ μερικὰ ὑλικά.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΟΡΙΩΝ ΘΡΑΥΣΕΩΣ

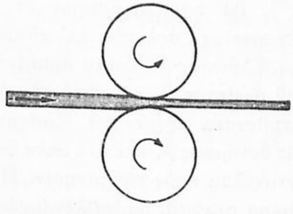
(εἰς kgr^*/cm^2)

Μόλυβδος	μέχρι	*200*
Χαλκὸς	»	*3000*
Κοινὸς χάλυψ	»	*5000*
Χάλυψ ἀρίστης ποιότητος	»	*25000*

Εἰς τὰς τεχνικὰς κατασκευὰς πρέπει νὰ λαμβάνεται πρόνοια ὅπως, αἱ φορτίζουσαι δυνάμεις εἶναι μικραὶ καὶ τὰ ἐμβαδὰ μεγάλα, εἰς τρόπον ὥστε τὸ πηλίκον αὐτῶν νὰ εἶναι μικρότερον τοῦ ὁρίου θραύσεως. Εἰς τὰς περιπτώσεις ἐκείνας, εἰς τὰς ὁποίας ἡ καταστροφὴ τοῦ κατασκευάσματος θὰ εἶχε μεγάλας συνεπείας (θραῦσις τοῦ συρματοσχοίνου ἀνελκυστήρων, γερανῶν κ.λ.) ἐπιβάλλεται τὸ πηλίκον τοῦτο νὰ εἶναι ἀρκετὰς φορὰς μικρότερον τοῦ ὁρίου θραύσεως.

★ **§ 82. Σκληρότης.** Τὰ διάφορα στερεὰ σώματα διαφέρουν μεταξύ των ὡς πρὸς τὴν ***σκληρότητα,*** δηλ. τὴν ἀντίστασιν, τὴν ὁποίαν προβάλλουν, ὅταν προσπαθῶμεν νὰ τὰ χαράξωμεν. Οὕτω, ὁ χάλυψ ἔχει μεγαλυτέραν σκληρότητα ἀπὸ τὴν ὕαλον, διότι διὰ λίμας δυνάμεθα νὰ χαράξωμεν τὴν ὕαλον, ἐνῶ τὸ ἀντίθετον δὲν εἶναι δυνατόν. Σκληρότερον ὅλων τῶν γνωστῶν ὑλικῶν εἶναι ὁ ἀδάμας.

★ **§ 83. Ἄλλαι ἰδιότητες τῶν στερεῶν.** Πλὴν τῶν ἀνωτέρω ἰδιοτήτων τὰ στερεὰ παρουσιάζουν καὶ ἄλλας ἰδιότητας, αἱ ὁποῖαι ἔχουν τεχνικὸν ἐνδιαφέρον. Οὕτω, ὡρισμένα ὑλικὰ εἶναι *εὔθραυστα*, ὅπως, π.χ., ὁ σκληρὸς χάλυψ, ὁ χυτοσίδηρος, ἡ ὕαλος κ.λ., ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὸν σίδηρον. Ἕνεκα τούτου, μία λίμα θραύεται ἐὰν ἀποπειραθῶμεν νὰ τὴν κάμψωμεν, ἐνῶ, τουναντίον, μία σιδηρᾶ ράβδος κάμπτεται εὐκόλως. Ὡρισμένα μέταλλα, ἀφ' ἑτέρου, χαρακτηρίζονται ὡς *ἐλατά*, δηλ., δύνανται νὰ παραμορφωθοῦν μονίμως διὰ σφυρηλασίας ἢ ἐλάσεως. Ἀπὸ τοιαῦτα μέταλλα (σίδηρος, ὀρείχαλκος κ.λ.) κατασκευάζονται δι' *ἐλάστρου (σχ. 117)* ἐλάσματα ὑπὸ μορφὴν φύλλων, σωλῆνες, κ.λ.



Σχ. 117. *Ἔλαστρον.*

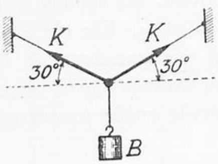
Λεπτὰ σιδηρᾶ φύλλα ἐπικασσιτερωμένα φέρονται ὑπὸ τὸ ὄνομα *λευκοσίδηρος* (κ. τενεκές), ἐπιψευδαργυρωμένα δὲ ὑπὸ τὸ ὄνομα *γαλβανισμένος σίδηρος* (κ. τσίγκος). Τὰ ἐλατὰ μέταλλα εἶναι συνήθως καὶ *ὅλκιμα*, δύνανται, δηλ., ὅταν εὑρίσκωνται ὑπὸ μορφὴν ράβδων καὶ ἕλκωνται καταλλήλως, νὰ διέλθουν, διαδοχικῶς, δι' ὀπῶν, διαμέτρων διαρκῶς μικροτέρων, νὰ λεπτυνθοῦν καὶ νὰ καταλήξουν εἰς σύρματα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Πόσον φορτίον δύναται νὰ φέρῃ σύρμα ἐκ χαλκοῦ, διαμέτρου *1 mm*, χωρὶς νὰ κοπῇ ;
(ΑΠ : μέχρι *23,5 kgr**)

2) Σφαῖρα, μάζης *100 gr*, εἶναι προσδεδεμένη εἰς σύρμα ἐκ χαλκοῦ, μήκους *1 m* καὶ διαμέτρου *1 mm*, περιστρέφεται δὲ ὁμαλῶς μὲ κέντρον τὸ ἄλλο ἄκρον τοῦ σύρματος. Ποία πρέπει νὰ εἶναι ἡ ταχύτης τῆς σφαίρας ὥστε νὰ κοπῇ τὸ σύρμα ;
(ΑΠ : *48 m/sec*)

3) Κυλινδρικὴ ράβδος ἐκ μολύβδου, διαμέτρου *1 cm*, στερεοῦται κατὰ τὸ ἄνω ἄκρον κατακορύφως. Ποῖον δύναται νὰ εἶναι τὸ μῆκος τῆς ράβδου χωρὶς αὕτη νὰ κοπῇ; (ΑΠ: *177 m*)

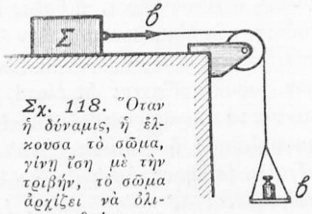


4) Εἰς τὸ μέσον χαλυβδίνου σύρματος, στερεωμένου εἰς τὰ δύο ἄκρα (ὅπως φαίνεται εἰς τὸ παρακείμενον σχῆμα), κρέμαται βάρος *B* ἴσον πρὸς *70 kgr**. Νὰ εὑρεθοῦν α) αἱ δυνάμεις *K*, *K* αἱ ὁποῖαι τείνουν τὸ σύρμα καὶ β) ἡ ἐλαχίστη διάμετρος τοῦ σύρματος ὥστε τοῦτο νὰ μὴ θραυσθῇ. (ΑΠ: *70 kgr**, *1,3 mm*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η΄

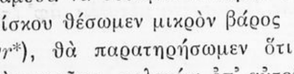
ΤΡΙΒΗ

§ 84. Τριβὴ ὀλισθήσεως. Ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου τοποθετοῦμεν ἕνα σῶμα *Σ (σχ. 118)*, τὸ ὁποῖον προσδένομεν διὰ νήματος. Τὸ νῆμα διέρχεται διὰ τροχαλίας, φέρει δὲ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον μικρὸν δίσκον, εἰς τὸν ὁποῖον δυνάμεθα νὰ θέτωμεν σταθμά. Ἂν ἐπὶ τοῦ δίσκου θέσωμεν μικρὸν βάρος *β* (π.χ. *1 gr**), θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ σῶμα δὲν κινεῖται, μολονότι ἐπ᾽ αὐτοῦ ἐξασκεῖται ἡ δύναμις *β*. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐπὶ τοῦ σώματος *Σ* καὶ κατὰ τὴν ὁριζοντίαν διεύθυνσιν, πρέπει νὰ ἐξασκῆται, ἐκτὸς τῆς δυνάμεως *β*, καὶ μία ἄλλη δύναμις *T*, ἀντιδρῶσα πρὸς τὴν κίνησιν. Προσθέτομεν, ἐν συνεχείᾳ, διαδοχικῶς μεγαλύτερα σταθμά, ὁπότε δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ὥστε τὸ σῶμα ν᾽ ἀρχίσῃ νὰ ὀλισθαίνῃ. Ἐὰν εἶναι *β΄* τὸ βάρος ὅλων τῶν σταθμῶν, τὰ ὁποῖα, τώρα, εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ δίσκου, εἶναι φανερὸν ὅτι ἡ δύναμις *β΄* ὑπερενίκησε τὴν δύναμιν *T*, ἡ ὁποία ἀντιτίθεται εἰς τὴν κίνησιν. Τὴν δύναμιν *T* καλοῦμεν ***τριβὴν ὀλισθήσεως.***



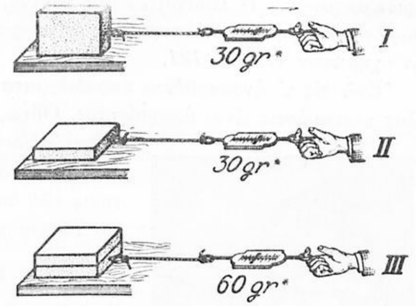
Σχ. 118. Ὅταν ἡ δύναμις, ἡ ἕλκουσα τὸ σῶμα, γίνῃ ἴση μὲ τὴν τριβήν, τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ ὀλισθαίνῃ.

Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως ὀφείλεται εἰς τὰς ἀνωμαλίας, τὰς ὁποίας παρουσιάζουν αἱ ἐπιφάνειαι τῶν δύο ἐν ἐπαφῇ εὑρισκομένων σωμάτων. Ἀκόμη καὶ ἐπιφάνειαι, θεωρούμεναι ἐντελῶς λεῖαι, δεικνύουν, κατὰ τὴν παρατήρησιν διὰ μικροσκοπίου, ἀνωμαλίας *(σχ. 119)*.



Σχ. 119. Ἡ τριβὴ ὀφείλεται εἰς τὰς ἀνωμαλίας τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.

Νόμοι τῆς τριβῆς. Διὰ νὰ εὕρωμεν τοὺς νόμους τῆς τριβῆς ἐκτελοῦμεν τὰ ἑξῆς πειράματα: 1) Λαμβάνομεν τεμάχιον ξύλου, σχήματος παραλληλεπιπέδου *(σχ. 120, 1)* καὶ βάρους, π.χ., *100 gr**, καὶ τοποθετοῦμεν αὐτὸ ἐπὶ ὁριζοντίου τραπέζης. Διὰ δυναμομέτρου μετροῦμεν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Ἔστω ὅτι αὕτη εὑρέθη ἴση πρὸς *30 gr**. Στηρίζομεν, ἀκολούθως, τὸ σῶμα ἐπὶ ἑτέρας ἕδρας *(II)* καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ τριβὴ δὲν μετεβλήθη. Συμπέρασμα: Ἡ τριβὴ εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ἐμβαδοῦ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.



Σχ. 120. Πειράματα διὰ τὴν εὕρεσιν τῶν νόμων τῆς τριβῆς.

2) Τοποθετοῦμεν ἐπὶ τοῦ σώματος δεύτερον, ἴσου βάρους *(III)*, ὥστε τὸ ὁλικὸν βάρος νὰ διπλασιασθῇ καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ τριβὴ ἔγινε διπλασία *(60 gr*)*. Ἐπειδὴ τὸ ὁλικὸν βάρος εἶναι ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν συμπιέζονται αἱ δύο τριβόμεναι ἐπιφάνειαι, διατυπώνομεν τὸ συμπέρασμα τοῦ ἄνω πειράματος ὡς ἑξῆς: Ἡ τριβὴ εἶναι ἀνάλογος τῆς καθέτου δυνάμεως $F_\varkappa$, ἡ ὁποία συμπιέζει τὰς τριβομένας ἐπιφανείας.

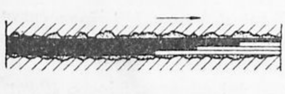
3) Ἀντικαθιστῶμεν τὸ σῶμα δι' ἄλλου, τοῦ αὐτοῦ βάρους, ἀλλὰ τοῦ ὁποίου ἡ τριβομένη ἐπιφάνεια νὰ εἶναι περισσότερον τραχεῖα καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ τριβὴ ηὐξήθη. Συμπέρασμα: Ἡ τριβὴ ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.

Τ' ἀνωτέρω ἀποτελέσματα τῶν μετρήσεων περιγράφονται διὰ τοῦ τύπου

$$\boxed{T = \eta \cdot F_\varkappa}$$

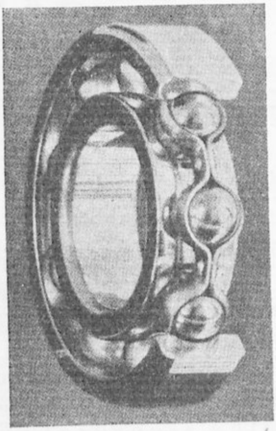
Ὁ συντελεστὴς η καλεῖται ***συντελεστὴς τριβῆς*** καὶ ἐξαρτᾶται — καθὼς ἔδειξε τὸ τελευταῖον πείραμα — μόνον ἀπὸ τὴν φύσιν τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν.

Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ἐλαττοῦται σημαντικῶς, ἐάν, μεταξὺ τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν, παρεμβληθῇ ἕνα *λιπαντικὸν* (ἔλαιον, λίπος κ.λ.). Τὸ σχῆμα *121* δεικνύει ὅτι, διὰ τῆς παρεμβολῆς τοῦ λιπαντικοῦ, αἱ προεξοχαὶ τῶν δύο τριβομένων ἐπιφανειῶν δὲν ἔρχονται πλέον εἰς ἐπαφήν.


Σχ. 121. Ὁ συντελεστὴς τριβῆς ἐλαττοῦται διὰ παρεμβολῆς λιπαντικοῦ.

Σημασία τῆς τριβῆς. Ἀπὸ τ' ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι ἡ τριβὴ εἶναι μία δύναμις, ἡ ὁποία ἀντιτίθεται πρὸς τὴν κίνησιν - τείνει, δηλ., πάντοτε νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ταχύτητα ἑνὸς κινητοῦ. Ἀφ' ἑτέρου τὸ ἔργον, τὸ ὁποῖον παράγει ἡ τριβὴ κατὰ τὴν μετάθεσιν τοῦ σημείου ἐφαρμογῆς της, μετατρέπεται εἰς θερμότητα, ἡ ὁποία θερμαίνει τὰς τριβομένας ἐπιφανείας καὶ ἀποτελεῖ, συνήθως, ἀπώλειαν ἐνεργείας. Διὰ τοῦτο ἐπιβάλλεται καλὴ λίπανσις τῶν τριβομένων τμημάτων τῶν διαφόρων μηχανῶν. Ἡ λίπανσις, ἐκτὸς τούτου, προκαλεῖ καὶ ἐλάττωσιν τῶν φθορῶν τῶν τριβομένων ἐπιφανειῶν, ὅπως προκύπτει καὶ ἐκ συγκρίσεως τῶν σχημάτων *119* καὶ *121*.

Ἐνῷ εἰς τ' ἀναφερθέντα παραδείγματα ἡ τριβὴ ἦτο ἐπιζήμιος, εἰς ἄλλας περιπτώσεις εἶναι ἀπαραίτητος. Οὕτω, π.χ., θὰ ἦτο ἀδύνατον νὰ βαδίσωμεν ἐὰν δὲν ὑπῆρχεν ἡ τριβή. Ἐπίσης, χωρὶς τὴν τριβήν, θὰ ἦτο ἀδύνατος ἡ κίνησις τῶν διαφόρων ὀχημάτων, ἡ λειτουργία τῶν τροχοπεδῶν (κ. φρένων) κ.λ.



Σχ. 122. *Ἔνσφαιρος τριβεύς.*

§ 85. Κύλισις. Προκειμένου νὰ μετακινήσωμεν ἕνα βαρὺ σῶμα πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν ἐπ' αὐτοῦ μεγάλην δύναμιν, διὰ νὰ ὑπερνικήσωμεν τὴν τριβὴν ὀλισθήσεως. Τοῦτο ἀποφεύγεται, ἐὰν μεταφέρωμεν τὸ σῶμα ἐπὶ κ υ λ ι ο μ έ ν ω ν κυλίνδρων, ὁπότε ἡ ἀπαιτουμένη δύναμις εἶναι πολὺ μικροτέρα. Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι τόσον μικροτέρα, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ διάμετρος τῶν κυλίνδρων. Ἐπὶ τοῦ φαινομένου, ἀκριβῶς, αὐτοῦ στηρίζεται καὶ τὸ πλεονέκτημα τῆς χρησιμοποιήσεως τροχῶν μεγάλης διαμέτρου. Ὁμοίως ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως ἄξονος, στρεφομένου ἐντὸς τῶν ἑδράνων του (κ. *κουζινέτων*), ἀποφεύγεται, ἐὰν παρεμβληθοῦν μεταξὺ ἑδράνων καὶ ἄξονος χαλύβδιναι σφαῖραι (*ἔνσφαιρος τριβεύς*, κ. ρουλεμὰν - *σχ. 122*).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

⊙ 1) Νὰ σχεδιασθοῦν ὅλαι αἱ ἐπὶ τοῦ σώματος Σ τοῦ σχήματος *118* ἐξασκούμεναι δυνάμεις εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν τοῦτο ἀρχίζει νὰ ὀλισθαίνῃ καὶ νὰ λεχθῇ ποῖα σώματα ἐξασκοῦν ἑκάστην ἐκ τῶν δυνάμεων αὐτῶν.

2) Ποία δύναμις πρέπει νὰ ἐξασκῆται ὁριζοντίως ἐπὶ σώματος, βάρους *10 kgr**, ἵνα τοῦτο κινῆται ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου μὲ σταθερὰν ταχύτητα, ὅταν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι ἴσος πρὸς *0,2* ; (ΑΠ : *2 kgr**)

3) Πόσον ἔργον χρειάζεται διὰ νὰ μετακινηθῇ, κατὰ *20 cm*, ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου σῶμα, βάρους *10 kgr**, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι ἴσος πρὸς *0,4*, ἡ δὲ κίνησις γίνεται βραδέως καὶ χωρὶς ἐπιτάχυνσιν ; (ΑΠ : *0,8 kgr*·m*)

⊙ 4) Ἄνθρωπος, βάρους *75 kgr**, εὑρίσκεται εἰς ἀπόστασιν *122 cm* ἀπὸ τοῦ κέντρου τραπέζης, στρεπτῆς περὶ κατακόρυφον ἄξονα. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι

0,2 νὰ εὑρεθῇ ποία εἶναι ἡ μεγίστη γωνιακὴ ταχύτης, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ λάβῃ ὁ ἄνθρωπος χωρὶς νὰ ὀλισθήσῃ καὶ ν' ἀπομακρυνθῇ τῆς τραπέζης.

(ΑΠ : *1,27 rad/sec*)

5) Ἐπὶ ἠρεμοῦντος σώματος, μάζης *5 kgr*, εὑρισκομένου ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ἐξασκεῖται δύναμις ὁριζοντία *6,5 kgr**. Ζητεῖται ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος, ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι *0,35*. (ΑΠ : *9,3 m/sec²*)

Κατηγορία Β'.

1) Κιβώτιον, βάρους *10 kgr**, κινεῖται μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_o ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν δὲ τῆς τριβῆς σταματᾷ, ἀφοῦ διανύσῃ διάστημα *300 cm*. Ἐὰν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι *0,2* ζητοῦνται α) ἡ τριβὴ καὶ β) ἡ ἀρχικὴ ταχύτης v_0. (ΑΠ : *2 kgr**, *3,43 m/sec*)

⊙ 2) Ποία ἰσχὺς (εἰς *W*) ἀπαιτεῖται διὰ νὰ κινῆται μὲ σταθερὰν ταχύτητα *6 cm/sec* σῶμα, βάρους *30 kgr**,, ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, ὅταν ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι *0,5* ; (Βλέπε 4ην ἄσκησιν κατηγορίας Β' τοῦ Κεφαλαίου Ε'). (ΑΠ : *8,83 W*)

⊙ 3) Σῶμα, μάζης *2 kgr*, εὑρισκόμενον ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου, μεταβλητῆς γωνίας, ἀρχίζει νὰ ὀλισθαίνῃ μὲ σταθερὰν ταχύτητα, ὅταν ἡ γωνία κλίσεως γίνῃ ἴση πρὸς *22°*. Ποῖος ὁ συντελεστὴς τριβῆς; (ΑΠ : *0,4*)

4) Ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου κατέρχεται ἕνα σῶμα. Ἂν ὁ δρόμος, τὸν ὁποῖον τοῦτο διατρέχει μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον, εἶναι *30 m*, ἡ ὁριζοντία προβολὴ αὐτοῦ εἶναι ἴση πρὸς *15 m* καὶ ὁ συντελεστὴς τριβῆς εἶναι ἴσος πρὸς *0,2* νὰ εὑρεθῇ α) ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος καὶ β) ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος ἀπαιτεῖται διὰ νὰ διανύσῃ τὸ σῶμα τὴν ἀπόστασιν τῶν *30 m* ;

(ΑΠ : *7,52 m/sec²*, *2,73 sec*)

ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΡΕΥΣΤΩΝ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Θ'

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

§ 86. Εἰσαγωγή. Μέχρι τοῦδε ἐξητάσαμεν ὡρισμένην κατηγορίαν σωμάτων, τὰ στερεά. Εἰς τὰ κατωτέρω θὰ ἐξετάσωμεν ἄλλην κατηγορίαν σωμάτων, τὰ καλούμενα ***ρευστά,*** εἰς τὰ ὁποῖα ὑπάγονται τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια. Ἐξ αὐτῶν τὰ *ὑγρὰ* ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον καὶ εἶναι, πρακτικῶς, ἀσυμπίεστα, ἐνῶ, ἀντιθέτως, τὰ *ἀέρια* τείνουν νὰ καταλάβουν, διαρκῶς, μεγαλύτερον ὄγκον, εἶναι δὲ ἐξόχως συμπιεστά.

Πρῶτον θὰ ἐξετάσωμεν τὰ ὑγρὰ ἐν ἰσορροπίᾳ (Ὑδροστατική), κατόπιν τὰ ἀέρια ἐν ἰσορροπίᾳ (Ἀεροστατική), τέλος δὲ τὰ ὑγρὰ καὶ τὰ ἀέρια ἐν κινήσει εἰς τὸ κεφάλαιον Ὑδροδυναμικὴ - Ἀεροδυναμική.

§ 87. Πίεσις. Ἐὰν τοποθετήσωμεν βαρὺ σῶμα ἐπὶ ἄμμου, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τοῦτο βυθίζεται κατά τι. Ἐάν, ὅμως, τοποθετήσωμεν τὸ αὐτὸ σῶμα ἐπὶ ἐλαφρᾶς σανίδος, ὁπότε τὸ βάρος του κατανέμεται ἐπὶ μεγαλυτέρας ἐπιφανείας, παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο δὲν βυθίζεται πλέον. Καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις ἡ δύναμις ἦτο ἡ ἰδία—τὸ βάρος, δηλ., τοῦ σώματος—εἰς τὴν πρώτην, ὅμως, περίπτωσιν τὸ πηλίκον τοῦ βάρους διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ τῆς ἐπιφανείας ἦτο μεγάλο, ἐνῶ εἰς τὴν δευτέραν μικρόν.

Τὸ πηλίκον τῆς δυνάμεως F διὰ τοῦ ἐμβαδοῦ S τῆς ἐπιφανείας, ἐπὶ τῆς ὁποίας αὕτη ἐξασκεῖται, καλεῖται ***πίεσις*** p. Ἤτοι εἶναι

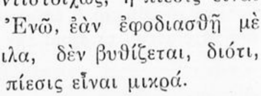
$$\boxed{p = \frac{F}{S}} \qquad (1)$$

Δυνάμεθα, λοιπόν, νὰ εἴπωμεν ὅτι ἡ ἄμμος ὑποχωρεῖ ὅταν ἡ πίεσις εἶναι μεγάλη, ἐνῶ δὲν ὑποχωρεῖ εἰς μικρὰν πίεσιν. Ἀνάλογον, ἐντελῶς, φαινόμενον παρουσιάζεται καὶ κατὰ τὸ βάδισμα ἐπὶ τῆς χιόνος (*σχ. 123*): Ὁ ἄνθρωπος, βαδίζων ἐπ' αὐτῆς, βυθίζεται, διότι τὸ βάρος του κατανέμεται ἐπὶ τῆς μικρᾶς, σχετικῶς, ἐπιφανείας τῶν ὑποδημάτων του, ὁπότε, ἀντιστοίχως, ἡ πίεσις εἶναι μεγάλη. Ἐνῶ, ἐὰν ἐφοδιασθῇ μὲ χιονοπέδιλα, δὲν βυθίζεται, διότι, τώρα, ἡ πίεσις εἶναι μικρά.

Σχ. 123. *Ὅσον αὐξάνεται τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐπιφανείας, τόσον ἐλαττοῦται ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς χιόνος.*

Ἀντιθέτως, παρουσιάζονται περιπτώσεις εἰς τὰς ὁποίας ἐπιθυμοῦμεν ἡ πίεσις νὰ εἶναι μεγάλη. Τοῦτο ἐπιτυγχάνομεν ἐὰν κατανείμωμεν τὴν δύναμιν εἰς, ὅσον τὸ δυνατόν, μικροτέραν ἐπιφάνειαν. Ἐφαρμογὴν αὐτοῦ ἔχομεν εἰς ὅλα τὰ τέμνοντα ἐργαλεῖα — ψαλλίς, μάχαιρα, ξυράφι — εἰς τὰ ὁποῖα, διὰ μικρᾶς, σχετικῶς, δυνάμεως, ἐπιτυγχάνομεν μεγάλας πιέσεις. Δι' αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον καὶ τὰ καρφία εἶναι ὀξέα εἰς τὸ ἄκρον των.

Τὴν ἔννοιαν τῆς πιέσεως συναντῶμεν τόσον εἰς τὰ ὑγρά, ὅσον καὶ εἰς τὰ ἀέρια. Ὅπως δυνάμεθα νὰ ἐξασκήσωμεν πίεσιν ἐπὶ τῶν στερεῶν, ὁμοίως δυνάμεθα νὰ ἐξασκήσωμεν πίεσιν καὶ ἐπὶ τῶν ὑγρῶν. Οὕτω, ἐὰν γεμίσωμεν δι' ὕδατος τὸ δοχεῖον, τὸ ὁποῖον παριστᾷ τὸ σχῆμα *124* καὶ ἐξασκήσωμεν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου τὴν δύναμιν F, θὰ παραχθῇ πίεσις ἴση πρὸς F/S, ἔνθα S εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐμβόλου. Ἡ πίεσις αὕτη, μεταδίδεται εἰς τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον καὶ ἀναγκάζει ν' ἀναπηδήσῃ ἐκ τῆς ὀπῆς, ἐνῶ,



Σχ. 124. *Ἡ δύναμις F ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου προκαλεῖ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὑγροῦ πίεσιν.*

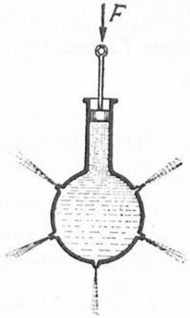
ταυτοχρόνως, εἰς τὸ μανόμετρον M(*) παρατηρεῖται ἀπόκλισις τοῦ δείκτου.

Ἐὰν λύσωμεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς F θὰ λάβωμεν

$$\boxed{F = p \cdot S}$$

Τῇ βοηθείᾳ τῆς ἐξισώσεως ταύτης δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν F, τὴν ὁποίαν θὰ ὑποστῇ μία ἐπιφάνεια, ἐμβαδοῦ S, ὅταν τεθῇ ἐντὸς ὑγροῦ τινος, εἰς τὸ ὁποῖον ἐπικρατεῖ πίεσις p.

Ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἕνα ὑγρὸν ἐπί τινος ἐπιφανείας, εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτήν. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος *125* : Ἐὰν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ἐξασκήσωμεν τὴν δύναμιν F, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν ἐξέρχεται ἀπὸ ὅλας τὰς ὀπὰς καθέτως πρὸς αὐτάς.



Σχ. 125.

§ 88. Μονάδες πιέσεως. 1) *C.G.S.* Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) προκύπτει ὅτι, μονὰς πιέσεως εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* εἶναι ἡ

$$1\ \frac{dyn}{cm^2}.$$

2) *Τ.Σ.* Εἰς τὸ τεχνικὸν σύστημα μονὰς πιέσεως εἶναι τὸ

$$1\ \frac{kgr^*}{m^2}.$$

Εἰς τὴν πρᾶξιν χρησιμοποιεῖται, συνήθως, ἡ μονὰς

$$1\ \frac{kgr^*}{cm^2}$$

ἡ ὁποία καλεῖται ***τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα (1 at)***. Ἤτοι εἶναι

$$\boxed{1\ at = 1\ \frac{kgr^*}{cm^2}}$$

Ἐκτὸς τῆς τεχνικῆς, ἀτμοσφαίρας εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιεῖται καὶ ἡ ***φυσικὴ ἀτμόσφαιρα (1 Atm)***, ὀλίγον διαφέρουσα τῆς πρώτης. Εἶναι δὲ

$$\boxed{1\ Atm = 1{,}033\ \frac{kgr^*}{cm^2}}$$

Ἡ μονὰς αὐτὴ ἰσοῦται μὲ τὴν πίεσιν τὴν ὁποίαν, κατὰ μέσον ὅρον,

(*) *Μανόμετρα* εἶναι ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετρεῖται ἡ πίεσις ἑνὸς ρευστοῦ (βλ. κατωτέρω, *§ 107*).

ἐξασκεῖ ἡ ἀτμόσφαιρα εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης *(βλ. § 103).*

Ἄλλη μονὰς πιέσεως εἶναι τὸ *1 Torr* (*), τὸ ὁποῖον ἰσοῦται μὲ τὴν πίεσιν, τὴν ὁποίαν προκαλεῖ, εἰς τὴν βάσιν της, στήλη ὑδραργύρου ὕψους *1 mm*, ὡς ἐκ τοῦ ὁποίου καλεῖται καὶ ***1 χιλιοστόμετρον στήλης ὑδραργύρου (1 mm Hg).*** Ἤτοι εἶναι

$$\boxed{1\ Torr = 1\ mm\ Hg}$$

Ὅπως θὰ ἴδωμεν κατωτέρω, μία φυσικὴ ἀτμόσφαιρα ἀντιστοιχεῖ εἰς *760 Torr.*

Συνήθως ἡ πίεσις τοῦ φωταερίου μετρεῖται μὲ τὴν μονάδα

$1\ mm\ H_2O$ *(1 χιλιοστόμετρον στήλης ὕδατος)* $= 1/13{,}6\ Torr = 0{,}0736\ Torr$.

Εἰς τὰς ἀγγλοσαξωνικὰς χώρας ὡς μονὰς πιέσεως χρησιμοποιεῖται ἡ

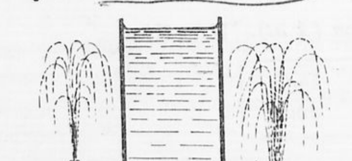
$1\ \frac{lb}{in^2} = 51{,}7\ Torr = 0{,}0703\ at.$ Ἄρα εἶναι $1\ at = 14{,}22\ \frac{lb}{in^2}$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΠΙΕΣΕΩΝ

Πίεσις φωταερίου	*80 mm στήλης ὕδατος*
Πίεσις ἀρτηριακοῦ αἵματος (ὑγιοῦς ἀνθρώπου)	*12—14 cm Hg*
Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ Ὀλύμπου (*2917 m*)	*530 Torr*
Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης	*760 Torr*
Πίεσις ἀεροθαλάμων αὐτοκινήτου	*2 at*
Πίεσις δικτύου ὑδρεύσεως	*8 at*
Πίεσις ἐντὸς θαλάσσης εἰς βάθος *45* ὀργυιῶν (*=82 m*)	*8 at*
Πίεσις λέβητος ἀτμομηχανῆς σιδηροδρόμου	*14 at*
Πίεσις εἰς φιάλην διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος (CO_2)	*55 at*
Πίεσις εἰς (πλήρη) φιάλην ὀξυγόνου	*150 at*

§ 89. Πίεσις ἐντὸς ὑγρῶν. Προκειμένου νὰ μελετήσωμεν τὴν πίεσιν ἐντὸς ὑγροῦ τινὸς διακρίνομεν δύο περιπτώσεις: 1) τὸ ὑγρόν, εὑρισκόμενον ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου, ὑφίσταται πίεσιν προερχομένην ὑπὸ ἐμβόλου *(σχ. 124* καὶ *σχ. 125).* Ἡ βαρύτης δὲν λαμβάνεται ὑπ' ὄψιν.

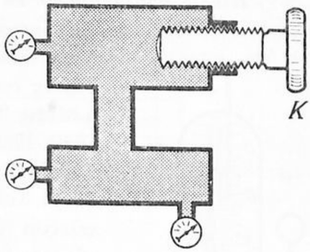
2) Ἡ πίεσις τοῦ ὑγροῦ ὀφείλεται ἀποκλειστικῶς εἰς τὴν βαρύτητα ***(ὑδροστατικὴ πίεσις).*** Παράδειγμα τῆς περιπτώσεως αὐτῆς ἔχομεν εἰς τὸ ἀνοικτὸν δοχεῖον τοῦ σχήματος *126.* Οἱ πίδακες καὶ τὰ μανόμετρα δεικνύουν, σαφῶς, ὅτι ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ ἐπικρατεῖ πίεσις.



Σχ. 126. *Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν μετροῦν τὰ μανόμετρα, ὀφείλεται εἰς τὴν βαρύτητα.*

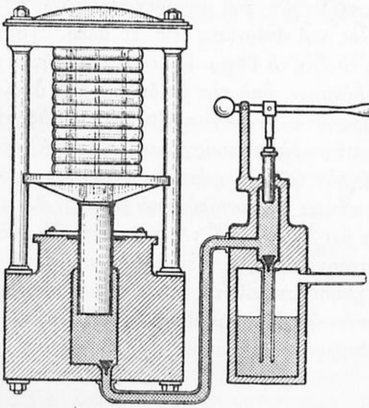
(*) Ἐκ τοῦ ὀνόματος τοῦ διασήμου Ἰταλοῦ Φυσικοῦ Torricelli.

1) ***Πίεσις προερχομένη ἀπὸ ἔμβολον —᾿Αρχὴ τοῦ** Pascal **(Πασκάλ).***
᾿Εὰν γεμίσωμεν δι᾿ ὕδατος τὸ δοχεῖον, τὸ ὁποῖον παριστᾷ τὸ σχῆμα *127* καὶ διὰ τοῦ κοχλίου K ἐξασκήσωμεν ἐπὶ τοῦ ὕδατος πίεσιν p, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ὅλα τὰ μανόμετρα δεικνύουν τὴν αὐτὴν πίεσιν p. Τοῦτο ἀποτελεῖ πειραματικὴν ἀπόδειξιν τῆς ***ἀρχῆς τοῦ** Pascal*, ἡ ὁποία διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «*῾Η πίεσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα ἑνὸς ὑγροῦ, ἐπὶ τοῦ ὁποίου δὲν ἐπιδρᾷ ἡ βαρύτης, εἶναι ἡ αὐτή*».



Σχ. 127. *Διὰ τοῦ κοχλίου K ἐξασκοῦμεν ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ πίεσιν, ἡ ὁποία μεταδίδεται ἡ αὐτὴ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα, ὅπως διαπιστοῦμεν ἀπὸ τὴν ἔνδειξιν τῶν μανομέτρων.*

῾Υδραυλικὸν πιεστήριον. ᾿Εφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τοῦ Pascal ἔχομεν εἰς τὸ ***ὑδραυλικὸν πιεστήριον*** *(σχ. 128)*, τοῦ ὁποίου τὴν ἀρχὴν τῆς λειτουργίας παριστᾷ τὸ σχῆμα *129*: ᾿Εὰν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου E_1 ἐξασκήσωμεν τὴν δύναμιν F_1, ἡ πίεσις ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ σημεῖον A θὰ εἶναι ἴση πρὸς $p=F_1/S_1$ (ἔνθα S_1 εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐμβόλου E_1). Κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ Pascal ἡ πίεσις εἰς τὸ σημεῖον B θὰ εἶναι ἡ αὐτὴ μὲ τὴν πίεσιν εἰς τὸ σημεῖον A. Λόγῳ τῆς πιέσεως αὐτῆς ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ἄλλου ἐμβόλου E_2, τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν ἔστω S_2, ἡ δύναμις F_2 ἡ ὁποία εἶναι ἴση πρὸς

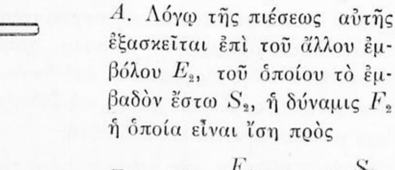


Σχ. 128. *῾Υδραυλικὸν πιεστήριον.*

$$F_2=p\cdot S_2=\frac{F_1}{S_1}\cdot S_2=F_1\cdot\frac{S_2}{S_1}.$$

᾿Επειδὴ τὸ ἐμβαδὸν S_2 τοῦ μεγάλου ἐμβόλου εἶναι μεγαλύτερον τοῦ ἐμβαδοῦ S_1 τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἡ δύναμις F_2 θὰ εἶναι μ ε γ α λ υ τ έ ρ α τῆς δυνάμεως F_1.

᾿Εφαρμογή. ᾿Εὰν ἡ δύναμις F_1 εἶναι ἴση πρὸς *10 kgr** καὶ ὁ λόγος $S_2/S_1=100$, τότε $F_2=1000\ kgr^*=1$ *τόννος.*

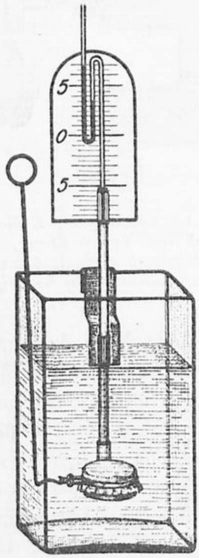


Σχ. 129. *῾Υδραυλικὸν πιεστήριον (ἀρχή).*

Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι μὲ τὴν μικράν, σχετικῶς, δύναμιν τῶν

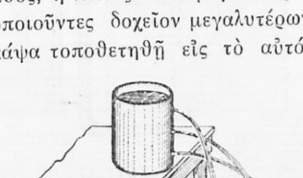
*10 kgr** ἐπιτυγχάνομεν τήν, πολὺ μεγαλυτέραν, δύναμιν τοῦ *1 τόννου*.

2) ***Πίεσις προερχομένη ἐκ τῆς βαρύτητος — Ὑδροστατικὴ πίεσις.*** Θεωρήσωμεν ὑγρὸν εὑρισκόμενον ἐν ἰσορροπίᾳ ἐντὸς ἀνοικτοῦ δοχείου. Εἶναι προφανὲς ὅτι τ' ἀνώτερα στρώματα, λόγῳ τοῦ βάρους των, θὰ πιέζουν τὰ κατώτερα καί, μάλιστα, ἡ πίεσις θὰ εἶναι μεγαλυτέρα εἰς τὰ στρώματα, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται εἰς μεγαλύτερον βάθος. Τοῦτο δυνάμεθα ν' ἀποδείξωμεν διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς *(σχ. 130)*: Κυλινδρικὴ κάψα, τῆς ὁποίας ἡ μία βάσις ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαστικὴν μεμβράνην, συνδέεται διὰ πλευρικοῦ σωλῆνος μὲ ὑάλινον σωλῆνα εἰς σχῆμα U. Θέτομεν ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἕνα ὑγρόν, ὁπότε ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια εἰς τὰ δύο σκέλη εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον. (Ὁ σωλὴν οὗτος μὲ τὸ ὑγρὸν ἀποτελεῖ *μανόμετρον*). Ἂν ἐμβαπτίσωμεν τὴν κάψαν ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ὕδωρ, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν τοῦ μανομέτρου κατέρχεται εἰς τὸ ἓν σκέλος καὶ ἀνέρχεται εἰς τὸ ἄλλο. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι τὸ ὕδωρ ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς μεμβράνης μίαν δύναμιν, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς ὁποίας αὕτη παραμορφοῦται καὶ συμπιέζει τὸν ἐντὸς τῆς κάψης ἀέρα, οὕτω δὲ δημιουργεῖται διαφορὰ στάθμης εἰς τὸ ὑγρὸν τοῦ μανομέτρου. Ἂν, τώρα, βυθίσωμεν τὴν κάψαν εἰς μεγαλύτερον βάθος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ ἔνδειξις τοῦ μανομέτρου αὐξάνεται. Τοῦτο δηλοῖ ὅτι, εἰς μεγαλύτερον βάθος, ἡ πίεσις εἶναι μεγαλυτέρα. Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα, χρησιμοποιοῦντες δοχεῖον μεγαλυτέρων διαστάσεων, θὰ εὕρωμεν ὅτι, ἐφ' ὅσον ἡ κάψα τοποθετηθῇ εἰς τὸ αὐτό, ὅπως προηγουμένως, βάθος, ἡ ἔνδειξις τοῦ μανομέτρου θὰ εἶναι ἡ αὐτή.



Σχ. 130.

Τὴν αὔξησιν τῆς πιέσεως μετὰ τοῦ βάθους δεικνύομεν εὐχερῶς καὶ διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἂν γεμίσωμεν δι' ὕδατος δοχεῖον, τὸ ὁποῖον φέρει ὀπὰς εἰς διάφορα ὕψη *(σχ. 131)* θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ὅσον χαμηλότερον εὑρίσκεται ἡ ὀπή, τόσον ἰσχυροτέρα εἶναι ἡ ροή, καὶ τοῦτο, διότι εἰς τὰς χαμηλοτέρας ὀπὰς ἡ πίεσις εἶναι μεγαλυτέρα.


Σχ. 131. Εἰς τὴν χαμηλοτέραν ὀπήν, τὸ ὕδωρ, λόγῳ τῆς μεγάλης πιέσεως, ἐκτοξεύεται εἰς μεγαλυτέραν ἀπόστασιν.

§ 90. Θεμελιώδης νόμος τῆς Ὑδροστατικῆς. Ἐκ τῶν ἀνωτέρω πειραμάτων, δυνάμεθα νὰ συναγάγωμεν τὴν πρότασιν ὅτι ἡ *πίεσις*, ἡ ὀφει-

λομένη εἰς τὴν βαρύτητα, ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ βάθος τοῦ θεωρουμένου σημείου ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.

Ὅπως ἀποδεικνύεται κατωτέρω, ἡ πίεσις p εἰς σημεῖόν τι τοῦ ὑγροῦ, εὑρισκόμενον εἰς βάθος h ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας, δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$\boxed{p = \varepsilon \cdot h \quad \text{Θεμελιώδης νόμος τῆς Ὑδροστατικῆς}} \qquad (1)$$

ἔνθα ε εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἐπειδὴ ἔχομεν $\varepsilon = \varrho \cdot g$, ὁ τύπος (1) γράφεται καὶ ὡς ἑξῆς:

$$\boxed{p = \varrho \cdot g \cdot h}$$

Ἀπὸ τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Ὑδροστατικῆς προκύπτει, ὅτι εἰς ὅλα τὰ σημεῖα οἱουδήποτε ὁριζοντίου ἐπιπέδου εἰς τὸ ἐσωτερικὸν ἑνὸς ὑγροῦ, ἐπικρατεῖ ἡ αὐτὴ ὑδροστατικὴ πίεσις.

Ἐφαρμογή. Ζητεῖται τὸ βάθος ἐντὸς τῆς θαλάσσης, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς μίαν ἀτμόσφαιραν.

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς h λαμβάνομεν

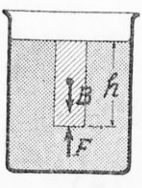
$$h = \frac{p}{\varepsilon}.$$

Ἀποφασίζομεν νὰ λύσωμεν τὴν ἄσκησιν εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.* Πρὸς τοῦτο ἐκφράζομεν ὅλα τὰ δεδομένα εἰς μονάδας τοῦ συστήματος τούτου: Ἔχομεν $p = 1\ at = 1\ kgr^*/cm^2 = 1000\ gr^*/cm^2 = 981000\ dyn/cm^2$ καὶ $\varepsilon =$ (περίπου) $1\ gr^*/cm^3 = 981\ dyn/cm^3$. Ἄρα εἶναι

$$h = \frac{981000}{981} \quad \frac{dyn \cdot cm^{-2}}{dyn \cdot cm^{-3}} = 1000\ cm.$$

Ἤτοι εἰς βάθος $10\ m$ ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις θὰ εἶναι ἴση πρὸς $1\ at$.

Ἀπόδειξις τοῦ τύπου (1). Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν πίεσιν εἰς ἕνα σημεῖον τοῦ ὑγροῦ, εὑρισκόμενον εἰς βάθος h ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας *(σχ. 132)*, θεωροῦμεν κατακόρυφον κυλινδρικὴν στήλην ἐκ τοῦ ὑγροῦ, βάσεως S καὶ ὕψους h (δηλ. ἴσου πρὸς τὸ βάθος εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται τὸ ἐν λόγῳ σημεῖον). Ἐπὶ τῆς ὑγρᾶς στήλης ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς δυνάμεις: 1) τὸ βάρος της B, 2) ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς κάτω βάσεως τὸ ὑγρὸν καὶ 3) αἱ (ὁριζόντιοι) δυνάμεις, αἱ ἐξασκούμεναι ἐπὶ τῶν παραπλεύρων ἐπιφανειῶν τῆς στήλης, αἱ ὁποῖαι εἰς κάθε σημεῖον ἀλληλοαναιροῦνται. Ἀφοῦ ἡ ὑγρὰ αὕτη στήλη εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ, πρέπει ἡ συνισταμένη τῶν ἐπ' αὐτῆς ἐξασκουμένων δυνάμεων νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Ἑπομένως ἔχομεν, κατὰ τὸν κατακόρυφον ἄξονα, τὴν ἐξίσωσιν



Σχ. 132.

$$B - F = 0. \qquad (2)$$

Τὸ βάρος B τῆς ὑγρᾶς στήλης εἶναι, ὡς γνωστόν, ἴσον πρὸς

$$B = \text{εἰδικὸν βάρος} \cdot \text{ὄγκος} = \varepsilon \cdot S \cdot h.$$

Ἡ δύναμις F, ἀφ' ἑτέρου, ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τῆς κάτω βάσεως, εἶναι ἴση πρὸς

$$F = p \cdot S.$$

Ἑπομένως, ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2), λαμβάνομεν

$$\varepsilon \cdot S \cdot h - p \cdot S = 0$$

ἢ

$$\boxed{p = \varepsilon \cdot h.}$$

$\frac{gr^*}{cm^2} = \frac{gr^*}{cm^3} \cdot cm$

§ 91. Δυνάμεις, λόγῳ πιέσεως, ἐξασκούμεναι ἐπὶ τοῦ πυθμένος καὶ τῶν τοιχωμάτων. Προκειμένου νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἕνα ὑγρὸν ἐπί τινος ἐπιφανείας, ἐμβαδοῦ S, θεωρουμένης ἐντὸς αὐτοῦ, χρησιμοποιοῦμεν τὸν γνωστὸν τύπον

$$F = p \cdot S = \varepsilon \cdot h \cdot S,$$

ἀπὸ τὸν ὁποῖον προκύπτει ὅτι, τὸ μέτρον τῆς δυνάμεως F δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸν προσανατολισμὸν τῆς θεωρουμένης ἐπιφανείας, ἀλλὰ μόνον ἀπὸ τὸ ἐμβαδόν της. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ ἐπιδείξωμεν πειραματικῶς διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος *130*: Κρατοῦντες τὴν κάψαν εἰς τὸ αὐτὸ βάθος καὶ περιστρέφοντες αὐτὴν περὶ τὸν πλευρικὸν σωλῆνα, διαπιστοῦμεν ὅτι ἡ ἔνδειξις τοῦ μανομέτρου δὲν μεταβάλλεται.

Ὅσον ἀφορᾷ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως, αὕτη (ὡς, ἤδη, ἀνεφέρθη εἰς τὴν § 87) εἶναι πάντοτε κάθετος ἐπὶ τὴν θεωρουμένην ἐπιφάνειαν.

α) ***Δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος.*** Κατὰ τὸν τύπον

$$F = \varepsilon \cdot h \cdot S \qquad (1)$$

ἡ δύναμις, ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος δοχείου, πλήρους ὑγροῦ, δὲν ἐξαρτᾶται οὔτε ἀπὸ τὴν ποσότητα τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ, οὔτε ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ δοχείου, παρὰ μόνον ἀπὸ τὸ ἐμβαδὸν S τοῦ πυθμένος καὶ τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν h αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ. Τοῦτο δεικνύομεν, χαρακτηριστικῶς, διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος *133*: Τὸ δοχεῖον I, κυλινδρικοῦ σχήματος, δὲν φέρει πυθμένα, ἀλλ' ὡς πυθμὴν αὐτοῦ χρησιμοποιεῖται δίσκος μεταλλικὸς Δ, ὁ ὁποῖος κλείει ὑδατοστεγῶς τὸ δοχεῖον καὶ εἶναι στηριγμένος ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τῆς φάλαγγος ζυγοῦ. Θέτομεν κατάλληλα σταθμὰ ἐπὶ τῆς πλάστιγγος τοῦ ζυγοῦ καὶ ρίπτομεν, βραδέως, ὕδωρ ἐντὸς τοῦ δοχείου. Θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ὅταν τὸ ὕδωρ ἀνέλθῃ μέχρις ὕψους τινὸς h, ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται. Εἶναι φανερὸν ὅτι

Σχ. 133. Συσκευὴ διὰ τὴν μέτρησιν τῆς δυνάμεως τῆς ἐξασκουμένης ἐπὶ τοῦ πυθμένος.

τ' ἀντίστοιχα σταθμὰ παρέχουν τὴν ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἐξασκουμένην δύναμιν F. Ἐάν, ἀκολούθως, ἀντικαταστήσωμεν τὸ δοχεῖον I, διὰ τῶν δοχείων II ἢ III, τὰ ὁποῖα ἔχουν διάφορον σχῆμα, ἀλλ' ἡ βάσις των ἔχει τὸ αὐτὸ ἐμβαδόν, ὅπως ἡ βάσις τοῦ δοχείου I καὶ ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ὁ πυθμὴν ἀποσπᾶται, ὅταν τὸ ὕδωρ φθάσῃ εἰς τὸ αὐτό, ἀκριβῶς, ὕψος h, ἀπόδειξις ὅτι ἡ δύναμις F ἐξαρτᾶται μόνον ἀπὸ τὸ ὕψος h, ἐφ' ὅσον τὸ ε καὶ τὸ S διατηροῦνται σταθερά.

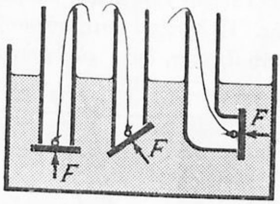
★ *Ὑδροστατικὸν παράδοξον.* Εἰς τὸν τύπον

$$F = \varepsilon \cdot h \cdot S$$

τὸ γινόμενον $h \cdot S$ παριστᾷ τὸν ὄγκον κυλίνδρου, τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως εἶναι S καὶ τὸ ὕψος h. Συνεπῶς *ἡ δύναμις* $\varepsilon \cdot h \cdot S$ *ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἰσοῦται μὲ τὸ βάρος ὑγρᾶς στήλης, ἡ ὁποία ἔχει βάσιν τὸν πυθμένα καὶ ὕψος τὴν κατακόρυφον ἀπόστασιν αὐτοῦ ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ.*

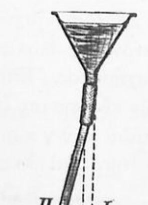
Κατὰ ταῦτα, ἡ δύναμις ἐπὶ τοῦ πυθμένος τοῦ δοχείου I εἶναι ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ. Ἡ δύναμις, ὅμως, ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ πυθμένος τῶν δοχείων II, καὶ III εἶναι, εἰς μὲν τὸ δοχεῖον II, μικροτέρα, εἰς δὲ τὸ δοχεῖον III μεγαλυτέρα τοῦ βάρους τοῦ περιεχομένου ὑγροῦ. Τοῦτο ἀποτελεῖ τὸ καλούμενον **ὑδροστατικὸν παράδοξον.**

β) ***Δύναμις ἐπὶ τῶν πλευρικῶν τοιχωμάτων.*** Ὁ γενικὸς τύπος $F = \varepsilon \cdot h \cdot S$ ἰσχύει καὶ διὰ τὰς δυνάμεις τὰς ἐξασκουμένας ἐπὶ τῶν πλευρικῶν τοιχωμάτων δοχείου περιέχοντος ἕνα ὑγρόν. Οὕτως, οἱ κινητοὶ πυθμένες τῶν δοχείων τοῦ σχήματος *134* συγκρατοῦνται ὑπὸ τῶν δυνάμεων, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτῶν τὸ ὑγρόν.



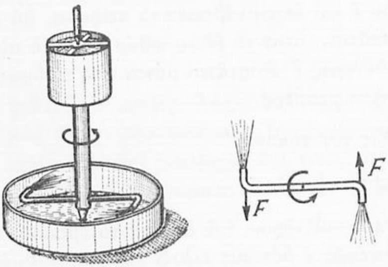
Σχ. 134. *Ἡ ὑδροστατικὴ πίεσις προκαλεῖ δυνάμεις αἱ ὁποῖαι εἶναι πάντοτε κάθετοι ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν.*

Τὸ σχῆμα *135* παριστᾷ κατακόρυφον σωλῆνα, ὁ ὁποῖος ἔχει καμφθῆ εἰς τὸ κάτω ἄκρον του καὶ εἶναι συνδεδεμένος μὲ ἐλαστικὸν σωλῆνα, καταλήγοντα εἰς χωνίον. Ἐὰν κλείσωμεν τὸ ἀνοικτὸν στόμιον μὲ φελλὸν καὶ γεμίσωμεν τὸν σωλῆνα μὲ ὕδωρ, οὗτος ἰσορροπεῖ κατακορύφως, διότι ἡ δύναμις ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ φελλοῦ ἀναιρεῖται ἀπὸ τὴν δύναμιν τὴν ἐξασκουμένην ἐπὶ τοῦ ἀπέναντι τοῦ φελλοῦ τοιχώματος τοῦ σωλῆνος. Ἐάν, τώρα, ἀφαιρέσωμεν τὸν φελλόν, τὸ ὕδωρ ἐκρέει, ὁ δὲ σωλὴν λαμβάνει τὴν θέσιν II τοῦ σχήματος *135*.



Σχ. 135.

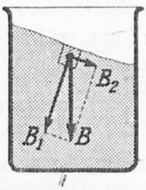
Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὰ ἑξῆς: Ἀφοῦ δὲν ὑπάρχει, πλέον, ὁ φελλός, δὲν ἐξασκεῖται καὶ δύναμις μὲ φορὰν πρὸς τὰ δεξιά. Ἐπὶ τοῦ ἀπέναντι, ὅμως, τοιχώματος τοῦ σωλῆνος ἐξακολουθεῖ νὰ ἐξασκῆται δύναμις μὲ φορὰν πρὸς τ' ἀριστερά, λόγῳ τῆς ὁποίας ὁ κατακόρυφος σωλὴν ἐκτρέπεται ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας του.



Σχ. 136. Τὸ ὑγρόν, ἐκρέον, δημιουργεῖ τὰς δυνάμεις F, F αἱ ὁποῖαι περιστρέφουν τὸν ὑδροστρόβιλον.

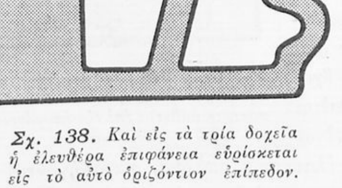
Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς ταύτης στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τοῦ *ὑδροστροβίλου* τοῦ σχήματος *136* καθὼς καὶ τῶν *πυραύλων* (οἱ ὁποῖοι περιγράφονται εἰς τὴν *§ 116*).

§ 92. Ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἰσορροπούντων ὑγρῶν. Διὰ τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν ἰσορροποῦντος ὑγροῦ ἰσχύει ἡ ἑξῆς πρότασις: «*Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ὑγροῦ, εὑρισκομένου ἐν ἰσορροπίᾳ, εἶναι ἐπίπεδον ὁριζόντιον*». Τοῦτο προκύπτει διὰ τῶν ἑξῆς συλλογισμῶν: Ἂν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια δὲν ἦτο ὁριζοντία (*σχ. 137*), τὸ ἐπὶ στοιχειώδους τμήματος τοῦ ὑγροῦ ἐπιδρὸν βάρος B θ' ἀνελύετο εἰς δύο συνιστώσας, μίαν (B_1) κάθετον ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν καὶ μίαν (B_2) ἐφαπτομένην ἐπ' αὐτῆς. Ἡ δευτέρα αὕτη συνιστῶσα θὰ μετεκίνει τὸ ὑγρόν, ὅπερ ἄτοπον, διότι τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐν ἰσορροπίᾳ.



Σχ. 137.

Ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων. Ἡ ἄνω πρότασις ἰσχύει δι' ὑγρὸν περιεχόμενον εἰς δοχεῖον οἱουδήποτε σχήματος. Ἐπομένως, ἐὰν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐντὸς δοχείων, τὰ ὁποῖα συγκοινωνοῦν μεταξύ των καὶ ἰσορροπῇ (*σχ. 138*), ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια εἰς ὅλα τὰ δοχεῖα θὰ εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ***(ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων)***.



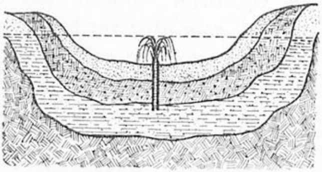
Σχ. 138. Καὶ εἰς τὰ τρία δοχεῖα ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον.

Ἐφαρμογὴν τῆς ἀρχῆς τῶν συγκοινωνούντων δοχείων ἔχομεν εἰς τοὺς *ὑδροδείκτας* (*σχ. 139*), οἱ ὁποῖοι χρησιμεύουν διὰ νὰ δεικνύουν τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῶν λεβήτων τῶν ἀτμομηχανῶν κ.λ.

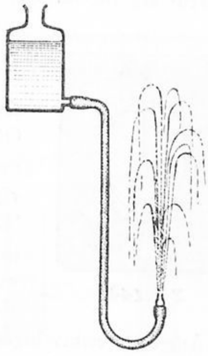
Σχ. 139. Ὑδροδείκτης.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν ***ἀρτεσιανῶν***

φρεάτων *(σχ. 140)* : Ὑδροφόρα στρώματα, περικλειόμενα μεταξὺ ἀδιαβρόχων στρωμάτων (ἀργίλου), σχηματίζουν εἶδος δεξαμενῆς. Ἄν, λοιπόν, ἀνορύξωμεν ὀπὴν μέχρι τοῦ ὑδροφόρου στρώματος, τὸ ὕδωρ ἀναπηδᾷ. Ἐάν, μάλιστα, δὲν ὑπῆρχον τριβαὶ εἰς τὰ τοιχώματα κ.λ., τὸ ὕδωρ θὰ



Σχ. 140. Ἀρτεσιανὸν φρέαρ (ἀρχή).



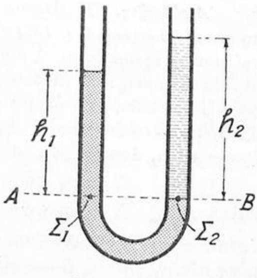
Σχ. 141.

ἔφθανε μέχρι τῆς ἐλευθέρας στάθμης τοῦ ὑδροφόρου στρώματος. Πειραματικῶς δεικνύομεν τοῦτο διὰ τῆς συσκευῆς τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα *141*.

Ἡ ἀρχὴ τῶν συγκοινωνούντων δοχείων δὲν ἰσχύει εἰς τὴν περίπτωσιν συγκοινωνούντων δοχείων περιεχόντων μὴ μειγνυόμενα ὑγρὰ μὲ διάφορα εἰδικὰ βάρη. Οὕτω, ἐὰν εἰς τὸν σωλῆνα τοῦ σχήματος *142* ρίψωμεν ποσότητα ὕδατος καί, ἀκολούθως, ἔλαιον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι εἰς τὰ δύο σκέλη εὑρίσκονται εἰς διάφορον ὕψος. Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὰ ὕψη h_1 καὶ h_2 θεωροῦμεν τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον AB τὸ διερχόμενον διὰ τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας τῶν δύο ὑγρῶν. Ἡ πίεσις εἰς τὰ σημεῖα Σ_1 καὶ Σ_2 εἶναι, ἀντιστοίχως, ἴση πρὸς

$$p_1 = \varepsilon_1 \cdot h_1 \quad \text{καὶ} \quad p_2 = \varepsilon_2 \cdot h_2$$

ἔνθα ε_1 καὶ ε_2 εἶναι τὰ εἰδικὰ βάρη τῶν δύο ὑγρῶν.



Σχ. 142.

Ἐπειδὴ τὰ σημεῖα Σ_1 καὶ Σ_2 εὑρίσκονται ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου εἶναι

$$p_1 = p_2$$

ὁπότε ἔχομεν

$$\varepsilon_1 \cdot h_1 = \varepsilon_2 \cdot h_2$$

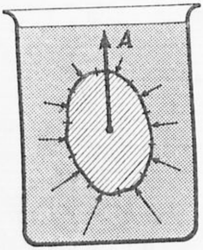
ἢ

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Ἤτοι τὰ ὕψη τῶν δύο ὑγρῶν στηλῶν, ἄνωθεν τῆς διαχωριστικῆς ἐπιφανείας, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογα πρὸς τὰ εἰδικὰ βάρη τῶν δύο ὑγρῶν.

Σχ. 143. Ἐπὶ τῆς χειρός μας αἰσθανόμεθα σαφῶς τὴν ἐπὶ τοῦ δοχείου ἐξασκουμένην ἄνωσιν.

§ 93. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός μας κενὸν δοχεῖον καὶ προσπαθοῦμεν νὰ τὸ βυθίσωμεν ἐντὸς ὕδατος *(σχ. 143)*. Θὰ αἰσθανθῶμεν μίαν δύναμιν, ἡ ὁποία τείνει νὰ φέρῃ τὸ δοχεῖον πρὸς τὰ ἄνω. Ἡ δύναμις αὕτη ὀφείλεται εἰς τὰς πιέσεις, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὕδωρ ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ δοχείου καὶ καλεῖται ***ἄνωσις***, διότι ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἄνω.



Σχ. 144.

Ἄνωσιν ὑφίσταται καὶ κάθε σῶμα, τὸ ὁποῖον εἶναι ἐντελῶς βυθισμένον ἐντὸς ὑγροῦ τινος. Οὕτω, τὸ σῶμα τοῦ σχήματος *144*, λόγῳ τῆς ὑδροστατικῆς πιέσεως, ὑφίσταται δυνάμεις ἐπὶ ὅλης τῆς ἐπιφανείας του καὶ πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις. Ἐπειδὴ ἡ πίεσις εἰς τὰ κατώτερα σημεῖα τοῦ σώματος εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τὰ ἀνώτερα, ἡ συνισταμένη ὅλων αὐτῶν τῶν δυνάμεων — ἡ ὁποία εἶναι, ἀκριβῶς, ἡ ἄνωσις A—ἔχει φορὰν πρὸς τὰ ἄνω.

Διὰ τὴν ἄνωσιν ἰσχύει ἡ ἑξῆς ἀρχή, ἡ ***ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους*** (*):

«*Πᾶν σῶμα, εὑρισκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ, ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ*». Ἤτοι εἶναι

$$A = \varepsilon \cdot V$$

ἔνθα ε εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ καὶ V ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

Ἀπόδειξις. Ἡ ἄνωσις ὑπολογίζεται, εὐκόλως, εἰς τὴν περίπτωσιν σώματος μὲ πρισματικὸν σχῆμα (σχ. *145*) τοῦ ὁποίου τὸ ἐμβαδὸν τῆς βάσεως ἔστω S. Ἐπὶ τοῦ πρίσματος ἐξασκοῦνται λόγῳ τῶν πιέσεων, αἱ ἑξῆς δυνάμεις: 1) αἱ δυνάμεις ἐπὶ τῶν παραπλεύρων ἐπιφανειῶν, αἱ ὁποῖαι ἀλληλοαναιροῦνται καὶ 2) αἱ ἐπὶ τῶν δύο βάσεων δυνάμεις F_1 καὶ F_2, αἱ ὁποῖαι εἶναι, ἀντιστοίχως, ἴσαι πρὸς

$$F_1 = p_1 \cdot S = \varepsilon \cdot h_1 \cdot S$$

καὶ

$$F_2 = p_2 \cdot S = \varepsilon \cdot h_2 \cdot S$$

ἔνθα ε εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ. Ἡ συνισταμένη αὐτῶν, δηλαδὴ ἡ ἄνωσις A, εἶναι ἴση πρὸς

$$A = F_2 - F_1 = \varepsilon \cdot (h_2 - h_1) \cdot S.$$

Σχ. 145.

Ἐπειδὴ $(h_2 - h_1) \cdot S$ εἶναι ὁ ὄγκος V τοῦ πρίσματος, ἔχομεν

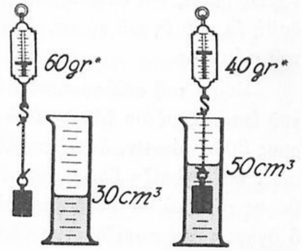
$$A = \varepsilon \cdot V.$$

Ἐπειδή, ἐξ ἄλλου, ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ εἶναι ἴσος πρὸς

(*) Διάσημος σοφὸς ζήσας ἐν Συρακούσαις περὶ τὸ 250 π.Χ. Ἐμελέτησε τοὺς μοχλοὺς («δός μοι πᾶ στῶ καὶ τὰν Γᾶν κινήσω»), ἀνεῦρε τὴν ἰσότητα μεταξὺ τῆς ἐπιφανείας μιᾶς σφαίρας καὶ τῆς παραπλεύρου ἐπιφανείας τοῦ περιγεγραμμένου κυλίνδρου, τὴν τιμὴν τοῦ ἀριθμοῦ π καὶ λοιπά. Ὁ Τύραννος τῶν Συρακουσῶν Ἱέρων ἀνέθεσεν εἰς τὸν Ἀρχιμήδην νὰ εὕρῃ ἐὰν εἰς χρυσοῦν στέφανον εἶχε γίνει νοθεία δι' ἀργύρου. Τὸ πρόβλημα τοῦτο ἔλυσεν ἐκ τῶν διαφορῶν τοῦ εἰδικοῦ βάρους τῶν δύο μετάλλων. Λέγεται ὅτι, διαπιστώσας τὴν ἰσχὺν τῆς ὁμωνύμου ἀρχῆς, ἐνῶ εὑρίσκετο ἐντὸς τοῦ λουτροῦ, ἐξῆλθεν, ἀνὰ τάς ὁδούς, ἀναφωνῶν «Εὕρηκα ! Εὕρηκα !».

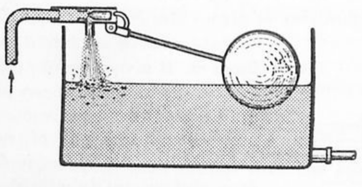
τὸν ὄγκον V τοῦ πρίσματος, τὸ γινόμενον $\varepsilon \cdot V$ (δηλ. τὸ γινόμενον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τὸν ὄγκον τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ) παριστᾷ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.

§ 94. Πειραματικὴ ἀπόδειξις τῆς ἀρχῆς τοῦ Ἀρχιμήδους. Ἀπὸ τὸ ἄγκιστρον δυναμομέτρου ἐξαρτῶμεν ἕνα σῶμα (π.χ. μετάλλινον κύλινδρον - *σχ. 146*) καὶ εὑρίσκομεν τὸ βάρος του (π.χ. *60 gr**). Ἀκολούθως βυθίζομεν τὸ σῶμα ἐντὸς ὕδατος, περιεχομένου ἐντὸς ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου καὶ εὑρίσκομεν ὅτι ἡ ἔνδειξις τοῦ δυναμομέτρου ἐλαττοῦται, π.χ., εἰς τὰ *40 gr**. Ἄρα ἡ ἄνωσις εἶναι ἴση μὲ *60—40=20 gr**. Ἀφ' ἑτέρου, ἀπὸ τὴν ἀνύψωσιν τῆς στάθμης τοῦ ὕδατος ἐντὸς τοῦ ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου, εὑρίσκομεν ὅτι ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος εἶναι *50—30=20 cm^3*. Τὸ βάρος, ὅμως, *20 cm^3* ὕδατος εἶναι ἴσον πρὸς *20 gr**. Ἤτοι εὕρομεν ὅτι ἡ ἄνωσις ἰσοῦται μὲ τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ.



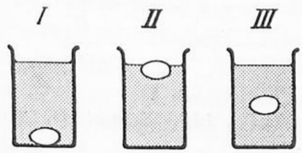
Σχ. 146.

§ 95. Πλεῦσις. Τὴν σπουδαιοτέραν τῶν ἐφαρμογῶν τῆς ἀνώσεως ἔχομεν εἰς τὴν ***πλεῦσιν*** τῶν διαφόρων σωμάτων ἐντὸς τοῦ ὕδατος (πλοῖα, πλωταὶ δεξαμεναί, ἀσφαλιστικοὶ πλωτῆρες - *σχ. 147*) κ.λ.



Σχ. 147. Ἀσφαλιστικὸς πλωτὴρ δεξαμενῆς.

Εἰς τὰ κατωτέρω θὰ μελετήσωμεν τὰς συνθήκας πλεύσεως ἑνὸς σώματος: Κατὰ τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους ἡ ἄνωσις δεδομένου σώματος εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ. Οὕτω, ἐὰν ἀφήσωμεν ἐντὸς ὕδατος ἕνα νωπὸν ᾠόν, τοῦτο βυθίζεται *(σχ. 148, I)*. Ἐάν, ὅμως, θέσωμεν αὐτὸ ἐντὸς κεκορεσμένου διαλύματος μαγειρικοῦ ἅλατος ἐπιπλέει *(II)*. Ἐάν, τέλος, διὰ προσθήκης ὕδατος, ἐλαττώσωμεν κατά τι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἁλατούχου διαλύματος, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ὥστε τὸ ᾠὸν νὰ αἰωρῆται ἐντὸς αὐτοῦ *(III)*.



Σχ. 148. Τὸ ᾠὸν βυθίζεται (I), ἐπιπλέει (II) ἢ αἰωρεῖται (III) ἀναλόγως τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ διαλύματος.

Ἐπὶ σώματος, ἐμβαπτισμένου ἐντὸς ὑγροῦ, ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις - τὸ βάρος του καὶ ἡ ἄνωσις. Διακρίνομεν τρεῖς περιπτώσεις: 1) Ἂν τὸ βάρος εἶναι μεγαλύτερον τῆς ἀνώσεως, τὸ σῶμα β υ θ ί ζ ε τ α ι ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. 2) Ἂν τὸ βάρος εἶναι ἴσον πρὸς τὴν ἄνωσιν, τὸ σῶμα αἰωρεῖται ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, δηλ. παραμένει ἀκίνητον ὁπουδήποτε καὶ ἂν τεθῇ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ. 3) Ὅταν τὸ βάρος εἶναι μικρότερον τῆς ἀνώσεως, τὸ σῶμα, ἀνερχόμενον, ἐξέρχεται ἐν μέρει τοῦ ὑγροῦ καὶ ἐπιπλέει. Τὸ σῶμα, τελικῶς, θὰ ἰσορροπήσῃ εἰς ἐκείνην τὴν θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν αἱ δυνάμεις βάρος καὶ ἄνωσις θὰ ἰσορροπήσουν - ὅταν, δηλ., τὸ σῶμα ἔχῃ ἀναδυθῆ ἐκ τοῦ ὑγροῦ τόσον, ὥστε ἡ ἄνωσις νὰ ἔχῃ γίνει ἴση μὲ τὸ βάρος τοῦ σώματος.

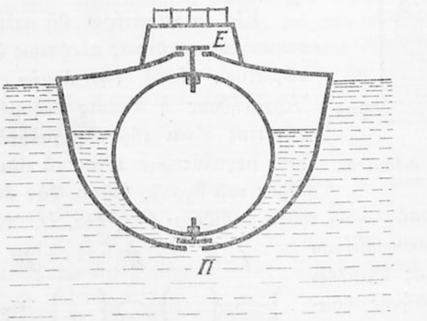
Βάσει τοῦ συλλογισμοῦ αὐτοῦ δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸν ὄγκον τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος ὑπὸ πλοίου γνωστοῦ βάρους. Οὕτω, πλοῖον, βάρους *2000* τόννων, ὅταν ἐπιπλέῃ, ὑφίσταται ἄνωσιν *2000* τόννων καί, συνεπῶς, θὰ ἐκτοπίζῃ ὕδωρ τοῦ αὐτοῦ, ἀκριβῶς, βάρους. Ἐπειδὴ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ θαλασσίου ὕδατος εἶναι, περίπου, *1* τόννος ἀνὰ κυβικὸν μέτρον ὁ ὄγκος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὕδατος θὰ εἶναι, περίπου, $2000\ m^3$.

Εἴδη πλεύσεως. Ἡ πλεῦσις ἑνὸς ἐπιπλέοντος ἀντικειμένου δύναται νὰ εἶναι εἴτε εὐσταθής, εἴτε ἀσταθής.

Εὐσταθὴς θὰ εἶναι ἡ πλεῦσις ἐάν, ἀφοῦ κλίνωμεν τὸ σῶμα κατά τινα γωνίαν ἀπὸ τῆς θέσεως ἰσορροπίας καὶ τὸ ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, τοῦτο ἐπανέρχεται εἰς τὴν προτέραν του θέσιν. Ἐνῶ, ἐὰν ἀνατραπῇ, ἡ πλεῦσις εἶναι ***ἀσταθής.***

Ὅπως ἀποδεικνύεται εὐσταθὴς εἶναι ἡ πλεῦσις, ὅταν τὸ κέντρον βάρους τοῦ ἐπιπλέοντος σώματος εὑρίσκεται ὅσον τὸ δυνατὸν χαμηλότερον. Δι' αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον τὰ πλωτὰ μέσα ἐφοδιάζονται δι' ἕρματος (κ. σαβοῦρα).

Ὑποβρύχια. Εἶναι πλοῖα, τὰ ὁποῖα δύνανται νὰ πλέουν εἴτε ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης εἴτε καὶ ἐντελῶς βυθισμένα. Ἡ κίνησις αὐτῶν δίδεται διὰ πετρελαιοκινητήρων μὲν ὅταν εὑρίσκωνται ἐν ἀναδύσει, ὑπὸ ἠλεκτροκινητήρων δέ, τροφοδοτουμένων διὰ συσσωρευτῶν, ὅταν εὑρίσκωνται ἐν καταδύσει. Διὰ νὰ καταδυθῇ τὸ ὑποβρύχιον ἀφήνεται νὰ εἰσέλθῃ, ἐντὸς καταλλήλων δεξαμενῶν, θαλάσσιον ὕδωρ. Πρὸς τοῦτο ἀνοίγονται ἀφ' ἑνὸς μὲν οἱ κρουνοὶ πληρώσεως *Π (σχ. 149)*, ἀφ' ἑτέρου δὲ οἱ ἐξαεριστικοὶ κρουνοὶ *Ε* διὰ τὴν ἔξοδον τοῦ ἐντὸς τῶν δεξαμενῶν εὑρισκομένου ἀέρος. Διὰ τὴν ἀνάδυσιν πρέπει νὰ ἐκδιωχθῇ τὸ ὕδωρ· τοῦτο ἐπιτυγχάνεται διὰ πεπιεσμένου ἀέρος.



Σχ. 149. *Ἐγκαρσία τομὴ ὑποβρυχίου.*

§ 96. Μέτρησις τῆς πυκνότητος στερεῶν καὶ ὑγρῶν.

α) ***Ἐκ τῆς μάζης καὶ τοῦ ὄγκου.*** Τὴν πυκνότητα στερεῶν ὁμογενῶν σωμάτων, γνωστοῦ γεωμετρικοῦ σχήματος (π.χ. παραλληλεπιπέδου, κυλίνδρου, κύβου, σφαίρας), εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς: Ὑπολογίζομεν τὸν ὄγκον V τοῦ σώματος ἀπὸ τὰς διαστάσεις του καί, κατόπιν, διὰ ζυγίσεως, εὑρίσκομεν τὴν μᾶζαν m αὐτοῦ. Τὸ πηλίκον m/V, τῆς μάζης διὰ τοῦ ὄγκου, μᾶς δίδει τὴν ζητουμένην πυκνότητα.

Ὅταν τὸ σῶμα ἔχῃ ἀκανόνιστον σχῆμα, τὸν μὲν ὄγκον του εὑρίσκομεν κατὰ τὴν μέθοδον τὴν περιγραφεῖσαν εἰς τὴν *§ 9*, τὴν δὲ μᾶζαν διὰ ζυγίσεως.

Τὴν πυκνότητα ἑνὸς ὑγροῦ εὑρίσκομεν ὡς ἑξῆς: Ζυγίζομεν ἕνα καθαρὸν ποτήριον. Ἀκολούθως, ἀφοῦ ὀγκομετρήσωμεν (δι' ὀγκομετρικοῦ κυλίνδρου, βλ. *§ 9*) ποσότητά τινα ἐκ τοῦ ὑγροῦ, χύνομεν αὐτὴν ἐντὸς τοῦ ποτηρίου, τὸ ὁποῖον καὶ ζυγίζομεν ἐκ νέου. Ἀπὸ τὰς δύο ζυγίσεις προκύπτει ἡ μᾶζα τοῦ ἐντὸς τοῦ ποτηρίου περιεχομένου ὑγροῦ. Τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ ὑγροῦ διὰ τοῦ ὄγκου αὐτοῦ μᾶς δίδει τὴν πυκνότητα.

β) ***Μέθοδος τῆς ἀνώσεως.*** 1) ***Στερεά.*** Ἐξαρτῶμεν τὸ σῶμα διὰ λεπτοῦ νήματος ἀπὸ τοῦ ἀγκίστρου ἑνὸς δυναμομέτρου καὶ εὑρίσκομεν τὸ βάρος B αὐτοῦ *(σχ. 146)*. Ἀκολούθως ἐμβαπτίζομεν, ἐντελῶς, τὸ σῶμα ἐντὸς ποτηρίου ὕδατος, ὁπότε, λόγῳ τῆς ἀνώσεως, ἡ ἔνδειξις τοῦ δυναμομέτρου θὰ εἶναι μικροτέρα (B'). Ἡ διαφορὰ $B-B'$ παρέχει, ἀκριβῶς, τὴν ἄνωσιν A. Ἐπειδὴ ἡ ἄνωσις εἶναι ἴση πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ὑγροῦ, ἔχομεν

$$A = \varepsilon_{\upsilon\delta} \cdot V = \varrho_{\upsilon\delta} \cdot g \cdot V \qquad (1)$$

ἔνθα $\varepsilon_{\upsilon\delta}$ καὶ $\varrho_{\upsilon\delta}$ εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος καὶ ἡ πυκνότης τοῦ ὕδατος καὶ V ὁ ὄγκος τοῦ σώματος. Ἡ ζητουμένη πυκνότης ϱ_x τοῦ σώματος εἶναι, ἐξ ὁρισμοῦ, ἴση πρὸς

$$\varrho_x = \frac{m}{V}.$$

Ἀντικαθιστῶντες, ἀντὶ τοῦ m, τὸ ἴσον του B/g καί, ἀντὶ τοῦ V, τὸ ἴσον του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1), ἔχομεν

$$\varrho_x = \frac{B}{A} \cdot \varrho_{\upsilon\delta}. \qquad (2)$$

2) ***Ὑγρά.*** Τὴν μέθοδον τῆς ἀνώσεως χρησιμοποιοῦμεν καὶ διὰ τὴν εὕρεσιν τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν. Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν δυναμόμετρον — ὅπως καὶ εἰς τὴν προηγουμένην περίπτωσιν — ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἐξαρτῶμεν ἕνα στερεὸν σῶμα, πυκνότητος μεγαλυτέρας ἀπὸ τὴν πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ· τὸν καλούμενον *πλωτῆρα*. Βυθίζομεν, ἀκολούθως, τὸν πλωτῆρα ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ἀπεσταγμένον ὕδωρ καὶ εὑρίσκομεν, κατὰ τὰ προηγούμενα, τὴν ἄνωσιν $A_{\upsilon\delta}$ τοῦ πλωτῆρος ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

Γράφοντες τὸν τύπον (2) εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην θὰ ἔχωμεν

$$\varrho_{\pi\lambda} = \frac{B_{\pi\lambda}}{A_{\upsilon\delta}} \cdot \varrho_{\upsilon\delta} \qquad (3)$$

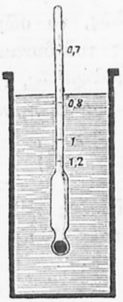
Ἐπαναλαμβάνομεν τὸ πείραμα διὰ τοῦ ὑγροῦ, τοῦ ὁποίου τὴν πυκνότητα $\varrho_{υγρ}$ ζητοῦμεν καὶ εὑρίσκομεν τὴν ἄνωσιν $A_{υγρ}$, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ὁ πλωτὴρ ἐντὸς αὐτοῦ. Ἐφαρμόζοντες τὴν ἐξίσωσιν (2) καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἔχομεν

$$\varrho_{πλ} = \frac{B_{πλ}}{A_{υγρ}} \cdot \varrho_{υγρ}. \qquad (4)$$

Διὰ διαιρέσεως, κατὰ μέλη, τῶν ἐξισώσεων (3) καὶ (4) λαμβάνομεν, τελικῶς, διὰ τὴν ζητουμένην πυκνότητα τοῦ ὑγροῦ

$$\varrho_{υγρ} = \frac{A_{υγρ}}{A_{υδ}} \cdot \varrho_{υδ}.$$

γ) ***Πυκνόμετρα - ἀραιόμετρα.*** Διὰ τὴν ταχεῖαν εὕρεσιν τῆς πυκνότητος τῶν ὑγρῶν χρησιμοποιοῦνται ὄργανα, τὰ ὁποῖα καλοῦνται ***πυκνόμετρα*** ἢ ***ἀραιόμετρα,*** ἀναλόγως τοῦ ἐὰν πρόκειται νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ μετρήσεις ὑγρῶν, τῶν ὁποίων ἡ πυκνότης εἶναι μεγαλυτέρα ἢ μικροτέρα τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος. Ταῦτα εἶναι πλωτῆρες καταλλήλου σχήματος *(σχ. 150)*, φέροντες εἰς τὸ κάτω ἄκρον ἕρμα καὶ κλίμακα, βαθμολογημένην, συνήθως, εἰς gr/cm³. Ἡ λειτουργία των στηρίζεται ἐπὶ τοῦ φαινομένου κατὰ τὸ ὁποῖον, εἰς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, τὰ σώματα βυθίζονται ἐντὸς τῶν ὑγρῶν τόσον ὀλιγώτερον, ὅσον πυκνότερον εἶναι τὸ ὑγρόν.



Σχ. 150.
Ἀραιόμετρον.

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν πυκνότητα διὰ τοῦ πυκνομέτρου ἀφήνομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ ὑγροῦ, καί, ὅταν ἰσορροπήσῃ, παρατηροῦμεν τὴν ἔνδειξιν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐπὶ τῆς κλίμακος. Ἡ ἔνδειξις αὕτη μᾶς παρέχει, ἀμέσως, τὴν πυκνότητα εἰς gr/cm³.

Πρακτικαὶ κλίμακες. Τὰ περιγραφέντα πυκνόμετρα καὶ ἀραιόμετρα ἔχουν βαθμολογηθῆ οὕτως ὥστε νὰ παρέχουν ἀπ' εὐθείας τὴν πυκνότητα τῶν ὑγρῶν. Εἰς τὴν πρᾶξιν, ὅμως, χρησιμοποιοῦνται πολλάκις (π.χ. διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πυκνότητος τοῦ *ἠλεκτρολύτου* τῶν συσσωρευτῶν κ.λ.), πυκνόμετρα καὶ ἀραιόμετρα παρέχοντα τὴν πυκνότητα εἰς αὐθαιρέτους μονάδας. Οὕτω, δι' ὑγρὰ π υ κ ν ό τ ε ρ α τ ο ῦ ὕ δ α τ ο ς χρησιμοποιοῦνται οἱ *πυκνοὶ βαθμοὶ Baumé (⁰Bé)*. Εἰς τὴν κλίμακα ταύτην τὸ μηδὲν *(0⁰Bé)* ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν πυκνότητα *1 gr/cm³*, οἱ δὲ ὑπό-

ΠΙΝΑΚΕΣ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΒΑΘΜΩΝ BAUMÉ ΕΙΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΟΣ

Πυκνοὶ βαθμοὶ Baumé	*Πυκνότης (gr/cm³)*
0	1,000
20	1,160
40	1,381
60	1,706
70	1,933

Ἀραιοὶ βαθμοὶ Baumé	*Πυκνότης (gr/cm³)*
10	1,000
30	0,875
50	0,778
70	0,700
90	0,636

λοιποι, ἄνω τοῦ τοῦ μηδενὸς βαθμοί, εἰς πυκνότητας μεγαλυτέρας τοῦ $1\ gr/cm^3$.

Δι' ὑγρὰ ἀραιότερα τοῦ ὕδατος χρησιμοποιοῦνται οἱ *ἀραιοὶ βαθμοὶ Baumé*. Εἰς τὴν κλίμακα ταύτην *10⁰ Bé* ἀντιστοιχοῦν εἰς τὴν πυκνότητα $1\ gr/cm^3$, οἱ δὲ μεγαλύτεροι τοῦ *10* βαθμοὶ εἰς πυκνότητας μικροτέρας τοῦ $1\ gr/cm^3$.

Τὴν σχέσιν, μεταξὺ βαθμῶν *Baumé* καὶ πυκνότητος, παρέχουν οἱ εἰς τὴν προηγουμένην σελίδα εὑρισκόμενοι πίνακες.

Πυκνόμετρα, δι' εἰδικὰς μετρήσεις, ἔχουν βαθμολογηθῆ οὕτως ὥστε νὰ παρέχουν ἀπ' εὐθείας τὴν περιεκτικότητα ὡς πρὸς τὸ ζητούμενον συστατικὸν (π.χ. οἰνοπνευματόμετρα κ.λ.).

Οἰνοπνευματόμετρον. Εἶναι ὄργανον διὰ τοῦ ὁποίου προσδιορίζομεν, δι' ἀπ' εὐθείας ἀναγνώσεως, τὴν κατ' ὄγκον περιεκτικότητα οἰνοπνευματούχων ὑγρῶν. Τὸ ὄργανον τοῦτο — τύπου ἀραιομέτρου — δίδει ἀκριβῆ ἀποτελέσματα εἰς ὑγρὰ περιέχοντα μόνον οἰνόπνευμα καὶ ὕδωρ. Οὕτω, διὰ νὰ προσδιορίσωμεν, π.χ., τὸ οἰνόπνευμα τὸ περιεχόμενον ἐντὸς τοῦ οἴνου, ἀποστάζομεν ποσότητα οἴνου γνωστοῦ ὄγκου (π.χ. $200\ cm^3$) καὶ κατόπιν, εἰς τὸ ἐκ τῆς ἀποστάξεως ληφθὲν οἰνόπνευμα, προσθέτομεν ἀπεσταγμένον ὕδωρ μέχρι συμπληρώσεως τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου ($200\ cm^3$). Ἐάν, τώρα, βυθίσωμεν ἐντὸς τοῦ μείγματος τὸ οἰνοπνευματόμετρον θὰ λάβωμεν μίαν ἔνδειξιν, π.χ. *16*. Τοῦτο δηλοῖ ὅτι *16 %* τοῦ ὄγκου τοῦ μείγματος ἀποτελεῖται ἐξ οἰνοπνεύματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἐξ ὀρειχάλκου ἔχει διαστάσεις $1\ m \times 60\ cm \times 30\ cm$. Ἐὰν τοῦτο στηριχθῇ ἐπὶ τοῦ ἐδάφους μὲ μίαν τῶν βάσεών του νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις, εἰς ἑκάστην ὅλων τῶν δυνατῶν περιπτώσεων.

(ΑΠ: *0,26 at, 0,52 at, 0,86 at*)

2) Ἡ διάμετρος τοῦ μεγάλου ἐμβόλου ἑνὸς ὑδραυλικοῦ πιεστηρίου εἶναι ἴση πρὸς *30 cm*, ἡ δὲ διάμετρος τοῦ μικροῦ *2,5 cm*. Ἐὰν ἐπὶ τοῦ μικροῦ ἐμβόλου ἐξασκηθῇ δύναμις *4,5 kgr**, πόση θὰ εἶναι ἡ δύναμις, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ ἐξασκῇ τὸ μεγάλο ἔμβολον; Ἐὰν τὸ μικρὸν ἔμβολον κατέλθῃ κατὰ *15 cm*, κατὰ πόσον θὰ μετακινηθῇ τὸ μεγάλο ἔμβολον; (ΑΠ: *648 kgr**, *1 mm*)

3) Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις στήλης ὕδατος, ὕψους *20 m*, εἰς dyn/cm^2, εἰς kgr^*/m^2 καὶ εἰς gr^*/cm^2. Μὲ ποίαν ὑδραργυρικὴν στήλην θὰ ἔχωμεν τὴν αὐτὴν πίεσιν; (ΑΠ: $1{,}96 \cdot 10^6\ dyn/cm^2$, $2 \cdot 10^{-4}\ kgr^*/m^2$, $2000\ gr^*/cm^2$, $1{,}47\ m$)

4) Δοχεῖον κυλινδρικόν, διαμέτρου *10 cm*, πληροῦται μέχρις ὕψους *25 cm* δι' ὕδατος. Νὰ εὑρεθῇ ἡ ἐπὶ τοῦ πυθμένος ἐξασκουμένη δύναμις. (ΑΠ: *1,96 kgr**)

5) Ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἐκ ξύλου, εἰδικοῦ βάρους $0{,}6\ gr^*/cm^3$, εἶναι βυθισμένον κατὰ *80 %* τοῦ ὄγκου του ἐντὸς ὑγροῦ τινος καὶ εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ἰσορροπεῖ. Ποῖον εἶναι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ; (ΑΠ: $0{,}75\ gr^*/cm^3$)

6) Εἶναι γνωστὸν ὅτι ὁ πάγος ἐπιπλέει κατὰ τρόπον ὥστε τὰ *92 %* τοῦ ὄγκου του νὰ βυθίζωνται ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Ποία ἡ πυκνότης τοῦ πάγου;

(ΑΠ: $0{,}92\ gr/cm^3$)

7) Σῶμα, ἐξηρτημένον διὰ λεπτοῦ νήματος ἀπὸ τὸ ἄγκιστρον δυναμομέτρου, ζυγίζει εἰς μὲν τὸν ἀέρα *96 gr**, ἐντὸς ὕδατος *81 gr** καὶ ἐντὸς πετρελαίου *84 gr**. Νὰ εὑρεθῇ α) ὁ ὄγκος τοῦ σώματος, β) ἡ πυκνότης αὐτοῦ καὶ γ) ἡ πυκνότης τοῦ πετρελαίου. (ΑΠ: $15\ cm^3$, $6{,}4\ gr/cm^3$, $0{,}8\ gr/cm^3$)

8) Στέφανος ἐκ χρυσοῦ ἔχει μᾶζαν *300 gr*. Ἐπειδὴ ὑπάρχει ὑποψία ὅτι ὁ χρυσὸς εἶναι ἀναμεμειγμένος μὲ ἄργυρον, ὁ στέφανος ἀναρτᾶται ἀπὸ τὸ ἄγκιστρον δυ-

ναμομέτρου καὶ ἐμβαπτίζεται ἐντὸς ὕδατος. Οὕτω εὑρίσκεται ὅτι χάνει ἐκ τοῦ βάρους του *20 gr**. Περιέχει ἄργυρον καὶ πόσον; (ΑΠ: *Περιέχει 102,3 gr ἀργύρου*)

Κατηγορία Β΄.

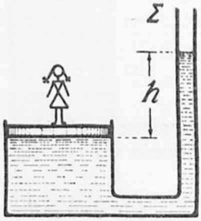
1) Πόση δύναμις ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ὑαλίνου παραθύρου βαθυσφαίρας, ὅταν αὕτη εὑρίσκεται εἰς βάθος *3000 ποδῶν*. Ἡ διάμετρος τοῦ παραθύρου εἶναι *12 ἴντζαι*. (*Εἰδικὸν βάρος θαλασσίου ὕδατος 1,026 gr*/cm³*). (ΑΠ: *68 t**)

2) Εἰς τὸ κῦτος πλοίου ἀνοίγεται κυκλικὴ ὀπὴ διαμέτρου *20 cm* καὶ εἰς βάθος *5 m* ὑπὸ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης. Ζητεῖται ἡ δύναμις (εἰς *kgr**), ἡ ὁποία πρέπει νὰ ἐξασκηθῇ ἐπὶ πώματος κλείοντος τὴν ὀπὴν διὰ νὰ μὴ εἰσέρχεται τὸ ὕδωρ ($\varepsilon_{\vartheta\alpha\lambda}=1,026$ *gr*/cm³*). (ΑΠ: *161 kgr**)

3) Δοχεῖον κυλινδρικόν, διαμέτρου *10 cm*, περιέχει *1 λίτρον* ὑδραργύρου καὶ *1 λίτρον* ὕδατος. Νὰ ὑπολογισθῇ α) ἡ πίεσις εἰς σημεῖόν τι τοῦ πυθμένος καὶ β) ἡ ἐπὶ τοῦ πυθμένος δύναμις. (ΑΠ: *0,186 kgr*/cm², 14,6 kgr**)

4) Μέχρι ποίου ὕψους πρέπει νὰ γεμίσωμεν δι' ὕδατος τοὺς σωλῆνας τοῦ σχήματος *133*, ἵνα ἀποσπασθῇ ὁ (κινητὸς) πυθμήν των; (Διάμετρος τοῦ πυθμένος $= \delta$ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑγροῦ$=\varepsilon$ καὶ βάρος τῶν σταθμῶν$=B$). (ΑΠ: $h=4B/\varepsilon\cdot\pi\cdot\delta^2$)

5) Κυλινδρικὸν δοχεῖον συνδέεται διὰ μακροῦ κατακορύφου σωλῆνος Σ, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα. Ὁ κύλινδρος πληροῦται δι' ὕδατος καὶ κλείεται δι' ἐμβόλου, βάρους *2,5 kgr** καὶ ἐμβαδοῦ *1000 cm²*. Ἂν ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου σταθῇ ἄνθρωπος, βάρους *75 kgr**, νὰ εὑρεθῇ τὸ ὕψος h εἰς τὸ ὁποῖον θὰ ἀνέλθῃ τὸ ὕδωρ εἰς τὸν κατακόρυφον σωλῆνα Σ. (ΑΠ: *77,5 cm*)



6) Δύο κατακόρυφα κυλινδρικὰ συγκοινωνοῦντα δοχεῖα περιέχουν ὕδωρ. Αἱ διατομαί των εἶναι, ἀντιστοίχως, ἴσαι πρὸς *100 cm²* καὶ *25 cm²*. Ρίπτομεν εἰς τὸ ἓν *5 λίτρα* ὕδατος. Κατὰ πόσον θὰ ἀνέλθῃ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια εἰς κάθε δοχεῖον; (ΑΠ: *40 cm*)

7) Ἐντὸς σωλῆνος σχήματος U τίθεται πρῶτον ὑδράργυρος καί, κατόπιν, εἰς τὸ ἓν τῶν σκελῶν, ἄλλο τι ὑγρόν. Αἱ ἐλεύθεραι ἐπιφάνειαι τοῦ ὑδραργύρου καὶ τοῦ ὑγροῦ εἶναι, τοῦ μὲν πρώτου εἰς *17,5 cm*, τοῦ δὲ δευτέρου εἰς *42 cm*, ἄνωθεν τοῦ διαχωρίζοντος τὰ ὑγρὰ ὁριζοντίου ἐπιπέδου. Ζητεῖται ἡ πυκνότης τοῦ δευτέρου ὑγροῦ. (ΑΠ: *5,66 gr/cm³*)

8) Ἐντὸς δοχείου σχήματος U (τῆς αὐτῆς διαμέτρου) ρίπτεται ὕδωρ ὥστε τοῦτο ν' ἀνέλθῃ μέχρι τοῦ μέσου τῶν σκελῶν του. Κατόπιν εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος ρίπτεται ἔλαιον, εἰδικοῦ βάρους *0,8 gr*/cm³*, καὶ τόσον ὥστε νὰ σχηματισθῇ ἐξ αὐτοῦ στήλη ὕψους *5 cm*. Ζητεῖται νὰ εὑρεθῇ μέχρι ποίου ὕψους θὰ ἀνέλθῃ ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὕδατος εἰς τὸ ἄλλο σκέλος. (ΑΠ: *2 cm*)

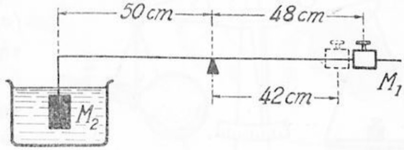
9) Στερεὸν σῶμα ζυγίζει *120 gr** εἰς τὸν ἀέρα, *90 gr** ἐντὸς ὕδατος καὶ *78 gr** ἐντὸς διαλύματος θειϊκοῦ χαλκοῦ. Νὰ εὑρεθῇ α) τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος καὶ β) τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ διαλύματος. (ΑΠ: *4 gr*/cm³, 1,4 gr*/cm³*)

10) Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τεμαχίου ὑάλου ($\varepsilon_{\upsilon\alpha\lambda}=2,6$ *gr*/cm³*) ὑπάρχει μία κοιλότης. Τὸ τεμάχιον τοῦτο ζυγίζει *23,4 gr** εἰς τὸν ἀέρα καὶ *3,9 gr** ὅταν βυθισθῇ ὁλόκληρον ἐντὸς τοῦ ὕδατος. Νὰ εὑρεθῇ ὁ ὄγκος τῆς κοιλότητος. (ΑΠ: *10,5 cm³*)

11) Δοχεῖον περιέχει ὕδωρ καὶ ἕνα ἄλλο ὑγρόν, εἰδικοῦ βάρους *2,5 gr*/cm³*. Τὰ δύο ὑγρὰ δὲν ἀναμειγνύονται. Ἕνα σῶμα εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τῶν δύο ὑγρῶν κατὰ τρόπον ὥστε τὰ *70 %* τοῦ ὄγκου του νὰ εἶναι ἐντὸς τοῦ ὕδατος καὶ τὸ ὑπόλοιπον ἐντὸς τοῦ ἄλλου ὑγροῦ. Ποία ἡ πυκνότης τοῦ σώματος; (ΑΠ: *1,45 gr/cm³*)

12) Ὀρθογώνιον παραλληλεπίπεδον ἐκ ξύλου, διαστάσεων *5 cm × 4 cm × 3 cm* (ὕψος), ἐπιπλέει εἰς ὕδωρ βυθιζόμενον κατὰ *2,5 cm* ἐντὸς αὐτοῦ. Ποία μᾶζα ἐξ ἀργιλίου πρέπει νὰ τεθῇ ἐπ' αὐτοῦ ὥστε τὸ παραλληλεπίπεδον καὶ τὸ τεμάχιον τοῦ ἀργιλίου νὰ βυθισθῇ ἐντὸς τοῦ ὕδατος; (ΑΠ: *16,25 gr*)

13) Ἐπὶ ράβδου, μήκους *100 cm* καὶ στρεπτῆς περὶ ὁριζόντιον ἄξονα διερχόμενον διὰ τοῦ μέσου της, στερεοῦται ἡ κινητὴ μᾶζα M_1. Εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον ἐξαρτᾶται ἡ μᾶζα M_2. Τὸ σύστημα ἰσορροπεῖ ὁριζοντίως ὅταν αἱ ἀποστάσεις τῶν δύο μαζῶν ἀπὸ τοῦ ἄξονος εἶναι, ἀντιστοίχως, ἴσαι πρὸς *50 cm* καὶ *48 cm*. Ἐάν, τώρα, ἡ μᾶζα M_2 βυθισθῇ ἐξ ὁλοκλήρου ἐντὸς ὕδατος, ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται καί, διὰ νὰ τὴν ἐπαναφέρωμεν, πρέπει νὰ μετακινήσωμεν τὴν μᾶζαν M_1 εἰς τὰ *42 cm*. Νὰ εὑρεθῇ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ σώματος M_2. (ΑΠ: *8 gr*/cm³*)

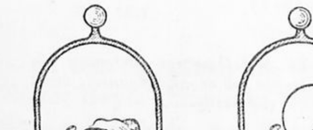


14) Δύο μεταλλικαὶ σφαῖραι, τῶν ὁποίων αἱ πυκνότητες εἶναι *4 gr/cm³* καὶ *8,9 gr/cm³*, ἔχουν τὸ αὐτὸ βάρος εἰς τὸ κενόν. Ἐξαρτῶμεν τὰς δύο σφαίρας ἀπὸ τὰ ἄκρα μοχλοῦ, στρεπτοῦ περὶ ὁριζόντιον ἄξονα καὶ βυθίζομεν αὐτὰς ἐντὸς ὕδατος. Ποῖος πρέπει νὰ εἶναι ὁ λόγος τῶν μοχλοβραχιόνων, ἵνα τὸ σύστημα ἰσορροπῇ ὁριζοντίως; (ΑΠ: *1,18 : 1*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ι΄

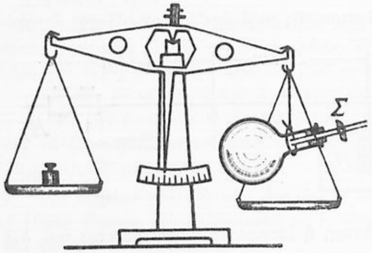
ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

§ 97. Γενικά. Τὰς περισσοτέρας τῶν ἰδιοτήτων τῶν ὑγρῶν ἀνευρίσκομεν καὶ εἰς τὰ ἀέρια. Οὕτω, τὰ ἀέρια ἔχουν βάρος, ἐξασκοῦν πιέσεις ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τῶν περιεχόντων αὐτὰ δοχείων, προκαλοῦν ἄνωσιν ἐπὶ σωμάτων εὑρισκομένων ἐντὸς αὐτῶν κ.λ. Ἐν ἀντιθέσει, ὅμως, πρὸς τὰ ὑγρά, τὰ ἀέρια δὲν ἔχουν ὡρισμένον ὄγκον, ἀλλὰ τείνουν νὰ καταλάβουν διαρκῶς μεγαλύτερον χῶρον. Τοῦτο δεικνύομεν, χαρακτηριστικῶς, διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐντὸς ἐλαστικῆς κύστεως (κ. μπαλόνι) φυσῶμεν ὀλίγον ἀέρα καὶ δένομεν τὸν λαιμόν της καλῶς διὰ νήματος. Ἐάν, ἀκολούθως, φέρωμεν αὐτὴν ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας (*σχ. 151, ἀριστερὰ*) καὶ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι αὕτη ἐξογκοῦται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον (*σχ. 151, δεξιά*).



Σχ. 151. *Ὅταν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα ἐκ τοῦ κώδωνος, ἡ κύστις ἐξογκοῦται.*

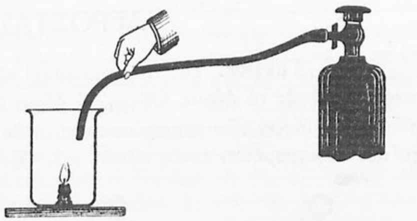
§ 98. Βάρος τῶν ἀερίων. Ὅπως εἴπομεν καὶ ἀνωτέρω, τὰ ἀέρια, ὅπως καὶ κάθε σῶμα, ἔχουν βάρος. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἀπὸ φιάλην ἀφαιροῦμεν, δι' ἀντλίας, τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα, καί, ἀφοῦ ἐξαρτήσωμεν αὐτὴν ἀπὸ τὸ ἄκρον τῆς φάλαγγος ζυγοῦ, τὴν ἰσορροποῦμεν διὰ σταθμῶν *(σχ. 152)*. Ἀκολούθως ἀνοίγομεν τὴν στρόφιγγα Σ, διὰ νὰ εἰσέλθη ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ καὶ παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς φιάλης, ἀπόδειξις ὅτι ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ ἔχει βάρος.



Σχ. 152. *Ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς φιάλης ὅταν, ἐντὸς αὐτῆς, εἰσέλθῃ ἀήρ.*

Ὅλα τὰ ἀέρια, ὑπὸ συνήθεις συνθήκας, (δηλ. ὑπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος) ἔχουν μικρὸν εἰδικὸν βάρος, ἐν σχέσει πρὸς τὰ στερεὰ καὶ τὰ ὑγρά (*).

Ὡς γνωστόν, δύο ὑγρά, διαφόρου πυκνότητος, τιθέμενα εἰς δοχεῖον, διατίθενται κατὰ στρώματα - τὸ πυκνότερον κάτω καὶ τὸ ἀραιότερον ἄνω. Κατὰ τὸν αὐτόν, ἀκριβῶς, τρόπον συμπεριφέρονται καὶ δύο ἀέρια διαφόρου πυκνότητος, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι μεταξὺ αὐτῶν δὲν ὑπάρχει σαφὴς διαχωριστικὴ ἐπιφάνεια. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν ὡς ἑξῆς: Ἐντὸς ποτηρίου θέτομεν ἀνημμένον κηρίον καί, ἀκολούθως, ἀπὸ *ὀβίδα πιέσεως* διοχετεύομεν ἠρέμως διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος *(σχ. 153)*. Τοῦτο, ὡς εἰδικῶς βαρύτερον τοῦ ἀέρος, συσσωρεύεται εἰς τὸν πυθμένα καὶ ἀρχίζει νὰ γεμίζῃ τὸ ποτήριον. Ὅταν τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος φθάσῃ εἰς τὸ ὕψος τῆς φλογός, αὕτη σβέννυται.

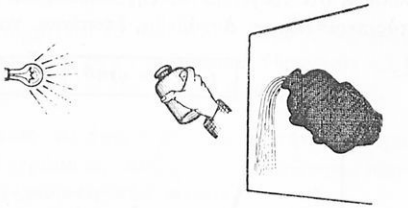

Σχ. 153. *Τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος, ὡς εἰδικῶς βαρύτερον τοῦ ἀέρος, παραμένει ἐντὸς τοῦ ποτηρίου.*

Διὰ τοὺς αὐτοὺς λόγους καὶ ἀτμοὶ αἰθέρος — οἱ ὁποῖοι εἶναι εἰδικῶς βαρύτεροι τοῦ ἀέρος—ρέουν, ἀκριβῶς, ὅπως ἕνα ὑγρόν. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν κλίνοντες φιάλην περιέχουσαν ὀλίγον αἰθέρα, ὁπότε οἱ ὑπεράνω αὐτοῦ συσσωρευμένοι ἀτμοὶ ἐκρέουν. Ἡ ροὴ παρακολουθεῖται εὐκρινῶς ἐκ τῆς σκιᾶς, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν οἱ ἀτμοὶ ἐπί τινος πετάσματος, φωτιζόμενοι πλαγίως *(σχ. 154)*.

(*) Οὕτω, ἐνῶ ἕνα κυβικὸν μέτρον ὕδατος ζυγίζει *1000 kgr** (δηλ. ἕνα τόννον), ἕνα κυβικὸν μέτρον ἀέρος ζυγίζει, περίπου, χιλίας φορὰς ὀλιγώτερον (*1,3 kgr**).

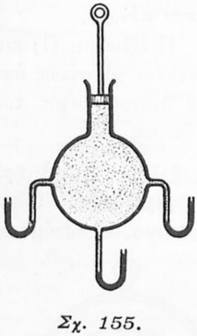
§ 99. Πίεσις ἐντὸς ἀερίων. Ὅπως εἰς τὴν Ὑδροστατικήν, οὕτω καὶ εἰς τὴν Ἀεροστατικήν, κατὰ τὴν ἐξέτασιν τῆς πιέσεως πρέπει νὰ γίνεται σαφὴς διάκρισις μεταξὺ δύο ἄκρων περιπτώσεων:

1) Θεωροῦμεν ὅτι ἐπὶ τοῦ ἀερίου δὲν ἐπιδρᾷ ἡ βαρύτης: Ἡ πίεσις, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ἀέριον ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ περιέχοντος αὐτὸ δοχείου, ὀφείλεται εἰς τὴν τάσιν αὐτοῦ νὰ καταλάβῃ μεγαλύτερον ὄγκον. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἰσχύει, καὶ διὰ τὰ ἀέρια ἡ **ἀρχὴ τοῦ** *Pascal*: *«Ἡ πίεσις εἰς ὅλα τὰ σημεῖα ἑνὸς ἀερίου, ἐπὶ τοῦ ὁποίου δὲν ἐπιδρᾷ ἡ βαρύτης, εἶναι ἡ αὐτή».*



Σχ. 154. Οἱ ἀτμοὶ τοῦ αἰθέρος ρέουν ὅπως ἕνα ὑγρόν.

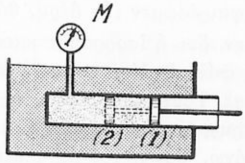
Πειραματικῶς δεικνύομεν τὴν ἀρχὴν τοῦ Pascal διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος *155*. Ἐὰν πιέσωμεν τὸ ἔμβολον, ὁ ἐντὸς τῆς σφαίρας ἀὴρ συμπιέζεται καὶ ὅλα τὰ μανόμετρα δεικνύουν τὴν αὐτὴν ἔνδειξιν.



Σχ. 155.

2) Ἡ πίεσις ὀφείλεται εἰς τὴν βαρύτητα. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἡ πίεσις δὲν εἶναι ἡ αὐτὴ εἰς ὅλα τὰ σημεῖα τοῦ ἀερίου. Ἐπειδὴ τὰ ἀνώτερα στρώματα πιέζουν, μὲ τὸ βάρος των, τὰ κατώτερα, ἡ πίεσις θὰ μεταβάλλεται μετὰ τοῦ ὕψους, ὅπως καὶ εἰς τὰ ὑγρά, μὲ τὴν διαφορὰν ὅτι ὁ τύπος, ὁ ὁποῖος παρέχει, τώρα, τὴν σχέσιν μεταξὺ πιέσεως καὶ ὕψους, εἶναι ἀρκετὰ πολύπλοκος. (Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὴν μεγάλην συμπιεστότητα τῶν ἀερίων, ἐνῶ τὰ ὑγρὰ εἶναι ἀσυμπίεστα).

§ 100. Μεταβολὴ τῆς πιέσεως ἑνὸς ἀερίου μετὰ τοῦ ὄγκου — Νόμος Boyle - Mariotte (Μπόϋλ - Μαριότ). Ἐντὸς μεταλλικοῦ δοχείου θέτομεν ἕνα ἀέριον, π.χ. ἀέρα, καὶ κλείομεν αὐτὸ δι' ἐμβόλου *(σχ 156)*. Τὸ δοχεῖον τοποθετοῦμεν ἐντὸς λουτροῦ σταθερᾶς θερμοκρασίας. Ἡ ἑκάστοτε θέσις τοῦ ἐμβόλου μᾶς παρέχει τὸν ὄγκον τοῦ ἀερίου, ἐνῶ τὸ μανόμετρον M μετρεῖ τὴν πίεσιν αὐτοῦ. Ἔστω V καὶ p ὁ ὄγκος καὶ ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου ὅταν τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν *(1)*. Ἂν μετακινήσωμεν τὸ ἔμβολον καὶ τὸ φέρωμεν εἰς τὴν θέσιν *(2)* ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ἐλαττοῦται εἰς τὸ ἥμισυ $(V/2)$. Διὰ τοῦ μανομέτρου εὑρίσκομεν ὅτι ἡ πίεσις

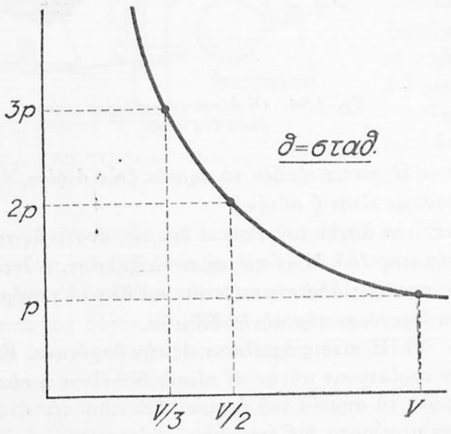


Σχ. 156. Διάταξις διὰ τὴν ἀπόδειξιν τοῦ νόμου Boyle - Mariotte (ἀρχή).

τοῦ ἀερίου ἔγινε διπλασία *(2p)*. Ἄν, ἀκολούθως, ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον εἰς τὸ τρίτον *(V/3)*, ἡ πίεσις τριπλασιάζεται *(3p)* κ.ο.κ. Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι τὸ γινόμενον τῆς πιέσεως ἐπὶ τὸν ὄγκον εἶναι τὸ αὐτὸ εἰς ὅλας τὰς περιπτώσεις. Δυνάμεθα, ἑπομένως, νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν

$p \cdot V = \sigma\tau\alpha\vartheta.$	*Νόμος Boyle - Mariotte*

(1)



Σχ. 157. Γραφικὴ παράστασις τοῦ νόμου Boyle-Mariotte.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης λαμβάνομεν

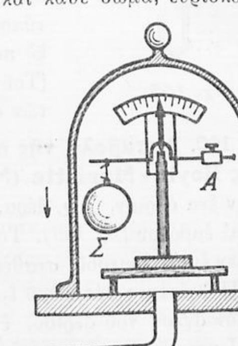
$$p = \sigma\tau\alpha\vartheta \cdot \frac{1}{V}.$$

Ἢ μὲ λέξεις:

«Ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ ὄγκου αὐτοῦ».

Ἡ ἐξίσωσις (1) παρίσταται γραφικῶς ὑπὸ τοῦ διαγράμματος τοῦ σχήματος *157*.

§ 101. Ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους. Ὅπως κάθε σῶμα εὑρισκόμενον ἐντὸς ὑγροῦ, οὕτω καὶ κάθε σῶμα, εὑρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου, ὑφίσταται ***ἄνωσιν***. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα *158*. Ἡ σφαῖρα *Σ* εἶναι κοίλη, ἰσορροπεῖται δέ, εἰς τὸν ἀέρα, ὑπὸ τοῦ ἀντιβάρου *A*, τὸ ὁποῖον ἔχει μικρὸν ὄγκον. Ἐὰν θέσωμεν τὴν συσκευὴν ὑπὸ τὸν κώδωνα ἀεραντλίας καὶ ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ ἰσορροπία καταστρέφεται καὶ ἡ φάλαγξ κλίνει πρὸς τὸ μέρος τῆς σφαίρας. Τοῦτο δηλοῖ ὅτι ἡ σφαῖρα εἶναι, πραγματικῶς, βαρυτέρα τοῦ ἀντιβάρου, λόγῳ, ὅμως, τοῦ μεγαλυτέρου ὄγκου αὐτῆς, ὑφίσταται καὶ μεγαλυτέραν ἄνωσιν ἐντὸς τοῦ ἀέρος, οὕτω δὲ ἐπέρχεται ἰσορροπία. Ὅταν, ὅμως, ἀφαιρεθῇ ὁ ἀήρ, δὲν ὑπάρχει πλέον ἄνωσις καί, ὡς ἐκ τούτου, ὁ ζυγὸς κλίνει πρὸς τὴν σφαῖραν.

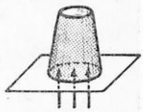


Σχ. 158. Ὅταν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα, ἡ ἄνωσις μηδενίζεται.

Διὰ τὴν ἄνωσιν αὐτὴν ἰσχύει, ὁμοίως, ἡ ***ἀρχὴ τοῦ Ἀρχιμήδους,*** ἡ ὁποία διατυποῦται ὡς ἑξῆς: «*Πᾶν σῶμα, εὑρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου, ὑφίσταται ἄνωσιν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου*».

Λόγῳ τῆς ἀνώσεως ταύτης ἀνέρχονται τὰ ἀερόστατα ὅταν πληρωθοῦν μὲ ἀέριον εἰδικῶς ἐλαφρότερον τοῦ ἀέρος (π.χ., φωταέριον, ὑδρογόνον κ.λ.) ἢ ὅταν θερμανθῇ ὁ ἐντὸς αὐτῶν ἀήρ, ὁπότε ἐλαττοῦται ἡ πυκνότης του.

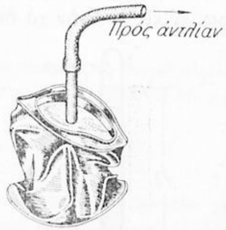
§ 102. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ὁ ἀήρ, ὁ περιβάλλων τὴν Γῆν, ἔχει βάρος. Ὡς ἐκ τούτου τὰ ἀνώτερα στρώματα, πιέζοντα τὰ κατώτερα, προκαλοῦν πίεσιν · τὴν καλουμένην ***ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.***



Σχ. 159.

Τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς ἁπλοῦ πειράματος *(σχ. 159)*: Γεμίζομεν ἐντελῶς δι' ὕδατος ἕνα ποτήριον, καλύπτομεν αὐτὸ διὰ φύλλου χάρτου, προσέχοντες νὰ μὴ μείνῃ ἐντὸς καμμία φυσαλλὶς ἀέρος. Ἂν, ἀκολούθως, ἀναστρέψωμεν, μετὰ προσοχῆς, τὸ ποτήριον θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ὕδωρ δὲν χύνεται, διότι τὸ φύλλον τοῦ χάρτου, πιεζόμενον ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, δὲν ἀποσπᾶται.

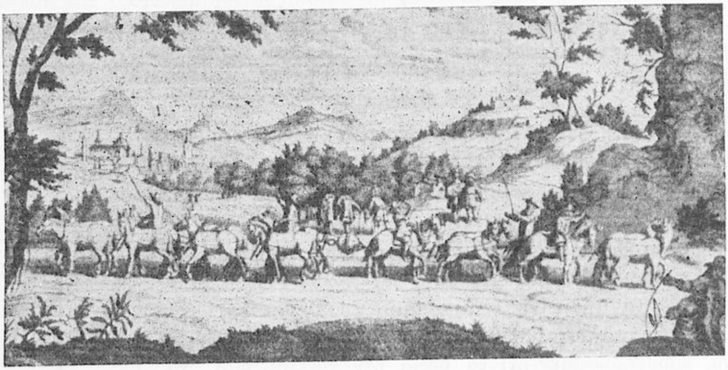
Τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δυνάμεθα νὰ πιστοποιήσωμεν καὶ ἀπὸ τὴν παραμόρφωσιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἕνα λευκοσιδηροῦν δοχεῖον, ἂν ἀφαιρέσωμεν ἐξ αὐτοῦ τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. Διὰ τὸ πείραμα τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν μικρὸν λευκοσιδηροῦν δοχεῖον ἐπὶ τοῦ ὁποίου ἔχομεν συγκολλήσει ἕνα ὀρειχάλκινον σωλῆνα. Συνδέομεν, δι' ἐλαστικοῦ σωλῆνος κενοῦ, τὸ δοχεῖον μὲ μίαν ἀεραντλίαν καί, ἀκολούθως, θέτομεν εἰς λειτουργίαν τὴν ἀντλίαν. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ δοχεῖον ὑφίσταται ἔντονον παραμόρφωσιν *(σχ. 160)*. Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου, ἡ πίεσις εἶναι, περίπου, ἴση πρὸς μηδὲν (ἐφ' ὅσον ἀφηρέθη ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ), καί, ὡς ἐκ τούτου, οὐδεμία δύναμις ἐκ τῶν ἔσω ἐξασκεῖται ἐπὶ τῶν τοιχωμάτων τοῦ δοχείου. Ἔξω, ὅμως, τοῦ δοχείου ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν καί, συνεπῶς, ἐπὶ τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ τοιχώματος θὰ ἐξασκῆται μεγάλη δύναμις μὲ φορὰν πρὸς τὰ ἔσω (*). Εἶναι προφανὲς ὅτι, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς δυνάμεως ταύτης, τὰ λεπτὰ τοιχώματα ὑποχωροῦν καὶ τὸ δοχεῖον συνθλίβεται.



Σχ. 160. Ἐὰν ἀφαιρέσωμεν τὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου ἀέρα τοῦτο συνθλίβεται.

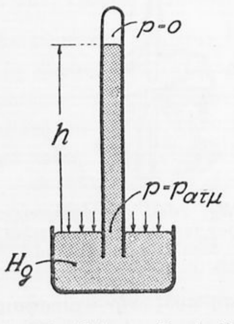
(*) Ἡ δύναμις εἶναι ἴση πρὸς $p \cdot S$. Ἐπειδὴ δὲ $p = 1 Atm = 1{,}033\ kgr^*/cm^2$ καὶ τὸ ἐμβαδὸν S τῆς ἐξωτερικῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλινδρικοῦ τοιχώματος εἶναι, π.χ., ἴσον πρὸς $1000\ cm^2$ ἡ δύναμις ἐπ' αὐτοῦ θὰ εἶναι, περίπου, ἴση πρὸς *1 τόννον !*

★ Ἐνταῦθα ἀναφέρομεν καὶ τὸ πείραμα τῶν *ἡμισφαιρίων τοῦ Μαγδεμβούργου (σχ. 161)*. Ἡ συσκευὴ αὕτη, ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο κοῖλα μεταλ-



Σχ. 161. Δέκα ἓξ ἵπποι δὲν ἠδυνήθησαν νὰ ἀποχωρίσουν τὰ ἡμισφαίρια κατὰ τὸ πείραμα τοῦ Guericke, ἐκτελεσθὲν εἰς τὴν πόλιν Magdeburg (Μαγδεμβοῦργον). (Ἐὰν τὸ ἓν τῶν ἡμισφαιρίων προσεδένετο εἰς ἀκλόνητον στήριγμα θὰ ἦσαν ἀρκετοὶ μόνον οἱ 8 ἵπποι).

λικὰ ἡμισφαίρια, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν φέρει σωληνίσκον μετὰ στρόφιγγος διὰ νὰ ἀφαιρῆται, τῇ βοηθείᾳ ἀντλίας, ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ. Ἐάν, ἀφοῦ φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν τὰ δύο ἡμισφαίρια, ἀφαιρέσωμεν τὸν ἀέρα καὶ προσπαθήσωμεν νὰ τὰ ἀποχωρήσωμεν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τοῦτο εἶναι ἀδύνατον, διότι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτῶν μεγάλην δύναμιν.



Σχ. 162. Πείραμα Torricelli.

§ 103. Πείραμα Torricelli (Τοριτσέλλι). Λαμβάνομεν σωλῆνα ὑάλινον, μήκους *90 cm* περίπου καὶ κλειστὸν εἰς τὸ ἓν ἄκρον του καί, ἀφοῦ τὸν γεμίσωμεν δι' ὑδραργύρου, ἀναστρέφομεν αὐτὸν ἐντὸς λεκάνης περιεχούσης, ὁμοίως, ὑδράργυρον *(σχ. 162)*. Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται καὶ σταματᾷ εἰς ἕνα ὕψος h ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης. Τὸ ὕψος τοῦτο εἶναι περίπου, ἴσον πρὸς *76 cm*, ἐὰν τὸ πείραμα γίνῃ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης καὶ ὑπὸ συνήθεις μετεωρολογικὰς συνθήκας.

Τὸ πείραμα τοῦτο (καθὼς καὶ τὰ περιγραφέντα προηγουμένως), δεικνύει τὴν ὕπαρξιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως : Ὁ ὑπεράνω τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης χῶρος δὲν περιέχει ἀέρα, ἑπομένως, εἰς τὸν χῶρον αὐτόν, ἡ πίεσις εἶναι, πρακτικῶς, ἴση πρὸς μηδέν. Ἐὰν ἡ πίεσις ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης ἦτο, ἐπίσης, ἴση πρὸς μηδέν, θὰ ἔπρεπε, κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν συγκοινωνούντων δοχείων, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου τόσον εἰς τὸν σωλῆνα, ὅσον καὶ εἰς τὴν λεκάνην, νὰ εὑρίσκετο εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος. Ἐπειδή, ὅμως, ἐπὶ τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης ἐξασκεῖται πίεσις — ἡ ἀτμοσφαιρικὴ — δημιουργεῖται μεταξύ των ἡ διαφορὰ ὕψους τῶν *76 cm*.

Τὸ πείραμα τοῦ Torricelli μᾶς ἐπιτρέπει, ἐπὶ πλέον, νὰ ὑπολογίσωμεν καὶ τὴν τιμὴν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Πρὸς τοῦτο σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς: Ἐπὶ τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις, τὸ βάρος της B καὶ ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς κάτω βάσεως τῆς στήλης ὁ ὑπόλοιπος ὑδράργυρος. Ἐκ τῶν δυνάμεων αὐτῶν τὸ βάρος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης εἶναι ἴσον πρὸς

$$B = \varepsilon \cdot S \cdot h$$

ἔνθα S εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς διατομῆς τοῦ σωλῆνος καὶ ε τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου. Ἀφ' ἑτέρου ἡ δύναμις F εἶναι ἴση πρὸς

$$F = p_{\alpha\tau\mu} \cdot S$$

διότι ἡ πίεσις εἰς τὴν κάτω βάσιν εἶναι, κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν συγκοινωνούντων δοχείων, ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν $p_{\alpha\tau\mu}$. (Ἐπὶ τῆς ἄνω βάσεως τῆς στήλης οὐδεμία δύναμις ἐξασκεῖται ἀφοῦ, ἐκεῖ, ὡς εἴδομεν, ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς μηδέν).

Ἐφ' ὅσον ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη ἰσορροπεῖ ἕπεται ὅτι ἡ συνισταμένη τῶν ἐπ' αὐτῆς ἐξασκουμένων δυνάμεων B καὶ F θὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Ἤτοι

$$p_{\alpha\tau\mu} \cdot S - \varepsilon \cdot S \cdot h = 0$$

ἢ

$$p_{\alpha\tau\mu} = \varepsilon \cdot h \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου εἶναι ἴσον πρὸς $13{,}6\ gr^*/cm^3$ εὑρίσκομεν, δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον (1), ὅτι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς

$$p_{\alpha\tau\mu} = 13{,}6 \cdot 76\ \frac{gr^*}{cm^3} \cdot cm = 1033\ \frac{gr^*}{cm^2} = 1{,}033\ \frac{kgr^*}{cm^2}.$$

Τὴν πίεσιν αὐτήν, ὡς εἴδομεν καὶ εἰς τὴν *§ 88*, χρησιμοποιοῦμεν ὡς μονάδα πιέσεως εἰς τὰς μετρήσεις τῆς Φυσικῆς ὑπὸ τὸ ὄνομα ***φυσικὴ ἀτμόσφαιρα*** *(1 Atm)*. Ἤτοι εἶναι

$$1\ Atm = 1{,}033\ kgr^*/cm^2 \ (^*).$$

Ἐπειδὴ ἡ πίεσις *1 mm Hg* ἐκλήθη *1 Torr*, ἕπεται ὅτι μία φυσικὴ ἀτμόσφαιρα ἰσοῦται μὲ *760 Torr*.

§ 104. Ἐφαρμογαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Διὰ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως λειτουργοῦν διάφορα ὄργανα, μερικὰ τῶν ὁποίων καὶ περιγράφομεν.

Τὸ ***σιφώνιον*** *(σχ. 163)* πληροῦμεν δι' ἀναρροφήσεως διὰ τοῦ στό-

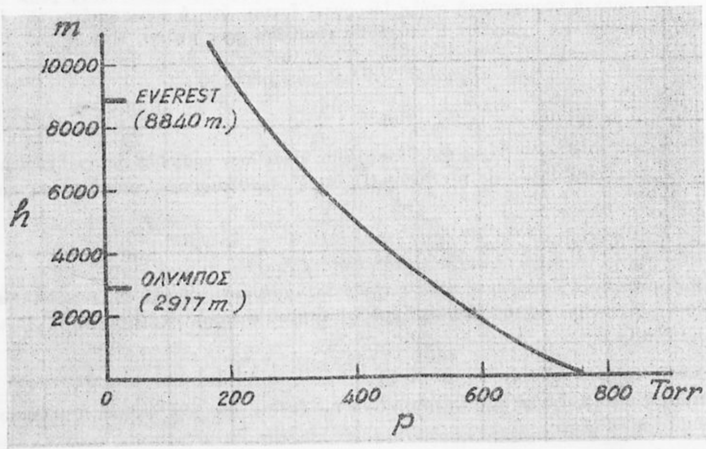
(*) Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ φυσικὴ ἀτμόσφαιρα διαφέρει τῆς, συνήθως, χρησιμοποιουμένης τεχνικῆς ἀτμοσφαίρας κατὰ *3,3 %*.

ματος. Ἄν, ἀκολούθως, κλείσωμεν διὰ τοῦ δακτύλου τὸ ἄνω στόμιον, τὸ ὑγρὸν δὲν ἐκρέει, διότι ἡ πίεσις p_1 εἶναι μικροτέρα τῆς πιέσεως p_2 εἰς τὸ κάτω ἄκρον (ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὴν ἀτμοσφαιρικήν).

Σχ. 163. Σιφώνιον.

Ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ἀκριβῶς, ἀρχῆς στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῆς ἰατρικῆς *σύριγγος*, τῶν ἀναρροφητικῶν ὑδραντλιῶν *(§ 117)* κ.λ.

§ 105. Ἐλάττωσις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους. Ἐὰν μετρήσωμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν εἰς διάφορα ὕψη ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας θὰ εὕρωμεν ὅτι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐλαττοῦται μετὰ τοῦ ὕψους. Ὁ νόμος, ὅμως, τῆς ἐλαττώσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους δὲν εἶναι τόσον ἁπλοῦς, ὅσον εἰς τὰ ὑγρά, ἀλλὰ πολυπλοκώτερος, διότι τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος δὲν εἶναι σταθερόν, ἀλλ' ἐλαττοῦται ἐφ' ὅσον ἀνερχόμεθα ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας (καὶ τοῦτο, λόγῳ τῆς μεγάλης συμπιεστότητος τῶν ἀερίων). Δυνάμεθα, ὅμως, νὰ παρα-

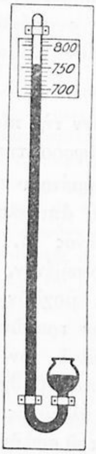


Σχ. 164. Γραφικὴ παράστασις τῆς σχέσεως τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους.

στήσωμεν γραφικῶς τὴν ἐλάττωσιν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὕψους, διὰ τοῦ διαγράμματος τοῦ σχήματος *164* (*).

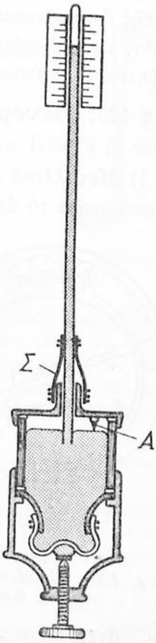
(*) Αὐξανομένου τοῦ ὕψους κατὰ *10 m*, περίπου, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐλαττοῦται κατὰ *1 Torr*.

§ 106. Βαρόμετρα. Ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καλοῦνται *βαρόμετρα.* Τούτων ὑπάρχουν δύο τύποι, τὰ ὑδραργυρικὰ καὶ τὰ μεταλλικά.



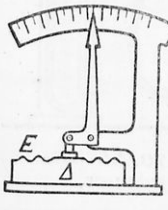
Σχ. 165. *Ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον (ἀρχή).*

1) ***Ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον.*** Τοῦτο ἀποτελεῖται, κατ' ἀρχήν, ἀπὸ σωλῆνα Torricelli καταλήγοντα εἰς εὐρὺ δοχεῖον *(σχ. 165)* καὶ ἀπὸ κλίμακα διὰ τῆς ὁποίας μετρεῖται ἡ διαφορὰ στάθμης μεταξὺ τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν τοῦ ὑδραργύρου εἰς τὸν σωλῆνα καὶ εἰς τὸ δοχεῖον. Ἐπειδὴ αἱ διακυμάνσεις τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, λόγῳ μετεωρολογικῶν συνθηκῶν, δὲν εἶναι πολὺ μεγάλαι εἰς ἕνα τόπον, ἀρκεῖ ἡ χρῆσις μέρους τῆς ὅλης κλίμακος (περιοχὴ περὶ τὰ *760 mm*).

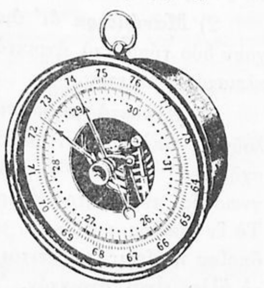


Σχ. 166. *Βαρόμετρον Fortin.*

Τύπος ὑδραργυρικοῦ βαρομέτρου, δυναμένου νὰ μεταφερθῇ χωρὶς ὁ ὑδράργυρος νὰ χυθῇ καὶ χωρὶς τὸ βαρόμετρον νὰ κινδυνεύσῃ νὰ θραυσθῇ ἀπὸ τὰ ἀπότομα κτυπήματα τοῦ ὑδραργύρου, εἶναι τὸ ***βαρόμετρον*** *Fortin* (Φορτὲν) *(σχ. 166).* Ἡ λεκάνη τοῦ βαρομέτρου αὐτοῦ ἔχει πυθμένα δερμάτινον, δυνάμενον νὰ μετακινηθῇ διὰ κοχλίου εἰς τρόπον ὥστε νὰ μεταβάλλεται ἡ χωρητικότης τῆς λεκάνης. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταδίδεται ἐπὶ τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης διὰ μέσου τῶν πόρων τοῦ δερματίνου συνδέσμου *Σ*, οἱ ὁποῖοι, ὅμως, δὲν ἀφήνουν τὸν ὑδράργυρον νὰ ἐξέλθῃ. Προκειμένου νὰ μεταφερθῇ τὸ βαρόμετρον ἀναβιβάζεται ὁ πυθμὴν ἕως ὅτου ὅλος ὁ χῶρος πληρωθῇ δι' ὑδραργύρου. Διὰ νὰ τεθῇ, ἐκ νέου, εἰς λειτουργίαν, καταβιβάζομεν τὸν πυθμένα μέχρις ὅτου ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου τῆς λεκάνης φθάσῃ, ἀκριβῶς, εἰς τὸ ἄκρον τῆς ἀκίδος *Α*. Ἀκολούθως, ἐπὶ τῆς κλίμακος, ἀναγιγνώσκομεν τὴν βαρομετρικὴν πίεσιν εἰς χιλιοστὰ στήλης ὑδραργύρου *(Torr).*



Σχ. 167. *Μεταλλικὸν βαρόμετρον (ἀρχή).*



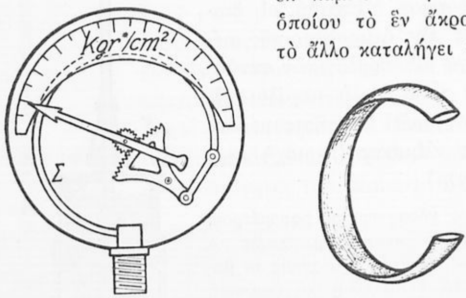
Σχ. 168. *Συνήθης τύπος μεταλλικοῦ βαρομέτρου.*

2) ***Μεταλλικὰ βαρόμετρα.*** Διὰ μετρήσεις ὄχι μεγάλης ἀκριβείας χρησιμοποιοῦνται τὰ ***μεταλλικὰ βαρόμετρα*** *(σχ. 167 καὶ σχ. 168),* τὰ ὁποῖα

ἀποτελοῦνται, κατ' ἀρχήν, ἀπὸ ἀερόκενον κυλινδρικὸν δοχεῖον Δ, τοῦ ὁποίου ἡ ἄνω βάσις ἀποτελεῖται ἀπὸ λεπτὸν μετάλλινον ἔλασμα E, φέρον πτυχώσεις πρὸς αὔξησιν τῆς εὐκαμψίας του. Τὸ ἔλασμα τοῦτο, παραμορφούμενον ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, μεταδίδει, διὰ καταλλήλου συστήματος μοχλῶν, τὴν μετακίνησιν εἰς δείκτην, ὁ ὁποῖος παρέχει ἐνώπιον κλίμακος τὴν ζητουμένην ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

§ 107. Μανόμετρα. Ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὴν πίεσιν ἀερίων (ἢ ὑγρῶν) καλοῦνται ***μανόμετρα.*** Τούτων ὑπάρχουν διάφοροι τύποι :

1) ***Μεταλλικὰ μανόμετρα.*** Συνήθης τύπος τοιούτου μανομέτρου εἶναι τὸ μανόμετρον τὸ ἀπεικονιζόμενον εἰς τὸ σχῆμα *169, I.* Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ καμπύλου μεταλλικοῦ σωλῆνος Σ, τοῦ ὁποίου τὸ ἓν ἄκρον εἶναι στερεωμένον, ἐνῶ τὸ ἄλλο καταλήγει εἰς σύστημα μοχλῶν καὶ ὀδοντωτῶν τροχῶν, τὸ ὁποῖον κινεῖ τὸν δείκτην ἐνώπιον βαθμολογημένης κλίμακος. Ἡ διατομὴ τοῦ σωλῆνος Σ ἔχει σχῆμα ἐλλείψεως, ὅπως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα *169, II,* ἡ ὁποία τείνει νὰ γίνῃ κυκλική, ὅταν ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ σωλῆνος αὐξάνεται, ὁπότε, ἀντιστοίχως, ὁ καμπύλος σωλὴν τείνει νὰ γίνῃ εὐθύς.

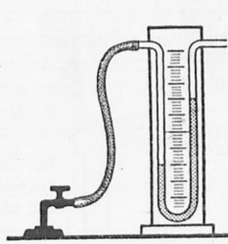


Σχ. 169. (I) Μεταλλικὸν μανόμετρον. (II) Μορφὴ τῆς διατομῆς τοῦ σωλῆνος Σ.

Τὰ μεταλλικὰ μανόμετρα χρησιμοποιοῦνται εὐρύτατα εἰς τὴν βιομηχανίαν διὰ τὴν μέτρησιν τῆς πιέσεως ὑγρῶν ἢ ἀερίων εἴτε μεγαλυτέρας, εἴτε μικροτέρας τῆς ἀτμοσφαιρικῆς.

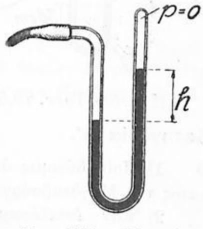
2) ***Μανόμετρα δι' ὑγροῦ.*** Τούτων ὑπάρχουν δύο τύποι, τὰ ἀνοικτὰ μανόμετρα καὶ τὰ κλειστὰ μανόμετρα.

α) ***Ἀνοικτὰ μανόμετρα.*** Ταῦτα ἀποτελοῦνται ἀπὸ ὑάλινον σωλῆνα κεκαμμένον εἰς σχῆμα U *(σχ. 170)* καὶ περιέχοντα ὑγρὸν γνωστῆς πυκνότητος (ὑδράργυρον ἢ ὕδωρ). Τὸ ἓν σκέλος συνδέεται μὲ τὸν χῶρον, τοῦ ὁποίου ἡ πίεσις πρόκειται νὰ μετρηθῇ, ἐνῶ τὸ ἄλλο εἶναι ἀνοικτόν. Ἡ πίεσις μετρεῖται ἐκ τῆς διαφορᾶς τοῦ ὕψους τῶν ἐλευθέρων ἐπιφανειῶν ἀπ' εὐθείας εἰς χιλιοστὰ στήλης ὑδραργύρου, ὕδατος κ.λ.



Σχ. 170. Ἀνοικτὸν μανόμετρον.

β) ***Κλειστὰ μανόμετρα.*** Διὰ τὴν μέτρησιν πιέσεων μ ι κ ρ ο τ έ ρ ω ν τῆς ἀτμοσφαιρικῆς χρησιμοποιοῦμεν τὰ ***κλειστὰ μανόμετρα*** *(σχ. 171)*, τὰ ὁποῖα λειτουργοῦν ὅπως ὁ σωλὴν τοῦ πειράματος Torricelli. Ἐὰν θέσωμεν ὑδράργυρον εἰς τὸν σωλῆνα, τότε ὁ ἀὴρ εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος παγιδεύεται. Διὰ νὰ τὸν ἀφαιρέσωμεν κλίνομεν, καταλλήλως, τὸ μανόμετρον μέχρις ὅτου ἐκδιωχθῇ ὅλος ὁ ἀήρ. Καθιστῶντες, ἀκολούθως, τὸ μανόμετρον ἐκ νέου κατακόρυφον, παρατηροῦμεν, ὅτι τὸ δεξιὸν σκέλος παραμένει πλῆρες ὑδραργύρου (ἐφ' ὅσον τὸ μῆκος του εἶναι μικρότερον τῶν *76 cm*), διότι εἰς τὸ ἀριστερὸν ἀνοικτὸν σκέλος ἐπικρατεῖ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Διὰ νὰ μετρήσωμεν, τώρα, τὴν πίεσιν εἰς ἕνα χῶρον συνδέομεν τὸ μανόμετρον μὲ αὐτόν, ὁπότε ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται εἰς τὸ δεξιὸν σκέλος, δημιουργουμένου, οὕτω, κενοῦ ἄνωθεν αὐτοῦ ($p=0$). Ἐκ τῆς μετρουμένης διαφορᾶς στάθμης h εὑρίσκεται ἡ πίεσις κατ' εὐθεῖαν εἰς *Torr*.

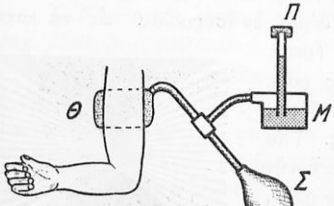


Σχ. 171. Κλειστὸν μανόμετρον.

Εἰς τὰ μεταλλικὰ καὶ τὰ ἀνοικτὰ μανόμετρα ἡ ἔνδειξις ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διαφορὰν μεταξὺ τῆς μετρουμένης πιέσεως καὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Τὰ μανόμετρα ταῦτα, ἑπομένως, θὰ δεικνύουν ἔνδειξιν μηδέν, ὅταν ἡ μετρουμένη πίεσις εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Ἀντιστοίχως, ὅταν δεικνύουν *1 Atm*, ἡ μετρουμένη πίεσις εἰς τὴν πραγματικότητα εἶναι *2 Atm*. Ἄρα αἱ ἐνδείξεις τῶν ἀνωτέρω μανομέτρων δὲν δίδουν τὴν πραγματικὴν πίεσιν *(ἀπόλυτος πίεσις)*, ἀλλὰ τὴν *ὑπερπίεσιν*, δηλ., τὴν διαφορὰν τῆς μετρουμένης πιέσεως ἀπὸ τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν.

Ἀντιθέτως εἰς τὰ κλειστὰ μανόμετρα ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις οὐδένα ρόλον παίζει καί, ὡς ἐκ τούτου, ταῦτα παρέχουν τὴν ἀπόλυτον πίεσιν.

Σφυγμομανόμετρον. Τοῦτο χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀρτηριακῆς πιέσεως τοῦ αἵματος. Ἀποτελεῖται ἀπὸ ἐλαστικὸν ἀεροθάλαμον Θ *(σχ. 172)*, ὁ ὁποῖος προσαρμόζεται εἰς τὸν βραχίονα. Διὰ μικροῦ *συμπιεστοῦ* Σ εἰσάγεται ἐντὸς τοῦ ἀεροθαλάμου ἀήρ, ὁπότε, ὁ βραχίων συμπιέζεται καὶ ἡ ἀρτηρία κλείεται. Τοῦτο διαπιστώνεται ὑπὸ τοῦ ἰατροῦ ὅταν οὗτος ἀκροᾶται τὸν ἐξεταζόμενον, διότι τότε παύει νὰ ἀκούεται ὁ σφυγμός. Ἀκολούθως ἡ πίεσις τοῦ ἀεροθαλάμου ἐλαττοῦται, μέχρις ὅτου ἀκουσθῇ ἐκ νέου ὁ σφυγμός, ὁπότε ἀναγιγνώσκομεν ἐπὶ τοῦ (ἀνοικτοῦ) μανομέτρου M τὴν πίεσιν τοῦ αἵματος κατὰ τὴν συστολὴν τῆς καρδίας, εἰς *ἑκατοστόμετρα στήλης ὑδραργύρου*.



Σχ. 172. Σφυγμομανόμετρον.

Τὸ πορῶδες κάλυμμα Π χρειάζεται διὰ νὰ συγκοινωνῇ τὸ μανόμετρον μὲ τὴν ἀτμόσφαιραν, χωρίς, ὅμως, νὰ χύνεται ὁ ὑδράργυρος κατὰ τὴν μεταφορὰν τοῦ ὀργάνου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

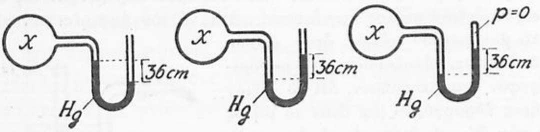
1) Ἀερόστατον, ὄγκου $250\ m^3$, πληροῦται διὰ φωταερίου. Τὸ βάρος τοῦ ἀεροστάτου καὶ τῆς λέμβου του εἶναι *100 kgr**. Ποῖον φορτίον δύναται νὰ ἀνυψώσῃ;

(ΑΠ : *75 kgr**)

2) Νὰ ἐκφρασθῇ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις *760 Torr* εἰς μονάδας dyn/cm^2, kgr^*/m^2, kgr^*/cm^2.

(ΑΠ : $1{,}014\cdot 10^6\ dyn/cm^2$, $1{,}033\cdot 10^{-4}\ kgr^*/m^2$ $1{,}033\ kgr^*/cm^2$)

◎ 3) Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα Torricelli δι' ὕδατος, τί θὰ παρατηρήσωμεν καὶ διατί;



4) Ποία ἡ πίεσις εἰς τὸν χῶρον x (εἰς *Torr* καὶ εἰς *Atm*) εἰς ἑκάστην περίπτωσιν;

(ΑΠ: *400 Torr, (0,526 Atm), 1120 Torr (1,473 Atm), 360 Torr (0,474 Atm)*

Κατηγορία Β'.

◎ 1) Ποία δύναμις ἀπαιτεῖται διὰ νὰ ἀποχωρισθοῦν τὰ ἡμισφαίρια τοῦ πειράματος τοῦ Μαγδεμβούργου; Ἀκτὶς αὐτῶν *21 cm*. (ΑΠ: *1430 kgr**)

2) Ἐὰν ἐκτελέσωμεν τὸ πείραμα Torricelli χρησιμοποιοῦντες γλυκερίνην ($\varepsilon_{\gamma\lambda\upsilon\kappa}=1{,}25\ gr^*/cm^3$), ποῖον τὸ ὕψος τῆς στήλης ἐντὸς τοῦ σωλῆνος; (ΑΠ: *8,2 m*)

3) Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ ἄνω πείραμα, χρησιμοποιοῦντες σωλῆνα διπλασίας διαμέτρου, ποῖον θὰ εἶναι τὸ ὕψος τῆς στήλης; (ΑΠ: *Τὸ αὐτό. Διατί;)*

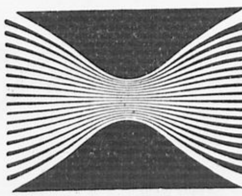
4) Πόση ποσότης ὑδραργύρου περιέχεται εἰς βαρομετρικὸν σωλῆνα, διαμέτρου *1 cm*, ὅταν ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου ἔχει ὕψος *76 cm*; (ΑΠ: $59{,}7\ cm^3$ ἢ $812\ gr^*$)

5) Ποία ἡ πίεσις p_1 ἐντὸς τοῦ σιφωνίου τοῦ σχήματος *163* εἰς τὸ ὁποῖον ἔχει ἀνέλθει ὕδωρ εἰς ὕψος $h=15\ cm$ ἀπὸ τοῦ κάτω ἄκρου του; (ΑΠ: $1{,}018\ kgr^*/cm^2$)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΑ΄

ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ - ΑΕΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

§ 108. Γενικὰ περὶ ροῆς. Εἰς τὰ κεφάλαια τῆς Ὑδροστατικῆς καὶ Ἀεροστατικῆς ἐξητάσαμεν τὰ ὑγρὰ καὶ ἀέρια ἐν ἰσορροπίᾳ· εἰς τὰ κατωτέρω θὰ ἐξετάσωμεν ταῦτα ἐν κινήσει *(ροή)*. Διὰ τὴν σπουδὴν τῶν φαινομένων τῆς ροῆς ἀπαιτοῦνται ὡρισμέναι νέαι ἔννοιαι, ὅπως, π.χ., ἡ ἔννοια τῆς ρευματικῆς γραμμῆς. Ὑπὸ τὸν ὅρον ***ρευματικὴ γραμμὴ*** ἐννοοῦμεν τὴν τροχιάν, τὴν ὁποίαν διαγράφει, κατὰ τὴν ροήν, ὡρισμένον μόριον τοῦ ὑγροῦ. Τοιαύτας τροχιὰς δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν ἐάν, ἐντὸς ρέοντος ὕδατος, ρίψωμεν ρινίσματα ξύλου.



Σχ. 173. *Μορφὴ τῶν ρευματικῶν γραμμῶν εἰς στένωσιν σωλῆνος.*

Τὸ σχῆμα *173* παριστᾷ τὴν μορφὴν τῶν ρευματικῶν γραμμῶν εἰς τὴν στένωσιν ἑνὸς σωλῆνος. Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὅλον ρεῦμα δυνάμεθα νὰ τὸ θεωρήσωμεν ὡς ἀποτελούμενον ἀπὸ πολλὰς *φλέβας*.

Παροχή. Ἐὰν ἐντὸς τοῦ χρόνου t διέρχεται ἀπὸ ἕνα σωλῆνα ὑγρὸν ὄγκου V, τὸ πηλίκον

$$\boxed{\Pi = \frac{V}{t}} \qquad (1)$$

καλεῖται ***παροχὴ*** τοῦ σωλῆνος.

Τὴν παροχὴν δυνάμεθα νὰ ἐκφράσωμεν καὶ ὡς γινόμενον τοῦ ἐμβαδοῦ S τῆς διατομῆς τοῦ σωλῆνος ἐπὶ τὴν ταχύτητα ροῆς v τοῦ ὑγροῦ. Ἤτοι

$$\boxed{\Pi = S \cdot v} \quad (2)$$

Ἀπόδειξις : Ὁ ὄγκος V τοῦ ὑγροῦ, τοῦ ἐκρέοντος ἐντὸς τοῦ χρόνου t, εἶναι ἴσος μὲ τὸ ἐμβαδὸν S τῆς διατομῆς ἐπὶ τὸ διάστημα s, τὸ ὁποῖον διανύει τὸ ὑγρὸν ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χρόνου - ἤτοι $V = S \cdot s$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) τὸ V διὰ τοῦ ἴσου του λαμβάνομεν

$$\Pi = \frac{S \cdot s}{t} = S \cdot v$$

(ἀφοῦ s/t = ταχύτης).

Μονάδες παροχῆς : 1) *C.G.S. : 1* cm^3/sec
2) *Τ.Σ. : 1* m^3/sec.

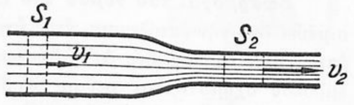
Συνήθως ἐκφράζομεν τὴν παροχὴν καὶ εἰς ***λίτρα ἀνὰ λεπτὸν*** *(1 lt/min)*. Εἶναι δὲ

$$1 \frac{lt}{min} = \frac{1000}{60} cm^3/sec.$$

Διὰ μέτρησιν τῆς παροχῆς πηγῶν, φρεάτων κ.λ. χρησιμοποιεῖται, συνήθως, ἡ μονὰς ***1 κυβικὸν μέτρον ἀνὰ ὥραν (1*** m^3 ***/ὥραν).***

§ 109. Νόμοι τῆς ροῆς. Εἰς τὴν ροὴν τῶν ρευστῶν ἰσχύουν δύο νόμοι, ὁ νόμος τῆς συνεχείας καὶ ὁ νόμος τοῦ Bernoulli (Μπερνούλι).

1) ***Νόμος τῆς συνεχείας.*** Θεωρήσωμεν σωλῆνα μεταβλητῆς διατομῆς *(σχ. 174)* διὰ τοῦ ὁποίου ρέει ἕνα ὑγρόν. Ἐὰν ἐντὸς χρόνου τινὸς t διέρχεται διὰ τῆς διατομῆς S_1 μία ποσότης ὑγροῦ, ἡ αὐτὴ ποσότης θὰ διέρχεται, ἐντὸς τοῦ αὐτοῦ χρόνου καὶ δι' οἱασδήποτε ἄλλης διατομῆς, π.χ., τῆς S_2.



Σχ. 174. *Εἰς τὴν στένωσιν τοῦ σωλῆνος ἡ ταχύτης τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγάλη.*

Τὴν σταθερότητα τῆς παροχῆς κατὰ μῆκος ἑνὸς σωλῆνος δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν εἰς νόμον - τὸν καλούμενον ***νόμον τῆς συνεχείας :*** «*Ἡ παροχὴ ἑνὸς σωλῆνος εἶναι σταθερὰ εἰς οἱανδήποτε διατομὴν αὐτοῦ*».

Κατὰ τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς § *108* ὁ νόμος τῆς συνεχείας γράφεται :

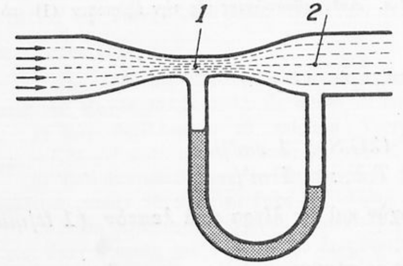
$$\boxed{S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2}$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως αὐτῆς προκύπτει ὅτι, αἱ ταχύτητες ροῆς εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογοι τῶν ἐμβαδῶν τῶν διατομῶν τοῦ σωλῆνος. Ἤτοι εἶναι :

$$\boxed{\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1}}$$

Ἐκ τούτου ἕπεται ὅτι, εἰς τὴν διατομὴν τοῦ μικροτέρου ἐμβαδοῦ S_2 ἡ ταχύτης v_2 θὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος v_1, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ὑγρὸν εἰς τὴν διατομὴν τοῦ μεγαλυτέρου ἐμβαδοῦ.

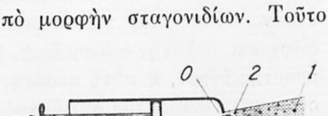
2) ***Νόμος τοῦ Bernoulli.*** Ἐὰν διὰ τοῦ σωλῆνος τοῦ σχήματος *175*, ὁ ὁποῖος φέρει στένωσιν εἰς τὸ σημεῖον *1*, διαβιβάσωμεν ρεῦμα ἀέρος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ὑγρὸν εἰς τὰ δύο σκέλη τοῦ μανομέτρου δὲν διατηρεῖται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος, ἀλλ' εἰς μὲν τὸ ἀριστερὸν ἀνέρχεται, ἐνῶ εἰς τὸ δεξιὸν κατέρχεται. Τοῦτο σημαίνει ὅτι εἰς τὴν στένωσιν ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἶναι μικροτέρα τῆς πιέσεως εἰς τὸ σημεῖον *2*. Ἐπειδὴ (κατὰ τὸν νόμον τῆς συνεχείας) εἰς τὸ σημεῖον *1* ἡ ταχύτης τοῦ ἀέρος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος εἰς τὸ σημεῖον *2*, δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἑξῆς πρότασιν, ἡ ὁποία καλεῖται ***νόμος τοῦ Bernoulli***:



Σχ. 175. *Εἰς τὸ σημεῖον 1 (στένωσις) ἡ πίεσις εἶναι μικροτέρα τῆς πιέσεως εἰς τὸ σημεῖον 2.*

«*Κατὰ τὴν ροὴν ἑνὸς ρευστοῦ ἐντὸς σωλῆνος ἡ πίεσις εἶναι μικρὰ εἰς σημεῖα μεγάλων ταχυτήτων καὶ μεγάλη εἰς σημεῖα μικρῶν ταχυτήτων*».

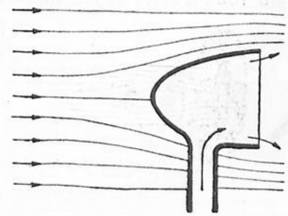
Ἐφαρμογαὶ τοῦ νόμου τοῦ Benrnoulli. Ὁ *ψεκαστὴρ (σχ. 176)* χρησιμεύει διὰ τὴν ἐκτόξευσιν ἑνὸς ὑγροῦ, ὑπὸ μορφὴν σταγονιδίων. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται ὡς ἑξῆς: Δι' ὠθήσεως τοῦ ἐμβόλου σχηματίζεται ρεῦμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον ἐξέρχεται διὰ τῆς ὀπῆς *O* μὲ μεγάλην ταχύτητα. Ἡ φλὲψ τοῦ ἀέρος, ἐν συνεχείᾳ, διευρύνεται καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ ταχύτης του ἐλαττοῦται. Ἐπειδὴ εἰς τὸ σημεῖον *1* τῆς φλεβὸς ἡ πίεσις εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν, ἕπεται ὅτι εἰς τὸ σημεῖον *2* (εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ταχύτης εἶναι μεγάλη) ἡ πίεσις θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς (ὑποπίεσις). Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο καταλήγει σωληνίσκος, τοῦ ὁποίου τὸ ἄλλο ἄκρον εἶναι βυθισμένον ἐντὸς τοῦ πρὸς ψεκασμὸν ὑγροῦ. Ἀφοῦ, λοιπόν, εἰς τὸ σημεῖον *2* ἐπικρατεῖ ὑποπίεσις, τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται εἰς τὸν σωληνίσκον καί, παρασυρόμενον ὑπὸ τοῦ ρεύματος τοῦ ἀέρος, διασπᾶται εἰς σταγονίδια.



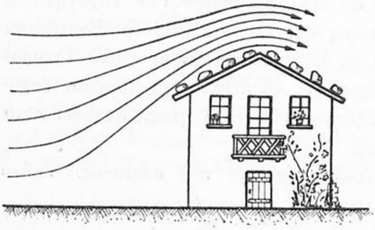
Σχ. 176. *Ψεκαστήρ.*

Ὁμοίως, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀρχῆς στηρίζεται ἡ λειτουργία τῶν ***ἐξαεριστήρων τῶν πλοίων*** (*σχ. 177*), οἱ ὁποῖοι, λόγῳ τοῦ σχήματός των, προκαλοῦν στένωσιν τῶν φλεβῶν τοῦ πνέοντος ἀνέμου εἰς τὸ στόμιόν των. Ἡ μεγάλη ταχύτης, ἡ ἀντιστοιχοῦσα εἰς τὴν στένωσιν, δημιουργεῖ ἐκεῖ ὑποπίεσιν, ὡς ἐκ τῆς ὁποίας προκαλεῖται ἀναρρόφησις καί, συνεπῶς, ἀνανέωσις τοῦ ἀέρος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ πλοίου.

Διὰ τοῦ νόμου τοῦ Bernoulli ἐξηγοῦνται καὶ αἱ παρατηρούμεναι ἀναρπαγαὶ τῶν στεγῶν ὑπὸ ἰσχυρῶν ἀνέμων : Ὅπως φαίνεται ἐκ τοῦ σχήματος *178* ὑπεράνω



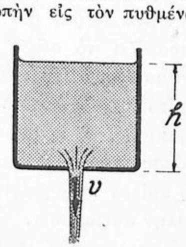
Σχ. 177. Ἐξαεριστὴρ πλοίου.



Σχ. 178. Ὑπεράνω τῆς στέγης αἱ φλέβες τοῦ ἀέρος στενοῦνται, δημιουργουμένης, ὡς ἐκ τούτου, ὑποπιέσεως.

τῆς στέγης δημιουργεῖται ὑποπίεσις, ἐνῶ εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῆς οἰκίας ἡ πίεσις εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρική. Ἡ ἐπικίνδυνος, αὕτη, διαφορὰ τῶν πιέσεων ἀντιμετωπίζεται διὰ τοποθετήσεως βαρέων λίθων, κ.λ. ἐπὶ τῆς στέγης.

§ 110. Ἐκροή. Θεωρήσωμεν δοχεῖον φέρον ὀπὴν εἰς τὸν πυθμένα καὶ πλῆρες ὑγροῦ μέχρις ὕψους h (σχ. *179*). Ἡ ταχύτης v, μὲ τὴν ὁποίαν ἐκρέει τὸ ὑγρὸν ἐκ τῆς ὀπῆς, ὑπολογίζεται διὰ τοῦ τύπου



Σχ. 179.

$v = \sqrt{2gh}$	*Θεώρημα Torricelli*

(1)

ὁ ὁποῖος (ὡς εἴδομεν εἰς τὴν *§ 51*) παρουσιάζεται εἰς τὴν ἐλευθέραν πτῶσιν. Ὁ τύπος οὗτος προκύπτει ἐκ τοῦ θεωρήματος διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας, δεδομένου ὅτι, κατὰ τὴν ἐκροήν, ἡ δυναμικὴ ἐνέργεια ἐλαττοῦται (ἀφοῦ ἡ στάθμη κατέρχεται) καὶ μετατρέπεται εἰς κινητικὴν ἐνέργειαν τοῦ ἐκρέοντος ὑγροῦ.

Ἡ παροχὴ τῆς ὀπῆς ὑπολογίζεται, ἤδη, εὐχερῶς διὰ τοῦ γνωστοῦ τύπου

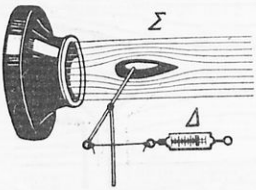
$$\Pi = S \cdot v$$

ἔνθα S εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ὀπῆς.

Ἀπὸ τὸν τύπον (1) συνάγομεν ὅτι, ὅσον χαμηλότερον ἀπὸ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας εὑρίσκεται ἡ ὀπή, τόσον μεγαλυτέρα θὰ εἶναι καὶ ἡ ταχύτης ἐκροῆς. Τοῦτο ἐξηγεῖ καὶ τὴν διαφορὰν εἰς τὴν μορφὴν τῶν τριῶν φλεβῶν τοῦ σχήματος *131*.

§. 111. Ἀντίστασις σωμάτων εὑρισκομένων ἐντὸς ρεύματος. Ἐὰν ἐμβαπτίσωμεν τὴν παλάμην μας ἐντὸς ὕδατος καὶ μετακινήσωμεν αὐτὴν ἀποτόμως, αἰσθανόμεθα ὅτι τὸ ὕδωρ ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτῆς μίαν δύναμιν, ἡ ὁποία τείνει νὰ ἐμποδίσῃ τὴν κίνησιν. Τὴν δύναμιν αὐτὴν καλοῦμεν ***ἀντίστασιν***. Ἀντίστασιν, ὁμοίως, αἰσθάνεται ὁ ταχέως κινούμενος ποδηλάτης, καθὼς καὶ ἀκίνητος ἄνθρωπος ἐκτεθειμένος εἰς ἰσχυρὸν ἄνεμον.

Τὴν ἀντίστασιν, τὴν ὁποίαν ὑφίσταται ἕνα σῶμα ἐντὸς ρεύματος ἀέρος, δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν διὰ τῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα *180*: Ρεῦμα ἀέρος, δημιουργούμενον ὑπὸ ἰσχυροῦ ἀνεμιστῆρος, προσβάλλει τὸ σῶμα Σ. Ἡ ἀναπτυσσομένη ἀντίστασις μετρεῖται διὰ τοῦ δυναμομέτρου Δ.



Σχ. 180. *Διάταξις διὰ τὴν μέτρησιν τῆς ἀντιστάσεως ἐντὸς ρεύματος ἀέρος.*

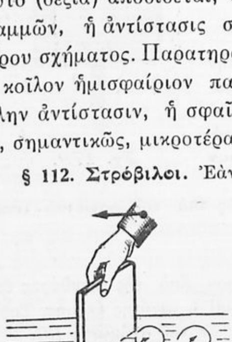
Ἀπὸ τοιαύτας μετρήσεις προέκυψαν οἱ ἑξῆς νόμοι:

1) Ἡ ἀντίστασις εἶναι ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος τοῦ ἀέρος. Δηλαδή, ἂν διπλασιάσωμεν τὴν ταχύτητα ἡ ἀντίστασις θὰ τετραπλασιασθῇ. Ἐκ τούτου ἐξηγεῖται διατί ἀπαιτοῦνται πολὺ ἰσχυροὶ κινητῆρες εἰς τὰ ἀεροπλάνα μεγάλων ταχυτήτων. Εἶναι προφανὲς ὅτι, μικραὶ αὐξήσεις τῆς ταχύτητος, συνοδεύονται ἀπὸ μεγάλας αὐξήσεις τῆς ἀντιστάσεως.

2) Ἡ ἀντίστασις ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὸ σχῆμα τοῦ σώματος. Τοῦτο προκύπτει ἐκ συγκρίσεως τῆς ἀντιστάσεως σωμάτων διαφόρου σχήματος *(σχ. 181)*, ἀλλὰ τῆς αὐτῆς διατομῆς (θεωρουμένης καθέτως πρὸς τὸ ρεῦμα). Τὴν μικροτέραν ἀντίστασιν ἐξ ὅλων παρουσιάζει τὸ σῶμα μὲ *ἀεροδυναμικὸν σχῆμα* (σχ. *181*, κάτω). Εἰς τὸ σχῆμα τοῦτο (δεξιὰ) ἀποδίδεται, δι' ὁριζοντίων γραμμῶν, ἡ ἀντίστασις σωμάτων διαφόρου σχήματος. Παρατηροῦμεν ὅτι, ἐνῷ τὸ κοῖλον ἡμισφαίριον παρουσιάζει μεγάλην ἀντίστασιν, ἡ σφαῖρα παρουσιάζει, σημαντικῶς, μικροτέραν ἀντίστασιν.

Σχ. 181. *Τὰ σώματα ἀεροδυναμικοῦ σχήματος παρουσιάζουν τὴν ἐλαχίστην ἀντίστασιν.*

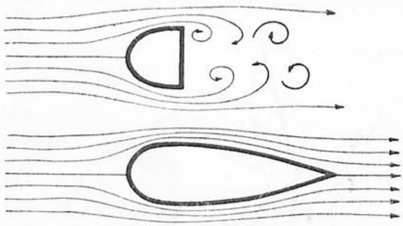
§ 112. Στρόβιλοι. Ἐὰν ἐμβαπτίσωμεν ἐντὸς ὕδατος τεμάχιον σανίδος καὶ τὸ μετακινήσωμεν παραλλήλως, πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ὕδατος *(σχ. 182)*, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ὄπισθεν αὐτοῦ, τὸ ὕδωρ σχηματίζει *στροβίλους*. Τοῦτο παρατηρεῖται ἐμφανέστερον, ἐὰν ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἔχωμεν ρίψει προηγουμένως ρινίσματα ξύλου (κ. πριονίδια). Οἱ στρόβιλοι οὗτοι σταματοῦν μετ' ὀλίγον, μετατρεπομένης τῆς κινητικῆς των ἐνεργείας εἰς θερμότητα. Τὴν κινητικὴν αὐτὴν ἐνέργειαν παράγει ἡ ἀντίστασις κατὰ τὴν μετακίνησιν τῆς σανίδος. Εἶναι, λοιπόν, φανερὸν ὅτι, ὅσον περισσότεροι στρόβιλοι παράγονται, τόσον μεγαλυτέρα θὰ εἶναι ἡ ἀντίστασις. Ἐπειδή, ὡς εἴδομεν, οἱ στρόβιλοι δημιουργοῦνται εἰς τὸ ὄπισθεν μέρος τοῦ σώματος, πρέπει, διὰ νὰ ἐλαττώσωμεν τὴν ἀντίστασιν, νὰ ἐμποδίσωμεν τὴν παραγωγήν των. Τοῦτο, ἀκριβῶς, ἐπιτυγχάνομεν δίδοντες εἰς τὸ οὐραῖον τμῆμα τοῦ σώματος ἀεροδυναμικὴν μορφήν, ἡ



Σχ. 182. *Ὄπισθεν τῆς κινουμένης σανίδος σχηματίζονται στρόβιλοι.*

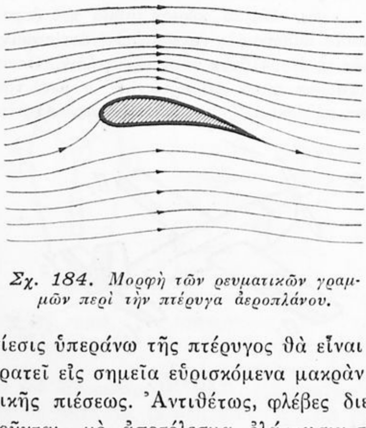
ὁποία, ὅπως δεικνύει καὶ τὸ σχῆμα *183,* ἐλαττώνει σημαντικῶς τοὺς παραγομένους στροβίλους.

§ 113. Δυναμικὴ ἄνωσις. Εἰς τὴν Ἀεροστατικὴν εἴδομεν ὅτι, συμφώνως πρὸς τὴν ἀρχὴν τοῦ Ἀρχιμήδους, πᾶν σῶμα, εὑρισκόμενον ἐντὸς ἀερίου, ὑφίσταται ἄ ν ω σ ι ν ἴσην πρὸς τὸ βάρος τοῦ ἐκτοπιζομένου ἀερίου. Λόγῳ τοῦ φαινομένου τούτου σώματα, τῶν ὁποίων τὸ βάρος εἶναι μικρότερον τῆς ἀνώσεως, ἀνέρχονται ἐντὸς τῆς ἀτμοσφαίρας–ὅπως, π.χ. τὰ ἀερόστατα κ.λ.

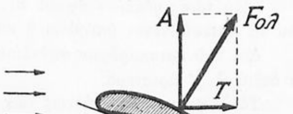


Σχ. 183. Τὸ ἀεροδυναμικὸν σχῆμα (κάτω) παρουσιάζει μικρὰν ἀντίστασιν, διότι, ὄπισθεν αὐτοῦ, δὲν σχηματίζονται στρόβιλοι.

Εἰς τὰ ἀ ε ρ ο π λ ά ν α, ἀντιθέτως, ἡ ἀνυψωτικὴ δύναμις δημιουργεῖται κατ' ἄλλον τρόπον: Θεωρήσωμεν *πτέρυγα* ἀεροπλάνου εὑρισκομένην ἐντὸς ρεύματος ἀέρος. Αἱ ρευματικαὶ γραμμαὶ κατανέμονται περὶ τὴν πτέρυγα ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα *184.* Παρακολουθοῦντες τὴν διαδρομὴν μιᾶς φλεβός, διερχομένης ὑπεράνω τῆς πτέρυγος, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη ἐκεῖ στενοῦται, μὲ ἀποτέλεσμα αὔξησιν τῆς ταχύτητος τοῦ ἀέρος. Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Bernoulli ἡ πίεσις ὑπεράνω τῆς πτέρυγος θὰ εἶναι μικροτέρα τῆς πιέσεως, ἡ ὁποία ἐπικρατεῖ εἰς σημεῖα εὑρισκόμενα μακρὰν τῆς πτέρυγος - δηλ., τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Ἀντιθέτως, φλέβες διερχόμεναι κάτω τῆς πτέρυγος, διογκοῦνται, μὲ ἀποτέλεσμα ἐλάττωσιν τῆς ταχύτητος καί, συνεπῶς, αὔξησιν τῆς πιέσεως ὑπὲρ τὴν ἀτμοσφαιρικήν. Αἱ δημιουργούμεναι ὑποπιέσεις καὶ ὑπερπιέσεις δίδουν, ἐν τῷ συνόλῳ, μίαν πλαγίαν δύναμιν $F_{ολ}$ *(σχ. 185),* ἡ ὁποία δύναται ν' ἀναλυθῇ εἰς μίαν κατακόρυφον συνιστῶσαν A καὶ μίαν ὁριζοντίαν T. Ἡ πρώτη ἐξ αὐτῶν καλεῖται ***δυναμικὴ ἄνωσις*** καὶ εἶναι ἡ δύναμις, ἡ ὁποία συγκρατεῖ τὸ ἀεροπλάνον, ἐνῶ ἡ δευτέρα εἶναι ἡ *ἀντίστασις,* ἡ ὁποία ἀντισταθμίζεται ἀπὸ τὴν δύναμιν τὴν ἐξασκουμένην ὑπὸ τῆς ἕλικος.

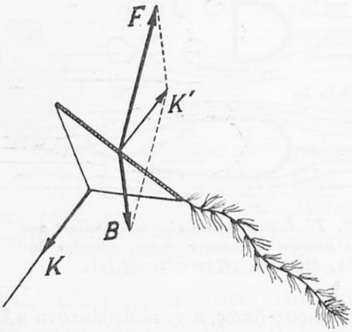


Σχ. 184. Μορφὴ τῶν ρευματικῶν γραμμῶν περὶ τὴν πτέρυγα ἀεροπλάνου.



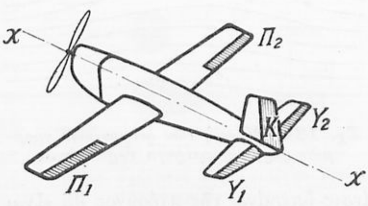
Σχ. 185. Ἐπὶ τῆς πτέρυγος ἐξασκεῖται ἡ δύναμις $F_{ολ}$.

Μὲ ἀναλόγους συλλογισμοὺς ἐξηγεῖται καὶ ἡ πτῆσις τοῦ ***χαρταετοῦ*** *(σχ. 186)*: Ἡ ροὴ τοῦ ἀέρος περὶ τὸν χαρταετὸν δημιουργεῖ ὑποπιέσεις καὶ ὑπερπιέσεις, ἀκριβῶς, ὅπως καὶ εἰς τὴν πτέρυγα τοῦ ἀεροπλάνου καί, οὕτω, ἐξασκεῖ ἐπ' αὐτοῦ τὴν πλαγίαν δύναμιν F. Ἐκτὸς αὐτῆς ἐπὶ τοῦ χαρταετοῦ ἐξασκοῦνται δύο ἀκόμη δυνάμεις, τὸ βάρος του B καὶ ἡ δύναμις K, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ νῆμα διὰ τοῦ ὁποίου συγκρατεῖται ὁ χαρταετός. Κατὰ τὴν πτῆσιν τοῦ χαρταετοῦ αἱ τρεῖς αὗται δυνάμεις ἰσορροποῦν, ὁπότε ἡ δύναμις K εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν συνισταμένην K' τῶν δύο ἄλλων.



Σχ. 186. Ἐπὶ τοῦ χαρταετοῦ ἐξασκοῦνται αἱ τρεῖς δυνάμεις B, K καὶ F.

§ 114. Ἀεροπλάνα. Τὸ ἀεροπλάνον ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν *ἄτρακτον*, τὰς *πτέρυγας*, τὰ *πηδάλια*, τὸ *σύστημα προσγειώσεως* καὶ τὸ *σύστημα προωθήσεως*. Εἰς τὸ κύριον τμῆμα τοῦ ἀεροπλάνου δίδεται ἀτρακτοειδὲς σχῆμα, ἵνα τοῦτο παρουσιάζῃ μικροτέραν ἀντίστασιν. Αἱ πτέρυγες χρησιμεύουν διὰ νὰ συγκρατοῦν τὸ ἀεροπλάνον κατὰ τὴν πτῆσιν. Ὅπως φαίνεται καὶ εἰς τὸ σχῆμα *185* αὗται σχηματίζουν μ ι κ ρ ὰ ν γωνίαν α μετὰ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου, διότι εὑρέθη ὅτι, οὕτω, αὐξάνεται ἡ δυναμικὴ ἄνωσις. Αἱ πτέρυγες φέρουν τὰ πηδάλια Π_1, Π_2 *(σχ. 187)*, τὰ ὁποῖα κλίνουν κατ' ἀντιθέτους φορὰς καὶ διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνεται ἡ περιστροφὴ τοῦ ἀεροπλάνου περὶ τὸν ἄξονα x.



Σχ. 187.

Διὰ κλίσεως τοῦ πηδαλίου Π_2 πρὸς τὰ ἄνω καὶ τοῦ πηδαλίου Π_1 πρὸς τὰ κάτω ἡ ἀριστερὰ πτέρυξ κατέρχεται, ἐνῶ ἡ δεξιὰ ἀνέρχεται, οὕτω δὲ τὸ ἀεροπλάνον λαμβάνει τὴν ἀπαιτουμένην κλίσιν διὰ νὰ διαγράψῃ στροφὴν πρὸς τ' ἀριστερά. Τὸ ἀντίστροφον γίνεται διὰ στροφὴν πρὸς τὰ δεξιά.

Διὰ τῶν *πηδαλίων ὕψους* Y_1, Y_2 ἐπιτυγχάνεται ὥστε τὸ ρύγχος τοῦ ἀεροπλάνου νὰ κατευθύνεται ὑπεράνω ἢ κάτω τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου.

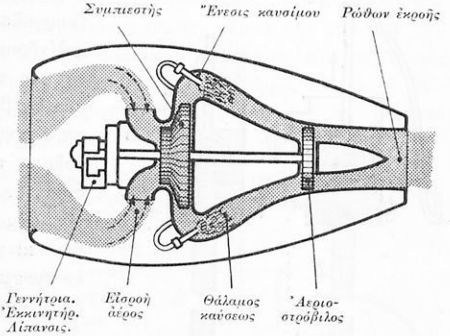
Διὰ τοῦ *κατακορύφου πηδαλίου* K ἐπιτυγχάνεται στροφὴ τοῦ ἀεροπλάνου πρὸς τὰ δεξιὰ ἢ τ' ἀριστερά.

Τὸ σύστημα προωθήσεως τῶν συνήθων ἀεροπλάνων ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν *βενζινοκινητῆρα* καὶ τὴν *ἕλικα*.

Εἰς τὰ ***ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα*** *(σχ. 188)* ἡ προωθοῦσα δύναμις προκαλεῖται δι' ἐκτοξεύσεως πρὸς τὰ ὀπίσω ἰσχυροῦ ρεύματος ἀερίων διὰ τοῦ ρώθωνος ἐκροῆς. Πρὸς τοῦτο, διὰ συμπιεστοῦ, συμπιέζεται ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ, ὁ ὁποῖος, ἐν συνεχείᾳ, ἀναμειγνύεται μετὰ πετρελαίου καὶ συντελεῖ εἰς τὴν καῦσιν αὐτοῦ. Τὰ καυσαέρια, ἀκολούθως, ἐκτονοῦνται καὶ ἐξέρχονται ἐκ τοῦ ρώθωνος μετὰ μεγάλης ταχύτητος. Πρὸ τῆς ἐξόδου των τὰ ἀέρια ταῦτα παρέχουν μικρὸν ποσοστὸν τῆς κινητικῆς των ἐνεργείας εἰς *ἀεριοστρόβιλον*, ὁ ὁποῖος χρησιμεύει διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ συμπιεστοῦ.

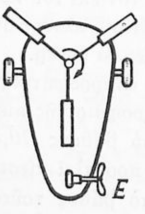
Διὰ τῶν ἀεριοπροωθουμένων ἀεροπλάνων ἐπετεύχθησαν καὶ αἱ *ὑπερηχητικαὶ ταχύτητες* - ταχύτητες, δηλ., μεγαλύτεραι τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου *(340 m/sec=1224 km/h)*.

§ 115. Ἑλικόπτερα. Ἄλλος τύπος ἀεροπλάνου εἶναι τὸ *ἑλικόπτερον (σχ. 189)*. Τοῦτο στερεῖται ἕλικος, φέρει δὲ πτέρυγας στρεπτὰς περὶ κατακόρυφον ἄξονα, τιθεμένας εἰς περιστροφὴν διὰ βενζινοκινητῆρος. Διὰ τῆς περιστροφῆς τῶν πτερύγων δημιουργεῖται δυναμικὴ ἄνωσις, ἡ ὁποία ἐπιτρέπει εἰς τὸ ἑλικόπτερον νὰ ἀπογειοῦται κατακορύφως καὶ νὰ αἰωρῆται ἀκίνητον. Διὰ τὴν ὁριζοντίαν πτῆσιν ἀπαιτεῖται προωστικὴ δύναμις, ἡ ὁποία προκαλεῖται διὰ καταλλήλου μεταβολῆς τῆς κλίσεως τῶν περιστρεφομένων πτερύγων.



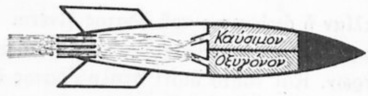
Σχ. 188. Κινητὴρ ἀεριοπροωθουμένου ἀεροπλάνου (ἀρχή).

Κατὰ τὴν περιστροφὴν τῶν πτερύγων τὸ σκάφος τείνει νὰ περιστραφῇ κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν. Τοῦτο ἀποφεύγεται διὰ μικρᾶς ἕλικος *E* ἢ δευτέρου συστήματος πτερύγων περιστρεφομένων ἀντιθέτως.



Σχ. 189. Ἑλικόπτερον.

§ 116. Πύραυλοι. Ἡ προωστικὴ δύναμις τῶν πυραύλων προέρχεται ἀπὸ τὴν ἐκτόξευσιν ἰσχυροῦ ρεύματος ἀερίων, ἀκριβῶς, ὅπως εἰς τὰ ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα. Οἱ πύραυλοι, ὅμως, διαφέρουν τῶν ἀεριοπροωθουμένων κατὰ τὸ ὅτι τὸ ἀπαιτούμενον, διὰ τὴν καῦσιν, ὀξυγόνον δὲν προσλαμβάνεται ἐκ τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, ἀλλὰ παράγεται εἰς τὸ ἐσωτερικόν των διὰ χημικῆς ἀντιδράσεως. Ὡς ἐκ τούτου οἱ πύραυλοι δὲν ἔχουν ἀνάγκην τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος διὰ τὴν λειτουργίαν των, θὰ ἠδύναντο, συνεπῶς, νὰ χρησιμοποιηθοῦν διὰ διαπλανητικὰ ταξείδια.



Σχ. 190. Πύραυλος (ἀρχή).

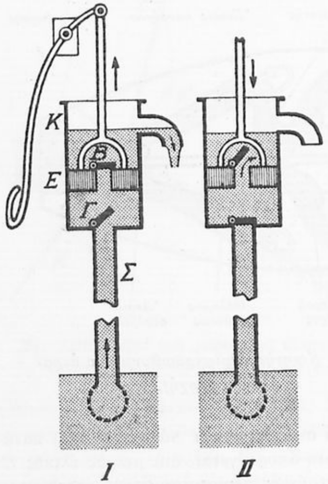
ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ΄

ΜΗΧΑΝΑΙ

§ 117. Ὑδραντλίαι. Αἱ συνηθέστερον χρησιμοποιούμεναι ὑδραντλίαι εἶναι αἱ *ἐμβολοφόροι* καὶ αἱ *φυγοκεντρικαί*. Εἰς τὰς ἐμβολοφόρους κατατάσσονται ἡ ἀναρροφητικὴ ἀντλία καὶ ἡ καταθλιπτικὴ ἀντλία.

1) Ἡ ***ἀναρροφητικὴ ἀντλία*** ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν κύλινδρον *K* *(σχ. 191)* ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται τὸ ἔμβολον *E* καὶ ὁ ὁποῖος συνδέεται

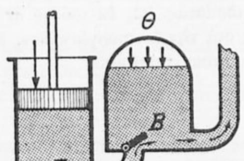
μετὰ τοῦ ἀναρροφητικοῦ σωλῆνος Σ. Εἰς τὸ κέντρον τοῦ ἐμβόλου ὑπάρχει ὀπή, κλειομένη διὰ τῆς βαλβίδος B, ἡ ὁποία ἀνοίγει ἐκ τῶν κάτω πρὸς τὰ ἄνω. Δευτέρα βαλβὶς Γ, ὁμοίως λειτουργοῦσα, ὑπάρχει εἰς τὴν βάσιν τοῦ κυλίνδρου. Ὅταν τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς τὴν κατωτάτην του θέσιν αἱ δύο βαλβίδες εἶναι κλεισταί. Ἐάν, τώρα, ἀνυψώσωμεν τὸ ἔμβολον *(I)*, ἐλαττοῦμεν τὴν πίεσιν ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου, ὁπότε τὸ ὕδωρ, πιεζόμενον ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, ἀνέρχεται καὶ γεμίζει τὸν κύλινδρον. Ὅταν, ἐν συνεχείᾳ, καταβιβασθῇ τὸ ἔμβολον *(II)*, ἡ μὲν βαλβὶς Γ κλείει, ἐνῶ ἡ B ἀνοίγει καὶ τὸ ὕδωρ ἀνέρχεται εἰς τὸν ἄνωθεν τοῦ ἐμβόλου χῶρον, τὸν ὁποῖον καὶ γεμίζει ἐφ' ὅσον ἐξακολουθεῖ λειτουργοῦσα ἡ ἀντλία. Ὅταν ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος φθάσῃ εἰς τὸν ἐπὶ τοῦ κυλίνδρου προσηρμοσμένον πλευρικὸν σωλῆνα τὸ ὕδωρ ἀρχίζει νὰ ἐκρέῃ.



Σχ. 191. Ἀναρροφητικὴ ἀντλία. Ἄνοδος (I) καὶ κάθοδος (II) τοῦ ἐμβόλου.

Ἐπειδὴ εἰς τὴν ἀναρροφητικὴν ἀντλίαν ἡ ἀνύψωσις τοῦ ὕδατος γίνεται τῇ βοηθείᾳ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως, θὰ ἔπρεπεν αἱ ἀντλίαι αὗται νὰ ἀντλοῦν τὸ ὕδωρ ἀπὸ βάθους *10,3* μέτρων. Καὶ τοῦτο διότι στήλη ὕδατος ὕψους *10,3* μέτρων προκαλεῖ πίεσιν μιᾶς ἀτμοσφαίρας. Πρακτικῶς, ὅμως, λόγῳ τριβῶν κ.λ., τὸ βάθος τοῦτο μειοῦται εἰς τὰ *8*, περίπου, μέτρα.

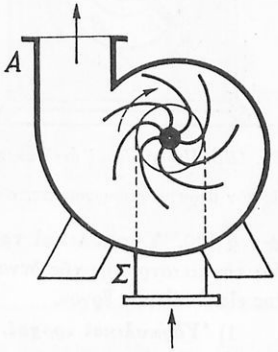
2) ***Καταθλιπτικὴ ἀντλία.*** Ὅπως εἴδομεν διὰ τῆς ἀναρροφητικῆς ἀντλίας δυνάμεθα νὰ ἀντλήσωμεν ὕδωρ ἀπὸ βάθους, τὸ πολύ, *8* μέτρων. Ἄν, λοιπόν, τὸ βάθος τοῦ φρέατος εἶναι μεγαλύτερον, πρέπει νὰ χρησιμοποιήσωμεν ἄλλον τύπον ἀντλίας — τὴν *καταθλιπτικὴν ἀντλίαν (σχ. 192)* — ἡ ὁποία πρέπει νὰ τοποθετηθῇ παρὰ τὴν στάθμην τοῦ ὕδατος (ἢ ἐντὸς αὐτοῦ) ἤ, τὸ πολύ, εἰς ἀπόστασιν *8* μέτρων ἀπ' αὐτῆς. Εἰς τὴν καταθλιπτικὴν ἀντλίαν ἡ βαλβὶς B, ἀντὶ νὰ εἶναι ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου, τοποθετεῖται πλευρικῶς καὶ ἀνοίγει ἐκ τῶν ἔσω πρὸς τὰ ἔξω. Ὅταν ἀνυψώσωμεν τὸ ἔμβολον τὸ ὕδωρ εἰσέρχεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου τὸν ὁποῖον καὶ γεμίζει. Ὅταν, ἐν συνεχείᾳ, καταβιβάσωμεν τὸ ἔμβολον τὸ ὕδωρ πιέζεται, κλείει ἡ βαλβὶς Γ καὶ ἀνοίγει ἡ βαλβὶς B τοῦ πλευρικοῦ σωλῆνος, ὁ ὁποῖος



Σχ. 192. Καταθλιπτικὴ ἀντλία.

καὶ πληροῦται δι' ὕδατος. Ἐπειδὴ ἡ ροὴ τοῦ ὕδατος εἶναι διακοπτομένη (λόγῳ τοῦ ὅτι ἡ ἀντλία παρέχει ὕδωρ μόνον κατὰ τὴν κάθοδον τοῦ ἐμβόλου) ἐφοδιάζονται αἱ καταθλιπτικαὶ ἀντλίαι διὰ καταλλλήλου ἀεροθαλάμου Θ, εἰς τὸν ὁποῖον παγιδεύεται ποσότης ἀέρος. Κατὰ τὴν κάθοδον τοῦ ἐμβόλου τὸ ὕδωρ, εἰσερχόμενον εἰς τὸν θάλαμον, συμπιέζει τὸν παγιδευμένον ἀέρα, ὁ ὁποῖος ἐξακολουθεῖ νὰ πιέζῃ τὸ ὕδωρ καὶ ἀφοῦ κλείσει ἡ βαλβὶς B. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον τὸ ὕδωρ ρέει συνεχῶς καὶ κατὰ τὴν ἀνύψωσιν καὶ κατὰ τὴν κάθοδον τοῦ ἐμβόλου.

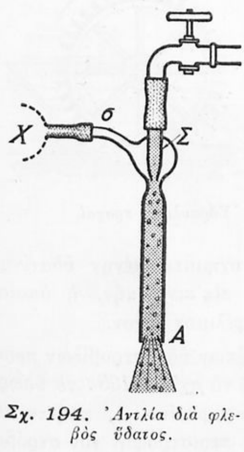
3) ***Φυγοκεντρικὴ ἀντλία.*** Ἐπὶ ἄξονος εἶναι προσηρμοσμένα πτερύγια *(σχ. 193)*, τὰ ὁποῖα τίθενται εἰς περιστροφὴν διὰ κινητῆρος. Ὁ ἀναρροφητικὸς σωλὴν Σ καταλήγει, ἐκ τῶν πλαγίων, εἰς τὸ ὕψος τοῦ ἄξονος. Ὁ ἀπαγωγὸς σωλὴν A εἶναι προσηρμοσμένος εἰς τὸ τοίχωμα κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς ἐφαπτομένης τοῦ κυλινδρικοῦ τοιχώματος. Διὰ νὰ λειτουργήσῃ ἡ ἀντλία γεμίζομεν αὐτὴν πρῶτον δι' ὕδατος καί, ἀκολούθως, θέτομεν εἰς περιστροφὴν τὰ πτερύγια, τὰ ὁποῖα προσδίδουν εἰς τὸ ὕδωρ μίαν ταχύτητα v. Τὸ ὕδωρ, εἰσερχόμενον μὲ τὴν ταχύτητα ταύτην εἰς τὸν ἀπαγωγὸν σωλῆνα, δύναται ν' ἀνέλθῃ εἰς ὕψος h, παρεχόμενον ὑπὸ τοῦ γνωστοῦ τύπου $v = \sqrt{2gh}$.



Σχ. 193. *Φυγοκεντρικὴ ἀντλία.*

§ 118. Ἀντλίαι κενοῦ. Διὰ τῶν ***ἀντλιῶν κενοῦ*** ἐλαττοῦμεν τὴν πίεσιν εἰς ἕνα χῶρον, ἀφαιροῦντες ἐξ αὐτοῦ τὸν ἀέρα. Οἱ συνηθέστεροι τύποι εἶναι οἱ ἑξῆς :

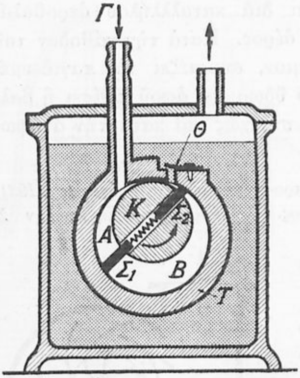
1) ***Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος.*** Αὕτη ἀποτελεῖται ἀπὸ τὸν σωλῆνα Σ *(σχ. 194)*, ὁ ὁποῖος καταλήγει εἰς *ἀκροφύσιον*. Δεύτερος σωλήν, περιβάλλων τὸν πρῶτον, φέρει ἀφ' ἑνὸς μὲν στένωσιν, ἀκριβῶς, εἰς τὸ ὕψος τοῦ ἀκροφυσίου, ἀφ' ἑτέρου δὲ τὸν πλάγιον σωληνίσκον σ. Συνδέομεν τὸν σωλῆνα Σ μὲ τὸ δίκτυον ὑδρεύσεως, ὁπότε τὸ ὕδωρ ἐξέρχεται διὰ τοῦ ἀκροφυσίου μὲ μεγάλην ταχύτητα. Κατὰ τὸν νόμον τοῦ Bernoulli *(§ 109, 2)* ἡ πίεσις εἰς τὴν στένωσιν εἶναι μικροτέρα τῆς πιέσεως εἰς τὸ ἐλεύθερον ἄκρον A, εἰς τὸ ὁποῖον ἐπικρατεῖ ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ἡ ἠλαττωμένη πίεσις προκαλεῖ ροὴν τοῦ ἀέρος τοῦ περιεχομένου εἰς τὸν πρὸς ἐκκένωσιν χῶρον X. Ὁ ἀὴρ οὗτος, ἀναμειγνυόμενος μετὰ τοῦ ὕδατος, ἀπάγεται.



Σχ. 194. *Ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος.*

2) ***Περιστροφικὴ ἀντλία.*** Ἐὰν ἐπιζητοῦμεν καλύτερον κενὸν ἀπ' ὅ,τι ἐπιτυγχάνομεν μὲ τὴν προηγουμένην ἀντλίαν, χρησιμοποιοῦμεν τὴν ***περιστροφικὴν ἀντλίαν*** *(σχ. 195)*. Αὕτη ἀποτελεῖται, κατ' ἀρχήν, ἐκ κοίλου κυλινδρικοῦ τυμπάνου T, ἐντὸς τοῦ ὁποίου στρέφεται μεταλλικὸς κύλινδρος K περὶ ἄξονα μὴ συμπίπτοντα μὲ τὸν ἄξονα τοῦ τυμπάνου. Δύο μεταλλικοὶ σύρται Σ_1, Σ_2 πιέ-

ζονται δι' ἐλατηρίου, ὥστε, νὰ ἐφάπτωνται, διαρκῶς, τοῦ τυμπάνου. Λόγῳ τῆς ἐκκέντρου τοποθετήσεως τοῦ κυλίνδρου αὐξάνεται, κατὰ τὴν περιστροφήν, ὁ χῶρος A, ὁ συνδεδεμένος διὰ τοῦ στομίου Γ, ὁπότε ἡ πίεσις ἐλαττοῦται καὶ ὁ ἀὴρ ἀναρροφᾶται. Ἀντιθέτως, εἰς τὸν χῶρον B ὁ ἀὴρ συμπιέζεται καὶ ἐκδιώκεται διὰ τῆς βαλβίδος Θ. Διὰ νὰ ἐπιτυγχάνεται καλλιτέρα στεγανότης ἡ ἀντλία εἶναι βυθισμένη ἐντὸς ἐλαίου.



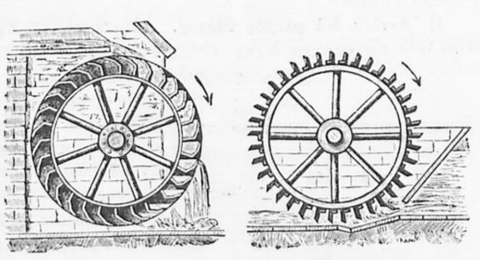
Σχ. 195. Περιστροφικὴ ἀντλία κενοῦ.

§ 119. Συμπιεσταὶ καὶ ἀνεμιστῆρες. Διὰ ν' αὐξήσωμεν τὴν πίεσιν τοῦ ἀέρος εἰς ἕνα χῶρον χρησιμοποιοῦμεν τοὺς ***συμπιεστὰς*** *(compresseurs)*. Οὗτοι εἶναι εἴτε ἐμβολοφόροι, εἴτε φυγοκεντρικοί, λειτουργοῦν δὲ κατὰ τὴν ἀρχὴν τῶν ὑδραντλιῶν. Οἱ ἐμβολοφόροι χρησιμοποιοῦνται, π.χ., διὰ τὴν διόγκωσιν τῶν ἀεροθαλάμων τῶν τροχῶν τῶν αὐτοκινήτων, διὰ τὴν παροχὴν πεπιεσμένου ἀέρος διὰ τὴν λειτουργίαν τῶν ἀεροτρυπάνων κ.λ.

Οἱ ***ἀνεμιστῆρες*** προσδίδουν ταχύτητα εἰς τὸν ἀέρα, δημιουργοῦντες, οὕτω, ἰσχυρὸν ρεῦμα ἀέρος.

★ **§ 120. Ὑδραυλικοὶ τροχοὶ καὶ ὑδροστρόβιλοι.** Οὗτοι χρησιμεύουν διὰ τὴν μετατροπὴν τῆς δυναμικῆς ἢ κινητικῆς ἐνεργείας ποσοτήτων ὕδατος εἰς ὠφέλιμον ἔργον.

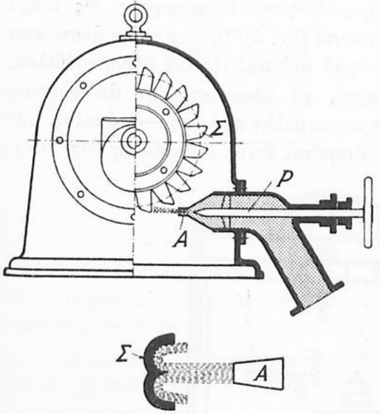
1) ***Ὑδραυλικοὶ τροχοί.*** Εἰς ἕνα τύπον ἐξ αὐτῶν *(σχ. 196)* τὸ ὕδωρ προσάγεται εἰς τὸ ἄνω μέρος τοῦ τροχοῦ· οὗτοι, δηλ., χρησιμοποιοῦν τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν τοῦ ὕδατος. Εἰς ἄλλον τύπον *(σχ. 197)*, διὰ καταλλήλου φράκτου, σχηματίζεται ὑδατίνη φλὲψ μεγάλης ταχύτητος, ἡ ὁποία καὶ προσκρούει εἰς τὰ *σκαφίδια* τοῦ κάτω μέρους τοῦ τροχοῦ. Εἰς τὴν σχηματιζομένην ὑδατίνην φλέβα ὅλη ἡ ἐνέργεια τοῦ ὕδατος ἔχει μετατραπῆ εἰς κινητικήν, ἡ ὁποία, ἐν συνεχείᾳ, μετατρέπεται, διὰ τοῦ τροχοῦ, εἰς ὠφέλιμον ἔργον.



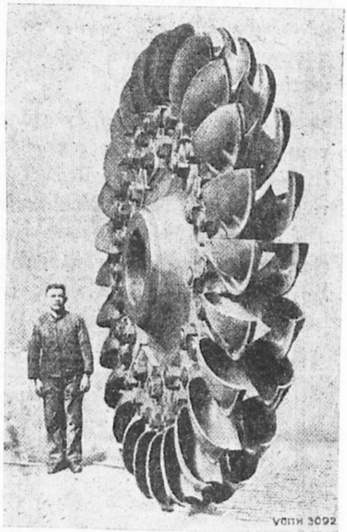
Σχ. 196 καὶ 197. Ὑδραυλικοὶ τροχοί.

2) ***Ὑδροστρόβιλοι.*** Ἐκ τῶν διαφόρων τύπων ὑδροστροβίλων περιγράφομεν τὸν ὑδροστρόβιλον, τὸν ὁποῖον παριστᾷ τὸ σχῆμα *198*: τὸ ὕδωρ, ἐξερχόμενον μετὰ μεγάλης ταχύτητος διὰ τοῦ ἀκροφυσίου A, πλήττει τὰ ἐπὶ τροχοῦ στερεωμένα σκαφίδια Σ καὶ θέτει εἰς περιστροφὴν τὸν στρόβιλον. Εἰς τὸ αὐτὸ σχῆμα (κάτω) δεικνύεται ἡ ἀλλαγὴ κατευθύνσεως τῆς ὑδα-

τίνης φλεβὸς τῆς ἐξερχομένης ἐκ τοῦ ἀκροφυσίου A κατὰ τὴν πρόσκρουσιν αὐτῆς ἐπὶ τοῦ σκαφιδίου Σ. Ἡ πραγματικὴ μορφὴ τῶν σκαφιδίων φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα *199*. Διὰ τοῦ *ρυθμιστοῦ* P ρυθμίζεται ἡ ποσότης τοῦ προσαγομένου ὕδατος. Ὅταν ἡ ὑψο-

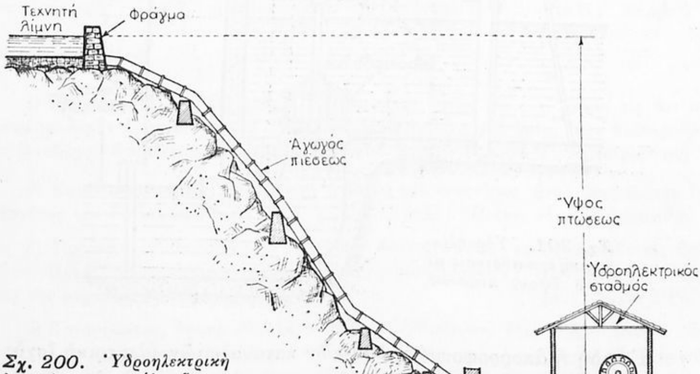


Σχ. 198. Ὑδροστρόβιλος.



Σχ. 199. Πραγματικὴ μορφὴ τῶν σκαφιδίων.

μετρικὴ διαφορὰ εἶναι μικρὰ χρησιμοποιοῦνται ὑδροστρόβιλοι, τῶν ὁποίων ἡ ἀρχὴ τῆς λειτουργίας εἶναι ὡς ἡ τοῦ ὑδροστροβίλου τοῦ σχήματος *136*.



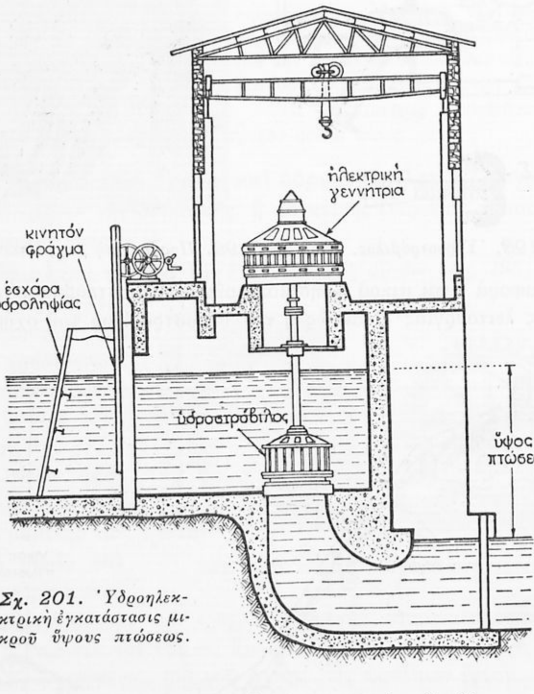
***Σχ. 200.* Ὑδροηλεκτρικὴ ἐγκατάστασις μεγάλου ὕψους πτώσεως.**

§ 121. Ὑδροηλεκτρικαὶ ἐγκαταστάσεις. Εἰς τοὺς *ὑδροηλεκτρι-*

κοὺς σταθμοὺς μετατρέπεται ἡ ἐνέργεια κινουμένων ὑδάτων εἰς ἠλεκτρικὴν ἐνέργειαν. Πρὸς τοῦτο χρησιμοποιοῦνται ὑδροστρόβιλοι, οἱ ὁποῖοι, συνδεόμενοι καταλλήλως μὲ *ἠλεκτρικὰς γεννητρίας*, θέτουν αὐτὰς εἰς κίνησιν, ἡ δὲ παραγομένη ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια μεταφέρεται, ὑπὸ ὑψηλὴν τάσιν, εἰς τὰ κέντρα καταναλώσεως.

★ Μία ὑδροηλεκτρικὴ ἐγκατάστασις, ἐκμεταλλευομένη τὰ ὕδατα ἑνὸς ποταμοῦ καὶ ὑπὸ μέγα ὕψος πτώσεως, ἔχει, ἐν γενικαῖς γραμμαῖς, ὡς ἑξῆς: Ἐντὸς τοῦ ποταμοῦ κατασκευάζεται *φράγμα (σχ. 200)*, τὸ ὁποῖον ἀνακόπτει τὸ ρεῦμα, τὰ δὲ ὕδατα φέρονται δι' *ἀγωγοῦ πιέσεως* εἰς τὸν ὑδροστρόβιλον.

Ὅταν τὸ ὕψος πτώσεως εἶναι μικρόν, τὸ ὕδωρ φέρεται ἀπ' εὐθείας εἰς τὸν ὑδροστρόβιλον—δηλ. χωρὶς τὴν παρεμβολὴν σωλήνων—ὁ ὁποῖος, μάλιστα, εἰς μερικὰς περιπτώσεις εἶναι βυθισμένος ἐντὸς τοῦ ὕδατος *(σχ. 201)*.



Σχ. 201. *Ὑδροηλεκτρικὴ ἐγκατάστασις μικροῦ ὕψους πτώσεως.*

Ἐπειδὴ ἡ ἀπορροφουμένη ὑπὸ τῶν καταναλωτῶν ἠλεκτρικὴ ἰσχὺς παρουσιάζει, κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ εἰκοσιτετραώρου, *αἰχμὰς* ὑπερβαινούσας τὴν μεγίστην ἰσχύν, τὴν ὁποίαν δύναται νὰ παράσχῃ ὁ ποταμός, κατασκευάζεται *ὑδαταποθήκη*, ἐντὸς τῆς ὁποίας ἀποταμιεύεται τὸ ὕδωρ κατὰ τὰς φάσεις μικρᾶς ζητήσεως καὶ ἀποδίδεται κατὰ τὰς φάσεις τῶν αἰχμῶν.

Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα δίδεται ἡ ἰσχὺς τῶν κυριωτέρων ὑδροηλεκτρικῶν ἐγκαταστάσεων τῆς Ἑλλάδος.

ΚΥΡΙΩΤΕΡΑΙ ΥΔΡΟΗΛΕΚΤΡΙΚΑΙ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΕΝ ΕΛΛΑΔΙ

(Ἰσχὺς εἰς *kW*)

Βέρμιον (Βερροίας)	2000
Γλαῦκος (Πατρῶν)	2600
Λοῦρος (Ἄρτης)	5000
Ἄγρα (Ἐδέσσης)	40000
Λάδων (Τρόπαια - Γορτυνίας)	50000

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α΄.

1) Διὰ σωλῆνος διαμέτρου *25 cm* ρέει πετρέλαιον μὲ ταχύτητα *3,6 km/h*. Πόσον πετρέλαιον θὰ δώσῃ ὁ σωλὴν ἐντὸς *24* ὡρῶν; (ΑΠ : *4239* m^3)

2) Κρουνός, διαμέτρου *3 cm*, γεμίζει δεξαμενὴν ὕδατος, χωρητικότητος *32* m^3, ἐντὸς *24* ὡρῶν. Ποία ἡ ταχύτης ἐκροῆς τοῦ ὕδατος ἐκ τοῦ κρουνοῦ;

(ΑΠ : *2,2 cm/sec*)

3) Πόσοι *τόννοι* ὕδατος διέρχονται ἀνὰ *sec* διά τινος διατομῆς (ἐμβαδοῦ *4* m^2) ποταμοῦ ρέοντος μὲ ταχύτητα *2 m/sec*; (ΑΠ : *8 t/sec*)

4) Πόση εἶναι ἡ ἀντίστασις, τὴν ὁποίαν συναντᾷ ἀλεξίπτωτον, πῖπτον μὲ σταθερὰν ταχύτητα *6 m/sec*, ὅταν τὸ βάρος τοῦ ἀλεξιπτώτου καὶ τοῦ ἀλεξιπτωτιστοῦ εἶναι ἴσον πρὸς *80 kgr**; Δικαιολογήσατε τὴν ἀπάντησιν. (ΑΠ : *80 kgr**)

Κατηγορία Β΄.

1) Κυλινδρικὸν δοχεῖον, πλῆρες ὕδατος μέχρι ὕψους *80 cm*, φέρει εἰς τὸν πυθμένα κυκλικὴν ὀπὴν διαμέτρου *2 cm*. Ποία ἡ παροχὴ τῆς ὀπῆς, ἐὰν διατηροῦμεν τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν διαρκῶς εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος; (ΑΠ : *1244* cm^3/sec)

⊙ 2) Κατὰ πόσον πρέπει νὰ αὐξηθῇ ἡ ἰσχὺς τοῦ κινητῆρος ἑνὸς ἀεροπλάνου ἵνα ἡ ταχύτης του διπλασιασθῇ; (ΑΠ : *Πρέπει νὰ ὀκταπλασιασθῇ*)

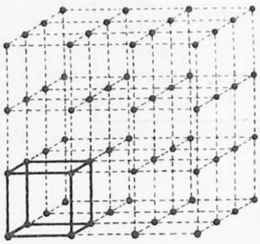
3) Πρόκειται ν' ἀνυψώσωμεν *900 λίτρα* ὕδατος, ἐντὸς τριῶν λεπτῶν εἰς ὕψος *150 m*. Ποίας ἰσχύος μηχανὴν πρέπει νὰ χρησιμοποιήσωμεν; (Συντελεστὴς ἀποδόσεως τῆς μηχανῆς *90* %). (ΑΠ : *11,1 HP*).

4) Καταρράκτης, ὕψους *20,5 m*, ἀποδίδει *126 τόννους* ὕδατος ἀνὰ λεπτόν. Ζητεῖται α) τὸ ἀπολαμβανόμενον ἔργον ἐντὸς μιᾶς ὥρας καὶ β) ἡ ἰσχὺς τῆς μηχανῆς, τὴν ὁποίαν δύναται οὗτος νὰ κινήσῃ. (Συντελεστὴς ἀποδόσεως *90* %). (Ἡ ἰσχὺς νὰ ἐκφρασθῇ εἰς *HP* καὶ *kW*). (ΑΠ : $2{,}3 \cdot 10^8$ *kgr*·m*, *758 HP*, *565 kW*

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΓ΄

ΜΟΡΙΑΚΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ

§ 122. Ἄτομα καὶ μόρια. Ἐὰν παρατηρήσωμεν διὰ μικροσκοπίου ἕνα σῶμα — π.χ., τεμάχιον σιδήρου — ἔχομεν τὴν ἐντύπωσιν ὅτι τοῦτο ἐμφανίζεται ὡς συνεχὲς σύνολον. Ἄν, ὅμως, ἦτο δυνατὸν νὰ κατασκευασθῇ ἕνα μικροσκόπιον, ἀσυγκρίτως μεγαλυτέρας μεγεθύνσεως(*), θὰ διεπιστώναμεν ὅτι τὸ τεμάχιον τοῦ σιδήρου ἀποτελεῖται ἀπὸ μεμονωμένους δομικοὺς λίθους, κανονικῶς διατεταγμένους, καί, ἐντελῶς, ὁμοίους μεταξύ των. Τοὺς δομικοὺς αὐτοὺς λίθους καλοῦμεν ***ἄτομα*** τοῦ σιδήρου.

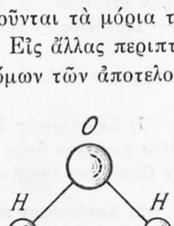


Σχ. 202. Τὰ ἄτομα τῶν στερεῶν σωμάτων εἶναι κανονικῶς διατεταγμένα.

Ὅπως ὁ σίδηρος οὕτω καὶ ἄλλα *στοιχεῖα*, ὅπως ὁ χαλκός, ὁ ἄνθραξ κ.λ., ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἄτομα. Τὰ ἄτομα τῶν διαφόρων στοιχείων διαφέρουν, μεταξύ των, κατὰ τὰς διαστάσεις, κατὰ τὴν μᾶζαν καὶ κατ᾽ ἄλλας, ἀκόμη, ἰδιότητας, τὰς ὁποίας θὰ γνωρίσωμεν εἰς ἄλλο μέρος τῆς Φυσικῆς.

Οἱ δομικοὶ λίθοι τῶν ἄνω στοιχείων (σιδήρου, χαλκοῦ, ἄνθρακος κ.λ.) ἦσαν μεμονωμένα ἄτομα. Ἄλλα σώματα, ὅμως, ἀποτελοῦνται ἀπὸ δομικοὺς λίθους, οἱ ὁποῖοι εἶναι συμπλέγματα ἀτόμων καὶ καλοῦνται ***μόρια***. Οὕτω, τὸ ὀξυγόνον ἀποτελεῖται ἀπὸ μόρια, ἕκαστον τῶν ὁποίων εἶναι σύμπλεγμα δύο ἀτόμων ὀξυγόνου. Ὁμοίως ἀπὸ δύο ἄτομα ἀποτελοῦνται τὰ μόρια τῶν ἀτόμων τοῦ ὑδρογόνου, τοῦ ἰωδίου καὶ ἄλλων ὑλικῶν. Εἰς ἄλλας περιπτώσεις (ὅπως εἰς τὸ θεῖον, τὸ ὄζον), ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων τῶν ἀποτελούντων τὸ μόριον εἶναι μεγαλύτερος.

Εἰς τὰς *χημικὰς ἑνώσεις*, αἱ ὁποῖαι ἀποτελοῦνται, ὡς γνωστόν, ἀπὸ διάφορα στοιχεῖα, τὰ μόριά των ἀποτελοῦνται ἀπὸ ἀνόμοια ἄτομα. Οὕτω, τὸ μόριον τοῦ ὕδατος ἀποτελεῖται ἀπὸ δύο ἄτομα ὑδρογόνου καὶ ἓν ἄτομον ὀξυγόνου *(σχ. 203)*. Ὁμοίως ἀπὸ μόρια, ἀκόμη συνθετώτερα, ἀποτελεῖται τὸ οἰνόπνευμα. Τοῦτο, ἐξατμιζόμενον, μετατρέπεται εἰς ἀτμοὺς οἰνοπνεύματος, οἱ ὁποῖοι ἀποτελοῦνται ἀπὸ μόρια οἰνοπνεύματος.



Σχ. 203. Μόριον τοῦ ὕδατος.

(*) Τὸ φανταστικὸν τοῦτο μικροσκόπιον θὰ ἔπρεπε νὰ εἶχε μεγέθυνσιν *1000*, τουλάχιστον, φορὰς μεγαλυτέραν τῆς μεγεθύνσεως τοῦ ἀρίστου ὀπτικοῦ μικροσκοπίου, τὸ ὁποῖον διαθέτομεν σήμερον καὶ τὸ ὁποῖον μεγεθύνει *1000*, περίπου, φοράς. Μικροσκόπιον, ὅμως, τόσον μεγάλης μεγεθύνσεως δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ λειτουργήσῃ διὰ λόγους, τοὺς ὁποίους ἐξηγεῖ ἡ *κυματικὴ θεωρία τοῦ φωτός.*

Ἀπὸ πολύπλοκα μόρια, κανονικῶς διατεταγμένα, ἀποτελεῖται καὶ τὸ στερεὸν σάκχαρον. Τοῦτο διαχωρίζεται εἰς μεμονωμένα μόρια σακχάρου, ἐὰν διαλυθῇ ἐντὸς τοῦ ὕδατος.

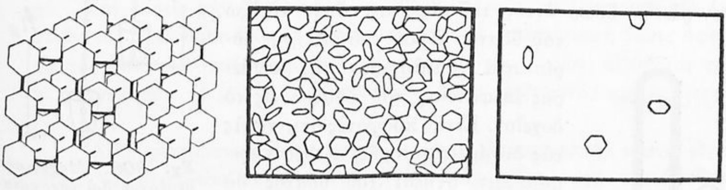
Ἀπὸ τ' ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, πᾶν σῶμα (στερεόν, ὑγρὸν ἢ ἀέριον) ἀποτελεῖται ἀπὸ μεμονωμένους δομικοὺς λίθους, οἱ ὁποῖοι, ἀναλόγως τῆς περιπτώσεως, εἶναι ἢ ἄτομα ἢ μόρια.

§ 123. Δυνάμεις μεταξὺ μορίων ἢ ἀτόμων. Ἐὰν προσπαθήσωμεν νὰ ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον ἑνὸς στερεοῦ ἢ ὑγροῦ παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὑλικὸν ἀνθίσταται εἰς τὴν μεταβολὴν ταύτην. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς ἀπωστικὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται μεταξὺ τῶν μορίων (ἢ ἀτόμων) ὅταν ταῦτα πλησιάσουν τόσον πολύ, ὥστε τὸ ἓν ν' ἀρχίσῃ νὰ διεισδύῃ εἰς τὸ ἄλλο.

Ἀφ' ἑτέρου μεταξὺ ἀτόμων ἢ μορίων ἐμφανίζονται ἑλκτικαὶ δυνάμεις, ὅταν προσπαθῶμεν ν' ἀναγκάσωμεν δύο μόρια ν' ἀπομακρυνθοῦν ἀλλήλων. Πράγματι, εἰς τὸ κεφάλαιον τῆς Ἐλαστικότητος εἴδομεν ὅτι, διὰ νὰ ἐπιμηκύνωμεν μίαν ράβδον, πρέπει νὰ ἐξασκήσωμεν ἐπ' αὐτῆς μίαν δύναμιν, ὅταν δὲ ἀφαιρέσωμεν τὴν δύναμιν, ἡ ράβδος ἀποκτᾷ τὸ ἀρχικόν της μῆκος. Τοῦτο σημαίνει ὅτι τὰ ἄτομα (ἢ μόρια), τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὴν ράβδον, ἐξασκοῦν μεταξύ των ἑλκτικὰς δυνάμεις, τὰς ὁποίας πρέπει νὰ ὑπερνικήσωμεν κατὰ τὸν ἑλκυσμόν. Αἱ αὐταί, ἀκριβῶς, δυνάμεις εἶναι ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι ἐπαναφέρουν τὴν ράβδον εἰς τὸ ἀρχικόν της μῆκος.

Τοιαῦται ἑλκτικαὶ δυνάμεις ἐμφανίζονται καὶ εἰς τὰ ὑγρά, προκαλοῦν δὲ ὡρισμένα φαινόμενα, τὰ ὁποῖα θὰ μελετήσωμεν κατωτέρω.

Εἰς τὰς ἑλκτικὰς δυνάμεις μεταξὺ ἀτόμων (ἢ μορίων) ὀφείλονται καὶ αἱ τρεῖς *καταστάσεις τῆς ὕλης* - ἡ στερεά, ἡ ὑγρὰ καὶ ἡ ἀέριος *(σχ. 204)*.



(I) *(II)* *(III)*

Σχ. 204. *Διάταξις τῶν μορίων εἰς τὰ στερεὰ (I), ὑγρὰ (II) καὶ ἀέρια (III).*

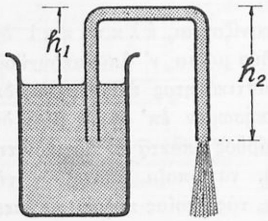
Εἰς τὰ στερεὰ *(I)* οἱ δομικοὶ λίθοι (ἄτομα ἢ μόρια) εὑρίσκονται πολὺ πλησίον ἀλλήλων, ὥστε νὰ ἐφάπτωνται μεταξύ των καὶ νὰ μὴ εἶναι δυνατὴ ἡ μετάθεσις αὐτῶν.

Εἰς τὰ ὑγρὰ αἱ ἀποστάσεις μεταξὺ ἀτόμων ἢ μορίων εἶναι κατά τι μεγαλύτεραι *(II)*, αἱ δυνάμεις, ἀντιστοίχως, μικρότεραι καί, ὡς ἐκ τούτου, τὰ μόρια δύνανται νὰ ὀλισθαίνουν τὰ μὲν ἐπὶ τῶν δέ, χωρίς, ὅμως, καὶ ν' ἀπομακρύνωνται μεταξύ των. Βεβαίως διὰ θερμάνσεως τὰ μόρια τῶν ὑγρῶν δύνανται νὰ ὑπερνικήσουν τὰς μεταξύ των ἑλκτικὰς δυνάμεις καὶ ν' ἀπομακρυνθοῦν *(βλ. κατωτέρω ἐξάτμισις, § 181).*

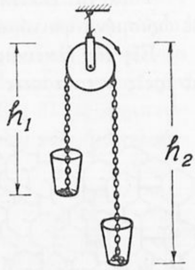
Εἰς τὰ ἀ έ ρ ι α τέλος, αἱ ἀποστάσεις εἶναι ἀκόμη μεγαλύτεραι *(III)*, ὥστε, πλέον, αἱ δυνάμεις μεταξὺ τῶν μορίων εἶναι πολὺ μικραὶ καί, ὡς ἐκ τούτου, ταῦτα κινοῦνται ἀτάκτως πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις.

§ 124. Συνοχή. Εἰς τὰς ἑλκτικὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐμφανίζονται μεταξὺ ὁ μ ο ε ι δ ῶ ν μορίων ὀφείλεται καὶ ἡ ***συνοχὴ*** τῶν σωμάτων.

Ἐκτὸς τῶν στερεῶν, εἰς τὰ ὁποῖα τὸ φαινόμενον τῆς συνοχῆς εἶναι ἔκδηλον, συνοχὴ ἐμφανίζεται καὶ εἰς τὰ ὑγρά. Λόγῳ τῆς συνοχῆς τῶν ὑγρῶν λειτουργεῖ καὶ ὁ ***σίφων,*** ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖται ἀπὸ σωλῆνα κεκαμμένον, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα *205*: Ἐὰν γεμίσωμεν τὸν σωλῆνα δι' ὕδατος καὶ βυθίσωμεν τὸ ἓν ἄκρον του ἐντὸς δοχείου περιέχοντος ὕδωρ, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ὕδωρ ἀρχίζει νὰ ἐκρέῃ ἐκ τοῦ ἄλλου ἄκρου. Ἡ ροὴ προέρχεται ἐκ τῆς διαφορᾶς τοῦ βάρους τῶν ὑγρῶν στηλῶν h_1 καὶ h_2 εἰς τὰ δύο σκέλη, ἀκριβῶς, ὅπως τοῦτο συμβαίνει εἰς ἅλυσιν διερχομένην διὰ τροχαλίας *(σχ. 206)*: Ὅταν τὰ δύο ποτήρια, τὰ ὁποῖα περιέχουν μέρος τῆς ὅλης ἁλύσεως, τεθοῦν εἰς διάφορα ὕψη, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ ἅλυσις «ρέει» ἐκ τοῦ ὑψηλότερον εὑρισκομένου ποτηρίου εἰς τὸ ἄλλο. Ἀκριβῶς κατὰ τὸν αὐτὸν τρόπον ρέει τὸ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ σίφωνος, ὅταν τὸ ἔξω τοῦ ὕδατος ἄκρον τοῦ σωλῆνος εὑρίσκεται χαμηλότερον τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος εἰς τὸ δοχεῖον. Εἶναι προφανὲς ὅτι, χωρὶς τὰς δυνάμεις συνοχῆς, αἱ δύο «κρεμάμεναι» στῆλαι τοῦ ὕδατος θὰ διεκόπτοντο.



Σχ. 205. Σίφων.

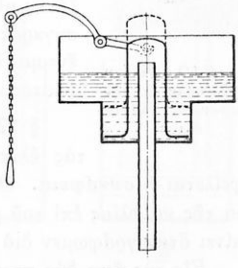


Σχ. 206. Μηχανικὸν ἀνάλογον διὰ τὴν κατανόησιν τῆς λειτουργίας τοῦ σίφωνος.

Σχ. 207. Σίφων ἐν κενῷ.

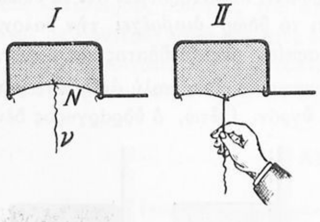
Ἀπὸ τ' ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι ἡ παρουσία τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως δὲν εἶναι ἀναγκαία διὰ τὴν λειτουργίαν τοῦ σίφωνος, ὁ ὁποῖος δύναται νὰ λειτουργῇ καὶ ἐν τῷ κενῷ: Τὸ σχῆμα *207* παριστᾷ σίφωνα ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ. Διὰ νὰ λειτουργήσῃ ὁ σίφων κλίνομεν αὐτὸν καὶ ἀναγκάζομεν ὅλον τὸ ὕδωρ νὰ συγκεντρωθῇ εἰς τὸ ἀριστερὸν δοχεῖον. Ἀκολούθως κλίνομεν τὸν σίφωνα ἀντιθέτως, ὁπότε οὗτος ἀρχίζει νὰ λειτουργῇ καί, κατόπιν, τὸν ἐπαναφέρομεν εἰς τὴν κατακόρυφον θέσιν. Τὸ ὕδωρ ἐξακολουθεῖ νὰ ρέῃ πρὸς τὸ δεξιὸν δοχεῖον, ἐφ' ὅσον ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος εἰς τὰ δύο δοχεῖα δὲν εὑρίσκεται εἰς τὸ αὐτὸ ὕψος.

Ὑδαταποθήκη ἀφοδευτηρίου μετὰ σίφωνος. Τὴν ἀρχὴν τοῦ σίφωνος ἐκμεταλλευόμεθα διὰ τήν, δι' ἑνὸς χειρισμοῦ, πλήρη ἐκκένωσιν τῶν ὑδαταποθηκῶν τῶν ἀφοδευτηρίων *(σχ. 208)* : Δι' ἕλξεως τῆς λαβῆς ἀνυψοῦται ὁ κώδων, ὁ ὁποῖος, ἀφιέμενος κατόπιν ἐλεύθερος, ἀναγκάζει, λόγῳ τῆς διαμορφώσεως τῶν χειλέων του, τὸ ὑπ' αὐτὸν ὕδωρ ν' ἀνυψωθῇ. Εὐθύς, ὡς ἡ στάθμη τοῦ ὕδατος ὑπερβῇ τὸ ἐπίπεδον, εἰς τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ σωλῆνος ἐκροῆς, τὸ ὕδωρ εἰσρέει εἰς αὐτὸν καί, οὕτω, ὁ σίφων ἀρχίζει νὰ λειτουργῇ. Οὗτος, ἅπαξ διεγερθείς, ἐξακολουθεῖ νὰ λειτουργῇ μέχρι πλήρους ἐκκενώσεως τῆς ὑδαταποθήκης.



Σχ. 208. Ὑδαταποθήκη ἀφοδευτηρίου.

§ 125. Ἐπιφανειακὴ τάσις. Ἐάν, ἐντὸς διαλύματος σάπωνος, ἐμβαπτίσωμεν συρμάτινον πλαίσιον εἰς σχῆμα Π, τοῦ ὁποίου ἡ τετάρτη πλευρὰ ἀποτελεῖται ἀπὸ νῆμα N *(σχ. 209, I)* καί, ἀκολούθως, τὸ ἀνασύρομεν μετὰ προσοχῆς, θὰ σχηματισθῇ ἕνα λεπτότατον ὑγρὸν ὑμένιον, ἐνῷ ταυτοχρόνως τὸ νῆμα μετακινεῖται, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα, κατὰ τρόπον ὥστε ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑμενίου νὰ ἐλαττωθῇ. Ἐὰν διὰ τοῦ νήματος ν ἕλξωμεν τὸ νῆμα N ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑμενίου αὐξάνεται *(II)*, εὐθύς, ὅμως, ὡς τὸ ἀφήσωμεν ἐλεύθερον, αὕτη ἐλαττοῦται ἐκ νέου.



Σχ. 209. Λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως τὸ ὑμένιον τείνει διαρκῶς νὰ ἐλαττώσῃ τὸ ἐμβαδόν του.

Τὴν τάσιν, τὴν ὁποίαν ἔχει τὸ ὑγρὸν ὑμένιον νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐπιφάνειάν του, καλοῦμεν ***ἐπιφανειακὴν τάσιν***. Ἡ ἐπιφανειακὴ τάσις ὀφείλεται εἰς τὰς ἑλκτικὰς δυνάμεις μεταξὺ τῶν μορίων τῶν ὑγρῶν, αἱ ὁποῖαι τείνουν ν' ἀναγκάσουν τὰ μόρια νὰ πλησιάσουν ὅσον τὸ δυνατὸν περισσότερον μεταξύ των.

Ἄλλο φαινόμενον, ὀφειλόμενον εἰς τὴν ἐπιφανειακὴν τάσιν, εἶναι τὸ ἑξῆς: Διὰ σιφωνίου λαμβάνομεν σταγόνα ὑδραργύρου καὶ τὴν ἀποθέτομεν ἐπὶ ὁριζοντίας ὑαλίνης πλακός. Θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ σταγὼν λαμβάνει, περίπου, σφαιρικὸν σχῆμα. Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Λόγῳ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως ὁ ὑδράργυρος τείνει ν' ἀποκτήσῃ τὴν ἐλαχίστην δυνατὴν ἐπιφάνειαν, ἡ δὲ σφαῖρα, εἶναι, ὡς γνωστόν, ἐκ τῆς Γεωμετρίας, τὸ σχῆμα ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον ἔχει τὴν ἐλαχίστην ἐπιφάνειαν ὑπὸ δεδομένον ὄγκον.

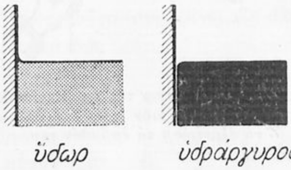
Διὰ τῆς ἐπιφανειακῆς τάσεως ἐξηγεῖται καὶ τὸ ἑξῆς φαινόμενον: Μία σιδηρᾶ βελόνη, ἀφοῦ ἀλοιφθῇ διὰ λίπους, ἐπιπλέει ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, ἐάν, μετὰ προσοχῆς, ἀφεθῇ ἐπ' αὐτῆς, μολονότι τὸ βάρος της εἶναι μεγαλύτερον τῆς ἀνώσεως. Τὸ σχῆμα *210* δεικνύει τὴν παραμόρφωσιν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος ὑπὸ τὴν βελόνην. Εἶναι προφανὲς ὅτι τὸ ὑγρόν, τεῖνον νὰ ἐλαττώσῃ τὴν ἐπιφάνειάν του, ἐξασκεῖ ἐπὶ τῆς βελόνης μίαν δύναμιν μὲ φορὰν πρὸς τὰ ἄνω, ἡ ὁποία καὶ συγκρατεῖ τὴν βελόνην. Διά τὸν αὐτὸν λόγον διάφορα ἔντομα δύνανται νὰ ἐπιπλέουν καὶ νὰ κινοῦνται ἐπὶ τοῦ ὕδατος.

Σχ. 210. Βελόνη ἐπιπλέουσα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.

§ 126. Συνάφεια - Τριχοειδικὰ φαινόμενα. Εἰς τὰς ἑλκτικὰς δυνάμεις μεταξὺ ἑ τ ε ρ ο ε ι δ ῶ ν μορίων ὀφείλεται ἡ ***συνάφεια.*** Οὕτω, λόγῳ τῆς συναφείας, συγκρατοῦνται τὰ μόρια τῆς κιμωλίας ἐπὶ τοῦ μαυροπίνακος κατὰ τὴν γραφήν. Τὸ αὐτὸ συμβαίνει ὅταν γράφωμεν διὰ μολυβδοκονδύλου ἐπὶ χάρτου.

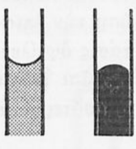
Εἰς τὰς ἄνω δύο περιπτώσεις πρόκειται περὶ συναφείας μεταξὺ δύο στερεῶν. Δυνάμεις συναφείας παρουσιάζονται ἐπίσης καὶ κατὰ τὴν ἐπαφὴν σ τ ε ρ ε ῶ ν μ ὲ ὑ γ ρ ά. Οὕτω, ἐὰν ἐμβαπτίσωμεν ἐντὸς ὕδατος καθαρὰν ὑαλίνην πλάκα καί, ἀκολούθως, τὴν ἀνασύρωμεν, παρατηροῦμεν ὅτι τὸ ὕδωρ προσκολλᾶται ἐπ' αὐτῆς, ὁπότε λέγομεν ὅτι τὸ ὕδωρ *διαβρέχει* τὴν ὕαλον. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς ἰσχυρὰς δυνάμεις συναφείας μεταξὺ ὕδατος καὶ ὑάλου.

Εἰς ἄλλας περιπτώσεις αἱ δυνάμεις συναφείας εἶναι πολὺ ἀσθενέστεραι καὶ δὲν κατορθώνουν νὰ συγκρατήσουν τὸ ὑγρόν. Οὕτω, ὁ ὑδράργυρος δὲν προσκολλᾶται ἐπὶ τῆς ὑάλου, ὁπότε λέγομεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος *δὲν διαβρέχει* τὴν ὕαλον.



Σχ. 211. Τὸ ὕδωρ διαβρέχει τὴν ὕαλον, ἐνῷ ὁ ὑδράργυρος ὄχι.

Ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ὑγροῦ, ἐκεῖ ὅπου τοῦτο συναντᾷ τὸ στερεόν, δὲν εἶναι πλέον ὁριζοντία, ἀλλ' ἀνέρχεται ἢ κατέρχεται, ἀναλόγως τοῦ ἐὰν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ ἢ ὄχι τὸ τοίχωμα *(σχ. 211).* Τὴν παραμόρφωσιν ταύτην τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ παρατηροῦμεν, εὐχερῶς, ἐὰν θέσωμεν τὸ ὑγρὸν ἐντὸς ὑαλίνου σωλῆνος *(σχ. 212).*

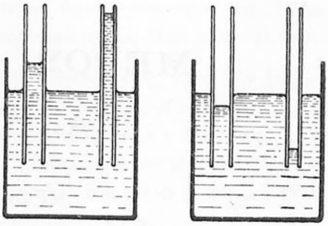


Σχ. 212.

Τὰ περιγραφέντα φαινόμενα καλοῦνται ***τριχοειδικὰ φαινόμενα,*** διότι ἐμελετήθησαν, τὸ πρῶτον, ἐντὸς σωλήνων πολὺ μικρᾶς διαμέτρου *(τριχοειδῶν σωλήνων).*

§ 127. Μεταβολὴ τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τριχοειδῶν σωλήνων. Ἐὰν ἐμβαπτίσωμεν ἐντὸς ὕδατος σωλῆνα ὑάλινον, μικρᾶς διαμέτρου, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ὕδωρ δὲν εὑρίσκεται εἰς τὸ ὕψος τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας, ἀλλ' ἀνέρχεται ἐντὸς αὐτοῦ, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα *213, I.*

Ἐάν, ἀκολούθως, ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα, ἐμβαπτίζοντες τὸν σωλῆνα ἐντὸς ὑδραργύρου *(II)*, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος εὑρίσκεται χαμηλότερον τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας. Κατὰ ταῦτα τὰ τριχοειδικὰ φαινόμενα προκαλοῦν μεταβολὴν τοῦ ὕψους τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἑνὸς ὑγροῦ ἐντὸς στενῶν σωλήνων. Καὶ ὅταν μὲν τὸ ὑγρὸν διαβρέχῃ αὐτούς, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια ἀνέρχεται, ἐνῶ, ἀντιθέτως, ὅταν οἱ σωλῆνες δὲν διαβρέχωνται ὑπὸ τοῦ ὑγροῦ, ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια κατέρχεται ἐντὸς αὐτῶν.



I *II*

Σχ. 213. Ἡ ἀνύψωσις (I) ἢ ἡ ταπείνωσις (II) τῆς στάθμης ἐντὸς σωλήνων εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος.

Ὅπως ἀποδεικνύεται, ἡ ταπείνωσις ἢ ἡ ἀνύψωσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς ἀκτῖνος τοῦ σωλῆνος. Οὕτω, εἰς τοὺς λεπτοτέρους σωλῆνας τοῦ σχήματος *213* ἡ ἀνύψωσις ἢ ἡ ταπείνωσις εἶναι μεγαλυτέρα παρὰ εἰς τοὺς εὐρυτέρους.

Λόγῳ τριχοειδικῶν φαινομένων ἀνέρχεται καὶ ἡ μελάνη, ὅταν διαβρέχῃ τὸν ἀπορροφητικὸν χάρτην (κ. στυπόχαρτον).

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Ἡ μᾶζα ἑνὸς ἀτόμου ὑδρογόνου εἶναι ἴση πρὸς $1{,}66\cdot 10^{-24}$ *gr*. Νὰ ὑπολογισθῇ ὁ ἀριθμὸς τῶν ἀτόμων ὑδρογόνου, τὰ ὁποῖα περιέχονται α) εἰς *1 gr* ὑδρογόνου καὶ β) εἰς ἕνα *τόννον*. (ΑΠ: $6{,}02\cdot 10^{23}$ ἄτομα, $6{,}02\cdot 10^{29}$ ἄτομα)

2) Ἡ μᾶζα ἑνὸς ἀτόμου ὑδρογόνου εἶναι ἴση πρὸς $1{,}66\cdot 10^{-24}$ *gr*, ἡ δὲ μᾶζα ἑνὸς ἀτόμου ὀξυγόνου εἶναι ἴση πρὸς $26{,}56\cdot 10^{-24}$ *gr*. Πόση εἶναι ἡ μᾶζα ἑνὸς μορίου ὕδατος καὶ πόσα μόρια ὕδατος περιέχονται εἰς *10 gr* ὕδατος;
(ΑΠ: $29{,}88\cdot 10^{-24}$ *gr*, $3{,}34\cdot 10^{23}$ *μόρια*)

3) Ἡ μᾶζα ἑνὸς ἀτόμου σιδήρου εἶναι *55,85* φορὰς μεγαλυτέρα τῆς μάζης τοῦ ἀτόμου τοῦ ὑδρογόνου. Πόσα ἄτομα περιέχονται εἰς $1\ cm^3$ σιδήρου;
(ΑΠ: $0{,}84\cdot 10^{23}$ *ἄτομα*)

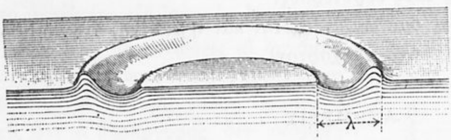
ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟΝ

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΔ΄

ΚΥΜΑΤΙΚΗ

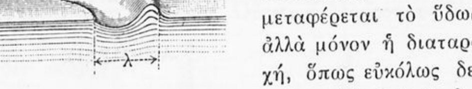
§ 128. Κύματα. Ἐὰν ἐπὶ ἠρεμούσης ἐπιφανείας ὕδατος ρίψωμεν ἕνα λίθον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι δημιουργεῖται μία διαταραχή, ἡ ὁποία καὶ διαδίδεται ὑπὸ μορφὴν κύκλων μὲ κέντρον τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον ἐρρίφθη ὁ λίθος *(σχ. 214)*. Κατὰ τὴν διάδοσιν τῆς διαταραχῆς αὐτῆς δὲν μεταφέρεται τὸ ὕδωρ, ἀλλὰ μόνον ἡ διαταραχή, ὅπως εὐκόλως δεικνύεται ἐὰν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος θέσωμεν μικρὰ τεμάχια ξύλου. Παρατηροῦμεν ὅτι τὰ τεμάχια τοῦ ξύλου ταλαντοῦνται πρὸς τὰ ἄνω καὶ πρὸς τὰ κάτω, ἀλλὰ δὲν ἀπομακρύνονται τῆς θέσεώς των. Εἰς τὸ πείραμα αὐτὸ ἔχομεν τὴν περίπτωσιν διαδόσεως ἑνὸς *κύματος*.



Σχ. 214.

Ἐν γένει ***κῦμα*** θὰ ὀνομάσωμεν μίαν ἐπαναλαμβανομένην διαταραχήν, ἡ ὁποία διαδίδεται ἐντὸς μέσου τινὸς ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον, μὲ ὡρισμένην ταχύτητα, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν ***ταχύτητα διαδόσεως*** τοῦ κύματος.

Τὴν διάδοσιν ἑνὸς κύματος δυνάμεθα νὰ παρακολουθήσωμεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Θεωρήσωμεν σειρὰν σφαιρῶν, αἱ ὁποῖαι συνδέονται μεταξύ των δι᾿ ἐλατηρίων *(σχ. 215)* καὶ ἰσορροποῦν ὅλαι ἐπ᾿ εὐθείας γραμμῆς. Ἐὰν ἐκβάλωμεν ἀποτόμως τὴν πρώτην σφαῖραν ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της, αὕτη θὰ ἐξασκήσῃ, διὰ μέσου τοῦ ἐλατηρίου, μίαν δύναμιν ἐπὶ τῆς δευτέρας σφαίρας, τὴν ὁποίαν καὶ θ᾿ ἀπομακρύνῃ, ὡσαύτως,



Σχ. 215. *Ἐὰν μετακινήσωμεν τὴν πρώτην σφαῖραν εἰς τὴν θέσιν (α) δημιουργεῖται ἐγκάρσιον κῦμα, ἐνῶ εἰς τὴν θέσιν (β) δημιουργεῖται διάμηκες κῦμα.*

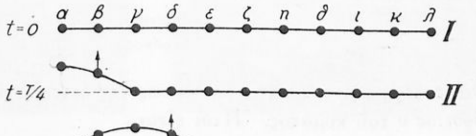
ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας. Ἀκολούθως ἡ δευτέρα σφαῖρα, λόγῳ τῆς μετακινήσεώς της, θὰ παρασύρῃ τὴν τρίτην σφαῖραν κ.ο.κ. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ διαταραχή, τὴν ὁποίαν ἐπροκαλέσαμεν εἰς τὴν πρώτην σφαῖραν, διαδίδεται ἀπὸ σφαίρας εἰς σφαῖραν, ἐξ ἀριστερῶν πρὸς τὰ δεξιά· Πρόκειται, δηλ., περὶ διαδόσεως ἑνὸς κύματος κατὰ μῆκος ὅλων τῶν σφαιρῶν.

§ 129. Εἴδη κυμάτων. Ἀναλόγως τῆς διευθύνσεως, κατὰ τὴν ὁποίαν μετακινοῦμεν τὴν πρώτην σφαῖραν, δυνάμεθα νὰ δημιουργήσωμεν δύο εἴδη κυμάτων: Ἐὰν μετακινήσωμεν τὴν πρώτην σφαῖραν καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος καὶ φέρωμεν αὐτὴν εἰς τὴν θέσιν *α*, τότε καὶ ἡ δευτέρα σφαῖρα θὰ κινηθῇ καὶ αὐτὴ καθέτως, διὰ νὰ θέσῃ μετ' ὀλίγον, εἰς ὁμοίαν κίνησιν τὴν τρίτην σφαῖραν κ.ο.κ.

Ἕνα τοιοῦτο κῦμα, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ διεύθυνσις, κατὰ τὴν ὁποίαν γίνεται ἡ ταλάντωσις, εἶναι κάθετος ἐπὶ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος καλεῖται ***ἐγκάρσιον κῦμα.***

Διὰ τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος *215* δυνάμεθα νὰ προκαλέσωμεν, ἐκτὸς τῶν ἐγκαρσίων κυμάτων, καὶ ἄλλου εἴδους κύματα: Ἐὰν μετακινήσωμεν ἀποτόμως τὴν πρώτην σφαῖραν πρὸς τ' ἀριστερὰ καὶ τὴν φέρωμεν εἰς τὴν θέσιν *β* ἡ διαταραχὴ αὕτη θὰ μεταδοθῇ ἐπίσης ἀπὸ σφαίρας εἰς σφαῖραν, ἀλλά, τώρα, ἡ κίνησις θὰ γίνεται παραλλήλως πρὸς τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος. Τὰ τοιαῦτα κύματα καλοῦμεν ***διαμήκη κύματα.***

§ 130. Μηχανισμὸς διαδόσεως κυμάτων. α) ***Ἐγκάρσια κύματα.*** Διὰ νὰ κατανοήσωμεν τὸν μηχανισμὸν κατὰ τὸν ὁποῖον διαδίδεται ἕνα ἐγκάρσιον κῦμα, θεωροῦμεν σειρὰν μικρῶν σφαιρῶν *α, β, γ... λ (σχ. 216,I)*, αἱ ὁποῖαι εἶναι ἐλαστικῶς συνδεδεμέναι μεταξύ των καὶ ἰσορροποῦν ἐπ' εὐθείας γραμμῆς. Ἔστω, ἤδη, ὅτι ἡ πρώτη σφαῖρα *α* ἐκτελεῖ ταλάντωσιν ἐπὶ κατακορύφου τροχιᾶς. Ἡ ταλάντωσις αὕτη θὰ διαδοθῇ, διαδοχικῶς, ἀπὸ σφαίρας εἰς σφαῖραν, ὡς ἐξῆς: Ὅταν ἡ πρώτη σφαῖρα ἀρχίσῃ κινουμένη πρὸς τὰ ἄνω, θὰ παρασύρῃ, μετ' ὀλίγον, τὴν γειτονικήν της *β*, ἡ ὁποία θ' ἀρχίσῃ καὶ αὐτὴ κινουμένη κατὰ τὴν αὐτὴν φοράν. Ὅταν ἡ ἀπομάκρυνσις τῆς πρώτης σφαίρας γίνῃ ἴση πρὸς τὸ πλάτος *(II)*, ἡ ταχύτης της



Σχ. 216. *Διαδοχικαὶ μορφαὶ ἐγκαρσίου κύματος διαδιδομένου πρὸς τὰ δεξιά.*

θὰ ἔχῃ γίνει μηδέν, ἡ σφαῖρα, ὅμως, β ἐξακολουθεῖ κινουμένη, λόγῳ τῆς ἀδρανείας, κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ βέλους. Ὅταν ἡ σφαῖρα α ἐπανέλθῃ εἰς τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας της *(III)*, ἡ σφαῖρα β θὰ ἐπιστρέφῃ καὶ αὐτὴ πρὸς τὴν θέσιν ἰσορροπίας, ἐνῷ ἄλλη σφαῖρα, δ, θὰ κινῆται ἀκόμη πρὸς τὰ ἄνω. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον δημιουργοῦνται «*ὄρη*» καὶ «*κοιλάδες*» διαδιδόμεναι πρὸς τὰ δεξιά. Παρατηροῦμεν ὅτι, κατὰ τὴν διάδοσιν τοῦ κύματος, αἱ σφαῖραι κινοῦνται περὶ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας των, χωρίς, ὅμως καὶ ν' ἀπομακρύνωνται αὐτῆς.

β) ***Διαμήκη κύματα.*** Εἰς τὰ διαμήκη κύματα, ἡ διεύθυνσις τῆς κινήσεως συμπίπτει, ὡς εἴδομεν, μὲ τὴν διεύθυνσιν διαδόσεως τοῦ κύματος. Λόγῳ τῆς κινήσεως ταύτης ἡ ἀπόστασις τῶν σφαιρῶν μεταβάλλεται, μὲ ἀποτέλεσμα εἰς ἄλλας θέσεις αἱ σφαῖραι νὰ πυκνώνουν καὶ εἰς ἄλλας νὰ ἀραιώνουν. Τὰ ***πυκνώματα*** καὶ τὰ ***ἀραιώματα*** ταῦτα τῶν διαμήκων κυμάτων μεταδίδονται ὅπως τὰ «ὄρη» καὶ αἱ «κοιλάδες» εἰς τὰ ἐγκάρσια κύματα.

§ 131. Μῆκος κύματος. Ὅπως φαίνεται εἰς τὸ σχῆμα *216*, V ἡ ταλάντωσις, ἡ προκληθεῖσα εἰς τὴν πρώτην σφαῖραν α, ἔχει μεταδοθῆ ἐντὸς τοῦ χρόνου μιᾶς περιόδου ἕως τὴν σφαῖραν i. Τὴν ἀπόστασιν ταύτην καλοῦμεν ***μῆκος κύματος*** καὶ συμβολίζομεν διὰ τοῦ λ. Ἤτοι ὡς *μῆκος κύματος* ὁρίζομεν τὴν ἀπόστασιν εἰς τὴν ὁποίαν διαδίδεται ἡ ἀρχικὴ διαταραχὴ ἐντὸς χρονικοῦ διαστήματος ἴσου πρὸς τὴν περίοδον τῆς ταλαντώσεως.

Σχέσις μήκους κύματος καὶ συχνότητος. Ἀφοῦ, ἐντὸς τοῦ χρόνου T μιᾶς περιόδου, ἡ διαταραχὴ προχωρεῖ κατὰ ἕνα μῆκος κύματος λ, ἕπεται ὅτι τὸ πηλίκον

$$\frac{\textit{διάστημα}}{\textit{χρόνος}} = \frac{\lambda}{T}$$

θὰ παρέχῃ τὴν ταχύτητα διαδόσεως τῆς διαταραχῆς - δηλ. τὴν *ταχύτητα διαδόσεως* v τοῦ κύματος. Ἤτοι εἶναι

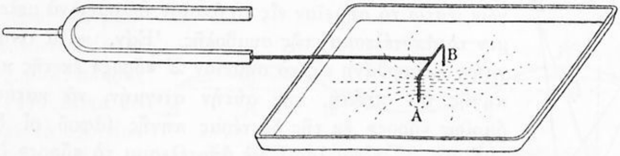
$$\boxed{\frac{\lambda}{T} = v}$$

Ἐπειδὴ ἡ περίοδος εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τῆς συχνότητος $(T=1/\nu)$ ἔχομεν καὶ τὴν σχέσιν

$$\boxed{\lambda \cdot \nu = v} \qquad (1)$$

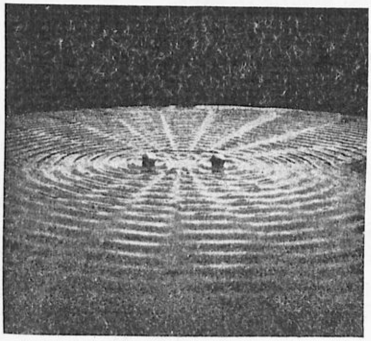
Ἀπὸ τὸν τύπον (1) προκύπτει ὅτι, ἐὰν ἕνα κῦμα, ὡρισμένης συχνότητος, τὸ ὁποῖον διαδίδεται ἐντὸς ἑνὸς μέσου μὲ ταχύτητα v, εἰσέλθῃ ἐντὸς ἄλλου μέσου, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ ταχύτης διαδόσεως εἶναι διάφορος, θὰ μεταβληθῇ τὸ μῆκος κύματος. Τοῦτο ἔχει ὡς ἐπακόλουθον διάφορα φαινόμενα — ἀνάκλασις, διάθλασις κ.λ. — τὰ ὁποῖα θὰ ἐξετάσωμεν εἰς τὰ κεφάλαια τῆς Ἀκουστικῆς καὶ τῆς Ὀπτικῆς.

§ 132. Συμβολὴ κυμάτων. Τὸ σχῆμα *217* παριστᾷ συσκευήν, ἡ ὁποία, διεγειρομένη καταλλήλως, δημιουργεῖ κύματα ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ



Σχ. 217. Τὰ σημεῖα Α καὶ Β εἶναι πηγαὶ κυμάτων.

ὕδατος. Ἐπειδὴ τὸ παλλόμενον στέλεχος ἐμβαπτίζεται ἐντὸς τοῦ ὕδατος εἰς δύο σημεῖα *A*, *B*, δημιουργεῖ δ ύ ο πηγὰς κυμάτων. Εἰς κάθε σημεῖον τῆς ἐπιφανείας καταφθάνουν καὶ τὰ δύο κύματα, ἡ δὲ κίνησις τοῦ ὕδατος θὰ εὑρίσκεται διὰ συνθέσεως τῶν κινήσεων τῶν προερχομένων ἐκ τῶν δύο

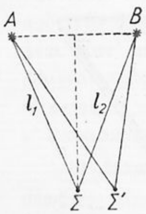


Σχ. 218 καὶ 219. Ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς δύο κυμάτων ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος.

κυμάτων. Τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συνθέσεως δύο τοιούτων κυμάτων (παραχθέντων κατὰ τρόπον ὀλίγον διάφορον τοῦ προηγουμένου) παριστᾷ τὸ σχῆμα *218*. Τμῆμα τῆς ὅλης εἰκόνος ἀποδίδεται, ἐν μεγεθύνσει, εἰς τὸ σχῆμα *219*. Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς ἄλλα σημεῖα ἡ κύμανσις εἶναι πολὺ ἔντονος, ἐνῶ εἰς ἄλλα ἔχει πλήρως καταπαύσει.

Τοιούτου εἴδους φαινόμενα, παραγόμενα κατὰ τὴν συνάντησιν δύο κυμάτων, καλοῦνται ***φαινόμενα συμβολῆς***.

α) ***Συμβολὴ κυμάτων διαφόρων διευθύνσεων.*** Εἰς τὸ περιγραφὲν πείραμα τὰ κύματα, προερχόμενα ἀπὸ δύο ὁμοίας πηγὰς τῆς αὐτῆς συχνότητος, διεδίδοντο ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις καὶ ἔδιδον, κατὰ τὴν συμβολήν, τὴν εἰκόνα τοῦ σχήματος *218*. Διὰ τὴν κατανόησιν τοῦ φαινομένου τούτου μελετῶμεν τὸ σχῆμα *220*: Τὰ σημεῖα *A* καὶ *B* παριστοῦν τὰς δύο πηγὰς τῶν κυμάτων, τὸ δὲ σημεῖον *Σ*, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς ἴσας ἀποστάσεις l_1 καὶ l_2 ἀπὸ τῶν δύο πηγῶν, ἔστω τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον θέλομεν νὰ μελετήσωμεν τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς. Ἐάν, κατά τινα στιγμήν, καταφθάνῃ εἰς τὸ σημεῖον *Σ* «ὄρος» ἐκ τῆς πρώτης πηγῆς θὰ πρέπῃ, τὴν αὐτὴν στιγμήν, νὰ καταφθάνῃ ὁμοίως «ὄρος» ἐκ τῆς δευτέρας πηγῆς (ἀφοῦ οἱ δρόμοι *ΑΣ* καὶ *ΒΣ* εἶναι ἴσοι), μὲ ἀποτέλεσμα τὸ «ὄρος» ἐκεῖ νὰ ἔχῃ διπλάσιον ὕψος. Μετὰ πάροδον χρόνου ἴσου πρὸς $T/2$ θὰ καταφθάσουν εἰς τὸ αὐτὸ σημεῖον *Σ* δύο «κοιλάδες» μὲ ἀποτέλεσμα ἡ «κοιλὰς» ἐκεῖ νὰ ἔχῃ διπλάσιον βάθος.



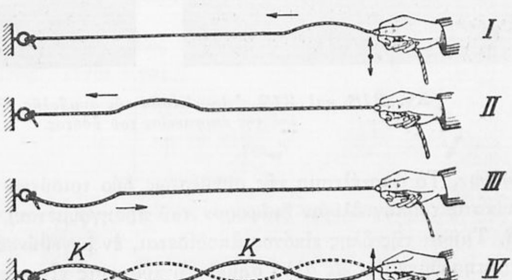
Σχ. 220.

Συμπέρασμα: Εἰς τὸ σημεῖον *Σ*, τὸ ὁποῖον ἀπέχει ἐξ ἴσου ἀπὸ δύο ὁμοίας πηγάς, ἡ συμβολὴ δίδει ἐνίσχυσιν τοῦ κύματος.

Ἂς ἐξετάσωμεν, τώρα, ἄλλο σημεῖον, *Σ′*, διὰ τὸ ὁποῖον οἱ δρόμοι *ΑΣ′* καὶ *ΒΣ′* εἶναι ἄνισοι καί, συγκεκριμένως, διαφέρουν κατὰ $\lambda/2$. Εἶναι προφανὲς ὅτι, κατὰ τὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν, ἐκ τοῦ ἑνὸς κύματος καταφθάνει «κοιλάς», ἐκ τοῦ ἄλλου θὰ καταφθάνῃ «ὄρος» μὲ ἀποτέλεσμα ἀμοιβαίαν ἀναίρεσιν τῶν δύο κυμάτων. Τὸ αὐτὸ συμβαίνει δι᾽ ὅλα τὰ σημεῖα διὰ τὰ ὁποῖα ἡ διαφορὰ τῶν δύο δρόμων εἶναι ἴση πρὸς περιττὸν ἀριθμὸν ἡμιμηκῶν κύματος.

Συμπέρασμα: Ὑπάρχουν σημεῖα εἰς τὰ ὁποῖα ἡ συμβολὴ δύο κυμάτων δίδει πλήρη ἀναίρεσιν αὐτῶν.

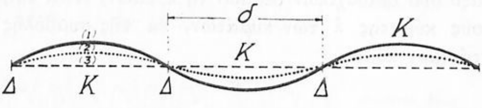
β) ***Συμβολὴ κυμάτων τῆς αὐτῆς διευθύνσεως, ἀλλ᾽ ἀντιθέτου φορᾶς — Στάσιμα κύματα.*** Ἐὰν στερεώσωμεν τὸ ἓν ἄκρον μακροῦ σχοινίου καί, κρατοῦντες τὸ ἄλλο διὰ τῆς χειρός, ὑποβάλλωμεν αὐτὸ εἰς ἐγκαρσίαν ταλάντωσιν βραχείας διαρκείας (*σχ. 221, I*), θὰ δημιουργηθῇ ἕνα κῦμα, τὸ ὁποῖον, ἀφοῦ φθάσῃ εἰς τὸ στερεωμένον ἄκρον (*II*), ἀνακλᾶται καὶ ἐπιστρέφει (*III*). Ἐὰν ἡ κίνησις τῆς χειρὸς ἐπαναλαμβάνεται διαρκῶς καὶ μὲ κατάλληλον συχνότητα, τὸ σχοινίον πάλλεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον (*IV*), ὥστε ὡρισμένα σημεῖα *Δ*, *Δ*... αὐτοῦ νὰ παραμένουν διαρκῶς ἀκίνητα ***(δεσμοί)***,



Σχ. 221. Παραγωγὴ στασίμων κυμάτων εἰς σχοινίον διὰ ταλαντώσεως τῆς χειρός.

ἐνῶ ἄλλα, K, K... νὰ πάλλωνται μὲ μεγάλο πλάτος **(κοιλίαι).**

Διὰ τὴν κατανόησιν τῆς εἰκόνος ταύτης παρακολουθοῦμεν τὴν μορφὴν τοῦ σχοινίου εἰς διαφόρους χρονικὰς στιγμάς: Εἰς ὡρισμένην στιγμὴν τὸ σχοινίον ἔχει τὴν μορφὴν ἡμιτονοειδοῦς καμπύλης (σχ. 222 - πλήρης γραμμὴ *(1)*). Μετά τινα χρόνον τὸ σχοινίον ἐξακολουθεῖ νὰ ἔχῃ τὸ αὐτὸ σχῆμα, ἀλλ' αἱ ἀπομακρύνσεις ὅλων τῶν σημείων τοῦ σχοινίου ἀπὸ τὴν θέσιν τῆς ἰσορροπίας ἔχουν γίνει μικρότεραι *(2)*. Μετά τινα, ἀκόμη, χρόνον (καί, συγκεκριμένως, μετὰ $T/4$) αἱ ἀπομακρύνσεις ὅλων τῶν σημείων γίνονται ἴσαι πρὸς μηδέν *(3)*. Τὸ σχοινίον, δηλ., ἔγινεν εὐθύγραμμον. Ἐν συνεχείᾳ τὸ σχοινίον παραμορφοῦται ἐκ νέου, ἀλλ' ἀντιθέτως, δηλ., κατὰ τοιοῦτον τρόπον, ὥστε ἡ ἀπομάκρυνσις ἑκάστου σημείου τοῦ σχοινίου νὰ ἔχῃ ἀντίθετον ἀλγεβρικὸν σημεῖον τοῦ προηγουμένου. Κατὰ τὴν χρονικὴν στιγμὴν $T/2$ ἡ μορφὴ τοῦ σχοινίου εἶναι τὸ κατοπτρικὸν εἴδωλον τῆς ἀρχικῆς *(1)*.



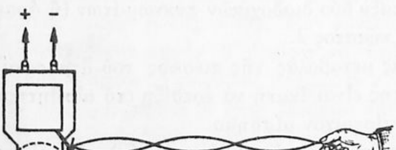
Σχ. 222. *Διαδοχικαὶ μορφαὶ τῆς ταλαντώσεως τοῦ σχοινίου τοῦ σχήματος 221.*

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι, πράγματι, εἰς τοὺς δεσμοὺς Δ, Δ,... τὸ σχοινίον παραμένει διαρκῶς ἀκίνητον, ἐνῶ εἰς τὰς κοιλίας K, K,... τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως λαμβάνει τὴν μεγίστην αὐτοῦ τιμήν.

Τὴν μορφὴν ταύτην τῆς ταλαντώσεως τοῦ νήματος καλοῦμεν ***στάσιμον κῦμα.*** Ἡ ὀνομασία προέρχεται ἐκ τῆς παρατηρήσεως ὅτι εἰς τὸ στάσιμον κῦμα ἔχει, πλέον, ἐκλείψει ἡ ἐντύπωσις τοῦ διαδιδομένου κύματος.

Τὸ στάσιμον κῦμα, λοιπόν, εἶναι τὸ ἀποτέλεσμα τῆς συμβολῆς δύο κυμάτων διαδιδομένων κατ' ἀντιθέτους φορὰς - τοῦ ἑνὸς κύματος προερχομένου ἀπὸ τὴν χεῖρά μας, τοῦ δὲ ἄλλου ἀπὸ τὴν ἀνάκλασιν τοῦ πρώτου εἰς τὸ σημεῖον στερεώσεως.

Στάσιμα κύματα δυνάμεθα νὰ δημιουργήσωμεν, πολὺ εὐχερῶς, διὰ τῆς ἑξῆς συσκευῆς *(σχ.223)*: Εἰς τὸ πλῆκτρον ἠλεκτρικοῦ κώδωνος στερεώνομεν τὸ ἓν ἄκρον νήματος, ἐνῶ τὸ ἄλλο κρατοῦμεν διὰ τῆς χειρός μας. Ἐὰν τροφοδοτήσωμεν τὸν κώδωνα δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος, τὸ πλῆκτρον πάλλεται καὶ δημιουργεῖ εἰς τὸ νῆμα ἕνα κῦμα. Τὸ κῦμα τοῦτο ἀνακλᾶται εἰς τὴν χεῖρά μας καί, ἐπιστρέφον, συμβάλλει μὲ τὸ πρῶτον, σχηματιζομένου, οὕτω, στασίμου κύματος μὲ λίαν ἐμφανεῖς τοὺς δεσμοὺς καὶ τὰς κοιλίας. Μεταβάλλοντες τὴν



Σχ. 223. *Παραγωγὴ στασίμων κυμάτων εἰς σχοινίον δι' ἠλεκτρικοῦ κώδωνος. (Ἀπὸ τὴν συσκευὴν ἔχει ἀφαιρεθῇ ὁ κώδων).*

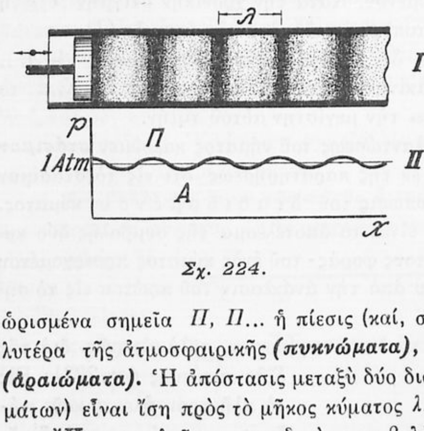
τάσιν τοῦ νήματος διὰ τῆς χειρός μας, ἐπιτυγχάνομεν ὀλιγωτέρους ἢ περισσοτέρους δεσμοὺς καὶ κοιλίας.

Ἡ θεωρητικὴ διερεύνησις δεικνύει ὅτι ἡ ἀπόστασις δ *(σχ. 222)* μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν (ἢ κοιλιῶν) εἶναι ἴση πρὸς τὸ ἥμισυ τοῦ μήκους κύματος λ τῶν κυμάτων, ἐκ τῆς συμβολῆς τῶν ὁποίων προῆλθε τὸ στάσιμον κῦμα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΕ'

ΑΚΟΥΣΤΙΚΗ

§ 133. Γενικὰ περὶ ἤχων. Θεωρήσωμεν σωλῆνα μεγάλου μήκους *(σχ. 224, I)*, ὁ ὁποῖος εἰς τὸ ἓν ἄκρον του (ἀριστερὰ) κλείεται δι' ἐμβόλου ἐκτελοῦντος παλινδρομικὴν κίνησιν. Τὸ ἔμβολον συμπιέζει τὸν ἀέρα περιοδικῶς, δημιουργοῦν, οὕτω, πυκνώματα καὶ ἀραιώματα, τὰ ὁποῖα διαδίδονται πρὸς τὰ δεξιὰ ὑπὸ μορφὴν διαμήκους κύματος. Τὸ σχῆμα *224, II* δίδει τὴν πίεσιν p τοῦ ἀέρος εἰς τὰ διάφορα σημεῖα τοῦ σωλῆνος. Παρατηροῦμεν ὅτι, εἰς ὡρισμένα σημεῖα *Π, Π...* ἡ πίεσις (καί, συνεπῶς, ἡ πυκνότης) εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ἀτμοσφαιρικῆς ***(πυκνώματα)***, ἐνῶ εἰς ἄλλα *Α, Α...* μικροτέρα ***(ἀραιώματα)***. Ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν πυκνωμάτων (ἢ ἀραιωμάτων) εἶναι ἴση πρὸς τὸ μῆκος κύματος λ.



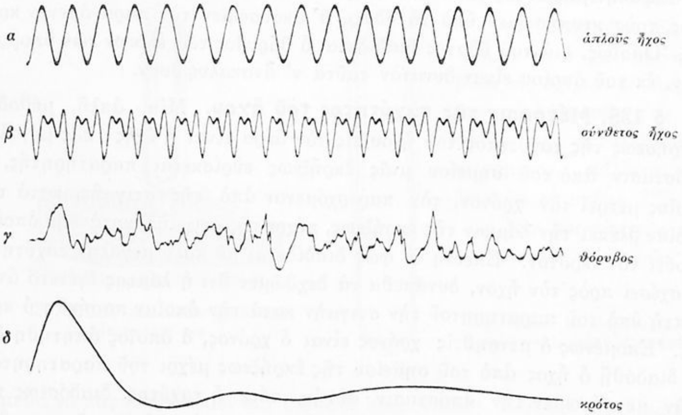
Σχ. 224.

Ἤχους καλοῦμεν περιοδικὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος, τῶν ὁποίων ἡ συχνότης εἶναι ἱκανὴ νὰ ἐρεθίζῃ τὸ αἰσθητήριον τῆς ἀκοῆς καὶ νὰ προκαλῇ τὸ ἀντίστοιχον αἴσθημα.

Τοὺς ἤχους διακρίνομεν εἰς ἁπλοὺς καὶ συνθέτους. Καὶ εἰς μὲν τὸν ***ἁπλοῦν ἦχον*** ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος μεταβάλλεται ἡμιτονοειδῶς μετὰ τοῦ χρόνου *(σχ. 225, α)*, ἐνῶ εἰς τὸν ***σύνθετον ἦχον*** *(β)* ἡ πίεσις μεταβάλλεται μὲν περιοδικῶς, ὄχι, ὅμως, ἡμιτονοειδῶς.

Οἱ ἦχοι παράγονται πάντοτε ἀπὸ παλλόμενα σώματα. Οὕτω, ἐὰν κτυπήσωμεν ἕνα κώδωνα ἢ διεγείρωμεν τὴν χορδὴν ἑνὸς βιολίου, τὰ σώματα ταῦτα (κώδων, χορδὴ) τίθενται εἰς ταλάντωσιν καὶ παράγουν ἤχους.

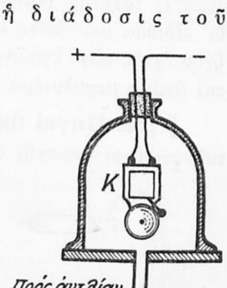
Ἁπλοῖ ἦχοι παράγονται εἰς σπανίας περιπτώσεις (π.χ., διὰ *διαπασῶν*, βλ. κατωτέρω), ἐνῶ αἱ περισσότεραι ἠχητικαὶ πηγαὶ (ᾄδων ἄνθρωπος, ἔγχορδα ὄργανα κ.λ.) παράγουν συνθέτους ἤχους.



Σχ. 225. Μεταβολὴ τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος συναρτήσει τοῦ χρόνου εἰς τοὺς ἤχους.

Εἰς τοὺς ἤχους δυνάμεθα νὰ κατατάξωμεν τοὺς θορύβους καὶ τοὺς κρότους. Εἰς τὸν ***θόρυβον*** ἡ πίεσις μεταβάλλεται μέν, ἀλλ' ὄχι περιοδικῶς *(γ)*, ἐνῶ ὁ ***κρότος*** προέρχεται ἀπὸ ἀπότομον μεταβολὴν τῆς πιέσεως βραχείας διαρκείας *(δ)*. Κρότος, π.χ., παράγεται κατά τινα ἔκρηξιν, ἐνῶ θόρυβος κατὰ τὴν συγκέντρωσιν πολλῶν ἀνθρώπων.

§ 134. Διάδοσις τοῦ ἤχου. Διὰ νὰ διαδοθῇ ὁ ἦχος εἶναι ἀπαραίτητος ἡ παρουσία ὕλης. Διὰ τοῦ κενοῦ, δηλ., ἡ διάδοσις τοῦ ἤχου εἶναι ἀδύνατος. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐντὸς τοῦ κώδωνος ἀεραντλίας στερεοῦται, καταλλήλως, ὁ ἠλεκτρικὸς κώδων *K (σχ. 226)*. Ἐὰν συνδεθῇ οὗτος μὲ ἠλεκτρικὴν πηγὴν θ' ἀρχίσῃ νὰ ἠχῇ καὶ θ' ἀκούωμεν ἦχον. Ἀκολούθως ἀρχίζομεν ν' ἀφαιροῦμεν τὸ ἀέρα, ὁπότε ὁ ἦχος ἀκούεται ἐπὶ μᾶλλον καὶ μᾶλλον ἀσθενέστερος, διὰ νὰ παύσῃ, τελικῶς, ν' ἀκούεται, ὅταν ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἰς τὸν κώδωνα ἐλαττωθῇ πολύ. Ἐάν, τώρα, εἰσαγάγωμεν, ὀλίγον κατ' ὀλίγον, ἀέρα ἐντὸς τοῦ κώδωνος, ὁ ἦχος ἀρχίζει ν' ἀκούεται ἐκ νέου.



Σχ. 226. Ὅταν ἀφαιρεθῇ ὁ ἀὴρ ὁ ἦχος δὲν ἀκούεται πλέον.

Ἐκτὸς τῶν ἀερίων ὁ ἦχος διαδίδεται καὶ διὰ τῶν στερεῶν. Οὕτω, ἐὰν εἰς τὸ ἓν ἄκρον ξυλίνης σανίδος τοποθετήσωμεν ὡρολόγιον τσέπης ἢ ἐγερτήριον ὡρολόγιον (κ. ξυπνητῆρι) καὶ εἰς τὸ ἄλλο ἐφαρμόσωμεν τὸ οὖς, θ' ἀκούσωμεν πολὺ εὐκρινῶς τοὺς κτύπους τοῦ ὡρολογίου. Ἐπίσης ὁ ἦχος διαδίδεται καὶ διὰ τῶν ὑγρῶν. Οὕτω, ἐὰν βυθίσωμεν τὴν κεφαλήν μας ἐντὸς ὕδατος καί, κρατοῦντες διὰ τῶν χειρῶν μας δύο λίθους, τοὺς κτυπήσωμεν ὑπὸ τὸ ὕδωρ, θ' ἀκούσωμεν τὸν παραγόμενον κρότον. Ὁμοίως, διὰ τοῦ ὕδατος διαδίδεται ὁ θόρυβος τῶν ἑλίκων τῶν ὑποβρυχίων, ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι δυνατὸν ταῦτα ν' ἀνακαλυφθοῦν.

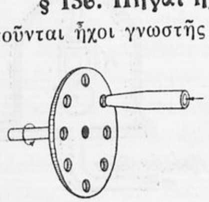
§ 135. Μέτρησις τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου. Μία, ἁπλῆ, μέθοδος μετρήσεως τῆς ταχύτητος τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι ἡ ἑξῆς: Εἰς μεγάλην ἀπόστασιν ἀπὸ τοῦ σημείου μιᾶς ἐκρήξεως εὑρίσκεται παρατηρητής, ὁ ὁποῖος μετρεῖ τὸν χρόνον, τὸν παρερχόμενον ἀπὸ τῆς στιγμῆς, κατὰ τὴν ὁποίαν βλέπει τὴν λάμψιν τῆς ἐκρήξεως, μέχρι τῆς στιγμῆς, κατὰ τὴν ὁποίαν ἀκούει τὸν κρότον. Ἐπειδὴ τὸ φῶς διαδίδεται μὲ πολὺ μεγάλην ταχύτητα, ἐν σχέσει πρὸς τὸν ἦχον, δυνάμεθα νὰ δεχθῶμεν ὅτι ἡ λάμψις ἐγένετο ἀντιληπτὴ ὑπὸ τοῦ παρατηρητοῦ τὴν στιγμὴν κατὰ τὴν ὁποίαν παρήχθη ὁ κρότος. Ἑπομένως ὁ μετρηθεὶς χρόνος εἶναι ὁ χρόνος, ὁ ὁποῖος ἀπητήθη διὰ νὰ διαδοθῇ ὁ ἦχος ἀπὸ τοῦ σημείου τῆς ἐκρήξεως μέχρι τοῦ παρατηρητοῦ. Ἐὰν μετρήσωμεν τὴν ἀπόστασιν αὐτήν, τότε ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου προκύπτει ὡς τὸ πηλίκον τῆς ἀποστάσεως ταύτης διὰ τοῦ μετρηθέντος χρόνου.

Ἐκ τοιούτων μετρήσεων εὑρίσκεται ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα εἶναι, περίπου, ἴση πρὸς *340 m/sec*.

Ἀντιστρόφως, ἐὰν γνωρίζωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ ἤχου εἰς τὸν ἀέρα, δυνάμεθα νὰ εὕρωμεν τὴν ἀπόστασιν ἀπὸ τὸ σημεῖον εἰς τὸ ὁποῖον ἔπεσε κεραυνός, ἐὰν μετρήσωμεν τὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος παρῆλθεν ἀπὸ τὴν στιγμήν, κατὰ τὴν ὁποίαν εἴδομεν τὴν λάμψιν, μέχρις ὅτου ἀκούσωμεν τὴν βροντήν.

Ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐντὸς ὑγρῶν καὶ στερεῶν εὑρίσκεται δι' εἰδικῶν μεθόδων. Ἐκ τοιούτων μετρήσεων προκύπτει ὅτι ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τῶν ὑγρῶν εἶναι μεγαλυτέρα τῆς ταχύτητος ἐντὸς τῶν ἀερίων καὶ ἀκόμη μεγαλυτέρα ἐντὸς τῶν στερεῶν (*).

§ 136. Πηγαὶ ἤχων. Συνήθως εἰς τὰ ἐπιστημονικὰ ἐργαστήρια ἀπαιτοῦνται ἦχοι γνωστῆς συχνότητος. Πρὸς παραγωγὴν τοιούτων ἤχων χρησιμοποιοῦμεν διάφορα ὄργανα, ἐκ τῶν ὁποίων τὰ κυριώτερα περιγράφομεν κατωτέρω.

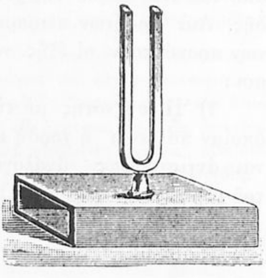


Σχ. 227. Σειρήν.

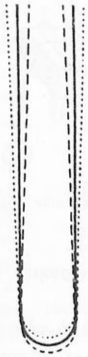
α) ***Σειρήν.*** Εἶναι ὄργανον διὰ τοῦ ὁποίου δυνάμεθα νὰ παραγάγωμεν ἤχους διαφόρων συχνοτήτων, διακόπτοντες καὶ ἀποκαθιστῶντες, περιοδικῶς, ρεῦμα ἀέρος. Ἡ ἁπλουστάτη σειρὴν ἀποτελεῖται ἀπὸ δίσκον, ὁ ὁποῖος φέρει ὀπὰς εἰς ἴσας ἀποστάσεις *(σχ. 227)*. Ἂν περιστρέψωμεν τὸν δίσκον ὁμαλῶς καὶ διαβιβάσωμεν

(*) Π. χ. ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἰς τὸ ὕδωρ εἶναι περίπου, *1500 m/sec*, ἐνῶ εἰς τὸν χάλυβα *5000 m/sec*.

ρεῦμα ἀέρος διὰ τοῦ ἀκροφυσίου, θὰ παραχθῇ ἦχος, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης θὰ εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν ὀπῶν καὶ ἀνάλογος τῆς συχνότητος περιστροφῆς τοῦ δίσκου.



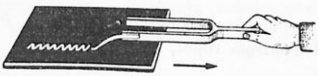
Σχ. 228. Διαπασῶν μετὰ τοῦ ἀντηχείου του.



Σχ. 229. Διαδοχικαὶ μορφαὶ τοῦ παλλομένου διαπασῶν.

β) ***Διαπασῶν.*** Ἐὰν κάμψωμεν μίαν χαλυβδίνην ράβδον εἰς σχῆμα U λαμβάνομεν τὸ διαπασῶν *(σχ. 228)*, τὸ ὁποῖον, καταλλήλως διεγειρόμενον, πάλλεται ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα *229*.

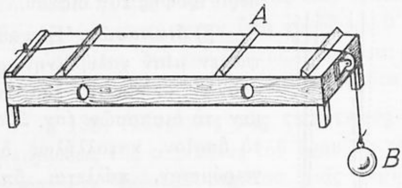
Τὴν μορφὴν τῆς ταλαντώσεως τοῦ διαπασῶν δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐπικολλῶμεν, διὰ κηροῦ, ἐπὶ τοῦ ἑνὸς σκέλους, λεπτὸν ἔλασμα καταλῆγον εἰς ὀξὺ ἄκρον καί, ἀφοῦ διεγείρομεν τὸ διαπασῶν, σύρομεν αὐτὸ ταχέως κατὰ μῆκος αἰθαλωμένης ὑαλίνης πλακός *(σχ. 230)*. Ἡ ἀκὶς θὰ γράψῃ μίαν ἡμιτονοειδῆ καμπύλην, ἀπόδειξις ὅτι ἡ ταλάντωσις τοῦ διαπασῶν εἶναι ἡμιτονοειδής. Εἶναι προφανὲς ὅτι, ὁ ὑπὸ τοῦ διαπασῶν παραγόμενος ἦχος, θὰ εἶναι ἁπλοῦς. Εἰς τὰ διαπασῶν, τὰ χρησιμοποιούμενα διὰ μετρήσεις, ἡ συχνότης εἶναι ἀναγεγραμμένη ἐπ' αὐτῶν. Ἐπειδὴ ὁ ὑπὸ τῶν διαπασῶν ἐκπεμπόμενος ἦχος εἶναι ἀσθενής, προσαρμόζονται ταῦτα ἐπὶ καταλλήλων ξυλίνων κιβωτίων, ἀνοικτῶν κατὰ τὸ ἕνα μέρος *(ἀντηχείων - σχ. 228)*, ὁπότε ὁ ἐκπεμπόμενος ἦχος εἶναι ἰσχυρότερος.



Σχ. 230. Πείραμα διὰ τὴν ἐπίδειξιν τῆς μορφῆς τῆς ταλαντώσεως τοῦ διαπασῶν.

γ) ***Μεγάφωνον.*** Πηγὴν ἤχων ἀποτελεῖ καὶ τὸ *μεγάφωνον*, τὸ ὁποῖον συναντῶμεν εἰς κάθε ραδιόφωνον. Ἐὰν τροφοδοτήσωμεν ἕνα μεγάφωνον μὲ *ἐναλλασσόμενον ρεῦμα*, γνωστῆς συχνότητος, θὰ παραχθῇ ἦχος τῆς αὐτῆς, ἀκριβῶς, συχνότητος.

δ) ***Χορδαί.*** Αὗται κατασκευάζονται εἴτε ἐξ ἐντέρων, εἴτε ἐκ μετάλλου καὶ στερεώνονται εἰς τὰ δύο ἄκρα των, διὰ καταλλήλου δὲ κλειδίου εἶναι δυνατὸν νὰ μεταβληθῇ ἡ δύναμις μὲ τὴν ὁποίαν τείνονται. Ἐὰν διεγείρωμεν μίαν τοιαύτην χορδὴν ἕλκοντες αὐτὴν καθέτως πρὸς τὴν διεύθυνσίν της, αὕτη θ' ἀρχίσῃ νὰ πάλλεται, ὁπότε σχηματίζονται στάσιμα κύματα, ὅπως, ἀκριβῶς, εἰς τὸ νῆμα τοῦ σχήματος *221*. Διὰ νὰ μελετήσωμεν τοὺς νόμους τῶν χορδῶν στηρίζομεν αὐτὰς ἐπὶ καταλλήλου ξυλίνου κυβωτίου *(σχ. 231)*, οὕτως ὥστε νὰ δυνάμεθα νὰ μεταβάλλωμεν τὸ παλλόμενον μῆκος (διὰ μετακινήσεως τῆς ἀκμῆς A) ἢ νὰ μεταβάλλωμεν τὴν τείνουσαν δύναμιν, δι' ἐξαρτήσεως διαφόρων βαρῶν B ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου τῆς χορδῆς. Διὰ τοιούτων πειραμάτων προκύπτουν οἱ ἑξῆς νόμοι:



Σχ. 231. Συσκευὴ διὰ τὴν μελέτην τῶν νόμων τῶν χορδῶν.

1) Ἡ συχνότης μὲ τὴν ὁποίαν πάλλεται ἡ χορδὴ εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους τῆς χορδῆς. Οὕτω ἐάν, διατηροῦντες τὴν τείνουσαν δύναμιν σταθεράν, ἐλαττώσωμεν τὸ μῆκος εἰς τὸ ἥμισυ, ἡ συχνότης θὰ διπλασιασθῇ.

2) Ἡ συχνότης ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν τείνουσαν δύναμιν. Οὕτω ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ τείνουσα δύναμις, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι καὶ ἡ συχνότης.

3) Ἡ συχνότης ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν διάμετρον τῆς χορδῆς. Ὅσον μικροτέρα εἶναι ἡ διάμετρος, τόσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ συχνότης.

4) Ἡ συχνότης, τέλος, ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὸ ὑλικὸν τῆς χορδῆς.

Ὁ τύπος, ὁ ὁποῖος προκύπτει θεωρητικῶς καὶ ἀπὸ τὸν ὁποῖον ἐξάγονται ὅλοι οἱ ἀνωτέρω νόμοι, εἶναι ὁ ἑξῆς:

$$\nu = \frac{1}{\delta \cdot l}\sqrt{\frac{F}{\pi \cdot \varrho}} \qquad (1)$$

ἔνθα ν εἶναι ἡ συχνότης, δ ἡ διάμετρος τῆς χορδῆς, l τὸ μῆκος αὐτῆς, F ἡ τείνουσα δύναμις καὶ ϱ ἡ πυκνότης.

Συνήθως εἰς τὰς χορδάς, ἀντὶ νὰ μετρήσωμεν τὴν πυκνότητα καὶ τὴν ἀκτῖνα, μετροῦμεν τὴν «*μᾶζαν ἀνὰ μονάδα μήκους*» m_l. Ἐὰν m εἶναι ἡ μᾶζα μιᾶς χορδῆς, μήκους l, θὰ ἔχωμεν $m_l = m/l$. Ἀλλὰ ἡ μᾶζα δύναται νὰ ἐκφρασθῇ ὡς γινόμενον τοῦ ὄγκου V ἐπὶ τὴν πυκνότητα ϱ. Ἤτοι

$$m = V \cdot \varrho = \pi r^2 \cdot l \cdot \varrho = \frac{\pi \delta^2}{4} \cdot l \cdot \varrho$$

ὁπότε ἔχομεν

$$m_l = \frac{m}{l} = \frac{\pi \delta^2}{4} \cdot \varrho$$

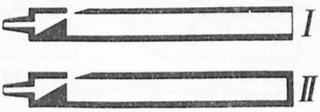
Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (1), ἀντὶ τοῦ ϱ τὸ ἴσον του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἐκ τοῦ ἄνω τύπου, ἔχομεν καὶ τὸν τύπον

$$\nu = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{F}{m_l}} \qquad (2)$$

ε) ***Ἠχητικοὶ σωλῆνες.*** Οὗτοι εἶναι σωλῆνες κυλινδρικοὶ ἢ πρισματικοὶ ἐφωδιασμένοι μὲ κατάλληλον διάταξιν, διὰ τῆς ὁποίας ἡ ἐντὸς αὐτῶν περιεχομένη στήλη ἀέρος διεγείρεται εἰς ταλάντωσιν, σχηματιζομένων οὕτω, στασίμων κυμάτων. Ἡ συχνότης τῶν ἤχων τῶν ἐκπεμπομένων ὑπὸ τῶν ἠχητικῶν σωλήνων ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ μῆκος τῶν σωλήνων καί, συγκεκριμένως, εἶναι ἀντιστρόφως ἀνάλογος πρὸς αὐτό.

Ἐπὶ τῆς ἀρχῆς τῆς λειτουργίας τῶν ἠχητικῶν σωλήνων στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν *σφυρικτρῶν*.

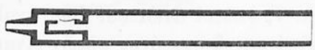
Οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες διακρίνονται εἰς ***ἀνοικτοὺς*** *(σχ. 232, I)* καὶ ***κλειστοὺς*** *(II)* ἀναλόγως τοῦ ἐὰν συγκοινωνοῦν μὲ τὰ δύο ἢ μὲ τὸ ἓν ἄκρον των μὲ τὴν ἀτμόσφαιραν.



Σχ. 232. Ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλὴν (I) καὶ κλειστὸς (II). (Διέγερσις διὰ στομίου καὶ χείλους).

Οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες διεγείρονται, συνήθως, κατὰ δύο τρόπους, εἴτε διὰ στομίου καὶ χείλους, εἴτε διὰ γλωσσίδος. Εἰς τὴν διέγερσιν διὰ *στομίου καὶ χείλους (σχ. 232)* τὸ ρεῦμα τοῦ ἀέρος, προσκροῦον ἐπὶ τοῦ χείλους, δημιουργεῖ στροβίλους, παραγομένης, οὕτω, πολυπλόκου διαταραχῆς τοῦ ἀέρος (συριγμός). Ἐξ ὅλων τῶν συχνοτήτων, τὰς ὁποίας περιέχει ὁ συριγμὸς οὗτος, ἐνισχύονται μόνον ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι δύνανται νὰ δημιουργήσουν στάσιμα κύματα ἐντὸς τοῦ σωλῆνος.

Ἡ *γλωσσὶς (σχ. 233)*, στερεωμένη κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, τίθεται διὰ τοῦ ρεύματος τοῦ ἀέρος εἰς ταλάντωσιν, συχνότητος ἴσης πρὸς τὴν ἰδιοσυχνότητα αὐτῆς. Ὅταν, ὅμως, συνδέεται μὲ ἠχητικὸν σωλῆνα, αἱ ταλαντώσεις της ἐπηρεάζονται ἀπὸ τὰς ταλαντώσεις τοῦ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀέρος καὶ ἡ γλωσσὶς ταλαντοῦται μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα, κυρίως, τῆς ἀερίου στήλης.



Σχ. 233. Ἠχητικὸς σωλὴν μὲ γλωσσίδα.

Ὅταν διεγείρεται ἕνας κ λ ε ι σ τ ὸ ς ἠχητικὸς σωλὴν παράγονται κύματα, τὰ ὁποῖα, διαδιδόμενα κατὰ μῆκος τοῦ σωλῆνος, ἀνακλῶνται εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον καί, ἐπιστρέφοντα, συμβάλλουν μὲ τὰ ἀρχικά, δημιουργουμένων, οὕτω, στασίμων κυμάτων. Καὶ εἰς μὲν τὸ κλειστὸν ἄκρον σχηματίζεται *δεσμὸς τῆς κινήσεως* — δηλ. ἐκεῖ ὁ ἀὴρ διαρκῶς ἀκινητεῖ—ἐνῶ εἰς τὸ ἀνοικτὸν σχηματίζεται *κοιλία τῆς κινήσεως* - ἐκεῖ δηλ. ὁ ἀὴρ πάλλεται μὲ μεγάλο πλάτος. Παρατηροῦμεν ὅτι ἡ ἀπόστασις μεταξὺ μιᾶς κοιλίας καὶ τοῦ ἑπομένου δεσμοῦ (δηλ. τὸ $\lambda/4$) εἶναι ἴση πρὸς τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος, ἐξηγουμένου, οὕτω, τοῦ φαινομένου ὅτι ἡ συχνότης ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος.

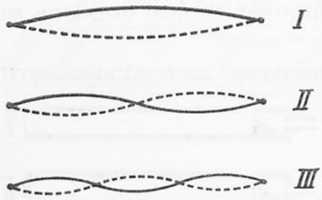
Καὶ εἰς τοὺς ἀ ν ο ι κ τ ο ὺ ς ἠχητικοὺς σωλῆνας σχηματίζονται στάσιμα κύματα, ἀλλὰ μὲ κοιλίας κινήσεως καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα, ἐνῶ δεσμὸς παρουσιάζεται εἰς τὸ μέσον τοῦ σωλῆνος. Ἑπομένως ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν κοιλιῶν (δηλ. τὸ $\lambda/2$) θὰ εἶναι ἴση πρὸς τὸ μῆκος τοῦ σωλῆνος.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι ὁ ἀνοικτὸς ἠχητικὸς σωλὴν παράγει ἦχον τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης εἶναι διπλασία τῆς συχνότητος τοῦ ἤχου, τὸν ὁποῖον παράγει κλειστὸς ἠχητικὸς σωλὴν τοῦ αὐτοῦ μήκους.

§ 137. Σύνθετοι ἦχοι.

Εἰς τὸ πείραμα τοῦ σχήματος *221* ἐκινήσαμεν τὸ ἄκρον τοῦ σχοινίου μὲ τοιαύτην συχνότητα ὥστε νὰ σχηματισθοῦν τέσσαρες κοιλίαι. Ἐλαττοῦντες τὴν συχνότητα δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν τὸν σχηματισμὸν ὀλιγωτέρων κοιλιῶν ἢ καὶ μιᾶς μόνον.

Τὸ αὐτὸ φαινόμενον παρατηρεῖται καὶ κατὰ τὴν ταλάντωσιν τῶν χορδῶν. Οὕτω μία χορδὴ δύναται νὰ ταλαντοῦται κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ σχηματίζεται μία μόνον κοιλία *(σχ. 234, I)*, ἔστω δὲ ν ἡ συχνότης ταλαντώσεως τῆς χορδῆς. Ἐὰν ἡ ταλάντωσις εἶναι τοιαύτη ὥστε νὰ σχηματισθοῦν δύο κοιλίαι *(II)*, ἡ συχνότης τῆς χορδῆς εὑρίσκεται διπλασία, διότι τότε τόσον ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο δεσμῶν, ὅσον καὶ τὸ μῆκος κύματος ἐλαττοῦνται εἰς τὸ ἥμισυ τῶν ἀρχικῶν. Ὁμοίως ἡ χορδὴ δύναται νὰ ταλαντοῦται μὲ τριπλασίαν, τετραπλασίαν συχνότητα κ.λ.

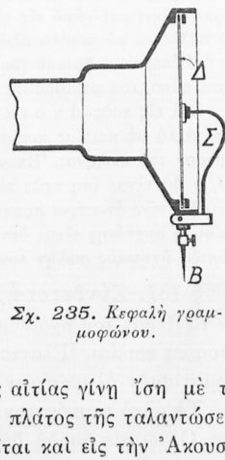


Σχ. 234. Διάφοροι μορφαὶ μιᾶς παλλομένης χορδῆς.

Ὅταν, ὅμως, ἡ διέγερσις γίνεται διὰ τοῦ *τόξου* — ὅπως, π.χ., εἰς τὰ ἔγχορδα ὄργανα — ἡ ταλάντωσις λαμβάνει πολύπλοκον μορφήν, ἡ ὁποία, ὅπως ἀποδεικνύεται, ἰσοδυναμεῖ μὲ τὴν συνισταμένην τῶν ταλαντώσεων *I, II, III...* Εἶναι προφανὲς ὅτι, χορδή, διεγειρομένη κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον, δὲν θὰ παράγῃ ἁπλοῦν ἦχον (δηλαδὴ ἦχον μιᾶς, μόνον, συχνότητος) ἀλλὰ σ ύ ν θ ε τ ο ν, ἀποτελούμενον ἀπὸ τὸν ***θεμελιώδη** (I)* καὶ τοὺς ***ἀνωτέρους ἁρμονικοὺς** (II, III...)*. Ἐξ αὐτῶν ὁ θεμελιώδης ἔχει τὴν μικροτέραν συχνότητα ν, ἐνῶ οἱ ἀνώτεροι ἁρμονικοὶ ἔχουν μεγαλυτέρας συχνότητας καί, συγκεκριμένως, ἡ συχνότης αὐτῶν εἶναι ἀκέραιον πολλαπλάσιον τῆς συχνότητος τοῦ θεμελιώδους (εἶναι, δηλ., ἴση πρὸς 2ν, 3ν, 4ν...).

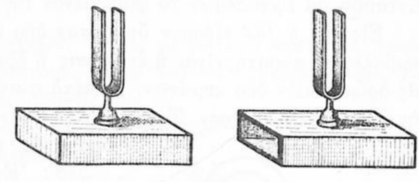
Συνθέτους ἤχους παράγουν, ἐκτὸς τῶν χορδῶν, καὶ ἄλλα ὄργανα, ὅπως οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες, αἱ σειρῆνες κ.λ.

§ 138. Γραμμόφωνον. Κύριον μέρος τοῦ γραμμοφώνου εἶναι τὸ διάφραγμα Δ *(σχ. 235)*, τὸ ὁποῖον ἀποτελεῖται ἐκ μαρμαρυγίου (κ. μίκα) καὶ συγκρατεῖται μεταξὺ τεμαχίων ἐξ ἐλαστικοῦ (κ. καουτσούκ). Εἰς τὸ κέντρον τοῦ διαφράγματος στερεοῦται τὸ στέλεχος Σ, τὸ ὁποῖον εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον του φέρει τὴν βελόνην B. Ὅταν ἡ βελόνη ἔλθῃ εἰς ἐπαφὴν μὲ τὸν περιστρεφόμενον δίσκον τοῦ γραμμοφώνου ἀρχίζει νὰ ταλαντοῦται, λόγῳ τῶν ἀνωμαλιῶν, αἱ ὁποῖαι ἔχουν χαραχθῆ ἐπὶ τοῦ δίσκου. Αἱ ταλαντώσεις αὗται τῆς βελόνης μεταδίδονται, διὰ τοῦ στελέχους, εἰς τὸ διάφραγμα, τὸ ὁποῖον πάλλεται καὶ δημιουργεῖ περιοδικὰς μεταβολὰς τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος, ἀναπαραγομένων, οὕτω, τῶν ἤχων, οἱ ὁποῖοι ἔχουν ἐγγραφῆ ἐπὶ τοῦ δίσκου.



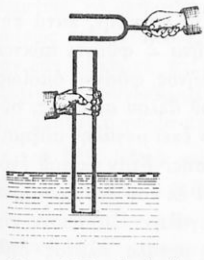
Σχ. 235. Κεφαλὴ γραμμοφώνου.

§ 139. Συντονισμός. Εἰς τὴν *§ 78* εἴδομεν ὅτι, ὅταν ἕνα σύστημα ἐκτελῇ ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν, ἡ συχνότης δὲ τῆς ἐξωτερικῆς αἰτίας γίνῃ ἴση μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τοῦ συστήματος ***(συντονισμός)***, τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως γίνεται μέγιστον. Τὸ φαινόμενον τοῦτο παρατηρεῖται καὶ εἰς τὴν Ἀκουστικήν, δεικνύεται δὲ διὰ τῶν ἑξῆς πειραμάτων: Λαμβάνομεν δύο ὅ μ ο ι α διαπασῶν *(σχ. 236)* καί, ἀφοῦ διεγείρωμεν τὸ ἕνα, κτυπῶντες αὐτὸ ἐλαφρῶς διὰ σφυρίου, τὸ πλησιάζομεν εἰς τὸ ἄλλο. Τὸ δεύτερον διαπασῶν, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ ἤχου τοῦ προερχομένου ἐκ τοῦ πρώτου, τίθεται εἰς ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν μεγάλου πλάτους, ἀφοῦ τὰ δύο πάλλονται ἐν συντονισμῷ. Τοῦτο ἀντιλαμβανόμεθα ἐὰν πλησιάσωμεν εἰς τὸ οὖς τὸ δεύτερον διαπασῶν, ἀφοῦ, διὰ τοῦ δακτύλου μας, σταματήσωμεν τὸ πρῶτον.



Σχ. 236. *Πείραμα διὰ τὴν ἐπίδειξιν τοῦ συντονισμοῦ.*

Διὰ νὰ δείξωμεν ὅτι, κατὰ τὸν συντονισμόν, τὸ πλάτος τῆς ἐξηναγκασμένης ταλαντώσεως γίνεται μέγιστον, ἐκτελοῦμεν τὸ ἑξῆς πείραμα: Κρατοῦντες διὰ τῆς μιᾶς χειρός μας σωλῆνα ἀνοικτὸν καὶ εἰς τὰ δύο ἄκρα, βυθίζομεν αὐτὸν ἐντὸς δοχείου *(σχ. 237)*, περιέχοντος ἀρκετὸν ὕδωρ (π.χ. ἐντὸς δοχείου πετρελαίου πλήρους ὕδατος). Ἀκολούθως πλησιάζομεν εἰς τὸ ἄνω ἄκρον παλλόμενον διαπασῶν καί, ἀναβιβάζοντες ἢ καταβιβάζοντες τὸν σωλῆνα ἐντὸς τοῦ ὕδατος, θὰ εὕρωμεν μίαν θέσιν εἰς τὴν ὁποίαν ὁ ἦχος ἀκούεται ἐντονώτατος. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν τὸ ὕψος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος, τοῦ περιεχομένου εἰς τὸν σωλῆνα, εἶναι τοιοῦτο, ὥστε ἡ στήλη αὕτη νὰ πάλλεται ἐν συντονισμῷ μὲ τὸ διαπασῶν.



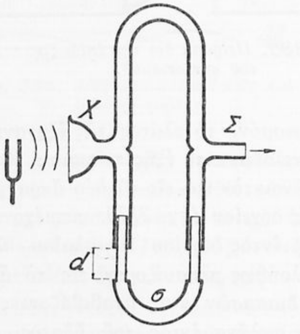
Σχ. 237. *Κατὰ τὸν συντονισμὸν ἀκούομεν ἔντονον ἦχον.*

Εἰς τὸ φαινόμενον τοῦτο, ἀκριβῶς, στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν ***ἀντηχείων,*** τὰ ὁποῖα εἶναι κοιλότητες, καταλλήλων διαστάσεων, πλήρεις ἀέρος, χρησιμεύουσαι εἰς τὴν καλὴν ἐκπομπὴν τῶν ἤχων. Οὕτω, ἕνα παλλόμενον διαπασῶν, κρατούμενον διὰ τῆς χειρός, ἐκπέμπει ἀσθενῆ ἦχον. Ἐάν, ὅμως, στερεώσωμεν αὐτὸ ἐπὶ καταλλήλου ἀντηχείου *(σχ. 236)*, ἀκούεται ἔντονος ἦχος. Ὁμοίως διὰ νὰ ἐκπέμπῃ ἔντονον ἦχον ἡ χορδὴ τοῦ σχήματος *231* στηρίζεται ἐπὶ καταλλήλου ξυλίνου κιβωτίου. Μὲ ἀντηχεῖα εἶναι, ἐπίσης, ἐφωδιασμένα τὰ ἔγχορδα μουσικὰ ὄργανα (βιολί, κιθάρα κ.λ.). Εἰς ταῦτα δίδεται τοιοῦτο σχῆμα ὥστε νὰ λειτουργοῦν μὲ ὅλας τὰς συχνότητας, δεδομένου ὅτι πρέπει νὰ ἀκούωνται ὅλαι αἱ συχνότητες, τὰς ὁποίας παράγουν αἱ χορδαί.

Ἀντηχεῖα εἶναι καὶ οἱ ἠχητικοὶ σωλῆνες, οἱ ὁποῖοι, ἐκ τοῦ συνόλου τῶν συχνοτήτων τῶν παραγομένων εἰς τὸ χεῖλος ὑπὸ τοῦ ρεύματος τοῦ ἀέρος, ἐνισχύουν ἦχον μιᾶς μόνον συχνότητος - ἐκεῖνον, ἀκριβῶς, τοῦ ὁποίου ἡ συχνότης συμπίπτει μὲ τὴν ἰδιοσυχνότητα τῆς στήλης τοῦ ἀέρος τοῦ περιεχομένου εἰς τὸν σωλῆνα.

§ 140. Συμβολὴ τῶν ἤχων. Ὅπως εἴδομεν, ὁ ἦχος ἀποτελεῖται ἀπὸ διαμήκη κύματα ἐντὸς τοῦ ἀέρος καί, ὡς ἐκ τούτου, πρέπει εἰς τοὺς ἤχους νὰ παρατηροῦνται ὅλα τὰ φαινόμενα τὰ περιγραφέντα εἰς τὴν Κυματικήν. Ἐνταῦθα θὰ ἐξετάσωμεν τὸ φαινόμενον τῆς συμβολῆς τῶν ἤχων.

Εἰς τὴν *§ 132* εἴδομεν ὅτι, ὅταν δύο κύματα τῆς αὐτῆς συχνότητος συμβάλλουν, παρατηρεῖται ἡ ἐνίσχυσις ἢ ἐξασθένησις, ἀναλόγως τῆς διαφορᾶς δρόμου τῶν δύο κυμάτων. Τὸ αὐτὸ φαινόμενον παρουσιάζεται καὶ κατὰ τὴν συμβολὴν δύο ἤχων. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν διὰ τῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα *238*: Ἐνώπιον τῆς χοάνης X παράγομεν ἦχον, π.χ., διὰ διαπασῶν. Ὁ ἦχος οὗτος, εἰσερχόμενος εἰς τὴν συσκευήν, χωρίζεται καὶ φθάνει εἰς τὸν σωλῆνα Σ διὰ δύο δρόμων. Ἐὰν οἱ δύο οὗτοι δρόμοι εἶναι, ἀκριβῶς, ἴσοι, τὰ δύο ἠχητικὰ κύματα συναντώμενα ἐκεῖ, συμβάλλουν καὶ δίδουν ἔντονον ἦχον. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ἑξῆς: Τὴν στιγμήν, κατὰ τὴν ὁποίαν εἰς τὸν σωλῆνα Σ φθάνει πύκνωμα ἐκ τοῦ ἑνὸς σωλῆνος, φθάνει, ὁμοίως, πύκνωμα καὶ ἐκ τοῦ ἄλλου σωλῆνος, οὕτως ὥστε θὰ ἔχωμεν ἐκεῖ μεγάλην αὔξησιν τῆς πιέσεως. Ἐπίσης, ὅταν ἐκ τοῦ ἑνὸς σωλῆνος φθάνῃ ἀραίωμα, ὁμοίως ἀραίωμα φθάνει καὶ ἐκ τοῦ δευτέρου σωλῆνος, οὕτως ὥστε εἰς τὸν σωλῆνα Σ θὰ ἔχωμεν μεγάλην ἐλάττωσιν τῆς πιέσεως κ.ο.κ. Οὕτω, ὁ ἐκ τῆς συμβολῆς ἦχος θὰ ἔχῃ μεγάλο πλάτος· δηλ. εἰς τὸν σωλῆνα Σ θὰ ἀκούσωμεν ἰσχυρὸν ἦχον. Ἄν, τώρα, αὐξήσωμεν τὸν ἕνα δρόμον, ἕλκοντες πρὸς τὰ ἔξω τὸν κινητὸν σωλῆνα σ, δυνάμεθα νὰ ἐπιτύχωμεν ὥστε, ὅταν εἰς τὸν σωλῆνα Σ φθάνῃ ἀραίωμα προερχόμενον ἐκ τοῦ ἑνὸς σωλῆνος, νὰ φθάνῃ, ταυτοχρόνως, πύκνωμα προερχόμενον ἐκ τοῦ ἄλλου σωλῆνος. Τοῦτο σημαίνει ὅτι οἱ δύο ἦχοι, συμβάλλοντες εἰς τὸν σωλῆνα Σ, θὰ ἀλληλοαναιροῦνται· θὰ ἔχωμεν, δηλ., ἐκεῖ ἀπόσβεσιν τοῦ ἤχου.



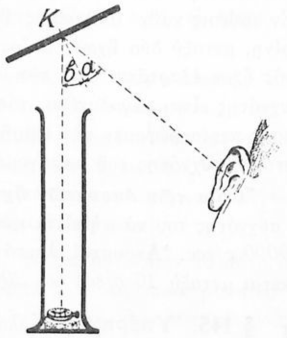
Σχ. 238. Συσκευὴ διὰ τὴν μελέτην τῆς συμβολῆς τῶν ἤχων.

§ 141. Διακροτήματα. Ἐὰν διεγείρωμεν ταυτοχρόνως δύο ἀνοικτοὺς ἠχητικοὺς σωλῆνας, τῶν ὁποίων τὰ μήκη νὰ διαφέρουν ὀλίγον (*) θὰ παράγωνται δύο ἦχοι μὲ συχνότητας ὀλίγον διαφερούσας μεταξύ των. Οἱ δύο οὗτοι ἦχοι συμβάλλουν καὶ δίδουν ἦχον, τοῦ ὁποίου ἡ ἔντασις αὐξομειώνεται περιοδικῶς ***(διακρότημα)***. Τὸ αὐτὸ φαινόμενον παρατηροῦμεν ὅταν δύο αὐτοκίνητα κινοῦνται παραλλήλως καὶ μὲ τὴν αὐτήν, περίπου, ταχύτητα: Ἐκ συμβολῆς τῶν ἤχων τῶν προερχομένων ἐκ τῶν ἐκρήξεων τῶν

(*) Διὰ τὸ πείραμα τοῦτο χρησιμοποιοῦμεν δύο ὁμοίους ἠχητικοὺς σωλῆνας, τοῦ ἑνὸς τῶν ὁποίων αὐξάνομεν τὸ μῆκος διὰ μετακινήσεως χαρτονίου περιβάλλοντος τὸν σωλῆνα.

κινητήρων των ἀκούομεν σαφῆ διακροτήματα. Ἐντελῶς ἀνάλογον φαινόμενον παρατηρεῖται καὶ εἰς τὸν ἦχον, τὸν ὁποῖον παράγουν τὰ δικινητήρια ἀεροπλάνα.

§ 142. Ἀνάκλασις τῶν ἤχων. Ὅπως τὰ φωτεινὰ κύματα ἀνακλῶνται, ὅταν προσπίπτουν ἐπὶ κατόπτρου, οὕτω καὶ τὰ ἠχητικὰ κύματα ἀνακλῶνται, ὅταν προσπίπτουν ἐπὶ στερεᾶς ἐπιφανείας, ἡ δὲ *γωνία ἀνακλάσεως* α εἶναι ἴση μὲ τὴν *γωνίαν προσπτώσεως* β. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Εἰς τὸν πυθμένα κυλινδρικοῦ δοχείου τοποθετοῦμεν ὀλίγον βάμβακα καὶ ἐπ' αὐτοῦ ἓν ὡρολόγιον τσέπης *(σχ. 239)*. Ἐάν, ἀκολούθως, εἰς τὸ στόμιον τοῦ δοχείου, φέρωμεν μίαν ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν — π.χ. τὸ ἐπίπεδον κάτοπτρον K, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα — τότε ἀκούομεν εὐκρινῶς τοὺς κτύπους τοῦ ὡρολογίου, μόνον ἐὰν φέρωμεν τὸ οὖς εἰς ὡρισμένην θέσιν καί, συγκεκριμένως, εἰς ἐκείνην εἰς τὴν ὁποίαν ἡ γωνία ἀνακλάσεως α εἶναι ἴση πρὸς τὴν γωνίαν προσπτώσεως β.



Σχ. 239. Ἀνάκλασις τοῦ ἤχου.

§ 143. Ἠχὼ καὶ μετήχησις. Ἀποτέλεσμα τῆς ἀνακλάσεως τοῦ ἤχου εἶναι καὶ ἡ ***ἠχώ***, ἡ ὁποία παράγεται ὅταν ὁ ἦχος ἀνακλᾶται ἐπί τινος κωλύματος (π.χ. τοίχου, βράχου κ.λ.), ἀπέχοντος τῆς ἠχητικῆς πηγῆς περισσότερον τῶν *17* μέτρων. Καὶ τοῦτο διὰ τοὺς ἑξῆς λόγους: Ἡ ἐντύπωσις ἑνὸς ἤχου ἐξακολουθεῖ νὰ παραμένῃ ἐπὶ χρονικὸν διάστημα $^1/_{10}$ *sec* μετὰ τὴν παῦσιν τοῦ ἐρεθίσματος. Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι, περίπου, *340 m/sec*, ἐντὸς τοῦ χρόνου τούτου ὁ ἦχος διανύει *34 m*· συνεπῶς, διὰ νὰ ἀντιληφθῶμεν τὸν ἐξ ἀνακλάσεως ἦχον, χωριστὰ ἀπὸ τὸν ἀπ' εὐθείας, πρέπει ἡ ἀπόστασίς μας ἀπὸ τῆς ἀνακλώσης ἐπιφανείας νὰ εἶναι μεγαλυτέρα τῶν *17 m*. Ἐάν, ὅμως, ἡ ἀπόστασις αὕτη εἶναι μικροτέρα τῶν *17 m*, τότε ἀκούομεν τὸν ἐξ ἀνακλάσεως ἦχον πρὶν ἐκλείψῃ ὁ ἀπ' εὐθείας ἦχος. Τοῦτο συμβαίνει, συνήθως, ἐντὸς κλειστῶν χώρων (π.χ. ἐκκλησιῶν), περιοριζομένων ὑπὸ μεγάλων ἀνακλαστικῶν ἐπιφανειῶν, εἰς τοὺς ὁποίους, λόγῳ τῶν πολλαπλῶν ἀνακλάσεων, ἦχος μικρᾶς διαρκείας (π.χ. μία συλλαβὴ) ἀκούεται ἐπὶ πολὺν χρόνον. Τὸ φαινόμενον τοῦτο καλεῖται ***μετήχησις*** καὶ ἔχει μεγάλην σημασίαν διὰ τὴν καλὴν «ἀκουστικὴν» θεάτρων, αἰθουσῶν διαλέξεων κ.λ.

Ἡ διάρκεια τῆς μετηχήσεως εἶναι δυνατὸν νὰ γίνῃ μικροτέρα διὰ καταλλήλου ἐκλογῆς τοῦ σχήματος τοῦ χώρου καὶ τῶν ὑλικῶν τῶν ἀνακλαστικῶν ἐπιφανειῶν. Καὶ ὅσον μὲν ἀφορᾷ τὸν χῶρον, οὗτος πρέπει νὰ διαμορφωθῇ κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε νὰ μὴ παρουσιάζωνται, κατὰ τὸ δυνατόν, παράλληλοι ἐπιφάνειαι, ὁπότε ἀποφεύγεται ἡ δημιουργία στασίμων κυμάτων. Αἱ ἀνακλαστικαί, ἀφ' ἑτέρου, ἐπιφάνειαι πρέπει νὰ προκαλοῦν ὅσον τὸ δυνατὸν μεγαλυτέραν ἀπορρόφησιν τοῦ ἤχου κατὰ τὴν ἀνάκλασιν. Τοῦτο ἐπιτυγχάνεται ὅταν αἱ ἐπιφάνειαι αὗται φέρουν πολλὰς προεξοχὰς ἢ ὀπάς, ἢ ἀποτελοῦνται ἀπὸ πορώδη ὑλικά. Μεγάλην ἀπορρόφησιν προκαλοῦν τάπητες, παραπετάσματα, πλῆθος συναθροισμένων ἀνθρώπων κ.λ.

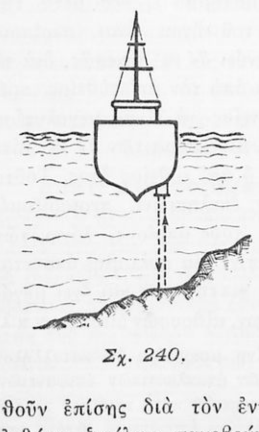
§ 144. Ὕψος τῶν ἤχων. Ὅταν ἀκούωμεν δύο ἤχους διαφόρου συχνότητος λέγομεν ὅτι οἱ ἦχοι οὗτοι ἔχουν διάφορον ***ὕψος***. Ἡ ἔννοια τοῦ ὕψους εἶναι ἐμπειρική, μὴ δυναμένη νὰ ὁρισθῇ δι' ἄλλων ἐννοιῶν. Ἐν τούτοις κάθε ἄνθρωπος ἔχει τὸ αἴσθημα τοῦ ὕψους, δυνάμενος νὰ κρίνῃ, μεταξὺ δύο ἤχων, ποῖος εἶναι ὁ ὀξύτερος. Ὅπως εὑρίσκεται *τὸ ὕψος ἑνὸς ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν συχνότητα τοῦ ἤχου* καί, μάλιστα, ὅσον ἡ συχνότης εἶναι μεγαλυτέρα, τόσον ὁ ἦχος εἶναι ὀξύτερος. Οὕτω, ὅσον ταχύτερον περιστρέφομεν τὴν σειρῆνα τοῦ σχήματος *227*, τόσον μεγαλυτέρα γίνεται ἡ συχνότης τοῦ παραγομένου ἤχου καὶ τόσον ὀξύτερος ὁ ἦχος.

Ὅρια τῶν ἀκουστῶν ἤχων. Διὰ νὰ εἶναι ἀκουστὸς ἕνας ἦχος πρέπει ἡ συχνότης του νὰ μὴ εἶναι μικροτέρα τῶν *16 c/sec*, οὔτε μεγαλυτέρα τῶν *20000 c/sec*. Ἀκουστοί, λοιπόν, εἶναι οἱ ἦχοι τῶν ὁποίων ἡ συχνότης εὑρίσκεται μεταξὺ *16 c/sec* καὶ *20000 c/sec*.

★ **§ 145. Ὑπέρηχοι.** Καλοῦμεν ***ὑπερήχους*** τοὺς ἤχους ἐκείνους, τῶν ὁποίων ἡ συχνότης εἶναι μεγαλυτέρα τῶν *20000 c/sec* καί, οἱ ὁποῖοι, ὡς ἐκ τούτου, δὲν γίνονται ἀντιληπτοὶ διὰ τοῦ ὠτός.

Ὑπέρηχοι παράγονται, κατ' ἀρχήν, ἐὰν διεγείρωμεν εἰς ταλάντωσιν μεταλλικὰς ράβδους ἢ στήλας ἀέρος πολὺ μικρῶν διαστάσεων (κάτω τοῦ *1 mm*), ἐνῶ αἱ σύγχρονοι πηγαὶ ὑπερήχων λειτουργοῦν βάσει ἠλεκτρικῶν μεθόδων.

Οἱ ὑπέρηχοι χρησιμοποιοῦνται εἰς πολλὰς περιπτώσεις. Οὕτω διὰ τῶν ὑπερήχων ἐπιτυγχάνεται καλὴ ἀνάμειξις ὑγρῶν, δυσκόλως μειγνυομένων. Ἐπίσης οἱ ὑπέρηχοι χρησιμοποιοῦνται διὰ *βυθομετρήσεις*. Πρὸς τοῦτο διὰ καταλλήλων συσκευῶν — καλουμένων *ἠχοβολιστικῶν μηχανημάτων* καὶ εὑρισκομένων ἐπὶ πλοίων *(σχ. 240)* — ἐκπέμπεται κατακορύφως ἐντὸς τῆς θαλάσσης ὑπέρηχος βραχείας διαρκείας, ὁ ὁποῖος, ἀνακλώμενος ἐπὶ τοῦ πυθμένος, ἐπιστρέφει εἰς τὸ πλοῖον. Ἐὰν μετρήσωμεν τὸν χρόνον μεταβάσεως καὶ ἐπιστροφῆς τοῦ ἠχητικοῦ σήματος καὶ γνωρίζωμεν τὴν ταχύτητα διαδόσεως τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ὕδατος, προσδιορίζομεν τὸ βάθος τῆς θαλάσσης.



Σχ. 240.

Οἱ ὑπέρηχοι δύνανται νὰ χρησιμοποιηθοῦν ἐπίσης διὰ τὸν ἐντοπισμὸν διαφόρων ἀντικειμένων - π.χ., σμήνους ἰχθύων, ὑφάλων, παγοβούνων, ὑποβρυχίων κ.λ.

§ 146. Ἔντασις τοῦ ἤχου. Ἐὰν κτυπήσωμεν ἐλαφρῶς ἕνα διαπασῶν, τοῦτο πάλλεται μὲ μ ι κ ρ ὸ ν πλάτος, ὁ δὲ παραγόμενος ἦχος εἶναι ἀσθενής. Ἐάν, ἀκολούθως, κτυπήσωμεν τὸ διαπασῶν ἰσχυρότερον, τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως αὐξάνεται καὶ ὁ ἦχος ἀκούεται ἐντονώτερος. Λέγομεν ὅτι εἰς τὴν πρώτην περίπτωσιν ἡ ***ἔντασις*** τοῦ ἤχου ἦτο μικρά, ἐνῶ εἰς τὴν δευτέραν ἦτο μεγάλη.

Ἀποδεικνύεται ὅτι *ἡ ἔντασις ἑνὸς ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως* καί, συγκεκριμένως, *αὕτη εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὸ τετράγωνον τοῦ πλάτους.*

Μεταβολὴ τῆς ἐντάσεως τοῦ ἤχου μετὰ τῆς ἀποστάσεως. Ὅπως ἀποδεικνύεται *ἡ ἔντασις τοῦ ἤχου ἐλαττοῦται κατ' ἀντίστροφον λόγον πρὸς τὸ τετράγωνον τῆς ἀποστάσεως.* Ἐάν, δηλ., εἰς ὡρισμένην ἀπόστασιν ἀπὸ μιᾶς ἠχητικῆς πηγῆς, ἡ ἔντασις τοῦ ἐκπεμπομένου ἤχου ἔχει τιμήν τινα, εἰς διπλασίαν ἀπόστασιν ἡ ἔντασις θὰ εἶναι τέσσαρας φορὰς μικροτέρα, εἰς τριπλασίαν ἀπόστασιν ἐννέα φορὰς μικροτέρα κ.ο.κ.

§ 147. Χροιὰ τῶν ἤχων. Δύο ἦχοι, οἱ ὁποῖοι ἔχουν τὸ αὐτὸ ὕψος καὶ τὴν αὐτὴν ἔντασιν, ἀλλὰ προέρχονται ἀπὸ δύο διάφορα μουσικὰ ὄργανα, προκαλοῦν διάφορα αἰσθήματα, ἐκ τῶν ὁποίων, ἀκριβῶς, εἶναι δυνατὸν νὰ κρίνωμεν περὶ τοῦ ὀργάνου ἐκ τοῦ ὁποίου οὗτοι προέρχονται. Τὸ τρίτον αὐτὸ γνώρισμα, τὸ ὁποῖον παρουσιάζεται εἰς τοὺς σ υ ν θ έ τ ο υ ς, μόνον, ἤχους, καλεῖται ***χροιά.***

Ὅπως εὑρέθη, *ἡ χροιὰ ἑνὸς συνθέτου ἤχου ἐξαρτᾶται ἀπὸ τοὺς συμπαραγομένους, μετὰ τοῦ θεμελιώδους, ἀνωτέρους ἁρμονικούς.* Οὕτω, ἐὰν ἐξετάσωμεν δύο ἤχους, οἱ ὁποῖοι ἔχουν τὴν αὐτὴν θεμελιώδη συχνότητα, ἀλλὰ παράγονται ἀπὸ δύο διάφορα μουσικὰ ὄργανα, θὰ εὕρωμεν ὅτι οὗτοι διαφέρουν ὡς πρὸς τοὺς ἁρμονικούς των - ἐνῶ, π.χ., ὁ εἷς ἔχει πολλοὺς καὶ ἰσχυροὺς ἀνωτέρους ἁρμονικούς, ὁ ἄλλος ἔχει ὀλίγους καὶ ἀσθενεῖς.

★ **§ 148. Φαινόμενον Doppler - Fizeau (Ντόπλερ - Φιζώ).** Ὅταν μία ἠχητικὴ πηγὴ ἐκπέμπῃ ἕνα ἦχον συχνότητος ν καὶ π λ η σ ι ά ζ ῃ πρὸς ἕνα ἀκίνητον παρατηρητήν, οὗτος ἀντιλαμβάνεται ἦχον μ ε γ α λ υ τ έ ρ α ς συχνότητος ἀπὸ τὴν πραγματικῶς ὑπὸ τῆς πηγῆς ἐκπεμπομένην. Ἀντιθέτως, ὅταν ἡ πηγὴ ἀ π ο μ α κ ρ ύ ν ε τ α ι, ὁ παρατηρητὴς ἀντιλαμβάνεται ἦχον μ ι κ ρ ο τ έ ρ α ς συχνότητος. Ἀνάλογος μεταβολὴ τῆς συχνότητος παρατηρεῖται ὅταν ἡ ἠχητικὴ πηγὴ παραμένῃ ἀκίνητος καὶ κινῆται ὁ παρατηρητής, πλησιάζων ἢ ἀπομακρυνόμενος αὐτῆς.

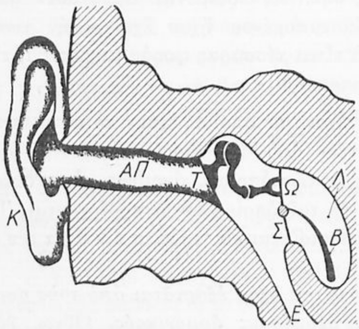
Ἡ φαινομένη αὕτη μεταβολὴ τῆς συχνότητος, ἡ ὁποία παρατηρεῖται ὅταν, εἴτε ὁ παρατηρητής, εἴτε ἡ πηγὴ κινῆται, καλεῖται ***φαινόμενον Doppler - Fizeau.*** Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἀντιλαμβανόμεθα πολὺ εὐκρινῶς ὅταν ταξιδεύωμεν δι' αὐτοκινήτου καὶ συναντώμεθα μὲ ἄλλο αὐτοκίνητον, τὸ ὁποῖον σφυρίζει : Ὁ ἦχος, τὸν ὁποῖον ἀκούομεν παρουσιάζει σημαντικὴν διαφορὰν εἰς τὸ ὕψος του ὅταν μᾶς πλησιάζῃ τὸ αὐτοκίνητον, παρὰ ὅταν ἀπομακρύνεται.

Ἀποδεικνύεται ὅτι, ἐὰν ἡ πηγὴ κινῆται καὶ ὁ παρατηρητὴς εἶναι ἀκίνητος, ἡ συχνότης ν', τὴν ὁποίαν οὗτος ἀντιλαμβάνεται, εἶναι ἴση πρὸς

$$\nu' = \nu \cdot \frac{V}{V \mp v}$$

ἔνθα ν εἶναι ἡ πραγματικὴ συχνότης τῆς πηγῆς, V ἡ ταχύτης διαδόσεως τοῦ ἤχου καὶ v ἡ ταχύτης τῆς πηγῆς. Τὸ ἀρνητικὸν σημεῖον (—) ἀντιστοιχεῖ εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ πηγὴ πλησιάζει πρὸς τὸν παρατηρητήν, ἐνῶ τὸ θετικὸν (+), εἰς τὴν περίπτωσιν κατὰ τὴν ὁποίαν ἡ πηγὴ ἀπομακρύνεται τοῦ παρατηρητοῦ.

§ 149. Τὸ οὖς. Τὸ ὄργανον τῆς ἀκοῆς μετατρέπει τοὺς ἤχους εἰς τὸ ἀντίστοιχον αἴσθημα. Εἰς τὰ κατωτέρω θὰ περιορισθῶμεν εἰς τὴν περιγραφὴν καὶ λειτουργίαν τοῦ ὠτὸς ἀπὸ τῆς ἀπόψεως, κυρίως, τῶν μηχανικῶν φαινομένων.

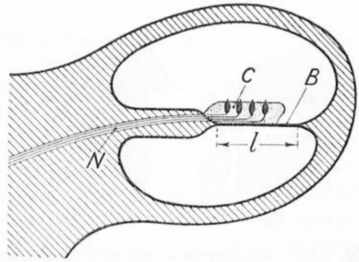


Σχ. 241. Σχηματικὴ παράστασις τοῦ ὠτός. Ὁ κοχλίας Λ καὶ ὁ βασικὸς ὑμὴν Β ἔχουν σχεδιασθῆ ἐν ἀναπτύξει.

Τὸ οὖς ἀποτελεῖται ἀπὸ τρία μέρη: Τὸ ἔξω οὖς, τὸ μέσον οὖς καὶ τὸ ἔσω οὖς. Τὸ ***ἔξω οὖς*** ἀποτελεῖται ἀπὸ τὴν *κόγχην Κ (σχ. 241)* καὶ τὸν *ἀκουστικὸν πόρον ΑΠ*, ὁ ὁποῖος φράσσεται διὰ τοῦ *τυμπάνου Τ*. Τὸ ***μέσον οὖς*** εἶναι κοιλότης πλήρης ἀέρος, χωριζομένη ἀπὸ μὲν τὸ ἔξω οὖς διὰ τοῦ τυμπάνου, ἀπὸ δὲ τοῦ ἔσω ὠτὸς διὰ μεμβρανῶν, αἱ ὁποῖαι κλείουν δύο θυρίδας, τὴν *στρογγύλην θυρίδα Σ* καὶ τὴν *ὠοειδῆ θυρίδα Ω*. Ἐντὸς τῆς κοιλότητος αὐτῆς ὑπάρχουν τὰ τρία ἀκουστικὰ ὀστάρια — *σφύρα, ἄκμων, ἀναβολεὺς* — τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν σύστημα μοχλῶν καὶ συνδέουν τὸ τύμπανον μὲ τὴν ὠοειδῆ θυρίδα. Τέλος διὰ τῆς *εὐσταχιανῆς σάλπιγγος Ε* συγκοινωνεῖ ἡ κοιλότης αὕτη μὲ τὴν κοιλότητα τοῦ στόματος καί, ὡς ἐκ τούτου, ἑκατέρωθεν τοῦ τυμπάνου, ἡ πίεσις τοῦ ἀέρος εἶναι ἡ αὐτὴ - δηλ. ἡ ἀτμοσφαιρική.

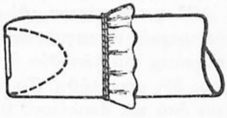
Τὸ ***ἔσω οὖς*** ἔχει πολυπλοκωτέραν μορφὴν καὶ εἶναι πλῆρες ὑγροῦ. Τὸ μέρος, τὸ ὁποῖον ἐνδιαφέρει ἡμᾶς, ἐν προκειμένῳ, εἶναι ὁ *κοχλίας Λ*, ὁ ὁποῖος εἶναι καὶ τὸ σπουδαιότερον τμῆμα τοῦ ὀργάνου τῆς ἀκοῆς. Ἀποτελεῖται ἀπὸ σωλῆνα περιελιγμένον εἰς σχῆμα κοχλίου, πλήρη ὑγροῦ καὶ χωριζόμενον κατὰ μῆκος εἰς δύο μέρη διὰ τοῦ *βασικοῦ ὑμένος Β* σχεδὸν μέχρι τοῦ πέρατος τοῦ κοχλίου. Εἰς τὸ σημεῖον τοῦτο ὑπάρχει ἄνοιγμα διὰ τοῦ ὁποίου ἐξισοῦται ἡ πίεσις εἰς τὰ δύο ἡμίση τοῦ σωλῆνος. Ὁ βασικὸς ὑμὴν Β *(σχ. 242)* ἔχει σχῆμα τραπεζοειδές, ἔχει, δηλ., μικρὸν πλάτος l εἰς τὸ ἄκρον αὐτοῦ τὸ εὑρισκόμενον πλησίον τῶν θυρίδων, εὐρύνεται δὲ εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον. Ἐπὶ τοῦ ὑμένος τούτου εὑρίσκεται τὸ ἐκ μαλακῶν ἱστῶν ἀποτελούμενον ***ὄργανον τοῦ** Corti C*, εἰς τὸ ὁποῖον καταλήγουν αἱ ἶνες τῶν ἀκουστικῶν νεύρων N.

Λειτουργία τοῦ ὠτός. Ὁ ἦχος διαδίδεται εἰς τὸ ἔξω οὖς διὰ τοῦ ἀέρος, εἰς τὸ μέσον οὖς διὰ τῶν ὀσταρίων καὶ εἰς τὸ ἔσω οὖς διὰ τοῦ πληροῦντος αὐτὸ ὑγροῦ (*). Αἱ μεταβολαὶ τῆς πιέσεως τοῦ ἀέρος θέτουν τὸ τύμπανον εἰς ταλαντώσεις, αἱ ὁποῖαι μεταδίδονται διὰ τῶν ὀσταρίων καὶ τῆς ᾠοειδοῦς θυρίδος εἰς τὸ ὑγρὸν τοῦ ἔσω ὠτός. Αἱ ταλαντώσεις αὗται θέτουν εἰς ἐξηναγκασμένην ταλάντωσιν τὸν βασικὸν ὑμένα, ὁ ὁποῖος πάλλεται κατὰ τοιοῦτον τρόπον ὥστε, εἰς ἑκάστην συχνότητα, ν' ἀντιστοιχῇ ἄλλη περιοχὴ ἐντόνου ταλαντώσεως αὐτοῦ. Ἡ περιοχὴ ἐκείνη τοῦ ὑμένος, ἡ ὁποία πάλλεται μὲ μεγάλο πλάτος, διεγείρει μόνον τὰ ἐπ' αὐτῆς εὑρισκόμενα κύτταρα τοῦ ὀργάνου τοῦ Corti. Ἐκ τοῦ συνόλου, λοιπόν, τῶν νευρικῶν ἰνῶν μόνον ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι καταλήγουν εἰς τὰ κύτταρα τῆς διεγειρομένης περιοχῆς, διαβιβάζουν τ' ἀντίστοιχα ἐρεθίσματα εἰς τὸν ἐγκέφαλον, προκαλουμένου, οὕτω, τοῦ αἰσθήματος τοῦ ὕψους τοῦ ἤχου.

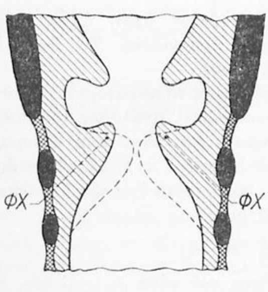


Σχ. 242. *Ἐγκαρσία τομὴ τοῦ κοχλίου. (Σχηματικὴ παράστασις).*

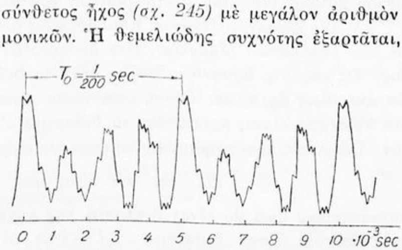
§ 150. Ἀνθρωπίνη φωνή. Ἐὰν κόψωμεν τὸ ἄκρον ἑνὸς σωλῆνος ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα *243* καί, ἀφοῦ τὸ καλύψωμεν διὰ μεμβράνης, ἡ ὁποία φέρει σχισμήν, φυσήσωμεν ἀέρα, τὰ χείλη τῆς σχισμῆς ἀρχίζουν νὰ πάλλωνται, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, παράγεται ἦχος. Ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ἀκριβῶς, ἀρχῆς στηρίζεται καὶ ἡ παραγωγὴ τῆς ἀνθρωπίνης φωνῆς: Ὁ *λάρυγξ* φέρει πτυχὰς — τὰς καλουμένας ***φωνητικὰς χορδὰς** ΦΧ (σχ. 244)* — αἱ ὁποῖαι, τεινόμεναι κατὰ τὴν ὁμιλίαν, δι' εἰδικῶν μυῶν, ἀφήνουν μεταξύ των λεπτὴν σχισμήν. Ὁ ἐκ τῶν πνευμόνων προερχόμενος ἀὴρ θέτει τὰς φωνητικὰς χορδὰς εἰς ταλάντωσιν καὶ παράγει, οὕτω, τὴν φωνήν, ἡ ὁποία εἶναι ἕνας σύνθετος ἦχος *(σχ. 245)* μὲ μεγάλον ἀριθμὸν ἁρμονικῶν. Ἡ θεμελιώδης συχνότης ἐξαρτᾶται, κυρίως, ἀπὸ τὰς διαστάσεις τῶν φωνητικῶν χορδῶν καί, ἐν μέρει, ἀπὸ τὴν τάσιν αὐ-



Σχ. 243. *Ἀρχὴ τῆς λειτουργίας τοῦ λάρυγγος.*



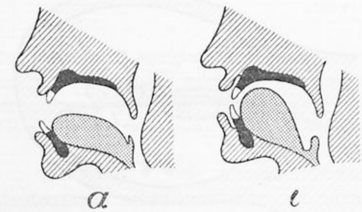
Σχ. 244. *Σχηματικὴ παράστασις τοῦ λάρυγγος κατὰ τὴν ἀναπνοήν. Ἐστιγμένη γραμμή: Θέσις τῶν φωνητικῶν χορδῶν κατὰ τὴν ὁμιλίαν.*



Σχ. 245. *Τὸ φωνῆεν α ἐκφωνούμενον μὲ θεμελιώδη συχνότητα 200 c/sec.*

(*) Κατὰ μικρὸν ποσοστὸν ὁ ἦχος διαδίδεται εἰς τὸ ἔσω οὖς καὶ ἀπ' εὐθείας, διὰ τῶν ὀστῶν τῆς κεφαλῆς.

τῶν. Ἀφ' ἑτέρου, ἡ χροιὰ ἐξαρτᾶται, ἀπὸ τὰς διαστάσεις τοῦ φάρυγγος καὶ τῆς στοματικῆς καὶ ρινικῆς κοιλότητος, αἱ ὁποῖαι δροῦν ὡς ἀντηχεῖον, ἐνισχύουσαι ὡρισμένους ἁρμονικοὺς περισσότερον τῶν ἄλλων.



Σχ. 246. *Διαμόρφωσις τῆς στοματικῆς κοιλότητος ἀνθρώπου ᾄδοντος τὰ φωνήεντα α καὶ ι μὲ τὴν αὐτὴν θεμελιώδη συχνότητα.*

Ἡ παιδικὴ καὶ γυναικεία φωνὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ ἤχους μὲ ὑψηλάς, σχετικῶς, θεμελιώδεις συχνότητας, καθόσον οἱ διαστάσεις τῶν χορδῶν εἶναι τοιαῦται ὥστε, νὰ σχηματίζεται σχισμὴ μικροῦ μήκους, ἐνῶ, τουναντίον, εἰς τὴν ἀνδρικὴν φωνὴν ὁ θεμελιώδης ἔχει μικρὰν σχετικῶς, συχνότητα. Διὰ μεταβολῆς τῆς τάσεως τῶν φωνητικῶν χορδῶν, μεταβάλλεται, ὡς ἐλέχθη, ἡ συχνότης τοῦ θεμελιώδους, ἐνῶ διὰ μεταβολῆς τῶν διαστάσεων τῆς στοματικῆς κοιλότητος (διὰ καταλλήλου θέσεως τῆς γλώσσης καὶ τῆς κάτω σιαγόνος - *σχ. 246)* μεταβάλλεται ἡ χροιά.

§ 151. Φυσικὴ θεωρία τῆς Μουσικῆς — Μουσικὰ διαστήματα. Ἐὰν περιστρέφωμεν ὁμαλῶς ἕνα ὀδοντωτὸν τροχὸν καὶ ἐγγίσωμεν εἰς αὐτὸν φύλλον σκληροῦ χάρτου (π.χ. ἐπισκεπτήριον) θ' ἀκούσωμεν ἕνα ἦχον. Ἡ συχνότης τοῦ ἤχου τούτου εὑρίσκεται ἀπὸ τὸν ἀριθμὸν τῶν ὀδόντων καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν στροφῶν τοῦ τροχοῦ ἀνὰ δευτερόλεπτον. Ἐάν, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ ἄξονος, προσαρμόσωμεν καὶ δεύτερον ὀδοντωτὸν τροχόν, ὁ ὁποῖος φέρει μεγαλύτερον ἀριθμὸν ὀδόντων καὶ ἐγγίσωμεν εἰς αὐτὸν τὸ φύλλον τοῦ χάρτου, θ' ἀκούσωμεν ἦχον μεγαλυτέρου ὕψους. Στρέφομεν, τώρα, τοὺς τροχοὺς μὲ μεγαλυτέραν ταχύτητα καὶ ἐπαναλαμβάνομεν τὸ πείραμα. Μολονότι ἡ συχνότης καὶ τῶν δύο ἤχων ηὐξήθη, ἐν τούτοις τὸ συναίσθημα τῆς διαφορᾶς τοῦ ὕψους δὲν μετεβλήθη. Τὸ συναίσθημα, λοιπόν, τῆς διαφορᾶς τοῦ ὕψους δὲν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς ἀπολύτους τιμὰς τῶν συχνοτήτων, ἀλλὰ ἀπὸ τὸ πηλίκον αὐτῶν, τὸ ὁποῖον καλεῖται (μουσικὸν) ***διάστημα***. Εἶναι προφανὲς ὅτι καὶ εἰς τὰ δύο πειράματα τὸ διάστημα ἦτο τὸ αὐτό, ἐφ' ὅσον τὸ πηλίκον τῶν συχνοτήτων τῶν δύο ἤχων παρέμεινε σταθερόν.

Εἰς τὴν Μουσικὴν ὁρίζομεν ὡς ***φθόγγον*** ἕνα σύνθετον ἦχον, ἀποτελούμενον ἀπὸ ἕνα ἰσχυρὸν θεμελιώδη καὶ ἀπὸ ἀνωτέρους ἁρμονικούς. Τὸ ὕψος ἑνὸς φθόγγου καθορίζεται ἀπὸ τὴν συχνότητα τοῦ θεμελιώδους.

Ἂν ἀκούσωμεν συγχρόνως ἢ διαδοχικῶς δύο φθόγγους τὸ παραγόμενον αἴσθημα εἶναι εἴτε εὐχάριστον *(ἁρμονία)*, εἴτε δυσάρεστον *(παραφωνία)*, ἀναλόγως τοῦ διαστήματος. Ὡς εὑρέθη, ἁρμονίαν ἔχομεν ὅταν τὸ διάστημα εἶναι ἴσον πρὸς κλάσμα μικρῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν. Οὕτω, ἁρμονικὸν εἶναι τὸ διάστημα $3:2$. Τὸ πλέον ἁρμονικὸν διάστημα εἶναι, προφανῶς, τὸ διάστημα $2:1$, διότι τοῦτο ἔχει τὸν ἁπλούστερον λόγον. Οὕτω, εἰς τὴν χρησιμοποιουμένην γνωστὴν κλίμακα

do, re, mi, fa, sol, la, si, do

ἡ συχνότης τοῦ ἄνω *do* εἶναι διπλασία τῆς συχνότητος τοῦ κάτω *do* — οἱ δύο, δηλ., αὐτοὶ φθόγγοι ἔχουν διάστημα $2:1$ — ἐνῶ οἱ ἐνδιάμεσοι ἔχουν μικρότερα διαστήματα ($3:2$ κ.λ.).

Αἱ συχνότητες τῶν φθόγγων τῆς μουσικῆς κλίμακος εἶναι ἐντελῶς καθωρισμέναι, ἐὰν ὡρίσωμεν τὴν συχνότητα ἑνὸς οἱουδήποτε φθόγγου. Ὡς τοιοῦτος ἐκλέγεται ὁ φθόγγος *la*, εἰς τὸν ὁποῖον δίδεται ἡ συχνότης *440 c/sec*.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Ἦχος, συχνότητος *40 c/sec*, διαδίδεται ἐντὸς τοῦ ἀέρος. Ποῖον τὸ μῆκος κύματος; (ΑΠ: *8,5 m*)

2) Τὸ μῆκος κύματος ἤχου, συχνότητος *200 c/sec*, διαδιδομένου ἐντὸς τοῦ ὕδατος, εἶναι *7,25 m*. Ποία ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου ἐντὸς τοῦ ὕδατος; (ΑΠ: *1450 m/sec*)

3) Λίθος ἀφήνεται νὰ πέσῃ ἐντὸς φρέατος βάθους *120 m*. Μετὰ πόσον χρόνον θ' ἀκουσθῇ ὁ κρότος τῆς κρούσεως αὐτοῦ μετὰ τοῦ πυθμένος; (ΑΠ: *5,3 sec*)

4) Ἦχος, συχνότητος *440 c/sec*, ἀνακλᾶται καθέτως ἐπί τινος στερεᾶς ἐπιφανείας καί, ἐπιστρέφων, δημιουργεῖ στάσιμα κύματα. Ποία ἡ ἀπόστασις μεταξὺ δύο διαδοχικῶν δεσμῶν; (ΑΠ: *38,6 cm*)

5) Ἡ σειρὴν τοῦ σχήματος *227* περιστρέφεται μὲ συχνότητα *1500* στροφῶν ἀνὰ λεπτόν. Ποῖον τὸ μῆκος κύματος τοῦ παραγομένου ἤχου; (ΑΠ: *1,7 m*).

6) Διαπασῶν παράγει ἦχον, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος κύματος εἰς τὸν ἀέρα εἶναι *78,16 cm*. Ποία ἡ συχνότης τοῦ διαπασῶν; (ΑΠ: *435 c/sec*)

7) Νὰ ὑπολογισθῇ τὸ μῆκος κύματος α) τοῦ ἐλαχίστης συχνότητος ἀκουστοῦ ἤχου ($\nu=16$ *c/sec*) καὶ β) τοῦ μεγίστης συχνότητος ἀκουστοῦ ἤχου ($\nu=20$ *kc/sec*) εἰς τὸν ἀτμοσφαιρικὸν ἀέρα. (ΑΠ: *21,25 m*, *0,017 m*)

8) Σειρήν, φέρουσα *50* ὀπάς, περιστρέφεται μὲ συχνότητα n στροφῶν ἀνὰ λεπτόν, ὁ δὲ παραγόμενος ἦχος προσπίπτει καθέτως ἐπὶ ἐπιπέδου κωλύματος καί, ἀνακλώμενος, σχηματίζει στάσιμα κύματα. Ζητεῖται ἡ συχνότης περιστροφῆς τῆς σειρῆνος, ἐὰν ἡ ἀπόστασις μεταξὺ ἑνὸς δεσμοῦ καὶ τῆς ἑπομένης κοιλίας εἶναι *8,5 cm*.
(ΑΠ: *1200 στροφαὶ/min*)

Κατηγορία Β'.

1) Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ βάθος φρέατος ἀφήνομεν λίθον νὰ πέσῃ ἐντὸς αὐτοῦ καὶ μετροῦμεν τὸν χρόνον, ὁ ὁποῖος παρέρχεται ἀπὸ τῆς στιγμῆς κατὰ τὴν ὁποίαν ἀφήσαμεν τὸν λίθον μέχρις ὅτου ἀκούσωμεν τὸν κρότον. Ἔστω ὅτι ὁ χρόνος οὗτος εἶναι *4 sec*. Ποῖον τὸ ζητούμενον βάθος, ἂν ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου εἶναι *340 m/sec*;
(ΑΠ: *70,5 m*)

2) Μὲ ποίαν δύναμιν πρέπει νὰ τείνεται χορδή, μήκους *50 cm* καὶ μάζης *1 gr*, ἵνα δίδῃ ἦχον συχνότητος *135 c/sec*; (ΑΠ: *3,7 kgr**)

3) Ποία ἡ θεμελιώδης συχνότης μὲ τὴν ὁποίαν πάλλεται χορδή, μήκους *50 cm*, ζυγίζουσα *2,31 gr*/m* καὶ τεινομένη ὑπὸ δυνάμεως *25 kgr**;
(ΑΠ: *326* sec^{-1})

4) Νὰ προσδιορισθῇ ὁ λόγος τῶν συχνοτήτων δύο ἰσομήκων χορδῶν ἐκ τῆς αὐτῆς οὐσίας, ἐκ τῶν ὁποίων ἡ μία τείνεται διὰ δυνάμεως *6 kgr** καὶ ἡ ἄλλη διὰ δυνάμεως *1,62 kgr**, ὅταν αἱ διατομαί των ἔχουν λόγον *3 : 1*.
(ΑΠ: *10 : 9*)

5) Ποῖον πρέπει νὰ εἶναι τὸ μῆκος ἀνοικτοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος καὶ ποῖον τὸ μῆκος κλειστοῦ τοιούτου ὥστε νὰ παρέχουν ἕκαστος ἦχον συχνότητος *16 c/sec*;
(ΑΠ: *106,5 cm*, *53,125 cm*)

6) Ἡ θεμελιώδης συχνότης ἑνὸς ἀνοικτοῦ ἠχητικοῦ σωλῆνος, μήκους *100 cm*, εἶναι *170 c/sec*. Ποία ἡ ταχύτης τοῦ ἤχου; (ΑΠ: *340 m/sec*)

7) Νὰ εὑρεθῇ ἡ θεμελιώδης συχνότης καὶ ἡ συχνότης τοῦ τρίτου ἁρμονικοῦ

ἑνὸς ἠχητικοῦ σωλῆνος μήκους *120 cm*, ἐὰν οὗτος εἶναι α) ἀνοικτὸς καὶ β) κλειστός. (ΑΠ : *142 c/sec*, *426 c/sec*, *71 c/sec*, *213 c/sec*)

8) Ὑπερηχητικὸν κῦμα συχνότητος *2 Mc/sec* διαδίδεται ἐντὸς ὕδατος. Ποῖον τὸ μῆκος κύματος; ($v_{ὕδωρ}=1450\ m/sec$). (ΑΠ : *0,072 cm*)

9) Κατὰ τὸ πείραμα τοῦ σχήματος *237* χρησιμοποιοῦμεν διαπασῶν συχνότητος *440 c/sec*. Ποῖον τὸ μῆκος τῆς στήλης τοῦ ἀέρος κατὰ τὸν συντονισμόν;

(ΑΠ : *19,3 cm*)

10) Σειρήν, ἐκπέμπουσα ἦχον συχνότητος *200 c/sec*, πλησιάζει μὲ ταχύτητα *100 m/sec* πρὸς ἀκίνητον παρατηρητήν. Ποία ἡ συχνότης τὴν ὁποίαν ἀντιλαμβάνεται ὁ παρατηρητής; (ΑΠ : *283 c/sec*)

11) Μὲ ποίαν ταχύτητα πρέπει νὰ πλησιάζῃ πρὸς ἀκίνητον παρατηρητὴν ἠχητικὴ πηγὴ ἐκπέμπουσα ἦχον συχνότητος *300 c/sec*, ἵνα οὗτος ἀντιλαμβάνεται ἦχον διπλασίας συχνότητος; (ΑΠ : *170 m/sec*)

ΜΕΡΟΣ ΤΡΙΤΟΝ
ΘΕΡΜΟΤΗΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙϚ΄

ΘΕΡΜΟΤΗΣ - ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ

§ 152. Γενικά. Μέχρι τοῦδε ἐγνωρίσαμεν μερικὰς μορφὰς ἐνεργείας - ὅπως τὴν κινητικὴν ἐνέργειαν καὶ τὴν δυναμικὴν ἐνέργειαν. Ἐκτὸς αὐτῶν ὑπάρχουν καὶ ἄλλαι, ὅπως ἡ ἠλεκτρικὴ ἐνέργεια, ἡ χημικὴ ἐνέργεια κ.λ. Εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον θὰ ἐξετάσωμεν μίαν ἄλλην μορφὴν ἐνεργείας, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν ***θερμότητα,*** καθὼς καὶ τὰ φαινόμενα τὰ σχετιζόμενα μὲ αὐτήν.

Τὰ πλέον γνωστὰ ἐκ τῶν φαινομένων αὐτῶν εἶναι τὰ ἑξῆς: Ἐὰν προσφέρωμεν διαρκῶς θερμότητα εἰς ἕνα ὑγρὸν θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τοῦτο, μετ᾽ ὀλίγον, θ᾽ ἀρχίσῃ νὰ βράζῃ. Ἀφ᾽ ἑτέρου ἐὰν θερμάνωμεν ἕνα στερεὸν (π.χ. τεμάχιον μολύβδου) τοῦτο δύναται νὰ τακῇ. Ἀντιθέτως, ἐὰν ἀφαιρέσωμεν θερμότητα ἀπὸ ἕνα ὑγρὸν (π.χ. ὕδωρ) τοῦτο μετατρέπεται εἰς στερεὸν (πάγος).

Κατὰ τὴν λεπτομερεστέραν μελέτην ὅλων τῶν θερμικῶν φαινομένων σπουδαιότατον ρόλον παίζει μία νέα ἔννοια - ἡ ἔννοια τῆς ***θερμοκρασίας.*** Τὴν ἔννοιαν αὐτὴν δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν εἴτε ὑποκειμενικῶς, διὰ τῆς αἰσθήσεως τῆς ἁφῆς, εἴτε ἀντικειμενικῶς, διὰ καταλλήλων ὀργάνων - τῶν *θερμομέτρων*. Βυθίζοντες, π.χ., τὴν χεῖρά μας ἐντὸς ὕδατος δυνάμεθα νὰ διαπιστώσωμεν ἐὰν τοῦτο εἶναι θερμὸν ἢ ψυχρόν. Τοῦτο ἐκφράζομεν λέγοντες ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ θερμοῦ ὕδατος εἶναι μεγαλυτέρα τῆς θερμοκρασίας τοῦ ψυχροῦ ὕδατος.

Ἡ ὑποκειμενική, ὅμως, αὕτη ἐκτίμησις τοῦ ψυχροῦ καὶ τοῦ θερμοῦ δὲν εἶναι πάντοτε ἀσφαλής. Τοῦτο πιστοποιοῦμεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐντὸς ἑνὸς δοχείου θέτομεν θερμὸν ὕδωρ καὶ ἐντὸς ἄλλου ψυχρὸν τοιοῦτο. Εἰς τὸ θερμὸν ὕδωρ βυθίζομεν τὴν δεξιὰν χεῖρα καὶ εἰς τὸ ψυχρὸν τὴν ἀριστεράν. Ἐάν, μετ᾽ ὀλίγον, βυθίσωμεν καὶ τὰς δύο χεῖρας ἐντὸς τρίτου δοχείου, περιέχοντος χλιαρὸν ὕδωρ, τότε διὰ μὲν τῆς δεξιᾶς χειρὸς ἔχομεν τὴν ἐντύπωσιν ὅτι τὸ ὕδωρ εἶναι ψυχρόν, ἐνῶ διὰ τῆς ἀριστερᾶς ὅτι εἶναι θερμόν. Ἐπίσης τεμάχιον ξύλου καὶ τεμάχιον μετάλλου, εὑρισκόμενα εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν (χαμηλοτέραν τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος ἡμῶν), μᾶς φαίνονται, διὰ τῆς ἁφῆς, ὅτι ἔχουν διαφόρους θερμοκρασίας - τὸ μέταλλον μᾶς φαίνεται ψυχρότερον τοῦ ξύλου.

Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι τὸ αἴσθημα τῆς ἁφῆς μᾶς δίδει ἀπατηλὰς ἐντυπώσεις διὰ τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς σώματος. Διὰ τοῦτο καταφεύγομεν εἰς ἀντικειμενικὴν ἐκτίμησιν τῆς θερμοκρασίας διὰ τῶν κατωτέρω περιγραφομένων θερμομέτρων.

Ἐὰν φέρωμεν εἰς ἐπαφὴν δύο σώματα, ἐκ τῶν ὁποίων τὸ ἓν εἶναι θερμὸν καὶ τὸ ἄλλο ψυχρόν, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ θερμὸν ψύχεται καὶ τὸ ψυχρὸν θερμαίνεται, μέχρις ὅτου ἀποκατασταθῇ ἰσορροπία εἰς τὴν θερμικήν των κατάστασιν, τὸ ὁποῖον θὰ συμβῇ, ὅταν καὶ τὰ δύο σώματα ἀποκτήσουν τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν.

§ 153. Θερμόμετρα. Ὄργανα διὰ τῶν ὁποίων μετροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν καλοῦνται ***θερμόμετρα.*** Ἡ κατασκευὴ τῶν θερμομέτρων στηρίζεται ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως ὅτι πολλαὶ ἰδιότητες τῶν σωμάτων ἐξαρτῶνται ἐκ τῆς θερμοκρασίας. Π.χ. παρατηροῦμεν ὅτι, κατὰ κανόνα, τὸ μῆκος μιᾶς ράβδου, ὁ ὄγκος ἑνὸς ὑγροῦ, ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου, ἡ ἠλεκτρικὴ ἀντίστασις ἑνὸς ἀγωγοῦ κ.λ., μεταβάλλονται, ὅταν μεταβληθῇ ἡ θερμοκρασία αὐτῶν. Τοῦτο, ἀκριβῶς, ἐκμεταλλευόμεθα πρὸς κατασκευὴν τῶν θερμομέτρων.

Θερμομέτρων ὑπάρχουν διάφοροι τύποι, ὅπως τὸ ***ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.*** Τοῦτο εἶναι τὸ μᾶλλον χρησιμοποιούμενον εἰς τὴν πρᾶξιν, ἡ δὲ λειτουργία του στηρίζεται εἰς τὴν διαστολὴν τὴν ὁποίαν ὑφίσταται δεδομένη ποσότης ὑδραργύρου (*) ὅταν θερμαίνεται. Ἀποτελεῖται ἀπὸ δοχεῖον ὑάλινον, κυλινδρικὸν ἢ σφαιρικόν, τὸ ὁποῖον περιέχει τὸν ὑδράργυρον καὶ τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς τριχοειδῆ σωλῆνα σταθερᾶς διαμέτρου. Ἡ ἑκάστοτε θέσις τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου μᾶς παρέχει, ἐπὶ βαθμολογημένης κλίμακος, τὴν μετρουμένην θερμοκρασίαν.

§ 154. Θερμομετρικαὶ κλίμακες. Διὰ τὴν βαθμολογίαν τοῦ θερμομέτρου ἐκλέγομεν, αὐθαιρέτως, δύο σταθερὰς θερμοκρασίας: α) τὴν θερμοκρασίαν τοῦ τηκομένου πάγου καὶ β) τὴν θερμοκρασίαν ζέσεως τοῦ ἀπεσταγμένου ὕδατος, ἀμφοτέρας ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν *760 Torr* (**). Ἀφοῦ ὁρίσωμεν τὰς σταθερὰς αὐτὰς θερμοκρασίας διαιροῦμεν τὸ μεταξύ των διάστημα εἰς ἴσα μέρη. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον δυνάμεθα νὰ λάβωμεν διαφόρους *θερμομετρικὰς κλίμακας*, ἐκ τῶν ὁποίων αἱ συνηθέστερον χρησιμοποιούμεναι εἶναι ἡ κλῖμαξ Κελσίου (C) καὶ ἡ κλῖμαξ Fahrenheit (Φαρενάϊτ) (F).

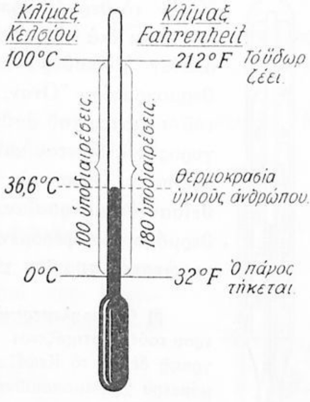
1) ***Κλῖμαξ Κελσίου.*** Εἰς τὴν κλίμακα ταύτην ἡ θερμοκρασία τήξεως

(*) Ὁ ὑδράργυρος χρησιμοποιεῖται διὰ πολλοὺς λόγους: 1) Ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια τοῦ ὑδραργύρου διακρίνεται σαφῶς. 2) Δὲν διαβρέχει τὴν ὕαλον. 3) Ἔχει μεγάλον, σχετικῶς, συντελεστὴν κυβικῆς διαστολῆς. 4) Εἶναι καλὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καί, ὡς ἐκ τούτου, λαμβάνει ταχέως τὴν θερμοκρασίαν τοῦ σώματος μὲ τὸ ὁποῖον τίθεται εἰς ἐπαφήν.

(**) Τοῦτο εἶναι ἀπαραίτητον διότι, ὡς θὰ ἴδωμεν κατωτέρω (*§ 186*), αἱ θερμοκρασίαι αὗται μεταβάλλονται μετὰ τῆς πιέσεως.

τοῦ πάγου καλεῖται ***μηδὲν (0° C)*** καὶ ἡ θερμοκρασία ζέσεως τοῦ ὕδατος ***ἑκατὸν (100° C)***. Τὸ μεταξύ των διάστημα διαιροῦμεν εἰς *100* ἴσα μέρη, τὴν δὲ ἀπόστασιν μεταξὺ δύο τοιούτων διαιρέσεων καλοῦμεν ***βαθμὸν Κελσίου (1° C)*** (Συμβολισμός: *1 grad*). Ἡ διαίρεσις ἐπεκτείνεται καὶ ἄνω τῶν *100°* καὶ κάτω τοῦ μηδενός. Οἱ κάτω τοῦ μηδενὸς βαθμοὶ σημειοῦνται δι' ἀρνητικοῦ σημείου. Οὕτω *—5° C* σημαίνει θερμοκρασίαν *5* βαθμῶν Κελσίου κάτω τοῦ μηδενός.

2) ***Κλῖμαξ Fahrenheit.*** Εἰς τὴν κλίμακα ταύτην ἡ θερμοκρασία τήξεως τοῦ πάγου λαμβάνεται *32°* καὶ ἡ θερμοκρασία ζέσεως τοῦ ὕδατος *212°*. Τὸ μεταξύ των διάστημα διαιροῦμεν εἰς *180* ἴσα μέρη, τὴν δὲ ἀπόστασιν μεταξὺ δύο τοιούτων διαιρέσεων καλοῦμεν ***βαθμὸν Fahrenheit (1° F)***.



Σχ. 247.

Μετατροπὴ θερμοκρασιῶν εἰς τὰς δύο κλίμακας: Ἐκ τῶν ἀνωτέρω προκύπτει ὅτι

εἰς διαφορὰν θερμοκρασίας 100° C ἀντιστοιχεῖ διαφορὰ 180° F

ἄρα *εἰς διαφορὰν θερμοκρασίας 5° C ἀντιστοιχεῖ διαφορὰ 9° F.*

Ἐπομένως:

1° C ἀντιστοιχεῖ εἰς $\frac{9}{5}$ °F καὶ *1° F* ἀντιστοιχεῖ εἰς $\frac{5}{9}$ °C.

Ἐκ τούτων δυνάμεθα νὰ ἔχωμεν καὶ τὰς σχέσεις

$$\boxed{\vartheta_C = (\vartheta_F - 32) \cdot \frac{5}{9} \quad \text{καὶ} \quad \vartheta_F = \left(\vartheta_C \cdot \frac{9}{5}\right) + 32}$$

Διὰ νὰ μετατρέψωμεν, λοιπόν, μίαν θερμοκρασίαν ἀπὸ βαθμοὺς Fahrenheit εἰς βαθμοὺς Κελσίου, πρέπει ν' ἀφαιρέσωμεν *32* ἀπὸ τὸ δοθὲν καὶ τὴν διαφορὰν νὰ πολλαπλασιάσωμεν ἐπὶ *5/9*. Ἀντιστρόφως, διὰ νὰ μετατρέψωμεν μίαν θερμοκρασίαν, ἀπὸ βαθμοὺς Κελσίου εἰς βαθμοὺς Fahrenheit, πολλαπλασιάζομεν αὐτὴν ἐπὶ *9/5* καὶ προσθέτομεν *32* εἰς τὸ ἀποτέλεσμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΩΝ

Θερμοκρασία ζέσεως τοῦ ὑγροῦ ἡλίου	*—269° C*
Μέση θερμοκρασία ὑγιοῦς ἀνθρώπου	*36,6° C*
Θερμοκρασία πυρακτωμένων συρμάτων ἠλεκτρικῶν λαμπτήρων	*2300° C*
Θερμοκρασία τῆς ἐπιφανείας τοῦ Ἡλίου	*6000° C*
Θερμοκρασία εἰς τὸ κέντρον ἐκρήξεως ἀτομικῆς βόμβας	*Μερικὰ ἑκατομμύρια βαθμῶν*

§ 155. Ἄλλοι τύποι θερμομέτρων. α) ***Ἰατρικὸν θερμόμετρον.*** Τοῦτο εἶναι ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον, τὸ ὁποῖον φέρει στένωσιν εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος (*σχ. 248*). Ὅταν τὸ θερμόμετρον θερμαίνεται ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται, διέρχεται διὰ τῆς στενώσεως καὶ φθάνει εἴς τινα θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ δεικνύει τὴν μετρουμένην θερμοκρασίαν. Ὅταν, ἀκολούθως, τὸ θερμόμετρον ἀπομακρυνθῇ τοῦ σώματος τοῦ ἀσθενοῦς, ἀρχίζει νὰ ψύχεται, ὁπότε ὁ ὑδράργυρος συστέλλεται καὶ ἡ στήλη διακόπτεται, ἀκριβῶς, εἰς τὴν στένωσιν. Οὕτω τὸ θερμόμετρον παρέχει τὴν μεγίστην μετρηθεῖσαν θερμοκρασίαν. Διὰ νὰ χρησιμοποιήσωμεν, ἐκ νέου, τὸ θερμόμετρον φέρομεν, διὰ τιναγμῶν, τὸν ὑδράργυρον εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς κλίμακος.

Σχ. 248.

β) ***Θερμοηλεκτρικὸν θερμόμετρον.*** Ἡ λειτουργία τοῦ θερμομέτρου τούτου στηρίζεται ἐπὶ τοῦ *θερμοηλεκτρικοῦ φαινομένου*, θὰ περιγραφῇ δὲ εἰς τὸ Κεφάλαιον τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ. Τὰ θερμοηλεκτρικὰ θερμόμετρα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν (μέχρι 1600^0 *C*).

γ) ***Θερμόμετρον δι' οἰνοπνεύματος.*** Ἐπειδὴ ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς θερμοκρασίαν -39^0 *C*, τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ θερμοκρασίας μικροτέρας τῶν -39^0 *C*. Ἀντ' αὐτοῦ, εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτάς, χρησιμοποιεῖται τὸ *θερμόμετρον δι' οἰνοπνεύματος* (μέχρι -100^0 *C*).

δ) ***Θερμόμετρον ἀντιστάσεως.*** Τοῦτο στηρίζεται ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως ὅτι ἡ *ἠλεκτρικὴ ἀντίστασις* τῶν ἀγωγῶν μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Τὸ θερμόμετρον ἀντιστάσεως ἀποτελεῖται ἀπὸ σπείραμα ἐκ λεπτοῦ σύρματος λευκοχρύσου εὑρισκομένου ἐντὸς σωλῆνος ἐκ χαλαζίου. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς σώματος φέρομεν τὸ θερμόμετρον εἰς θερμικὴν μετ' αὐτοῦ ἐπαφὴν καὶ μετροῦμεν τὴν ἀντίστασιν τοῦ σύρματος. Ἐκ τῆς ἀντιστάσεως εὑρίσκομεν, ἀκολούθως, τὴν θερμοκρασίαν. Τὰ θερμόμετρα ἀντιστάσεως χρησιμοποιοῦνται, συνήθως, διὰ τὴν μέτρησιν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Νὰ μετατραποῦν αἱ θερμοκρασίαι -15^0 *C*, 20^0 *C* εἰς βαθμοὺς Fahrenheit. Ὁμοίως 0^0 *F*, 98^0 *F*, -13^0 *F* εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

(ΑΠ: 5^0 *F*, 68^0 *F*, $-17{,}8^0$ *C*, $36{,}6^0$ *C*, -25^0 *C*)

2) Ποία ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγιοῦς ἀνθρώπου εἰς βαθμοὺς Fahrenheit;

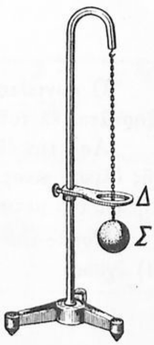
(ΑΠ: 98^0 *F*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΖ΄

ΘΕΡΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ

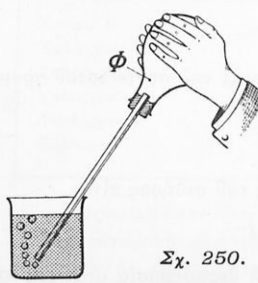
§ 156. Γενικά. Ἡ παρατήρησις δεικνύει ὅτι αὔξησις τῆς θερμοκρασίας τῶν διαφόρων σωμάτων (στερεῶν, ὑγρῶν, ἀερίων) προκαλεῖ, κατὰ κανόνα, αὔξησιν τῶν διαστάσεων αὐτῶν.

Τὴν διαστολὴν τῶν σ τ ε ρ ε ῶ ν δεικνύομεν, χαρακτηριστικῶς, διὰ τῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα *249*: Ἡ μεταλλικὴ σφαῖρα Σ ἔχει διάμετρον ὀλίγον μικροτέραν τῆς διαμέτρου τοῦ δακτυλίου Δ, ὥστε, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος, νὰ διέρχεται ἐλευθέρως δι' αὐτοῦ. Ἐὰν θερμάνωμεν, ἐπ' ἀρκετόν, τὴν σφαῖραν, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη δὲν δύναται, πλέον, νὰ διέλθῃ διὰ τοῦ δακτυλίου, ἀπόδειξις ὅτι ἡ σφαῖρα, διὰ τῆς θερμάνσεως, διεστάλη.



Σχ. 249.

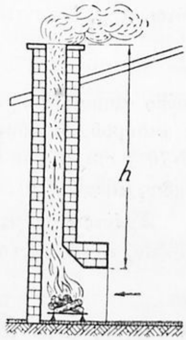
Χαρακτηριστικὸν παράδειγμα διαστολῆς ὑ γ ρ ο ῦ, κατὰ τὴν θέρμανσιν, ἔχομεν εἰς τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.



Σχ. 250.

Τὴν διαστολὴν τῶν ἀ ε ρ ί ω ν, τέλος, δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος (*σχ. 250*): Ὑαλίνη σφαιρικὴ φιάλη Φ πωματίζεται διὰ φελλοῦ, διὰ μέσου τοῦ ὁποίου διέρχεται ὑάλινος σωλήν. Ἐὰν βυθίσωμεν τὸν σωλῆνα ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ καὶ θερμάνωμεν τὴν φιάλην διὰ τῶν χειρῶν μας, ὁ ἐντὸς τῆς φιάλης περιεχόμενος ἀὴρ διαστέλλεται καὶ ἐξέρχεται ὑπὸ μορφὴν φυσαλλίδων.

Ὅταν τὰ ἀέρια, θερμαινόμενα, διαστέλλωνται, ὑφίστανται ἐλάττωσιν τῆς πυκνότητος αὐτῶν. Ἐπὶ τοῦ φαινομένου, ἀκριβῶς, αὐτοῦ στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν καπνοδόχων (*σχ. 251*): Ὁ ἐντὸς τῆς καπνοδόχου εὑρισκόμενος ἀήρ, θερμαινόμενος, καθίσταται ἀραιότερος τοῦ ἀέρος τοῦ περιβάλλοντος καί, ὡς ἐκ τούτου, ἀνέρχεται. Διὰ τὸν καλὸν ἑλκυσμὸν (κ. τράβηγμα) οὐσιῶδες εἶναι τὸ ὕψος h τῆς θερμῆς στήλης τοῦ ἀέρος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ εἶναι, ὅσον τὸ δυνατόν, μεγαλύτερον.



Σχ. 251. Ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ ὕψος h, τόσον καλλίτερος καὶ ὁ ἑλκυσμός.

§ 157. Συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς. Θεωρήσωμεν μεταλλι-

§ 155. Ἄλλοι τύποι θερμομέτρων. α) ***Ἰατρικὸν θερμόμετρον.*** Τοῦτο εἶναι ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον, τὸ ὁποῖον φέρει στένωσιν εἰς τὸ κάτω μέρος τοῦ τριχοειδοῦς σωλῆνος *(σχ. 248).* Ὅταν τὸ θερμόμετρον θερμαίνεται ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται, διέρχεται διὰ τῆς στενώσεως καὶ φθάνει εἴς τινα θέσιν, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ ἐλευθέρα ἐπιφάνεια αὐτοῦ δεικνύει τὴν μετρουμένην θερμοκρασίαν. Ὅταν, ἀκολούθως, τὸ θερμόμετρον ἀπομακρυνθῇ τοῦ σώματος τοῦ ἀσθενοῦς, ἀρχίζει νὰ ψύχεται, ὁπότε ὁ ὑδράργυρος συστέλλεται καὶ ἡ στήλη διακόπτεται, ἀκριβῶς, εἰς τὴν στένωσιν. Οὕτω τὸ θερμόμετρον παρέχει τὴν μεγίστην μετρηθεῖσαν θερμοκρασίαν. Διὰ νὰ χρησιμοποιήσωμεν, ἐκ νέου, τὸ θερμόμετρον φέρομεν, διὰ τιναγμῶν, τὸν ὑδράργυρον εἰς τὸ κατώτατον σημεῖον τῆς κλίμακος.

Σχ. 248.

β) ***Θερμοηλεκτρικὸν θερμόμετρον.*** Ἡ λειτουργία τοῦ θερμομέτρου τούτου στηρίζεται ἐπὶ τοῦ *θερμοηλεκτρικοῦ φαινομένου,* θὰ περιγραφῇ δὲ εἰς τὸ Κεφάλαιον τοῦ Ἠλεκτρισμοῦ. Τὰ θερμοηλεκτρικὰ θερμόμετρα χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν μέτρησιν ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν (μέχρι *1600° C*).

γ) ***Θερμόμετρον δι' οἰνοπνεύματος.*** Ἐπειδὴ ὁ ὑδράργυρος πήγνυται εἰς θερμοκρασίαν *—39° C*, τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον δὲν δύναται νὰ χρησιμοποιηθῇ διὰ θερμοκρασίας μικροτέρας τῶν *—39° C*. Ἀντ' αὐτοῦ, εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτάς, χρησιμοποιεῖται τὸ *θερμόμετρον δι' οἰνοπνεύματος* (μέχρι *—100° C*).

δ) ***Θερμόμετρον ἀντιστάσεως.*** Τοῦτο στηρίζεται ἐπὶ τῆς παρατηρήσεως ὅτι ἡ *ἠλεκτρικὴ ἀντίστασις* τῶν ἀγωγῶν μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Τὸ θερμόμετρον ἀντιστάσεως ἀποτελεῖται ἀπὸ σπείραμα ἐκ λεπτοῦ σύρματος λευκοχρύσου εὑρισκομένου ἐντὸς σωλῆνος ἐκ χαλαζίου. Διὰ νὰ μετρήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς σώματος φέρομεν τὸ θερμόμετρον εἰς θερμικὴν μετ' αὐτοῦ ἐπαφὴν καὶ μετροῦμεν τὴν ἀντίστασιν τοῦ σύρματος. Ἐκ τῆς ἀντιστάσεως εὑρίσκομεν, ἀκολούθως, τὴν θερμοκρασίαν. Τὰ θερμόμετρα ἀντιστάσεως χρησιμοποιοῦνται, συνήθως, διὰ τὴν μέτρησιν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Νὰ μετατραποῦν αἱ θερμοκρασίαι *—15° C, 20° C* εἰς βαθμοὺς Fahrenheit. Ὁμοίως *0° F, 98° F, —13° F* εἰς βαθμοὺς Κελσίου.

(ΑΠ: *5° F, 68° F, —17,8° C, 36,6° C, —25° C*)

2) Ποία ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγιοῦς ἀνθρώπου εἰς βαθμοὺς Fahrenheit;

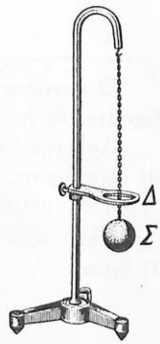
(ΑΠ: *98° F*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΖ΄

ΘΕΡΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ

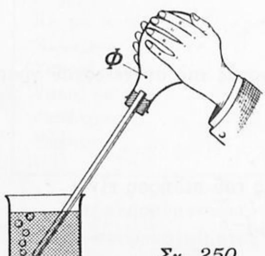
§ 156. Γενικά. Ἡ παρατήρησις δεικνύει ὅτι αὔξησις τῆς θερμοκρασίας τῶν διαφόρων σωμάτων (στερεῶν, ὑγρῶν, ἀερίων) προκαλεῖ, κατὰ κανόνα, αὔξησιν τῶν διαστάσεων αὐτῶν.

Τὴν διαστολὴν τῶν σ τ ε ρ ε ῶ ν δεικνύομεν, χαρακτηριστικῶς, διὰ τῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα *249*: Ἡ μεταλλικὴ σφαῖρα Σ ἔχει διάμετρον ὀλίγον μικροτέραν τῆς διαμέτρου τοῦ δακτυλίου Δ, ὥστε, εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος, νὰ διέρχεται ἐλευθέρως δι' αὐτοῦ. Ἐὰν θερμάνωμεν, ἐπ' ἀρκετόν, τὴν σφαῖραν, παρατηροῦμεν ὅτι αὕτη δὲν δύναται, πλέον, νὰ διέλθῃ διὰ τοῦ δακτυλίου, ἀπόδειξις ὅτι ἡ σφαῖρα, διὰ τῆς θερμάνσεως, διεστάλη.



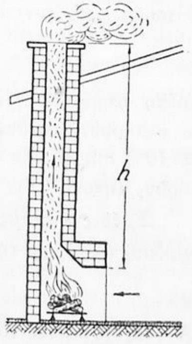
Σχ. 249.

Χαρακτηριστικὸν παράδειγμα διαστολῆς ὑ γ ρ ο ῦ, κατὰ τὴν θέρμανσιν, ἔχομεν εἰς τὸ ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον.



Σχ. 250.

Τὴν διαστολὴν τῶν ἀ ε ρ ί ω ν, τέλος, δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος (*σχ. 250*): Ὑαλίνη σφαιρικὴ φιάλη Φ πωματίζεται διὰ φελλοῦ, διὰ μέσου τοῦ ὁποίου διέρχεται ὑάλινος σωλήν. Ἐὰν βυθίσωμεν τὸν σωλῆνα ἐντὸς ποτηρίου περιέχοντος ὕδωρ καὶ θερμάνωμεν τὴν φιάλην διὰ τῶν χειρῶν μας, ὁ ἐντὸς τῆς φιάλης περιεχόμενος ἀὴρ διαστέλλεται καὶ ἐξέρχεται ὑπὸ μορφὴν φυσαλλίδων.



Σχ. 251. Ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ ὕψος h, τόσον καλλίτερος καὶ ὁ ἑλκυσμός.

Ὅταν τὰ ἀέρια, θερμαινόμενα, διαστέλλωνται, ὑφίστανται ἐλάττωσιν τῆς πυκνότητος αὐτῶν. Ἐπὶ τοῦ φαινομένου, ἀκριβῶς, αὐτοῦ στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν καπνοδόχων (*σχ. 251*): Ὁ ἐντὸς τῆς καπνοδόχου εὑρισκόμενος ἀήρ, θερμαινόμενος, καθίσταται ἀραιότερος τοῦ ἀέρος τοῦ περιβάλλοντος καί, ὡς ἐκ τούτου, ἀνέρχεται. Διὰ τὸν καλὸν ἑλκυσμὸν (κ. τράβηγμα) οὐσιῶδες εἶναι τὸ ὕψος h τῆς θερμῆς στήλης τοῦ ἀέρος, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ εἶναι, ὅσον τὸ δυνατόν, μεγαλύτερον.

§ 157. Συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς. Θεωρήσωμεν μεταλλικὴν ράβδον, ἡ ὁποία, εἰς τὴν θερμοκρασίαν ϑ, ἔχει μῆκος l. Ἐὰν θερμάνωμεν τὴν ράβδον, ὥστε ἡ θερμοκρασία της νὰ γίνῃ ϑ', τὸ μῆκος της θὰ αὐξηθῇ καὶ θὰ γίνῃ l'. Ἐὰν τὴν αὔξησιν $l'-l$ τοῦ μήκους τῆς ράβδου συμβολίσωμεν διὰ τοῦ Δl καὶ τὴν αὔξησιν $\vartheta'-\vartheta$ τῆς θερμοκρασίας διὰ τοῦ $\Delta\vartheta$, εὑρίσκομεν, πειραματικῶς, ὅτι ἡ ἐπιμήκυνσις Δl τῆς ράβδου εἶναι 1) ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ μήκους l τῆς ράβδου, 2) ἀνάλογος τῆς διαφορᾶς $\Delta\vartheta$ τῆς θερμοκρασίας καὶ 3) ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τοῦ ὑλικοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένη ἡ ράβδος. Ἤτοι εἶναι

$$\boxed{\Delta l = \beta \cdot l \cdot \Delta\vartheta} \tag{1}$$

Ὁ συντελεστὴς β καλεῖται ***συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς*** καὶ ἐξαρτᾶται ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τῆς ράβδου.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) προκύπτει ὅτι ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς ὑλικοῦ τινος ἰσοῦται, ἀριθμητικῶς, μὲ τὴν μεταβολὴν τῆς μονάδος τοῦ μήκους διὰ μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας κατὰ 1^0 C.

Μονὰς τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) ἔχομεν

$$\beta = \frac{\Delta l}{l \cdot \Delta\vartheta} .$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου προκύπτει ὅτι ἡ μονὰς τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς θὰ εἶναι τὸ

$$1 \ grad^{-1}.$$

Οὕτω, π.χ., ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ σιδήρου εἶναι

$$\beta_{\sigma\iota\delta\acute{\eta}\rho o\upsilon} = 12 \cdot 10^{-6} \ grad^{-1}.$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν αὐξηθῇ, κατὰ 1^0 C, ἡ θερμοκρασία μιᾶς ράβδου ἐκ σιδήρου, μήκους $1 \ cm$, θὰ προκληθῇ ἐπιμήκυνσις τῆς ράβδου κατὰ $12 \cdot 10^{-6} \ cm$· ἢ ἐὰν αὐξηθῇ, κατὰ 1^0 C, ἡ θερμοκρασία μιᾶς ράβδου ἐκ σιδήρου, μήκους $1 \ m$, θὰ προκληθῇ ἐπιμήκυνσις τῆς ράβδου κατὰ $12 \cdot 10^{-6} \ m$.

Σχέσις μήκους καὶ θερμοκρασίας. Ἀφοῦ, διὰ τῆς θερμάνσεως τῆς ράβδου, τὸ μῆκος της l ηὐξήθη κατὰ Δl, τὸ νέον μῆκος l' θὰ εἶναι ἴσον πρὸς

$$l' = l + \Delta l.$$

Ἀντικαθιστῶντες τὸ Δl διὰ τοῦ ἴσου του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἀπὸ τὸν τύπον (1), ἔχομεν

$$l' = l + \beta \cdot l \cdot \Delta\vartheta$$

ἢ

$$\boxed{l' = l \cdot (1 + \beta \cdot \Delta\vartheta)}$$

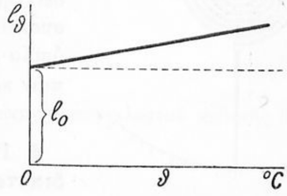
Ἡ ἐξίσωσις αὐτη μᾶς ἐπιτρέπει νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ μῆκος l', τὸ ὁποῖον θὰ ἔχῃ μία ῥάβδος ὅταν θερμανθῇ κατὰ $\Delta\vartheta^0$ *C*, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὸ ἀρχικόν της μῆκος l καὶ τὴν αὔξησιν $\Delta\vartheta$ τῆς θερμοκρασίας.

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης δυνάμεθα νὰ λάβωμεν τύπον, ὁ ὁποῖος νὰ παρέχῃ τὸ μῆκος l_ϑ, τὸ ὁποῖον ἔχει ἡ ῥάβδος εἰς θερμοκρασίαν ϑ, ὅταν γνωρίζωμεν τὸ μῆκος της εἰς θερμοκρασίαν 0^0 *C*. Πρὸς τοῦτο γράφομεν

l_ϑ ἀντὶ l', l_0 ἀντὶ l καὶ ϑ ἀντὶ $\Delta\vartheta$,

(δεδομένου ὅτι ἡ αὔξησις τῆς θερμοκρασίας ἀπὸ 0^0 *C* εἰς ϑ^0 *C* εἶναι, ἀκριβῶς, ϑ), ὁπότε ἔχομεν

$$l_\vartheta = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot \vartheta) \qquad (2)$$



Σχ. 252.

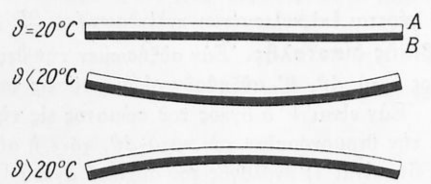
Ἡ ἐξίσωσις (2), ἡ συνδέουσα τὸ μῆκος l_ϑ μετὰ τῆς θερμοκρασίας ϑ, εἶναι ἐξίσωσις πρώτου βαθμοῦ, συνεπῶς θὰ παρίσταται γραφικῶς ὑπὸ εὐθείας γραμμῆς *(σχ. 252)*.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ

(εἰς *grad*$^{-1}$)

Κρᾶμα invar	*πρακτικῶς μηδὲν*	Σίδηρος	$12 \cdot 10^{-6}$
Χαλαζίας	» »	Σκυροκονίαμα (μπετὸν) . .	$12 \cdot 10^{-6}$
Ὕαλος Pyrex	$3 \cdot 10^{-6}$	Χαλκὸς	$16 \cdot 10^{-6}$
Ὕαλος (κοινὴ)	$9 \cdot 10^{-6}$	Ὀρείχαλκος	$20 \cdot 10^{-6}$
Λευκόχρυσος	$9 \cdot 10^{-6}$	Ψευδάργυρος	$26 \cdot 10^{-6}$
Χάλυψ	$11 \cdot 10^{-6}$	Μόλυβδος	$29 \cdot 10^{-6}$

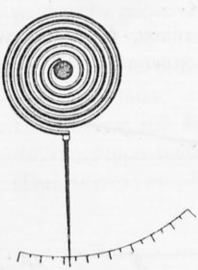
Παρατηροῦμεν ὅτι, οἱ συντελεσταὶ γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ σιδήρου καὶ τοῦ σκυροκονιάματος ἔχουν τὴν αὐτὴν τιμήν. Τοῦτο ἐπιτρέπει εἰς τὸ *σιδηροπαγὲς σκυροκονίαμα* (μπετὸν ἀρμὲ) νὰ διαστέλλεται καὶ νὰ συστέλλεται, ἀναλόγως τῶν καιρικῶν συνθηκῶν, ὡς συμπαγὲς σύνολον.



Σχ. 253. *Τὸ σχῆμα τῶν διμεταλλικῶν ἐλασμάτων μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.*

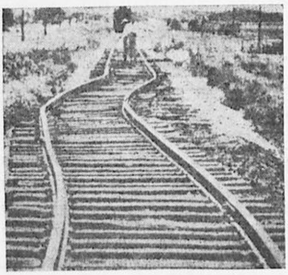
Διμεταλλικὰ ἐλάσματα. Ἀποτελοῦνται ἀπὸ δύο διάφορα μέταλλα *A* καὶ *B* *(σχ. 253)*, τὰ ὁποῖα ἔχουν καλῶς συγκολληθῇ μεταξύ των. Ἐὰν τὸ μέταλλον *A* ἔχῃ συντελεστὴν γραμμικῆς διαστολῆς μεγαλύτερον τοῦ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ μετάλλου *B*, τότε τὸ σύστημα τῶν δύο, τὸ ὁποῖον εἶναι εὐθὺ εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος (π.χ. 20^0 *C*), καμπυλοῦται, ὅταν ἡ θερμοκρασία μεταβληθῇ (αὐξηθῇ ἢ ἐλαττωθῇ).

Ἐφαρμογὴν τῶν διμεταλλικῶν ἐλασμάτων ἔχομεν εἰς τὸ ***διμεταλλικὸν θερμόμετρον*** *(σχ. 254)*. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ σπειροειδὲς διμεταλλικὸν ἐλατήριον στερεωμένον εἰς τὸ ἓν ἄκρον, ἐνῷ εἰς τὸ ἄλλο προσαρμόζεται δείκτης. Μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας προκαλοῦν συσπείρωσιν ἢ ἀποσυσπείρωσιν τοῦ ἐλατηρίου, ἡ ὁποία μετατρέπεται εἰς κίνησιν τοῦ δείκτου ἐνώπιον κλίμακος, βαθμολογημένης εἰς βαθμούς. Τὰ ὄργανα ταῦτα δὲν εἶναι ὄργανα ἀκριβείας.

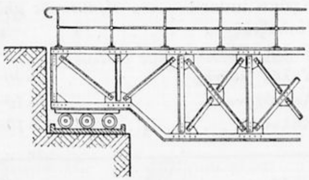


Σχ. 254. Διμεταλλικὸν θερμόμετρον (ἀρχή).

§ 158. Δύναμις ἀναπτυσσομένη ἐκ τῆς διαστολῆς. Κατὰ τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τῶν στερεῶν ἀναπτύσσονται πολὺ μεγάλαι δυνάμεις, ἐὰν ἐμποδισθῇ ἡ ἐλευθέρα διαστολὴ αὐτῶν. Δι' αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον αἱ σιδηροδρομικαὶ γραμμαὶ δὲν συνδέονται στενῶς, ἀλλ' ἀφήνεται μεταξύ των διάκενον διὰ ν' ἀντισταθμίζεται ἡ διαστολή. Τὸ σχῆμα *255* δεικνύει σιδηροδρομικὰς γραμμάς, αἱ ὁποῖαι, λόγῳ ἀνεπαρκῶν διακένων, παρεμορφώθησαν ἀπὸ τὴν ὑπερβολικὴν θέρμανσιν κατὰ τὸ θέρος.



Σχ. 255.



Σχ. 256.

Διὰ νὰ διαστέλλωνται ἐλευθέρως αἱ σιδηραῖ γέφυραι, τὸ ἓν ἄκρον αὐτῶν δὲν στερεοῦται ἀκλονήτως, ἀλλὰ φέρεται ἐπὶ κυλιομένων κυλίνδρων *(σχ. 256)*.

§ 159. Συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς. Ἐὰν αὐξήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς στερεοῦ σώματος κατὰ $\Delta\vartheta$, θ' αὐξηθοῦν αἱ διαστάσεις του καί, συνεπῶς, καὶ ὁ ὄγκος του. Ἐὰν εἶναι V ὁ ὄγκος τοῦ σώματος εἰς τὴν θερμοκρασίαν ϑ, αὐξήσωμεν δὲ τὴν θερμοκρασίαν του κατὰ $\Delta\vartheta$, τότε ἡ αὔξησις ΔV τοῦ ὄγκου εὑρίσκεται ὅτι εἶναι 1) ἀνάλογος τοῦ ἀρχικοῦ ὄγκου V, 2) ἀνάλογος τῆς μεταβολῆς $\Delta\vartheta$ τῆς θερμοκρασίας καὶ 3) ἐξαρτᾶται καὶ ἐκ τοῦ ὑλικοῦ ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον τὸ σῶμα. Ἤτοι εἶναι

$$\boxed{\Delta V = \gamma \cdot V \cdot \Delta\vartheta} \qquad (1)$$

Ὁ συντελεστὴς γ καλεῖται ***συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς*** καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ὑλικὸν τοῦ σώματος.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) προκύπτει ὅτι ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς ὑλικοῦ τινος ἰσοῦται, ἀριθμητικῶς, μὲ τὴν μεταβολὴν τῆς μονάδος τοῦ ὄγκου τοῦ ὑλικοῦ διὰ μεταβολὴν τῆς θερμοκρασίας κατὰ $1^0\ C$.

Μονὰς τοῦ συντελεστοῦ κυβικῆς διαστολῆς. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) ἔχομεν

$$\gamma = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta\vartheta}.$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου προκύπτει ὅτι ἡ μονὰς τοῦ συντελεστοῦ κυβικῆς διαστολῆς εἶναι τὸ

$$1\ grad^{-1}.$$

Σχέσις ὄγκου καὶ θερμοκρασίας. Ἀφοῦ, διὰ τῆς θερμάνσεως, ὁ ὄγκος V τοῦ σώματος ηὐξήθη κατὰ ΔV, ὁ νέος ὄγκος V' θὰ εἶναι ἴσος πρὸς

$$V' = V + \Delta V.$$

Ἀντικαθιστῶντες τὸ ΔV διὰ τοῦ ἴσου του (ἐξίσωσις (1)) λαμβάνομεν

$$V' = V + \gamma \cdot V \cdot \Delta\vartheta = V \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta\vartheta).$$

Ἐὰν ὡς ἀρχικὴ θερμοκρασία ληφθῇ τὸ $0^0\ C$, τότε ὁ ὄγκος θὰ εἶναι V_0. Εἰς τὴν θερμοκρασίαν ϑ ὁ ὄγκος θὰ εἶναι V_ϑ ἴσος πρὸς

$$V_\vartheta = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \vartheta) \qquad (2)$$

Σχέσις μεταξὺ συντελεστοῦ κυβικῆς διαστολῆς καὶ συντελεστοῦ γραμμικῆς διαστολῆς. Ἐὰν εἶναι l_0 ἡ πλευρὰ ἑνὸς κύβου εἰς θερμοκρασίαν $0^0\ C$, τότε εἰς θερμοκρασίαν $\vartheta^0\ C$, αὕτη θὰ εἶναι ἴση πρὸς

$$l_\vartheta = l_0 \cdot (1 + \beta \cdot \vartheta).$$

Ἑπομένως ὁ ὄγκος V_ϑ τοῦ κύβου εἰς θερμοκρασίαν $\vartheta^0\ C$ θὰ εἶναι ἴσος πρὸς

$$V_\vartheta = (l_\vartheta)^3 = \left\{l_0 \cdot (1 + \beta \cdot \vartheta)\right\}^3 = (l_0)^3 \cdot (1 + \beta \cdot \vartheta)^3 = V_0 \cdot (1 + 3\beta \cdot \vartheta + 3\beta^2 \cdot \vartheta^2 + \ldots + \ldots)$$

Ἐπειδὴ τὸ $\beta \cdot \vartheta$ εἶναι μικρὸν τὸ $\beta^2 \cdot \vartheta^2$ εἶναι πολὺ μικρὸν (*) καί, ὡς ἐκ τούτου, τὸ $3\beta^2 \cdot \vartheta^2$ δύναται, χωρὶς αἰσθητὸν λάθος, νὰ μὴ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν, ὁπότε ἔχομεν

$$V_\vartheta = V_0 \cdot (1 + 3\beta \cdot \vartheta).$$

Διὰ συγκρίσεως τῆς ἐξισώσεως ταύτης πρὸς τὴν ἐξίσωσιν (2) λαμβάνομεν

$$\gamma = 3\beta.$$

§ 160. Διαστολὴ τῶν στερεῶν. Κατὰ κανόνα ὁ ὄγκος τῶν στερεῶν αὐξάνεται, αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας, ἡ δὲ σχέσις μεταξὺ ὄγκου καὶ θερμοκρασίας δίδεται, ἀκριβῶς, ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς παραγράφου 159.

Ἐπειδὴ οἱ συντελεσταὶ διαστολῆς τῶν στερεῶν διαφέρουν μεταξύ των, διὰ τοῦτο, κατὰ τὴν θέρμανσιν δύο, στερεῶς, συγκεκολλημένων σωμάτων,

---

(*) Π.χ. προκειμένου διὰ σίδηρον καὶ θερμοκρασίαν $100^0\ C$ εἶναι

$$\beta \cdot \vartheta = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 12 \cdot 10^{-4} \quad \text{καὶ} \quad \beta^2 \cdot \vartheta^2 = 144 \cdot 10^{-8}$$

ἡ διαστολὴ δὲν θὰ εἶναι ἡ αὐτὴ καὶ διὰ τὰ δύο σώματα, ὁπότε ταῦτα εἴτε παραμορφώνονται *(σχ. 253)*, εἴτε ἀποκολλῶνται.

Ἀνομοιόμορφος διαστολὴ παρουσιάζεται, ἐπίσης, ὅταν ἕ ν α στερεὸν θερμανθῇ ἀνομοιομόρφως. Οὕτω τὰ ὑάλινα ἀντικείμενα τιθέμενα, ἀποτόμως, ἐντὸς φλογός, θερμαίνονται ἀνομοιομόρφως καὶ θραύονται. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι ἡ ὕαλος εἶναι κακὸς ἀγωγὸς τῆς θερμότητος καὶ τὰ ἀμέσως θερμαινόμενα μέρη διαστέλλονται περισσότερον ἀπὸ τὰ γειτονικά των, τὰ ὁποῖα εἶναι ψυχρότερα. Ὑπάρχουν, ὅμως, καὶ εἰδικοὶ ὕαλοι (Pyrex) μὲ μικρὸν συντελεστὴν διαστολῆς (βλ. πίνακα τῆς *§ 157*), αἱ ὁποῖαι, θερμαινόμεναι, δὲν θραύονται. Διὰ τοιούτων ὑάλων κατασκευάζονται σήμερον διάφορα μαγειρικὰ σκεύη, χημικὰ ὄργανα κ.λ.

§ 161. Διαστολὴ τῶν ὑγρῶν. Ὅταν θερμαίνωμεν ἕνα ὑδραργυρικὸν θερμόμετρον παρατηροῦμεν ὅτι ὁ ὑδράργυρος διαστέλλεται καὶ ἡ στάθμη ἐντὸς τοῦ σωλῆνος ἀνέρχεται. Τὸ αὐτὸ συμβαίνει καὶ κατὰ τὴν θέρμανσιν ο ἱ ο υ δ ή π ο τ ε ὑ γ ρ ο ῦ εὑρισκομένου ἐντὸς δοχείου, τὸ ὁποῖον καταλήγει εἰς στενὸν σωλῆνα: Ἐὰν τὸ δοχεῖον δὲν διεστέλλετο, θὰ ἠδυνάμεθα, ἐκ τῆς ἀνυψώσεως τῆς στάθμης, νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ τῇ βοηθείᾳ τοῦ τύπου

$$\Delta V = \gamma \cdot V \cdot \Delta \vartheta$$

εἰς τὸν ὁποῖον τὸ γ θὰ εἶναι ὁ (ἀπόλυτος) ***συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς*** τοῦ ὑγροῦ. Εἰς τὴν πραγματικότητα, ἐκτὸς τοῦ ὑγροῦ, διαστέλλεται κατὰ τὴν θέρμανσιν, καὶ τὸ δοχεῖον. Ἐπειδή, ὅμως, ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ ὑγροῦ εἶναι μεγαλύτερος τοῦ συντελεστοῦ κυβικῆς διαστολῆς τῆς ὑάλου, διὰ τοῦτο, ἐν τῷ συνόλῳ, ἡ στάθμη τοῦ ὑγροῦ ἀνέρχεται.

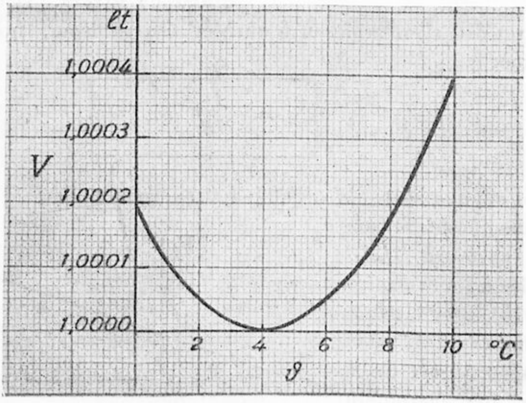
Συμφώνως πρὸς τ' ἀνωτέρω, λόγῳ τῆς διαστολῆς τοῦ δοχείου, ἡ ἀνύψωσις τῆς στάθμης δὲν παρέχει τὴν πραγματικὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου τοῦ ὑγροῦ, ἀλλὰ τὴν φαινομένην, καί, ἑπομένως, ὁ ἐκ τοιούτου πειράματος προκύπτων συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς θὰ εἶναι ὁ ***σχετικὸς συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς.***

Ἀνωμαλία διαστολῆς τοῦ ὕδατος. Τὸ ὕδωρ παρουσιάζει ἀνωμαλίαν κατὰ τὴν διαστολήν του. Οὕτω, ἐὰν θερμαίνωμεν δεδομένην ποσότητα ὕδατος, ἀρχικῆς θερμοκρασίας $0^0\ C$, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, μέχρι τῆς θερμοκρασίας $+4^0\ C$, ὁ ὄγκος του ἐλαττοῦται *(σχ. 257)*, ἀπὸ τῆς θερμοκρασίας δὲ αὐτῆς καὶ ἄνω ἀρχίζει ν' αὐξάνεται (*). Ἐκ τούτου προκύπτει ὅτι καὶ ἡ πυκνότης $(\varrho = m/V)$ τοῦ ὕδατος θὰ μεταβάλλεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας, θὰ λαμβάνη δὲ τὴν μεγίστην της τιμὴν εἰς τοὺς $+4^0\ C$, διότι εἰς τὴν θερμοκρασίαν αὐτὴν ὁ ὄγκος V, δεδομένης μάζης m τοῦ ὕδατος, λαμβάνει τὴν ἐλαχίστην του τιμήν. Δι' αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον ἡ μονὰς μάζης $1\ gr$ ὁρίζεται ὡς ἡ μᾶζα $1\ cm^3$ ὕδατος θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α ς $+4^0\ C$ *(§ 5, B)*.

(*) Δηλαδὴ ὁ συντελεστὴς κυβικῆς διαστολῆς τοῦ ὕδατος εἶναι ἀρνητικὸς μὲν μεταξὺ τῶν θερμοκρασιῶν $0^0\ C$ καὶ $+4^0\ C$, θετικὸς δὲ ἀπὸ τοὺς $+4^0 C$ καὶ ἄνω.

Κατανομὴ τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς λιμνῶν κ.λ. Ἐκ τοῦ γεγονότος ὅτι τὸ ὕδωρ ἔχει τὴν μεγίστην πυκνότητα εἰς τοὺς $+4^0$ *C* προκύπτει ὅτι, ἐὰν ψύχωμεν ὕδωρ, εὑρισκόμενον ἐντὸς δοχείου, θὰ συσσωρευθῇ εἰς τὸν πυθμένα στρῶμα ὕδατος θερμοκρασίας $+4^0 C$, ἐνῶ τὰ ἀνώτερα στρώματα θὰ εἶναι θερμότερα. Συνεχιζομένης τῆς ψύξεως, ψύχονται καὶ τὰ ἀνώτερα στρώματα μέχρις ὅτου ὅλη ἡ μᾶζα τοῦ ὕδατος λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν $+4^0$ *C*. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν ψύχοντες τὸ ὕδωρ θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ἐνῶ ἡ θερμοκρασία τῶν στρωμάτων τοῦ πυθμένος παραμένει σταθερὰ εἰς τοὺς $+4^0 C$, τὰ ἀνώτερα στρώματα ἐξακολουθοῦν νὰ ψύχωνται, μέχρις ὅτου μεταβληθοῦν εἰς πάγον.

Τὴν τοιαύτην κατανομὴν τῆς θερμοκρασίας ἐντὸς τοῦ ὕδατος δυνάμεθα νὰ παρακολουθήσωμεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Γεμίζομεν ἕνα ποτήριον δι' ὕδατος καί,



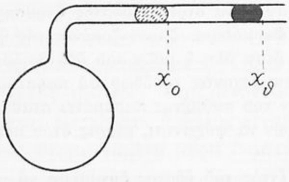
Σχ. 257. *Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου ποσότητος ὕδατος ἑνὸς χιλιογράμμου συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας. Παρατηροῦμεν ὅτι εἰς τοὺς* $+4^0$ *C ὁ ὄγκος λαμβάνει τὴν ἐλαχίστην του τιμὴν (1 lt). Συνεπῶς καὶ ἡ πυκνότης θὰ λαμβάνῃ καὶ αὐτὴ τὴν μεγίστην της τιμήν.*

ἀκολούθως, θέτομεν ἐντὸς αὐτοῦ πολὺ μικρὰ τεμάχια πάγου ὥστε νὰ σχηματισθῇ στρῶμα πάχους, π.χ., *2 cm*. Μετά τινα χρόνον ἐμβαπτίζομεν ἐντὸς τοῦ ὕδατος ἕνα θερμόμετρον. Θὰ πιστοποιήσωμεν ὅτι εἰς τὸ στρῶμα τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος ἡ θερμοκρασία εἶναι 0^0 *C*, ἐνῶ εἰς τὰ στρώματα τοῦ πυθμένος $+4^0$ *C*.

Τὸ γεγονὸς ὅτι τὰ στρώματα τοῦ ὕδατος εἰς τὸν πυθμένα τῶν λιμνῶν δὲν ψύχονται κάτω τῶν $+4^0$ *C* εἶναι μεγάλης σημασίας, καθόσον ἐπιτρέπει τὴν ἐντὸς αὐτῶν διατήρησιν τῶν διαφόρων ζώντων ὀργανισμῶν.

§ 162. Διαστολὴ τῶν ἀερίων ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν — Πρῶτος νόμος τοῦ Gay - Lussac (Γκέϋ - Λουσάκ). Εἰς τὰς προηγουμένας παραγράφους εἴδομεν ὅτι τὰ ὑγρά, θερμαινόμενα, διαστέλλονται περισσότερον ἀπὸ τὰ στερεά. Ἀκόμη μεγαλυτέρα εἶναι ἡ διαστολὴ τῶν ἀερίων.

Εἰς τὴν *§ 156* περιεγράφη πείραμα δεικνῦον, ἀκριβῶς, τὴν διαστολὴν τῶν ἀερίων. Διὰ τὴν μελέτην τοῦ φαινομένου ἐγκλείομεν ἕνα ἀέριον ἐντὸς ὑαλίνου δοχείου, τὸ ὁποῖον φέρει ὁριζοντίως σωλῆνα καὶ ἐντὸς αὐτοῦ μίαν σταγόνα ὑγροῦ - π.χ. ὕδατος *(σχ. 258)*. Ἔστω V_0 ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς θερμοκρασίαν 0^0 *C*. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον κατὰ ϑ^0 *C* ἡ σταγὼν θὰ μετακινηθῇ ἀπὸ τὴν θέσιν x_0 εἰς τὴν θέσιν x_ϑ εἰς τὴν ὁποίαν καὶ θὰ ἰσορροπήσῃ. Εἰς τὴν θέσιν αὐτὴν ὁ ὄγκος μὲν τοῦ ἀερίου ηὐξήθη ἀπὸ τὴν τιμὴν V_0 εἰς τὴν τιμὴν V_ϑ, ἡ πίεσις, ὅμως, παρέμεινεν ἡ αὐτὴ - ἴση πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν.



Σχ. 258. Θέρμανσις ἀερίου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.

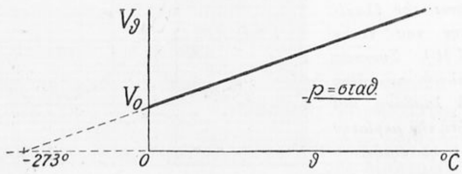
Ὁ Gay - Lussac εὗρε πειραματικῶς ὅτι ὁ νέος ὄγκος V_ϑ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$V_\vartheta = V_0 \cdot (1 + a \cdot \vartheta)$	*1ος νόμος Gay - Lussac*

ἔνθα α εἶναι μία σταθερὰ καλουμένη ***θερμικὸς συντελεστὴς τοῦ ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν.*** Ἡ σταθερὰ αὐτη εὑρίσκεται ὅτι, εἶναι περίπου, ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἀέρια, ἡ δὲ τιμή της εἶναι ἴση πρὸς

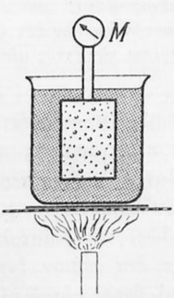
$$\boxed{a = \frac{1}{273}\ grad^{-1}}$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου κατὰ $1^0\ C$, ὁ ὄγκος αὐτοῦ θὰ αὐξηθῇ κατὰ τὸ $1/273$ τοῦ ὄγκου, τὸν ὁποῖον εἶχε τὸ ἀέριον εἰς θερμοκρασίαν $0^0\ C$, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ πίεσίς του διετηρήθη σταθερά.



Σχ. 259.

Ἡ ἄνω ἐξίσωσις, ὡς ἐξίσωσις πρώτου βαθμοῦ, παρίσταται γραφικῶς ἀπὸ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 259, τὸ ὁποῖον εἶναι εὐθεῖα γραμμή.



Σχ. 260. Θέρμανσις ἑνὸς ἀερίου ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον.

§ 163. Δεύτερος νόμος τοῦ Gay - Lussac.

(Μεταβολὴ τῆς πιέσεως ἑνὸς ἀερίου κατὰ τὴν θέρμανσιν ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον). Δοχεῖον κλειστόν, φέρον μανόμετρον M (σχ. 260), περιέχει ἕνα ἀέριον. Ἔστω p_0 ἡ πίεσις αὐτοῦ εἰς θερμοκρασίαν $0^0\ C$. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον κατὰ $\vartheta^0\ C$ ἡ πίεσίς του θὰ αὐξηθῇ, ἔστω δὲ p_ϑ ἡ νέα τιμὴ τῆς πιέσεως. (Κατὰ τὸ πείραμα αὐτὸ ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου διατηρεῖται σταθερός). Ὁ Gay - Lussac εὗρεν ὅτι ἡ νέα πίεσις p_ϑ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$p_\vartheta = p_o \cdot (1 + a \cdot \vartheta)$	*2ος νόμος τοῦ Gay - Lussac*	(1)

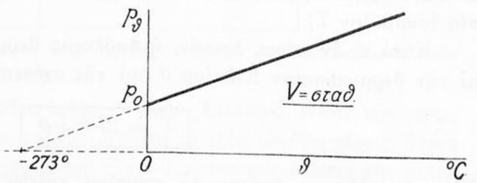
ἔνθα α εἶναι μία σταθερά, καλουμένη ***θερμικὸς συντελεστὴς τῆς πιέσεως***

ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον. Ἡ σταθερὰ αὕτη εὑρίσκεται ὅτι εἶναι, περίπου, ἡ αὐτὴ δι' ὅλα τὰ ἀέρια, ἡ δὲ τιμή της εἶναι ἴση πρὸς

$$\boxed{\alpha = \frac{1}{273}\,grad^{-1}}$$

Παρατηροῦμεν ὅτι, ὁ συντελεστὴς οὗτος ἔχει τὴν αὐτήν, ἀκριβῶς, τιμήν, τὴν ὁποίαν ἔχει ὁ θερμικὸς συντελεστὴς ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν (*§ 162*).

Ἡ τιμὴ $1/273\ grad^{-1}$ τοῦ θερμικοῦ συντελεστοῦ τῆς πιέσεως ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον σημαίνει ὅτι, ἐὰν αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου κατὰ $1^0\ C$, ἡ πίεσις αὐτοῦ θὰ αὐξηθῇ κατὰ τὸ $1/273$ τῆς πιέσεως, τὴν ὁποίαν εἶχε τὸ ἀέριον εἰς θερμοκρασίαν $0^0\ C$, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ὁ ὄγκος του διετηρήθη σταθερός.



Σχ. 261.

Ἡ ἐξίσωσις (1), ὡς ἐξίσωσις πρώτου βαθμοῦ, παρίσταται γραφικῶς ἀπὸ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος *261*, τὸ ὁποῖον εἶναι εὐθεῖα γραμμή.

★ § 164. Ἀπόλυτος θερμοκρασία.

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν

$$V_\vartheta = V_o \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) = V_o \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot \vartheta\right)$$

θέσωμεν $\vartheta = -273$ (ἐάν, δηλ., καταβιβάσωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς ἀερίου κατὰ 273^0 κάτω τοῦ μηδενὸς τῆς κλίμακος Κελσίου) θὰ λάβωμεν

$$V_\vartheta = 0.$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, ἐὰν ψύξωμεν ἕνα ἀέριον εἰς τὴν θερμοκρασίαν $-273^0\ C$, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, διατηροῦμεν τὴν πίεσιν αὐτοῦ σταθεράν, ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου θὰ γίνῃ ἴσος πρὸς μηδέν.

Τοῦτο προκύπτει καὶ ἀπὸ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος *259* εἰς τὸ ὁποῖον ἡ εὐθεῖα, προεκτεινομένη πρὸς τὰς ἀρνητικὰς θερμοκρασίας, τέμνει τὸν ἄξονα τῶν θερμοκρασιῶν εἰς τὸ σημεῖον $\vartheta = -273^0\ C$.

Ἀναλόγους συλλογισμοὺς δυνάμεθα νὰ κάμωμεν καὶ ἐπὶ τῆς ἐξισώσεως

$$p_\vartheta = p_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \vartheta) = p_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{273} \cdot \vartheta\right).$$

Ἐάν, δηλ., καταβιβάσωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς ἀερίου εἰς $-273^0\ C$, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, διατηροῦμεν τὸν ὄγκον σταθερόν, ἡ πίεσίς του θὰ γίνῃ ἴση πρὸς μηδὲν *(σχ. 261)*.

Τὴν θερμοκρασίαν αὐτήν, *—273° C*, εἰς τὴν ὁποίαν ἢ ὁ ὄγκος ἢ ἡ πίεσις ἑνὸς ἀερίου μηδενίζεται, καλοῦμεν ***ἀπόλυτον μηδέν***. Εἰς τὸ ἀπόλυτον μηδὲν ἔχει καταπαύσει, πλέον, κάθε κίνησις τῶν μορίων ἑνὸς ἀερίου, ἀφοῦ ἡ πίεσις ἔχει γίνει μηδέν.

Μέχρι τοῦδε ἐμετροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν, χρησιμοποιοῦντες τὴν κλίμακα Κελσίου, ἡ ὁποία ἀρχίζει ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν, τὴν καλουμένην «μηδὲν Κελσίου». Ἄν, τώρα, ὡς ἀρχὴν τῆς κλίμακος λάβωμεν, ὄχι τὸ «μηδὲν Κελσίου», ἀλλὰ τὸ «ἀπόλυτον μηδέν», δηλ. τὸ *—273° C*, τότε ἡ ἐκ τοῦ ἀπολύτου μηδενὸς μετρουμένη θερμοκρασία καλεῖται ***ἀπόλυτος θερμοκρασία*** (σύμβολον T).

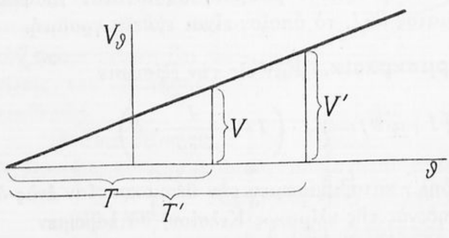
Κατὰ τ' ἀνωτέρω, λοιπόν, ἡ ἀπόλυτος θερμοκρασία T θὰ συνδέεται μὲ τὴν θερμοκρασίαν Κελσίου ϑ διὰ τῆς σχέσεως

$$\boxed{T = 273^{\circ} + \vartheta}$$

Εἰς τὴν κλίμακα ταύτην τὸ σημεῖον τήξεως τοῦ πάγου *(0° C)* θὰ εἶναι $T_0 = 273^{\circ}$ ἀπόλυτοι.

★ 165. Νέα μορφὴ τῶν νόμων Gay-Lussac.

Χρησιμοποιοῦντες τὴν ἀπόλυτον θερμοκρασίαν δυνάμεθα νὰ γράψωμεν τοὺς νόμους Gay-Lussac ὑπὸ ἁπλουστέραν μορφήν:



Σχ. 262.

α) ***1ος νόμος Gay-Lussac.*** Εἰς τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος 262, τὸ παρέχον τὴν σχέσιν μεταξὺ τοῦ ὄγκου καὶ τῆς θερμοκρασίας ἑνὸς ἀερίου, ἡ ὁμοιότης τῶν δύο τριγώνων δίδει

$\dfrac{V}{V'} = \dfrac{T}{T'}$	*1ος νόμος τοῦ Gay-Lussac*

(1)

Ἤτοι: «*Οἱ ὄγκοι ἑνὸς ἀερίου, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν, εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἀπολύτων θερμοκρασιῶν*».

Τὸ πλεονέκτημα τῆς νέας μορφῆς τοῦ *1ου* νόμου τοῦ Gay-Lussac εἶναι ἡ ταχύτης, μὲ τὴν ὁποίαν δυνάμεθα νὰ ὑπολογίσωμεν τὸν ὄγκον εἰς μίαν θερμοκρασίαν, ὅταν γνωρίζωμεν τὸν ὄγκον εἰς ἄλλην θερμοκρασίαν.

Παράδειγμα. Ἀέριον ὑπὸ συνήθη ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν 20^0 *C* κατέχει ὄγκον *V*. Ποῖος ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου εἰς 80^0 *C* (τῆς πιέσεως διατηρουμένης σταθερᾶς);

Μετατρέπομεν τὰς δοθείσας θερμοκρασίας εἰς ἀπολύτους, ὁπότε ἔχομεν $T=273+20=293^0$ *ἀπόλ.* καὶ $T'=273+80=353^0$ *ἀπόλ.* Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) προκύπτει ὁ ζητούμενος ὄγκος V' ἴσος πρὸς

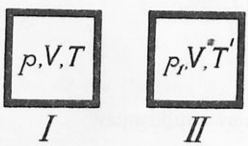
$$V'=V\cdot\frac{T'}{T}=V\cdot\frac{353}{293}=1{,}2V.$$

β) ***2ος νόμος τοῦ Gay-Lussac.*** Δι᾽ ἐντελῶς ἀναλόγων συλλογισμῶν ὁ δεύτερος νόμος τοῦ Gay - Lussac λαμβάνει τὴν μορφὴν

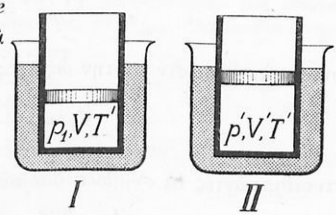
$\frac{p}{p'}=\frac{T}{T'}$	*2ος νόμος τοῦ Gay-Lussac*	(2)

Ἤτοι: «*Αἱ πιέσεις ἑνὸς ἀερίου, ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον, εἶναι ἀνάλογοι τῶν ἀπολύτων θερμοκρασιῶν*».

★ **§ 166. Νόμος Boyle - Mariotte — Gay - Lussac.** Κατὰ τὴν περιγραφὴν τῶν νόμων τῶν ἀερίων παρουσιάζονται τὰ τρία μεγέθη πίεσις, ὄγκος καὶ θερμοκρασία. Καὶ οἱ μὲν νόμοι τοῦ Gay - Lussac μᾶς δίδουν τὴν μεταβολὴν τοῦ ὄγκου ἢ τῆς πιέσεως συναρτήσει τῆς θερμοκρασίας, ἐνῷ ὁ νόμος Boyle -Mariotte *(§ 100)* τὴν μεταβολὴν τῆς πιέσεως μετὰ τοῦ ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν θερμοκρασίαν. Καὶ εἰς τοὺς τρεῖς, ὅμως, αὐτοὺς νόμους ἀπαιτεῖται ὅπως, ἓν ἐκ τῶν τριῶν μεγεθῶν, διατηρῆται σταθερὸν (ἡ πίεσις ἢ ὁ ὄγκος εἰς τοὺς νόμους Gay - Lussac, ἡ θερμοκρασία εἰς τὸν νόμον Boyle - Mariotte). Ὑπάρχουν, ἐν τούτοις, καὶ περιπτώσεις εἰς τὰς ὁποίας μεταβάλλονται καὶ τὰ τρία μεγέθη ταυτοχρόνως. Εἰς τὰς περιπτώσεις αὐτὰς ἰσχύει ὁ καλούμενος νόμος *Boyle - Mariotte — Gay - Lussac*, ὁ ὁποῖος συνδέει τὰ



Σχ. 263.



Σχ. 264.

ἀρχικὰ μεγέθη p, V, T μὲ τὰ τελικὰ μεγέθη p', V', T' καὶ ὁ ὁποῖος ἐξάγεται ὡς ἑξῆς:

Ἔστωσαν p καὶ V ἡ πίεσις καὶ ὁ ὄγκος ἑνὸς ἀερίου εἰς τὴν θερμοκρασίαν T *(σχ. 263, I)*. Ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ἀέριον εἰς τὴν θερμοκρασίαν T', διατηροῦντες τὸν ὄγκον σταθερὸν *(II)*, ἡ πίεσίς του θὰ αὐξηθῇ καὶ θὰ γίνῃ, κατὰ τὸν *2ον* νόμον Gay - Lussac, ἴση πρὸς

$$p_1=p\cdot\frac{T'}{T} \qquad (1)$$

Ἐάν, ἀκολούθως, κρατήσωμεν σταθερὰν τὴν θερμοκρασίαν

T' καὶ αὐξήσωμεν τὸν ὄγκον ἀπὸ τὴν τιμὴν V εἰς τὴν τιμὴν V' *(σχ. 264,ΙΙ)* θὰ ἐλαττωθῇ ἡ πίεσις ἀπὸ τὴν τιμὴν p_1 εἰς τὴν τιμὴν p'. Ὁ νόμος Boyle-Mariotte μᾶς δίδει τὴν σχέσιν

$$p_1 \cdot V = p' \cdot V'.$$

Ἄν, εἰς τὸν τύπον αὐτόν, ἀντικαταστήσωμεν τὸ p_1 διὰ τοῦ ἴσου του, τὸ ὁποῖον λαμβάνομεν ἀπὸ τὸν τύπον (1), θὰ ἔχωμεν

$$p \cdot \frac{T'}{T} \cdot V = p' \cdot V'.$$

ἢ

$\dfrac{p \cdot V}{T} = \dfrac{p' \cdot V'}{T'}$	*Νόμος Boyle-Mariotte — Gay-Lussac*

(2)

Τὸν νόμον Boyle-Mariotte—Gay-Lussac χρησιμοποιοῦμεν ὅταν πρόκειται νὰ ὑπολογίσωμεν προβλήματα, εἰς τὰ ὁποῖα μεταβάλλονται καὶ τὰ τρία μεγέθη, p, V, T. Εἶναι προφανές, ὅτι ὁ τύπος (2), ὡς γενικός, λύει καὶ τὰ ἁπλούστερα προβλήματα, εἰς τὰ ὁποῖα μεταβάλλονται δύο μόνον ἐξ αὐτῶν καὶ τὰ ὁποῖα λύονται καὶ μὲ τοὺς νόμους Gay-Lussac ἢ τὸν νόμον Boyle-Mariotte.

Παράδειγμα: Ἀέριον ὑπὸ πίεσιν $p_1 = 1\ at$ καὶ θερμοκρασίαν $T_1 = 293^0$ *ἀπολ.* κατέχει ὄγκον $V = 300$ *λίτρων*. Ποῖος ὁ ὄγκος V_2 τοῦ ἀερίου ὑπὸ θερμοκρασίαν $T_2 = 323^0$ *ἀπολ.* καὶ πίεσιν $p_2 = 6\ at$;

Ἐφαρμόζοντες τὸν τύπον (2) ἔχομεν

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}.$$

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ὡς πρὸς V_2 λαμβάνομεν

$$V_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot V_1.$$

Ἀντικαθιστῶντες τὰ σύμβολα διὰ τῶν τιμῶν των λαμβάνομεν

$$V_2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{323}{293} \cdot 300 = 51{,}1 \text{ λίτρα}.$$

§ 167. Καταστατικὴ ἐξίσωσις τῶν ἀερίων. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (2) τῆς προηγουμένης παραγράφου προκύπτει ὅτι, ἐὰν μεταβάλωμεν τὴν πίεσιν, τὸν ὄγκον καὶ τὴν θερμοκρασίαν δεδομένης ποσότητος ἀερίου, ἡ τιμὴ τοῦ μονωνύμου $p \cdot V/T$ διατηρεῖται σταθερά. Ἐὰν καλέσωμεν A τὴν σταθερὰν ταύτην τιμὴν ἔχομεν

$$p \cdot V = A \cdot T \qquad (1)$$

Ἡ σταθερὰ A ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν καὶ τὴν μᾶζαν τοῦ θεωρουμένου ἀερίου.

Ἤδη θὰ ζητήσωμεν νὰ εὕρωμεν τύπον, ὁ ὁποῖος νὰ ἰσχύῃ δι' ὅλα τὰ ἀέρια-τύπον, δηλ., ἀνάλογον πρὸς τὸν τύπον (1) εἰς τὸν ὁποῖον, ὅμως, ἡ σταθερὰ ἀναλογίας νὰ εἶναι ἡ α ὐ τ ὴ δ ι' ὅ λ α τὰ ἀέρια. Πρὸς τοῦτο στηριζόμεθα εἰς τὰ ἑξῆς: Ἐκ πειραμάτων εὑρίσκεται ὅτι ἓν *γραμμομόριον (1 Mol)*(*) ο ἱ ο υ δ ή π ο τ ε ἀερίου, εὑρισκόμενον ὑπὸ ***κανονικὰς συνθήκας***—δηλαδὴ ὑπὸ θερμοκρασίαν 0^0C καὶ πίεσιν *760 Torr*—καταλαμβάνει ὄγκον *22414* cm^3 ἢ *22,4 λίτρα* (**).

Ἤτοι εἶναι

$$\boxed{V_{Mol,\ \text{ὑπὸ κανον. συνθήκας}} = 22{,}4\ \text{λίτρα}}$$

Ἑπομένως, ἐάν, εἰς τὸν τύπον (1), θέσωμεν $p = 1\ Atm$, $T = 0^0C = 273$ *ἀπολ.* καί, ἀντὶ τοῦ V, τὸ $V_{Mol,\ \text{ὑπὸ καν. συνθήκας}}$ (τὸ ὁποῖον, ὡς εἴδομεν, εἶναι τὸ αὐτὸ δι' ὅλα τὰ ἀέρια), ἡ τιμὴ τοῦ μονωνύμου

$$\frac{p \cdot V_{Mol,\ \text{ὑπὸ κανον. συνθ.}}}{T} = R$$

δὲν θὰ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τοῦ ἀερίου· θὰ εἶναι, δηλ., ἡ αὐτὴ δι' ὅ λ α τὰ ἀέρια.

Τὴν σταθερὰν ταύτην R καλοῦμεν ***παγκόσμιον σταθερὰν τῶν ἀερίων***.

Ἤδη ὁ τύπος (1) γράφεται ὡς ἑξῆς :

$$\boxed{p \cdot V_{Mol} = R \cdot T \quad \Big| \quad \text{Καταστατικὴ ἐξίσωσις τῶν ἀερίων}} \tag{2}$$

Ὁ τύπος οὗτος ἰσχύει δι' ἓν γραμμομόριον, τὸ δὲ V_{Mol} συμβολίζει τὸν ὄγκον τὸν καταλαμβανόμενον ὑπὸ ἑ ν ὸ ς γραμμομορίου ὑπὸ πίεσιν p καὶ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν T.

Ἡ τιμὴ τῆς σταθερᾶς R ὑπολογίζεται, ἐκ τοῦ τύπου (2), ἐὰν θέσωμεν

$p = 760\ Torr = 1{,}013 \cdot 10^6\ dyn \cdot cm^{-2}$, $T = 273^0$ *ἀπολ* καὶ $V_{Mol} = 22414\ cm^3$,

εὑρίσκεται δὲ ἴση πρὸς

$$R = 8{,}31 \cdot 10^7\ erg \cdot Mol^{-1} \cdot grad^{-1}.$$ παγκόσμια σταθ. αερίων.

Ἐάν, ἀντὶ ἑνὸς γραμμομορίου, θεωρήσωμεν n γραμμομόρια, τῶν ὁποίων ὁ ὄγκος ἔστω V, τότε τὸ πηλίκον V/n εἶναι, ἀκριβῶς, τὸ V_{Mol}. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (2), ἀντὶ τοῦ V_{Mol}, τὸ V/n λαμβάνομεν

$$\boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T} \tag{3}$$

Ἐὰν εἰς τὴν ἐξίσωσιν (3) θέσωμεν $T = $ *σταθ.* θὰ λάβωμεν

$$p \cdot V = \text{σταθ.}$$

δηλαδὴ τὸν νόμον Boyle - Mariotte.

(*) ***Γραμμομόριον (1 Mol)*** καλεῖται ἡ ποσότης ἐκείνη τῆς ὕλης, ἡ ὁποία ἔχει μᾶζαν τόσων γραμμαρίων, ὅσον εἶναι τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ὑλικοῦ. Οὕτω, ἐπειδὴ τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι *18*, τὸ *1* γραμμομόριον ὕδατος εἶναι ποσότης ὕδατος ἴση πρὸς *18 gr*.

(**) Οὕτω, ἐπειδὴ ἡ πυκνότης τοῦ ὑδρογόνου, ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, εἶναι ἴση πρὸς *0,0899 gr/λίτρον*, ὁ ὄγκος V_{Mol} τὸν ὁποῖον θὰ καταλαμβάνουν *2,016 gr* ὑδρογόνου (δηλ. *1* γραμμσμόριον) θὰ εἶναι $V_{Mol} = m/\varrho = 2{,}016/0{,}0899 = 22{,}43$ *λίτρα*. Ὁμοίως ἡ πυκνότης τοῦ ὀξυγόνου, ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας, εἶναι ἴση πρὸς *1,429 gr/λίτρον*· ἄρα ὁ ὄγκος V_{Mol} ἑνὸς γραμμομορίου ὀξυγόνου, δηλ. *32 gr*, θὰ εἶναι $V_{Mol} = 32/1{,}429 = 22{,}39$ *λίτρα*.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Ἀτμαγωγὸς σωλὴν ἐκ σιδήρου ἔχει μῆκος *60 m* εἰς θερμοκρασίαν *0°C*. Κατὰ πόσον θὰ αὐξηθῇ τὸ μῆκος του ὅταν θερμανθῇ εἰς τοὺς *100° C* ; (ΑΠ : *7,2 cm*)

2) Μεταλλικὴ ράβδος, μήκους *200 cm*, θερμαινομένη ἀπὸ *10° C* εἰς *100° C*, ὑφίσταται αὔξησιν τοῦ μήκους της κατὰ *3,24 mm*. Ποῖος ὁ συντελεστὴς γραμμικῆς διαστολῆς τοῦ μετάλλου ; (ΑΠ : $18 \cdot 10^{-6}$ $grad^{-1}$)

3) Δύο ράβδοι, μία ἐκ σιδήρου καὶ μία ἐκ ψευδαργύρου, ἔχουν, ἀντιστοίχως, μήκη *25,55 cm* καὶ *25,50 cm* εἰς θερμοκρασίαν *0° C*. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν αἱ δύο ράβδοι θὰ ἔχουν τὸ αὐτὸ μῆκος ; (ΑΠ : *137,3° C*)

4) Ποῖον διάκενον πρέπει νὰ ὑπάρχῃ μεταξὺ δύο σιδηροτροχιῶν ἑκάστη τῶν ὁποίων ἔχει, εἰς *15° C*, μῆκος *15 m*, ὅταν ἡ μεγίστη θερμοκρασία τοῦ θέρους εἶναι *45° C* ; (ΑΠ : *5,4 mm*)

5) Ἀέριον ἔχει ὄγκον *2 λίτρων* ὑπὸ πίεσιν *760 Torr* καὶ θερμοκρασίαν *0° C*. Ἐὰν τοῦτο διαστέλλεται, ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν (*760 Torr*), ποῖον ὄγκον θὰ κατέχῃ ὑπὸ θερμοκρασίαν *273° C* ; (ΑΠ : *4 lt*)

6) Ἀέριον ἔχει ὄγκον *200* cm^3 ὑπὸ θερμοκρασίαν *100° C*. Ποῖος ὁ ὄγκος του εἰς τὴν θερμοκρασίαν *0° C*, ἐὰν ἡ πίεσις του παραμένῃ σταθερά ; (ΑΠ : *146,4* cm^3)

7) Φιάλη πιέσεως περιέχει ὀξυγόνον, τὸ ὁποῖον, εἰς θερμοκρασίαν *0° C*, ἔχει πίεσιν *120 at*. Ποία θὰ εἶναι ἡ πίεσις του ὅταν θερμανθῇ εἰς *100° C* ; (ΑΠ : *164 at*)

Κατηγορία Β'.

1) Κατὰ πόσον μεταβάλλεται τὸ μῆκος χαλυβδίνης γεφύρας, μήκους *50 m*, ἐὰν ἡ μεγίστη θερμοκρασία κατὰ τὸ θέρος εἶναι *40° C* καὶ ἡ ἐλαχίστη κατὰ τὸν χειμῶνα *−20° C* ; (ΑΠ : *3,3 cm*)

2) Τὸ μῆκος τῆς περιφερείας τροχοῦ ἁμάξης εἶναι *90 cm*. Τὸ μῆκος σιδηρᾶς στεφάνης, μετρούμενον εἰς τὸ ἐσωτερικὸν αὐτῆς, εἶναι *89,76 cm*. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ θερμανθῇ ἡ στεφάνη ὥστε νὰ περιβάλλῃ, ἀκριβῶς, τὸν τροχόν ; (ΑΠ : *223° C*)

3) Σιδηρᾶ ράβδος ἔχει διάμετρον *2 cm* εἰς θερμοκρασίαν *25° C*. Ἀφ' ἑτέρου ὀρειχάλκινος δακτύλιος ἔχει, εἰς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν, ἐσωτερικὴν διάμετρον *1,995 cm*. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν πρέπει νὰ θερμανθοῦν ἀμφότερα, ὥστε ὁ δακτύλιος νὰ περιβάλλῃ, ἀκριβῶς, τὴν ράβδον ; (ΑΠ : *656,3° C*)

4) Ἀέριον, εἰς θερμοκρασίαν *0° C*, ἔχει πίεσιν *1 at*. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν θὰ ἔχῃ πίεσιν *2 at*, *3 at*, ἐὰν ὁ ὄγκος του διατηρῆται σταθερός ; (ΑΠ : *273° C*, *546° C*)

5) Νὰ μετατραποῦν *20° C* καὶ *−20° C* εἰς ἀπολύτους βαθμούς (ΑΠ : *293° ἀπόλ*, *253° ἀπόλ*)

6) Νὰ λυθοῦν αἱ ὑπ' ἀριθ. *5*, *6*, *7* ἀσκήσεις τῆς Κατηγορίας Α' καὶ ἡ ἄσκησις *4* τῆς Κατηγορίας Β' διὰ χρήσεως τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας («Νέαι μορφαὶ τῶν νόμων Cay - Lussac»).

7) Ἀέριον ἔχει ὄγκον *2,5* m^3 ὑπὸ ἀπόλυτον θερμοκρασίαν *293° ἀπόλ.* καὶ πίεσιν *1 at*. Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ὁ ὄγκος του θὰ γίνῃ *4* m^3 ὑπὸ τὴν αὐτὴν πίεσιν ; (ΑΠ : *468,8° ἀπόλ*)

8) Ἀέριον ἔχει ὄγκον *3* m^3 ὑπὸ θερμοκρασίαν *15° C* καὶ πίεσιν *740 Torr*. Τὸ ἀέριον θερμαίνεται εἰς *120° C* καὶ ἡ πίεσις του αὐξάνεται εἰς *1520 Torr*. Ποῖος ὁ ὄγκος τοῦ ἀερίου ; (ΑΠ : *1,990* m^3)

9) Ἀέριον ἔχει ὄγκον *1 λίτρου* ὑπὸ πίεσιν *1 at* καὶ θερμοκρασίαν *−20° C*. Νὰ ὑπολογισθῇ ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου, ὅταν ὁ ὄγκος του ἐλαττωθῇ εἰς τὸ ἥμισυ καὶ ἡ θερμοκρασία του γίνῃ *40° C*. (ΑΠ : *2,47 at*)

10) Ποσότης ὑδρογόνου ἔχει ὄγκον $5\ m^3$ ὑπὸ θερμοκρασίαν $21^0\ C$ καὶ πίεσιν $735\ Torr$. Ποῖος ὁ ὄγκος του ὑπὸ κανονικὰς συνθήκας (δηλ. $\vartheta=0^0\ C$ καὶ $p=760\ Torr$);

(ΑΠ : $4,49\ m^3$)

11) Ποῖος ὁ ὄγκος $10\ gr$ ὀξυγόνου ὑπὸ θερμοκρασίαν $27^0\ C$ καὶ πίεσιν $700\ Torr$; (Διὰ τὴν λύσιν τῆς ἀσκήσεως πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ὀξυγόνου, τὸ ὁποῖον εἶναι 32). (ΑΠ : $8,35$ *λίτρα*)

12) Πόση ποσότης ὑδρογόνου ἀπαιτεῖται διὰ νὰ πληρωθῇ σφαιρικὸν δοχεῖον, διαμέτρου $10\ m$, ὑπὸ θερμοκρασίαν $30^0\ C$ καὶ πίεσιν $755\ Torr$; (Διὰ τὴν λύσιν τῆς ἀσκήσεως πρέπει νὰ γνωρίζωμεν τὸ μοριακὸν βάρος τοῦ ὑδρογόνου, τὸ ὁποῖον εἶναι 2). (ΑΠ : $41,82\ kgr$*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΗ΄

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ

§ 168. Θεμελιώδης νόμος τῆς θερμιδομετρίας. Γνωρίζομεν ὅτι, διὰ ν' αὐξήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς σώματος, πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς αὐτὸ θερμότητα. Πειραματικῶς εὑρίσκεται ὅτι 1) ἡ θερμότης Q, ἡ ἀπαιτουμένη διὰ νὰ θερμάνῃ ἕνα σῶμα, εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ ἐπιζητουμένη ἀνύψωσις τῆς θερμοκρασίας. Οὕτω, διὰ νὰ αὐξήσωμεν τὴν θερμοκρασίαν ἑνὸς σώματος ἀπὸ ϑ_1 εἰς ϑ_2 πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς αὐτὸ θερμότητα, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος τῆς ἀνυψώσεως $(\vartheta_2-\vartheta_1)$ τῆς θερμοκρασίας. 2) Ἡ θερμότης ἡ ἀπαιτουμένη δι' ὡρισμένην ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας ἑνὸς σώματος, εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλυτέρα εἶναι ἡ μᾶζα m τοῦ σώματος. 3) Ἡ θερμότης, ἡ ἀπαιτουμένη δι' ὡρισμένην αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας, σώματος δεδομένης μάζης, ἐξαρτᾶται καὶ ἀπὸ τὸ ὑλικόν, ἐκ τοῦ ὁποίου συνίσταται τὸ σῶμα. Οὕτω, διὰ νὰ θερμάνωμεν 1 χιλιόγραμμον ὕδατος, κατὰ $1^0\ C$, ἀπαιτεῖται περισσοτέρα θερμότης ἀπὸ τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν θέρμανσιν, κατὰ $1^0\ C$, ἑνὸς χιλιογράμμου χαλκοῦ.

Οἱ πειραματικοί, οὗτοι, νόμοι περιγράφονται διὰ τῆς ἐξισώσεως

$Q = c \cdot m \cdot (\vartheta_2-\vartheta_1)$	*Θεμελιώδης νόμος τῆς θερμιδομετρίας*	(1)

Ἡ σταθερὰ c καλεῖται *εἰδικὴ θερμότης* καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ὑλικὸν ἐκ τοῦ ὁποίου εἶναι κατεσκευασμένον τὸ σῶμα.

Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) προκύπτει ὁ ἑξῆς ὁρισμὸς τῆς εἰδικῆς θερμότητος: ***Εἰδικὴ θερμότης*** ἑνὸς ὑ λ ι κ ο ῦ εἶναι ἡ θερμότης, ἡ ὁποία πρέπει νὰ προσφερθῇ εἰς $1\ gr$ ἐκ τοῦ ὑλικοῦ τούτου, διὰ ν' αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία του κατὰ 1 βαθμὸν Κελσίου.

§ 169. Μονάδες θερμότητος καὶ εἰδικῆς θερμότητος. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) τῆς προηγουμένης παραγράφου δυνάμεθα νὰ ὁρίσωμεν τὴν μονάδα θερμότητος, ἂν θεωρήσωμεν πρότυπον ὑλικόν, τοῦ ὁποίου τὴν εἰδικὴν θερμότητα νὰ δεχθῶμεν ἴσην πρὸς τὴν μονάδα. Ὡς πρότυπον ὑλικὸν λαμβάνομεν τὸ ὕδωρ καὶ ὁρίζομεν τὴν μονάδα θερμότητος, τὴν ὁποίαν καλοῦμεν *1 θερμίδα*, ὡς ἑξῆς: Μία **θερμὶς (1 cal)** εἶναι ἡ θερμότης, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ νὰ θερμάνῃ, κατὰ 1^{0} *C* (ἀπὸ *14,5°* ἕως *15,5° C*) μᾶζαν ἑνὸς γραμμαρίου ὕδατος.

Ἐκτὸς τῆς μονάδος ταύτης χρησιμοποιοῦμεν καὶ τὴν **χιλιοθερμίδα (1 kcal)**. Εἶναι δὲ

$$1\ kcal = 1000\ cal.$$

Ἀφοῦ, ἤδη, ὡρίσαμεν τὴν μονάδα θερμότητος δυνάμεθα νὰ ὁρίσωμεν, βάσει τῆς ἐξισώσεως (1), καὶ τὴν μονάδα τῆς εἰδικῆς θερμότητος. Πρὸς τοῦτο λύομεν τὴν ἐξίσωσιν (1) ὡς πρὸς *c*, ὁπότε λαμβάνομεν

$$c = \frac{Q}{m \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)}.$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης προκύπτει ἡ μονὰς εἰδικῆς θερμότητος, ἡ ὁποία εἶναι ἡ

$$1\ \frac{cal}{gr \cdot grad}$$ (=1 **θερμὶς ἀνὰ γραμμάριον καὶ βαθμόν**).

Οὕτω, π.χ., ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση πρὸς

$$c_{ὕδωρ} = 1\ \frac{cal}{gr \cdot grad}.$$

Τοῦτο σημαίνει ὅτι, διὰ ν' αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία *1 gr* ὕδατος κατὰ 1^{0} *C*, πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς αὐτὸ θερμότητα ἴσην πρὸς μίαν θερμίδα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΙΔΙΚΩΝ ΘΕΡΜΟΤΗΤΩΝ
(εἰς $cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$)

Μόλυβδος	0,031	Ἔδαφος	0,22
Κασσίτερος	0,052	Πάγος	0,50
Χαλκὸς	0,091	Πετρέλαιον	0,51
Σίδηρος	0,105	Οἰνόπνευμα	0,58
Ἀργίλιον	0,214	Ὕδωρ	1,00

Παρατηροῦμεν ὅτι, ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι πολὺ μεγαλυτέρα ἀπὸ τὴν εἰδικὴν θερμότητα ὅλων τῶν ὑλικῶν. Οὕτω ἐξηγεῖται καὶ ὁ λόγος διὰ τὸν ὁποῖον ἡ θάλασσα θερμαίνεται ὑπὸ τοῦ Ἡλίου βραδέως, ἐν σχέσει, πρὸς τὸ ἔδαφος, τοῦ ὁποίου ἡ εἰδικὴ θερμότης εἶναι πολὺ μικροτέρα. Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἡ θάλασσα διατηρεῖται, σχετικῶς, θερμὴ κατὰ τὸ φθινόπωρον, μὲ ἀποτέλεσμα τὸ κλῖμα τῶν παραθαλασσίων περιοχῶν νὰ εἶναι ἤπιον.

★ **§ 170. Θερμοχωρητικότης.** Τὸ γινόμενον $m \cdot c$ τῆς μάζης ἑνὸς σώματος ἐπὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα αὐτοῦ, καλεῖται **θερμοχωρητικότης** τοῦ σώματος. Ἀπὸ τὴν ἐξίσωσιν (1) προκύπτει ὅτι ἡ θερμοχωρητικότης ἑνὸς σ ώ μ α τ ο ς ἰσοῦται, ἀριθμητικῶς, μὲ τὴν θερμότητα, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ ν' αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ σώματος τούτου κατὰ *1° C*.

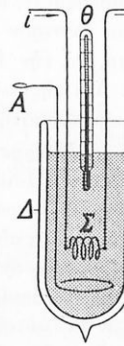
Μονὰς θερμοχωρητικότητος. Αὕτη προκύπτει ἀπὸ τὸν θεμελιώδη τύπον (1) καὶ εἶναι ἡ

$$1\ \frac{cal}{grad}\ (= 1\ \textit{θερμὶς ἀνὰ βαθμόν}).$$

$CM = \frac{Q}{\vartheta_2 - \vartheta_1} = \frac{1 cal}{1 grad}$

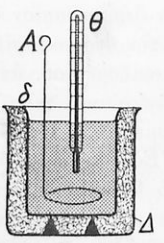
Οὕτω, λέγομεν, π.χ., ὅτι μία συσκευὴ ἔχει θερμοχωρητικότητα *500 cal/grad*. Τοῦτο σημαίνει ὅτι πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς τὴν συσκευὴν ταύτην *500 θερμίδας* διὰ ν' αὐξηθῇ ἡ θερμοκρασία της κατὰ *1° C*.

§ 171. Θερμιδομετρία. Ἡ θερμιδομετρία πραγματεύεται τὴν μέτρησιν ποσῶν θερμότητος. Τὰ πρὸς τοῦτο χρησιμοποιούμενα ὄργανα καλοῦνται ***θερμιδόμετρα***, ἐκ τῶν ὁποίων, τὸ ἁπλούστερον, εἶναι τὸ ***θερμιδόμετρον δι' ὕδατος*** (*σχ. 265*). Τοῦτο ἀποτελεῖται ἀπὸ δοχεῖον Δ, τὸ ὁποῖον πρέπει νὰ παρουσιάζῃ καλὴν θερμικὴν μόνωσιν, ὥστε αἱ ἀπώλειαι τῆς θερμότητος νὰ εἶναι ἐλάχισται. Ὡς τοιοῦτο δοχεῖον χρησιμοποιοῦμεν τὸ καλούμενον ***δοχεῖον Dewar*** (*Ντγιοῦαρ*) (*). Ἐντὸς αὐτοῦ θέτομεν ποσότητα ὕδατος, τὸ θερμόμετρον *Θ* καὶ τὸν *ἀναδευτῆρα Α*, ὁ ὁποῖος χρησιμεύει διὰ τὴν ἀνάδευσιν τοῦ ὕδατος, ὥστε ἡ θερμοκρασία του νὰ εἶναι παντοῦ ἡ αὐτή.



Σχ. 265. *Θερμιδόμετρον δι' ὕδατος.*

Ἁπλούστερον θερμιδόμετρον εἶναι τὸ ἑξῆς: Ἐντὸς ὑαλίνου δοχείου *Δ* (*σχ. 266*) τοποθετεῖται δεύτερον δοχεῖον *δ*, στηριζόμενον ἐπὶ τεμαχίων ἐκ φελλοῦ. Τὸ μεταξὺ τῶν δύο δοχείων διάκενον πληροῦται μὲ δυσθερμαγωγὸν ὑλικὸν — π.χ. βάμβακα — διὰ ν' ἀποφεύγεται ἡ δημιουργία ρευμάτων ἀέρος, τὰ ὁποῖα θ' ἀπῆγον θερμότητα. Ἐντὸς τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου τοποθετεῖται, ὁμοίως, τὸ θερμόμετρον *Θ* καὶ ὁ ἀναδευτὴρ *Α*.



Σχ. 266. *Ἁπλοῦς τύπος θερμιδομέτρου δι' ὕδατος.*

Ἐὰν προσφέρωμεν εἰς τὸ θερμιδόμετρον θερμότητά τινα *Q* (π.χ. ἐμβαπτίζοντες ἐντὸς τοῦ ὕδατος τὸ σύρμα *Σ—σχ. 265—*, τὸ ὁποῖον θερμαίνεται δι' ἠλεκτρικοῦ ρεύματος), ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται ἀπὸ $\vartheta_1°\ C$ εἰς $\vartheta_2°\ C$. Ὁ συλλογισμὸς ὅτι ἡ ὑπὸ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος παραγομένη θερμότης *Q* εἶναι ἴση μὲ τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν ἔλαβε τὸ ὕδωρ διὰ νὰ θερμανθῇ

(*) Τὴν λειτουργίαν του θὰ γνωρίσωμεν κατωτέρω εἰς τὴν § *198*.

ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν ϑ_1 εἰς τὴν θερμοκρασίαν ϑ_2, μᾶς ἐπιτρέπει νὰ γράψωμεν τὴν ἐξίσωσιν

$$Q = m \cdot c \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)$$

ἔνθα m καὶ c εἶναι ἡ μᾶζα καὶ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος (*). Ἄν, λοιπόν, γνωρίζωμεν τὴν μᾶζαν m καὶ τὴν εἰδικὴν θερμότητα c τοῦ ὕδατος, τὸ ὁποῖον περιέχει τὸ θερμιδόμετρον καὶ μετρήσωμεν τὴν διαφορὰν $(\vartheta_2 - \vartheta_1)$ τῶν θερμοκρασιῶν, εὑρίσκομεν, κατὰ τὸν ἄνω τύπον, τὴν θερμότητα Q, ἡ ὁποία ἀνεπτύχθη ἐντὸς τοῦ σύρματος ὑπὸ τοῦ ἠλεκτρικοῦ ρεύματος.

§ 172. Μέθοδος τῶν μειγμάτων. Συνηθεστέρα μέθοδος μετρήσεως θερμότητος διὰ θερμιδομέτρου εἶναι ἡ καλουμένη ***μέθοδος τῶν μειγμάτων***, τῆς ὁποίας ἡ ἀρχὴ εἶναι ἡ ἑξῆς: Ἐὰν δύο σώματα, εὑρισκόμενα εἰς διαφόρους θερμοκρασίας, ἔλθουν εἰς θερμικὴν ἐπαφήν, τότε θὰ μεταβῇ θερμότης ἀπὸ τὸ σῶμα ὑψηλοτέρας θερμοκρασίας εἰς τὸ σῶμα χαμηλοτέρας θερμοκρασίας, μέχρις ὅτου αἱ θερμοκρασίαι τῶν δύο σωμάτων ἐξισωθοῦν. Εἶναι φανερὸν ὅτι ὅσην θερμότητα θὰ ἔχῃ χάσει τὸ θερμότερον σῶμα, θὰ τὴν ἔχῃ κερδίσει τὸ ψυχρότερον.

Διὰ τῆς μεθόδου τῶν μειγμάτων δυνάμεθα νὰ μετρήσωμεν, π.χ., τὴν εἰδικὴν θερμότητα τῶν στερεῶν καὶ τῶν ὑγρῶν.

α) ***Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν στερεῶν.*** Ἐφ' ὅσον τὸ ὕδωρ δὲν ἀλλοιώνει τὸ ἐξεταζόμενον σῶμα, δυνάμεθα νὰ χρησιμοποιήσωμεν τὸ θερμιδόμετρον δι' ὕδατος. Πρὸς τοῦτο ζυγίζομεν ποσότητα ὕδατος, ἔστω δὲ m ἡ μᾶζα αὐτῆς. Θέτομεν τὸ ὕδωρ ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου καί, διὰ θερμομέτρου, μετροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν αὐτοῦ ϑ. Ἀκολούθως ζυγίζομεν τὸ σῶμα, τοῦ ὁποίου τὴν εἰδικὴν θερμότητα c' ζητοῦμεν καὶ εὑρίσκομεν τὴν μᾶζαν m' αὐτοῦ. Κατόπιν θερμαίνομεν τοῦτο εἰς γνωστὴν θερμοκρασίαν ϑ' (συνήθως ὑπεράνω ἀτμῶν ζέοντος ὕδατος, ὥστε νὰ λάβῃ τὴν θερμοκρασίαν τῶν 100^0 C) καί, ἀκολούθως, ρίπτομεν αὐτὸ ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου, ἀναδεύοντες καλῶς τὸ ὕδωρ. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται, τελικῶς δὲ λαμβάνει μίαν σταθερὰν τιμήν, τὴν ὁποίαν ἂς καλέσωμεν $\vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}$. Προφανῶς τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν ἔχει, τώρα, καὶ τὸ σῶμα. Ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι ἡ θερμότης, τὴν ὁποίαν ἀπορροφᾷ τὸ θερμιδόμετρον, τὸ θερμόμετρον καὶ ὁ ἀναδευτὴρ εἶναι ἀμελητέα, δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν τὴν ἑξῆς πρότασιν:

«*Τὸ ἄθροισμα τῶν θερμοτήτων τοῦ σώματος καὶ τοῦ ὕδατος, πρὶν νὰ ρίψωμεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου, εἶναι ἴσον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν θερμοτήτων τοῦ σώματος καὶ τοῦ ὕδατος, ἀφοῦ ἐρρίψαμεν τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ ὕδατος*».

Ἐάν, λοιπόν, εἶναι c ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος ἔχομεν

$$(m \cdot c \cdot \vartheta + m' \cdot c' \cdot \vartheta') = (m \cdot c \cdot \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda} + m' \cdot c' \cdot \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}) \qquad (1)$$

(*) Εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην θεωροῦμεν ἀμελητέαν τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν ἀπορροφᾷ τὸ δοχεῖον, τὸ θερμόμετρον, ὁ ἀναδευτὴρ κ.λ.

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ὡς πρὸς c' εὑρίσκομεν τὴν ζητουμένην εἰδικὴν θερμότητα τοῦ στερεοῦ.

Παράδειγμα. Τεμάχιον ἀργιλίου, μάζης $140\ gr$, θερμαίνεται εἰς θερμοκρασίαν $100^0\ C$ καὶ ρίπτεται ἐντὸς θερμιδομέτρου περιέχοντος $500\ cm^3$ ὕδατος, θερμοκρασίας $20^0\ C$. Ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος ἀνέρχεται εἰς τοὺς $24{,}3^0\ C$. Ποία ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἀργιλίου :

Λύσις: Καλοῦμεν m, c, ϑ τὴν μᾶζαν, τὴν εἰδικὴν θερμότητα καὶ τὴν ἀρχικὴν θερμοκρασίαν τοῦ ὕδατος καὶ m', c', ϑ' τὴν μᾶζαν, τὴν εἰδικὴν θερμότητα καὶ τὴν ἀρχικὴν θερμοκρασίαν τοῦ τεμαχίου τοῦ ἀργιλίου. Τὴν τελικὴν θερμοκρασίαν ἂς καλέσωμεν διὰ τοῦ $\vartheta_{\tau\epsilon\lambda}$. Καταστρώνοντες τὴν ἐξίσωσιν (1) καὶ λύοντες αὐτὴν ὡς πρὸς c' ἔχομεν

$$c' = \frac{m \cdot c \cdot (\vartheta - \vartheta_{\tau\epsilon\lambda})}{m' \cdot (\vartheta_{\tau\epsilon\lambda} - \vartheta')} .$$

Ἀπὸ τὸν ὄγκον τοῦ ὕδατος $V = 500\ cm^3$ καὶ τὴν πυκνότητα αὐτοῦ $\varrho = 1\ gr/cm^3$ εὑρίσκομεν τὴν μᾶζαν m τοῦ ὕδατος, κατὰ τὸν τύπον

$$m = V \cdot \varrho = 500 \cdot 1\ \ cm^3 \cdot gr/cm^3 = 500\ gr.$$

Ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ὕδατος εἶναι $c = 1\ cal/gr \cdot grad$. Θέτοντες εἰς τὸν ἄνω τύπον $m = 500\ gr$, $c = 1\ cal/gr \cdot grad$, $\vartheta = 20^0\ C$, $\vartheta_{\tau\epsilon\lambda} = 24{,}3^0\ C$, $m' = 140\ gr$ καὶ $\vartheta' = 100^0\ C$ λαμβάνομεν διὰ τὴν εἰδικὴν θερμότητα τοῦ ἀργιλίου

$$c' = 0{,}2\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}.$$

β) ***Μέτρησις τῆς εἰδικῆς θερμότητος τῶν ὑγρῶν.*** Τὴν μέθοδον τῶν μειγμάτων δυνάμεθα νὰ ἐφαρμόσωμεν καὶ εἰς τὴν περίπτωσιν τῶν ὑγρῶν: Τὸ ὑγρὸν τίθεται ἐντὸς λεπτοτοίχου μεταλλικοῦ δοχείου, τὸ ὁποῖον, ἀφοῦ θερμανθῇ, φέρεται ἐντὸς τοῦ θερμιδομέτρου. Πρέπει, ὅμως, κατὰ τὴν κατάστρωσιν τῆς ἐξισώσεως νὰ ληφθῇ ὑπ' ὄψιν ἡ μᾶζα καὶ ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ μεταλλικοῦ δοχείου.

§ 173. Θερμότης καύσεως. Ἡ θερμότης, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται εἰς πλείστας περιπτώσεις τῆς καθημερινῆς ζωῆς, λαμβάνεται, συνήθως, διὰ τῆς *καύσεως* διαφόρων οὐσιῶν στερεῶν, ὑγρῶν ἢ ἀερίων (ἀνθρακίτης, πετρέλαιον, φωταέριον κ.λ.). Διὰ τὸν καθορισμὸν τῆς ποιότητος ἑνὸς καυσίμου ἀπαιτεῖται ἡ γνῶσις τῆς ***θερμότητος καύσεως***, δηλ., τῆς θερμότητος, ἡ ὁποία ἀποδίδεται ὑπὸ μάζης $1\ gr$ (ἢ $1\ kgr$) τῆς οὐσίας, ὅταν αὕτη καίεται τελείως.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ ΚΑΥΣΕΩΣ

(εἰς cal/gr)

Πετρέλαιον	11300	Κὼκ	7000
Βενζίνη	10500	Φωταέριον	6800(=4,5 cal/lt)
Ἀνθρακίτης	8500	Λιγνίτης	3000—5000
Λιθάνθραξ	7500	Ξύλον	3000—4000

Αἱ διάφοροι τροφαί, εἰσαγόμεναι ἐντὸς τοῦ ὀργανισμοῦ, ὑφίστανται βραδεῖαν καῦσιν *(ὀξείδωσις)*, λόγῳ τῆς ὁποίας ἀναπτύσσεται θερμότης, ἀντιπροσωπεύουσα τὴν ἐνέργειαν τὴν ἀπαιτουμένην διὰ τὴν ἀνάπτυξιν τοῦ σώματος, τὴν ἐργασίαν καὶ τὴν διατήρησιν εἰς ὑγιᾶ κατάστασιν. Εἰς τὸν κατωτέρω πίνακα ἀναγράφονται αἱ τιμαὶ τῆς θερμότητος καύσεως, εἰς *θερμίδας ἀνὰ γραμμάριον (cal/gr)*, ἡ ὁποία παράγεται κατὰ τὴν ἀφομοίωσιν τῶν τροφῶν ἐντὸς τοῦ σώματος (*).

Εἶδος τροφῆς	*cal/gr*	*Εἶδος τροφῆς*	*cal/gr*
Βούτυρον (νωπὸν)	*7600*	Φασόλια	*2570*
Σάκχαρον	*4100*	Κρέας	*1500—3000*
Τυρὸς	*3900*	Γεώμηλα	*950*
Ὄρυζα	*3400*	Οἶνος	*650*
Ἄρτος λευκὸς	*2580*	Λαχανικὰ	*150—350*

§ 174. Θερμότης διαλύσεως. Πολλὰ στερεὰ σώματα, τιθέμενα ἐντὸς ὑγρῶν, διαλύονται. Τὸ πείραμα δεικνύει ὅτι διὰ τὴν διάλυσιν ἀπαιτεῖται θερμότης, ἡ ὁποία καλεῖται ***θερμότης διαλύσεως***. Ἐφ' ὅσον ἡ θερμότης αὕτη δὲν προσφέρεται ἔξωθεν, λαμβάνεται ἐκ τοῦ διαλυτικοῦ μέσου τὸ ὁποῖον, οὕτω, ψύχεται. Οὕτω, ἐὰν ἀναμείξωμεν τρία μέρη πάγου καὶ ἓν μαγειρικοῦ ἅλατος ἡ θερμοκρασία πίπτει εἰς τοὺς *—20° C*.

Διὰ τοιούτων *ψυκτικῶν μειγμάτων* ἐπιτυγχάνονται αἱ χαμηλαὶ θερμοκρασίαι, αἱ ἀπαιτούμεναι κατὰ τὴν παρασκευὴν τῶν παγωτῶν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται ἵνα ἀνυψώσῃ, κατὰ *100° C*, τὴν θερμοκρασίαν *4,5 kgr* χαλκοῦ; (ΑΠ: *40,5 kcal*)

2) Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται διὰ ν' ἀνυψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν *50 λίτρων* ὕδατος ἀπὸ *50° F* εἰς *85° F*; (ΑΠ: *972 kcal*)

3) Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται διὰ νὰ θερμάνῃ *6 kgr* πάγου ἀπὸ *—25° C* εἰς *0° C*; (ΑΠ: *75 kcal*)

4) Ἐὰν ἀναμιχθοῦν *100 gr* ὕδατος, θερμοκρασίας *90° C*, μετὰ *40 gr* ὕδατος θερμοκρασίας *10° C*, ποία θὰ εἶναι ἡ τελικὴ θερμοκρασία; (ΑΠ: *67,1° C*)

5) Τεμάχιον ἐκ κράματός τινος, μάζης *0,2 kgr*, θερμαίνεται εἰς θερμοκρασίαν *100° C* καί, ἀκολούθως, ρίπτεται ἐντὸς θερμιδομέτρου περιέχοντος *100 cm^3* ὕδατος, θερμοκρασίας *10° C*. Ἡ τελικὴ θερμοκρασία εἶναι *35° C*. Ποία ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ κράματος; (ΑΠ: *0,19 cal/gr·grad*)

6) Τεμάχιον σιδήρου, μάζης *15 kgr*, θερμαίνεται ἐντὸς κλιβάνου καί, ἀκολούθως, ρίπτεται ἐντὸς δοχείου περιέχοντος *50 kgr* ἐλαίου, θερμοκρασίας *22° C*, ὁπότε ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται εἰς *46,5° C*. Ἐὰν ἡ εἰδικὴ θερμότης τοῦ ἐλαίου εἶναι $0{,}45\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$ νὰ εὑρεθῇ ἡ θερμοκρασία τοῦ κλιβάνου. (ΑΠ: *404° C*)

7) Ἀναμειγνύομεν ποσότητα οἰνοπνεύματος, θερμοκρασίας *30° C*, μετά τινος ποσότητος ὕδατος, θερμοκρασίας *12° C*. Ἡ τελικὴ θερμοκρασία εἶναι *20° C*. Νὰ εὑ-

(*) Εἰς τὴν καθημερινὴν ζωὴν ἀναφέρονται αἱ ἄνω τιμαὶ ἐσφαλμένως. Οὕτω, π.χ., ἀντὶ τοῦ ὀρθοῦ *7,6 kcal/gr* (διὰ τὸ βούτυρον) ἀναφέρεται *7,6 cal/gr* κ.λ.

ρεθῇ ὁ λόγος τῶν μαζῶν τοῦ οἰνοπνεύματος καὶ τοῦ ὕδατος. (ΑΠ : *1,28 : 1*)

8) Πόσον ὕδωρ, θερμοκρασίας *18° C*, καὶ πόσον θερμοκρασίας *95° C* πρέπει νὰ λάβωμεν, ὥστε νὰ σχηματίσωμεν μεῖγμα, μάζης *350 gr* καὶ θερμοκρασίας *25° C* ;
(ΑΠ : *318,2 gr, 31,8 gr*)

9) Πόση ποσότης ἀνθρακίτου ἀπαιτεῖται ἵνα θερμάνῃ *20 λίτρα* ὕδατος ἀπὸ *20° C* εἰς *80° C* ; (ΑΠ : *141 gr*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΘ΄

ΜΕΤΑΒΟΛΑΙ ΤΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΣ ΤΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ

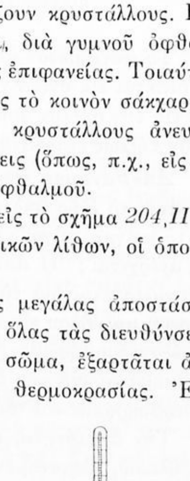
§ 175. Αἱ τρεῖς καταστάσεις τῆς ὕλης. Ἡ ὕλη παρουσιάζεται ὑπὸ τρεῖς καταστάσεις, τὴν στερεάν, τὴν ὑγρὰν καὶ τὴν ἀέριον. Καὶ εἰς μὲν τὴν *στερεὰν κατάστασιν* οἱ δομικοὶ λίθοι (ἄτομα ἢ μόρια) εἶναι, ὡς εἴδομεν καὶ εἰς τὴν *§ 122*, κανονικῶς διατεταγμένοι καὶ σχηματίζουν κρυστάλλους. Εἰς ὡρισμένας περιπτώσεις οἱ κρύσταλλοι ἀναγνωρίζονται, διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ, διότι σχηματίζουν ἐξωτερικῶς εὐκρινεῖς ἐπιπέδους ἐπιφανείας. Τοιαύτας ἐπιπέδους ἐπιφανείας δυνάμεθα νὰ παρατηρήσωμεν εἰς τὸ κοινὸν σάκχαρον, τὸ χλωριοῦχον νάτριον κ.λ. Τελείως διαμορφωμένους κρυστάλλους ἀνευρίσκομεν εἰς πολλὰ ὀρυκτά. Εἰς ἄλλας, ὅμως, περιπτώσεις (ὅπως, π.χ., εἰς τὰ μέταλλα) οἱ κρύσταλλοι δὲν εἶναι ὁρατοὶ διὰ γυμνοῦ ὀφθαλμοῦ.

Εἰς τὴν *ὑγρὰν κατάστασιν* — ὅπως φαίνεται καὶ εἰς τὸ σχῆμα *204,II* — ἐξαφανίζεται ἡ κανονικότης εἰς τὴν διάταξιν τῶν δομικῶν λίθων, οἱ ὁποῖοι δύνανται, πλέον, νὰ ὀλισθαίνουν οἱ μὲν ἐπὶ τῶν δέ.

Εἰς τὰ *ἀέρια*, τέλος, τὰ μόρια — εὑρισκόμενα εἰς μεγάλας ἀποστάσεις μεταξύ των *(σχ. 204, III)* — κινοῦνται ἀτάκτως πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις.

Ἡ κατάστασις, ὑπὸ τὴν ὁποίαν ἐμφανίζεται ἕνα σῶμα, ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς ἐπικρατούσας ἐξωτερικὰς συνθήκας πιέσεως καὶ θερμοκρασίας. Ἐὰν αὗται μεταβληθοῦν, εἶναι δυνατὸν ἕνα σῶμα, τὸ ὁποῖον, ὑπὸ συνήθεις συνθήκας, εἶναι στερεόν, νὰ μετατραπῇ εἰς ὑγρὸν καὶ ἀντιστρόφως. Ὁμοίως ἕνα ὑγρὸν δύναται νὰ μετατραπῇ εἰς ἀέριον ἢ ἕνα ἀέριον εἰς ὑγρόν.

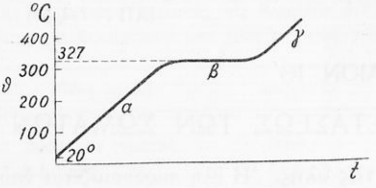
Εἰς τὰ κατωτέρω θὰ ἐξετάσωμεν, ἀκριβῶς, τὰς τοιαύτας μεταβολὰς τῆς καταστάσεως τῶν διαφόρων σωμάτων καί, συγκεκριμένως, ποίαν ἐπίδρασιν ἔχουν ἐπ᾿ αὐτῶν αἱ μεταβολαὶ τῆς θερμοκρασίας καὶ πιέσεως.



Σχ. 267. Πείραμα διὰ τὴν παρακολούθησιν τῆς τήξεως τοῦ πάγου.

§ 176. Τῆξις. Ἐντὸς δοχείου θέτομεν μικρὰ τεμάχια καθαροῦ πάγου, ὀλίγον ὕδωρ καὶ θερμόμετρον *(σχ. 267)*. Μετ᾿ ὀλίγον τὸ θερμόμετρον δεικνύει *0° C*. Θερμαίνομεν, ἀκολούθως, τὸ δοχεῖον καὶ παρατηροῦμεν ὅτι ὁ πάγος ἀρχίζει νὰ τήκεται, ἐνῷ τὸ θερμόμετρον δεικνύει διαρκῶς *0° C* μέχρις ὅτου ὅλος ὁ πάγος μετατραπῇ εἰς ὑγρόν. Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν τὴν θέρμανσιν (τοῦ ὕδατος πλέον), ἡ θερμοκρασία ἀρχίζει νὰ ἀνέρχεται.

Ὁμοίως, ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ πείραμα, θερμαίνοντες μόλυβδον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ἐνῶ ἀρχικῶς ἡ θερμοκρασία του ἀνέρχεται (τμῆμα α τῆς καμπύλης τοῦ σχήματος 268), μετά τινα χρόνον, αὕτη παύει ἀνερχομένη καὶ παραμένει σταθερὰ (τμῆμα β), ἐνῶ, ταυτοχρόνως, ὁ στερεὸς μόλυβδος ἀρχίζει νὰ τήκεται. Ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερὰ μέχρις ὅτου τακῇ ὅλος ὁ μόλυβδος, ἐν συνεχείᾳ δὲ ἀρχίζει νὰ ἀνέρχεται ἐκ νέου (τμῆμα γ).



Σχ. 268. Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς τήξεως ἡ θερμοκρασία τοῦ μολύβδου διατηρεῖται σταθερὰ (327° C).

Τὸ φαινόμενον αὐτό, κατὰ τὸ ὁποῖον ἕνα στερεόν, θερμαινόμενον, μετατρέπεται εἰς ὑγρὸν ***(τήκεται)*** καλεῖται ***τῆξις,*** ἡ δὲ σταθερὰ θερμοκρασία εἰς τὴν ὁποίαν τοῦτο τήκεται ***θερμοκρασία*** ἢ ***σημεῖον τήξεως.*** Τὸ σημεῖον τήξεως ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ τηκόμενον ὑλικόν.

Λανθάνουσα θερμότης τήξεως. Ἀπὸ τὰ περιγραφέντα πειράματα γεννᾶται τὸ ἑξῆς ἐρώτημα : Μολονότι διαρκῶς προσφέρεται θερμότης εἰς τὸ μεῖγμα πάγου - ὕδατος (ἢ τὸν μόλυβδον), διατί ἡ θερμοκρασία των δὲν ἀνέρχεται ; Ἡ ἀπάντησις εἶναι ἡ ἑξῆς : Ἡ προσφερομένη θερμότης καταναλίσκεται διὰ τὴν μετατροπὴν τοῦ στερεοῦ πάγου εἰς ὕδωρ (ἢ τοῦ στερεοῦ μολύβδου εἰς ὑγρὸν μόλυβδον). Ὅταν, ὅμως, ὅλος ὁ πάγος τακῇ καὶ ἐξακολουθήσωμεν νὰ προσφέρωμεν θερμότητα, ἡ θερμότης αὕτη χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ὕδατος πλέον καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ θερμοκρασία του θὰ ἀρχίσῃ ν' ἀνέρχεται.

Τὴν θερμότητα, ἀκριβῶς, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ νὰ τακῇ $1\ gr$ ἔκ τινος ὑλικοῦ, εὑρισκομένου εἰς τὴν θερμοκρασίαν τήξεως, καλοῦμεν ***λανθάνουσαν θερμότητα τήξεως*** (*) καὶ συμβολίζομεν διὰ τοῦ συμβόλου λ.

Εἶναι προφανὲς ὅτι διὰ νὰ τήξωμεν m γραμμάρια ἔκ τινος ὑλικοῦ χρειαζόμεθα θερμότητα Q ἴσην πρὸς

$$Q = m \cdot \lambda.$$

Μονὰς θερμότητος τήξεως. Εἶναι ἡ

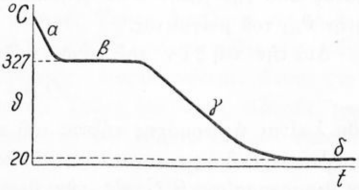
$$1\ \frac{cal}{gr}\ \left(= 1 \text{ θερμὶς ἀνὰ γραμμάριον}\right).$$

Παράδειγμα : Ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἶναι $80\ cal/gr$. Τοῦτο

(*) Ἡ ὀνομασία «λανθάνουσα» προέρχεται ἐκ τοῦ ὅτι ἡ θερμότης τήξεως δὲν γίνεται ἀντιληπτὴ διὰ θερμομέτρου, διότι, ὡς εἴδομεν, αὕτη δὲν προκαλεῖ ἀνύψωσιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος.

σημαίνει ὅτι, διὰ νὰ τακῇ ἕνα γραμμάριον πάγου, θερμοκρασίας *0° C*, πρέπει νὰ προσφερθῇ εἰς αὐτὸ θερμότης *80 θερμίδων*.

§ 177. Πῆξις. Ἐὰν τὸν τετηγμένον μόλυβδον ἀφήσωμεν εἰς ψυχρότερον περιβάλλον, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ θερμοκρασία του κατ' ἀρχὰς ἐλαττοῦται (τμῆμα *α* τῆς καμπύλης τοῦ σχήματος *269*), διότι, ὁ μόλυβδος χάνει θερμότητα, ἡ ὁποία ἀποδίδεται εἰς τὸ περιβάλλον· μετ' ὀλίγον, ὅμως, ἡ θερμοκρασία παύει νὰ ἐλαττοῦται — διατηρεῖται, δηλ., σταθερὰ (τμῆμα *β*) — ἐνῷ, ταυτοχρόνως, ὁ μόλυβδος ἀρχίζει νὰ στερεοποιῆται. Ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερὰ μέχρις ὅτου στερεοποιηθῇ ὅλος ὁ μόλυβδος. Τὴν σταθερὰν αὐτὴν θερμοκρασίαν καλοῦμεν ***σημεῖον πήξεως,*** ὅπως δὲ εὑρίσκεται, εἶναι ἡ αὐτή, ἀκριβῶς, μὲ τὸ σημεῖον τήξεως.



Σχ. 269. *Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς πήξεως ἡ θερμοκρασία τοῦ μολύβδου διατηρεῖται σταθερὰ (327° C).*

Ὅταν στερεοποιηθῇ ὅ λ ο ς ὁ μόλυβδος, ἡ θερμοκρασία του ἀρχίζει νὰ κατέρχεται (τμῆμα *γ* τῆς καμπύλης), μέχρις ὅτου φθάσῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος (π.χ. *20°C*), τὴν ὁποίαν ἔκτοτε καὶ διατηρεῖ (τμῆμα *δ*).

Τὰ σώματα, κατὰ τὴν πῆξιν, ἀ π ο δ ί δ ο υ ν θερμότητα εἰς τὸ περιβάλλον - ἀκριβῶς ἴσην μὲ τὴν θερμότητα, τὴν ὁποίαν παρέλαβον διὰ νὰ τακοῦν. Οὕτω, *1 gr* ὕδατος, ὅταν στερεοποιηθῇ καὶ γίνῃ πάγος *0° C*, θ' ἀποδώσῃ θερμότητα *80 θερμίδων*.

Εἴδομεν ὅτι εἰς θερμοκρασίαν μεγαλυτέραν τοῦ σημείου τήξεως ἡ οὐσία εὑρίσκεται μόνον ὑπὸ τὴν ὑγρὰν μορφήν, ἐνῷ εἰς μικροτέραν μόνον ὑπὸ στερεὰν μορφήν. Κατὰ τὴν διάρκειαν, ὅμως, τῆς τήξεως ὑπάρχει καὶ στερεὸν καὶ ὑγρόν. Ἑπομένως, ε ἰ ς τ ὴ ν θ ε ρ μ ο κ ρ α σ ί α ν τ ή ξ ε ω ς, σ υ ν υ π ά ρ χ ο υ ν κ α ὶ ἡ σ τ ε ρ ε ὰ κ α ὶ ἡ ὑ γ ρ ὰ κ α τ ά σ τ α σ ι ς.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΗΜΕΙΩΝ ΤΗΞΕΩΣ ΚΑΙ ΠΗΞΕΩΣ

Οἰνόπνευμα	*−114° C*	Κασσίτερος	*232° C*
Ὑδράργυρος	*− 39° C*	Μόλυβδος	*327° C*
Θαλάσσιον ὕδωρ	*− 2,5° C*	Σίδηρος	*1500° C*
Ὕδωρ	*0° C*	Βολφράμιον	*3370° C*

★ § 178. Μέτρησις τῆς λανθανούσης θερμότητος τήξεως. Τὴν θερμότητα τήξεως μετροῦμεν, συνήθως, διὰ τῆς μεθόδου τῶν μειγμάτων.

Διὰ νὰ μετρήσωμεν, π.χ., τὴν θερμότητα τήξεως τοῦ πάγου ἐργαζόμεθα ὡς ἑξῆς: Ἐντὸς θερμιδομέτρου δι' ὕδατος ρίπτομεν ὡρισμένην ποσότητα πάγου καὶ ἀναδεύομεν μέχρις ὅτου ὅλος ὁ πάγος μετατραπῇ εἰς ὕδωρ.

Ἡ θερμοκρασία τοῦ μείγματος κατέρχεται, ἔστω δὲ $\vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}$ ἡ τελικὴ θερμοκρασία. Ἐφ᾽ ὅσον ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος κατῆλθεν, ἕπεται ὅτι ἀφηρέθη ἐξ αὐτοῦ θερμότης. Αὕτη κατηναλώθη 1) διὰ νὰ τήξῃ τὸν πάγον καὶ 2) διὰ ν᾽ ἀνυψώσῃ τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἐκ τοῦ πάγου προκύψαντος ὕδατος ἀπὸ τὴν τιμὴν $0^\circ C$ (τὴν ὁποίαν εἶχεν εὐθὺς ὡς παρήχθη) εἰς τὴν τιμὴν $\vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}$ τοῦ μείγματος.

Διὰ τὴν τῆξιν τοῦ πάγου, μάζης m, ἀπητήθη θερμότης Q_1 ἴση πρὸς

$$Q_1 = m \cdot \lambda,$$

ἔνθα λ εἶναι ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου.

Διὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ἐκ τοῦ πάγου προκύψαντος ὕδατος ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν $0^\circ C$ εἰς τὴν θερμοκρασίαν $\vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}$ ἀπητήθη θερμότης Q_2 ἴση πρὸς

$$Q_2 = m \cdot c \cdot (\vartheta_{\tau\varepsilon\lambda} - 0) = m \cdot c \cdot \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda},$$

ἔνθα m εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ὕδατος, ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὴν μᾶζαν τοῦ πάγου, ἐκ τοῦ ὁποίου τοῦτο προέκυψεν.

Τὸ ὕδωρ τοῦ θερμιδομέτρου, ψυχθὲν ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν $\vartheta_{\alpha\varrho\chi}$ εἰς τὴν θερμοκρασίαν $\vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}$, ἔχασε θερμότητα Q ἴσην πρὸς

$$Q = m' \cdot c \cdot (\vartheta_{\alpha\varrho\chi} - \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda})$$

ἔνθα m' εἶναι ἡ μᾶζα τοῦ ὕδατος τοῦ θερμιδομέτρου.

Κατὰ τ᾽ ἀνωτέρω θὰ ἔχωμεν τὴν ἐξίσωσιν

$$Q_1 + Q_2 = Q.$$

Ἤτοι

$$m \cdot \lambda + m \cdot c \cdot \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda} = m' \cdot c \cdot (\vartheta_{\alpha\varrho\chi} - \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}).$$

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ὡς πρὸς λ, λαμβάνομεν τὴν ζητουμένην θερμότητα τήξεως τοῦ πάγου.

Παράδειγμα: Ἐντὸς θερμιδομέτρου, περιέχοντος $200\ gr$ ὕδατος, θερμοκρασίας $30^\circ C$, ρίπτομεν $45\ gr$ πάγου, θερμοκρασίας $0^\circ C$ (*). Ἡ θερμοκρασία κατέρχεται, τελικῶς, εἰς $9{,}8^\circ C$. Ποία ἡ λανθάνουσα θερμότης τήξεως τοῦ πάγου;

Λύοντες τὴν ἄνω ἐξίσωσιν ὡς πρὸς λ λαμβάνομεν

$$\lambda = \frac{m' \cdot c \cdot (\vartheta_{\alpha\varrho\chi} - \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}) - m \cdot c \cdot \vartheta_{\tau\varepsilon\lambda}}{m}.$$

Ἔχομεν: $m' = 200\ gr$, $c = 1\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$, $\vartheta_{\alpha\varrho\chi} = 30^\circ C$, $\vartheta_{\tau\varepsilon\lambda} = 9{,}8^\circ C$, $m = 45\ gr$.

(*) Ὁ πάγος, εὐθὺς μετὰ τὴν παρασκευήν του εἰς τὸ παγοποιεῖον, ἔχει θερμοκρασίαν κατωτέραν τοῦ μηδενὸς (π.χ. $-5^\circ C$). Ὅταν, ὅμως, ἀφεθῇ εἰς τὸ περιβάλλον, θερμαίνεται ἀρχικῶς μέχρι $0^\circ C$ καί, κατόπιν, ἀρχίζει νὰ τήκεται.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἄνω ἐξίσωσιν λαμβάνομεν διὰ τὸ λ τὴν τιμὴν

$$\lambda = 80 \; cal/gr.$$

§ 179. Μεταβολὴ τοῦ ὄγκου κατὰ τὴν πῆξιν. Γνωρίζομεν ὅτι, ὁ πάγος ἐπιπλέει εἰς τὸ ὕδωρ, ἀπόδειξις ὅτι ἡ πυκνότης τοῦ πάγου εἶναι μικροτέρα τῆς πυκνότητος τοῦ ὕδατος. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι ὁ ὄγκος ὡρισμένης ποσότητος ὕδατος αὐξάνεται, ὅταν τοῦτο γίνῃ πάγος.

Οὕτω κλειστὸν δοχεῖον, πλῆρες ὕδατος, διαρρηγνύεται, ὅταν ψυχθῇ τόσον ὥστε νὰ ἐπέλθῃ πῆξις τοῦ ὕδατος. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὰς μεγάλας δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἀναπτύσσονται κατὰ τὴν πῆξιν, ἐὰν ἐμποδίσωμεν τὴν αὔξησιν τοῦ ὄγκου. Ἀκριβῶς δι' αὐτὸν τὸν λόγον θραύονται καὶ οἱ σωλῆνες ὑδρεύσεως κατὰ τὰς πολὺ ψυχρὰς νύκτας τοῦ χειμῶνος, ὅταν δὲν λάβωμεν πρόνοιαν ν' ἀφήσωμεν τὸ ὕδωρ νὰ ἐκρέῃ διαρκῶς, ὁπότε τοῦτο δὲν προλαμβάνει νὰ στερεοποιηθῇ.

Ὁμοίως, διὰ τὴν πρόληψιν καταστροφῆς τῶν ψυγείων τῶν αὐτοκινήτων, κατὰ τὸν χειμῶνα, ὅταν πρόκειται νὰ παραμείνουν ἀχρησιμοποίητα ἐπὶ μακρόν, ἐπιβάλλεται ν' ἀφαιρῆται ἐξ αὐτῶν τὸ ὕδωρ ἢ ν' ἀντικαθίσταται ἀπὸ κατάλληλον ὑγρόν, τὸ ὁποῖον πήγνυται εἰς πολὺ χαμηλὴν θερμοκρασίαν.

Ἐνταῦθα ἀναφέρομεν καὶ τὴν ἀποσάθρωσιν τῶν πετρωμάτων, ἡ ὁποία ὀφείλεται, κατὰ μέγα μέρος, εἰς τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον εἰσδύει ἐντὸς τῶν ρωγμῶν καὶ προκαλεῖ, κατὰ τὴν πῆξιν, διάρρηξιν αὐτῶν.

§ 180. Ἐπίδρασις ξένων προσμείξεων ἐπὶ τοῦ σημείου τήξεως. Ἡ παρουσία ξένων προσμείξεων ἐντὸς ὑλικοῦ τινος προκαλεῖ, ἐν γένει, ἐλάττωσιν τοῦ σημείου τήξεως (ἢ πήξεως). Οὕτω, ἐνῷ τὸ σημεῖον πήξεως τοῦ καθαροῦ ὕδατος εἶναι $0^0\,C$, τὸ θαλάσσιον ὕδωρ πήγνυται εἰς τοὺς $-2{,}5^0\,C$.

Τὸ φαινόμενον τοῦτο ἐκμεταλλευόμεθα εἰς τὰ παγοποιεῖα: Διὰ νὰ ψύξωμεν τὰ δοχεῖα, τὰ περιέχοντα τὸ ὕδωρ, πρέπει νὰ τοποθετήσωμεν αὐτὰ ἐντὸς λουτροῦ θερμοκρασίας χαμηλοτέρας τῶν $0^0\,C$. Πρὸς τοῦτο, χρησιμοποιοῦμεν, διὰ τὸ λουτρόν, πυκνὸν διάλυμα μαγειρικοῦ ἅλατος (ἅλμη), τὸ ὁποῖον, μολονότι εὑρίσκεται κάτω τοῦ μηδενός, διατηρεῖται εἰς ὑγρὰν κατάστασιν (βλ. κατωτ. καὶ *§ 205, ψυκτικαὶ μηχαναί*).

§ 181. Ἐξάτμισις. Ἐκ πείρας γνωρίζομεν ὅτι, ποσότης ὑγροῦ, ἀφιεμένη εἰς τὸ ἐλεύθερον περιβάλλον, ἐλαττοῦται, σὺν τῷ χρόνῳ, μετατρεπομένη εἰς ἀέριον, τὸ ὁποῖον, ὡς ἐπὶ τὸ πλεῖστον, εἶναι ἀόρατον καὶ καλεῖται ***ἀτμός***. Τὸ φαινόμενον αὐτὸ καλεῖται ***ἐξάτμισις***, λαμβάνει δὲ χώραν μόνον ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ καὶ εἰς οἱανδήποτε θερμοκρασίαν.

Ἡ *ταχύτης ἐξατμίσεως* — δηλ. ἡ μᾶζα τοῦ ἐξατμιζομένου ὑγροῦ ἀνὰ μονάδα χρόνου — εἶναι τόσον μεγαλυτέρα, ὅσον μεγαλύτερον εἶναι τὸ ἐμβαδὸν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ὅσον μεγαλυτέρα ἡ θερμοκρασία καὶ ὅσον πτωχότερον εἰς ἀτμοὺς εἶναι τὸ περιβάλλον. Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἐὰν δὲν ἀπομακρύνωμεν τοὺς ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας ἀτμούς, ὁ χῶρος οὗτος θὰ γίνεται, διαρκῶς, πλουσιώτερος εἰς ἀτμοὺς καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως θὰ ἐλαττοῦται.

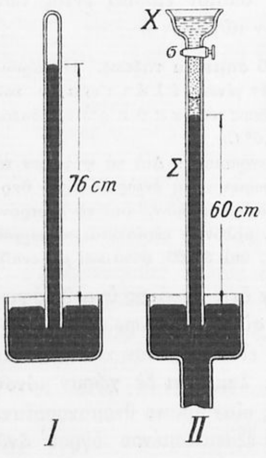
Ὑγρά, τὰ ὁποῖα, ὑπὸ συνήθεις συνθήκας (δηλ. ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν καὶ θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος), ἔχουν μεγάλην ταχύτητα ἐξατμίσεως, καλοῦνται ***πτητικὰ ὑγρὰ*** (π.χ. αἰθήρ, οἰνόπνευμα κ.λ.).

Ἡ ἐξάτμισις παίζει σπουδαιότατον ρόλον εἰς τὴν οἰκονομίαν τῆς φύσεως: Τὰ ὕδατα τῶν ποταμῶν, τῶν λιμνῶν καὶ τῶν θαλασσῶν, ἐξατμιζόμενα διὰ τῆς ἡλιακῆς θερμότητος, δημιουργοῦν τὰ νέφη, τὰ ὁποῖα, μετατρεπόμενα, ἐν συνεχείᾳ, εἰς βροχήν, πίπτουν ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς γῆς διὰ νὰ ἐξατμισθοῦν ἐκ νέου κ.ο.κ.

Ἐπὶ τοῦ φαινομένου τῆς ἐξατμίσεως στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τῶν *ἁλυκῶν* πρὸς παραγωγὴν τοῦ μαγειρικοῦ ἅλατος ἐκ τοῦ θαλασσίου ὕδατος.

§ 182. Ἐξάτμισις εἰς κενὸν χῶρον. Ἐὰν τὸ ὑγρὸν εὑρίσκεται ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου, ἀπὸ τὸ ὁποῖον ἔχομεν ἀφαιρέσει τὸν ἀέρα, τότε, λόγῳ τῆς ἐξατμίσεως, ὁ ὑπεράνω τῆς ἐπιφανείας χῶρος γίνεται διαρκῶς πλουσιώτερος εἰς ἀτμούς. Συνεχιζομένης τῆς ἐξατμίσεως, ἐλαττοῦται, ἀντιστοίχως, ἡ ταχύτης ἐξατμίσεως, μέχρις ὅτου παύσῃ πᾶσα περαιτέρω ἐξάτμισις.

Ἡ πίεσις τῶν οὕτω προκυπτόντων ἀτμῶν καλεῖται ***τάσις*** τῶν ἀτμῶν. Ἐπειδὴ ὁ χῶρος ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑπάρχει ὁ ἀτμὸς εἶναι, πλέον, πλήρης ἀτμῶν καί, συνεπῶς, δὲν δύναται νὰ δεχθῇ περισσοτέρους — εἶναι, ὡς λέγομεν, ***κεκορεσμένος*** — διὰ τοῦτο καὶ ἡ τάσις τῶν ἀτμῶν αὐτῶν ὀνομάζεται ***τάσις κεκορεσμένων ἀτμῶν.***



Σχ. 270. *Ἡ διαφορὰ τῶν ὑδραργυρικῶν στηλῶν (76—60= = 16 cm) μᾶς δίδει τὴν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν.*

Τὰ περιγραφέντα φαινόμενα δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ὁ βαρομετρικὸς σωλὴν Σ *(σχ. 270, II)* καταλήγει εἰς τὸ ἓν ἄκρον του εἰς χοάνην *X*, φέρει δὲ καὶ τὴν στρόφιγγα *σ*. Κλείομεν τὴν στρόφιγγα καί, πληροῦντες τὸν σωλῆνα Σ δι' ὑδραργύρου, ἐκτελοῦμεν τὸ γνωστὸν πείραμα Torricelli. Ἡ στήλη τοῦ ὑδραργύρου θὰ δεικνύῃ, ὡς γνωστόν, τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ἡ ὁποία ἔστω ὅτι εἶναι ἴση πρὸς *76 cm Hg*. Ἀκολούθως θέτομεν ἐντὸς τῆς χοάνης ὀλίγον οἰνόπνευμα καί, ἀνοίγοντες τὴν στρόφιγγα, ἀφήνομεν νὰ εἰσέλθῃ ἐντὸς τοῦ σωλῆνος μία σταγὼν οἰνοπνεύματος. Αὕτη ἐξατμίζεται ταχέως, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, ὁ ὑδράργυρος κατέρχεται, λόγῳ τῆς πιέσεως τὴν ὁποίαν ἐξασκοῦν ἐπ' αὐτοῦ οἱ ἀτμοὶ τοῦ οἰνοπνεύματος. Ἐάν, ἐν συνεχείᾳ, εἰσαγάγωμεν καὶ ἄλλας σταγόνας οἰνοπνεύματος παρατηροῦμεν τὸ αὐτὸ φαινόμενον. Τελικῶς, ὅμως, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ἐπὶ πλέον εἰσαγόμεναι ἐντὸς τοῦ σωλῆνος σταγόνες δὲν ἐξατμίζονται, ἀλλὰ παραμένουν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ὡς ὑγρόν, ἐνῶ τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης παραμένει, πλέον, σταθερόν. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ὁ ἄνωθεν τοῦ ὑδραργύρου χῶρος εἶναι κεκορεσμένος ἀτμῶν οἰνοπνεύματος (*).

Εἶναι προφανὲς ὅτι ἡ διαφορὰ $(76-60=16\ cm)$ τῶν δύο ὑδραργυρικῶν στηλῶν τοῦ σχήματος *270* θὰ μᾶς δίδη τὴν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ οἰνοπνεύματος εἰς $cm\ Hg$.

Ἐὰν ὠθήσωμεν τὸν σωλῆνα Σ πρὸς τὰ κάτω, ὥστε ὁ ὄγκος, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνουν οἱ κεκορεσμένοι ἀτμοί, νὰ ἐλαττωθῇ, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη διατηρεῖ τὸ ὕψος της, ἐνῶ ταυτοχρόνως αὐξάνεται ἡ ποσότης τοῦ ὑγροῦ οἰνοπνεύματος ἄνωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου.

Ἐφ' ὅσον τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης δὲν μετεβλήθη θὰ πρέπει ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν νὰ παρέμεινε σταθερά, τὸ μόνον δὲ ἀποτέλεσμα τῆς ἐλαττώσεως τοῦ ὄγκου ἦτο ἡ ὑγροποίησις μέρους τῶν ἀτμῶν.

Συμπέρασμα : *Ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν εἶναι ἀνεξάρτητος τοῦ ὄγκου των.*

§ 183. Ἀκόρεστοι ἀτμοί. Κατὰ τὴν ἐκτέλεσιν τοῦ πειράματος τῆς προηγουμένης παραγράφου εἴδομεν ὅτι, εὐθὺς ὡς εἰσαχθῇ ἡ πρώτη σταγὼν τοῦ οἰνοπνεύματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, αὕτη ἐξατμίζεται ταχέως, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, λόγῳ τῆς πιέσεως τῶν δημιουργουμένων ἀτμῶν, ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη κατέρχεται κατά τι. Ἐάν, χωρὶς νὰ εἰσαγάγωμεν δευτέραν σταγόνα οἰνοπνεύματος, ἐλαττώσωμεν τὸν ὄγκον, τὸν ὁποῖον καταλαμβάνουν οἱ ἀτμοί, ὠθοῦντες τὸν σωλῆνα Σ πρὸς τὰ κάτω, θὰ εὕρωμεν ὅτι ἡ ὑδραργυρικὴ στήλη κατέρχεται ἀκόμη - ἡ πίεσις, δηλ. τῶν ἀτμῶν τοῦ οἰνοπνεύματος ηὐξήθη. Ἐὰν μετρήσωμεν τοὺς ὄγκους καὶ τὰς ἀντιστοίχους πιέσεις τῶν ἀτμῶν, θὰ εὕρωμεν ὅτι ἰσχύει καὶ δι' αὐτούς, κατὰ προσέγγισιν, ὁ νόμος Boyle - Mariotte. Τοὺς ἀτμοὺς αὐτούς, εἰς τοὺς ὁποίους ἰσχύουν, κατὰ προσέγγισιν, οἱ νόμοι τῶν ἀερίων, καλοῦμεν ***ἀκορέστους ἀτμούς.***

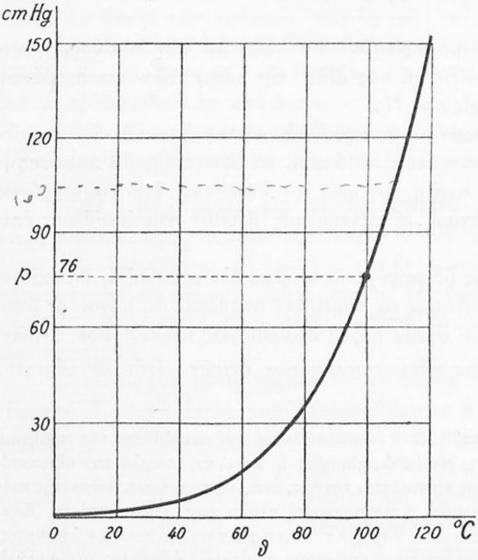
Ἐὰν ἐλαττώσωμεν, ἀκόμη περισσότερον, τὸν ὄγκον τῶν ἀκορέστων ἀτμῶν τοῦ οἰνοπνεύματος, παρατηροῦμεν ὅτι ἡ πίεσις ἐξακολουθεῖ ν' αὐξάνεται μέχρις ὁρίου τινός, πέραν τοῦ ὁποίου παύει αὐξανομένη, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑδραργύρου ἐμφανίζεται ὑγρὸν οἰνόπνευμα. Εἰς τὴν περίπτωσιν, δηλ., αὐτὴν οἱ ἀκόρεστοι ἀτμοὶ μετετράπησαν εἰς κεκορεσμένους καί, συνεπῶς, ἡ πίεσίς των πρέπει νὰ διατηρῆται σταθερὰ - νὰ εἶναι, δηλ., ἀνεξάρτητος τοῦ ὄγκου.

§ 184. Μεταβολὴ τῆς τάσεως τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν μετὰ τῆς θερμοκρασίας. Ἐὰν ἐπαναλάβωμεν τὸ περιγραφὲν εἰς τὴν *§ 182* πείραμα εἰς μεγαλυτέραν θερμοκρασίαν, θὰ εὕρωμεν ὅτι ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν ηὐξήθη. Ἐκ τοιούτων μετρήσεων συνάγεται ὅτι *ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν αὐξάνεται, ὅταν αὐξάνεται ἡ θερμοκρασία των.*

Τὸ σχῆμα *271*, παριστᾷ, γραφικῶς τὴν σχέσιν μεταξὺ τῆς τάσεως p τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος καὶ τῆς θερμοκρασίας ϑ. Παρατηροῦμεν

(*) Παρατηροῦμεν ὅτι ὁ χῶρος εἰς τὸν ὁποῖον συνυπάρχουν καὶ οἱ ἀτμοὶ καὶ τὸ ὑγρόν των εἶναι κεκορεσμένος χῶρος.

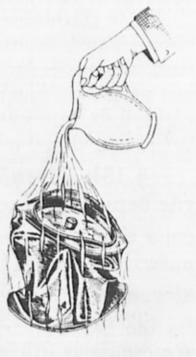
ὅτι, εἰς τοὺς *100° C*, ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση πρὸς *76 cm Hg*, δηλ., ἴση πρὸς μίαν ἀτμόσφαιραν.



Σχ. 271. *Ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος αὐξάνεται μετὰ τῆς θερμοκρασίας.*

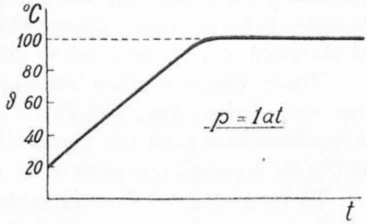
Ἀπὸ ἕνα τοιοῦτο διάγραμμα δυνάμεθα ν' ἀνευρίσκωμεν ἑκάστοτε τὴν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν ἑνὸς ὑγροῦ, ἀρκεῖ νὰ γνωρίζωμεν τὴν θερμοκρασίαν.

Ἀπὸ τὸ διάγραμμα τοῦ σχήματος *271* προκύπτει ὅτι, ἐλαττουμένης τῆς θερμοκρασίας, ἐλαττοῦται καὶ ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐντὸς λευκοσιδηροῦ δοχείου θέτομεν ὀλίγον ὕδωρ καὶ βράζομεν αὐτὸ μέχρις ὅτου ὁ ἐξερχόμενος ἀτμὸς συμπαρασύρῃ ὅλον τὸν ἐντὸς τοῦ δοχείου ὑπάρχοντα ἀέρα. Ἀκολούθως κλείομεν τὸ δοχεῖον διὰ φελλοῦ καὶ ψύχομεν αὐτό, περιλούοντες δι' ὕδατος *(σχ. 272)*. Θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τὸ δοχεῖον παραμορφοῦται ἐντόνως, διότι ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ δοχείου ἔχει ἐλαττωθῆ κάτω τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως (ἀφοῦ εἰς *100° C* ἦτο ἴση πρὸς *1 Atm*), ἐνῶ, ἐξωτερικῶς, τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου ὑφίστανται πίεσιν ἴσην πρὸς τὴν ἀτμοσφαιρικήν.



Σχ. 272.

§ 185. Βρασμός. Ἐὰν θερμαίνωμεν ἕνα ὑγρόν, (π.χ. ὕδωρ), ἐντὸς ἀνοικτοῦ δοχείου, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, μετροῦμεν τὴν θερμοκρασίαν του, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, ἀρχικῶς, ἡ θερμοκρασία ἀνέρχεται *(σχ. 273)*. Ὅταν λάβῃ τὴν τιμὴν *100° C* παύει ἀνερχομένη, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, ἀρχίζουν ν' ἀναπτύσσωνται φυσαλλίδες ἀτμῶν εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ ὑγροῦ, αἱ ὁποῖαι, ἀνερχόμεναι, διαρρηγνύονται, ὅταν φθάσουν εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν. Ἀπὸ τῆς στιγμῆς ταύτης ἄρχεται ὁ *βρασμὸς* τοῦ ὕδατος. Καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ ἡ θερμοκρασία παραμένει σταθερά, *(100° C)*, μολονότι, διαρκῶς, προσφέρεται θερμότης εἰς τὸ ὕδωρ. Τὴν σταθερὰν ταύτην θερμοκρασίαν καλοῦμεν ***σημεῖον ζέσεως τοῦ ὕδατος.***



Σχ. 273. Κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ τοῦ ὕδατος ἡ θερμοκρασία διατηρεῖται σταθερὰ (100° C).

Ἡ κατὰ τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ προσφερομένη θερμότης δὲν ἀνυψώνει τὴν θερμοκρασίαν, ἀλλὰ καταναλίσκεται, ἁπλῶς, διὰ νὰ μετατρέπῃ τὸ ὕδωρ εἰς ἀτμόν (*). Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἐὰν αὐξήσωμεν τὴν ἀνὰ μονάδα χρόνου προσφερομένην εἰς τὸ ὕδωρ θερμότητα, ἁπλῶς καὶ μόνον θ' αὐξηθῇ τὸ ποσὸν τῶν ἀνὰ μονάδα χρόνου παραγομένων ἀτμῶν, χωρὶς ν' αὐξηθῇ τὸ σημεῖον ζέσεως.

Ὅπως εἴδομεν ἀνωτέρω τὸ ὕδωρ ζέει εἰς τοὺς *100° C*. Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Εἰς τὴν θερμοκρασίαν τῶν *100° C* ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τῶν φυσαλλίδων εἶναι, ἀκριβῶς, ἴση μὲ τὴν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἐξασκουμένην ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν (δηλ. μίαν ἀτμόσφαιραν - βλ. *σχ. 271*). Ἑπομένως εἰς θερμοκρασίαν μικροτέραν τῶν *100° C* δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ δημιουργηθοῦν φυσαλλίδες ὑδρατμῶν, διότι, ἐὰν τυχὸν ἤθελε δημιουργηθῇ μία τοιαύτη φυσαλλίς, δὲν θὰ ἠδύνατο νὰ διατηρηθῇ· καθόσον ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἡ ὁποία εἶναι μεγαλυτέρα τῆς πιέσεως τῶν ἀτμῶν ἐντὸς τῆς φυσαλλίδος, θὰ τὴν συνεπίεζε καὶ θὰ τὴν ἐξηφάνιζεν.

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω συμπεραίνομεν τὰ ἑξῆς: «*Ἕνα ὑγρὸν ζέει ὅταν ἡ θερμοκρασία του ἀνέλθῃ τόσον ὥστε ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν αὐτοῦ νὰ γίνῃ ἴση πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας ἀσκουμένην πίεσιν*».

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΣΗΜΕΙΩΝ ΖΕΣΕΩΣ

Αἰθὴρ	*35° C*	Πετρέλαιον	*115° C*
Οἰνόπνευμα	*78° C*	Ὑδράργυρος	*357° C*
Ὕδωρ	*100° C*	Σίδηρος	*2730° C*

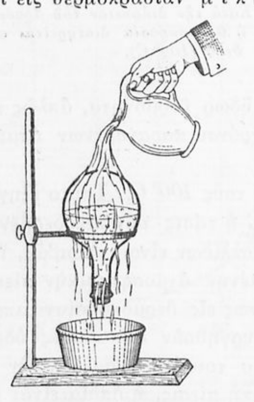
§ 186. Μεταβολὴ τοῦ σημείου ζέσεως μετὰ τῆς ἐξωτερικῆς πιέσεως. Εἰς τὰς προηγουμένας παραγράφους εἴδομεν ὅτι α) ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν καὶ β) ὅτι ὁ βρασμὸς ἀρχίζει εἰς ἐκείνην τὴν θερμοκρασίαν, εἰς τὴν ὁποίαν ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν γίνεται ἴση πρὸς τὴν ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ

(*) Βλ. κατωτέρω - *λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως.*

ἐξασκουμένην ἐξωτερικὴν πίεσιν. Συνεπῶς, ἐὰν μεταβάλωμεν τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν, θὰ μεταβληθῇ καὶ ἡ θερμοκρασία, εἰς τὴν ὁποίαν ἀρχίζει ὁ βρασμὸς - δηλ., τὸ σημεῖον ζέσεως. Οὕτω, ἐὰν ἐλαττωθῇ ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις, θὰ ἐλαττωθῇ, ἀντιστοίχως, καὶ τὸ σημεῖον ζέσεως.

Ὅπως εἴδομεν τὸ ὕδωρ ζέει εἰς τοὺς *100° C* ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν ἴσην πρὸς *1 Atm*, δηλ., *760 Torr*. Ὡς γνωστόν, ὅμως, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐλαττοῦται μετὰ τοῦ ὕψους. Ἑπομένως εἰς τὰ ὑψηλὰ ὄρη τὸ ὕδωρ θὰ ζέῃ εἰς θερμοκρασίαν μικροτέραν τῶν *100° C* (*).

Τὸ κατωτέρω, ἁπλοῦν, πείραμα δεικνύει ὅτι τὸ ὕδωρ δύναται νὰ βράσῃ καὶ εἰς θερμοκρασίαν μ ι κ ρ ο τ έ ρ α ν τῶν *100° C*, ἀρκεῖ ἡ πίεσις, ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τοῦ ὕδατος, νὰ ἐλαττωθῇ: Ἐντὸς σφαιρικῆς φιάλης θέτομεν ὕδωρ καὶ τὸ βράζομεν ἐπὶ μερικὰ λεπτά, ὥστε νὰ φύγῃ ὅλος ὁ ἐντὸς αὐτοῦ διαλελυμένος ἀήρ. Κατόπιν πωματίζομεν τὴν φιάλην μὲ ἕνα φελλὸν καί, ἀφοῦ τὴν ἀναστρέψωμεν, τὴν στηρίζομεν, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα *274*. Ἀφήνομεν νὰ ψυχθῇ ἐπὶ ἓν ἢ δύο λεπτὰ καί, ἀκολούθως, χύνομεν ἐπ' αὐτῆς ψυχρὸν ὕδωρ. Τὸ ψυχρὸν ὕδωρ προκαλεῖ ὑγροποίησιν τῶν ἐντὸς τῆς φιάλης ὑδρατμῶν καὶ οὕτω, λόγῳ τῆς ἀπουσίας ἀέρος, ἡ πίεσις εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν ἐλαττοῦται τόσον, ὥστε τὸ ὕδωρ ν' ἀρχίσῃ νὰ βράζῃ ἐκ νέου, μολονότι ἡ θερμοκρασία του εἶναι, τώρα, πολὺ κάτω τῶν *100° C*.



Σχ. 274.

Ἐξ ὅλων τῶν ἀνωτέρω συνάγονται οἱ ἑξῆς *νόμοι τοῦ βρασμοῦ*:

1) Ἕνα ὑγρὸν ἀρχίζει νὰ ζέῃ ὅταν ἡ θερμοκρασία του ἀνέλθῃ τόσον, ὥστε ἡ τάσις τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν αὐτοῦ νὰ γίνῃ ἴση πρὸς τὴν ἐξωτερικὴν πίεσιν.

2) Τὸ σημεῖον ζέσεως ἑνὸς ὑγροῦ εἶναι σταθερόν, ἐφ' ὅσον ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις παραμένει σταθερά.

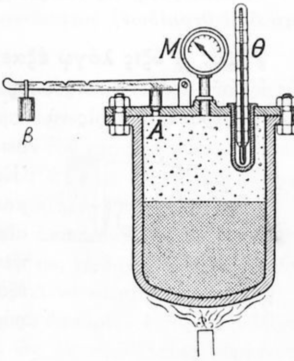
3) Τὸ σημεῖον ζέσεως αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται, ὅταν αὐξάνεται ἢ ἐλαττοῦται ἡ ἐξωτερικὴ πίεσις.

4) Καθ' ὅλην τὴν διάρκειαν τοῦ βρασμοῦ ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ παραμένει σταθερά.

Χύτρα τοῦ Papin (Παπέν). Ἀποτελεῖται ἐκ δοχείου μεταλλικοῦ μὲ ἀνθεκτικὰ τοιχώματα *(σχ. 275)*, τὸ ὁποῖον φέρει τὴν ἀσφαλιστικὴν δικλεῖδα *A*, ὑποδοχὴν διὰ τὴν τοποθέτησιν θερμομέτρου *Θ* καὶ τὸ μανόμετρον *M*. Διὰ τῆς συσκευῆς ταύτης δυνάμεθα νὰ θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ εἰς θερμοκρασίαν ἀ ν ω τ έ ρ α ν τῶν *100° C*, χωρὶς τοῦτο νὰ βράσῃ. Οἱ σχηματιζόμενοι

(*) Οὕτω εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ Ὀλύμπου (ὕψος *2917 m*, ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις *530 Torr*) τὸ ὕδωρ ζέει εἰς *90° C*.

ἐντὸς τῆς χύτρας ὑδρατμοί, πιέζοντες τὸ ὕδωρ, ἐμποδίζουν τὸν βρασμὸν αὐτοῦ. Ἡ πίεσις εἰς ἑκάστην θερμοκρασίαν εἶναι ἴση πρὸς τὴν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν καί, συνεπῶς, ὅσον ἀνυψοῦται ἡ θερμοκρασία τόσον μεγαλυτέραν πίεσιν θὰ δεικνύῃ τὸ μανόμετρον (*). Ἡ ἀσφαλιστικὴ δικλεὶς ρυθμίζεται, διὰ μετακινήσεως τοῦ βάρους β, ὥστε ν' ἀνοίγῃ εἰς ὡρισμένην πίεσιν. Ὅταν, λοιπόν, αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας, ἡ πίεσις τῶν ἀτμῶν ὑπερβῇ τὴν τιμὴν ταύτην, ἀνοίγει ἡ ἀσφαλιστικὴ δικλείς, οἱ ἀτμοὶ ἐκφεύγουν καί, οὕτω, προλαμβάνεται διάρρηξις τῆς συσκευῆς.



Σχ. 275. Χύτρα τοῦ Papin.

Ἐφαρμογὴν τοῦ ἀνωτέρω φαινομένου ἔχομεν καὶ εἰς τὰς καλουμένας *χύτρας πιέσεως*, τὰς χρησιμοποιουμένας διὰ τὴν παρασκευὴν τῶν φαγητῶν. Αὗται εἶναι, κατ' ἀρχήν, χύτραι Papin διὰ τῶν ὁποίων ἐπιτυγχάνομεν, κατὰ τὸ μαγείρευμα, θερμοκρασίαν ἀνωτέραν τῶν $100^0\,C$ καὶ ὡς, ἐκ τούτου, ἡ παρασκευὴ τῶν φαγητῶν γίνεται εἰς χρόνον ἀσυγκρίτως μικρότερον, ἀπὸ τὸν ἀπαιτούμενον κατὰ τὴν χρῆσιν τῶν συνήθων μαγειρικῶν σκευῶν.

§ 187. Ἐξαέρωσις. Καλοῦμεν ***ἐξαέρωσιν*** τὴν μετάβασιν ἐκ τῆς ὑγρᾶς καταστάσεως εἰς τὴν ἀέριον. Ὡς εἴδομεν εἰς προηγουμένας παραγράφους ἡ ἐξαέρωσις ἑνὸς ὑγροῦ δύναται νὰ γίνῃ κατὰ δύο, κυρίως, τρόπους: α) δι' ἐξατμίσεως καὶ β) διὰ βρασμοῦ.

Διὰ τὴν ἐξαέρωσιν—δηλ. τὴν μετατροπὴν ποσότητός τινος ὑγροῦ εἰς ἀτμὸν—πρέπει νὰ καταναλωθῇ θερμότης. Καλοῦμεν ***(λανθάνουσαν) θερμότητα ἐξαερώσεως*** L ἑνὸς ὑγροῦ τὴν θερμότητα, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται ὅπως $1\,gr$ τοῦ ὑγροῦ, μετατραπῇ εἰς ἀτμόν, ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν ζέσεως.

Αὕτη μετρεῖται εἰς cal/gr. Οὕτω, π.χ., ἡ θερμότης ἐξαερώσεως τοῦ ὕδατος εἶναι ἴση πρὸς $540\,cal/gr$. Τοῦτο σημαίνει ὅτι, διὰ νὰ μετατραπῇ ἓν γραμμάριον ὕδατος, θερμοκρασίας $100^0\,C$, εἰς ἀτμόν, ἀπαιτοῦνται 540 *θερμίδες*.

Εἶναι προφανὲς ὅτι, ἐὰν θέλωμεν νὰ ἐξαερώσωμεν ὑγρόν, μάζης $m\,gr$, πρέπει νὰ προσφέρωμεν εἰς αὐτὸ θερμότητα Q ἴσην πρὸς

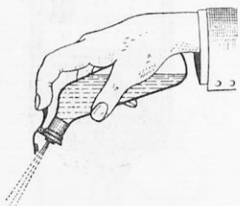
$$Q = m \cdot L.$$

Εἴδομεν ἀνωτέρω ὅτι, διὰ νὰ μετατραπῇ $1\,gr$ ὑγροῦ τινος εἰς ἀτμόν, πρέπει νὰ λάβῃ θερμότητα ἴσην πρὸς τὴν θερμότητα ἐξαερώσεως. Τὴν αὐτήν,

(*) Ὅπως εὑρίσκεται ἐκ μετρήσεων ὅταν ἡ θερμοκρασία γίνῃ 100^0, 121^0, 134^0, 144^0, 152^0, ἡ πίεσις γίνεται, ἀντιστοίχως, $1, 2, 3, 4, 5\,at$ . . .

ἀκριβῶς, θερμότητα θ' ἀ π ο δ ώ σ η *1 gr* ἀτμοῦ, ὅταν μετατραπῇ εἰς ὑγρὸν ὑπὸ τὴν θερμοκρασίαν ζέσεως. Οὕτω, ἐὰν *1 gr* ὑδρατμῶν, θερμοκρασίας *100° C*, μετατραπῇ εἰς ὕδωρ τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας, θ' ἀποδώσῃ θερμότητα *540 θερμίδων*.

§ 188. Ψῦξις λόγῳ ἐξαερώσεως. Εἴδομεν ὅτι, διὰ τὴν ἐξαέρωσιν ἑνὸς ὑγροῦ πρέπει νὰ προσφέρεται εἰς αὐτὸ θερμότης. Συνεπῶς, ὅταν ἕνα ὑγρὸν ἐξαεροῦται χωρὶς νὰ λαμβάνῃ ἔξωθεν θερμότητα, ψύχεται. Τοῦτο δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς, ἁπλοῦ, πειράματος: Ἐπαλείφομεν τὴν χεῖρα μας διὰ βάμβακος ἐμποτισμένου δι' οἰνοπνεύματος ἢ αἰθέρος, ὁπότε αἰσθανόμεθα ψῦξιν εἰς τὸ μέρος τῆς ἐπαλείψεως: Τὸ οἰνόπνευμα (ἢ ὁ αἰθήρ), διὰ νὰ ἐξαερωθῇ, προσλαμβάνει θερμότητα ἐκ τῆς χειρός μας, ἡ ὁποία, οὕτω, ψύχεται.



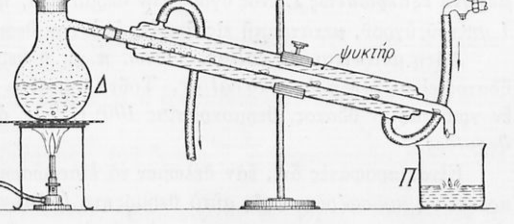
Σχ. 276. Τὸ χλωριοῦχον αἰθύλιον, ἐξατμιζόμενον, προκαλεῖ ἰσχυρὰν ψῦξιν.

Τὸ φαινόμενον τοῦτο χρησιμοποιεῖται εἰς τὴν Ἰατρικὴν διὰ τοπικὴν ἀναισθησίαν διὰ ψύξεως, ἡ ὁποία προκαλεῖται κατὰ τὴν ἐξαέρωσιν ὑγροῦ, λίαν πτητικοῦ *(σχ. 276)*.

§ 189. Ἐξάχνωσις. Ἐὰν θερμάνωμεν ἰώδιον παρατηροῦμεν ὅτι τοῦτο μετατρέπεται, ἀπ' εὐθείας, εἰς ἀτμούς, χωρὶς νὰ τακῇ. Τὸ φαινόμενον τοῦτο, κατὰ τὸ ὁποῖον ἕνα στερεόν, θερμαινόμενον, μετατρέπεται ἀ π' ε ὐ θ ε ί α ς εἰς ἀτμούς, καλεῖται ***ἐξάχνωσις***.

Ὁμοίως ἐξαχνοῦται καὶ ἡ ναφθαλίνη εἰς τὴν συνήθη θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος.

§ 190. Ἀπόσταξις. Οἱ κεκορεσμένοι ἀτμοὶ ὑγροῦ τινος, ψυχόμενοι, ὑγροποιοῦνται. Τοῦτο ἐκμεταλλευόμεθα εἰς τὴν ***ἀπόσταξιν***: Ἐντὸς τοῦ δοχείου *Δ* τῆς συσκευῆς τοῦ σχήματος *277* τίθεται τὸ πρὸς ἀπόσταξιν ὑγρὸν (π.χ. ὕδωρ) καὶ θερμαίνεται. Οἱ παραγόμενοι ἀτμοὶ φέρονται εἰς τὸν *ψυκτῆρα* — σωλῆνα ὑάλινον περιβαλλόμενον ὑπὸ κυκλοφοροῦντος ὕδατος — ἐντὸς τοῦ ὁποίου, ψυχόμενοι, ὑγροποιοῦνται. Τὸ παραγόμενον ὕδωρ συλλέγεται εἰς τὸ ποτήριον *Π*. Ἐπειδή, ἡ κατὰ τὴν ὑγροποίησιν τοῦ ὕδατος ἀποδιδομένη θερμότης εἰς τὰ τοιχώματα τοῦ ψυκτῆρος εἶναι μεγάλη (βλ. *§ 187*), πρέπει τὸ ὕδωρ τῆς ψύξεως



Σχ. 277. Συσκευὴ ἀποστάξεως.

νὰ κυκλοφορῇ, διαρκῶς, διὰ νὰ ἀπάγῃ τὴν μεγάλην αὐτὴν θερμότητα. Ἡ ἀπόσταξις χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν παρασκευὴν τοῦ *ἀπεσταγμένου ὕδατος* — ὕδατος, δηλ., μὴ περιέχοντος ξένας προσμείξεις (*)—καθὼς καὶ εἰς τὴν βιομηχανίαν διὰ τὴν παρασκευὴν οἰνοπνεύματος ἐξ οἰνοπνευματούχων ὑγρῶν κ.λ.

§ 191. Ὑγροποίησις τῶν ἀερίων. Εἰς τ' ἀνωτέρω ἠσχολήθημεν μὲ τὴν ὑγροποίησιν ἀ τ μ ῶ ν οἰνοπνεύματος, ὕδατος, κ.λ., ἡ ὁποία, ὡς εἴδομεν, ἐπιτυγχάνεται διὰ ψύξεως εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος. Ὁμοίως εἶναι δυνατὸν νὰ ὑγροποιηθοῦν καὶ τὰ διάφορα ἀ έ ρ ι α (ὀξυγόνον, ὑδρογόνον, ἄζωτον κ.λ.) ἀρκεῖ νὰ ψυχθοῦν εἰς πολὺ χαμηλὴν θερμοκρασίαν.

Ἡ ἀνάγκη τόσον χαμηλῶν θερμοκρασιῶν ἀποφεύγεται ἐάν, παραλλήλως πρὸς τὴν ψῦξιν, τὸ ἀέριον πιεσθῇ πολύ. Οὕτω, τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος ὑγροποιεῖται, ἀκόμη καὶ ἄνευ ψύξεως, ἀρκεῖ νὰ πιεσθῇ ἐπαρκῶς.

Τὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος φέρεται εἰς τὸ ἐμπόριον ἐντὸς χαλυβδίνων *ὀβίδων πιέσεως* ὑπὸ ὑψηλὴν πίεσιν *(55 at)* ὡς ἐκ τῆς ὁποίας εὑρίσκεται εἰς ὑγρὰν κατάστασιν. Ὅταν ἀνοίξωμεν τὴν στρόφιγγα τῆς ὀβίδος τὸ ὑπεράνω τοῦ ὑγροῦ εὑρισκόμενον ἀέριον CO_2 ἐξέρχεται καὶ χρησιμοποιεῖται διὰ διαφόρους ἀνάγκας (ἀεριοῦχα ποτά, ζῦθος κ.λ.).

Κρίσιμος θερμοκρασία. Διὰ νὰ ὑγροποιηθῇ ἕνα ἀέριον πρέπει ἡ θερμοκρασία του νὰ εὑρίσκεται κ ά τ ω μιᾶς ὡρισμένης, δι' ἕκαστον ἀέριον, θερμοκρασίας, ἡ ὁποία καλεῖται ***κρίσιμος θερμοκρασία*** (**). Ὅταν ἡ θερμοκρασία ἑνὸς ἀερίου εἶναι μεγαλυτέρα τῆς κρισίμου, τὸ ἀέριον εἶναι ἀ δ ύ ν α τ ο ν νὰ ὑγροποιηθῇ, ὁσηδήποτε πίεσις καὶ ἂν ἐξασκηθῇ ἐπ' αὐτοῦ.

Ξηρὸς πάγος. Ὑπὸ τὸ ὄνομα *ξηρὸς πάγος* φέρεται εἰς τὸ ἐμπόριον διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος εἰς στερεὰν κατάστασιν, τὸ ὁποῖον ἔχει ψυχθῇ εἰς πολὺ χαμηλὴν θερμοκρασίαν (***). Ὁ ξηρὸς πάγος χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν βαθεῖαν ψῦξιν τροφίμων κ.λ., παρουσιάζει δὲ τὸ πλεονέκτημα — ἔναντι τοῦ συνήθους πάγου — νὰ μὴ ἐγκαταλείπῃ ὑγρὸν ὑπόλειμμα, καθ' ὅσον ἐξαχνοῦται εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ περιβάλλοντος.

§ 192. Μοριακὴ ἢ θερμικὴ κίνησις. Ὅπως γνωρίζομεν ἤδη *(§ 122)*, ἡ ὕλη ἐμφανίζεται ὑπὸ τρεῖς μορφάς: τὴν στερεάν, τὴν ὑγράν, καὶ τὴν ἀέριον. Εἰς τὰ στερεά, τὰ ἄτομα (ἢ μόρια) εὑρίσκονται εἰς ὡρισμένας θέσεις (βλ. σχ. *202*), περὶ τὰς ὁποίας διαρκῶς ταλαντοῦνται ***(θερμικὴ κίνησις)***. Τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως τῶν ἀτόμων εὑρίσκεται ὅτι ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν: *Ἐὰν θερμάνωμεν ἕνα στερεὸν τὸ πλάτος τῆς ταλαντώσεως αὐξάνεται*, ἡ δὲ προσφερομένη, ὑπὸ μορφὴν θερμότητος, ἐνέργεια καταναλίσκεται, ἀκριβῶς, διὰ τὴν αὔξησιν τῆς ἐνεργείας τῆς ταλαντώσεως. Ὅταν ἡ θερμοκρασία φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον τήξεως, τὸ πλάτος τῆς τα-

---

(*) Ὡς ἀπεσταγμένον ὕδωρ δύναται νὰ θεωρηθῇ καὶ τὸ ὕδωρ τῆς βροχῆς.

(**) Ἡ κρίσιμος θερμοκρασία τοῦ διοξειδίου τοῦ ἄνθρακος εἶναι *31° C*.

(***) Ἡ θερμοκρασία τοῦ ξηροῦ πάγου εἶναι *—79° C*.

14

λαντώσεως γίνεται πολὺ μεγάλο, ὁπότε τὰ ἄτομα, ἀπομακρυνόμενα πολὺ τῆς ἀρχικῆς των θέσεως, δὲν ἐπιστρέφουν πλέον εἰς αὐτήν, ἀλλὰ κινοῦνται ἐλευθέρως πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις. Τὸ στερεόν, δηλ., μετετράπη εἰς ὑγρὸν (τῆξις). Ἐὰν ἐξακολουθήσωμεν τὴν θέρμανσιν, αἱ ταχύτητες, μὲ τὰς ὁποίας κινοῦνται τὰ μόρια, αὐξάνονται, ὁπότε λέγομεν ὅτι ἡ θερμοκρασία τοῦ ὑγροῦ ηὐξήθη.

Εἰς τὴν θερμικὴν κίνησιν τῶν μορίων τῶν ὑγρῶν ὀφείλεται καὶ τὸ φαινόμενον τῆς ἐξατμίσεως: Ἐὰν ἕνα μόριον τοῦ ὑγροῦ εὑρίσκεται εἰς τὴν ἐλευθέραν ἐπιφάνειαν καί, κατά τινα στιγμήν, ἔχει ταχύτητα μὲ φορὰν πρὸς τὰ ἄνω, εἶναι δυνατὸν νὰ ὑπερνικήσῃ τὰς δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι τὸ συγκρατοῦν καὶ ν' ἀπομακρυνθῇ τῆς ἐπιφανείας - τὸ ὑγρόν, δηλ., ἐξατμίζεται.

Εἰς τὴν θερμικὴν κίνησιν τῶν μορίων τῶν ἀ ε ρ ί ω ν, τὰ ὁποῖα εὑρίσκονται ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου, ὀφείλεται καὶ ἡ πίεσις αὐτῶν: Τὰ μόρια τῶν ἀερίων, κινούμενα πρὸς ὅλας τὰς διευθύνσεις, συγκρούονται, τόσον μεταξύ των, ὅσον καὶ μὲ τὰ τοιχώματα τοῦ δοχείου. Κατὰ τὰς συνεχεῖς συγκρούσεις μετὰ τῶν τοιχωμάτων, τὰ μόρια ἐξασκοῦν ἐπ' αὐτῶν δυνάμεις, ἀποτέλεσμα τῶν ὁποίων εἶναι ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου.

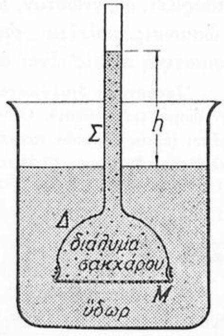
Ὅλα τὰ μόρια ἑνὸς ἀερίου δὲν κινοῦνται μὲ τὴν αὐτὴν ταχύτητα. Μικρὸν ποσοστὸν αὐτῶν κινεῖται μὲ πολὺ μικρὰς ἢ πολὺ μεγάλας ταχύτητας, ἐνῷ τὰ ὑπόλοιπα κινοῦνται μὲ μίαν *μέσην ταχύτητα*. Ἡ μέση, αὐτή, ταχύτης εὑρίσκεται ὅτι ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν θερμοκρασίαν, αὐξανομένη μετ' αὐτῆς. *Ἐάν*, λοιπόν, *θερμάνωμεν ἕνα ἀέριον ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων του θ' αὐξηθῇ.*

Ἐκ τούτου ἐξηγεῖται διατί, αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας ἑνὸς ἀερίου — ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον — αὐξάνεται καὶ ἡ πίεσις αὐτοῦ (2ος νόμος Gay-Lussac). Πράγματι, αὐξανομένης τῆς θερμοκρασίας, αὐξάνεται καὶ ἡ μέση ταχύτης τῶν μορίων, μὲ ἀποτέλεσμα ν' αὐξηθοῦν καὶ αἱ ἐκ τῶν συγκρούσεων μετὰ τῶν τοιχωμάτων προκύπτουσαι δυνάμεις καί, συνεπῶς, ἡ πίεσις.

§ 193. Ὤσμωσις. Ἐὰν θέσωμεν ἐντὸς ὕδατος ἀπεξηραμμένας ῥάγας σταφυλῆς (ξηρὰν σταφίδα) θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι κάθε ῥὰξ διογκοῦται καὶ γίνεται, πρακτικῶς, σφαιρική. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι ἡ ἐπιδερμὶς τῆς σταφίδος ἔχει τὴν ἰδιότητα ν' ἀφίνῃ νὰ διέρχωνται δι' αὐτῆς τὰ μόρια τοῦ ὕδατος, ἐνῷ τὰ μόρια τοῦ σακχάρου, τὰ ὁποῖα εἶναι μεγαλύτερα, δὲν δύνανται νὰ ἐξέλθουν. Ἡ εἰσχώρησις τῶν μορίων τοῦ ὕδατος ἐντὸς τῆς σταφίδος ἔχει ὡς ἀποτέλεσμα τὴν διόγκωσιν αὐτῆς.

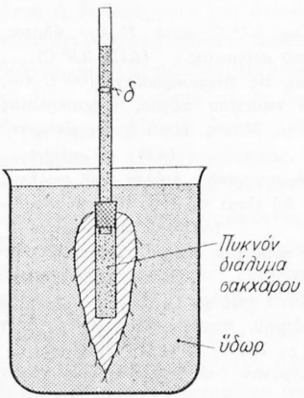
Αἱ μεμβράναι, αἱ ὁποῖαι παρουσιάζουν τοιαύτας ἰδιότητας, καλοῦνται ***ἡμιπερατταὶ μεμβράναι,*** τὸ δὲ περιγραφὲν φαινόμενον καλεῖται ***ὤσμωσις.***

Τὸ φαινόμενον τῆς ὠσμώσεως δυνάμεθα νὰ ἐπιδείξωμεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐντὸς ποτηρίου, περιέχοντος καθαρὸν ὕδωρ, θέτομεν τὸ ὑάλινον δοχεῖον *Δ (σχ. 278),* τοῦ ὁποίου τὸ κάτωθεν ἄνοιγμα φράσσεται διὰ τῆς ζωϊκῆς κύστεως *Μ*, ἡ ὁποία λειτουργεῖ ὡς ἡμιπερατὴ μεμβράνη, ἐνῷ τὸ ἄλλο καταλήγει εἰς τὸν στενὸν σωλῆνα *Σ*. Ἐὰν γεμίσωμεν τὸ δοχεῖον *Δ* διὰ πυκνοῦ διαλύματος σακχάρου (ἢ κοινοῦ μαγειρικοῦ ἅλατος), θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι, μετ' ὀλίγον, τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. Τοῦτο ὀφείλεται, προφανῶς, εἰς τὴν ὤσμωσιν, δηλ., τὴν δίοδον μορίων ὕδατος διὰ τῶν πόρων τῆς μεμβράνης.



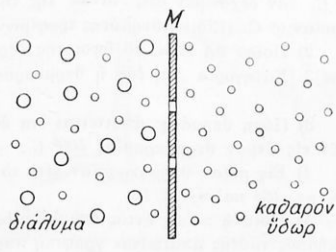
Σχ. 278. *Πείραμα διὰ τὴν ἐπίδειξιν τῆς ὠσμώσεως.*

Τὸ ἀνωτέρω περιγραφὲν πείραμα ἐπιτυγχάνεται καὶ μὲ ἁπλούστερα μέσα, ὡς ἑξῆς: Ἐντὸς τῆς ρίζης καρώτου ἀνοίγομεν κοίλωμα, διαμέτρου, π.χ., *1 cm* καὶ βάθους *10 cm* (*σχ.279*). Πληροῦμεν τὸ κοίλωμα διὰ πυκνοῦ διαλύματος κοινῆς σακχάρεως καί, ἀκολούθως, κλείομεν αὐτὸ διὰ φελλοῦ, φέροντος ὑάλινον σωλῆνα διαμέτρου, π.χ., *5 mm*. Ἀφαιροῦμεν τὴν πλεονάζουσαν ποσότητα τοῦ διαλύματος ἐντὸς τοῦ σωλῆνος καὶ βυθίζομεν τὸ καρῶτον ἐντὸς καθαροῦ ὕδατος. Μετ' ὀλίγον παρατηροῦμεν ὅτι, τὸ ὑγρόν, λόγῳ τῆς ὠσμώσεως, ἀρχίζει ν' ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος, δυνάμενον νὰ φθάσῃ εἰς μέγα ὕψος.



Σχ. 279. *Λόγῳ τῆς ὠσμώσεως τὸ ὑγρὸν ἀνέρχεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος. (Ὁ δείκτης δ δεικνύει τὴν ἀρχικὴν στάθμην τοῦ ὑγροῦ).*

Ἐξήγησις τοῦ φαινομένου τῆς ὠσμώσεως. Τὸ σχῆμα *280* παριστᾷ, σχηματικῶς, ἡμιπερατὴν μεμβράνην *Μ* διαχωρίζουσαν διάλυμα σακχάρεως ἀπὸ καθαρὸν ὕδωρ. Τὸ διάλυμα ἀποτελεῖται ἀπὸ μόρια ὕδατος (μικραὶ σφαῖραι) καὶ μόρια σακχάρεως (μεγάλαι σφαῖραι). Λόγῳ τῆς θερμικῆς κινήσεως μόρια ὕδατος διέρχονται διὰ τῆς μεμβράνης καὶ κατὰ τὰς δύο φοράς. Εἰς τὸ διάλυμα, ὅμως, λόγῳ τῆς παρουσίας τῶν μορίων τῆς σακχάρεως, ὁ ἀριθμὸς τῶν μορίων τοῦ ὕδατος ἀνὰ μονάδα ὄγκου εἶναι μικρότερος τοῦ ἀντιστοίχου ἀριθμοῦ εἰς τὸ καθαρὸν ὕδωρ. Συνεπῶς διὰ τῆς μεμβράνης θὰ διέρχωνται ἀνὰ μονάδα χρόνου περισσότερα μόρια ὕδατος ἀπὸ τὸ καθαρὸν ὕδωρ πρὸς τὸ διάλυμα, παρὰ κατὰ τὴν ἀντίθετον φοράν.



Σχ. 280.

§ 194. Ὠσμωτικὴ πίεσις. Εἰς τὰ περιγραφέντα πειράματα ἡ ὤσμωσις ἐπιβραδύνεται, σὺν τῷ χρόνῳ, καὶ σταματᾷ ἐντελῶς, ὅταν ἡ στάθμη τοῦ διαλύματος εἰς τὸν σωλῆνα Σ φθάσῃ εἰς ὡρισμένον ὕψος h. Τὸ ὕψος τοῦτο καθορίζει, ὡς γνωστόν, μίαν πίεσιν. Ἡ πίεσις αὕτη, ἡ ἀναγκαία ἵνα παύσῃ ἡ ὤσμωσις, καλεῖται ***ὠσμωτικὴ πίεσις***. Πειραματικῶς εὑρίσκεται ὅτι, ἡ ὠσμωτικὴ πίεσις εἶναι ἀνάλογος τῆς *περιεκτικότητος* τοῦ διαλύματος (*).

Ἰσοτονικὰ διαλύματα καλοῦνται ἐκεῖνα τὰ διαλύματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν τὴν αὐτὴν ὠσμωτικὴν πίεσιν. Οὕτω οἱ *φυσιολογικοὶ ὀροί*, οἱ ὁποῖοι ἐνίενται εἰς τὸ αἷμα, πρέπει (ἐκτὸς εἰδικῶν περιπτώσεων) νὰ εἶναι ἰσοτονικοὶ μὲ αὐτό, διότι, ἄλλως, προκαλοῦνται διάφοροι βλάβαι.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Ἀναμειγνύονται *2 kgr* πάγου, θερμοκρασίας *—2° C*, μετὰ *15 kgr* ὕδατος, θερμοκρασίας *22° C*. Ποία ἡ τελικὴ θερμοκρασία τοῦ μείγματος ; (ΑΠ : *9,9° C*).

2) Σιδηρᾶ σφαῖρα, μάζης *200 gr*, θερμαίνεται εἰς θερμοκρασίαν *100° C* καί, ἀκολούθως, φέρεται ἐντὸς κοιλότητος ἐκ μεγάλου τεμαχίου πάγου, θερμοκρασίας *0° C*. Μέρος τοῦ πάγου τήκεται καὶ ἀποδίδει *26,25 gr* ὕδατος. Ποία ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου ; (ΑΠ : *80 cal/gr*)

3) Ἄνωθεν τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης τοῦ σωλῆνος Torricelli ὑπάρχει μικρὰ ποσότης ὕδατος. Ποῖον θὰ εἶναι τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης ἐὰν θερμάνωμεν τὸ ὕδωρ εἰς *100° C* ; (ΑΠ : *Μηδέν. Διατί ;*)

4) Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται ἵνα μεταβάλῃ ποσότητα πάγου, μάζης *20 kgr* καὶ θερμοκρασίας *0° C*, εἰς ἀτμὸν θερμοκρασίας *100° C* ; (ΑΠ : *14400 kcal*)

5) Πόση ποσότης βενζίνης ἀπαιτεῖται διὰ τὸ ἄνω πείραμα ; (ΑΠ : *1,37 kgr*)

6) Πόση θερμότης ἀποδίδεται ὑπὸ *20 gr* ἀτμοῦ, θερμοκρασίας *100° C*, ὅταν ὑγροποιηθοῦν καί, ἐν συνεχείᾳ, ψυχθοῦν εἰς *20° C* ; (ΑΠ : *12,4 kcal*)

7) Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ζέει ὕδωρ εὑρισκόμενον ὑπὸ ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν *60 cm Hg* ; (Βλ. σχ. *271*) (ΑΠ : *94° C*)

Κατηγορία Β'.

1) Ψυγεῖον διὰ πάγου περιέχει *2,5 kgr* ὕδατος καὶ *5 kgr* τροφίμων. Νὰ εὑρεθῇ ἡ μᾶζα τοῦ πάγου ἡ ἀπαιτουμένη διὰ τὴν ψῦξιν τοῦ περιεχομένου ἀπὸ *30° C* εἰς *10° C*, ἐὰν δεχθῶμεν ὅτι, τὸ ἐκ τῆς τήξεως τοῦ πάγου ὕδωρ ἀπάγεται ὑπὸ θερμοκρασίαν *0° C*. (Εἰδικὴ θερμότης τροφίμων$=0,9\ cal \cdot gr^{-1} \cdot grad^{-1}$). (ΑΠ : *1,75 kgr*)

2) Ποῖον θὰ εἶναι τὸ ὕψος τῆς ὑδραργυρικῆς στήλης τοῦ πειράματος τῆς ἀσκήσεως 3 (Κατηγορία Α'), ἐὰν ἡ θερμοκρασία τοῦ ὕδατος εἶναι *60° C*, *80° C* ; (ΑΠ : *61 cm*, *40 cm*)

3) Πόση θερμότης ἀπαιτεῖται ἵνα *50 gr* πάγου, θερμοκρασίας *—8° C*, μετατραποῦν εἰς ἀτμὸν θερμοκρασίας *100° C* ; (ΑΠ : *36,2 kcal*)

4) Εἰς ποίαν θερμοκρασίαν ζέει τὸ ὕδωρ εἰς τὴν κορυφὴν τοῦ ὄρους Everest ; (Βλ. *σχ. 164* καὶ *σχ. 271*). (ΑΠ : *70° C*)

5) Ποία ἡ πίεσις ἐντὸς ἀτμολέβητος θερμοκρασίας *130° C* ; (Διὰ τὴν λύσιν τῆς ἀσκήσεως ταύτης ἀπαιτεῖται γραφικὴ παράστασις τῶν εἰς τὴν σελίδα *207*—ὑποσημείωσις—ἀναφερομένων τιμῶν). (ΑΠ : *2,7 at*)

(*) *Περιεκτικότης* ἑνὸς διαλύματος καλεῖται τὸ πηλίκον τῆς μάζης τοῦ διαλελυμένου στερεοῦ πρὸς τὸν ὄγκον τοῦ διαλύματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Κ΄

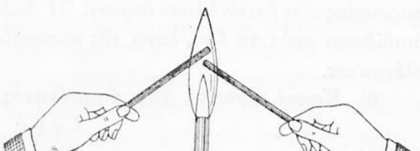
ΔΙΑΔΟΣΙΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ἡ θερμότης διαδίδεται κατὰ τρεῖς τρόπους: δι' ἀγωγῆς, διὰ μεταφορᾶς καὶ δι' ἀκτινοβολίας.

§ 195. Ἀγωγὴ τῆς θερμότητος. Ἐὰν κρατήσωμεν τὸ ἓν ἄκρον μεταλλικῆς ράβδου διὰ τῆς χειρός, φέρωμεν δὲ τὸ ἄλλο ἐντὸς φλογός, θὰ αἰσθανθῶμεν ὅτι, ὀλίγον κατ' ὀλίγον, ἡ ράβδος γίνεται θερμοτέρα, μέχρις ὅτου ἡ θερμοκρασία της ἀνέλθῃ τόσον, ὥστε νὰ μὴ δυνάμεθα νὰ τὴν κρατήσωμεν πλέον. Τοῦτο ὀφείλεται εἰς τὸ ὅτι θερμότης ἐκ τῆς φλογὸς διαδίδεται διὰ τῆς ράβδου, ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον, ἀπὸ τοῦ ἑνὸς ἄκρου εἰς τὸ ἄλλο. Τὸν τρόπον αὐτὸν διαδόσεως τῆς θερμότητος, κατὰ τὸν ὁποῖον θερμότης διαδίδεται ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον ἑνὸς στερεοῦ σώματος καλοῦμεν ***ἀγωγὴν τῆς θερμότητος.***

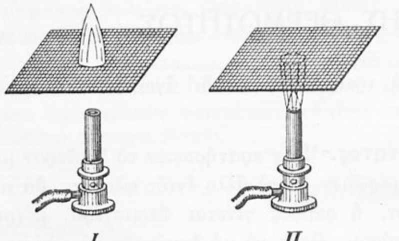
Τὰ ὑλικὰ διὰ τῶν ὁποίων ἄγεται, εὐκόλως, ἡ θερμότης καλοῦμεν ***καλοὺς ἀγωγοὺς*** τῆς θερμότητος, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τοὺς ***κακοὺς ἀγωγούς,*** διὰ τῶν ὁποίων πολὺ δυσκόλως διαδίδεται ἡ θερμότης. Κατὰ κανόνα καλοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος εἶναι τὰ μέταλλα, ἐνῶ ἄλλα ὑλικὰ (ὅπως ὁ ἀμίαντος, ἡ ὕαλος, τὸ ξύλον, τὰ ἀέρια κ.λ.) εἶναι κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος ἢ — ὅπως ἄλλως λέγονται — ***δυσθερμαγωγὰ σώματα.***

α) ***Καλοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος.*** Ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν διαδίδεται ἡ θερμότης ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ εἶδος τοῦ ὑλικοῦ. Τοῦτο δυνάμεθα νὰ δείξωμεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Κρατοῦμεν διὰ τῶν δύο χειρῶν μας ἀφ' ἑνὸς μὲν χαλκίνην ράβδον, ἀφ' ἑτέρου δὲ σιδηρᾶν τοιαύτην καὶ εἰσάγομεν τὰ ἄκρα αὐτῶν ἐντὸς τῆς φλογὸς ἑνὸς λύχνου *(σχ. 281)*. Μετ' ὀλίγον θὰ αἰσθανθῶμεν τὸ ἄκρον τῆς χαλκίνης ράβδου, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν, νὰ ἔχῃ θερμανθῇ αἰσθητῶς, ἐνῶ τὸ ἄκρον τῆς σιδηρᾶς διατηρεῖ, ἀκόμη, τὴν προτέραν του θερμοκρασίαν.



Σχ. 281. *Πείραμα διὰ τὴν ἐπίδειξιν τῆς διαφόρου θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ χαλκοῦ καὶ τοῦ σιδήρου.*

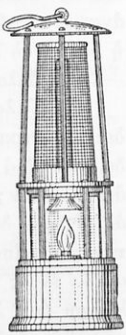
★ Τὴν μεγάλην ἀγωγιμότητα τοῦ χαλκοῦ καὶ τὴν πολὺ μικρὰν τῶν ἀερίων δεικνύομεν διὰ τοῦ ἑξῆς πειράματος: Ἐπὶ τρίποδος θέτομεν χάλκινον πλέγμα καὶ κάτωθεν αὐτοῦ λύχνον. Ἐὰν διαβιβάσωμεν φωταέριον διὰ τοῦ λύχνου καὶ ἀνάψωμεν τὴν φλόγα ἄ ν ω θ ε ν τοῦ πλέγματος, θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι ἡ φλὸξ δὲν διαπερᾷ τὸ πλέγμα καὶ δὲν καίει κάτωθεν αὐτοῦ (σχ. 282,Ι). Τοῦτο ἐξηγεῖται ὡς ἑξῆς: Τὸ χάλκινον πλέγμα, λόγῳ τῆς μεγάλης αὐτοῦ ἀγωγιμότητος, ἀπάγει τὴν θερμότητα τῆς φλογὸς καὶ οὕτω ἡ θερμοκρασία τῶν κάτωθεν αὐτοῦ εὑρισκομένων ἀερίων, τὰ ὁποῖα εἶναι καὶ πολὺ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος, δὲν δύναται ν' ἀνέλθῃ τόσον ὥστε ν' ἀναφλεγοῦν.



Σχ. 282. *Τὸ χάλκινον πλέγμα ἀπάγει τὴν θερμότητα, ὁπότε διακόπτεται ἡ διάδοσις τῶν ὑψηλῶν θερμοκρασιῶν ἑκατέρωθεν αὐτοῦ.*

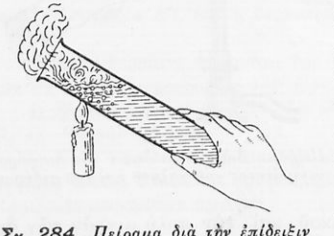
Ἐάν, ἀντιθέτως, ἀνάψωμεν τὴν φλόγα κάτω τοῦ πλέγματος (ΙΙ) παρατηροῦμεν ὅτι ἡ φλὸξ δὲν συνεχίζεται ἄνωθεν αὐτοῦ. Τοῦτο ὀφείλεται, ἀκριβῶς, εἰς τὴν μεγάλην ἀγωγιμότητα τοῦ χαλκοῦ, ὁ ὁποῖος ἀπάγει τὴν θερμότητα εἰς τὸ περιβάλλον καί, οὕτω, ἡ θερμοκρασία τοῦ πλέγματος δὲν ἀνέρχεται πολύ.

Ἐπὶ τοῦ ἀνωτέρω περιγραφέντος φαινομένου στηρίζεται καὶ ἡ λειτουργία τοῦ ***ἀσφαλιστικοῦ λύχνου Davy*** (σχ. 283), τὸν ὁποῖον χρησιμοποιοῦν οἱ ἀνθρακωρύχοι. Ὁ λύχνος φέρει κυλινδρικὸν χάλκινον πλέγμα, τὸ ὁποῖον ἐμποδίζει τὴν μετάδοσιν τῆς φλογὸς εἰς τὰ τυχὸν ὑπάρχοντα ἐντὸς τοῦ ἀνθρακωρυχείου ἀναφλέξιμα ἀέρια: Τὰ ἀέρια ταῦτα, διερχόμενα διὰ τοῦ πλέγματος, ἀναφλέγονται ἐντὸς τοῦ λύχνου ὑπὸ τῆς φλογός, ἡ ὁποία, λόγῳ ἐλλείψεως ἐπαρκοῦς ὀξυγόνου, σβέννυται, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, παράγεται μικρὸς κρότος - προειδοποιητικὸς τῆς παρουσίας τῶν ἐπικινδύνων ἀερίων. Ἡ ἀνάφλεξις αὕτη δὲν διαδίδεται πρὸς τὰ ἔξω, λόγῳ τῆς παρουσίας τοῦ χαλκίνου πλέγματος.



Σχ. 283. *Λύχνος Davy.*

β) ***Κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος.*** Τὰ πλεῖστα ὑ γ ρ ὰ (πλὴν τοῦ ὑδραργύρου, ὁ ὁποῖος, ὡς γνωστόν, εἶναι μέταλλον) εἶναι κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος. Τὸ κάτωθι πείραμα δεικνύει, χαρακτηριστικῶς, τὴν κακὴν ἀγωγιμότητα τοῦ ὕδατος: Ἐντὸς δοκιμαστικοῦ σωλῆνος θέτομεν ψυχρὸν ὕδωρ καί, ἀκολούθως, κρατοῦντες τὸν σωλῆνα ἀπὸ τὴν βάσιν του, ὅπως δεικνύει τὸ σχῆμα 284, θερμαίνομεν τὸ ὕδωρ πλησίον τῆς ἐλευθέρας ἐπιφανείας. Μετ' ὀλίγον θὰ παρατηρήσωμεν ὅτι τοῦτο

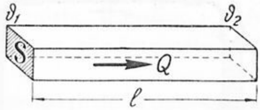


Σχ. 284. *Πείραμα διὰ τὴν ἐπίδειξιν τῆς κακῆς ἀγωγιμότητος τοῦ ὕδατος.*

θ' ἀρχίσῃ νὰ ζέῃ, ἐνῷ τὸ ἄκρον, τὸ ὁποῖον κρατοῦμεν, εἶναι ἀκόμη ψυχρόν· ἀπόδειξις ὅτι, διὰ τοῦ ὕδατος, δὲν διεδόθη θερμότης.

Ἐκτὸς τῶν ὑγρῶν, πολὺ κακοὶ ἀγωγοὶ τῆς θερμότητος εἶναι καὶ τὰ ἀέρια.

+ **§ 196. Συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος.** Θεωρήσωμεν μεταλλικὴν ράβδον (σχ. 285) μήκους l καὶ διατομῆς ἐμβαδοῦ S, τῆς ὁποίας τὰ δύο ἄκρα εὑρίσκονται εἰς σταθερὰς θερμοκρασίας ϑ_1 καὶ ϑ_2, ἔστω δὲ ἡ ϑ_1 μεγαλυτέρα τῆς ϑ_2. Κατὰ μῆκος τῆς ράβδου διαδίδεται θερμότης Q ἀπὸ τὸ θερμότερον πρὸς τὸ ψυχρότερον ἄκρον, ἡ ὁποία εἶναι ἀνάλογος τοῦ ἐμβαδοῦ S τῆς διατομῆς τῆς ράβδου, ἀνάλογος τοῦ χρόνου t, ἀνάλογος τῆς διαφορᾶς $\vartheta_1 - \vartheta_2$ τῶν θερμοκρασιῶν τῶν δύο ἄκρων καὶ ἀντιστρόφως ἀνάλογος τοῦ μήκους l τῆς ράβδου. Ἤτοι εἶναι



Σχ. 285.

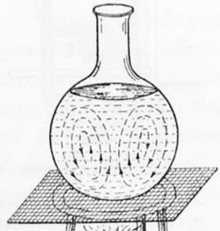
$$Q = k \cdot \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{l} \cdot S \cdot t$$

Ὁ συντελεστὴς k καλεῖται ***συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος*** καὶ ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὸ ὑλικὸν τῆς ράβδου.

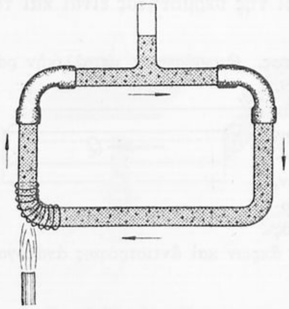
Σώματα, τὰ ὁποῖα ἔχουν μεγάλον συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος, εἶναι οἱ καλούμενοι *καλοὶ ἀγωγοὶ* τῆς θερμότητος, ἐνῷ οἱ *κακοὶ ἀγωγοὶ* ἔχουν μικρὸν συντελεστὴν θερμικῆς ἀγωγιμότητος.

Οὕτω, ὁ συντελεστὴς θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ ἀέρος εἶναι ἴσος πρὸς τὸ χιλιοστὸν τοῦ συντελεστοῦ θερμικῆς ἀγωγιμότητος τοῦ χαλκοῦ.

§ 197. Διάδοσις τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς. Εἰς τὰ ὑ γ ρ ὰ καὶ τὰ ἀ έ ρ ι α ἡ θερμότης διαδίδεται διὰ ***μεταφορᾶς***. Τὸν τρόπον αὐτὸν διαδόσεως τῆς θερμότητος δυνάμεθα νὰ παρακολουθήσωμεν διὰ τῆς ἑξῆς διατάξεως (σχ. 286): Ἐντὸς ὑαλίνης φιάλης θέτομεν ὕδωρ καὶ ὀλίγα ρινίσματα ξύλου (κ. πριονίδια), κάτωθεν δὲ αὐτῆς ἀνάπτομεν φλόγα. Ἀρχικῶς θερμαίνεται τὸ ὕδωρ, τὸ εὑρισκόμενον εἰς τὸν πυθμένα, ὁπότε τοῦτο, λόγῳ τῆς ἐλαττώσεως τῆς πυκνότητός του, ἀνέρχεται, ἐνῷ τὸ ψυχρότερον κατέρχεται. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον δημιουργοῦνται ρεύματα θερμοῦ ὕδατος πρὸς τὰ ἄνω καὶ ψυχροῦ πρὸς τὰ κάτω καὶ οὕτω, μετ' ὀλίγον, ὅλον τὸ ὑγρὸν θερμαίνεται. Τὰ ρεύματα παρακολουθοῦμεν, εὐκόλως, ἀπὸ τὴν κίνησιν τῶν ρινισμάτων τοῦ ξύλου. Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι ἡ μεταφορὰ τῆς θερμότητος, ἐν ἀντιθέσει πρὸς τὴν ἀγωγήν, ἀπαιτεῖ μ ε τ α κ ί ν η σ ι ν ὕ λ η ς ἀπὸ σημείου εἰς σημεῖον.

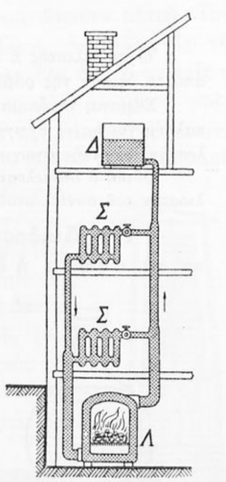

Σχ. 286. *Κατὰ τὴν θέρμανσιν τοῦ ὕδατος σχηματίζονται ρεύματα ἐντὸς αὐτοῦ.*

Τὸ φαινόμενον τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς παρακολουθοῦμεν, εὐκρινέστερον, διὰ τῆς συσκευῆς, τὴν ὁποίαν παριστᾷ τὸ σχῆμα 287: Θερμαίνοντες τὸν ὑάλινον σωλῆνα εἰς τὸ ὑποδεικνυόμενον σημεῖον παρατηροῦμεν ὅτι, τὸ ὕδωρ κυκλοφορεῖ κατὰ τὴν φορὰν τῶν βελῶν. Ὡς δεῖκται τῆς κινήσεως χρησιμοποιοῦνται, ὅπως καὶ εἰς τὸ προηγούμενον πείραμα, ρινίσματα ξύλου. Εἶναι προφανὲς ὅτι, τὸ θερμανθὲν ὕδωρ ἀπάγει ἀσυγκρίτως περισσοτέραν θερμότητα, λόγῳ τῆς κυκλοφορίας του (δηλ. διὰ τοῦ φαινομένου τῆς μεταφορᾶς), ἀπὸ ἐκείνην, ἡ ὁποία θὰ διεδίδετο δι' ἀγωγῆς.



Σχ. 287. Ἐπίδειξις τοῦ φαινομένου τῆς διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς. (Περιτυλίσσοντες τὸ θερμαινόμενον τμῆμα τοῦ ὑαλίνου σωλῆνος διὰ χαλκίνου σύρματος ἀποφεύγομεν τὸ ράγισμα τῆς ὑάλου).

Τυπικὴν περίπτωσιν διαδόσεως τῆς θερμότητος διὰ μεταφορᾶς ἔχομεν εἰς τὴν ***κεντρικὴν θέρμανσιν*** *(καλοριφέρ)*: Τὸ ὕδωρ θερμαίνεται ἐντὸς τοῦ λέβητος *Λ* *(σχ. 288)* καί, διὰ σωληνώσεων, κυκλοφορεῖ, αὐτομάτως, εἰς τοὺς διαφόρους ὀρόφους τῆς οἰκίας. Εἰς κάθε χῶρον ὑπάρχουν τὰ *θερμαντικὰ σώματα Σ*, εἰς τὰ ὁποῖα φθάνει τὸ θερμὸν ὕδωρ, τὸ ὁποῖον, ἀφοῦ ἀποδώσῃ μέρος τῆς θερμότητός του, ἐπανέρχεται, ὡς ψυχρότερον, εἰς τὸν λέβητα διὰ νὰ θερμανθῇ ἐκ νέου κ.ο.κ.



Σχ. 288. Ἐγκατάστασις κεντρικῆς θερμάνσεως. (Διὰ τοῦ δοχείου διαστολῆς Δ ἀντιμετωπίζονται αἱ διαστολαί).

Εἰς τὰ προηγούμενα εἴδομεν ὅτι ἡ θερμικὴ ἀγωγιμότης τῶν ἀερίων εἶναι πολὺ μικρά. Ἐν τούτοις, λόγῳ τοῦ φαινομένου τῆς μεταφορᾶς, ταῦτα διαδίδουν τὴν θερμότητα. Προκειμένου, λοιπόν, νὰ χρησιμοποιηθοῦν ἀέρια διὰ θερμικὴν μόνωσιν πρέπει νὰ ἐμποδισθῇ πᾶσα κυκλοφορία αὐτῶν. Ἐπὶ τοῦ φαινομένου τούτου στηρίζεται, ἀκριβῶς, ἡ χρησιμοποίησις τῶν μαλλίνων ὑφασμάτων, τοῦ φελλοῦ κ.λ., τὰ ὁποῖα περιέχουν μὲν ἀέρα, ἐμποδίζουν, ὅμως, τὴν κυκλοφορίαν αὐτοῦ.

§ 198. Διάδοσις τῆς θερμότητος δι' ἀκτινοβολίας. Οἱ δύο περιγραφέντες τρόποι διαδόσεως τῆς θερμότητος ἀπαιτοῦν τὴν παρουσίαν ὕλης εἴτε ὑπὸ στερεάν, εἴτε ὑπὸ ὑγρὰν ἢ ἀέριον κατάστασιν. Ἐν τούτοις εἶναι γνωστὸν ὅτι καὶ διὰ τοῦ κ ε ν ο ῦ εἶναι δυνατὸν νὰ διαδοθῇ ἡ θερμότης. Οὕτω, ἡ ὑπὸ τοῦ Ἡλίου ἐμπεμπομένη θερμότης φθάνει εἰς τὴν Γῆν, ἀφοῦ διέλθῃ καὶ διὰ «κενοῦ» χώρου.

Εἰς τὴν περίπτωσιν ταύτην λέγομεν ὅτι ἡ θερμότης διαδίδεται ***δι' ἀκτινοβολίας***, δηλ., ὑπὸ μορφὴν *κυμάτων*, τὰ ὁποῖα εἶναι ὅμοια πρὸς τὰ φωτεινὰ κύματα καὶ διαδίδονται μετὰ τῆς αὐτῆς ταχύτητος - δηλ., τῆς ταχύτητος τοῦ φωτός.

Ἡ ἀκτινοβολία μεταφέρει ἐνέργειαν, ἡ ὁποία, ἀπορροφουμένη ὑπὸ τῶν διαφόρων σωμάτων, μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Δι' ἀκτινοβολίας, π.χ., θερμαινόμεθα, ὅταν εὑρισκόμεθα ἀπέναντι ἠλεκτρικῆς θερμάστρας.

Ἡ ὑπό τινος σώματος ἀκτινοβολουμένη θερμότης ἐξαρτᾶται: 1) ἐκ τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος καὶ 2) ἐκ τῆς φύσεως τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀκτινοβολοῦντος σώματος.

Οὕτω, ἕνα ἐρυθροπυρωμένον τεμάχιον σιδήρου ἀκτινοβολεῖ ἀσυγκρίτως περισσοτέραν θερμότητα ἀπὸ τὴν θερμότητα τὴν ἀκτινοβολουμένην ἀπὸ ὅμοιον τεμάχιον, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται εἰς χαμηλοτέραν θερμοκρασίαν (π.χ. *100° C*).

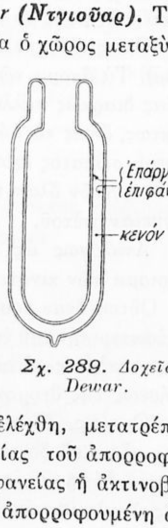
Ὅσον ἀφορᾷ τὴν φύσιν τῆς ἀκτινοβολούσης ἐπιφανείας εὑρίσκεται ὅτι, μία μέλαινα (π.χ. αἰθαλωμένη) ἐπιφάνεια ἀκτινοβολεῖ περισσοτέραν θερμότητα ἀπὸ τὴν θερμότητα τὴν ἀκτινοβολουμένην ὑπὸ μιᾶς στιλπνῆς μεταλλικῆς ἐπιφανείας τῆς αὐτῆς θερμοκρασίας. Δι' αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον αἱ θερμάστραι βάφονται μαῦραι, ὁπότε ἡ θερμότης ἀκτινοβολεῖται ταχέως καὶ δὲν ἀπάγεται ὑπὸ τῶν καυσαερίων.

Ὡς ἤδη ἐλέχθη, ἡ ἀκτινοβολουμένη θερμότης ἐξαρτᾶται ἐκ τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀκτινοβολοῦντος σώματος. Ἀποδεικνύεται ὅτι, ἡ ἀνὰ δευτερόλεπτον ἀκτινοβολουμένη θερμότης U ὑπὸ ἑνὸς cm^2 τῆς ἐπιφανείας τοῦ σώματος εἶναι ἀνάλογος τῆς τετάρτης δυνάμεως τῆς ἀπολύτου θερμοκρασίας T τοῦ σώματος. Ἦτοι εἶναι

$$U = \sigma \cdot T^4$$

ἔνθα σ εἶναι μία σταθερά.

Θερμοφόρα δοχεῖα (Thermos) ἢ δοχεῖα Dewar (Ντγιοῦαρ). Ταῦτα εἶναι διπλότοιχα ὑάλινα δοχεῖα *(σχ. 289)*, εἰς τὰ ὁποῖα ὁ χῶρος μεταξὺ τῶν τοιχωμάτων εἶναι ἀερόκενος. Τοῦτο γίνεται ἵνα ἀποφεύγεται ἡ ἀπώλεια θερμότητος διὰ μεταφορᾶς διὰ τοῦ ἀέρος. Ἀφ' ἑτέρου, διὰ νὰ ἐλαττοῦται καὶ ἡ δι' ἀκτινοβολίας ἀπώλεια, ἐπαργυροῦνται αἱ ἐσωτερικαὶ ὑάλινοι ἐπιφάνειαι τοῦ δοχείου. Διὰ τῶν ἀνωτέρω προφυλάξεων δυνάμεθα νὰ διατηρήσωμεν εἰς σταθερὰν θερμοκρασίαν ἐπὶ πολύν, σχετικῶς, χρόνον ἕνα θερμὸν ἢ ψυχρὸν ὑγρόν, τὸ ὁποῖον θέτομεν ἐντὸς τοιούτων δοχείων.



Σχ. 289. Δοχεῖον Dewar.

§ 199. Ἀπορρόφησις τῆς ἀκτινοβολίας.

Ἡ ἀκτινοβολία, προσπίπτουσα ἐπὶ τῶν σωμάτων, ἐν μέρει ἀπορροφᾶται ὑπ' αὐτῶν καὶ ἐν μέρει ἀνακλᾶται. Ἡ ἀπορροφουμένη ἀκτινοβολία — ἡ ὁποία, ὡς ἐλέχθη, μετατρέπεται εἰς θερμότητα — ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴν φύσιν τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἀπορροφοῦντος σώματος. Οὕτω, εἰς τὰς στιλπνὰς μεταλλικὰς ἐπιφανείας ἡ ἀκτινοβολία ἀνακλᾶται σχεδὸν ἐξ ὁλοκλήρου, ἐνῶ, ἀντιστοίχως, ἡ ἀπορροφουμένη ἀκτινοβολία εἶναι πολὺ μικρά. Ἀντιθέτως αἱ μελαναὶ (π.χ. αἰθαλωμέναι ἐπιφάνειαι) ἀπορροφοῦν ὁλόκληρον, σχεδόν, τὴν ἐπ᾿ αὐτῶν προσπίπτουσαν ἀκτινοβολίαν. Δι᾿ αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον αἱ θεριναὶ ἐνδυμασίαι κατασκευάζονται ἀπὸ λευκὰ καί, ἐν γένει, ἀνοικτόχρωμα ὑφάσματα, ἵνα μὴ ἀπορροφοῦν τὴν ἐπ᾿ αὐτῶν προσπίπτουσαν ἀκτινοβολίαν.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Β΄.

1) Κυλινδρικὴ ράβδος ἐκ χαλκοῦ, διαμέτρου *1 cm* καὶ μήκους *1 m*, τίθεται, κατὰ τὸ ἓν ἄκρον, εἰς ἐπαφὴν μὲ λουτρὸν σταθερᾶς θερμοκρασίας *200⁰ C*, ἐνῶ τὸ ἄλλο διατηρεῖται εἰς θερμοκρασίαν *20⁰ C*. Πόση θερμότης ἀνὰ *sec* ἀπάγεται ἐκ τοῦ λουτροῦ; (Συντελεστὴς θερμ. ἀγωγιμότητος τοῦ χαλκοῦ$=0,9\ cal\cdot grad^{-1}\cdot cm^{-1}\cdot sec^{-1}$).

(ΑΠ: *1,27 cal/sec*)

2) Ἠλεκτρικὴ θερμάστρα, εὑρισκομένη εἰς θερμοκρασίαν *276⁰ C*, ἀκτινοβολεῖ ὡρισμένην θερμότητα ἀνὰ δευτερόλεπτον. Πόσας φορὰς μεγαλυτέραν θερμότητα ἀνὰ δευτερόλεπτον θ᾿ ἀκτινοβολῇ αὐτη, ἐὰν ἡ θερμοκρασία της αὐξηθῇ εἰς *825⁰ C*;

(ΑΠ: *16 φορὰς μεγαλυτέραν*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΚΑ΄

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗΣ

§ 200. Ἐσωτερικὴ ἐνέργεια. Γνωρίζομεν ἤδη ὅτι ἡ θερμότης εἶναι μία μορφὴ ἐνεργείας. Εἰς τὸ παρὸν κεφάλαιον τῆς *Θερμοδυναμικῆς* θὰ ἐξετάσωμεν τὴν σχέσιν τῆς θερμότητος πρὸς τὰς ἄλλας μορφὰς ἐνεργείας καί, ἰδιαιτέρως, πρὸς τὸ μηχανικὸν ἔργον.

Ὅπως εἴδομεν εἰς τὴν *§ 122* κάθε σῶμα ἀποτελεῖται ἀπὸ ἄτομα (ἢ μόρια). Τὰ ἄτομα τῶν στερεῶν εὑρίσκονται εἰς ὡρισμένας θέσεις, περὶ τὰς ὁποίας διαρκῶς πάλλονται, ἐνῶ τὰ μόρια τῶν ὑγρῶν κινοῦνται διαρκῶς καὶ ἀτάκτως, ὅπως τὰ μόρια ἑνὸς ἀερίου. Λόγῳ τῆς ταλαντώσεως τὰ ἄτομα ἑνὸς στερεοῦ σώματος ἔχουν ἐνέργειαν (δυναμικὴν καὶ κινητικήν). Τὸ ἄθροισμα τῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν ἀτόμων τοῦ στερεοῦ θὰ καλέσωμεν ***ἐσωτερικὴν ἐνέργειαν*** αὐτοῦ.

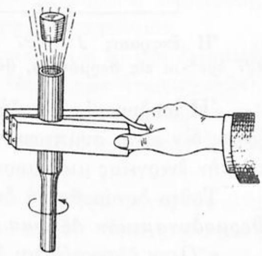
Ἀναλόγως ὡς *ἐσωτερικὴν ἐνέργειαν ἑνὸς ἀερίου* θὰ καλέσωμεν τὸ ἄθροισμα τῶν κινητικῶν ἐνεργειῶν ὅλων τῶν μορίων τοῦ ἀερίου.

Οὕτω, ὅταν προσφέρωμεν θερμότητα εἰς ἕνα σ τ ε ρ ε ό ν, αὐξάνομεν τὴν ἐσωτερικήν του ἐνέργειαν, διότι, τώρα, τὰ ἄτομά του πάλλονται μὲ μεγαλύτερον πλάτος, ἡ αὔξησις δὲ αὐτη τοῦ πλάτους γίνεται ἀντιληπτὴ ἐκ τῆς αὐξήσεως τῆς θερμοκρασίας τοῦ σώματος.

Ὁμοίως, ὅταν θερμαίνωμεν ἕνα ἀ έ ρ ι ο ν, τὸ ὁποῖον εὑρίσκεται ἐντὸς κλειστοῦ δοχείου μὲ ἀνένδοτα τοιχώματα, αὐξάνεται ἡ ἐσωτερική του ἐνέργεια, λόγῳ αὐξήσεως τῆς κινητικῆς ἐνεργείας τῶν μορίων του, τὴν ὁποίαν ἡμεῖς ἀντιλαμβανόμεθα ἀπὸ τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τοῦ ἀερίου.

§ 201. Μετατροπὴ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα — Πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα. Ἀναφέρομεν μερικὰ ἀπὸ τὰ γνωστότερα φαινόμενα, κατὰ τὰ ὁποῖα λαμβάνει χώραν μετατροπὴ τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα: Ἐὰν τρίψωμεν τὰς χεῖρας μας αὗται θερμαίνονται. Ὁμοίως ὅταν, διὰ τροχοπεδήσεως, ἀναγκάζωμεν ἕνα ὄχημα νὰ σταματήσῃ, αἱ τροχοπέδαι θερμαίνονται. Ὡσαύτως, οἱ πρίονες θερμαίνονται, ὅταν κόπτωμεν ξύλα, τὰ τρύπανα θερμαίνονται ἰσχυρῶς, ὅταν τρυπῶμεν μεταλλικὰ ἀντικείμενα, τὰ πυρεῖα διὰ τῆς τριβῆς ἀνάπτουν κ.λ.

Χαρακτηριστικὸν πείραμα, διὰ τοῦ ὁποίου δεικνύομεν τὴν ἀνάπτυξιν θερμότητος διὰ τῆς τριβῆς, εἶναι τὸ ἑξῆς *(σχ. 290)*: Ἐντὸς σιδηροῦ σωλῆνος θέτομεν ποσότητά τινα αἰθέρος καί, ἀφοῦ τὸν πωματίσωμεν διὰ φελλοῦ, θέτομεν αὐτὸν εἰς περιστροφὴν διὰ καταλλήλου μηχανῆς. Ἀκολούθως περιβάλλομεν τὸν σωλῆνα διὰ δύο ξυλίνων σιαγόνων, τὰς ὁποίας πιέζομεν οὕτως ὥστε νὰ δημιουργοῦνται σημαντικαὶ δυνάμεις τριβῆς. Ἡ διὰ τριβῆς ἀναπτυσσομένη θερμότης ἐξατμίζει ταχέως τὸν αἰθέρα, ἡ δημιουργουμένη δὲ πίεσις τῶν ἀτμῶν αὐτοῦ ἐκσφενδονίζει, μεθ' ὁρμῆς, τὸ πῶμα.



Σχ. 290. *Λόγῳ τῆς τριβῆς καταναλίσκεται μηχανικὸν ἔργον, τὸ ὁποῖον μετατρέπεται εἰς θερμότητα.*

Εἰς ὅλα τὰ περιγραφέντα φαινόμενα, καθὼς καὶ εἰς πλεῖστα ἄλλα, καταναλίσκεται μηχανικὸν ἔργον, τὸ ὁποῖον, διὰ τριβῆς, μετατρέπεται εἰς θερμότητα. Διὰ τὴν μετατροπὴν αὐτὴν τοῦ μηχανικοῦ ἔργου εἰς θερμότητα ἰσχύει τὸ γενικὸν ἀξίωμα διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας. Ἑπομένως ἡ ἀναπτυσσομένη θερμότης Q θὰ εἶναι ἴση μὲ τὸ καταναλισκόμενον μηχανικὸν ἔργον A. Ἤτοι δυνάμεθα νὰ γράψωμεν

$$\boxed{A = Q}$$

Ἐπειδή, συνήθως, μετροῦμεν τὸ ἔργον μὲ μηχανικὰς μονάδας ἔργου, τὴν δὲ θερμότητα μὲ θερμίδας, ἡ ἄνω σχέσις γράφεται

$$\boxed{A = J \cdot Q}$$

ἔνθα J εἶναι ἕνας συντελεστής, ὁ ὁποῖος ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὰς μονάδας ἔργου καὶ τὰς μονάδας θερμότητος καὶ καλεῖται ***μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος.***

Ἐὰν ἐκφράσωμεν τὸ ἔργον εἰς $kgr^{*} \cdot m$ καὶ τὴν θερμότητα εἰς χιλιοθερμίδας *(kcal)*, τὸ J θὰ ἐκφράζεται εἰς $kgr^{*} \cdot m/kcal$, ἐνῶ, ἐὰν τὸ ἔργον ἐκφρασθῇ εἰς *Joule*, ἡ δὲ θερμότης εἰς θερμίδας τὸ J θὰ ἐκφράζεται εἰς *Joule/cal*.

Εἰς τὸν κάτωθι πίνακα δίδονται αἱ τιμαὶ τοῦ J διὰ διαφόρους περιπτώσεις.

ΠΙΝΑΞ ΜΕΤΑΤΡΟΠΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΜΟΝΑΔΩΝ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΕΙΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΟΣ

Ἔργον	*Θερμότης*	J
$kgr^{*} \cdot m$	$kcal$	$427\ kgr^{*} \cdot m/kcal$
$Joule$	cal	$4{,}2\ Joule/cal$
kWh	$kcal$	$\frac{1}{860}\ kWh/kcal$

Ἡ ἔκφρασις $J = 427\ kgr^{*} \cdot m/kcal$ σημαίνει ὅτι, ἐὰν μετατρέψωμεν ἔργον $427\ kgr^{*} \cdot m$ εἰς θερμότητα, θὰ λάβωμεν θερμότητα ἴσην πρὸς 1 *χιλιοθερμίδα*.

Ἡ ἰσοδυναμία μεταξὺ παραγομένης θερμότητος καὶ καταναλισκομένου ἔργου δὲν εἶναι συμπτωματική, ἀλλὰ παρουσιάζεται εἰς οἱανδήποτε μετατροπὴν ἐνεργείας μιᾶς μορφῆς εἰς ἐνέργειαν ἄλλης μορφῆς.

Τοῦτο δυνάμεθα νὰ διατυπώσωμεν εἰς ἀξίωμα, τὸ καλούμενον ***πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα*** :

«*Ὅταν ἐξαφανίζεται ἕνα ποσὸν ἐνεργείας μιᾶς μορφῆς, ἐμφανίζεται ἴσον ποσὸν ἐνεργείας ἄλλης μορφῆς*».

Τὸ ἀξίωμα τοῦτο ἀπαγορεύει τὴν κατασκευὴν τοῦ ἀεικινήτου. Λέγοντες ***ἀεικίνητον*** δὲν ἐννοοῦμεν κάτι, τὸ ὁποῖον κινεῖται ἀενάως, ἀλλὰ μίαν μηχανήν, ἡ ὁποία θὰ δύναται νὰ παράγῃ ἔργον ἐκ τοῦ μηδενός. Μία τοιαύτη μηχανὴ εἶναι ἀδύνατον νὰ κατασκευασθῇ, διότι ἔρχεται εἰς ἀντίθεσιν πρὸς τὸ πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα.

§ 201α. Ἔργον παραγόμενον κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν ἑνὸς ἀερίου. Κάθε ἀέριον ὅταν ἐκτονοῦται (ὅταν, δηλ., αὐξάνεται ὁ ὄγκος του) παράγει ἔργον. Διὰ τὴν κατανόησιν τούτου θεωρήσωμεν κύλινδρον, κλειόμενον ἀεροστεγῶς δι' ἐμβόλου καὶ περιέχοντα ἕνα ἀέριον. Κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τοῦ ἀερίου θὰ μετακινηθῇ τὸ ἔμβολον, τὸ δὲ παραγόμενον ἔργον θὰ εἶναι ἴσον πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ ἀέριον ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου, ἐπὶ τὴν μετακίνησιν αὐτοῦ.

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὸ ἔργον τοῦτο σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς : Ἔστωσαν p ἡ πίεσις τοῦ ἀερίου καὶ S τὸ ἐμβαδὸν τοῦ ἐμβόλου. Ἡ δύναμις F, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τοῦ ἐμβόλου ὑπὸ τοῦ ἀερίου, εἶναι ἴση πρὸς

$$F = p \cdot S.$$

Ἐὰν τὸ ἔμβολον μετακινηθῇ κατὰ μ ι κ ρ ό ν τι διάστημα Δx θὰ παραχθῇ ἔργον A ἴσον πρὸς

$$A = F \cdot \Delta x = p \cdot S \cdot \Delta x.$$

(Ὁ δρόμος Δx πρέπει νὰ ληφθῇ μικρός, ἵνα μὴ μεταβληθῇ, κατὰ τὴν διαστολὴν τοῦ ἀερίου, ἡ πίεσις αὐτοῦ).

Ἐπειδὴ $S \cdot \Delta x$ παριστᾷ τὴν αὔξησιν ΔV τοῦ ὄγκου τοῦ ἀερίου, ἔχομεν

$$\boxed{A = p \cdot \Delta V}$$

§ 202. Μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς ἔργον — Δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα. Ἐνῶ ἡ μετατροπὴ τοῦ ἔργου εἰς θερμότητα γίνεται κατὰ τόσον ἁπλοῦν τρόπον, ἡ ἀντίστροφος μεταβολή, δηλ., ἡ μετατροπὴ τῆς θερμότητος εἰς ἔργον, ἀπαιτεῖ πολυπλοκωτέρας μηχανὰς - τὰς καλουμένας *θερμικὰς μηχανάς*.

Θερμικὴ μηχανὴ καλεῖται ἡ μηχανὴ ἐκείνη εἰς τὴν ὁποίαν προσφέρομεν θερμότητα καὶ λαμβάνομεν μηχανικὸν ἔργον.

Θερμικαὶ μηχαναὶ εἶναι, π.χ., αἱ ἀτμομηχαναί, αἱ μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως, κ.λ., αἱ ὁποῖαι περιγράφονται εἰς τὸ ἑπόμενον κεφάλαιον.

Διὰ νὰ λειτουργήσῃ μία θερμικὴ μηχανὴ ἀπαιτοῦνται α) μία δεξαμενὴ θερμότητος ὑψηλῆς, σχετικῶς, θερμοκρασίας (ὁ λέβης τῶν ἀτμομηχανῶν), β) ἕνα ἀέριον (ὑδρατμοί), τὸ ὁποῖον, διαστελλόμενον, παράγει τὸ ἔργον καὶ γ) μία δεξαμενὴ θερμότητος χαμηλοτέρας θερμοκρασίας (ὁ συμπυκνωτὴς τῆς ἀτμομηχανῆς).

Κατὰ τὴν λειτουργίαν τῆς μηχανῆς ἡ δεξαμενὴ θερμότητος ὑψηλῆς θερμοκρασίας παρέχει εἰς τὴν μηχανὴν θερμότητα, ἐκ τῆς ὁποίας μέρος μὲν μετατρέπεται, κατὰ τὴν ἐκτόνωσιν τοῦ ἀερίου, εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, τὸ δὲ ὑπόλοιπον ἀποδίδεται εἰς τὴν δεξαμενὴν θερμότητος χαμηλοτέρας θερμοκρασίας (τὸν συμπυκνωτήν).

Παρατηροῦμεν, λοιπόν, ὅτι α) μὲ μίαν θερμικὴν μηχανὴν δὲν δυνάμεθα νὰ μετατρέψωμεν δεδομένον ποσὸν θερμότητος ἐξ ὁλοκλήρου εἰς μηχανικὸν ἔργον, παρὰ μόνον μέρος αὐτοῦ καὶ β) διὰ τὴν λειτουργίαν μιᾶς τοιαύτης μηχανῆς ἀπαιτοῦνται δύο δεξαμεναὶ θερμότητος - μία ὑψηλῆς καὶ μία χαμηλῆς θερμοκρασίας.

Αἱ ἄνω παρατηρήσεις μᾶς ἄγουν εἰς τὴν διατύπωσιν τοῦ ***δευτέρου θερμοδυναμικοῦ ἀξιώματος*** ὡς ἑξῆς:

«*Δὲν δυνάμεθα νὰ μετατρέψωμεν δεδομένον ποσὸν θερμότητος ἐξ ὁλοκλήρου εἰς μηχανικὸν ἔργον*». Ἢ, ἄλλως: «*Διὰ νὰ λειτουργήσῃ μία θερμικὴ μηχανὴ ἀπαιτοῦνται δύο δεξαμεναὶ θερμότητος - μία ὑψηλῆς καὶ μία χαμηλῆς θερμοκρασίας*».

Τὸ δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα ἀποκλείει, κατὰ ταῦτα, τὴν κατασκευὴν μιᾶς μηχανῆς, ἡ ὁποία θὰ ἠδύνατο νὰ μετατρέπῃ εἰς ὠφέλιμον ἔργον τὰ τεράστια ποσὰ θερμότητος τὰ ἐναποθηκευμένα εἰς τὴν θάλασσαν, ἀφοῦ, ἐκτὸς τῆς θαλάσσης (μία δεξαμενὴ θερμότητος), δὲν διαθέτομεν καὶ τὴν ἀπαραίτητον δευτέραν δεξαμενὴν θερμότητος, κατωτέρας θερμοκρασίας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Κατηγορία Α'.

1) Σιδηροδρομικὸς συρμός, βάρους *100 τόννων*, ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καί, κινούμενος ἐπὶ κατηφορικῆς τροχιᾶς, σταματᾷ εἰς στάθμην εὑρισκομένην κατὰ *200 m* χαμηλότερον. Πόση θερμότης (εἰς *kcal*) θ' ἀναπτυχθῇ εἰς τὰς τροχοπέδας; (ΑΠ: $4{,}67 \cdot 10^4$ *kcal*)

2) Σφαῖρα ἐκ μολύβδου, μάζης *15 kgr*, πίπτει ἀπὸ ὕψους *120 m* ἐπὶ ἀνενδότου ἐπιφανείας. Ζητεῖται ἡ παραγομένη θερμότης, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τῆς σφαίρας μετατρέπεται ἐξ ὁλοκλήρου εἰς θερμότητα. (ΑΠ: *4,2 kcal*)

3) Βλῆμα ἐκ μολύβδου, βάρους *10 gr**, προσπίπτει μετὰ ταχύτητος *250 m/sec* ἐπὶ ἀκλονήτου μάζης μολύβδου *450 gr* πρὸς τὴν ὁποίαν καὶ ἐνσωματοῦται. Ποία ἡ ἀνύψωσις τῆς θερμοκρασίας; (ΑΠ: $5{,}23^0$ *C*)

Κατηγορία Β'.

1) Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει ν' ἀφεθῇ τεμάχιον πάγου, μάζης *100 gr*, ἵνα, κατὰ τὴν πρόσκρουσίν του ἐπὶ ἀνενδότου ἐπιφανείας, τακῇ ἐξ ὁλοκλήρου, ὑπὸ τὴν προϋπόθεσιν ὅτι ὅλη ἡ κινητική του ἐνέργεια χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν τῆξιν; (Θερμοκρασία ἀέρος 0^0 *C*). (ΑΠ: *34 km*)

2) Ἀπὸ ποῖον ὕψος πρέπει ν' ἀφεθῇ σῶμα ἐκ κασσιτέρου, βάρους *1,5 kgr** καὶ θερμοκρασίας 0^0 *C*, ἵνα, κατὰ τὴν πρόσκρουσίν του ἐπὶ ἀνενδότου ἐπιφανείας, θερμανθῇ μέχρι τοῦ σημείου τήξεως τοῦ κασσιτέρου; (ΑΠ: *5165 m*)

3) Νὰ ἐκφρασθῇ ἡ θερμότης τήξεως τοῦ πάγου εἰς *kgr*·m/gr*, *Joule/gr*, *kWh/gr*. (ΑΠ: *34,16 kgr*·m/gr*, *336 Joule/gr*, $93 \cdot 10^{-6}$ *kWh/gr*)

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΚΒ'

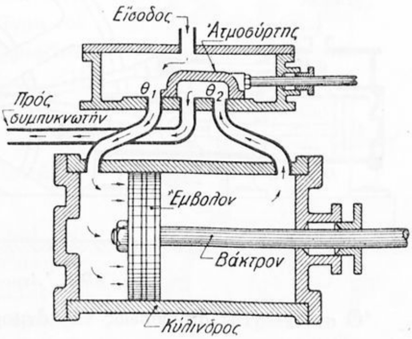
ΘΕΡΜΙΚΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

§ 203. Ἀτμομηχανή. Ὅπως εἴδομεν ἀνωτέρω αἱ θερμικαὶ μηχαναὶ μετατρέπουν τὴν θερμότητα εἰς μηχανικὸν ἔργον. Ἐκ τῶν θερμικῶν μηχανῶν θὰ περιγράψωμεν κατωτέρω τὰς ἀτμομηχανάς, τοὺς ἀτμοστροβίλους καὶ τὰς μηχανὰς ἐσωτερικῆς καύσεως.

Τὰ κύρια μέρη τῆς ἀτμομηχανῆς εἶναι α) ὁ *λέβης* ἐντὸς τοῦ ὁποίου, διὰ θερμάνσεως ὕδατος, παράγεται ἀτμὸς (δεξαμενὴ θερμότητος ὑψηλῆς θερμοκρασίας). β) Ὁ *κύλινδρος* ἐντὸς τοῦ ὁποίου δύναται νὰ κινῆται παλινδρομικῶς ἕνα ἔμβολον. γ) Τὸ σύστημα μετατροπῆς τῆς παλινδρομικῆς κινήσεως εἰς περιστροφικὴν καὶ δ) ὁ *συμπυκνωτής*, ὁ ὁποῖος εἶναι δοχεῖον μεταλλικὸν ψυχόμενον ἐξωτερικῶς διὰ διαρκῶς κυκλοφοροῦντος ὕδατος καὶ ἐντὸς τοῦ ὁποίου ὑγροποιεῖται ὁ ἀτμός, μετὰ τὴν ἔξοδόν του ἐκ τοῦ κυλίνδρου. (Ὁ συμπυκνωτὴς ἀποτελεῖ τὴν δεξαμενὴν θερμότητος κατωτέρας θερμοκρασίας).

Ὁ *λέβης* εἶναι, κατ' ἀρχήν, μεταλλικὸν δοχεῖον μὲ ἀνθεκτικὰ τοιχώματα, ἐντὸς τοῦ ὁποίου τίθεται τὸ πρὸς ἀτμοποίησιν ὕδωρ. Καίοντες ἄνθρακα ἢ πετρέλαιον θερμαίνομεν τὸ ὕδωρ εἰς θερμοκρασίαν πολὺ ἀνωτέραν τῶν *100° C*. Ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ λέβητος εἶναι ἴση μὲ τὴν τάσιν τῶν κεκορεσμένων ἀτμῶν τοῦ ὕδατος, τὴν ἀντιστοιχοῦσαν εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ θερμοῦ ὕδατος τοῦ λέβητος (*).

Λειτουργία τῆς ἀτμομηχανῆς. Ὁ παραγόμενος ἐντὸς τοῦ λέβητος ἀτμὸς φέρεται, διὰ σωλῆνος, ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου *(σχ. 291)*. Ὅταν τὸ ἔμβολον εὑρίσκεται εἰς τὴν θέσιν τὴν ὑποδεικνυομένην ὑπὸ τοῦ σχήματος, ὁ ἀτμός, εἰσερχόμενος εἰς τὸν κύλινδρον, ἐξασκεῖ πίεσιν ἐπὶ τῆς ἀριστερᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐμβόλου καὶ ἀναγκάζει αὐτὸ νὰ κινηθῇ πρὸς τὰ δεξιά, καθ᾽ ὅσον ἐπὶ τῆς δεξιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐμβόλου ἐπικρατεῖ μικροτέρα πίεσις (ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ συμπυκνωτοῦ).



Σχ. 291. *Κύλινδρος ἀτμομηχανῆς μετὰ τοῦ ἀτμοσύρτου.*

Ὅταν τὸ ἔμβολον, κινούμενον, φθάσῃ εἰς τὸ ἄκρον δεξιὰ ὁ *ἀτμοσύρτης* μετατίθεται πρὸς τ᾽ ἀριστερά, ὁπότε διακόπτεται ἡ παροχὴ τῆς *ἀτμοθυρίδος* Θ_1 καί, ἀντ᾽ αὐτῆς, ἀνοίγει ἡ δεξιὰ ἀτμοθυρὶς Θ_2. Ὁ ἀτμός, εἰσερχόμενος, ἤδη, διὰ τῆς δεξιᾶς ἀτμοθυρίδος, πιέζει τὸ ἔμβολον ἐκ τῆς ἄλλης πλευρᾶς καὶ τὸ ἀναγκάζει νὰ κινηθῇ πρὸς τ᾽ ἀριστερά. Κατὰ τὴν κίνησιν αὐτὴν ὁ εἰς τὸ ἀριστερὸν διαμέρισμα τοῦ κυλίνδρου εὑρισκόμενος ἀτμὸς ἐκδιώκεται καὶ φέρεται εἰς τὸν συμπυκνωτὴν ἔνθα καὶ ὑγροποιεῖται. Ἐν τῷ μεταξύ, ἀνοιγομένης ἐκ νέου τῆς ἀτμοθυρίδος Θ_1, εἰσέρχεται νέος ἀτμὸς καί, οὕτω, τὸ φαινόμενον ἐπαναλαμβάνεται περιοδικῶς.

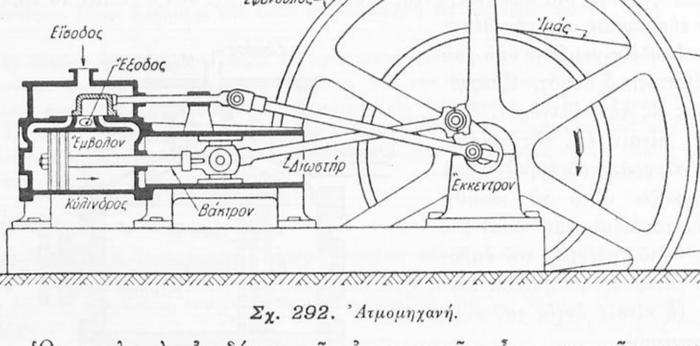
Κατ᾽ αὐτὸν τὸν τρόπον τὸ ἔμβολον κινεῖται παλινδρομικῶς, ἡ παλινδρομικὴ δὲ αὕτη κίνησις μετατρέπεται διὰ καταλλήλου μηχανισμοῦ *(βάκτρον - διωστὴρ - ἔκκεντρον - σχ. 292)* εἰς περιστροφικήν.

Ὁ *σφόνδυλος,* λόγῳ τῆς μεγάλης ἀδρανείας, τὴν ὁποίαν προβάλλει εἰς τὰς μεταβολὰς τῆς γωνιακῆς ταχύτητος, διατηρεῖ ταύτην, περίπου, σταθεράν, ὁ δὲ *ἱμὰς* χρησιμεύει διὰ νὰ μεταβιβάζῃ τὴν κίνησιν εἰς ἄλλας μηχανὰς (ἠλεκτρικὰς γεννητρίας κ.λ.).

Κατὰ τὴν λειτουργίαν τῆς ἀτμομηχανῆς μικρόν, μόνον, μέρος τῆς θερμότητος τοῦ ἀτμοῦ μετατρέπεται εἰς ὠφέλιμον μηχανικὸν ἔργον, τὸ δὲ ὑπόλοιπον παραλαμβάνουν, μεθ᾽ ἑαυτῶν, οἱ ἐκ τοῦ κυλίνδρου ἐξελθόντες, μετὰ

(*) Εἰς τοὺς λέβητας τῶν ἀτμομηχανῶν τῶν σιδηροδρόμων ἡ πίεσις ἀνέρχεται εἰς *14 at*, ἀντιστοιχοῦσα εἰς θερμοκρασίαν *195° C*.

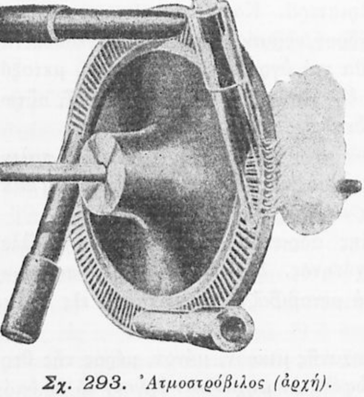
τὴν ἐκτόνωσίν των, θερμοὶ εἰσέτι ἀτμοί, οἱ ὁποῖοι ὑγροποιοῦνται ἐντὸς τοῦ συμπυκνωτοῦ (*).



Σχ. 292. Ἀτμομηχανή.

Ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως τῶν ἀτμομηχανῶν εἶναι, σχετικῶς, μικρὸς (μέχρις 25 %).

Ἀτμοστρόβιλοι. Μεγαλύτερος (μέχρι 35 %) εἶναι ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως τῶν **ἀτμοστροβίλων**. Τὸ σχῆμα 293 παριστᾷ ἁπλοῦν τύπον ἀτμοστροβίλου, ὁ ὁποῖος ἀποτελεῖται ἀπὸ καμπυλωτὰ πτερύγια στερεωμένα εἰς τὴν περιφέρειαν ἑνὸς τροχοῦ. Ὁ ἀτμός, προσβάλλων ἀπ' εὐθείας τὰ πτερύγια, θέτει εἰς περιστροφὴν τὸν ἀτμοστρόβιλον.



Σχ. 293. Ἀτμοστρόβιλος (ἀρχή).

Οἱ σήμερον χρησιμοποιούμενοι ἀτμοστρόβιλοι παρουσιάζουν ἐντελῶς διάφορον μορφήν, ἡ λειτουργία των, ὅμως, στηρίζεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς, ἀκριβῶς, ἀρχῆς.

§ 204. Μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως.

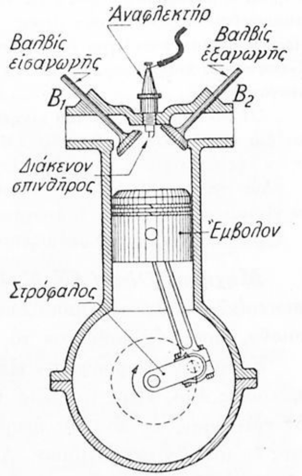
Ἐκ τῶν μηχανῶν αὐτῶν θὰ περιγράψωμεν πρῶτον τὸν ***τετράχρονον βενζινοκινητῆρα*** *(σχ. 294)*. Οὗτος ἀποτελεῖται ἀπὸ μεταλλικὸν κύλινδρον ἐντὸς τοῦ ὁποίου κινεῖται παλινδρομικῶς ἕνα ἔμβολον καὶ ὁ ὁποῖος φέρει δύο βαλβίδας B_1, B_2

(*) Εἰς τὰς ἀτμομηχανὰς τῶν σιδηροδρόμων δὲν ὑπάρχει συμπυκνωτής, ἀλλ' ὁ ἀτμός, ἐξερχόμενος ἐκ τοῦ κυλίνδρου, ἐκφεύγει εἰς τὸ περιβάλλον, τὸ ὁποῖον, οὕτω, ἀποτελεῖ τὴν δευτέραν δεξαμενὴν θερμότητος κατωτέρας θερμοκρασίας.

Διὰ τῆς *βαλβίδος εἰσαγωγῆς* B_1 εἰσέρχεται τὸ ἐκρηκτικὸν μεῖγμα (βενζίνη καὶ ἀήρ), διὰ δὲ τῆς *βαλβίδος ἐξαγωγῆς* B_2 ἐξέρχονται τὰ καυσαέρια.

Ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς γίνεται εἰς τέσσαρας χρόνους, τοὺς ἑξῆς:

1ος χρόνος—Ἀναρρόφησις. Ὅταν τὸ ἔμβολον κινῆται πρὸς τὰ κάτω ἀνοίγει ἡ βαλβὶς εἰσαγωγῆς B_1 καὶ τὸ μεῖγμα τοῦ καυσίμου καὶ τοῦ ἀέρος ἀναρροφᾶται καὶ εἰσέρχεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου. Ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς εἶναι κλειστή.

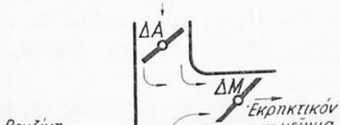


Σχ. 294. Τετράχρονος βενζινοκινητήρ.

2ος χρόνος — Συμπίεσις. Αἱ δύο βαλβίδες εἶναι κλεισταί. Τὸ ἔμβολον ἀνέρχεται καὶ συμπιέζει τὸ μεῖγμα.

3ος χρόνος — Ἔκρηξις καὶ ἐκτόνωσις. Ὅταν τὸ ἔμβολον φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς διαδρομῆς του δημιουργεῖται, διὰ καταλλήλου ἠλεκτρικῆς διατάξεως, ἠλεκτρικὸς σπινθὴρ εἰς τὸν *ἀναφλεκτῆρα* (bougie) καὶ τὸ καύσιμον ἀναφλέγεται ἀποτόμως ***(ἔκρηξις).*** Τὰ ἀέρια τῆς καύσεως, θερμαινόμενα, δημιουργοῦν ὑψηλὴν πίεσιν καὶ ὠθοῦν βιαίως τὸ ἔμβολον πρὸς τὰ κάτω ***(ἐκτόνωσις).***

4ος χρόνος. Ἡ βαλβὶς ἐξαγωγῆς ἀνοίγει, τὸ δὲ ἔμβολον, ἀνερχόμενον, ἐκδιώκει τὰ καυσαέρια.



Σχ. 295. Ἐξαερωτήρ.

Ἀπὸ τοὺς τέσσαρας αὐτοὺς χρόνους λειτουργίας τῆς μηχανῆς εἰς τὸν 3ον, μόνον, χρόνον κατὰ τὸν ὁποῖον ἐκτονοῦνται τὰ ἀέρια, παράγεται ἔργον.

Ὁ περιγραφεὶς κινητὴρ εἶχεν ἕνα κύλινδρον. Διὰ νὰ ἔχωμεν κινητῆρας μεγάλης ἰσχύος συνδυάζονται περισσότεροι κύλινδροι, 4, 6, 8, κ.λ., ὁπότε ὁ κινητὴρ καλεῖται *τετρακύλινδρος, ἑξακύλινδρος, ὀκτακύλινδρος* κ.λ.

Τροφοδότησις τῆς μηχανῆς. Διὰ νὰ λειτουργήσῃ ὁ βενζινοκινητὴρ πρέπει νὰ τροφοδοτηθῇ διὰ καταλλήλου μείγματος βενζίνης καὶ ἀέρος. Τὸ μεῖγμα τοῦτο ἐπιτυγχάνεται, αὐτομάτως, διὰ τοῦ ***ἐξαερωτῆρος*** *(carburateur — σχ. 295)* : Ἡ βενζίνη ἀντλεῖται ἐκ τῆς δεξαμενῆς καὶ στέλλεται εἰς θάλαμον, ὁ ὁποῖος, τῇ βοηθείᾳ τοῦ πλωτῆρος Π, πληροῦται πάντοτε μέχρις ὡρισμένης στάθμης. Εἰς τὴν βάσιν τοῦ θαλάμου ὑπάρχει σωλήν, ὁ ὁποῖος εἰς τὸ ἄλλο ἄκρον του καταλήγει εἰς ἀκροφύσιον *Α*. Ὁ σωλὴν οὗτος καλεῖται ***ἀναβρυτὴρ*** *(gicleur)*.

Ἡ λειτουργία τοῦ ἐξαερωτῆρος εἶναι ἀνάλογος πρὸς τὴν λειτουργίαν τοῦ ψεκαστῆρος, ὁ ὁποῖος περιεγράφη εἰς τὴν *§ 109*: Κατὰ τὸν χρόνον τῆς ἀναρροφήσεως δημιουργεῖται ἰσχυρὸν ρεῦμα ἀέρος, τὸ ὁποῖον προκαλεῖ ὑποπίεσιν εἰς τὴν στένωσιν, εἰς τὴν ὁποίαν καταλήγει ὁ ἀναβρυτήρ. Ἕνεκα τούτου ἡ βενζίνη ἀναβλύζει ἐκ τοῦ ἀκροφυσίου, παρασυρομένη δὲ ὑπὸ τοῦ ρεύματος τοῦ ἀέρος, διασπᾶται εἰς λεπτότατα σταγονίδια.

Ἡ ποσότης τοῦ εἰς τὸν κινητῆρα εἰσαγομένου ἐκρηκτικοῦ μείγματος ρυθμίζεται διὰ τῆς *δικλεῖδος μείγματος ΔΜ* (κ. πεταλούδας), μεταβαλλομένης, οὕτω, κατὰ βούλησιν τῆς ἑκάστοτε παραγομένης ἰσχύος.

Διὰ τῆς *δικλεῖδος ἀέρος ΔΑ* ρυθμίζεται ἡ ἀναλογία τοῦ ἀέρος, ὥστε τὸ μεῖγμα νὰ γίνεται πλουσιώτερον ἢ πτωχότερον εἰς βενζίνην.

Διὰ τοῦ κοχλίου *Β* ρυθμίζεται ἡ ὀπὴ τοῦ ἀκροφυσίου.

Μηχαναὶ Diesel (Ντῆζελ). Καὶ αἱ μηχαναὶ Diesel εἶναι μηχαναὶ ἐσωτερικῆς καύσεως, ὁμοιάζουσαι πρὸς τοὺς βενζινοκινητῆρας, χρησιμοποιοῦν, ὅμως, ὡς καύσιμον τὸ πετρέλαιον.

Κατὰ τὴν ἀναρρόφησιν εἰσέρχεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου (καθαρὸς) ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ. Περὶ τὸ τέλος τοῦ χρόνου τῆς συμπιέσεως εἰσάγεται εἰς τὸν κύλινδρον, δι᾽ ἀντλίας ὑψηλῆς πιέσεως, τὸ πετρέλαιον ὑπὸ μορφὴν νέφους ἐκ μικρῶν σταγονιδίων. Λόγῳ τοῦ λεπτοῦ καταμερισμοῦ τοῦ πετρελαίου καὶ τῆς, κατὰ τὴν συμπίεσιν, προκαλουμένης μεγάλης ἀνυψώσεως τῆς θερμοκρασίας, ἐπέρχεται αὐτανάφλεξις, μὴ ἀπαιτουμένου, ὡς ἐκ τούτου, ἰδιαιτέρου συστήματος ἀναφλέξεως, ὅπως εἰς τοὺς βενζινοκινητῆρας.

Ὁ συντελεστὴς ἀποδόσεως τῶν μηχανῶν ἐσωτερικῆς καύσεως εἶναι μεγαλύτερος τοῦ συντελεστοῦ ἀποδόσεως τῶν ἀτμομηχανῶν.

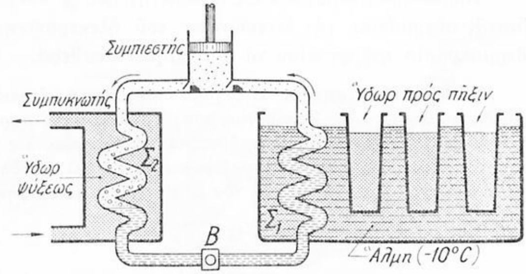
§ 205. Ψυκτικαὶ μηχαναί. Αἱ ψυκτικαὶ μηχαναὶ χρησιμοποιοῦνται διὰ τὴν δημιουργίαν χαμηλῶν θερμοκρασιῶν. Πρὸς τοῦτο πρέπει ἐκ τῶν πρὸς ψῦξιν σωμάτων ν᾽ ἀφαιρεθῇ θερμότης, ὁπότε, κατὰ τὰ γνωστά, ἡ θερμοκρασία των θὰ ἐλαττωθῇ.

Ἡ λειτουργία τῶν ψυκτικῶν μηχανῶν στηρίζεται ἐπὶ τῆς ψύξεως τῆς δημιουργουμένης κατὰ τὴν ἐ ξ α έ ρ ω σ ι ν ἑνὸς ὑγροῦ. Διὰ νὰ ἐπιτύχωμεν ταχεῖαν ἐξαέρωσιν χρησιμοποιοῦμεν πτητικὰ ὑγρὰ (ἀμμωνία κ.λ.), τὰ ὁποῖα, φερόμενα εἰς χῶρον ἠλαττωμένης πιέσεως, ζέουν, ἐνῶ, ταυτοχρόνως, ἀπορροφᾶται, ἐκ τῶν πρὸς ψῦξιν σωμάτων, ἡ ἀντίστοιχος θερμότης ἐξαερώσεως.

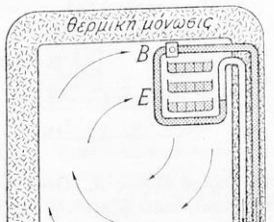
★ Τὸ σχῆμα *296* παριστᾷ τὴν ἀρχὴν τῆς λειτουργίας μιᾶς τοιαύτης ψυκτικῆς μηχανῆς, ἡ ὁποία χρησιμοποιεῖται διὰ τὴν παραγωγὴν τοῦ πάγου. Ἡ λειτουργία τῆς μηχανῆς ἔχει ὡς ἑξῆς:

1) Ὅταν τὸ ἔμβολον τοῦ *συμπιεστοῦ* ἀνυψοῦται, ἡ ὑγρὰ ἀμμωνία, ἡ ὁποία εὑρίσκεται ἐντὸς τοῦ σωλῆνος $Σ_1$ *(ἐξαερωτήρ)*, ἐξαεροῦται καὶ εἰσέρχεται ἐντὸς τοῦ κυλίνδρου. Ἡ ἀμμωνία, ἐξαερουμένη, ἀπορροφᾷ θερμότητα ἐκ τῆς ἅλμης τῆς περιβαλλούσης τὸν σωλῆνα $Σ_1$, ἡ ὁποία, ὡς ἐκ τούτου, ψύχεται.

2) Ὅταν τὸ ἔμβολον κατέρχεται οἱ ἀτμοὶ τῆς ἀμμωνίας συμπιέζονται καὶ εἰσέρχονται εἰς τὸν σωλῆνα Σ_2 *(συμπυκνωτὴς)* ἔνθα, ἐρχόμενοι εἰς ἐπαφὴν μετὰ τῶν ψυχρῶν τοιχωμάτων τοῦ σωλῆνος Σ_2, ὑγροποιοῦνται. Ἡ κατὰ τὴν ὑγροποίησιν προκύπτουσα θερμότης ἀπάγεται διὰ τοῦ ὕδατος, τὸ ὁποῖον κυκλοφορεῖ, συνεχῶς, περὶ τὸν σωλῆνα Σ_2. Ἡ πίεσις ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ_2 εἶναι μεγαλυτέρα τῆς πιέσεως εἰς τὸν σωλῆνα Σ_1. Ὡς ἐκ τούτου ἡ ἐκ τῆς ὑγροποιήσεως προκύψασα ἀμμωνία ἐντὸς τοῦ σωλῆνος Σ_2 διέρχεται διὰ τῆς αὐτορρυθμιζομένης βαλβίδος B καὶ εἰσέρχεται εἰς τὸν ἐξαερωτῆρα Σ_1 διὰ νὰ ἐξαερωθῇ ἐκ νέου κ.ο.κ. Κατ' αὐτὸν τὸν τρόπον ἀφαιρεῖται, βαθμηδόν, θερμότης ἐκ τῆς ἅλμης, μὲ ἀποτέλεσμα νὰ καταβιβασθῇ ἡ θερμοκρασία της κάτω τῶν 0^0 C. Ἐὰν ἐντὸς αὐτῆς ἔχουν τοποθετηθῇ δοχεῖα, πλήρη ὕδατος, τὸ ὕδωρ θὰ μετατραπῇ εἰς πάγον.



Σχ. 296. *Ἐγκατάστασις παγοποιείου (ἀρχή).*



Σχ. 297. *Ἠλεκτρικὸν ψυγεῖον οἰκιακῆς χρήσεως.*

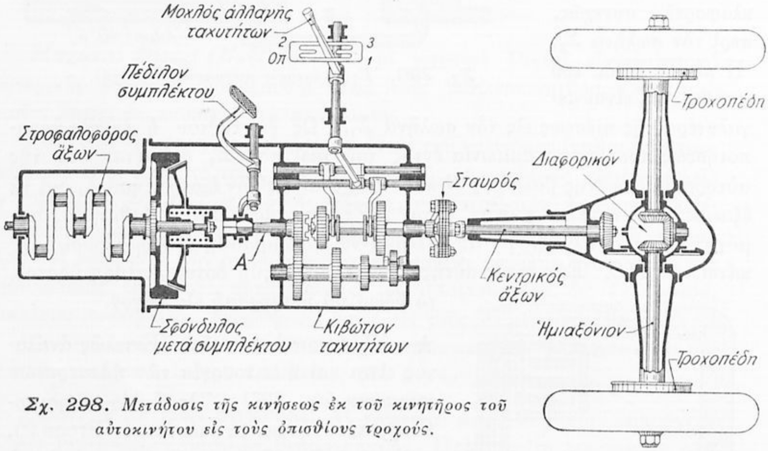
★ ***Ἠλεκτρικὰ ψυγεῖα.*** Ἐντελῶς ἀνάλογος εἶναι καὶ ἡ λειτουργία τῶν ***ἠλεκτρικῶν ψυγείων*** *(σχ. 297)*: Ὡς ὑγρὸν χρησιμοποιεῖται, συνήθως, τὸ καλούμενον Freon (*), τὸ ὁποῖον εἶναι ἄοσμον, ἄφλεκτον καὶ μὴ τοξικόν. Ὁ συμπιεστὴς Σ κινεῖται δι' ἠλεκτρικοῦ κινητῆρος, ἡ δὲ ψῦξις τοῦ κατὰ τὴν συμπίεσιν ὑγροποιουμένου ἀερίου γίνεται διὰ μικροῦ ἀνεμιστῆρος. Τὸ ὑγρόν, διερχόμενον διὰ τῆς αὐτορρυθμιζομένης βαλβίδος B, πληροῖ τὸν ἐξαερωτῆρα E. Λόγῳ τῆς ὑποπιέσεως τῆς δημιουργουμένης ὑπὸ τοῦ συμπιεστοῦ, τὸ ὑγρὸν ἐξαεροῦται καί, ὡς ἐκ τούτου, ἡ θερμοκρασία τοῦ ἐξαερωτῆρος κατέρχεται. Ὁ ἀήρ, ὁ περιβάλλων τὸν ἐξαερωτῆρα, ψύχεται καὶ κινεῖται πρὸς τὰ κάτω, δημιουργουμένης, οὕτω, συνεχοῦς κυκλοφορίας ἀέρος, λόγῳ τῆς ὁποίας ἡ θερμοκρασία ὅλου τοῦ χώρου τοῦ ψυγείου ὁλονὲν ἐλαττοῦται.

(*) Διχλωροδιφθορομεθάνιον *(CF_2Cl_2)*.

Διὰ τὴν παραγωγὴν μικρῶν ποσοτήτων πάγου τοποθετοῦνται ἐντὸς τοῦ ἐξαερωτῆρος μικραὶ λεκάναι πλήρεις ὕδατος.

Κατάλληλος διμεταλλικὸς διακόπτης (βλ. *§ 157*) διακόπτει καὶ ἀποκαθιστᾷ, αὐτομάτως, τὴν λειτουργίαν τοῦ ἠλεκτροκινητῆρος, οὕτως ὥστε ἡ θερμοκρασία τοῦ ψυγείου νὰ διατηρῆται σταθερά.

§ 206. **Αὐτοκίνητον.** Ἡ μεγάλη διάδοσις τοῦ αὐτοκινήτου ἐπιβάλλει τὴν στοιχειώδη περιγραφὴν τῆς λειτουργίας του: Τὸ σχῆμα *298* παριστᾷ τὸν μηχανισμὸν μεταδόσεως τῆς κινήσεως τοῦ κινητῆρος τοῦ αὐτοκινήτου εἰς τοὺς ὀπισθίους τροχούς. Ἀριστερὰ διακρίνομεν τὸν *στροφαλοφόρον ἄξονα* ἐπὶ τοῦ ὁποίου δροῦν οἱ διωστῆρες τῶν ἐμβόλων τοῦ κινητῆρος καὶ τὸν θέτουν εἰς περιστροφήν. Ἐν συνεχείᾳ παρατη-



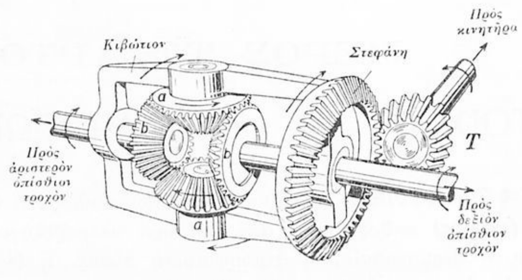
Σχ. 298. *Μετάδοσις τῆς κινήσεως ἐκ τοῦ κινητῆρος τοῦ αὐτοκινήτου εἰς τοὺς ὀπισθίους τροχούς.*

ροῦμεν τὸν *σφόνδυλον* καὶ τὸν *συμπλέκτην* μετὰ τοῦ κινητηρίου ἄξονος *Α*. Ὅταν πιέζωμεν τὸ πέδιλον τοῦ συμπλέκτου, ὁ συμπλέκτης ἀποσυνδέεται, ὁπότε ὁ κινητὴρ δύναται νὰ λειτουργῇ, χωρὶς ἡ κίνησις νὰ μεταδίδεται περαιτέρω. Ἀντιθέτως, ὅταν ἀφήσωμεν ἐλεύθερον τὸ πέδιλον, ὁ συμπλέκτης προσφύεται ἐπὶ τοῦ σφονδύλου καί, οὕτω, ἡ κίνησις μεταδίδεται εἰς τὸν κινητήριον ἄξονα *Α*.

Ἐν συνεχείᾳ παρατηροῦμεν τὸ *κιβώτιον ταχυτήτων*, δηλ., σύστημα ὀδοντωτῶν τροχῶν, διαφόρων διαμέτρων, τῇ βοηθείᾳ τῶν ὁποίων δυνάμεθα — διὰ τοῦ *μοχλοῦ (ἀλλαγῆς) ταχυτήτων* — ν' ἀλλάσσωμεν, κατὰ βούλησιν, τὸν λόγον τῶν στροφῶν τοῦ κινητῆρος πρὸς τὰς στροφὰς τῶν τροχῶν ἢ καὶ νὰ προκαλοῦμεν κίνησιν τοῦ αὐτοκινήτου πρὸς τὰ ὄπισθεν.

Ἐκ τοῦ κιβωτίου ταχυτήτων ἡ κίνησις μεταδίδεται, διὰ τοῦ κεντρικοῦ ἄξονος, εἰς τὸ *διαφορικόν*, τὸ ὁποῖον, ἐν συνεχείᾳ, τὴν μεταδίδει εἰς τὰ *ἡμιαξόνια* καί, δι' αὐτῶν, εἰς τοὺς ὀπισθίους τροχούς.

Ὅταν τὸ αὐτοκίνητον κινῆται εὐθυγράμμως οἱ ὀπίσθιοι τροχοὶ περιστρέφονται μὲ τὴν αὐτὴν γωνιακὴν ταχύτητα. Ὅταν, ὅμως διαγράφῃ καμπύλην τροχιάν, ὁ πρὸς τὸ κέντρον τροχὸς διαγράφει, εἰς τὸν αὐτὸν χρόνον, τόξον μικρότερον ἀπὸ τὸ τόξον τὸ διαγραφόμενον ὑπὸ τοῦ ἐξωτερικοῦ τροχοῦ καί, συνεπῶς, πρέπει οὗτος νὰ κινηθῇ μὲ μικροτέραν γωνιακὴν ταχύτητα, δηλ., πρέπει νὰ ἐκτελέσῃ ὀλιγωτέρας στροφάς. Δι' αὐτόν, ἀκριβῶς, τὸν λόγον χρησιμοποιεῖται τὸ διαφορικόν. Τοῦτο ἀποτελεῖται ἐκ κωνικῆς ὀδοντωτῆς στεφάνης, μεγάλης, σχετικῶς, διαμέτρου *(σχ. 299)*, ἡ ὁποία κινεῖται, τῇ βοηθείᾳ, μικροῦ ὀδοντωτοῦ τροχοῦ *T*, εὑρισκομένου εἰς τὸ ὀπίσθιον ἄκρον τοῦ κεντρικοῦ ἄξονος. Ἡ στεφάνη εἶναι στερεωμένη ἐπὶ κιβωτίου, τὸ ὁποῖον περιστρέφεται μετ' αὐτῆς. Εἰς τὸ ἐσωτερικὸν τοῦ κιβωτίου τούτου ὑπάρχουν τέσσαρες κωνικοὶ ὀδοντωτοὶ τροχοί, *a*, *a*, *b*, *b*, οἱ ὁποῖοι ἐμπλέκονται μεταξύ των. Ἐξ αὐτῶν οἱ δύο *(b, b)* — καλούμενοι *πλανῆται* — εἶναι στερεωμένοι εἰς τὰ ἄκρα τῶν ἡμιαξονίων, ἐνῶ οἱ δύο ἄλλοι *(a, a)* — καλούμενοι *δορυφόροι* — περιστρέφονται περὶ ἄξονας στερεωμένους ἐπὶ τοῦ κιβωτίου, τὸ ὁποῖον περιστρέφεται κατὰ τὴν περιστροφὴν τῶν τροχῶν.



Σχ. 299. Διαφορικόν.

Ὅταν τὸ αὐτοκίνητον κινῆται καὶ οἱ τροχοὶ συναντοῦν εἰς τὸ ἔδαφος τὴν αὐτὴν ἀντίστασιν (λεῖος δρόμος καὶ εὐθύγραμμος κίνησις) ὅλος ὁ περιγραφεὶς μηχανισμὸς τοῦ διαφορικοῦ περιστρέφεται, μετὰ τοῦ κιβωτίου, ὡς ἓν στερεὸν σύνολον καὶ αἱ ταχύτητες τῶν δύο τροχῶν εἶναι αἱ αὐταί. Ὅταν, ὅμως, ὁ εἷς τῶν τροχῶν συναντήσῃ μεγαλυτέραν ἀντίστασιν ἢ τὸ αὐτοκίνητον ὑποχρεωθῇ νὰ διαγράψῃ καμπύλην τροχιάν, ἡ ταχύτης τοῦ πρὸς τὸ κέντρον τροχοῦ, ὅπως εἴδομεν καὶ ἀνωτέρω, θὰ ἐλαττωθῇ, οἱ δορυφόροι θὰ στραφοῦν περὶ τοὺς ἄξονάς των, καὶ ἡ ταχύτης τοῦ ἄλλου τροχοῦ θ' αὐξηθῇ. Οὕτω δυνάμεθα νὰ εἴπωμεν ὅτι «διὰ τοῦ διαφορικοῦ, ὁ ἐξωτερικὸς τροχὸς κερδίζει τόσας στροφάς, ὅσας χάνει ὁ ἐσωτερικός».

Κατὰ τὴν πορείαν τοῦ αὐτοκινήτου, ὁ κεντρικὸς ἄξων, τὸ διαφορικὸν κ.λ., ὑφίστανται, λόγῳ τῶν ἀνωμαλιῶν τοῦ δρόμου, συνεχεῖς, ὡς πρὸς τὸ πλαίσιον μετακινήσεις. Ἑπομένως πρέπει ὁ κεντρικὸς ἄξων, ὁ ὁποῖος μεταδίδει τὴν κίνησιν ἀπὸ τοῦ κιβωτίου ταχυτήτων εἰς τὸ διαφορικόν, νὰ ἐφοδιάζεται δι' ἀρθρωτῶν συνδέσμων (καλουμένων *σταυρῶν*), οἱ ὁποῖοι ἐπιτρέπουν εἰς αὐτὸν νὰ λειτουργῇ ὑπὸ ὡρισμένην γωνίαν.

Ἐπὶ τῶν τροχῶν εἶναι προσηρμοσμέναι καὶ αἱ *τροχοπέδαι*. Ὅταν πιέζωμεν τὸ πέδιλον τῶν τροχοπεδῶν αἱ σιαγόνες συσφίγγουν τοὺς τροχοὺς καί, οὕτω, διὰ τῆς τριβῆς, ἐπιβραδύνουν ἢ καὶ ἀκινητοῦν τὸ ὄχημα.

ΜΕΡΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟΝ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΕΚ ΤΗΣ ΜΕΤΕΩΡΟΛΟΓΙΑΣ

§ 207. Γενικά. Τὸ *κλῖμα* ἑνὸς τόπου, καθὼς καὶ ἡ καιρικὴ κατάστασις ***(καιρὸς)*** καθορίζονται ἀπὸ διάφορα μετεωρολογικὰ στοιχεῖα, ὅπως εἶναι ἡ θερμοκρασία, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις, ἡ ὑγρασία, ὁ ἄνεμος, ἡ βροχὴ κ.λ.

Μετεωρολογία καλεῖται ἡ ἐπιστήμη ἡ ἀσχολουμένη μὲ τὴν μελέτην τῶν ἀτμοσφαιρικῶν φαινομένων.

§ 208. Ἀτμόσφαιρα. Καλεῖται ***ἀτμόσφαιρα*** τὸ στρῶμα τοῦ ἀέρος, τὸ ὁποῖον περιβάλλει τὴν Γῆν. Τὸ ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον φθάνει ἡ ἀτμόσφαιρα, ὑπολογίζεται μέχρι *500 km*. Τὰ ὅρια εἶναι ἀσαφῆ, καθόσον, αὐξανομένου τοῦ ὕψους, ἐλαττοῦται ἡ πυκνότης τοῦ ἀέρος, διὰ νὰ γίνῃ ἴση πρὸς μηδὲν εἰς τὸν διαπλανητικὸν χῶρον.

Ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ εἶναι μεῖγμα διαφόρων ἀερίων ἀποτελούμενος, κυρίως, ἀπὸ ἄζωτον *(78 %)* καὶ ὀξυγόνον *(21 %)*. Τὸ ὑπόλοιπον μικρὸν ποσοστὸν ἀποτελεῖται ἀπὸ διοξείδιον τοῦ ἄνθρακος, ὑδρογόνον, ὄζον, καὶ τὰ εὐγενῆ ἀέρια ἥλιον, νέον κ.λ.

Ἡ ἀτμόσφαιρα διαχωρίζεται εἰς τὰ ἑξῆς στρώματα:

1) ***Τροπόσφαιρα*** (περίπου μέχρις ὕψους *10 km*). Ἐντὸς αὐτῆς λαμβάνουν χώραν ὅλα τὰ μετεωρολογικὰ φαινόμενα (ὁμίχλη, νέφη, βροχὴ κ.λ.), ἡ δὲ θερμοκρασία ἐλαττοῦται μετὰ τοῦ ὕψους.

2) ***Στρατόσφαιρα.*** Ὑπεράνω τῆς τροποσφαίρας εὑρίσκεται ἡ στρατόσφαιρα (μέχρις ὕψους *35 km*). Ἐντὸς αὐτῆς ἡ θερμοκρασία παραμένει σχεδὸν σταθερὰ (σημαντικῶς κάτω τοῦ μηδενὸς) καθ' ὅλον τὸ πάχος τοῦ στρώματος τούτου.

3) Ἐκ τῶν ὑπολοίπων στρωμάτων ἐνδιαφέρον εἶναι καὶ τὸ στρῶμα τὸ καλούμενον ***ἰονόσφαιρα*** (ἄνω τῶν *60 km*). Τὸ στρῶμα τοῦτο καλεῖται οὕτω, λόγῳ τῶν πολλῶν *ἰόντων* (*), τὰ ὁποῖα ὑπάρχουν ἐντὸς αὐτοῦ. Ἡ ἰονόσφαιρα εἶναι μεγάλης σπουδαιότητος διὰ τὴν διάδοσιν τῶν βραχέων ραδιοφωνικῶν κυμάτων.

§ 209. Θερμοκρασία. Ἡ θερμοκρασία μεταβάλλεται ἀπὸ τόπου εἰς τόπον καί, εἰς τὸν αὐτὸν τόπον, μετὰ τῆς ἐποχῆς τοῦ ἔτους καὶ τῆς ὥρας τῆς ἡμέρας.

(*) *Ἰόντα* καλοῦνται ἄτομα ἢ μόρια ἠλεκτρικῶς φορτισμένα.

Εἰς δεδομένον τόπον ἡ θερμοκρασία ἐλαττοῦται μετὰ τοῦ ὕψους περίπου κατὰ *1° C* ἀνὰ *100 m*.

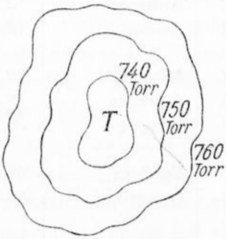
Λόγῳ τῆς μεταβολῆς τῆς θερμοκρασίας μετὰ τῆς ἐποχῆς καὶ τῆς ὥρας τῆς ἡμέρας, δίδεται, συνήθως, ἡ *μέση θερμοκρασία*. Οὕτω ἡ μέση θερμοκρασία τῶν Ἀθηνῶν εἶναι, κατὰ μὲν τὸν ψυχρότερον μῆνα *9,2° C*, κατὰ δὲ τὸν θερμότερον *27,1° C*. Τὸ *εὖρος τῆς ἡμερησίας μεταβολῆς* τῆς θερμοκρασίας εἶναι περίπου *11,6° C*.

Τ' ἀνωτέρω ἀναφέρονται πάντοτε εἰς τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀέρος. Ὡς ἐκ τούτου ἡ μέτρησις πρέπει νὰ γίνεται εἰς χῶρον εἰς τὸν ὁποῖον ἀφ' ἑνὸς μὲν νὰ μὴ φθάνῃ ἡ ἐξωτερικὴ ἀκτινοβολία, ἀφ' ἑτέρου δὲ νὰ κυκλοφορῇ ἐλευθέρως ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ. Κατὰ ταῦτα ἡ ἔκφρασις «θερμοκρασία εἰς τὸν ἥλιον» οὐδεμίαν σημασίαν ἔχει, δεδομένου ὅτι αἱ ἐνδείξεις ἑνὸς θερμομέτρου, ἐκτεθιμένου εἰς τὸν ἥλιον, θὰ ἐξαρτῶνται ἀπὸ τὸ χρῶμα τοῦ θερμομέτρου, ἀπὸ τὰ περιστοιχίζοντα αὐτὸ ἀντικείμενα κ.λ.

§ 210. Ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις. Ὅπως εἴδομεν ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐλαττοῦται μετὰ τοῦ ὕψους καί, συγκεκριμένως, αὐξανομένου τοῦ ὕψους κατὰ *10 m*, περίπου, ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις ἐλαττοῦται κατὰ *1 mm Hg*. Ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις μεταβάλλεται ἀκόμη καὶ εἰς τὸν αὐτὸν τόπον διαρκῶς, ἀναλόγως τῶν καιρικῶν συνθηκῶν (*).

Αἱ τιμαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως ἑνὸς τόπου, προκειμένου νὰ χρησιμοποιηθοῦν εἰς τὴν Μετεωρολογίαν, ἀνάγονται εἰς θερμοκρασίαν *0° C* καὶ εἰς τὴν ἐπιφάνειαν τῆς θαλάσσης.

Ἂν ἐπὶ γεωγράφικοῦ χάρτου ἑνώσωμεν διὰ γραμμῶν τοὺς τόπους, οἱ ὁποῖοι κατὰ τὴν αὐτὴν χρονικὴν στιγμήν, ἔχουν τὴν αὐτὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, λαμβάνομεν τὰς καλουμένας ***ἰσοβαρεῖς καμπύλας*** (σχ. 300). Περιοχαὶ περικλειόμεναι ὑπὸ ἰσοβαρῶν, εἰς τὰς ὁποίας ἡ πίεσις ἐλαττοῦται ἐκ τῶν ἔξω πρὸς τὸ κέντρον, καλοῦνται ***περιοχαὶ χαμηλῶν πιέσεων*** *(T)*, τὸ δὲ σύστημα τῶν ἰσοβαρῶν ***ὕφεσις*** (ἢ *κυκλών*). Ἐάν, ἀντιθέτως, ἔχωμεν σύνολον ἰσοβαρῶν, εἰς τὸ ὁποῖον ἡ πίεσις αὐξάνεται ἀπὸ τῆς περιφερείας πρὸς τὸ κέντρον, αἱ περιοχαὶ καλοῦνται ***περιοχαὶ ὑψηλῶν πιέσεων***, τὸ δὲ σύστημα ***ἀντικυκλών***.



Σχ. 300. Ἰσοβαρεῖς καμπύλαι ὑφέσεως.

§ 211. Ἄνεμος. Ὁ ἐν κινήσει εὑρισκόμενος ἀτμοσφαιρικὸς ἀὴρ καλεῖται ***ἄνεμος***. Κύρια χαρακτηριστικὰ τοῦ ἀνέμου εἶναι ἡ διεύθυνσις καὶ ἡ ἔντασις αὐτοῦ.

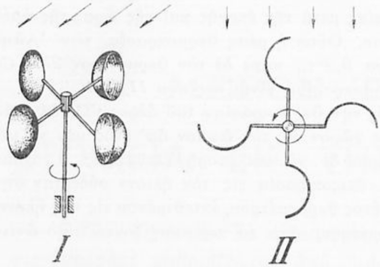
Ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνέμου καθορίζεται ἐκ τοῦ σημείου τοῦ ὁρίζοντος ἐκ τοῦ ὁποίου οὗτος πνέει.

Ἔντασις τοῦ ἀνέμου καλεῖται ἡ ταχύτης μὲ τὴν ὁποίαν κινεῖται οὗτος.

Ἡ διεύθυνσις τοῦ ἀνέμου εὑρίσκεται διὰ τῶν *ἀνεμοδεικτῶν*, τῶν ὁποίων ἁπλούστατον τύπον ἀποτελεῖ ταινία ἐξ ὑφάσματος, ἐξαρτωμένη ἀπὸ ὑψηλοῦ ἱστοῦ. Ἡ ταινία προσανατολίζεται ὑπὸ τοῦ ἀνέμου καὶ παρέχει τὴν διεύθυνσιν αὐτοῦ.

(*) Αἱ εἰς τὰς καιρικὰς συνθήκας ὀφειλόμεναι μεταβολαὶ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως εἰς ἕνα τόπον δύνανται ν' ἀνέλθουν εἰς ὀλίγα *cm Hg*.

Τὴν ταχύτητα τοῦ ἀνέμου μετροῦμεν διὰ τῶν ***ἀνεμομέτρων*** *(σχ. 301,I)*: Ἐπὶ κατακορύφου ἄξονος στερεοῦνται καθέτως δύο στελέχη εἰς τὰ ἄκρα τῶν ὁποίων εἶναι στερεωμένα τέσσαρα κοῖλα ἡμισφαίρια *(II)*. Ὅταν φυσᾷ ἄνεμος ἡ δύναμις, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται ἐπὶ τῆς κοίλης ἐπιφανείας, εἶναι μεγαλυτέρα τῆς δυνάμεως τῆς ἐξασκουμένης ἐπὶ τῆς κυρτῆς καί, ὡς ἐκ τούτου, τὸ ἀνεμόμετρον τίθεται εἰς περιστροφήν. Ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ τῶν στροφῶν, μετρουμένων διὰ καταλλήλου στροφομέτρου, εὑρίσκεται ἡ ταχύτης τοῦ ἀνέμου.



Σχ. 301. *Ἀνεμόμετρον.*

ΚΛΙΜΑΞ ΕΝΤΑΣΕΩΝ ΤΟΥ ΑΝΕΜΟΥ

Βαθμὸς	*Ὀνομασία*	*Ταχύτης (εἰς km/h)*	*Ἀποτέλεσμα*
0	Νηνεμία	< 1	Καπνὸς ὑψοῦται κατακορύφως.
1	Ὑποπνέων	*1,4 ÷ 5,4*	Καπνὸς ὑψοῦται σχεδὸν κατακορύφως.
2	Ἀσθενὴς	*5,8 ÷ 11,9*	Αἰσθητὸς εἰς τὸ πρόσωπον.
3	Λεπτὸς	*12,2 ÷ 19,4*	Κινεῖ συνεχῶς φύλλα δένδρων καὶ μικρὰν σημαίαν.
4	Μέτριος	*19,8 ÷ 28,5*	Ἐγείρει κονιορτόν, φύλλα χάρτου.
5	Λαμπρὸς	*28,8 ÷ 38,5*	Λυγίζει μικρὰ δένδρα μὲ φύλλα.
6	Ἰσχυρὸς	*38,8 ÷ 49,7*	Κινεῖ μεγάλους κλάδους. Συριγμὸς εἰς τηλεφωνικὰ σύρματα.
7	Σφοδρὸς	*50,4 ÷ 61,6*	Κινεῖ δένδρα. Βάδισμα δύσκολον.
8	Ὁρμητικὸς	*61,9 ÷ 74,5*	Θραύει κλώνους δένδρων. Παρακωλύει τὸ βάδισμα.
9	Θύελλα	*74,9 ÷ 87,8*	Ἐλαφραὶ ζημίαι εἰς οἰκοδομάς.
10	Ἰσχυρὰ θύελλα	*88,2 ÷ 102,2*	Ἐκριζώνει δένδρα. Μεγάλαι ζημίαι εἰς οἰκοδομάς.
11	Σφοδρὰ θύελλα	*102,6 ÷ 117,4*	Μεγάλαι ζημίαι.
12	Τυφὼν	> 118	Καταστροφαὶ ἐξαιρετικῶς μεγάλαι.

Αἴτια τῆς παραγωγῆς τῶν ἀνέμων. Ἐπειδὴ ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀέρος δὲν εἶναι παντοῦ ἡ αὐτή, δημιουργοῦνται διαφοραὶ πιέσεως, ἕνεκα τῶν ὁποίων ὁ ἀὴρ κινεῖται ἀπὸ τῶν ὑψηλοτέρων πιέσεων πρὸς τὰς χαμηλοτέρας, δημιουργουμένων, οὕτω, τῶν ἀνέμων.

Κατὰ τὴν διάρκειαν τῆς ἡμέρας θερμαίνεται τόσον ἡ ξηρά, ὅσον καὶ ἡ θάλασσα. Λόγῳ, ὅμως, τῆς μεγάλης εἰδικῆς θερμότητος τοῦ ὕδατος, ἡ αὔξησις τῆς θερμοκρασίας τῆς ἐπιφανείας τῆς θαλάσσης εἶναι πολὺ μικροτέρα ἀπὸ τὴν αὔξησιν τῆς θερμοκρασίας τῆς ξηρᾶς. Αἱ διαφοραί, ἀκριβῶς, αὗται προκαλοῦν τοὺς *τοπικοὺς ἀνέμους* - τὴν θαλασσίαν αὔραν (κ. μπάτην) καὶ τὴν ἀπόγειον αὔραν: Κατὰ τὴν ἡμέραν ἡ ξηρὰ εἶναι θερμοτέρα τῆς θαλάσσης καί, ὡς ἐκ τούτου, ὁ ἀήρ, θερμαινόμενος ἰσχυρότερον ὑπεράνω τῆς ξηρᾶς, ἀνέρχεται. Λόγῳ τῆς ἀνόδου τοῦ ἀέρος δημιουργεῖται ἐκεῖ χαμηλὴ πίεσις, ὁπότε τὰ κατώτερα στρώματα τοῦ ἀέρος ἀρχίζουν κινούμενα ἐκ τῆς θαλάσσης πρὸς τὴν ξηράν. Ὁ ἄνεμος, ἀκριβῶς, αὐτὸς εἶναι ἡ ***θαλασσία αὔρα***.

Τὸ ἀντίθετον συμβαίνει κατὰ τὴν νύκτα, ὁπότε ἡ ξηρὰ εἶναι ψυχροτέρα τῆς θαλάσσης. Οὕτω δημιουργεῖται ἀνοδικὴ κίνησις τοῦ ἀέρος ἐπὶ τῆς θαλάσσης καὶ καθοδικὴ ἐπὶ τῆς ξηρᾶς, μὲ ἀποτέλεσμα τὴν δημιουργίαν ἀνέμου πνέοντος παρὰ τὸ ἔδαφος ἐκ τῆς ξηρᾶς πρὸς τὴν θάλασσαν. Ὁ ἄνεμος οὗτος καλεῖται ***ἀπόγειος αὔρα***.

Ἐτησίαι (κ. μελτέμια). Εἶναι ἄνεμοι βόρειοι περιοδικοὶ πνέοντες εἰς τὴν ἀνατολικὴν Μεσόγειον κατὰ τὸ θέρος. (Ἀρχίζουν ἀπὸ τοῦ Μαΐου καὶ σταματοῦν περὶ τὰ τέλη Ὀκτωβρίου). Ἐνίοτε ἡ ἔντασίς των γίνεται τοιαύτη ὥστε νὰ εἶναι ἐπικίνδυνος διὰ τὰ ἱστιοφόρα καὶ τὰ μικρὰ πλοῖα.

§ 212. Πρόγνωσις τοῦ καιροῦ. Τὸ σπουδαιότερον ἔργον τῆς πρακτικῆς Μετεωρολογίας εἶναι ἡ πρόγνωσις τοῦ καιροῦ. Πρὸς τοῦτο δὲν ἀρκεῖ ἡ γνῶσις τῶν μετεωρολογικῶν στοιχείων, τὰ ὁποῖα ἐπικρατοῦν κατά τινα στιγμήν, ἀλλὰ καὶ τῶν μεταβολῶν αὐτῶν. Οὕτω, αἱ ἐνδείξεις αἱ ἀναγραφόμεναι εἰς τὰ συνήθη οἰκιακὰ βαρόμετρα «καιρὸς ξηρός», «καιρὸς βροχερὸς» κ.λ., οὐδεμίαν σημασίαν ἔχουν. Ἐν τούτοις ἀπότομος πτῶσις τῆς βαρομετρικῆς πιέσεως προαγγέλλει χειροτέρευσιν τοῦ καιροῦ, ἐνῶ ταχεῖα αὔξησις κατὰ τὴν διάρκειαν κακοκαιρίας, προαγγέλλει βελτίωσιν αὐτοῦ.

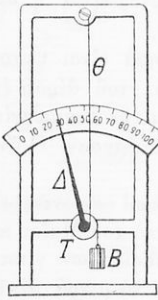
§ 213. Ὑγρομετρία. Ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ, λόγῳ τῆς συνεχοῦς ἐξατμίσεως τῶν ὑδάτων (θαλασσῶν, λιμνῶν, ποταμῶν, ὑγρῶν ἐδαφῶν) περιέχει πάντοτε ἀτμοὺς ὕδατος. Καλοῦμεν ***ἀπόλυτον ὑγρασίαν*** τὸ πηλίκον τῆς μάζης m τῶν ὑδρατμῶν τῶν περιεχομένων ἐντὸς ὄγκου τινὸς ἀέρος διὰ τοῦ ὄγκου τούτου. Ἡ ἀπόλυτος ὑγρασία μετρεῖται, συνήθως, εἰς gr/cm^3.

Ἡ μᾶζα m τῶν ὑδρατμῶν εἶναι, συνήθως, μικροτέρα τῆς μάζης m' τῆς ἀπαιτουμένης διὰ νὰ κορεσθῇ δι' ὑδρατμῶν ὁ αὐτὸς χῶρος ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Τὸ πηλίκον m/m' καλεῖται ***σχετικὴ ὑγρασία***. Συνεπῶς ἡ σχετικὴ ὑγρασία θὰ παρέχῃ τὸ πηλίκον τῆς ποσότητος τῶν ὑδρατμῶν τῶν περιεχομένων ἐντὸς ὄγκου τινὸς τοῦ ἀέρος, πρὸς τὴν ποσότητα τῶν ὑδρατμῶν, τοὺς ὁποίους ἔπρεπε νὰ περιεῖχεν οὗτος διὰ νὰ εἶναι κεκορεσμένος ὑπὸ τὴν αὐτὴν θερμοκρασίαν. Ἡ σχετικὴ ὑγρασία ἐκφράζεται ἐπὶ τοῖς ἑκατόν (%). Κατὰ τὸν χειμῶνα ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι μεγάλη, ἐνῶ κατὰ τὸ θέρος μικρά (*).

(*) Εἰς τὴν Ἑλλάδα ἡ σχετικὴ ὑγρασία εἶναι, κατὰ μέσον ὅρον, *72%* κατὰ τὸν χειμῶνα καὶ *49%* κατὰ τὸ θέρος.

Ἐὰν θερμάνωμεν τὸν ἀέρα μιᾶς αἰθούσης, ἡ μὲν ἀπόλυτος ὑγρασία δὲν θὰ μεταβληθῇ (ἀφοῦ δὲν μετεβλήθη ἡ ποσότης τῶν περιεχομένων ὑδρατμῶν) ἡ σχετική, ὅμως, ὑγρασία θὰ ἐλαττωθῇ, διότι εἰς τὴν ὑψηλοτέραν θερμοκρασίαν ἀπαιτοῦνται περισσότεροι ὑδρατμοὶ διὰ νὰ ἐπιτευχθῇ κόρος.

Ὑγρόμετρα. Διὰ τὴν μέτρησιν τῆς σχετικῆς ὑγρασίας χρησιμοποιοῦνται ὄργανα καλούμενα ὑγρόμετρα. Συνηθέστερος τύπος ὑγρομέτρου εἶναι τὸ ***ὑγρόμετρον διὰ τριχὸς*** (*σχ. 302*). Ἡ λειτουργία τοῦ ὀργάνου τούτου στηρίζεται ἐπὶ τῆς ἰδιότητος τριχὸς ἀνθρωπίνης κόμης νὰ διαστέλλεται, ὅταν εὑρίσκεται ἐντὸς ὑγροῦ περιβάλλοντος καὶ νὰ συστέλλεται ὅταν εὑρίσκεται ἐντὸς ξηροῦ περιβάλλοντος. Ἡ θρίξ, στερεουμένη εἰς τὸ ἓν ἄκρον, διέρχεται δι' εὐκινήτου τροχαλίας T, ἐνῷ τὸ ἄλλο ἄκρον αὐτῆς φορτίζεται διὰ βάρους B. Κατὰ τὰς μεταβολὰς τοῦ μήκους τῆς τριχὸς ἡ τροχαλία περιστρέφεται, δείκτης δὲ προσηρμοσμένος ἐπ' αὐτῆς, δεικνύει, ἐνώπιον διηρημένης κλίμακος, τὴν σχετικὴν ὑγρασίαν τοῦ περιβάλλοντος.



Σχ. 302. Ὑγρόμετρον διὰ τριχός.

§ 214. Δρόσος, πάχνη, νέφη, ὁμίχλη.

Ὅταν ἡ θερμοκρασία τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος κατέλθῃ, δὲν δύναται, πλέον, οὗτος νὰ συγκρατήσῃ ὅλους τοὺς ὑδρατμοὺς τοὺς ὁποίους περιεῖχεν ὑπὸ τὴν προηγουμένην θερμοκρασίαν καί, ὡς ἐκ τούτου, οἱ ἐπὶ πλέον ὑδρατμοὶ ὑγροποιοῦνται. Ἐὰν ἡ ψῦξις τοῦ ἀέρος γίνῃ δι' ἐπαφῆς πρὸς τὸ ἔδαφος (τὸ ὁποῖον κατὰ τὴν διάρκειαν αἰθρίων νυκτῶν ψύχεται, λόγῳ ἀκτινοβολίας τῆς θερμότητος), οἱ ἐπὶ πλέον ὑδρατμοὶ ὑγροποιοῦνται, ἐπικαθήμενοι ἐπὶ τοῦ ἐδάφους ὑπὸ μορφὴν λεπτοτάτων σταγονιδίων, τὰ ὁποῖα ἀποτελοῦν τὴν καλουμένην ***δρόσον***. Ἐάν, μετὰ τὸν σχηματισμὸν τῆς δρόσου, ἐξακολουθήσῃ ἡ ψῦξις ὥστε ἡ θερμοκρασία νὰ φθάσῃ εἰς $0^0\ C$, τὰ σταγονίδια πήγνυνται καὶ σχηματίζεται ἡ ***πάχνη***.

Ὅταν ἕνα ἀέριον ἐκτονοῦται (ὅταν δηλ. αὐξάνεται ὁ ὄγκος του) ψύχεται. Οὕτω, ὅταν δεδομένη μᾶζα ἀέρος ἀνέρχεται (ἀνοδικὸν ρεῦμα), ἡ πίεσις ἐλαττοῦται, ὁπότε, ἀντιστοίχως, αὐξάνεται ὁ ὄγκος, μὲ ἀποτέλεσμα τὴν ψῦξιν αὐτοῦ. Λόγῳ τῆς ψύξεως οἱ ὑδρατμοὶ ὑγροποιοῦνται καὶ σχηματίζουν μικρὰ σταγονίδια, τὰ ὁποῖα, ἐν τῷ συνόλῳ των, ἀποτελοῦν τὰ ***νέφη***. Ἡ ***ὁμίχλη***, ἀφ' ἑτέρου, εἶναι νέφος σχηματιζόμενον εἰς τὰ πλησίον τοῦ ἐδάφους στρώματα τοῦ ἀτμοσφαιρικοῦ ἀέρος.

Διὰ νὰ συμπυκνωθοῦν οἱ ὑδρατμοὶ καὶ νὰ σχηματίσουν τὰ νέφη ἢ τὴν ὁμίχλην δὲν ἀρκεῖ μόνον ἡ ψῦξις αὐτῶν, ἀλλ' ἀπαιτεῖται καὶ ἡ παρουσία ἐντὸς αὐτῶν *πυρήνων συμπυκνώσεως*, δηλαδὴ πολὺ μικρῶν σωματιδίων - ὅπως εἶναι τεμαχίδια κονιορτοῦ, καπνοῦ κ.λ. Εἰς αὐτό, ἀκριβῶς, ὀφείλεται καὶ ἡ πυκνοτάτη ὁμίχλη ἡ σχηματιζομένη εἰς βιομηχανικὰς πόλεις (Λονδῖνον κ.λ.), εἰς τὰς ὁποίας δημιουργοῦνται μεγάλαι ποσότητες καπνοῦ.

§ 215. Βροχή, χιών, χάλαζα.

Ὅταν τὰ σταγονίδια τ' ἀποτελοῦντα

τὰ νέφη συνενωθοῦν καὶ ἀποτελέσουν μεγάλας σταγόνας, αὗται, λόγῳ τοῦ βάρους των, ἀρχίζουν νὰ πίπτουν καὶ ἀποτελοῦν τὴν ***βροχήν***.

Ἐὰν οἱ ὑδρατμοὶ συμπυκνωθοῦν εἰς τὴν ἀτμόσφαιραν ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῶν $0^0\,C$, τότε σχηματίζονται παγοκρύσταλλοι οἱ ὁποῖοι, πίπτοντες εἰς τὸ ἔδαφος, ἀποτελοῦν τὴν ***χιόνα***.

Ὅταν ἡ συμπύκνωσις τῶν ὑδρατμῶν γίνῃ ὑπὸ θερμοκρασίαν κατωτέραν τῶν $0^0\,C$ καὶ πολὺ ταχέως, σχηματίζονται μᾶζαι πάγου, αἱ ὁποῖαι πίπτουσαι ἐπὶ τοῦ ἐδάφους, ἀποτελοῦν τὴν ***χάλαζαν***.

Ἡ ποσότης τῆς βροχῆς, ἡ ὁποία πίπτει εἰς ἕνα τόπον, καλεῖται ***ὕψος βροχῆς*** καὶ ἐκφράζεται, συνήθως, εἰς *mm*. Οὕτω, ὕψος βροχῆς, π.χ., *5 mm* δηλοῖ τὸ ὕψος τοῦ ὕδατος, τὸ ὁποῖον θὰ ἐκάλυπτε τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ ἐδάφους, ἐὰν τὸ ὕδωρ τῆς βροχῆς δὲν ἀπερροφᾶτο, δὲν ἀπέρρεε κ.λ. (*).

Σχ. 303.
Βροχόμετρον.

Τὸ ὕψος τῆς βροχῆς μετρεῖται δι' ὀργάνων καλουμένων ***βροχομέτρων***. Ταῦτα ἀποτελοῦνται ἀπὸ ὑάλινον ὀγκομετρικὸν κύλινδρον *(σχ. 303)* ἐντὸς τοῦ ὁποίου συγκεντροῦται τὸ ὕδωρ, τὸ ὁποῖον συλλέγει μία χοάνη γνωστῆς διαμέτρου, προσηρμοσμένη εἰς τὸ ἄνω ἄκρον τοῦ κυλίνδρου.

§ 216. Κλιματισμὸς (air conditioning). Τελευταίως ἤρχισαν νὰ χρησιμοποιοῦνται συσκευαί, αἱ ὁποῖαι ρυθμίζουν, αὐτομάτως, τὴν θερμοκρασίαν, τὴν ὑγρασίαν, κ.λ., οἰκιῶν καὶ καταστημάτων, ὥστε ἡ διαμονὴ ἐντὸς αὐτῶν νὰ καθίσταται εὐχάριστος εἰς οἱανδήποτε ἐποχὴν τοῦ ἔτους. Μία τοιαύτη συσκευὴ ἀποτελεῖται ἀπὸ τέσσαρα, κυρίως, μέρη τὰ ὁποῖα ρυθμίζουν 1) τὴν θερμοκρασίαν τοῦ ἀέρος, 2) τὴν ὑγρασίαν, 3) τὴν κυκλοφορίαν καὶ 4) τὸν καθαρισμὸν τοῦ ἀέρος.

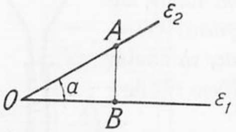
Ὁ ἀήρ, διερχόμενος, πρῶτον, διὰ καταλλήλου ἠθμοῦ, καθαρίζεται ἀπὸ τεμαχίδια κονιορτοῦ κ.λ. Ἐν συνεχείᾳ θερμαίνεται (ἢ ψύχεται ἀναλόγως τῆς ἐποχῆς τοῦ ἔτους καί, ἀκολούθως, ἀφοῦ προστεθοῦν εἰς αὐτὸν ὑδρατμοὶ (κατὰ τὸν χειμῶνα) ἢ ἀφαιρεθοῦν (κατὰ τὸ θέρος) ὥστε νὰ ἐπιτευχθῇ ἡ κατάλληλος ὑγρασία, ὠθεῖται δι' ἀνεμιστῆρος καὶ εἰσέρχεται εἰς τοὺς διαφόρους χώρους τῆς οἰκίας ἢ τοῦ καταστήματος.

(*) Εἰς τὴν Ἑλλάδα τὸ ἐτήσιον ὕψος βροχῆς εἶναι, περίπου, ἴσον πρὸς *400 mm*.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΕΙΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΕΚ ΤΗΣ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑΣ

Διὰ νὰ καθορίσωμεν μίαν γωνίαν δυνάμεθα νὰ δώσωμεν εἴτε τὴν τιμήν της (εἰς μοίρας ἢ ἀκτίνια) εἴτε τὰς τιμὰς τῶν *τριγωνομετρικῶν συναρτήσεων* αὐτῆς. Εἰς τὴν Φυσικὴν χρησιμοποιοῦνται, συνήθως, τρεῖς τοιαῦται συναρτήσεις, τὸ ἡμίτονον, τὸ συνημίτονον καὶ ἡ ἐφαπτομένη, αἱ ὁποῖαι ὁρίζονται ὡς ἑξῆς: Ἔστω α ἡ γωνία, τὴν ὁποίαν σχηματίζουν αἱ δύο εὐθεῖαι ε_1 καὶ ε_2 (βλ. ἔναντι σχῆμα). Ἐκ τινος σημείου τῆς μιᾶς εὐθείας, π.χ., τοῦ σημείου A τῆς εὐθείας ε_2, φέρομεν τὴν εὐθεῖαν AB, κάθετον ἐπὶ τὴν ε_1, σχηματιζομένου, οὕτω, τοῦ ὀρθογωνίου τριγώνου OAB.



Αἱ τριγωνομετρικαὶ συναρτήσεις τῆς γωνίας α ὁρίζονται τῇ βοηθείᾳ τοῦ τριγώνου OAB.

Ὡς ***ἡμίτονον*** τῆς γωνίας α ὁρίζομεν τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι τῆς γωνίας καθέτου πλευρᾶς AB πρὸς τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης OA. Ἤτοι

$$\boxed{\eta\mu\,\alpha = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτεινούσης}}} \qquad \text{ἢ} \qquad \eta\mu\,\alpha = \frac{AB}{OA}$$

Τὸ ***συνημίτονον*** ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς προσκειμένης πρὸς τὴν γωνίαν καθέτου πλευρᾶς OB πρὸς τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης OA. Ἤτοι

$$\boxed{\sigma\upsilon\nu\,\alpha = \frac{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς ὑποτεινούσης}}} \qquad \text{ἢ} \qquad \sigma\upsilon\nu\,\alpha = \frac{OB}{OA}$$

Ἡ ***ἐφαπτομένη*** τῆς γωνίας α ὁρίζεται ὡς τὸ πηλίκον τοῦ μήκους τῆς ἀπέναντι καθέτου πλευρᾶς AB πρὸς τὸ μῆκος τῆς ἄλλης καθέτου πλευρᾶς OB. Ἤτοι

$$\boxed{\varepsilon\varphi\,\alpha = \frac{\text{μῆκος τῆς ἀπέναντι καθέτου}}{\text{μῆκος τῆς προσκειμένης καθέτου}}} \qquad \text{ἢ} \qquad \varepsilon\varphi\,\alpha = \frac{AB}{OB}$$

Ἐκ τῶν ἀνωτέρω ὁρισμῶν προκύπτουν τὰ ἑξῆς:

α) Ἑκάστη κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου ἰσοῦται μὲ τὸ μῆκος τῆς ὑποτεινούσης ἐπὶ τὸ ἡμίτονον τῆς ἀπέναντι γωνίας ἢ ἐπὶ τὸ συνημίτονον τῆς προσκειμένης γωνίας. Ἤτοι

$$AB = OA \cdot \eta\mu\,\alpha$$

καὶ

$$OB = OA \cdot \sigma\upsilon\nu\,\alpha.$$

β) Ἑκάστη κάθετος πλευρὰ ὀρθογωνίου τριγώνου ἰσοῦται μὲ τὸ μῆκος τῆς ἄλλης καθέτου πλευρᾶς ἐπὶ τὴν ἐφαπτομένην τῆς ἀπέναντι γωνίας. Ἤτοι

$$AB = OB \cdot \varepsilon\varphi\,\alpha.$$

Αἱ ἀνωτέρω σχέσεις ἐπιτρέπουν τὴν λύσιν προβλημάτων σχετικῶν μὲ ὀρθογώνια τρίγωνα, ὅταν δίδωνται δύο ἐκ τῶν στοιχείων (π.χ. μία πλευρὰ καὶ μία γωνία) καὶ ζητεῖται τὸ τρίτον.

ΠΙΝΑΞ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Γωνία (μοῖραι)	ημ	συν	εφ
0	0,000	1,000	0,000
1	0,017	0,999	0,017
2	0,035	0,999	0,035
3	0,052	0,999	0,052
4	0,070	0,997	0,070
5	0,087	0,996	0,087
6	0,105	0,994	0,105
7	0,122	0,993	0,123
8	0,139	0,990	0,140
9	0,156	0,988	0,158
10	0,174	0,984	0,176
11	0,191	0,983	0,194
12	0,208	0,978	0,213
13	0,225	0,974	0,231
14	0,242	0,970	0,249
15	0,259	0,966	0,268
16	0,276	0,961	0,279
17	0,292	0,956	0,297
18	0,309	0,951	0,325
19	0,326	0,945	0,344
20	0,342	0,940	0,364
21	0,358	0,933	0,384
22	0,375	0,928	0,404
23	0,391	0,920	0,424
24	0,407	0,913	0,445
25	0,423	0,907	0,466
26	0,438	0,899	0,488
27	0,454	0,891	0,509
28	0,469	0,883	0,532
29	0,485	0,875	0,554
30	0,500	0,866	0,577
31	0,515	0,857	0,601
32	0,521	0,848	0,625
33	0,545	0,839	0,649
34	0,559	0,829	0,674
35	0,574	0,819	0,700
36	0,588	0,809	0,726
37	0,602	0,799	0,754
38	0,616	0,788	0,781
39	0,629	0,777	0,810
40	0,643	0,766	0,839
41	0,656	0,755	0,869
42	0,669	0,743	0,900
43	0,682	0,731	0,932
44	0,700	0,713	0,983
45	0,707	0,707	1,000
46	0,719	0,695	1,035
47	0,731	0,682	1,072
48	0,743	0,669	1,111
49	0,755	0,656	1,150
50	0,766	0,643	1,192
51	0,777	0,629	1,235
52	0,788	0,616	1,280
53	0,799	0,602	1,327
54	0,809	0,588	1,376
55	0,819	0,574	1,428
56	0,829	0,559	1,483
57	0,839	0,545	1,540
58	0,848	0,530	1,600
59	0,857	0,515	1,664
60	0,866	0,500	1,732
61	0,875	0,485	1,804
62	0,883	0,469	1,881
63	0,891	0,454	1,963
64	0,899	0,438	2,050
65	0,906	0,423	2,144
66	0,914	0,407	2,246
67	0,920	0,391	2,356
68	0,927	0,375	2,475
69	0,934	0,358	2,605
70	0,940	0,342	2,747
71	0,946	0,326	2,904
72	0,951	0,309	3,078
73	0,956	0,292	3,271
74	0,961	0,276	3,487
75	0,966	0,259	3,732
76	0,970	0,242	4,010
77	0,974	0,225	4,331
78	0,978	0,208	4,705
79	0,982	0,191	5,145
80	0,985	0,174	5,671
81	0,988	0,156	6,314
82	0,990	0,139	7,115
83	0,992	0,122	8,144
84	0,994	0,104	9,514
85	0,996	0,087	11,430
86	0,998	0,070	14,301
87	0,999	0,052	19,081
88	0,999	0,035	28,636
89	0,999	0,017	57,290
90	1,000	0,000	∞

ΟΔΗΓΙΑΙ ΔΙΑ ΤΗΝ ΛΥΣΙΝ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Μία ἄσκησις Φυσικῆς δύναται, βεβαίως, νὰ λυθῇ κατὰ διαφόρους τρόπους. Εἰς τὰ κατωτέρω ὑποδεικνύεται τρόπος, ὁ ὁποῖος ἐξοικονομεῖ, κατὰ τὸ δυνατόν, χρόνον, περιορίζει δέ, σημαντικώτατα, τὸν κίνδυνον σφαλμάτων.

Ὁ τρόπος οὗτος ἀκολουθεῖ τὴν ἑξῆς σειράν:

1) Εἰς ὅσας ἀσκήσεις ἀπαιτεῖται κατασκευάζομεν σχέδιον, σημειοῦντες ἐπ' αὐτοῦ, διὰ συμβόλων, ὅλα τὰ διδόμενα καθὼς καὶ τὰ ζητούμενα μεγέθη.

2) Λύομεν τὴν ἄσκησιν χρησιμοποιοῦντες σύμβολα, ἀντὶ τῶν ἀριθμητικῶν τιμῶν τῶν διαφόρων μεγεθῶν. Τὸ μέρος τοῦτο τῆς ἀσκήσεως θεωρεῖται περατωθέν, ὅταν καταλήξωμεν εἰς τελικὸν τύπον, εἰς τὸ ἀριστερὸν μέλος τοῦ ὁποίου νὰ εὑρίσκεται μόνον τὸ ζητούμενον μέγεθος, εἰς δὲ τὸ δεξιὸν μόνον τὰ μεγέθη, τὰ ὁποῖα δίδονται.

3) Ἐκλέγομεν τὸ σύστημα μονάδων, τὸ ὁποῖον πρόκειται νὰ χρησιμοποιήσωμεν. Ἀσκήσεις, εἰς τὰς ὁποίας παρουσιάζεται καὶ ἡ μᾶζα, ἐνδείκνυται νὰ λύωνται εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*

4) Μετατρέπομεν ὅλας τὰς τιμὰς τῶν διδομένων μεγεθῶν εἰς τὸ σύστημα, τὸ ὁποῖον ἐξελέξαμεν. Μεγάλως εὐκολύνονται οἱ ὑπολογισμοὶ ἐὰν ἐκφράσωμεν τὰς ἀριθμητικὰς τιμὰς μὲ δυνάμεις τοῦ 10. Οὕτω, ἀντὶ νὰ γράψωμεν, π.χ., $l=0{,}00004\ cm$, γράφομεν $l=4\cdot 10^{-5}\ cm$, ἢ, ἀντὶ νὰ γράψωμεν, $t=87000\ sec$ γράφομεν $t=8{,}7\cdot 10^4\ sec$.

5) Ἤδη, εἴμεθα, πλέον, ἕτοιμοι διὰ ν' ἀντικαταστήσωμεν τὰς ἀριθμητικὰς τιμὰς εἰς τὸν τελικὸν τύπον· ἀντικαθιστῶμεν καὶ ἐκτελοῦμεν τὰς πράξεις. Ἡ ἄσκησις ἐπερατώθη ὅταν ἡ τελικὴ ἀπάντησις, τὴν ὁποίαν θὰ δώσωμεν, ἔχει τὴν μορφήν, π.χ.,

$$\underline{l=1{,}5\ m} \quad ἢ \quad \underline{t=26{,}4 sec}$$

καὶ ὄχι

$$l=\frac{3}{2}\ m \quad ἢ \quad t=\sqrt{696{,}96}\ sec.$$

Εἰς τ' ἀνωτέρω τονίζεται ὅτι, πρὸς ἀποφυγὴν σφαλμάτων κατὰ τὴν λύσιν μιᾶς ἀσκήσεως, πρέπει ἀφ' ἑνὸς μὲν νὰ χρησιμοποιοῦνται σύμβολα, ἀφ' ἑτέρου δὲ νὰ μετατρέπωνται ἀ π α ρ α ι τ ή τ ω ς ὅλα τὰ δεδομένα εἰς μονάδας τοῦ α ὐ τ ο ῦ συστήματος. Ποῖον σύστημα θὰ χρησιμοποιήσωμεν εἶναι ἀδιάφορον καί, συνήθως, ἡ ἐκλογὴ τοῦ συστήματος ἀφήνεται εἰς τὸν λύοντα τὴν ἄσκησιν.

Εἰς τὰ κατωτέρω θὰ λύσωμεν μίαν ἄσκησιν χωρὶς νὰ λάβωμεν ὑπ' ὄψιν τὰς ἀνωτέρω ὁδηγίας (ἐσφαλμένος τρόπος λύσεως τοῦ προβλήματος).

Ἄσκησις : Κινητὸν ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καί, ἐπιταχυνόμενον μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν $1\ cm/sec^2$, διανύει διάστημα $100\ m$. Ζητεῖται ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν θὰ ἔχῃ τὸ κινητὸν εἰς τὸ τέλος τῆς διαδρομῆς του.

Λύσις : Ἐφ' ὅσον τὸ κινητὸν ἐκκινεῖ ἐκ τῆς ἠρεμίας καὶ κινεῖται μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν σημαίνει ὅτι ἐκτελεῖ ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος. Συνεπῶς θὰ ἐφαρμόσωμεν τοὺς τύπους

$$v=\gamma\cdot t \quad \text{καὶ} \quad s=\frac{1}{2}\gamma\cdot t^2$$

ὁπότε θὰ λάβωμεν

$$v=1\cdot t=t \qquad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad 100=\frac{1}{2}\cdot 1\cdot t^2=\frac{t^2}{2} \qquad (2)$$

Ἀπὸ τὸν τύπον (2) λαμβάνομεν διὰ τὴν τιμὴν τοῦ χρόνου t

$$t=\sqrt{2\cdot 100}=\sqrt{200}.$$

Ἀντικαθιστῶντες τὴν τιμὴν ταύτην τοῦ t εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν

$$v = \sqrt{200} = 14,1.$$

Παρατηροῦμεν ὅτι 1) δὲν γνωρίζομεν τὰς μονάδας εἰς τὰς ὁποίας ἐκφράζεται ἡ ὑπολογισθεῖσα ταχύτης (δηλ. cm/sec, m/sec...). 2) Ἡ ἀριθμητικὴ τιμὴ εἶναι ἐσφαλμένη· ὅπως ἐλέγχεται ἐὰν τὸ πρόβλημα λυθῇ κατὰ τὸν ὀρθὸν τρόπον (βλ. κατωτέρω). 3) Ἀνεξαρτήτως τῶν ἀνωτέρω ἡ ἐξίσωσις

$$v = t$$

εἶναι, ἀναγκαστικῶς, ἐσφαλμένη, διότι ἐξισώνει δύο φυσικὰ μεγέθη ἐντελῶς διάφορα.

Ὁ ὀρθὸς τρόπος λύσεως τῆς ἀσκήσεως εἶναι ὁ ἑξῆς :

1) Συμβολίζομεν τὴν ἐπιτάχυνσιν διὰ τοῦ γ, τὸ διάστημα διὰ τοῦ s, τὴν ταχύτητα διὰ τοῦ v καὶ τὸν χρόνον διὰ τοῦ t, ὁπότε ἔχομεν ὡς δεδομένα μὲν τὰ

$$\gamma = 1\ cm/sec^2 \quad \text{καὶ} \quad s = 100\ m$$

καὶ ὡς ζητούμενον τὴν ταχύτητα v.

2) Ἐφ' ὅσον τὸ κινητὸν ἐκτελεῖ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην ἄνευ ἀρχικῆς ταχύτητος, θὰ χρησιμοποιήσωμεν τοὺς τύπους

$$v = \gamma \cdot t \quad \text{καὶ} \quad s = \frac{1}{2}\gamma \cdot t^2.$$

Εἰς τὸ σύστημα τῶν δύο αὐτῶν ἐξισώσεων γνωστὰ εἶναι τὰ γ καὶ s, ἄγνωστα δὲ τὰ v καὶ t. Ἔχομεν, συνεπῶς, σύστημα δύο ἐξισώσεων μὲ δύο ἀγνώστους, τὸ ὁποῖον, κατ' ἀρχήν, λύεται. Ἀπαλείφοντες τὸ μὴ ζητούμενον ἄγνωστον t λαμβάνομεν

$$s = \frac{1}{2}\gamma \cdot \frac{v^2}{\gamma^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{\gamma}.$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου λαμβάνομεν διὰ τὴν ζητουμένην ταχύτητα v τὸν τύπον

$$v = \sqrt{2\gamma \cdot s} \tag{3}$$

Ὁ τύπος οὗτος εἶναι ὁ τελικὸς τύπος, δεδομένου ὅτι εἰς τὸ ἀριστερὸν μέλος αὐτοῦ εὑρίσκεται μόνον τὸ ζητούμενον μέγεθος v, εἰς δὲ τὸ δεξιὸν μόνον τὰ μεγέθη γ καὶ s, τὰ ὁποῖα δίδονται.

3) Ἐκλέγομεν τὸ σύστημα μονάδων. Ἔστω τοῦτο τὸ $C.G.S.$

4) Ἐκφράζομεν ὅλα τὰ δεδομένα εἰς τὸ σύστημα $C.G.S.$, ὁπότε ἔχομεν $\gamma = 1\ cm/sec^2$, $s = 100\ m = 10000\ cm = 10^4\ cm$.

5) Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τὸν τελικὸν τύπον (3) καὶ λαμβάνομεν

$$v = \sqrt{2 \cdot 1 \cdot 10^4}\ \sqrt{\frac{cm}{sec^2} \cdot cm} = \sqrt{2 \cdot 10^4}\ \sqrt{\frac{cm^2}{sec^2}} = 10^2 \cdot \sqrt{2}\ \frac{cm}{sec} = 100 \cdot 1,4\ \frac{cm}{sec} =$$

$$= 140\ \frac{cm}{sec}.$$ Τὸ ὀρθὸν ἀποτέλεσμα, λοιπόν, εἶναι

$$\underline{v = 140\ \frac{cm}{sec}} \quad \text{ἢ} \quad \underline{v = 1,4\ \frac{m}{sec}}.$$

Εἰς τὰς κατωτέρω λυομένας ἀσκήσεις συνιστᾶται καὶ ἡ σχολαστικὴ παρακολούθησις τῆς ἐκτελέσεως τῶν διαδοχικῶν ἀριθμητικῶν πράξεων, αἱ ὁποῖαι ὑποδεικνύονται κατὰ τρόπον, ὁ ὁποῖος ἐλαττώνει σημαντικῶς τὸν κίνδυνον σφαλμάτων. Ὁ ἐκ πρώτης ὄψεως ὑπερβολικὸς ἀριθμὸς τῶν μελῶν τῆς πολλαπλῆς ἐξισώσεως ὡρισμένων ἀσκήσεων εἶναι ἀπαραίτητος διότι, ἀφ' ἑνὸς μὲν ἐλαττώνει σημαντικῶς τὸν διανοητικὸν κόπον, ἀφ' ἑτέρου δὲ ἐπιτρέπει τὸν ταχὺν καὶ ἀσφαλῆ ἔλεγχον τῆς ὀρθότητος τοῦ ἀποτελέσματος.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΛΥΣΕΩΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Εἰς τὰ κατωτέρω λύονται αἱ ἀσκήσεις ἐκεῖναι, αἱ ὁποῖαι ἐντὸς τοῦ κειμένου φέρουν τὸ σύμβολον ⊙.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κατηγορία Β΄. Ἄσκησις 1η (σ. 10).

Ἐπειδὴ τὸ μεταλλικὸν φύλλον ἔχει σχῆμα ὀρθογωνίου παραλληλογράμμου τὸ ἐμβαδὸν S τῆς ἐπιφανείας του θὰ εὑρίσκεται διὰ τοῦ γνωστοῦ τύπου τῆς Γεωμετρίας

$$S = l_1 \cdot l_2 \qquad (1)$$

εἰς τὸν ὁποῖον l_1 θὰ εἶναι, π.χ., τὸ μῆκος τοῦ φύλλου καὶ l_2 τὸ πλάτος αὐτοῦ. Δίδονται: $l_1 = 29{,}93\ cm$ καὶ $l_2 = 30{,}08\ cm$ καὶ ζητεῖται τὸ ἐμβαδὸν S εἰς m^2, cm^2, mm^2.

α) Διὰ νὰ λάβωμεν τὸ ἐμβαδὸν εἰς m^2 μετατρέπομεν τὰς δοθείσας τιμὰς τῶν l_1 καὶ l_2 εἰς m. Πρὸς τοῦτο, διὰ ν' ἀποφύγωμεν πιθανὰ σφάλματα, χρησιμοποιοῦμεν τὴν ἁπλῆν μέθοδον τῶν τριῶν:

$$\begin{array}{ccc} 100\ cm & = & 1\ m \\ 29{,}93\ cm & & x\,; \\ \hline \end{array}$$

$$x = \frac{1 \cdot 29{,}93}{100}\ m = 0{,}2993\ m.$$

Ἤτοι εἶναι $l_1 = 0{,}2993\ m = 2{,}993 \cdot 10^{-1}\ m$.

Ὁμοίως, διὰ τῆς αὐτῆς μεθόδου εὑρίσκομεν ὅτι $l_2 = 0{,}3008\ m = 3{,}008 \cdot 10^{-1}\ m$.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν

$$S = 2{,}993 \cdot 10^{-1} \cdot 3{,}008 \cdot 10^{-1}\ m^2.$$

ἢ

$$S = 9{,}002944 \cdot 10^{-2}\ m^2.$$

Στρογγυλοποιοῦμεν τὸ ἀποτέλεσμα εἰς $9{,}003\ m^2$ καί, κατὰ προσέγγισιν, γράφομεν

$$\underline{S = 9 \cdot 10^{-2}\ m^2},$$

δεδομένου ὅτι, τὰ παραλειφθέντα δεκαδικὰ ψηφία δὲν ἀλλοιώνουν, πρακτικῶς, τὸ ἀποτέλεσμα.

β) Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν εἰς cm^2 ἀντικαθιστῶμεν εἰς τὸν τύπον (1) τὰς τιμὰς τῶν l_1 καὶ l_2 ὡς δίδονται, ὁπότε λαμβάνομεν

$$S = 900{,}2944\ cm^2$$

ἢ

$$\underline{S = 900{,}3\ cm^2.}$$

γ) Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ ἐμβαδὸν εἰς mm^2 μετατρέπομεν τὰς τιμὰς τῶν l_1 καὶ l_2 εἰς mm καὶ ἀντικαθιστῶμεν αὐτὰς εἰς τὸν τύπον (1).

δ) Τέλος ἡ ἐπὶ τοῖς ἑκατὸν διαφορὰ τοῦ εὑρεθέντος ἐμβαδοῦ $S = 900{,}3\ cm^2$ ἔναντι τοῦ ἐμβαδοῦ $S' = 900\ cm^2$, ἡ ὁποία ἐκφράζει τὸ καλούμενον ***σχετικὸν σφάλμα σ***, εὑρίσκεται ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ:

$$\textit{σχετικὸν σφάλμα} = \frac{\textit{διαφορὰ τῶν δύο μεγεθῶν}}{\textit{εὑρεθὲν μέγεθος}}$$

Ἤτοι

$$\sigma = \frac{S - S'}{S}.$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον αὐτὸν τὰ σύμβολα διὰ τῶν τιμῶν των εὑρίσκομεν

$$\sigma = \frac{900{,}3 - 900}{900{,}3} = 0{,}3 \cdot 10^{-3},$$

τὸ ὁποῖον γράφεται καὶ ὑπὸ τὴν μορφὴν

$$\sigma = 0{,}3\ ^0/_{00} \quad \text{ἢ καὶ} \quad \underline{\sigma = 0{,}03\ ^0/_0}.$$

Κατηγορία Β΄. Ἄσκησις 2α (σ. 10).

Ἡ ἄσκησις θὰ λυθῇ τῇ βοηθείᾳ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι,

ὁλόκληρον τὸ φύλλον, βάρους B, ἔχει ἐμβαδὸν S

τὸ ἀποκοπὲν τεμάχιον, βάρους β, πόσον ἐμβαδὸν S' θὰ ἔχῃ;

Ἡ ἁπλῆ μέθοδος τῶν τριῶν δίδει

$$S' = S \cdot \frac{\beta}{B} \tag{1}$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Δίδονται: $S = 1 \cdot 2\ m^2 = 2\ m^2$, $\beta = 0{,}8\ kgr^*$ καὶ $B = 10$ ὀκάδες. Μετατρέπομεν τὰς ὀκάδας εἰς kgr^* καὶ εὑρίσκομεν $B = 12{,}8\ kgr^*$.

Ἀντικαθιστῶμεν εἰς τὸν τύπον (1) ὁπότε λαμβάνομεν

$$S' = 2 \cdot \frac{0{,}8}{12{,}8}\ m^2 \cdot \frac{kgr^*}{kgr^*} = \frac{1{,}6}{12{,}8}\ m^2$$

ἢ

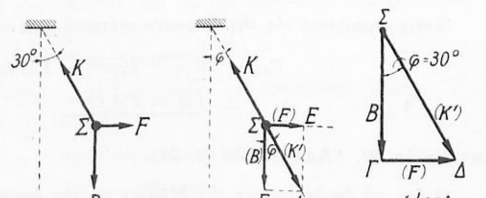
$$\underline{S' = 0{,}125\ m^2}.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Α΄ — ΣΤΑΤΙΚΗ

Κατηγορία Α΄. Ἄσκησις 1η (σ. 25).

α) Ἐπὶ τῆς σφαίρας Σ ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς τρεῖς δυνάμεις: 1) Τὸ βάρος της B, 2) ἡ δύναμις F καὶ 3) ἡ δύναμις K, ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ νήματος.

β) Ἐφ' ὅσον ἡ σφαῖρα ἰσορροπεῖ πρέπει αἱ ἐπ' αὐτῆς ἐξασκούμεναι δυνάμεις B, F καὶ K νὰ ἰσορροποῦν. Διὰ νὰ συμβαίνῃ τοῦτο πρέπει ἡ συνισταμένη δύο ἐξ αὐτῶν νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν τρίτην — π.χ. ἡ συνισταμένη K' τῶν δύο δυνάμεων B καὶ F νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν K (2ον σχέδιον). Φέρομεν τὴν εὐθεῖαν $\Sigma\Delta$ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τῆς K καὶ ἐκ τοῦ πέρατος Γ τῆς δυνάμεως B, τὴν $\Gamma\Delta$ παράλληλον πρὸς τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F. Ἀκολούθως ἀπὸ τὸ σημεῖον Δ φέρομεν τὴν εὐθεῖαν ΔE παράλληλον πρὸς τὴν $\Sigma\Gamma$. Προφανῶς ἡ διαγώνιος $\Sigma\Delta$ τοῦ σχηματισθέντος παραλληλογράμμου εἶναι ἡ συνισταμένη K' τῶν δύο δυνάμεων B καὶ F, ἡ ὁποία εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν K.



Διὰ νὰ εὕρωμεν τὰ μέτρα τῶν δυνάμεων F καὶ K σχεδιάζομεν εἰς τὸ τρίτον σχέδιον τὸ βάρος B ὑπὸ κλίμακα (π.χ. $1\ kgr^*$ ν' ἀντιστοιχῇ εἰς μῆκος $20\ mm$). Ἐπειδὴ τὸ βάρος εἶναι ἴσον πρὸς $1\ kgr^*$, σχεδιάζομεν μῆκος $20\ mm$. Ἀκολούθως συμπληρώνομεν τὸ τρίγωνον $ΣΓΔ$ καὶ ἐπὶ τοῦ σχεδίου μετροῦμεν, δι' ὑποδεκαμέτρου, τὰ μήκη $ΓΔ$ καὶ $ΣΔ$. Οὕτω εὑρίσκομεν

$$ΓΔ = 11{,}6\ mm \quad \text{καὶ} \quad ΣΔ = 23{,}2\ mm.$$

Συνεπῶς, ἀφοῦ $1\ kgr^*$ ἀντιστοιχεῖ εἰς $20\ mm$, εἶναι

$$\underline{F = 0{,}58\ kgr^*} \quad \text{καὶ} \quad \underline{K = 1{,}16\ kgr^*.}$$

γ) Ἐκ τοῦ τριγώνου $ΣΓΔ$ λαμβάνομεν τὰς δύο ἐξισώσεις

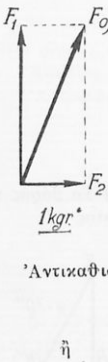
$$F = B \cdot εφ\,φ \quad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad K' = K = \frac{B}{συν\,φ} \qquad (2)$$

Τὴν $εφ\,φ = εφ\,30^0$ καὶ τὸ $συν\,φ = συν\,30^0$ λαμβάνομεν ἐκ τοῦ πίνακος τῆς σελίδος 237. Οὕτω, εὑρίσκομεν $εφ\,30^0 = 0{,}577$ καὶ $συν\,30^0 = 0{,}866$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τοὺς τύπους (1) καὶ (2) λαμβάνομεν

$$F = 1 \cdot 0{,}577\ kgr^* = 0{,}577\ kgr^* = 0{,}58\ kgr^* \quad \text{καὶ} \quad K = \frac{1}{0{,}866}\ kgr^* = 1{,}155\ kgr^*.$$

Κατηγορία Α΄. Ἄσκησις 2α (σ. 25).

α) Σχεδιάζομεν, ὅπως καὶ προηγουμένως, τὰς δύο δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ὑπὸ κλίμακα, (π.χ., $1\ kgr^*$ ν' ἀντιστοιχῇ εἰς $5\ mm$). Οὕτω λαμβάνομεν μῆκος $25\ mm$ διὰ τὴν F_1 καὶ $10\ mm$ διὰ τὴν F_2. Διὰ τῆς μεθόδου τοῦ παραλληλογράμμου εὑρίσκομεν τὴν συνισταμένην $F_{ολ}$ τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2. Τὸ μῆκος αὐτῆς, μετρούμενον, εὑρίσκεται ἴσον πρὸς $27\ mm$. Συνεπῶς τὸ μέτρον τῆς συνισταμένης $F_{ολ}$ θὰ εἶναι ἴσον πρὸς



$$\underline{F_{ολ} = 5{,}4\ kgr^*.}$$

β) Τὸ μέτρον τῆς συνισταμένης $F_{ολ}$ ὑπολογίζεται κατὰ τὸ γνωστὸν θεώρημα τοῦ Πυθαγόρα εἰς

$$F_{ολ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}.$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην λαμβάνομεν διὰ τὴν συνισταμένην

$$F_{ολ} = \sqrt{5^2 + 2^2}\ \sqrt{kgr^{*2}} = \sqrt{29}\ kgr^*$$

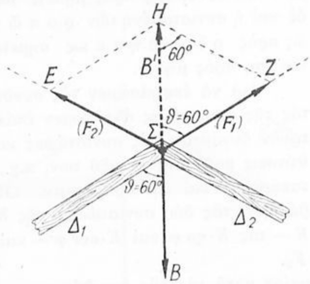
ἢ

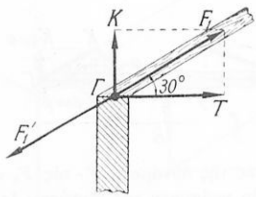
$$\underline{F_{ολ} = 5{,}4\ kgr^*.}$$

Κατηγορία Β΄. Ἄσκησις 2α (σ. 26).

α) Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν μὲ τὴν ὁποίαν συμπιέζεται ἑκάστη δοκὸς ἐξετάζομεν τὸ σημεῖον $Σ$ τῆς ἐπαφῆς τῶν δύο δοκῶν (1ον σχέδιον τῆς ἑπομένης σελίδος): Ἐπὶ τοῦ σημείου $Σ$ ἐξασκοῦνται τρεῖς δυνάμεις: 1) Τὸ βάρος B τοῦ φορτίου. 2) Ἡ δύναμις F_1 ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς δοκοῦ $Δ_1$ κατὰ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς καὶ 3) ἡ δύναμις F_2 ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς δοκοῦ $Δ_2$ κατὰ τὴν διεύθυνσιν αὐτῆς. Ἐφ' ὅσον τὸ σημεῖον $Σ$ ἰσορροπεῖ πρέπει ἡ συνισταμένη B' τῶν δύο δυνάμεων F_1 καὶ F_2 νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν τρίτην δύναμιν B.

Σχεδιάζομεν τὴν B' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν B καὶ ἐκ τοῦ πέρατος αὐτῆς φέρομεν παραλλήλους πρὸς τὰς διευθύνσεις τῶν δοκῶν $Δ_1$ καὶ $Δ_2$. Οὕτω λαμβάνομεν τὰς δυνάμεις F_1 καὶ F_2. Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει ὅτι, ἡ γωνία ϑ εἶναι ἴση πρὸς 60^0. Συνεπῶς καὶ ἑκάστη τῶν γωνιῶν $ΖΣΗ$ καὶ $ΕΣΗ$ εἶναι ἴση πρὸς 60^0. Κατ' ἀκολουθίαν καὶ ἡ γωνία $ΣΗΖ$, ὡς ἐντὸς ἐναλλὰξ πρὸς τὴν $ΕΣΗ$, εἶναι καὶ αὐτὴ ἴση πρὸς 60^0. Συνεπῶς τὸ τρίγωνον $ΣΖΗ$ εἶναι ἰσόπλευρον - ἄρα αἱ δυνάμεις F_1 καὶ F_2





εἶναι ἴσαι μεταξύ των καὶ πρὸς τὴν τρίτην δύναμιν B. Ἤτοι εἶναι

$$F_1 = F_2 = 1 \text{ τόννος.}$$

Αἱ ὑπολογισθεῖσαι δυνάμεις F_1 καὶ F_2 ἐξασκοῦνται ὑπὸ τῶν δοκῶν ἐπὶ τοῦ σημείου $Σ$ τῆς ἐπαφῆς αὐτῶν. Κατὰ τὸ ἀξίωμα, ὅμως, «δρᾶσις=ἀντίδρασις» καὶ τὸ σημεῖον ἐπαφῆς θὰ ἐξασκῇ ἐκὶ ἑκάστης δοκοῦ ἴσην καὶ ἀντίθετον δύναμιν. Συνεπῶς ἑκάστη δοκὸς θὰ συμπιέζεται ὑπὸ δυνάμεως *1 τόννου.*

β) ΠΡΟΣΟΧΗ! Τὸ ἐρώτημα τοῦτο νὰ διορθωθῇ ὡς ἑξῆς: β) ***«ἡ δύναμις Τ, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ χαλυβδίνη διάτονος ῥάβδος ἐπὶ ἑκάστης τῶν δοκῶν».***

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν T σχεδιάζομεν δεύτερον σχῆμα εἰς τὸ ὁποῖον παρατηροῦμεν ὅτι, ἐπὶ τοῦ κοινοῦ σημείου ἐπαφῆς $Γ$ τῆς ῥάβδου, τῆς δοκοῦ καὶ τοῦ τοίχου ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς τρεῖς δυνάμεις: 1) Ἡ δύναμις F_1' ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς δοκοῦ καὶ ἡ ὁποία εἶναι ἴση μὲ τὴν δύναμιν F_1. 2) Ἡ δύναμις K ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ τοίχου κατακορύφως πρὸς τὰ ἄνω καὶ 3) ἡ δύναμις T ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τῆς διατόνου ῥάβδου.

Ἐφ' ὅσον τὸ σημεῖον $Γ$ ἰσορροπεῖ πρέπει αἱ ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκούμεναι δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν. Συνεπῶς ἡ συνισταμένη F_1 τῶν δύο δυνάμεων T καὶ K πρέπει νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν τρίτην δύναμιν F_1'.

Δι' ἐντελῶς ἀναλόγων συλλογισμῶν, ὡς εἰς τὴν περίπτωσιν (α), εὑρίσκομεν τὰς δυνάμεις T καὶ K. Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει ὅτι

$$T = F_1 \cdot \text{συν } 30^0.$$

Ἐκ τοῦ πίνακος τῆς σελίδος 237 λαμβάνομεν $\text{συν } 30^0 = 0{,}866$. Ἐπειδὴ ἡ δύναμις F_1 εἶναι ἴση πρὸς *1 τόννον* ἔχομεν

$$T = 1 \cdot 0{,}866 \text{ τόννοι} = 0{,}866 \text{ τόννοι.}$$

ἢ

$$\underline{T = 866 \ kgr^*.}$$

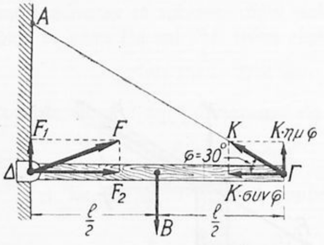
Κατηγορία Β'. Ἄσκησις 3η (σ. 26).

ΠΡΟΣΟΧΗ! Τὸ ἐρώτημα (α) τῆς ἀσκήσεως ταύτης νὰ διορθωθῇ ὡς ἑξῆς: α) ***«ἡ δύναμις Κ, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ σχοινίον ΑΓ ἐπὶ τῆς δοκοῦ».***

Ἐπὶ τῆς δοκοῦ (βλ. ἑπομένην σελίδα) ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς τρεῖς δυνάμεις: 1) Τὸ βάρος B τοῦ φορτίου. 2) Ἡ δύναμις K, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ σχοινίον εἰς τὸ σημεῖον $Γ$ τῆς δοκοῦ καὶ 3) ἡ δύναμις F, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ ἄρθρωσις καὶ τῆς ὁποίας ἡ διεύθυνσις, πρὸς τὸ παρόν, εἶναι ἄγνωστος.

Ἐφ' ὅσον ἡ δοκὸς ἰσορροπεῖ πρέπει αἱ τρεῖς αὗται δυνάμεις νὰ ἰσορροποῦν.

Διὰ νὰ συμβαίνῃ τοῦτο πρέπει ἀφ' ἑνὸς μὲν ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν αὐτῶν δυνάμεων νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, ἀφ' ἑτέρου δὲ καὶ ἡ συνισταμένη τῶν ῥ ο π ῶ ν αὐτῶν ὡς πρὸς ο ἱ ο ν δ ή π ο τ ε σημεῖον νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν.



Διὰ νὰ ἐκφράσωμεν τὰς συνθήκας αὐτὰς τῆς ἰσορροπίας ἀναλύομεν ἑκάστην τῶν τριῶν δυνάμεων εἰς συνιστώσας κατὰ διευθύνσεις καθέτους μεταξύ των, π.χ., τὴν κατακόρυφον καὶ τὴν ὁριζοντίαν. Οὕτω λαμβάνομεν τὰς δύο συνιστώσας τῆς δυνάμεως K — τὰς $K \cdot \eta\mu\,\varphi$ καὶ $K \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi$ — καὶ τὰς δύο συνιστώσας τῆς δυνάμεως F - τὰς F_1 καὶ F_2.

Ἤδη γράφομεν τὰς ἐξισώσεις ἰσορροπίας κατὰ τὰς δύο διευθύνσεις:

$$F_1 - B + K \cdot \eta\mu\,\varphi = 0 \qquad (1)$$

καὶ

$$F_2 + 0 - K \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi = 0 \qquad (2)$$

Τὰς ῥοπὰς ὑπολογίζομεν ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Δ τῆς ἀρθρώσεως, ὁπότε ἔχομεν

$$F_1 \cdot 0 + B \cdot \frac{l}{2} - K \cdot \eta\mu\,\varphi \cdot l = 0 \qquad (3)$$

καὶ

$$F_2 \cdot 0 + K \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi \cdot 0 = 0 \qquad (4)$$

Ἤδη τὸ πρόβλημα, κατ' ἀρχήν, ἐλύθη, διότι ἔχομεν τρεῖς ἀγνώστους — F_1, F_2, K — καὶ σύστημα τριῶν ἐξισώσεων (1), (2), (3). Ἡ τετάρτη ἐξίσωσις (4) οὐδὲν στοιχεῖον μᾶς παρέχει, καθόσον, ἁπλῶς, δηλοῖ ὅτι $0 = 0$).

α) Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν K λύομεν τὴν ἐξίσωσιν (3) ὡς πρὸς K, ὁπότε λαμβάνομεν

$$K = \frac{B}{2 \cdot \eta\mu\,\varphi} \qquad (5)$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ἀντὶ τοῦ B τὸ ἴσον του $10\ kgr^*$ καὶ ἀντὶ τοῦ $\eta\mu\,\varphi$ τὸ ἴσον του $0{,}5$ (διότι $\eta\mu\,30^0 = 0{,}5$ - βλ. πίνακα σ. 237) ἔχομεν

$$K = \frac{10}{2 \cdot 0{,}5}\ kgr^*$$

ἢ

$$\underline{K = 10\ kgr^*.}$$

β) Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1), (2) καὶ (3) λαμβάνομεν

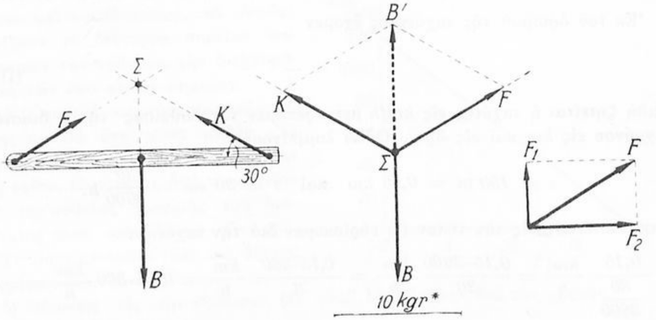
$$F_1 = \frac{B}{2} \quad (6) \qquad \text{καὶ} \qquad F_2 = \frac{B \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi}{2 \cdot \eta\mu\,\varphi} \qquad (7)$$

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὰς συνιστώσας F_1 καὶ F_2 ἀντικαθιστῶμεν εἰς τὰς ἐξισώσεις (6) καὶ (7) τὰ σύμβολα διὰ τῶν τιμῶν των (ἀφοῦ εὕρωμεν ὅτι $\sigma\upsilon\nu\,30^0 = 0{,}866$) καὶ λαμβάνομεν

$$F_1 = \frac{10}{2}\ kgr^* \quad \text{ἢ} \quad \underline{F_1 = 5\ kgr^*} \quad \text{καὶ} \quad F_2 = \frac{10 \cdot 0{,}866}{2 \cdot 0{,}5}\ kgr^* \quad \text{ἢ} \quad \underline{F_2 = 8{,}66\ kgr^*.}$$

γ) Διὰ νὰ εὕρωμεν τὰ αὐτὰ γραφικῶς σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς: Ἡ δοκὸς ἰσορροπεῖ· συνεπῶς αἱ τρεῖς ἐπ' αὐτῆς ἐξασκούμεναι δυνάμεις B, K καὶ F, πρέπει νὰ ἰσορροποῦν. Δηλαδὴ πρέπει α) ἡ συνισταμένη αὐτῶν νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν καὶ β) ἡ συνισταμένη τῶν ῥοπῶν αὐτῶν ὡς πρὸς ο ἱ ο ν δ ή π ο τ ε σημεῖον νὰ εἶναι καὶ αὐτὴ ἴση πρὸς μηδέν. Ὡς σημεῖον ὑπολογισμοῦ τῶν ῥοπῶν ἐκλέγομεν τὸ σημεῖον Σ

τῆς τομῆς τῶν διευθύνσεων τῶν δύο δυνάμεων B καὶ K. Αἱ ῥοπαὶ τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων, ὡς πρὸς τὸ σημεῖον Σ, εἶναι ἴσαι πρὸς μηδέν, διότι αἱ διευθύνσεις των



διέρχονται διὰ τοῦ σημείου τούτου. Ἀφοῦ (ὡς εἴπομεν ἀνωτέρω) ἡ συνισταμένη τῶν ῥοπῶν τῶν τριῶν δυνάμεων πρέπει νὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν, εὕρομεν δὲ ὅτι αἱ ῥοπαὶ τῶν δύο δυνάμεων B καὶ K εἶναι μηδέν, ἕπεται ὅτι καὶ ἡ ῥοπὴ τῆς τρίτης δυνάμεως F, ὡς πρὸς τὸ αὐτὸ σημεῖον Σ, πρέπει νὰ εἶναι καὶ αὐτὴ ἴση πρὸς μηδέν. Ἑπομένως ἡ διεύθυνσις τῆς δυνάμεως F θὰ διέρχεται διὰ τοῦ σημείου τούτου.

Ἤδη, ἀφοῦ εὕρομεν καὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς δυνάμεως F δυνάμεθα νὰ σχεδιάσωμεν τὴν δύναμιν B καὶ τὰς διευθύνσεις τῶν δυνάμεων F καὶ K. Πρὸς τοῦτο σχεδιάζομεν τὴν δύναμιν B ὑπὸ κλίμακα (π.χ. *1 kgr** ν' ἀντιστοιχῇ εἰς *2 mm*) καὶ τὰς διευθύνσεις τῶν F καὶ K παραλλήλους πρὸς τὰς ἀντιστοίχους τοῦ προηγουμένου σχήματος. Ἀκολούθως φέρομεν τὴν δύναμιν B' ἴσην καὶ ἀντίθετον πρὸς τὴν δύναμιν B καί, ἐκ τοῦ πέρατος αὐτῆς, παραλλήλους πρὸς τὰς δυνάμεις F καὶ K. Οὕτω λαμβάνομεν τὰς δυνάμεις F καὶ K.

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ μέτρον τῆς δυνάμεως K μετροῦμεν τὸ μῆκος τοῦ βέλους, τὸ ὁποῖον εὑρίσκομεν ἴσον πρὸς *20 mm*. Ἐπειδὴ — κατὰ τὴν κλίμακα — *1 kgr** ἀντιστοιχεῖ εἰς *2 mm*, ἕπεται ὅτι τὸ μέτρον τῆς δυνάμεως K θὰ εἶναι ἴσον πρὸς *10 kgr**.

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὰ μέτρα τῶν συνιστωσῶν τῆς δυνάμεως F ἀναλύομεν αὐτὴν εἰς τὰς συνιστώσας της F_1 καὶ F_2 (βλ. 3ον σχέδιον) καί, μετροῦντες τὰ μήκη των, εὑρίσκομεν αὐτά, ἀντιστοίχως, ἴσα πρὸς *10 mm* καὶ *17 mm*. Ἐκ τούτων προκύπτει ὅτι:

$$\underline{F_1 = 5\ kgr^*} \quad \text{καὶ} \quad \underline{F_2 = 8{,}5\ kgr^*}.$$

Κατηγορία Β'. Ἄσκησις 7η (σ. 27).

Ἐπὶ ἠρεμοῦντος αὐτοκινήτου ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς πέντε δυνάμεις: 1) Τὸ βάρος του B καὶ 2) τέσσαρες κατακόρυφοι δυνάμεις, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ὑπὸ τοῦ ἐδάφους ἐπὶ τῶν τεσσάρων τροχῶν καὶ αἱ ὁποῖαι ἔχουν φορὰν πρὸς τὰ ἄνω. Ἐπειδὴ τὸ αὐτοκίνητον ἰσορροπεῖ πρέπει τὸ βάρος του B νὰ εἶναι ἴσον καὶ ἀντίθετον πρὸς τὸ ἄθροισμα τῶν ἐπὶ τῶν τροχῶν ἐξασκουμένων τεσσάρων ἄλλων δυνάμεων. Εἶναι προφανὲς ὅτι, εἴτε μετρήσωμεν συγχρόνως καὶ τὰς τέσσαρας δυνάμεις (δηλ. ἐὰν ἐπὶ τῆς πλάστιγγος στηρίζωνται καὶ οἱ τέσσαρες τροχοὶ τοῦ αὐτοκινήτου), εἴτε μετρήσωμεν αὐτὰς ἀνὰ δύο (δηλ. ἐπὶ τῆς πλάστιγγος στηρίζονται, ἑκάστοτε, μόνον οἱ δύο τροχοὶ) καί, ἀκολούθως, τὰς προσθέσωμεν, θὰ λάβωμεν, καὶ εἰς τὰς δύο περιπτώσεις, τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα - δηλ. τὸ βάρος B τοῦ αὐτοκινήτου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Β' — ΚΙΝΗΜΑΤΙΚΗ

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 1η (σ. 38).

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς ταχύτητος ἔχομεν

$$v = \frac{s}{t} \tag{1}$$

Ἐπειδὴ ζητεῖται ἡ ταχύτης εἰς km/h μετατρέπομεν τὰς δοθείσας τιμὰς διαστήματος καὶ χρόνου εἰς km καὶ εἰς ὥρας. Οὕτω λαμβάνομεν

$$s = 150\ m = 0{,}15\ km \quad \text{καὶ} \quad t = 30\ sec = \frac{30}{3600}\ h.$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (1) εὑρίσκομεν διὰ τὴν ταχύτητα

$$v = \frac{0{,}15}{\frac{30}{3600}}\ \frac{km}{h} = \frac{0{,}15 \cdot 3600}{30}\ \frac{km}{h} = \frac{0{,}15 \cdot 360}{3}\ \frac{km}{h} = 0{,}05 \cdot 360\ \frac{km}{h} =$$

$$= 5 \cdot 10^{-2} \cdot 360\ \frac{km}{h} = 1800 \cdot 10^{-2}\ \frac{km}{h}$$

ἢ

$$\underline{v = 18\ \frac{km}{h}}.$$

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 8η (σ. 38).

α) Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς ἐπιταχύνσεως ἔχομεν

$$\gamma = \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{1}$$

ἔνθα Δv εἶναι ἡ μεταβολὴ τῆς ταχύτητος καὶ Δt ὁ ἀντίστοιχος χρόνος. Θὰ λύσωμεν τὴν ἄσκησιν εἰς τὸ σύστημα $C.G.S.$: Ἐπειδὴ τὰ δεδομένα δίδονται εἰς τὸ σύστημα τοῦτο ἀντικαθιστῶμεν ἀμέσως εἰς τὸν τύπον (1) τὸ Δv διὰ τοῦ ἴσου του

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (45 - 120)\ \frac{cm}{sec} = -75\ \frac{cm}{sec}$$

καὶ τὸ Δt διὰ τοῦ ἴσου του $12\ sec$, ὁπότε λαμβάνομεν διὰ τὴν ἐπιβράδυνσιν

$$\gamma = \frac{-75}{12}\ \frac{\frac{cm}{sec}}{sec}$$

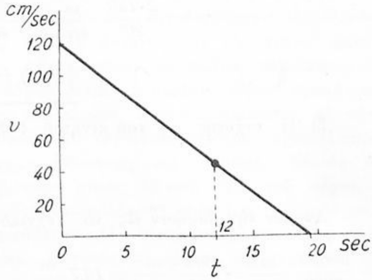
ἢ

$$\underline{\gamma = -6{,}25\ \frac{cm}{sec^2}}$$

β) Ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη, διὰ τὴν ὁποίαν ἰσχύει ὁ τύπος

$$v = v_0 - \gamma \cdot t \tag{2}$$

εἰς τὸν ὁποῖον ἡ ἀρχικὴ ταχύτης v_0 καὶ ἡ ἐπιβράδυνσις γ εἶναι μεγέθη σταθερά. Ἡ ἐξίσωσις αὐτή, ἡ συνδέουσα τὰ δύο μεταβλητὰ μεγέθη v καὶ t, εἶναι ἐξίσωσις πρώτου βαθμοῦ, συνεπῶς θὰ παρίσταται γραφικῶς ὑπὸ εὐθείας γραμμῆς. Διὰ νὰ σχεδιάσωμεν τὸ διάγραμμα τοῦτο λαμβάνομεν ὀρθογώνιον σύστημα ἀξόνων καὶ χαράσσομεν καταλλήλους κλίμακας ταχυτήτων καὶ χρόνων. Διὰ νὰ χαράξωμεν τὴν ζητουμένην εὐθεῖαν, ἀρκεῖ νὰ εὕρωμεν δύο οἱαδήποτε σημεῖα αὐτῆς. Ἐν προκειμένῳ χρησιμοποιοῦμεν τὰς διδομένας τιμὰς $t = 0\ sec$ καὶ $v = 120\ cm/sec$, αἱ ὁποῖαι καθορίζουν τὸ ἕνα σημεῖον καὶ τὰς τιμὰς $t=12\ sec$ καὶ $v=45\ cm/sec$, αἱ ὁποῖαι καθορίζουν τὸ δεύτερον σημεῖον καὶ χαράσσομεν τὴν εὐθεῖαν, τὴν διερχομένην διὰ τῶν δύο αὐτῶν σημείων.



γ) Ὅταν τὸ κινητὸν σταματήσῃ, ἡ ταχύτης του θὰ ἔχῃ γίνει μηδέν. Ἡ χρονικὴ στιγμή, κατὰ τὴν ὁποίαν θὰ συμβῇ τοῦτο, εὑρίσκεται ἀπὸ τὸ σημεῖον τομῆς τῆς εὐθείας γραμμῆς τοῦ διαγράμματος μετὰ τοῦ ἄξονος τῶν χρόνων. Τὸ σημεῖον τοῦτο ἐπί τοῦ ἄξονος τῶν χρόνων δίδει $t=19,2\ sec$.

δ) Θέτοντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2) $v=0$ λαμβάνομεν διὰ τὸν χρόνον

$$t = \frac{v_0}{\gamma}.$$

Ἀντικαθιστῶντες τὸ v_0 διὰ τοῦ ἴσου του $120\ cm/sec$ καὶ τὸ γ διὰ τοῦ ἴσου του $6,25\ cm/sec^2$ (*) λαμβάνομεν

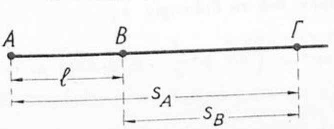
$$t = \frac{120}{6,25}\ \frac{\frac{cm}{sec}}{\frac{cm}{sec^2}}$$

ἢ

$$\underline{t = 19,2\ sec.}$$

Κατηγορία Β΄. Ἄσκησις 5η (σ. 39).

α) Θεωρήσωμεν ὅτι τὰ δύο κινητὰ εὑρίσκονται, ἀντιστοίχως, εἰς τὰς θέσεις A καὶ B, ὅταν ἀπέχουν μεταξύ των κατὰ $l=150\ m$, ἔστω δὲ Γ ἡ θέσις εἰς τὴν ὁποίαν θὰ συναντηθοῦν μετὰ χρόνον $t=20\ sec$. Ἐντὸς τοῦ χρόνου τούτου t τὸ μὲν κινητὸν B ἐξακολουθεῖ νὰ κινῆται ὁμαλῶς — θὰ διανύσῃ, συνεπῶς, τὸ διάστημα $B\Gamma=s_B$ —



ἐνῶ τὸ κινητὸν A, κινούμενον μὲ σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν γ, θὰ διανύσῃ τὸ διάστημα $A\Gamma=s_A$. Ἂν καλέσωμεν v_0 τὴν κοινὴν ἀρχικὴν ταχύτητα τῶν δύο κινητῶν ἔχομεν τὰς ἐξισώσεις

$$s_B = v_0 \cdot t \quad (1) \qquad \text{καὶ} \qquad s_A = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}\cdot \gamma \cdot t^2 \quad (2)$$

Εἰς τὸ σύστημα τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) παρουσιάζονται τρεῖς ἄγνωστοι — οἱ s_B, s_A καὶ γ — καί, συνεπῶς, διὰ νὰ λύσωμεν τὴν ἄσκησιν πρέπει ν' ἀναζητήσωμεν καὶ τρίτην ἐξίσωσιν. Αὕτη προκύπτει ἐκ τοῦ σχήματος, τὸ ὁποῖον δίδει

$$s_A = l + s_B \quad (3)$$

Ἤδη ἐκ τῶν τριῶν ἐξισώσεων (1), (2) καὶ (3) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$\gamma = \frac{2\cdot l}{t^2} \quad (4)$$

Θὰ λύσωμεν τὴν ἄσκησιν εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Δίδονται: $l= 150\ m$, $t=20\ sec$.

(*) Ἐφ' ὅσον χρησιμοποιοῦμεν τὸν τύπον (2) πρέπει ἡ τιμὴ τοῦ γ νὰ λαμβάνεται θετική.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (4) λαμβάνομεν διὰ τὴν ἐπιτάχυνσιν

$$\gamma = \frac{2\cdot 150}{20^2}\ \frac{m}{sec^2} = \frac{300}{400}\ \frac{m}{sec^2} = \frac{3}{4}\ \frac{m}{sec^2}$$

ἢ

$$\underline{\gamma = 0{,}75\ \frac{m}{sec^2}}\,.$$

β) Ἡ ταχύτης v_A τοῦ κινητοῦ A δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$v_A = v_0 + \gamma\cdot t \qquad (5)$$

Λύομεν τὴν ἄσκησιν εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Ἔχομεν: $v_0 = 60\ \frac{km}{h} = \frac{60000}{3600}\ \frac{m}{sec} = \frac{600}{36}\ \frac{m}{sec} = 16{,}7\ \frac{m}{sec}$, $\gamma = 0{,}75\ \frac{m}{sec^2}$ καὶ $t = 20\ sec$.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (5) λαμβάνομεν διὰ τὴν ταχύτητα τοῦ κινητοῦ A

$$v_A = (16{,}7 + 0{,}75\cdot 20)\ \frac{m}{sec}$$

ἢ

$$\underline{v_A = 31{,}7\ \frac{m}{sec}}\,.$$

γ) Ὡς ἀνεφέρθη προηγουμένως, τὸ κινητὸν A ἐκτελεῖ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_0, διανύει δὲ ἐντὸς τοῦ χρόνου t διάστημα s_A παρεχόμενον ὑπὸ τοῦ τύπου (2)

$$s_A = v_0\cdot t + \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot t^2.$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον αὐτὸν λαμβάνομεν διὰ τὸ διάστημα s_A

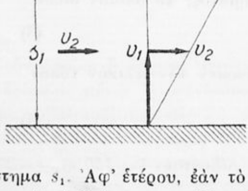
$$s_A = 16{,}7\cdot 20\ \frac{m}{sec}\cdot sec + \frac{1}{2}\ 0{,}75\cdot 20^2\ \frac{m}{sec^2}\cdot sec^2 = \left(334 + \frac{1}{2}\cdot 0{,}75\cdot 400\right) m =$$
$$= (334 + 0{,}75\cdot 200)\ m = (334 + 150)\ m = 484\ m$$

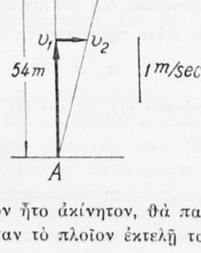
ἢ

$$\underline{s_A = 484\ m.}$$

Κατηγορία Β΄. Ἄσκησις 9η (σ. 40).

Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ταχύτητα τοῦ ποταμοῦ ἐξετάζομεν τὴν κίνησιν τοῦ πλοίου, τὸ ὁποῖον ἐκτελεῖ ταυτοχρόνως δύο κινήσεις, μίαν καθέτως πρὸς τὸν ροῦν μὲ ταχύτητα v_1 καὶ δευτέραν, παράλληλον πρὸς τὸν ροῦν, μὲ ταχύτητα v_2. Ἐὰν τὸ ὕδωρ τοῦ ποταμοῦ δὲν ἐκινῆτο, τὸ πλοῖον θὰ διήνυε τὸ





διάστημα s_1. Ἀφ' ἑτέρου, ἐὰν τὸ πλοῖον ἦτο ἀκίνητον, θὰ παρεσύρετο ὑπὸ τοῦ ποταμοῦ κατὰ τὸ διάστημα s_2. Συνεπῶς, ὅταν τὸ πλοῖον ἐκτελῇ ταυτοχρόνως καὶ τὰς δύο κινήσεις θὰ κινῆται κατὰ τὴν διαγώνιον τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ σχηματιζομένου ὑπὸ τῶν διαστημάτων s_1 καὶ s_2. Ἤδη διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ταχύτητα v_2 πρέπει, ἐκτὸς τῆς διδομένης ταχύτητος v_1 τοῦ πλοίου, νὰ εὕρωμεν καὶ τὴν διεύθυνσιν τῆς ὁλικῆς ταχύτητος. Πρὸς τοῦτο ὑπὸ κλίμακα (π.χ., *10 m* ν' ἀντιστοιχοῦν εἰς *5 mm*) κατασκευάζομεν τὸ δεξιὸν σχῆμα, εἰς τὸ ὁποῖον $AB=s_1$ εἶναι τὸ πλάτος τοῦ ποταμοῦ καὶ $B\Gamma=s_2$, τὸ διάστημα κατὰ τὸ ὁποῖον παρασύρεται τὸ πλοῖον. Οὕτω προκύπτει ἡ διεύθυνσις $A\Gamma$ τῆς πραγματικῆς κινήσεως τοῦ πλοίου, ἡ ὁποία συμπίπτει μὲ τὴν διεύθυνσιν τῆς ὁλικῆς ταχύτητος. Ἀκολούθως, ἐπὶ τοῦ αὐτοῦ σχεδίου, σχεδιάζομεν τὴν ταχύτητα v_1 ὑπὸ κλίμακα (π.χ., *1 m/sec* ν' ἀντιστοιχῇ εἰς *10 mm*). Ἐπειδὴ ἡ ταχύτης v_1 εἶναι ἴση πρὸς *1,8 m/sec*, λαμβάνομεν μῆκος *18 mm*. Ἐκ τοῦ πέρατος τῆς σχεδιασθείσης ταχύτητος v_1 φέρομεν εὐθεῖαν παράλληλον πρὸς τὴν ταχύτητα τοῦ ποταμοῦ, μέχρις ὅτου αὕτη συναντήσῃ τὴν εὐθεῖαν $A\Gamma$. Μετροῦντες τὸ μῆκος τοῦ βέλους v_2 εὑρίσκομεν αὐτὸ ἴσον πρὸς *5 mm*. Συνεπῶς τὸ μέτρον τῆς ταχύτητος v_2 εἶναι ἴσον πρὸς *0,5 m/sec*.

β) Ἐκ τῆς ὁμοιότητος τῶν δύο τριγώνων τοῦ πρώτου σχήματος ἔχομεν

$$\frac{v_1}{s_1} = \frac{v_2}{s_2}.$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης λαμβάνομεν

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{s_2}{s_1}.$$

Ἀντικαθιστῶντες τὰ σύμβολα διὰ τῶν τιμῶν των εὑρίσκομεν διὰ τὴν ταχύτητα v_2

$$v_2 = 1{,}8 \cdot \frac{15}{54} \frac{m}{sec} \cdot \frac{m}{m}$$

ἢ

$$\underline{v_2 = 0{,}5 \frac{m}{sec}}.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ′ — ΔΥΝΑΜΙΚΗ

Κατηγορία Α′. Ἄσκησις 1η (σ. 53).

Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκεῖται σ τ α θ ε ρ ὰ δύναμις, ἑπομένως τὸ σῶμα θ' ἀποκτήσῃ σ τ α θ ε ρ ὰ ν ἐπιτάχυνσιν. Ἐὰν συμβολίσωμεν διὰ τοῦ F τὴν δύναμιν, διὰ τοῦ γ τὴν ἐπιτάχυνσιν καὶ διὰ τοῦ m τὴν μᾶζαν, ἔχομεν — συμφώνως πρὸς τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς —

$$F = m \cdot \gamma \qquad (1)$$

Ἐπειδὴ ἡ ἐπιτάχυνσις εἶναι σταθερά, ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη· συνεπῶς τὸ διάστημα s, τὸ ὁποῖον θὰ διανύσῃ τὸ σῶμα ἐντὸς τοῦ χρόνου t, θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$s = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$m = \frac{F \cdot t^2}{2 \cdot s} \qquad (3)$$

Ἐπειδὴ καθορίζεται νὰ λυθῇ ἡ ἄσκησις εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*, μετατρέπομεν τὰς δοθείσας τιμὰς τῶν F, t καὶ s εἰς τὸ σύστημα τοῦτο:

Ἔχομεν: $F_1 = 12\ kgr^* = 12000\ gr^* = 12000 \cdot 981\ dyn = 12 \cdot 10^3 \cdot 981\ dyn,$

(καθόσον $1\ gr^* = 981\ dyn$), $t = 15\ sec$ καὶ $s = 600\ m = 60000\ cm = 6 \cdot 10^4\ cm$.
Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (3) λαμβάνομεν

$$m = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 981 \cdot 15^2}{2 \cdot 6 \cdot 10^4} \frac{dyn \cdot sec^2}{cm} = \frac{981 \cdot 225}{10} \frac{gr \cdot cm \cdot sec^{-2} \cdot sec^2}{cm} = 98{,}1 \cdot 225\ gr$$

ἢ
$$\underline{m = 22072\ gr.}$$

Κατηγορία Α΄. Ἄσκησις 3η (σ. 53).

α) Διὰ νὰ δείξωμεν ὅτι ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπιδρᾷ σταθερὰ δύναμις πρέπει νὰ δείξωμεν ὅτι τὸ σῶμα ἔχει σταθερὰν ἐπιτάχυνσιν. Ἐὰν τοῦτο συμβαίνῃ, τὰ διανυόμενα διαστήματα θὰ εἶναι ἀνάλογα τῶν τετραγώνων τῶν χρόνων. Οὕτω, ἐὰν εἰς τὸ *1ον sec* τὸ σῶμα διανύῃ διάστημα s, εἰς $2\ sec$ θὰ διανύσῃ διάστημα $2^2 \cdot s$, εἰς $3\ sec$ διάστημα $3^2 \cdot s$ κ.ο.κ. Πράγματι, τὰ διανυθέντα διαστήματα εἶναι $25\ cm$, $100\ cm = 2^2 \cdot 25\ cm$ καὶ $225 = 3^2 \cdot 25\ cm$. Συνεπῶς ἐπὶ τοῦ σώματος ἐπιδρᾷ σταθερὰ δύναμις.

β) Ἐὰν ἡ μᾶζα τοῦ σώματος εἶναι m καὶ ἡ ἐπ' αὐτοῦ ἐπιδρῶσα δύναμις F θὰ ἔχωμεν, κατὰ τὸν θεμελιώδη νόμον τῆς Μηχανικῆς,

$$F = m \cdot \gamma \qquad (1)$$

Ἀφ' ἑτέρου, ἐπειδὴ ἡ κίνησις εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη, θὰ ἔχωμεν καὶ τὸν τύπον

$$s = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$F = \frac{2 \cdot m \cdot s}{t^2}. \qquad (3)$$

Ἡ λύσις θὰ γίνῃ εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*: Ἔχομεν: $m = 20\ gr$, $s = 25\ cm$ καὶ $t = 1\ sec$. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον (3) λαμβάνομεν

$$F = \frac{2 \cdot 20 \cdot 25}{1^2} \frac{gr \cdot cm}{sec^2} = \frac{40 \cdot 25}{1}\ dyn$$

ἢ
$$\underline{F = 1000\ dyn.}$$

(Σημείωσις: Τὸ αὐτὸ ἀποτέλεσμα θὰ λάβωμεν ἐὰν εἰς τὰ s καὶ t δώσωμεν, ἀντιστοίχως, τὰς τιμὰς $s = 100\ cm$, $t = 2\ sec$ ἢ $s = 225\ cm$, $t = 3\ sec$).

Κατηγορία Α΄. Ἄσκησις 8η (σ. 54).

α) Ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις: 1) Ἡ δύναμις B καὶ 2) ἡ δύναμις F (βλέπε σχῆμα εἰς σελίδα *54*).

β) Τὴν δύναμιν B — δηλ. τὸ βάρος τοῦ ὕδατος — ἐξασκεῖ ἡ Γῆ. Τὴν δύναμιν F ἐξασκεῖ ὁ πυθμὴν τοῦ δοχείου.

γ) Διὰ νὰ εὕρωμεν τὴν ἐ λ α χ ί σ τ η ν ταχύτητα σκεπτόμεθα ὡς ἑξῆς: Ὅταν τὸ δοχεῖον εὑρίσκεται εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του, αἱ ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐξασκούμεναι δύο δυνάμεις B καὶ F εἶναι κατακόρυφοι καὶ ἔχουν φορὰν πρὸς τὰ κάτω. Διὰ νὰ δύναται τὸ ὕδωρ νὰ διαγράφῃ τὸ ἀνώτατον κυκλικὸν τμῆμα τῆς τροχιᾶς του μὲ ταχύτητα v πρέπει ἡ συνισταμένη $B+F$ τῶν δύο ἐπ' αὐτοῦ ἐξασκουμένων δυνάμεων νὰ εἶναι κεντρομόλος καὶ ἴση πρὸς

$$B+F = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

Ἐκ τῆς ἐξισώσεως ταύτης λαμβάνομεν διὰ τὴν δύναμιν F:

$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} - B = m \cdot \left(\frac{v^2}{r} - g \right)$$

(διότι: $B = m \cdot g$, § 46). Παρατηροῦμεν ὅτι, ἐλαττουμένης τῆς ταχύτητος v, ἐλαττοῦται καὶ ἡ δύναμις F, ἡ ἐξασκουμένη ἐπὶ τοῦ ὕδατος (ἀφοῦ τὸ r καὶ τὸ g εἶναι σταθερά). Ὅταν ἡ ταχύτης λάβῃ τοιαύτην τιμὴν $v_{\varepsilon\lambda}$, ὥστε

$$\frac{v_{\varepsilon\lambda}^2}{r} = g \qquad (1)$$

ἡ δύναμις F γίνεται ἴση πρὸς μηδὲν - δηλ. ὁ πυθμὴν παύει νὰ ἐξασκῇ δύναμιν ἐπὶ τοῦ ὑγροῦ, τὸ ὁποῖον δὲν ἐφάπτεται, πλέον, τοῦ πυθμένος. Εἰς τὴν περίπτωσιν αὐτὴν ἔχομεν $m \cdot v_{\varepsilon\lambda}^2/r = B$. Ἐὰν ἡ ταχύτης γίνῃ μ ι κ ρ ο τ έ ρ α τῆς $v_{\varepsilon\lambda}$ θὰ ἔχωμεν

$$\frac{m \cdot v^2}{r} < B.$$

Ἤδη ἡ μόνη ἐπὶ τοῦ ὕδατος ἐξασκουμένη δύναμις B ἔχει φορὰν πρὸς τὰ κάτω καὶ εἶναι μ ε γ α λ υ τ έ ρ α τῆς $m \cdot v^2/r$ - δηλ. τῆς δυνάμεως, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ νὰ διαγράφῃ τοῦτο κυκλικὴν τροχιάν. Συνεπῶς τὸ ὕδωρ δὲν δύναται νὰ διαγράφῃ, πλέον, κυκλικὴν τροχιὰν καί, ὡς ἐκ τούτου, χύνεται.

Ἡ ἐλαχίστη, λοιπόν, ταχύτης $v_{\varepsilon\lambda}$ θὰ εἶναι, κατὰ τὸν τύπον (1), ἴση πρὸς

$$v_{\varepsilon\lambda} = \sqrt{r \cdot g} \qquad (2)$$

Οὗτος εἶναι ὁ τελικὸς τύπος. Ἡ λύσις θὰ γίνῃ εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Ἔχομεν: $r = 1\ m$ καὶ $g = 9{,}81\ m/sec^2$. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$v_{\varepsilon\lambda} = \sqrt{1 \cdot 9{,}81} \ \sqrt{m \cdot m \cdot sec^{-2}} = \sqrt{9{,}81}\ \frac{m}{sec}.$$

ἢ

$$\underline{v_{\varepsilon\lambda} = 3{,}13\ \frac{m}{sec}}.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Δ' — ΒΑΡΥΤΗΣ

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 2α (σ. 67).

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς πυκνότητος $\varrho = m/V$ ἔχομεν

$$m = \varrho \cdot V \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τὸ σύστημα $C.G.S.$: Ἔχομεν: $\varrho = 1\ gr/cm^3$, $V = 1\ m^3 = 100 \cdot 100 \cdot 100\ cm^3 = 10^6\ cm^3$. Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν

$$m = 1 \cdot 10^6\ \frac{gr}{cm^3} \cdot cm^3 = 10^6\ gr$$

ἢ

$$\underline{m = 10^3\ kgr = 1\ \text{τόννος}.}$$

Ἐσφαλμένη λύσις. Ἐὰν ἀντικαταστήσωμεν εἰς τὸν τύπον (1) τὰ δεδομένα

$$\varrho = 1\ gr/cm^3 \quad \text{καὶ} \quad V = 1\ m^3 \ \text{θὰ λάβωμεν}$$

$$m = 1 \cdot 1\ \frac{gr}{cm^3} \cdot m^3$$

δηλ. ἀποτέλεσμα, τὸ ὁποῖον δὲν ἐκφράζει τὴν μᾶζαν εἰς κανὲν ἐκ τῶν δύο γνωστῶν συστημάτων - τὸ $C.G.S.$ ἢ τὸ Τεχνικὸν Σύστημα μονάδων.

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 4η (σ. 67).

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ εἰδικοῦ βάρους $\varepsilon = B/V$ ἔχομεν

$$B = \varepsilon \cdot V \qquad (1)$$

α) Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Ἔχομεν:

$$\varepsilon = 1\,\frac{gr^*}{cm^3} = 1\cdot 10^{-3}\,\frac{kgr^*}{cm^3} = \frac{1\cdot 10^{-3}}{1\cdot 10^{-6}}\,\frac{kgr^*}{m^3} = \frac{1}{10^{-3}}\,\frac{kgr^*}{m^3} = 1\cdot 10^3\,\frac{kgr^*}{m^3}$$

καὶ $V = 1$ *λίτρον* $= 10^3\ cm^3 = 10^{-3}\ m^3$.

(Ἡ τιμὴ $\varepsilon = 10^3\ kgr^*/m^3$ δύναται νὰ προκύψῃ καί, ἀπ' εὐθείας, ἐκ τοῦ συλλογισμοῦ ὅτι $1\ m^3$ ὕδατος ἔχει βάρος $1\ t^*$).

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν διὰ τὸ βάρος

$$B = 1\cdot 10^3 \cdot 10^{-3}\,\frac{kgr^*}{m^3}\cdot m^3$$

ἢ

$$\underline{B = 1\ kgr^*.}$$

β) Λύσις εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*: Ἔχομεν: $\varepsilon = 1\,\dfrac{gr^*}{cm^3} = 1\cdot 981\,\dfrac{dyn}{cm^3}$

καὶ $V = 1$ *λίτρον* $= 10^3\ cm^3$.

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν

$$B = 981\cdot 10^3\cdot \frac{dyn}{cm^3}\cdot cm^3$$

ἢ

$$\underline{B = 9{,}81\cdot 10^5\ dyn.}$$

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 8η (σ. 67).

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τῆς πυκνότητος $\varrho = m/V$ λαμβάνομ

$$m = \varrho\cdot V \qquad (1)$$

Ὁ ὄγκος V τοῦ σύρματος δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου τοῦ παρέχοντος τὸν ὄγκον κυλίνδρου, ἀκτῖνος r καὶ ὕψους l:

$$V = \pi\cdot r^2\cdot l \qquad (2)$$

Ἐκ τῶν τύπων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$m = \varrho\cdot \pi r^2\cdot l. \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*: Ἔχομεν: $\varrho = 8{,}9\ gr/cm^3$ (καθόσον τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ χαλκοῦ εἶναι ἴσον πρὸς $8{,}9\ gr^*/cm^3$ - Πίναξ, σελ. 59), $\pi = 3{,}14$, $r = \delta/2 = 3{,}4/2\ mm = 1{,}7\ mm = 0{,}17\ cm$, $l = 1\ km = 1000\ m = 100000\ cm = 10^5\ cm$.

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τελικὸν τύπον (3) λαμβάνομεν

$$m = 8{,}9\cdot 3{,}14\cdot 0{,}17^2\cdot 10^5\,\frac{gr}{cm^3}\cdot cm^2\cdot cm$$

ἢ $\underline{m = 8{,}1\cdot 10^4\ gr}$ ἢ $\underline{m = 81\ kgr.}$

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 9η (σ. 67).

Ἔστωσαν l_1 τὸ μῆκος, l_2 τὸ πλάτος καὶ l_3 τὸ πάχος τῆς πλακός. Συνεπῶς ὁ ὄγκος V αὐτῆς θὰ εἶναι ἴσος πρὸς

$$V = l_1\cdot l_2\cdot l_3 \qquad (1)$$

Ἐκ τοῦ ὁρισμοῦ τοῦ εἰδικοῦ βάρους ἔχομεν τὴν σχέσιν

$$\varepsilon = \frac{B}{V} \qquad (2)$$

Ἀπὸ τὰς ἐξισώσεις (1) καὶ (2) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$l_3 = \frac{B}{\varepsilon \cdot l_1 \cdot l_2} \qquad (3)$$

Λύσις εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*: Ἔχομεν: $B = 662{,}5\ gr^* = 662{,}5 \cdot 981\ dyn$. Ἐκ τοῦ πίνακος τῆς σελ. *59* εὑρίσκομεν διὰ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ἀργιλίου $\varepsilon = 2{,}7\ gr^*/cm^3 = 2{,}7 \cdot 981\ dyn/cm^3$. Ἀφ' ἑτέρου εἶναι $l_1 = 50\ cm$ καὶ $l_2 = 25\ cm$.

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τελικὸν τύπον (3) λαμβάνομεν

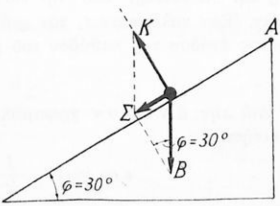
$$l_3 = \frac{662{,}5 \cdot 981}{2{,}7 \cdot 981 \cdot 50 \cdot 25} \; \frac{dyn}{\frac{dyn}{cm^3} \cdot cm \cdot cm} = \frac{662{,}5}{2{,}7 \cdot 1250}\, cm = \frac{662{,}5}{3375}\, cm = 0{,}196\ cm.$$

Τοῦτο εἶναι, περίπου, ἴσον πρὸς

$$\underline{l_3 = 0{,}2\ cm} \quad \text{ἢ} \quad \underline{l_3 = 2\ mm.}$$

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 15η (σ. 68).

α) Ἐπὶ τῆς σφαίρας ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς δύο δυνάμεις: 1) Τὸ βάρος της B, τὸ ὁποῖον εἶναι κατακόρυφον καὶ 2) ἡ δύναμις K ἡ ἐξασκουμένη ὑπὸ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτό. Ἐφ' ὅσον ἡ σφαῖρα κινεῖται ἐπιταχυνομένη κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου, θὰ πρέπει ἡ συνισταμένη Σ τῶν δύο δυνάμεων B καὶ K νὰ εἶναι καὶ αὐτὴ παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον. Διὰ νὰ σχεδιάσωμεν τὴν συνισταμένην Σ φέρομεν ἐκ τοῦ πέρατος τῆς δυνάμεως B εὐθεῖαν παράλληλον πρὸς τὴν K, μέχρις ὅτου συναντήσῃ τὴν διεύθυνσιν τῆς συνισταμένης καί, ἀκολούθως, σχεδιάζομεν τὸ ἀντίστοιχον ἄνυσμα Σ. Ἤδη ἐκ τοῦ πέρατος τῆς δυνάμεως Σ φέρομεν παράλληλον πρὸς τὴν B μέχρις ὅτου αὕτη συναντήσῃ τὴν διεύθυνσιν τῆς K καί, οὕτως, εὑρίσκομεν τὸ ἄνυσμα τῆς δυνάμεως K, τοῦ ὁποίου τὸ μῆκος εἴχομεν προηγουμένως σχεδιάσει αὐθαιρέτως.



β) Ἐπὶ τῆς σφαίρας καὶ κατὰ τὴν διεύθυνσιν τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἐξασκεῖται ἡ συνισταμένη δύναμις Σ. Συνεπῶς ὁ θεμελιώδης νόμος τῆς Μηχανικῆς δίδει

$$\Sigma = m \cdot \gamma$$

Ἐκ ταύτης λαμβάνομεν διὰ τὴν ἐπιτάχυνσιν γ τῆς σφαίρας

$$\gamma = \frac{\Sigma}{m} \qquad (1)$$

ἔνθα m εἶναι ἡ μᾶζα τῆς σφαίρας.
Ἐκ τοῦ σχήματος προκύπτει ὅτι $\Sigma = B \cdot \eta\mu\, \varphi = mg \cdot \eta\mu\, \varphi$ (διότι $B = m \cdot g$). Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$\gamma = \frac{mg \cdot \eta\mu\, \varphi}{m} = g \cdot \eta\mu\, \varphi. \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τὸ σύστημα $C.G.S.$: Δίδονται: $g=981\ cm/sec^2$, $\eta\mu\ \varphi=\eta\mu\ 30^0=0{,}5$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (2) εὑρίσκομεν

$$\gamma = 981\cdot 0{,}5\ \frac{cm}{sec^2}$$

ἢ

$$\underline{\gamma = 490{,}5\ \frac{cm}{sec^2}}\,.$$

γ) Ἡ ἐπιταχύνουσα τὴν σφαῖραν δύναμις θὰ εὑρεθῇ ἐκ τοῦ θεμελιώδους νόμου

$$\Sigma = m\cdot\gamma. \tag{3}$$

Δίδεται: $m=100\ gr$, εὕρομεν δὲ $\gamma=490{,}5\ cm/sec^2$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (3) λαμβάνομεν

$$\Sigma = 100\cdot 490{,}5\ gr\cdot cm\cdot sec^{-2}$$

ἢ

$$\underline{\Sigma = 49050\ dyn.}$$

Κατηγορία Α΄. Ἄσκησις 18η (σ. 68).

Τὸ βλῆμα, βαλλόμενον πρὸς τὰ ἄνω μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_0, ἐκτελεῖ, ὡς γνωστόν, ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην κίνησιν. Ἄς καλέσωμεν h τὸ μέγιστον ὕψος, εἰς τὸ ὁποῖον θ' ἀνέλθῃ τοῦτο καὶ t_1 τὸν πρὸς τοῦτο ἀπαιτούμενον χρόνον. Ὅταν τὸ βλῆμα φθάσῃ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς του θ' ἀρχίσῃ, ἐν συνεχείᾳ, νὰ πίπτῃ καὶ θὰ ἐκτελῇ, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τοῦ βάρους του, ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην κίνησιν. Ἐὰν καλέσωμεν t_2 τὸν χρόνον τῆς πτώσεως, τότε ὁ ὁλικὸς χρόνος $t_{o\lambda}$ (δηλ. ὁ χρόνος ἀνόδου καὶ καθόδου τοῦ βλήματος) θὰ εἶναι ἴσος πρὸς

$$t_{o\lambda} = t_1 + t_2 \tag{1}$$

Διὰ τὴν ἄ ν ο δ ο ν χρησιμοποιοῦμεν τοὺς τύπους τῆς ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως

$$s = v_0\cdot t - \frac{1}{2}\cdot\gamma\cdot t^2 \quad \text{καὶ} \quad v = v_0 - \gamma\cdot t$$

εἰς τοὺς ὁποίους, ἀντικαθιστῶντες ἀντὶ τοῦ s τὸ h, ἀντὶ τοῦ t τὸ t_1, ἀντὶ τοῦ γ τὸ g καὶ ἀντὶ τοῦ v τὴν τιμὴν μηδέν (δεδομένου ὅτι εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον τῆς τροχιᾶς ἡ ταχύτης τοῦ βλήματος ἔχει γίνει ἴση πρὸς μηδέν), λαμβάνομεν

$$h = v_0\cdot t_1 - \frac{1}{2}\ g\cdot t_1^2 \quad (2) \qquad \text{καὶ} \qquad 0 = v_0 - g\cdot t_1 \quad (3)$$

Διὰ τὴν κ ά θ ο δ ο ν ἰσχύει ὁ τύπος τῆς ἐλευθέρας πτώσεως

$$h = \frac{1}{2}\ g\cdot t_2^2 \tag{4}$$

Παρατηροῦμεν ὅτι, ἔχομεν *4* ἐξισώσεις μὲ *4* ἀγνώστους $(h,\ v_0,\ t_1,\ t_2)$. Συνεπῶς τὸ πρόβλημα, κατ' ἀρχήν, ἐλύθη. Διὰ νὰ εὕρωμεν τὸ v_0 λύομεν τὸ ἀνωτέρω σύστημα ὡς ἑξῆς: Ἐφ' ὅσον τὰ πρῶτα μέλη τῶν ἐξισώσεων (2) καὶ (4) εἶναι ἴσα ἔπεται ὅτι καὶ τὰ δεύτερα θὰ εἶναι ἴσα. Ἤτοι

$$v_0\cdot t_1 - \frac{1}{2}\ g\cdot t_1^2 = \frac{1}{2}\ g\cdot t_2^2 \tag{5}$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (5) τὴν τιμὴν τοῦ t_2, τὴν ὁποίαν λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως (1), ἔχομεν

$$v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} g \cdot (t_{o\lambda} - t_1)^2 \quad \text{ἢ} \quad v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} g \cdot (t_{o\lambda}^2 + t_1^2 - 2 \cdot t_{o\lambda} \cdot t_1)$$

ἢ
$$v_0 \cdot t_1 - \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 = \frac{1}{2} g \cdot t_{o\lambda}^2 + \frac{1}{2} g \cdot t_1^2 - g \cdot t_{o\lambda} \cdot t_1. \qquad (6)$$

Τέλος, ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (6) τὴν τιμὴν $t_1 = v_0/g$, τὴν ὁποίαν λαμβάνομεν ἐκ τῆς ἐξισώσεως (3), εὑρίσκομεν, ἀφοῦ ἐκτελέσωμεν τὰς πράξεις, τὸν τελικὸν τύπον

$$v_0 = \frac{1}{2} g \cdot t_{o\lambda}. \qquad (7)$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα : Δίδονται : $g = 9{,}81\ m/sec^2$ καὶ $t_{o\lambda} = 30\ sec$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (7) λαμβάνομεν

$$v_0 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot 30 \frac{m}{sec^2} \cdot sec = 9{,}81 \cdot 15 \frac{m}{sec}$$

ἢ
$$\underline{v_0 = 148 \frac{m}{sec}}.$$

Κατηγορία Α΄. Ἄσκησις 19η (σ. 68).

α) Ἡ κίνησις τοῦ λίθου πρὸς τὰ κάτω εἶναι κίνησις ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη μὲ ἀρχικὴν ταχύτητα v_0. Εἰς τὴν κίνησιν ταύτην ἰσχύει ὁ τύπος

$$v = v_0 + g \cdot t \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα : Δίδονται : $v_0 = 30\ m/sec$, $t = 2\ sec$, $g = 9{,}81\ m/sec^2$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν

$$v = (30 + 9{,}81 \cdot 2) \frac{m}{sec}$$

ἢ
$$\underline{v = 49{,}6 \frac{m}{sec}}.$$

β) Εἰς τὴν κίνησιν ταύτην ἰσχύει καὶ ὁ τύπος

$$h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Λύοντες τὴν δευτεροβάθμιον ταύτην ἐξίσωσιν λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 4 \cdot \frac{g}{2} h}}{g} \quad \text{ἢ} \quad t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g} \qquad (2)$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα : Δίδονται : $v_0 = 30\ m/sec$, $g = 9{,}81\ m/sec^2$, $h = 100\ m$.

Δι' ἀντικαταστάσεως εἰς τὸν τελικὸν τύπον (2) λαμβάνομεν

$$t = \frac{-30 \pm \sqrt{30^2 + 2 \cdot 9{,}81 \cdot 100}}{9{,}81} sec = \frac{-30 \pm \sqrt{900 + 1962}}{9{,}81} sec =$$

$$= \frac{-30 \pm \sqrt{2862}}{9{,}81} sec = \frac{-30 \pm 53{,}5}{9{,}81} sec \quad \text{ἢ} \quad t = \frac{23{,}5}{9{,}81} sec \quad \text{καὶ} \quad t' = \frac{-83{,}5}{9{,}81} sec$$

ἢ
$$\underline{t = 2{,}4\ sec.}$$

(Ἡ ἀρνητικὴ τιμὴ t' τοῦ χρόνου ἀπορρίπτεται).

γ) Ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν θὰ ἔχῃ ὁ λίθος, ὅταν φθάσῃ εἰς τὸ ἔδαφος, δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$v = v_0 + g \cdot t$$

εἰς τὸν ὁποῖον t εἶναι ὁ εὑρεθεὶς χρόνος *2,4 sec*. Ἀντικαθιστῶντες λαμβάνομεν

$$v = (30 + 9{,}81 \cdot 2{,}4)\ \frac{m}{sec}$$

ἢ

$$\underline{v = 53{,}5\ \frac{m}{sec}}\ .$$

Κατηγορία Β΄. Ἄσκησις 1η (σ. 68).

Ἡ ἄσκησις εἶναι, ἐντελῶς, ὁμοία μὲ τὴν 8ην ἄσκησιν τῆς Κατηγορίας Α΄ τοῦ Κεφαλαίου Γ΄, λύεται δὲ κατὰ τὸν αὐτόν, ἀκριβῶς, τρόπον. Ὡς τελικὸς τύπος προκύπτει ὁ ἑξῆς:

$$v_{\varepsilon\lambda} = \sqrt{r \cdot g}\ .$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Δίδονται: $r = 8\ m$ καὶ $g = 9{,}81\ m/sec^2$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν ἄνω τύπον λαμβάνομεν

$$v_{\varepsilon\lambda} = \sqrt{8 \cdot 9{,}81}\ \sqrt{m \cdot \frac{m}{sec^2}} = \sqrt{78{,}48}\ \ \frac{m}{sec}$$

ἢ

$$\underline{v_{\varepsilon\lambda} = 8{,}86\ \frac{m}{sec}}\ .$$

Κατηγορία Β΄. Ἄσκησις 12η (σ. 69).

Ὅταν ἡ σφαῖρα εὑρίσκεται ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου AB ἐξασκοῦνται ἐπ' αὐτῆς δύο δυνάμεις: 1) τὸ βάρος της B καὶ 2) ἡ ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου ἐξασκουμένη δύναμις (βλ. καὶ 15ην ἄσκησιν τῆς κατηγορίας Α΄ τοῦ Κεφαλαίου Βαρύτης - σελ. *68*). Ἡ συνισταμένη F τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον AB καὶ ἴση πρὸς

$$F = B \cdot \eta\mu\, \varphi$$

ἔνθα φ εἶναι ἡ γωνία κλίσεως.

Κατὰ τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου AB ἡ δύναμις F εἶναι σταθερὰ (ἐφ' ὅσον τὰ B καὶ φ εἶναι σταθερὰ) συνεπῶς καὶ ἡ ἐπιτάχυνσις

$$\gamma = \frac{F}{m} = \frac{B \cdot \eta\mu\, \varphi}{m} = \frac{mg \cdot \eta\mu\, \varphi}{m} \quad \text{ἢ} \quad \gamma = g \cdot \eta\mu\, \varphi \qquad (1)$$

εἶναι καὶ αὐτὴ σταθερά. Ἡ κίνησις, δηλ., θὰ εἶναι ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη.

Ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου $B\Gamma$ ἡ συνισταμένη δύναμις F εἶναι ἴση πρὸς μηδὲν (διότι τὸ φ εἶναι ἴσον πρὸς μηδέν), συνεπῶς ἡ σφαῖρα θὰ κινῆται ὁμαλῶς μὲ τὴν ταχύτητα, τὴν ὁποίαν εἶχεν ὅταν ἔφθασεν εἰς τὸ σημεῖον B.

Ὅταν ἡ σφαῖρα φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον Γ θ' ἀρχίσῃ ν' ἀνέρχεται ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου $\Gamma\Delta$, ὁπότε ἡ δύναμις F, ὡς ἔχουσα φορὰν ἀντίθετον τῆς φορᾶς τῆς ταχύτητος, ἐπιβραδύνει τὴν σφαῖραν. Ἐπειδὴ ἡ ἐπιβραδύνουσα δύναμις F εἶναι σταθερά, ἡ κίνησις θὰ εἶναι ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένη. Ἡ σφαῖρα θὰ ἐξακολουθήσῃ ἀνερχομένη μέχρις ὅτου ἡ ταχύτης αὐτῆς γίνῃ ἴση πρὸς μηδέν. Ἀκολούθως, ὑπὸ τὴν ἐπίδρασιν τῆς σταθερᾶς δυνάμεως F, ἡ σφαῖρα θ' ἀρχίσῃ νὰ κατέρχεται μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένην μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον Γ, ἐν συνεχείᾳ δὲ θὰ κινηθῇ ἐπὶ τοῦ ὁριζοντίου ἐπιπέδου ὁμαλῶς μέχρις ὅτου φθάσῃ εἰς τὸ σημεῖον B. Ἀκολούθως θ' ἀρχίσῃ ν' ἀνέρχεται εἰς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον BA μὲ κίνησιν ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένην, καθόσον τώρα ἡ δύναμις F ἔχει φορὰν ἀντίθετον πρὸς τὴν φορὰν τῆς ταχύτητος. Ἡ σφαῖρα θ' ἀνέρχεται μέχρις ὅτου ἡ ταχύτης αὐτῆς μηδενισθῇ. Ἐν συνεχείᾳ θ' ἀρχίσῃ νὰ ἐπαναλαμβάνῃ, ἐξ ἀρχῆς, τὰς κινήσεις, αἱ ὁποῖαι περιεγράφησαν ἀνωτέρω.

Παρατηροῦμεν ὅτι, κατὰ τὴν κίνησιν τῆς σφαίρας ἐπὶ τῶν κεκλιμένων ἐπιπέδων AB καὶ $\Gamma\Delta$, ἡ ἐπιτάχυνσις (ἢ ἡ ἐπιβράδυνσις) γ εἶναι ἡ αὐτή, καθόσον ἡ γωνία κλίσεως καὶ τῶν δύο ἐπιπέδων εἶναι ἡ αὐτὴ *(60°)*.

Ἔστωσαν t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6 οἱ ἀντίστοιχοι χρόνοι τῶν διαδρομῶν $AB=B\Gamma=\Gamma\Delta=\Delta\Gamma=\Gamma B=BA=l$. Εἶναι προφανὲς ὅτι ὁ ὁλικὸς χρόνος $t_{o\lambda}$ θὰ εἶναι ἴσος πρὸς

$$t_{o\lambda}=t_1+t_2+t_3+t_4+t_5+t_6. \tag{2}$$

1) Κατὰ τὴν διαδρομὴν AB ἰσχύουν οἱ τύποι τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως

$$s=\frac{1}{2}\gamma\cdot t^2 \tag{3}$$

καὶ

$$v=\gamma\cdot t. \tag{4}$$

Ἑπομένως διὰ τὸ πέρας τῆς διαδρομῆς $AB=l$ ὁ ἀντίστοιχος χρόνος t_1 θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου (3) ἐὰν θέσωμεν $s=l$ καὶ $t=t_1$, ὁπότε θὰ ἔχωμεν

$$t_1=\sqrt{\frac{2l}{\gamma}} \tag{5}$$

2) Κατὰ τὴν διαδρομὴν $B\Gamma$ ὁ χρόνος t_2 εἶναι ἴσος πρὸς

$$t_2=\frac{l}{v'} \tag{6}$$

ἔνθα v' εἶναι ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ σφαῖρα εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t_1. Αὕτη ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου (4) ἐὰν θέσωμεν $t=t_1$, ὁπότε λαμβάνομεν

$$v'=\gamma\cdot t_1=\gamma\cdot\sqrt{\frac{2l}{\gamma}}=\sqrt{l\cdot\gamma} \tag{7}$$

Ἤδη ἐκ τῶν τύπων (6) καὶ (7) λαμβάνομεν διὰ τὸν χρόνον t_2

$$t_2=\frac{l}{\sqrt{2l\cdot\gamma}} \tag{8}$$

3) Κατὰ τὴν διαδρομὴν $\Gamma\Delta$ ἰσχύουν οἱ τύποι τῆς ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως

$$s=v_0\cdot t-\frac{1}{2}\gamma\cdot t^2 \tag{9}$$

καὶ

$$v=v_0-\gamma\cdot t \tag{10}$$

οἱ ὁποῖοι, διὰ τὸ πέρας τῆς διαδρομῆς $\Gamma\Delta=l$, γράφονται ὡς ἑξῆς :

$$l=v_0\cdot t_3-\frac{1}{2}\gamma\cdot t_3{}^2 \tag{11}$$

καὶ

$$v_3=v_0-\gamma\cdot t_3 \tag{12}$$

Ἐπειδὴ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον Δ τῆς διαδρομῆς $\Gamma\Delta$ ἡ ταχύτης v_3 θὰ ἔχῃ γίνει ἴση πρὸς μηδέν, ὁ τύπος (12) δίδει

$$v_0=\gamma\cdot t_3 \tag{13}$$

Ἐκ τῶν δύο ἐξισώσεων (11) καὶ (13) λαμβάνομεν διὰ τὸν χρόνον t_3

$$t_3 = \sqrt{\frac{2l}{\gamma}} \tag{14}$$

4) Κατὰ τὴν διαδρομὴν $ΔΓ$ ἰσχύουν οἱ τύποι (3) καὶ (4) τῆς ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένης κινήσεως. Ἑπομένως, διὰ τὸ πέρας τῆς διαδρομῆς $ΔΓ=l$, ὁ ἀντίστοιχος χρόνος t_4 θὰ δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου (3), ἐὰν θέσωμεν $s=l$ καὶ $t=t_4$:

$$t_4 = \sqrt{\frac{2l}{\gamma}} \tag{15}$$

5) Κατὰ τὴν διαδρομὴν $ΓΒ$ ὁ χρόνος t_5 εἶναι ἴσος πρὸς

$$t_5 = \frac{l}{v''} \tag{16}$$

ἔνθα v'' εἶναι ἡ ταχύτης, τὴν ὁποίαν εἶχεν ἡ σφαῖρα εἰς τὸ τέλος τοῦ χρόνου t_4. Αὕτη ὑπολογίζεται ἐκ τοῦ τύπου (4) ἐὰν θέσωμεν $t=t_4$, ὁπότε ἔχομεν

$$v'' = \gamma \cdot t_4 \tag{17}$$

Ἤδη ἐκ τῶν ἐξισώσεων (16) καὶ (17) λαμβάνομεν διὰ τὸν χρόνον t_5

$$t_5 = \frac{l}{\sqrt{2l \cdot \gamma}} \tag{18}$$

6) Κατὰ τὴν διαδρομὴν $ΒΑ$ ἰσχύουν οἱ τύποι (9) καὶ (10) τῆς ὁμαλῶς ἐπιβραδυνομένης κινήσεως, οἱ ὁποῖοι, διὰ τὸ πέρας τῆς διαδρομῆς $ΒΑ=l$, γράφονται

$$l = v_0 \cdot t_6 - \frac{1}{2} \gamma \cdot t_6^2 \tag{19}$$

καὶ

$$v_6 = v_0 - \gamma \cdot t_6 \tag{20}$$

Ἐπειδὴ εἰς τὸ ἀνώτατον σημεῖον $Α$ τῆς διαδρομῆς $ΒΑ$ ἡ ταχύτης v_6 θὰ ἔχῃ γίνει ἴση πρὸς μηδέν, ὁ τύπος (20) δίδει

$$v_0 = \gamma \cdot t_6 \tag{21}$$

Ἐκ τῶν τύπων (19) καὶ (21) λαμβάνομεν διὰ τὸν χρόνον t_6:

$$t_6 = \sqrt{\frac{2l}{\gamma}} \tag{22}$$

Ἤδη ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸ δεύτερον μέλος τῆς ἐξισώσεως (2) τὰς τιμὰς τῶν t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, τὰς ὁποίας λαμβάνομεν ἐκ τῶν ἀντιστοίχων τύπων (5), (8), (14), (15), (18) καὶ (22) εὑρίσκομεν

$$t_{ολ} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2l}{\gamma}} + 2 \cdot \frac{l}{\sqrt{2l \cdot \gamma}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2l}{\gamma}} + 2 \cdot \sqrt{\frac{l}{2\gamma}} = 4 \cdot \sqrt{\frac{2l}{\gamma}} + \sqrt{\frac{2l}{\gamma}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{2l}{\gamma}}\,.$$

Ἐπειδή, κατὰ τὸν τύπον (1), ἡ ἐπιτάχυνσις γ εἶναι ἴση πρὸς $\gamma = g \cdot ημ\,\varphi$ ἔχομεν, τελικῶς,

$$t_{ολ} = 5 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot l}{g \cdot ημ\,\varphi}}\,. \tag{23}$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα μονάδων: Δίδονται: $l=2\ m$, $g=9{,}81\ m/sec^2$ καὶ $\varphi=60^0$ — ὁπότε εἶναι $ημ\,60^0=0{,}866$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (23) λαμβάνομεν

$$\underline{t_{ολ} = 3{,}45\ sec.}$$

Παρατήρησις: Ἡ ἄσκησις αὕτη δύναται νὰ λυθῇ, πολὺ εὐκολώτερον, ἐάν χρησιμοποιήσωμεν τὸ θεώρημα διατηρήσεως τῆς μηχανικῆς ἐνεργείας (βλ. *§ 61*), ὁπότε ἀποδεικνύεται ὅτι

$$t_1=t_3=t_4=t_6 \text{ καὶ } t_2=t_5.$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Ε' — ΕΡΓΟΝ, ΕΝΕΡΓΕΙΑ, ΙΣΧΥΣ, ΑΠΛΑΙ ΜΗΧΑΝΑΙ

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 4η (σ. 84).

Ἐπὶ σώματος εὑρισκομένου ἐπὶ κεκλιμένου ἐπιπέδου, γωνίας κλίσεως φ, ἐξασκοῦνται δύο δυνάμεις: 1) τὸ βάρος του B καὶ 2) ἡ ἐκ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου προερχομένη δύναμις K, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτό. Ἡ συνισταμένη F τῶν δύο αὐτῶν δυνάμεων εἶναι παράλληλος πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ ἴση πρὸς $F=B\cdot ημ\,\varphi$ (βλέπε καὶ 15ην ἄσκησιν, κατηγορίας Α' Κεφάλαιον Βαρύτης - σ. *253*).

Κατὰ τὴν ὀλίσθησιν τοῦ σώματος ἐπὶ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου κατὰ τὸ διάστημα s ἡ δύναμις F παράγει ἔργον A ἴσον πρὸς

$$A = δύναμις \cdot δρόμος = F\cdot s$$

ἢ

$$A = B\cdot ημ\,\varphi\cdot s. \tag{1}$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Δίδονται: $B=30\ kgr^*$, $\varphi=15^0$ $(ημ\,15^0=0{,}259)$ καὶ $s=10\ m$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (1) λαμβάνομεν

$$A=30\cdot 0{,}259\cdot 10\ kgr^*\cdot m=30\cdot 2{,}59\ kgr^*\cdot m=77{,}7\ kgr^*\cdot m.$$

Ἐπειδὴ $1\ kgr^*\cdot m=1000\cdot 981\ dyn\cdot 100\ cm=9{,}81\cdot 10^7\ erg$ ἔχομεν

$$A=77{,}7\cdot 9{,}81\cdot 10^7\ erg=762\cdot 10^7\ erg.$$

ἢ

$$\underline{A=7{,}62\cdot 10^9\ erg.}$$

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 10η (σ. 85).

Ἡ κινητικὴ ἐνέργεια τοῦ σώματος εἶναι ἴση πρὸς

$$E_{κιν} = \frac{1}{2}\,m\cdot v^2. \tag{1}$$

Δίδεται ἡ μᾶζα ὄχι, ὅμως, καὶ ἡ ταχύτης. Αὕτη ὑπολογίζεται διὰ τοῦ τύπου τῆς ἐλευθέρας πτώσεως

$$v = g\cdot t. \tag{2}$$

Ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$E_{κιν} = \frac{1}{2}\,m\cdot g^2\cdot t^2. \tag{3}$$

Λύσις εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*: Δίδονται: $m=20\ kgr=20000\ gr=2\cdot 10^4\ gr$, $g=981\ cm/sec^2$, $t=5\ sec$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (3) λαμβάνομεν

$$E_{κιν} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 10^4\cdot 981^2\cdot 5^2\ gr\cdot \frac{cm^2}{sec^4}\cdot sec^2 = 10^4\cdot 981^2\cdot 25\ \frac{gr\cdot cm}{sec^2}\cdot cm =$$

$$=25\cdot 10^4\cdot 962361\ dyn\cdot cm = 25\cdot 10^4\cdot 962{,}4\cdot 10^3\ erg=24059\cdot 10^7\ erg.$$

Ἐπειδὴ εἶναι $1\ Joule=10^7\ erg$ ἔχομεν καὶ

$$\underline{E_{κιν}= 24059\ Joule.}$$

'Αφ' ἑτέρου εἶναι $1\ kgr^*\cdot m = 1000\cdot 981\cdot 100\ dyn\cdot cm = 9{,}81\cdot 10^7\ erg = 9{,}81\ Joule$. Συνεπῶς ἔχομεν καὶ

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{24059}{9{,}81}\ kgr^*\cdot m$$

ἢ

$$\underline{E_{\kappa\iota\nu} = 2452{,}5\ kgr^*\cdot m.}$$

'Εσφαλμένος τρόπος: 'Αντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (3) ἀντὶ τῶν m, g, t τὰς τιμάς των, ὅπως δίδονται, λαμβάνομεν

$$E_{\kappa\iota\nu} = \frac{1}{2}\cdot 20\cdot 981^2\cdot 5^2\ kgr\cdot \frac{cm^2}{sec^4}\cdot sec^2 = 250\cdot 981^2\ \frac{kgr\cdot cm^2}{sec^2}$$

ἢ $E_{\kappa\iota\nu} = 250\cdot 962361\ kgr\cdot \dfrac{cm^2}{sec^2}$ ἢ $E_{\kappa\iota\nu} = 240590000\ \dfrac{kgr\cdot cm^2}{sec^2}$.

Παρατηροῦμεν ὅτι τὸ προκύψαν ἀποτέλεσμα ἐκφράζεται εἰς $kgr\cdot cm^2/sec^2$ — δηλ. εἰς μονάδα μὴ ἀνήκουσαν εἰς κανὲν ἐκ τῶν συνήθων συστημάτων μονάδων ($C.G.S.$, $T.\Sigma.$).

Κατηγορία Β'. Ἄσκησις 4η (σ. 86).

Γνωρίζομεν ὅτι ἡ ἰσχὺς δίδεται ἐκ τοῦ τύπου

$$N = \frac{A}{t} \tag{1}$$

'Αφ' ἑτέρου τὸ ἔργον A εἶναι, ἐξ ὁρισμοῦ, ἴσον πρὸς

$$A = F\cdot s. \tag{2}$$

'Εκ τῶν δύο ἐξισώσεων (1) καὶ (2) λαμβάνομεν

$$N = \frac{F\cdot s}{t} = F\cdot \frac{s}{t}\cdot$$

'Επειδὴ $s/t = v$ ἔχομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$N = F\cdot v. \tag{3}$$

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Δίδονται: $F = 4{,}5$ *τόννοι* $= 4{,}5\cdot 10^3\ kgr^*$,

$$v = 61\frac{km}{h} = \frac{61\cdot 10^3}{3{,}6\cdot 10^3}\ \frac{m}{sec} = \frac{61}{3{,}6}\ \frac{m}{sec}.$$

'Αντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (3) λαμβάνομεν

$$N = 4{,}5\cdot 10^3\cdot \frac{61}{3{,}6}\ kgr^*\cdot \frac{m}{sec} = \frac{274{,}5\cdot 10^3}{3{,}6}\ \frac{kgr^*\cdot m}{sec}$$

ἢ

$$N = 76{,}25\cdot 10^3\ \frac{kgr^*\cdot m}{sec}.$$

'Επειδὴ εἶναι $1\ HP = 76\ kgr^*\cdot m/sec$ (βλ. σελίδα 73) ἔχομεν

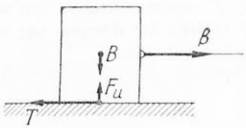
$$N = \frac{76{,}25\cdot 10^3}{76}\ HP = 1003\ HP$$

ἤ, περίπου,

$$\underline{N = 1000\ HP.}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Η' — ΤΡΙΒΗ

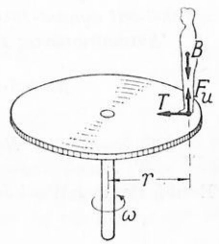
Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 1η (σ. 100).



Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς δυνάμεις: 1) Τὸ βάρος του B, ὀφειλόμενον εἰς τὴν βαρύτητα· 2) Ἡ δύναμις β, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ τὸ νῆμα. 3) Ἡ κάθετος δύναμις F_κ καὶ ἡ τριβὴ T, τὰς ὁποίας ἐξασκεῖ τὸ ὁριζόντιον ἐπίπεδον ἐπὶ τοῦ ὁποίου στηρίζεται τὸ σῶμα.

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 4η (σ. 100).

Ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς δυνάμεις: 1) τὸ βάρος του B καὶ 2) ἡ κάθετος δύναμις F_κ καὶ ἡ τριβὴ T, αἱ ὁποῖαι ἐξασκοῦνται ὑπὸ τῆς τραπέζης. Διὰ νὰ δύναται ὁ ἄνθρωπος νὰ διαγράφῃ ὁμαλὴν κυκλικὴν κίνησιν, πρέπει ἐπ' αὐτοῦ νὰ ἐξασκῆται κεντρομόλος δύναμις ἴση πρὸς



$$F = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot \omega^2 \cdot r$$

(διότι $v = \omega \cdot r$). Ἡ δύναμις αὕτη εἶναι ἡ συνισταμένη τῶν τριῶν ἐπὶ τοῦ ἀνθρώπου ἐξασκουμένων δυνάμεων B, F_κ καὶ T. Αὕτη εἶναι ἴση πρὸς τὴν T, καθόσον αἱ δύο ἄλλαι δυνάμεις B καὶ F_κ ἀλληλοαναιροῦνται, ὁπότε ἔχομεν

$$T = m \cdot \omega^2 \cdot r.$$

Ἡ δύναμις T, ὅμως, εἶναι ἴση πρὸς

$$T = \eta \cdot F_\kappa = \eta \cdot B.$$

Ἄρα, ἐὰν $\omega_{\mu\varepsilon\gamma}$ εἶναι ἡ μεγίστη γωνιακὴ ταχύτης, θὰ ἔχωμεν τὸν τύπον

$$\eta \cdot B = m \cdot \omega_{\mu\varepsilon\gamma}^2 \cdot r \qquad (1)$$

Ἐπειδή, ὅμως, $B = m \cdot g$ ἔχομεν

$$\eta \cdot m \cdot g = m \cdot \omega_{\mu\varepsilon\gamma}^2 \cdot r$$

ἐκ τοῦ ὁποίου προκύπτει ὁ τελικὸς τύπος

$$\omega_{\mu\varepsilon\gamma} = \sqrt{\frac{\eta \cdot g}{r}} \qquad (2)$$

Ἐὰν ἡ γωνιακὴ ταχύτης γίνῃ μ ε γ α λ υ τ έ ρ α τῆς οὕτω ὑπολογισθείσης $\omega_{\mu\varepsilon\gamma}$ θ' αὐξηθῇ τὸ δεξιὸν μέλος τῆς ἐξισώσεως (1), ἐνῷ τὸ ἀριστερὸν μέλος διατηρεῖ τὴν τιμήν του $\eta.B$. Συνεπῶς, μὴ ἐκπληρουμένης, πλέον, τῆς ἐξισώσεως τῆς ὁμαλῆς κυκλικῆς κινήσεως, ὁ ἄνθρωπος θὰ διαγράψῃ ἄλλην τροχιὰν καί, ὡς ἐκ τούτου, θὰ ἐκτιναχθῇ ἐκ τῆς τραπέζης.

Λύσις εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*: Δίδονται: $\eta = 0,2$, $g = 981\ cm/sec^2$, $r = 122\ cm$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (2) λαμβάνομεν

$$\omega_{\mu\varepsilon\gamma} = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 981}{122}} \sqrt{\frac{\frac{cm}{sec^2}}{cm}} = \sqrt{1,608}\ \sqrt{sec^{-2}}$$

$$\text{ἢ} \quad \underline{\omega_{\mu\varepsilon\gamma} = 1,27\ sec^{-1}} \quad \text{ἢ} \quad \underline{\omega_{\mu\varepsilon\gamma} = 1,27\ \frac{rad}{sec}}.$$

Κατηγορία Β'. Ἄσκησις 2α (σ. 101).

Διὰ νὰ κινῆται ἕνα σῶμα ἐπὶ ὁριζοντίου ἐπιπέδου μὲ σταθερὰν ταχύτητα, πρέπει αἱ ὁριζοντίως ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκούμεναι δυνάμεις νὰ ἔχουν συνισταμένην ἴσην πρὸς μηδέν. Συνεπῶς ἡ κινοῦσα δύναμις F πρέπει νὰ εἶναι ἴση καὶ ἀντίθετος πρὸς τὴν τριβὴν T. Ἐπειδὴ (ὡς εἴδομεν καὶ εἰς τὴν 4ην ἄσκησιν τῆς κατηγορίας Β' τοῦ Κεφαλαίου Ε' - σ. 260) ἡ ἰσχὺς δίδεται ὑπὸ τοῦ τύπου

$$N = F \cdot v$$

δυνάμεθα νὰ γράψωμεν

$$N = T \cdot v = \eta \cdot F_\varkappa \cdot v$$

ἢ

$$N = \eta \cdot B \cdot v \qquad (1)$$

(διότι $F_\varkappa = B$).

Λύσις εἰς τὸ σύστημα C.G.S.: Δίδονται: $\eta = 0{,}5$, $B = 30\ kgr^* = 30000\ gr^* = 30000 \cdot 981\ dyn = 3 \cdot 10^4 \cdot 9{,}81 \cdot 10^2\ dyn = 29{,}43 \cdot 10^6\ dyn$, $v = 6\ cm/sec$.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τύπον (1) λαμβάνομεν διὰ τὴν ἰσχὺν

$$N = 0{,}5 \cdot 29{,}43 \cdot 10^6 \cdot 6\ \frac{dyn \cdot cm}{sec} = 3 \cdot 29{,}43 \cdot 10^6\ \frac{erg}{sec}$$

ἢ

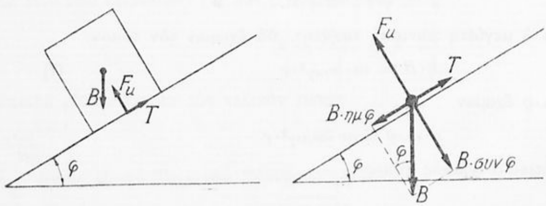
$$N = 88{,}3 \cdot 10^6\ \frac{erg}{sec} = 8{,}83 \cdot 10^7\ \frac{erg}{sec}.$$

Ἐπειδὴ εἶναι $1\ W = 1\ Joule/sec = 10^7\ erg/sec$ (βλ. σ. 71—72), ἔχομεν τελικῶς

$$\underline{N = 8{,}83\ W.}$$

Κατηγορία Β'. Ἄσκησις 3η (σ. 101).

Ἐπὶ τοῦ σώματος ἐξασκοῦνται αἱ ἑξῆς δυνάμεις: 1) τὸ βάρος του B καὶ 2) αἱ δυνάμεις $F_\varkappa$ καὶ T ὑπὸ τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου. Εἰς τὸ δεύτερον σχῆμα (δεξιὰ) ἔχομεν ἀναλύσει τὴν δύναμιν B εἰς δύο συνιστώσας - μίαν (τὴν $B \cdot \eta\mu\, \varphi$) παράλληλον πρὸς τὸ κεκλιμένον ἐπίπεδον καὶ τὴν ἄλλην (τὴν $B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \varphi$) κάθετον ἐπ' αὐτό.



Ὅταν ἡ γωνία κλίσεως γίνῃ ἴση πρὸς 22^0 τὸ σῶμα ἀρχίζει νὰ ὀλισθαίνῃ μὲ σταθερὰν ταχύτητα, δηλ., ἡ ἐπιτάχυνσις κατὰ μῆκος τοῦ κεκλιμένου ἐπιπέδου θὰ εἶναι ἴση πρὸς μηδέν. Ἐπειδὴ δὲ καὶ κατὰ τὴν κάθετον διεύθυνσιν ἡ ἐπιτάχυνσις τοῦ σώματος εἶναι, ὁμοίως, ἴση πρὸς μηδέν, ἕπεται ὅτι

$$T - B \cdot \eta\mu\, \varphi = 0 \quad \text{ἢ} \quad T = B \cdot \eta\mu\, \varphi \qquad (1)$$

$$F_\varkappa - B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \varphi = 0 \quad \text{ἢ} \quad F_\varkappa = B \cdot \sigma\upsilon\nu\, \varphi \qquad (2)$$

Ἡ τριβὴ ὀλισθήσεως T εἶναι ἴση πρὸς

$$T = \eta \cdot F_\varkappa .$$

Λύοντες τὴν ἐξίσωσιν ταύτην ὡς πρὸς η λαμβάνομεν

$$\eta = \frac{T}{F_\varkappa}$$

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν ταύτην τὸ T καὶ τὸ F_κ διὰ τῶν ἴσων των, τὰ ὁποῖα λαμβάνομεν ἐκ τῶν ἐξισώσεων (1) καὶ (2), ἔχομεν

$$\eta = \frac{B \cdot \eta\mu\,\varphi}{B \cdot \sigma\upsilon\nu\,\varphi} = \frac{\eta\mu\,\varphi}{\sigma\upsilon\nu\,\varphi}$$

ἢ

$$\eta = \varepsilon\varphi\,\varphi. \qquad (3)$$

Δίδεται: $\varphi = 22^0$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελευταῖον τύπον (3) λαμβάνομεν

$$\eta = \varepsilon\varphi\,22^0.$$

Ἀπὸ τὸν πίνακα τῆς σελίδος *237* λαμβάνομεν $\varepsilon\varphi\,22^0 = 0{,}404$. Ἄρα θὰ εἶναι

$$\eta = 0{,}404$$

ἤ, περίπου,

$$\underline{\eta = 0{,}4.}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ Γ' — ΑΕΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

Κατηγορία Α'. Ἄσκησις 3η (σ. 130).

Ἐπειδὴ τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος εἶναι μικρότερον τοῦ εἰδικοῦ βάρους τοῦ ὑδραργύρου ἕπεται ὅτι θὰ χρειασθῇ στήλη ὕδατος μεγαλυτέρου ὕψους. Ἐὰν ὀνομάσωμεν p τὴν ἀτμοσφαιρικὴν πίεσιν, ε_1 τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὑδραργύρου, ε_2 τὸ εἰδικὸν βάρος τοῦ ὕδατος, h_1 τὴν στήλην τοῦ ὑδραργύρου καὶ h_2 τὴν στήλην τοῦ ὕδατος, θὰ ἔχωμεν

$$p = \varepsilon_1 \cdot h_1 \qquad \text{καὶ} \qquad p = \varepsilon_2 \cdot h_2.$$

Ἤτοι εἶναι

$$\varepsilon_1 \cdot h_1 = \varepsilon_2 \cdot h_2.$$

Ἐκ τοῦ τύπου τούτου λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$h_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \cdot h_1 \qquad (1)$$

Λύσις εἰς τὸ σύστημα *C.G.S.*: Ἀπὸ τὸν πίνακα τῆς σελίδος *59* λαμβάνομεν $\varepsilon_1 = 13{,}6\ \frac{gr^*}{cm^3} = 13{,}6 \cdot 981\ \frac{dyn}{cm^3}$, $\varepsilon_2 = 1\ \frac{gr^*}{cm^3} = 1 \cdot 981\ \frac{dyn}{cm^3}$, δίδεται δὲ $h_1 = 76\ cm$.

Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (1) λαμβάνομεν

$$h_2 = \frac{13{,}6 \cdot 981}{1 \cdot 981} \cdot 76\ \frac{dyn/cm^3}{dyn/cm^3} \cdot cm = 13{,}6 \cdot 76\ cm$$

ἢ

$$\underline{h_2 = 1033\ cm} \qquad \text{ἢ} \qquad \underline{h_2 = 10{,}33\ m.}$$

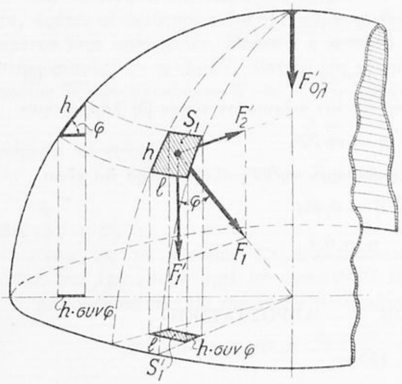
Κατηγορία Β'. Ἄσκησις 1η (σ. 130).

Διὰ νὰ ὑπολογίσωμεν τὴν δύναμιν, τὴν ὁποίαν ἐξασκεῖ ἡ ἀτμόσφαιρα ἐπὶ τοῦ ἑνὸς ἡμισφαιρίου, κατασκευάζομεν τὸ σχῆμα τῆς ἑπομένης σελίδος. Ἐπὶ ἑνὸς πολὺ μικροῦ τμήματος τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἡμισφαιρίου (γραμμοσκιασμένου εἰς τὸ σχῆμα) ἐξασκεῖται ἡ δύναμις F_1, ἡ ὁποία εἶναι κάθετος ἐπ' αὐτὸ καὶ ἴση πρὸς

$$F_1 = p \cdot S_1$$

ἔνθα p εἶναι ἡ ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις καὶ S_1 τὸ ἐμβαδὸν τοῦ θεωρουμένου τμήματος τῆς ἐπιφανείας.

'Επαναλαμβάνοντες τοὺς αὐτοὺς συλλογισμοὺς καὶ δι' ἄλλα τμήματα τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἡμισφαιρίου, τῶν ὁποίων τὰ ἐμβαδὰ συμβολίζομεν διὰ τῶν S_2, S_3..., λαμβάνομεν



$$F_2 = p \cdot S_2, \quad F_3 = p \cdot S_3 ...$$

'Αναλύομεν τὴν δύναμιν F_1 εἰς τὰς συνιστώσας F_1' καὶ F_2' - τὴν μίαν παράλληλον πρὸς τὸν ἄξονα συμμετρίας τοῦ ἡμισφαιρίου καὶ τὴν ἄλλην κάθετον ἐπ' αὐτόν. 'Εξ αὐτῶν μόνον ἡ F_1' ἐνδιαφέρει εἰς τὸ πρόβλημα, ἡ ὁποία εἶναι ἴση πρὸς

$$F_1' = F_1 \cdot συν\, φ = p \cdot S_1 \cdot συν\, φ \quad (1)$$

Συνεπῶς ἡ συνισταμένη $F'_{ολ}$ τῶν κατὰ τὸν ἄξονα συμμετρίας ἐξασκουμένων δυνάμεων F' θὰ εἶναι ἴση πρὸς

$$F'_{ολ} = F_1' + F_2' + F_3' + \ldots + \ldots \quad (2)$$

Τὸ ἐμβαδὸν S_1 δύναται νὰ θεωρηθῇ ὡς παραλληλόγραμμον βάσεως l καὶ ὕψους h, ὁπότε ὁ τύπος (1) γράφεται

$$F_1' = p \cdot l \cdot h \cdot συν\, φ \quad (3)$$

Προβάλλομεν τὸ ἐμβαδὸν S_1 ἐπὶ τοῦ ἰσημερινοῦ ἐπιπέδου, ὁπότε τὸ μὲν l, ὡς τόξον παραλλήλου κύκλου, προβάλλεται ἴσον πρὸς l, ἐνῶ τὸ h προβάλλεται ἴσον πρὸς $h \cdot συν\, φ$. Συνεπῶς ἡ προβολὴ S_1' τοῦ ἐμβαδοῦ S_1 θὰ εἶναι ἴση πρὸς

$$S_1' = l \cdot h \cdot συν\, φ \quad (4)$$

'Εκ τῶν ἐξισώσεων (3) καὶ (4) λαμβάνομεν

$$F_1' = p \cdot S_1'.$$

Κατ' ἀναλογίαν αἱ δυνάμεις F_2', F_3', ... θὰ εἶναι ἴσαι πρὸς

$$F_2' = p \cdot S_2', \quad F_3' = p \cdot S_3' \ldots.$$

'Αντικαθιστῶντες εἰς τὴν ἐξίσωσιν (2) λαμβάνομεν

$$F'_{ολ} = p \cdot S_1' + p \cdot S_2' + p \cdot S_3' + \ldots + \ldots$$

'Εξάγοντες κοινὸν παράγοντα τὸ p ἔχομεν

$$F'_{ολ} = p \cdot (S_1' + S_2' + S_3' + \ldots + \ldots) \quad (5)$$

'Αλλὰ τὸ ἄθροισμα $(S_1' + S_2' + S^{3\prime} + \ldots + \ldots)$ παρέχει τὸ ἐμβαδὸν $S'_{ολ}$ τοῦ ἰσημερινοῦ κύκλου, τὸ ὁποῖον εἶναι ἴσον πρὸς

$$S'_{ολ} = S_1' + S_2' + S_3' + \ldots + \ldots = \pi \cdot r^2. \quad (6)$$

ἔνθα r εἶναι ἡ ἀκτὶς αὐτοῦ - δηλ. ἡ ἀκτὶς τῆς σφαίρας.

'Εκ τῶν ἐξισώσεων (5) καὶ (6) λαμβάνομεν τὸν τελικὸν τύπον

$$F'_{ολ} = p \cdot \pi r^2. \quad (7)$$

Ὁ τύπος οὗτος παρέχει τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἐξασκεῖται κατὰ τὸν ἄξονα συμμετρίας τοῦ ἡμισφαιρίου ὑπὸ τῆς ἀτμοσφαιρικῆς πιέσεως. Ἐφ' ὅσον ἐκ τοῦ ἐσωτερικοῦ τοῦ ἡμισφαιρίου ἔχει ἀφαιρεθῆ ὁ ἀτμοσφαιρικὸς ἀήρ, ἕπεται ὅτι ὁ τύπος (7) θὰ παρέχῃ καὶ τὴν δύναμιν, ἡ ὁποία ἀπαιτεῖται διὰ τὸν ἀποχωρισμὸν τῶν ἡμισφαιρίων.

Λύσις εἰς τὸ Τεχνικὸν Σύστημα: Δίδονται: $p=1\ Atm=1{,}033\ \dfrac{kgr^*}{cm^2}=$

$=\dfrac{1{,}033}{10^{-4}}\ \dfrac{kgr^*}{m^2}$, $r=21\ cm=0{,}21\ m$, $\pi=3{,}14$. Ἀντικαθιστῶντες εἰς τὸν τελικὸν τύπον (7) λαμβάνομεν

$$F'_{ολ}=\frac{1{,}033}{10^{-4}}\cdot 3{,}14\cdot 0{,}21^2\ \frac{kgr^*}{m^2}\cdot m^2=1{,}033\cdot 10^4\cdot 3{,}14\cdot(2{,}1\cdot 10^{-1})^2\ kgr^*=$$

$$=1{,}033\cdot 10^4\cdot 3{,}14\cdot 4{,}41\cdot 10^{-2}\ kgr^*=14{,}30\cdot 10^2\ kgr^*$$

ἢ $$\underline{F'_{ολ}=1430\ kgr^*.}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟΝ ΙΒ' — ΜΗΧΑΝΑΙ

Κατηγορία Β'. Ἄσκησις 2α (σ. 143).

Διὰ νὰ διατηρῆται σταθερὰ ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου πρέπει ἡ προωστικὴ δύναμις F ν' ἀντισταθμίζῃ τὴν ἀντίστασιν T.

Εἰς τὴν 4ην ἄσκησιν τῆς κατηγορίας Β' τοῦ Κεφαλαίου Ε' (σ. 260) εὕρομεν ὅτι ἡ ἰσχὺς N εἶναι ἴση πρὸς τὸ γινόμενον τῆς δυνάμεως F ἐπὶ τὴν ταχύτητα v. Ἤτοι

$$N=F\cdot v.$$

Ἐπειδὴ ἡ δύναμις F εἶναι ἴση πρὸς τὴν ἀντίστασιν T δυνάμεθα νὰ γράψωμεν

$$N=T\cdot v.$$

Ἡ ἀντίστασις T εἶναι (κατὰ τὴν *§ 111 - σ. 133*) ἀνάλογος τοῦ τετραγώνου τῆς ταχύτητος. Συνεπῶς ἡ ἰσχὺς N — ὡς ἴση πρὸς $T\cdot v$ — θὰ εἶναι ἀνάλογος τῆς τρίτης δυνάμεως τῆς ταχύτητος. Ἄρα διὰ νὰ διπλασιασθῇ ἡ ταχύτης τοῦ ἀεροπλάνου πρέπει ἡ ἰσχὺς τοῦ κινητῆρος νὰ γίνῃ 2^3 φορὰς μεγαλυτέρα - δηλ. νὰ ὀκταπλασιασθῇ.

ΑΛΦΑΒΗΤΙΚΟΝ ΕΥΡΕΤΗΡΙΟΝ

Α

Ἀγγλικὸν μίλιον . . . 6
ἀγωγὴ τῆς θερμότητος 213
ἀδιάφορος ἰσορροπία . 60
ἀδράνεια 42
ἀεικίνητον 76, 220
ἀεριοπροωθούμενα ἀεροπλάνα 136
ἀεροδυναμικὸν σχῆμα 134
ἀεροπλάνα 136
ἀκόρεστοι ἀτμοὶ . . . 203
ἀκρίβεια (ζυγοῦ) . . . 83
ἀκτινοβολία τῆς θερμότητος 216
ἀκτίνιον 6
— ἀνὰ sec 34
ἀμείωτος ταλάντωσις . 89
ἀναβρυτὴρ (gicleur) . 226
ἀνακύκλωσις 51
ἀνάλυσις δυνάμεων . 16
ἀναρροφητικὴ ἀντλία 137
Ångström 4
ἀνεμιστῆρες 140
ἀνεμοδείκτης 231
ἀνεμόμετρον 232
ἄνεμος 231
ἀνισοταχὴς κίνησις . . 29
ἀνοικτὰ μανόμετρα . . 128
ἀντηχεῖα 163
ἀντικυκλὼν 231
ἀντίστασις 133
ἀντλία διὰ φλεβὸς ὕδατος 139
ἀντλίαι κενοῦ 139
ἄνυσμα 13
ἀνυσματικὰ μεγέθη . 13
ἀνυψωτὴρ (γρύλλος) . 81
ἄνωσις 112, 122
—, δυναμικὴ . . . 135
ἀνώτεροι ἁρμονικοὶ . 162
ἀξίωμα τῆς ἀδρανείας 42
— διατηρήσεως τῆς ἐνεργείας . . 75
— τῆς δράσεως καὶ ἀντιδράσεως . . 24
ἁπλοῦς ἦχος 156
ἀπόγειος αὔρα 233
ἀπόλυτος θερμοκρασία 186
ἀπόλυτον μηδὲν . . . 186
ἀπόλυτος ὑγρασία . . 233
ἀπομάκρυνσις 87
ἀπόσταξις 208
ἀραιόμετρα 116
ἁρμονία 170
ἀρτεσιανὸν φρέαρ . . 110
ἀρχὴ τῆς ἀνεξαρτησίας τῶν κινήσεων . . . 37
— τοῦ Ἀρχιμήδους . . . 112, 123
— τοῦ Pascal 105, 121
— τῶν συγκοινωνούντων δοχείων 111
ἀσταθὴς ἰσορροπία . . 60
ἀσφαλιστικὸς λύχνος Davy 214
Atwood - μηχανὴ . . 44
ἀτμόϊππος 73
ἀτμὸς 201
ἀτμομηχανὴ 222
ἀτμοστρόβιλος . . . 224
ἀτμοσφαιρικὴ πίεσις . 123
ἄτομα 144
αὐτοκίνητον 228

Β

Βαθμὸς Κελσίου . . . 175
— Fahrenheit . . 175
βαρόμετρα 127
βαρόμετρον Fortin . 127
βάρος 55
βαροῦλκον 79
βαρύτης 55
βεληνεκὲς 66
Bernoulli - νόμος . . 132
βῆμα (κοχλίου) 81
βλητικὴ τροχιὰ 67
Boyle-Mariotte-νόμος 122
βρασμὸς 204
βροχὴ 235
βροχόμετρον 235
Watt 72
—, ρυθμιστὴς . . . 50

Γ

Γαλόνιον 6
γραμμάριον 4, 43
— βάρους 5
γραμμομόριον 189
γραμμόφωνον 162
γραφικὴ παράστασις φαινομένου 8
γωνία 6
γωνία βολῆς 65
γωνιακὴ ταχύτης . . . 34

Δ

Davy - λύχνος 214
Dewar - δοχεῖον . . . 217
δεκαπλασιαστικὸς ζυγὸς 84
δεσμὸς 155
δεύτερον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα . . . 221
διακροτήματα 164
διαμήκη κύματα . . . 151
διαπασῶν 159
διαστημόμετρον . . . 7
διάστημα (μουσικὸν) . 170
διαφορικὸν 229
Diesel—, μηχανὴ . . 226
διμεταλλικὰ ἐλάσματα 179
διμεταλλικὸν θερμόμετρον 180
Doppler - Fizeau —, φαινόμενον 167
δοχεῖον Dewar . . . 217
δρόσος 234
δυναμικὴ ἄνωσις . . . 135
— ἐνέργεια 74
δύναμις 12
δυναμόμετρα 13
δύνη 43
δυσθερμαγωγὰ σώματα 213

Ε

Ἐγκάρσια κύματα . . 151
εἰδικὴ θερμότης . . . 191
εἰδικὸν βάρος 58
ἐκκρεμὲς τοῦ Foucault 91
ἐλαστικὰ (ὑλικὰ) . . . 95
ἐλαστικότης 95
ἐλατὰ (ὑλικὰ) 97
ἐλευθέρα πτῶσις . . . 61
ἑλικόπτερα 137
ἔντασις ἀνέμου . . . 231
— ἤχων 167
ἐνέργεια 73
ἐξαεριστὴρ πλοίων . . 132
ἐξαέρωσις 207
ἐξαερωτὴρ (carburateur) 225
ἐξάτμισις 201
ἐξάχνωσις 208
ἐξηναγκασμένη ταλάντωσις 93
ἐπιβράδυνσις 31
ἐπιτάχυνσις 30
— τῆς βαρύτητος . 56
ἐπιφανειακὴ τάσις . . 147
ἔργιον 71
ἔργον 70
ἐσωτερικὴ ἐνέργεια . 218
ἐτησίαι 233
εὐαισθησία (ζυγοῦ) . . 83
εὐσταθὴς ἰσορροπία . 60
ἐφαπτομένη (γωνίας) . 236

Ζ

Ζεῦγος δυνάμεων . . 22
ζυγὸς 82

Η

'Ηλεκτρικὸν ψυγεῖον . 227
ἡμιπερατaὶ μεμβράναι 210
ἡμισφαίρια τοῦ Μαγδεβούργου 124
ἡμιτονοειδὴς ταλάντωσις 86
ἡμίτονον 236
ἠρεμία 42
ἠχητικοὶ σωλῆνες . . 160
ἦχος 156
ἠχὼ 165

Θ

Θαλασσία αὔρα . . . 233
θεμελιώδεις μονάδες . 2
θεμελιώδης νόμος τῆς θερμιδομετρίας . . 191
— — τῆς Μηχανικῆς 41
— — τῆς ὑδροστατικῆς 107
θερμιδόμετρον 193
— δι' ὕδατος . . . 193
θερμικὴ κίνησις . . . 209
— μηχανὴ . . 221, 222
θερμικὸς συντελεστὴς ὄγκου ὑπὸ σταθερὰν πίεσιν 184
— — τῆς πιέσεως ὑπὸ σταθερὸν ὄγκον 184
θερμὶς 192
θερμοηλεκτρικὸν θερμόμετρον 176
θερμοκρασία 173
θερμόμετρα 174
θερμόμετρον ἀντιστάσεως 176
— δι' οἰνοπνεύματος 176
θερμότης 173
— διαλύσεως . . . 196
— καύσεως . . . 195
θερμοφόρα δοχεῖα . . 217
θερμοχωρητικότης . . 192
θόρυβος 157
θεώρημα Torricelli . 133
θεωρία 3

Ι

'Ιατρικὸν θερμόμετρον 176
ἰδιοπερίοδος 88
ἰδιοσυχνότης 88
ἴντζα 6
ἰονόσφαιρα 230
ἵππος (μονὰς ἰσχύος) . 73
Joule 71
ἰσοβαρεῖς καμπύλαι . 231
ἰσορροπία . . . 17, 19, 23
ἰσοτονικὰ διαλύματα 212
ἰσχὺς 72

Κ

Καιρὸς 230
κακὸς ἀγωγὸς (τῆς θερμότητος) 213
καλὸς ἀγωγὸς (τῆς θερμότητος) 213
κανονικαὶ συνθῆκαι ἀερίου 189
καρυοθραύστης . . . 79
καταθλιπτικὴ ἀντλία . 138
κατακόρυφος 56
— βολὴ 64
καταστατικὴ ἐξίσωσις τῶν ἀερίων 189
κεκορεσμένος ἀτμὸς . 202
κεκλιμένον ἐπίπεδον . 76
κεντρικὴ θέρμανσις . 216
κεντρομόλος δύναμις . 45
— ἐπιτάχυνσις . . 36
κέντρον βάρους . . . 58
κιβώτιον ταχυτήτων . 228
κιλοβὰτ 73
κιλοβατώριον 73
κινητικὴ ἐνέργεια . . 74
κλειστὰ μανόμετρα . . 129
κλιματισμὸς 235
κοιλία 155
κόμβος 28
Corti—, ὄργανον . . 169
κοχλίας 81
κρίσιμος θερμοκρασία 209
κρότος 157
κυκλικὴ συχνότης . . 88
κύκλος ἀνὰ δευτερόλεπτον 36
κυκλῶν 231
κύλισις 100
κῦμα 150

Λ

Λαβὶς 79
λανθάνουσα θερμότης ἐξαερώσεως 207
— — τήξεως . . 198
λίμπρα 6
λίτρον 5

Μ

Μᾶζα 41
μαθηματικὸν ἐκκρεμὲς 89
μανόμετρα 128
μεγάκυκλος ἀνὰ sec . 36
μέθοδος τῶν μειγμάτων 194
μέση ἡλιακὴ ἡμέρα . 5
— ταχύτης . . . 29
μεταλλικὰ βαρόμετρα . 127
— μανόμετρα . . 128
μεταφορὰ τῆς θερμότητος 215
μετεωρολογία 230
μετήχησις 165
μέτρησις φυσικοῦ μεγέθους 2
μέτρον 3
μετρονόμος 7
μῆκος κύματος . . . 152
μηχαναὶ 76
— ἐσωτερικῆς καύσεως 224
μηχανικὸν ἰσοδύναμον τῆς θερμότητος . . 219
μικρόμετρον 7
μοῖρα 6
Mol 189
μονὰς μετρήσεως . . 2
μόρια 144
μοριακὴ κίνησις . . . 209
μοχλοβραχίων δυνάμεως 18
— ζεύγους . . . 22
μοχλοὶ 78

Ν

Ναυτικὸν μίλιον . . . 4
νέφη 234
νῆμα τῆς στάθμης . . 55
νόμος (φυσικὸς) . . . 2
— τοῦ Bernoulli . 132
— Boyle-Mariotte 121
— Boyle-Mariotte-Gay-Lussac 187
— (1ος) Gay-Lussac 183
— (2ος) Gay-Lussac 184
— τοῦ Hooke . . 96
— τοῦ Νεύτωνος . 55
— τῆς παγκοσμίου ἕλξεως 55
νόμος τοῦ παραλληλογράμμου τῶν δυνάμεων . . 15
— τῆς συνεχείας . 131

Ξ

Ξηρὸς πάγος 209

Ο

'Ογκομετρικὸς κύλινδρος 7
οἰνοπνευματόμετρον . 117
ὅλκιμα (ὑλικὰ) 97
ὁμαλὴ εὐθύγραμμος κίνησις 31

ὁμαλὴ κίνησις 27
— κυκλικὴ κίνησις 34
ὁμαλῶς ἐπιταχυνομένη εὐθύγραμμος κίνησις 32
ὁμίχλη 234
ὁμογενὲς (σῶμα) . . . 58
ὁριζοντία βολὴ . . . 64
ὅριον ἐλαστικότητος . 95
— θραύσεως . . 96
οὐγγία 6
οὖς 168

Π

Παγκόσμιος σταθερὰ τῶν ἀερίων 189
παράγωγοι μονάδες . 2
παροχὴ 130
πάχνη 234
πείραμα 1
— Torricelli . . . 124
περιεκτικότης 212
περιοδικὴ κίνησις . . 86
περίοδος 35
περιστροφικὴ ἀντλία . 139
πῆξις 199
πίεσις 102
πλαγία βολὴ 65
πλαστικὰ (ὑλικὰ) . . . 95
πλάτυνσις τῆς Γῆς . . 52
πλεῦσις 113
πολύσπαστον 78
ποῦς 6
πρότυπον μέτρον . . . 3
— χιλιόγραμμον . 4
πρῶτον θερμοδυναμικὸν ἀξίωμα 220
πτητικὰ ὑγρὰ 202
πυκνόμετρα 116
πυκνότης 59
πύραυλος 137

Ρ

Ρευματικὴ γραμμὴ . . 130
ρευστὰ 101
ροπὴ δυνάμεως . . . 18
— ζεύγους 22
ρυθμιστὴς τοῦ Watt . 50

Σ

Σειρὴν 158
σημεῖον ζέσεως . . . 205
— πήξεως . . . 199
— τήξεως . . . 198
σίφων 146
σιφώνιον 125
σκληρότης 97
σταθερὰ τῆς παγκοσμίου ἕλξεως . . . 58
στάσιμα κύματα . . . 155
στατὴρ 83
στιγμιαία ταχύτης . . 29
στρατόσφαιρα 230
στρέμμα 5
στρόβιλοι 134
συμβολὴ ἤχων 163
— κυμάτων 153
συμπιεσταὶ 140
συνάφεια 148
συνημίτονον 236
συνισταμένη δυνάμεων 14
συνιστῶσαι δυνάμεως . 14
σύνθεσις δυνάμεων . . 14
σύνθετος ἦχος . . 156, 161
συντελεστὴς ἀποδόσεως 82
— γραμμικῆς διαστολῆς 178
— θερμικῆς ἀγωγιμότητος . . . 215
— κυβικῆς διαστολῆς 180
συντελεστὴς τριβῆς . . 99
συνοχὴ 146
συντονισμὸς . . . 93, 162
σύστημα μονάδων C.G.S. 3
συστήματα μονάδων . 2
συχνότης 35
σφὴν 80
σφυγμομανόμετρον . 129
σχετικὴ ὑγρασία . . . 233
σωλὴν τοῦ Νεύτωνος . 56

Τ

Ταλαντώσεις 86
τάσις (ἀτμῶν) 202
ταχύτης 27, 29
ταχύτης διαδόσεως κύματος 150
τετράχρονος βενζινοκινητὴρ 224
τεχνικὴ ἀτμόσφαιρα . 103
— μονὰς μάζης . 4, 43
τεχνικὸν σύστημα μονάδων 3
τῆξις 197
τόννος 4, 5
Torr 104
Torricelli—θεώρημα . 133
—, πείραμα . . . 124
τριβὴ 98
— ὀλισθήσεως . . 98
τριχοειδικὰ φαινόμενα 148
τροπόσφαιρα 230
τροχαλίαι 77
τροχιὰ 27

Υ

Ὑάρδα 6
ὑγρομετρία 233
ὑγρόμετρον διὰ τριχὸς 234
ὑδραντλίαι 137
ὑδραργυρικὸν βαρόμετρον 127
ὑδραυλικοὶ τροχοὶ . . 140
ὑδροηλεκτρικὴ ἐγκατάστασις 141
ὑδροστατικὴ πίεσις . . 104
ὑδροστατικὸν παράδοξον 109
ὑδροστρόβιλος . . 110, 140
ὑλικὸν σημεῖον . . . 11
ὑπέρηχοι 166
ὑπερπίεσις 129
ὑποβρύχιον 114
ὑπόθεσις 3
ὕφεσις 231
ὕψος βροχῆς 235
ὕψος (ἤχων) 166

Φ

Φαινόμενον 1
— Doppler-Fizeau 167
—, φυσικὸν 1
—, χημικὸν 1
φάσις 88
Fahrenheit—, βαθμὸς 175
φθίνουσα ταλάντωσις 89
φθόγγος 170
φυγοκεντρικὴ ἀντλία . 139
φυγόκεντρος δύναμις . 46
φυσικὰ μεγέθη . . . 1
φυσικὴ ἀτμόσφαιρα 103,125
φυσικὸν ἐκκρεμὲς . . 92
φωνητικαὶ χορδαὶ . . 169

Χ

Χάλαζα 235
χαρταετὸς 136
Hertz 36
χιλιόγραμμον 4
— βάρους . . . 5, 43
χιλιογραμμόμετρον . 19, 71
χιλιοθερμὶς 192
χιλιόκυκλος ἀνὰ sec . 36
χιλιοστόμετρον στήλης Hg 104
χιὼν 235
Hooke—, νόμος . . . 96
χορδαὶ 159
χροιὰ 167
χρυσοῦς κανὼν τῆς Μηχανικῆς 77
χύτρα Papin 206

Ψ

Ψεκαστὴρ 132
ψυγεῖον (ἠλεκτρικὸν) . 227
ψυκτικὰ μείγματα . . 196
ψυκτικαὶ μηχαναὶ . . 226

Ω

Ὤσμωσις 210
ὠσμωτικὴ πίεσις . . . 211

$NT = 1$

$N = \frac{1}{T}$